

به کسی که تابع پیوسته مجتهد صعدوی و از بالایی کران است.

۱۲۶- حاصل عبارت $2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}$ کدام است؟

(۱) $1+\sqrt{3}$ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۱۲۶- گزینه (۲) ابتدا عبارت داده شده را تا حد امکان ساده می کنیم و سپس با گویا کردن مخرج کسرها، شروع به ساده کردن می کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{8}+\sqrt{9}}{5-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{6}} \times \frac{5+\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{25-6} = \sqrt{2}+\sqrt{3} \\ 2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} = 2(\sqrt{3}-1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}+1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2}-1$$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ...، {۲، ۳، ۴}، {۱} در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

(۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

۱۲۷- گزینه (۳) آخرین عدد هر گروه به صورت $9^2, 8^2, \dots, 2^2, 1^2$ می باشد پس آخرین عدد گروه، ششم به صورت 8^2 است و اولین عدد گروه نهم

به صورت $8^2 + 1$ است، پس واسطه حسابی دو عدد 1 و $8^2 + 9^2$ عبارتست از:

$$\frac{8^2+1+9^2}{2} = 73$$

۱۲۸- فرض کنید چند جمله ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۸- گزینه (۲) چند جمله ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است یعنی: $p(1) = p(-1) = 0$

$$q(x) = p(x-1) + p(1-x) \Rightarrow q(2) = p(1) + p(-1) = 0$$

۱۲۹- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) $-\frac{5}{2}$

۱۲۹- گزینه «۱» برای آنکه معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی باشد، باید مبین (دلتا) بزرگ تر از صفر باشد: $S = \alpha + \beta$, $P = \alpha \times \beta$

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{\alpha\beta} \Rightarrow SP = 1$$

$$\frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m = -1 \times \Delta < 0$$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{6})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(2, \frac{5}{8})$

۱۳۰- گزینه «۴» برای پیدا کردن مجموعه جواب نامعادله مضاعف می توان از روش های مختلفی استفاده نمود که یکی از آنها اشاره می شود:

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} < \frac{x+1}{2x-1} - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{2x-1}{2x-1} < 5 \Rightarrow 1 > \frac{2x-1}{3} > \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 3} 3 > 2x-1 > \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{5} < x < 2 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}, 2\right) = (0.8, 2)$$

۱۳۱- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(2, 9)$ (۴) $(2, 15)$

۱۳۱- گزینه «۱» نقاط داده شده در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ صدق می کنند پس سهمی $y = ax^2 + bx + c - 5$ از نقاط

$$y = a(x - 0)(x + 2) = a(x^2 + 2x) \xrightarrow{(1,6)} a = 2, y = 2x^2 + 4x + 5 \text{ می گذرد: } (0,0) \text{ و } (-2,0) \text{ و } (1,6)$$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{15}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{17}$ (۴) $6\sqrt{10}$

۱۳۲- گزینه «۳» با انتقال تابع روی محور طول ها، و در امتداد محور عرض با تابع انتقال یافته را می نویسیم: $g(x) = 2 + f(x - 12)$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{x-12} \Rightarrow x = 16, A(16,4) \Rightarrow OA = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}$$

۱۳۳- در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۳-گزینہ (۱) برای آنکه تابع در زیر خط قرار گیرد، باید نامعادله را نوشته و حل نماییم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow |2x^2 - 4| < 2x \Rightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow \text{Max}(b - a) = 2 - 1 = 1$$

۱۳۴- اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، بُرد تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $[0, 2)$ ۲ (۲) $[0, 3)$ ۳ (۳) $[0, 4)$ ۴ (۴) $[1, 4)$

۱۳۴-گزینہ (۲) می‌دانیم $0 \leq u - [u] < 1$ پس $0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x - [2x] < 1$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(t) = -t^2 + 4t, \quad 0 \leq t < 1 \Rightarrow 0 \leq g(x) < 3: R_{g \circ f} = [0, 3)$$

۱۳۵- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) 10 ۲ (۲) 11 ۳ (۳) 13 ۴ (۴) 14

۱۳۵-گزینہ (۳) با توجه به مفهوم تابع مرکب $g(x) = f^{-1}(x)$ داریم: $f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$

$$\begin{cases} g(6) = f^{-1}(6) = a \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4 \\ g(12) = f^{-1}(12) = b \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4 + 9 = 13$$

۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{4}$ ۲ (۲) 1 ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ ۴ (۴) 2

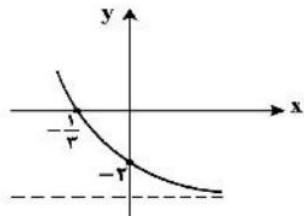
۱۳۶-گزینہ (۲) می‌دانیم نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را در نقطه $(a, -a)$ قطع می‌کند ($a > 0$)

$$f^{-1} = -a \Rightarrow f(-a) = a \Rightarrow -a - \frac{2}{-a} = a \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

