

$$\frac{17\sqrt{2} + 17\sqrt{2}}{10 - \sqrt{2}} \times \frac{10 + \sqrt{2}}{10 + \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2} + 17\sqrt{2} + 10\sqrt{2} + 17\sqrt{2}}{100 - 2} = \frac{19\sqrt{2} + 17\sqrt{2}}{98} = \frac{36\sqrt{2}}{98} = \frac{18\sqrt{2}}{49}$$

ریاضی

221-A

126- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$ کدام است؟

$\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2} + 1}{2} = \sqrt{2} - 1$
 1) $\sqrt{2} + 1$ (1)
 2) $-1 + \sqrt{2}$ (2✓)
 3) $1 - \sqrt{2}$ (3)
 4) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (4)

127- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد. یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$ در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

1) 71 (1)
 2) 72 (2)
 3) 73 (3✓)
 4) 74 (4)

128- فرض کنید چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

1) -1 (1)
 2) صفر (2✓)
 3) 1 (3)
 4) 2 (4)

129- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

1) $\frac{7}{2}$ (1✓)
 2) 3 (2)
 3) $\frac{1}{2}$ (3)
 4) $\frac{1}{3}$ (4)

130- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ کدام است؟

1) $(\frac{1}{6}, \frac{1}{5})$ (1)
 2) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ (2)
 3) $(1, 2)$ (3)
 4) $(\frac{1}{8}, \frac{1}{2})$ (4)

131- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

1) $(-1, 3)$ (1✓)
 2) $(-1, 4)$ (2)
 3) $(2, 9)$ (3)
 4) $(2, 15)$ (4)

132- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، 12 واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، 2 واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از مبدأ مختصات، کدام است؟

1) $4\sqrt{15}$ (1)
 2) $6\sqrt{7}$ (2)
 3) $4\sqrt{17}$ (3✓)
 4) $6\sqrt{10}$ (4)

133- در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = 2x^2 - 4$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

1) 1 (1✓)
 2) 2 (2)
 3) 3 (3)
 4) 4 (4)

134- اگر $f(x) = 2x - |2x|$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

1) $[0, 2]$ (1✓)
 2) $[0, 4]$ (2)
 3) $[1, 4]$ (3)
 4) $[1, 4]$ (4)

135- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

1) 10 (1)
 2) 11 (2)
 3) 13 (3✓)
 4) 14 (4)

136- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

1) $\frac{3}{4}$ (1)
 2) 1 (2✓)
 3) $\frac{3}{2}$ (3)
 4) 2 (4)

137- اگر $\log_3 3 = 0,8$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ ، کدام است؟

1) $\frac{13}{18}$ (1✓)
 2) $\frac{8}{11}$ (2)
 3) $\frac{3}{4}$ (3)
 4) $\frac{7}{9}$ (4)

محل انجام محاسبات

گفتار عبدالعزیز

091271222035

$$121 - c55, 11 = a + b + d \rightarrow a + b = 9$$

$$(-2, 5) \rightarrow d = 5a - 2b + d \rightarrow 2a = b, a = 2, b = 5$$

$$f(x) = 2x^2 + 5x + 5 \rightarrow x = -1 \rightarrow 2 - 5 + 5 = 2$$

۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{\alpha x + b}$ است. $f(-\frac{\Delta}{3})$ کدام است؟

$(0, -2) \rightarrow -2 = -4 + 2^b \rightarrow 2^b = 2 \rightarrow b = 1$
 $(-1, 0) \rightarrow 0 = -4 + 2^{-a+1} \rightarrow 2^{-a+1} = 4 \rightarrow -a+1 = 2 \rightarrow a = -1$
 $f(-\frac{\Delta}{3}) = -4 + 2^{-\frac{\Delta}{3} + 1} = 0$

۵۴ (۱)
 ۶۰ (۲) ✓
 ۴۸ (۳)
 ۲۸ (۴)

۱۳۹- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

$\log_2(2 + \sqrt{2})$ (۱) ✓
 $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۲)
 $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۳)
 $\log_2(2 - \sqrt{2})$ (۴)

۱۴۰- حاصل عبارت $\tan(300^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ)\sin(140^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

$(-\cos 30^\circ)(-\cos 30^\circ) + (-\cos 120^\circ)(\sin 40^\circ) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

۱ (۱)
 ۰ (۲) ✓
 ۱ (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۴)

۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{4} + x)$ است. مقدار b کدام است؟