۱۳۷- اگر $\log_3 3 = 0.8$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{13}{18}$ ۲ (۲) $\frac{8}{11}$ ۳ (۳) $\frac{3}{4}$ ۴ (۴) $\frac{7}{9}$

۱۳۷-گزینہ (۱) با استفاده از خاصیت های لگاریتم شروع به ساده کردن می‌کنیم: $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$ ، $\log_a a = 1$ و $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

- (۱) ۵۴
(۲) ۶۰
(۳) ۴۸
(۴) ۲۸

۱۳۸-گزینہ «۲» با استفاده از شکل داده شده، محضات تقاطع بر محورهای مختصات را در تابع قرار می‌دهیم: $f(\frac{-1}{3}) = 0$, $f(0) = -2$

$$\begin{cases} f(0) = -4 + 2^b = -2 \\ f(\frac{-1}{3}) = -4 + 2^{\frac{a}{3}+1} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1, a = -3 \xrightarrow{f(x) = -4 + 2^{-3x+1}} f(\frac{-5}{3}) = -4 + 2^1 = 0$$

۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$

۱۳۹-گزینہ «۴» با استفاده از تعریف وارون تابع جواب به سادگی پیدا می‌شود: $f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$

$$f(a) = 2 \Rightarrow \frac{2^a + (\frac{1}{2})^a}{2} = 2 \Rightarrow 2^a + \frac{1}{2^a} = 4 \xrightarrow{2^a > 0} \begin{cases} 2^a = 2 + \sqrt{3} \\ 2^a = 2 - \sqrt{3} \times \end{cases}$$

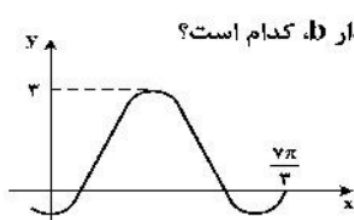
۱۴۰- حاصل عبارت $\tan(300^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ)\sin(840^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۰-گزینہ «۲» با توجه به دایره مثلثاتی شروع به ساده کردن زوایای کنیم:

$$\tan(360^\circ - 60^\circ)\cos(180^\circ + 30^\circ) + \tan(360^\circ + 180^\circ - 60^\circ)\sin(360^\circ + 360^\circ + 180^\circ - 60^\circ)$$

$$\tan(-60^\circ)(-\cos 30^\circ) + \tan(-60^\circ)\sin(60^\circ) = -\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{3} + x)$ است. مقدار b کدام است؟

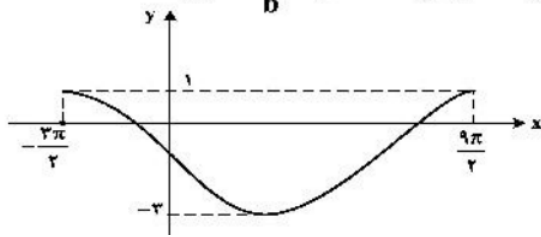
- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۴۱-گزینہ «۳» ابتدا نسبت مثلثاتی را ساده می‌کنیم $y = a + b \cos x$ ، نمودار علامت ضرب نسبت مثلثاتی حتماً منفی است: $b < 0$

$$\text{Max}(f) = |b| + a = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos \frac{\sqrt{\pi}}{3} = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \xRightarrow{a=1} b = -2$$

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) -۶

۱۴۳- گزینه «۴» با توجه به نمودار داده شده، می‌نیم تابع در سمت راست محور عرض با قرار دارد. پس a و b هم علامت نیستند: $ab < 0$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{3\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} a + c = -3 \\ -a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

۱۴۴- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام

است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۱)$$

۱۴۳- گزینه «۴» برای حل معادلات مثلثاتی، ابتدا باید نسبت‌های مثلثاتی طرفین را یکی نمود تا بتوان به کمک فرمول جواب‌های کلی دریافت:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x & \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) & \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad \times \end{cases}$$

۱۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) $-\infty$

۱۴۴- گزینه «۳» حد تابع را در همسایگی چپ نقطه $x = -2$ بررسی می‌کنیم، ضمناً "باید توجه داشت: $\frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$ "

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{-3 + 3}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$$

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۱۴۵- گزینه «۱» در موقع محاسبه حد در بی نهایت، حدرتوان مورد استفاده قرار گرفته، ضمناً "حدود کسری زمانی برابر عدد مخالف صفر است که در صورت و منخرج برابر باشد:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x - 12} \stackrel{HOP}{=} \frac{1}{24}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\Delta - 2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۴۶- گزینه «۳» برای آنکه یک تابع در یک نقطه مشتق پذیر باشد، ابتدا باید در نقطه فوق پیوسته باشد پس مشتق چپ و مشتق راست در نقطه فوق برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Rightarrow -2 - 2b + c = 2 \Rightarrow -2b + c = 4 \\ f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow -(-2) + b = \frac{-2}{2\sqrt{5 - (-2)}} \Rightarrow b = \frac{-7}{3}, c = \frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x}\right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{15}{4}$

۱۴۷- گزینه «۴» از فرمول های مشتق، مشتق تابع را در نقطه $x = 2$ محاسبه می کنیم: $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, $(\frac{u}{v})'$, $(u^n)' = nu^{n-1}u'$

$$f'(2) = \frac{6(8) - 3(3)(4)(8)}{2^6} = \frac{-30}{8} = \frac{-15}{4}$$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴۸- گزینه «۱» به کمک مشتق و برابری با صفر نقطه ماکسیمم نسبی را محاسبه نموده و فاصله نقطه را از خط نیمساز ناحیه اول $y = x \Rightarrow x - y = 0$ محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 + \sqrt{2}, \text{Max}(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|f(x) - x|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2})|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

(۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۱۴۹- گزینه «۴» یکی از کاربرد های مشتق پیدا کردن ماکسیمومی نیم است. اگر مثلث قائم الزاویه را حول یکی از اضلاع قائم دوران دهیم مخروط به دست می آید:

$$V = \frac{1}{3} \pi b^2 c \xrightarrow{b^2 + c^2 = 10^2 \rightarrow b^2 = 100 - c^2} V = \frac{1}{3} \pi (100 - c^2) c = \frac{1}{3} (100c - c^3)$$

$$V' = \frac{1}{3} (100 - 3c^2) = 0 \Rightarrow c = \frac{10}{\sqrt{3}}, b = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

۱۵۰- به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

(۱) ۸۴ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵

۱۵۰- گزینه «۳» برای آنکه دو نفر نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند لازم است یکی از دو نفر یا هیچکدام از دو نفر در مهمانی شرکت نداشته باشند:

$$\binom{7}{1} \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{7 \times 6}{2} = 70 + 21 = 91$$

۱۵۱- پنج کتاب فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده اند. با کدام احتمال کتاب های هم زبان، کنار هم قرار می گیرند؟

(۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{28}$ (۴) $\frac{1}{56}$

۱۵۱- گزینه «۳» از بین هشت کتاب موجود که متمایز هم نیستند، کتاب های مشابه را در کنار هم قرار می دهیم:

$$P = \frac{8! \times 3! \times 2!}{8!} = \frac{1}{28}$$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴
	۰/۱۸ (۴) ۰/۱۷ (۳) ۰/۱۵ (۲) ۰/۱۲ (۱)

۱۵۲- گزینه «۲» برای محاسبه ضریب تغییرات، انحراف معیار را محاسبه کرده و بر میانگین داده ها تقسیم می کنیم. باید توجه داشت: $\overline{X_{ax+b}} = a\bar{X} + b$

$$x - 10: 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 4, 4 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} - 10 = \frac{32}{16} = 2 \Rightarrow \bar{x} = 12 \\ \sigma_{(x-10)}^2 = \frac{0 \times 4 + 4 \times 1 + 7 \times 4}{16} = \frac{4 \times 13}{16} = \frac{13}{4} = \sigma_x^2 \end{cases}$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow C.V = \frac{\sqrt{13}}{2 \times 12} = \frac{\sqrt{13}}{24} = 0/15$$

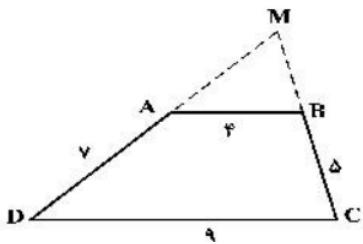
۱۵۳- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC کدام است؟

- ۴ (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) 5 (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

۱۵۳-گزینۀ «۴» با توجه به مثلث ABC ، ابتدا باید معادله ضلع BC را نوشته و سپس فاصله نقطه A از ضلع BC همان اندازه ارتفاع AH است:

$$BC : y + 2 = \frac{3 + 2}{7 - 2}(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 : AH = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB کدام است؟

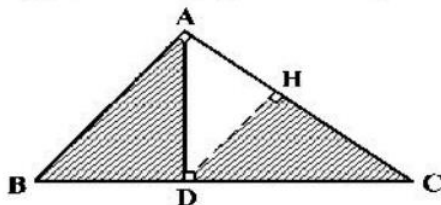


- ۱۳/۲ (۱)
۱۳/۶ (۲)
۱۴/۴ (۳)
۱۴/۸ (۴)

۱۵۴-گزینۀ «۲» جهت اطلاع، چهار ضلعی $ABCD$ دوزنقه است. با توجه به قضیه تالس و تعمیم آن داریم: $AB \parallel CD \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$

$$\begin{cases} \frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5/6 \\ \frac{y}{y+9} = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4 \end{cases} \Rightarrow x + y + 4 = 5/6 + 4 + 4 = 13/6$$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و HCD کدام است؟



- $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۱)
 $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{16}{21}$ (۳)

۱۵۵-گزینۀ «۳» نسبت مساحت‌های دو مثلث با مربع نسبت تشابه دو مثلث برابر است: $\frac{AB}{A'B'} = k \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$

$$AC^2 = BC \times DC \Rightarrow 4 = \sqrt{3} \times DC \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{HCD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

باران باش و بار، نپرس کاسه‌های خالی از آن کیست... / همایون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۰۹۱۲