$2 = a + b$
 $-2 = a - b$
 $\rightarrow a = 0, b = 2$

۲ (۱)
 ۱ (۲)
 -۱ (۳)
 -۲ (۴) ✓

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$T = 2\pi = \frac{2\pi}{b} \rightarrow b = 1$
 $a = 2$

-۲ (۱)
 -۳ (۲)
 -۴ (۳)
 -۶ (۴) ✓

۱۴۳- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4}) \rightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{2} - (x + \frac{\pi}{4}))$
 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4} \rightarrow 3x = \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ (۱) ✓
 $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۲)
 $\frac{2k\pi}{3}$ (۳)
 $\frac{k\pi}{3}$ (۴)

۱۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 2}{x + 2}$ کدام است؟

۱ (۱)
 ۰ (۲) ✓
 -۱ (۳)
 $-\infty$ (۴)

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^2 - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{p}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

$\frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^2 - 12} \rightarrow \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^2 - 12} \cdot \frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{2x + \sqrt{x^2 - 1}} = \frac{4x^2 - (x^2 - 1)}{(4x^2 - 12)(2x + \sqrt{x^2 - 1})} = \frac{3x^2 + 1}{(4x^2 - 12)(2x + \sqrt{x^2 - 1})}$

$\frac{1}{12}$ (۱)
 $\frac{1}{18}$ (۲)
 $\frac{1}{24}$ (۳) ✓
 $\frac{1}{36}$ (۴)

محل انجام محاسبات

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^2 - 12} = \frac{4 - \sqrt{3}}{16 - 12} = \frac{4 - \sqrt{3}}{4}$

۱۴۹- $f(x) = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ باشد. $f^{-1}(4)$ کدام است؟

$4 = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{4}$

$2 + \sqrt{x}$ (۱)
 $2 + \sqrt{x}$ (۲)
 $2 + \sqrt{x}$ (۳)
 $2 + \sqrt{x}$ (۴)

ریاضی

146- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟
 در $x = -2$ ، $f(x) = \sqrt{5-2(-2)} = \sqrt{9} = 3$
 $3 = -\frac{1}{2}(-2)^2 + b(-2) + c \Rightarrow 3 = -2 - 2b + c \Rightarrow c = 5 - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}$

147- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2-x}\right)^2$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟
 $f'(x) = 2 \left(\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2-x}\right) \cdot \frac{\frac{1}{2} \frac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x}} \cdot (x^2-x) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2-x)^2}$
 در $x = 2$: $f'(2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

148- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول کدام است؟
 ماکسیمم نسبی در $x = 2$ است. $f(2) = 2 + \sqrt{8-4} = 2 + 2 = 4$
 فاصله از نیمساز ناحیه اول: $\frac{4-0}{2} = 2$

149- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر 10 واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟
 به چند طریق می‌توان 5 نفر از 9 دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟
 1) $\binom{9}{1} = 9$
 2) $\binom{9}{2} = 36$
 3) $\binom{9}{3} = 84$
 4) $\binom{9}{4} = 126$
 5) $\binom{9}{5} = 126$
 6) $\binom{9}{6} = 84$
 7) $\binom{9}{7} = 36$
 8) $\binom{9}{8} = 9$
 9) $\binom{9}{9} = 1$
 مجموع: $9 + 36 + 84 + 126 + 126 + 84 + 36 + 9 = 471$
 منهای حالتی که دو نفر با هم می‌روند: 9
 پاسخ: $471 - 9 = 462$

150- پنج کتاب زبان فارسی و 3 کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟
 کل کتاب: $5 + 3 = 8$
 احتمال هم‌زبان بودن: $\frac{5! \cdot 3!}{8!} = \frac{1}{28}$

151- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟
 داده: 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14
 $\bar{x} = 13, \sigma^2 = \frac{52}{14} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{52}}{2}$

152- مثلثی با رأس‌های $A(1, 5), B(7, 3), C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC، کدام است؟
 مساحت $\Delta ABC = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| = \frac{1}{2} |1(3 - (-2)) + 7(-2 - 5) + 2(5 - 3)| = \frac{1}{2} |5 - 21 + 4| = \frac{12}{2} = 6$
 طول $BC = \sqrt{(7-2)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
 ارتفاع $h = \frac{2 \cdot \text{Area}}{BC} = \frac{12}{5\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$

153- اندازه اضلاع متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟
 در ΔMAB : $\frac{x}{x+5} = \frac{5}{9} \Rightarrow x = \frac{25}{4}$
 در ΔMDC : $\frac{y}{y+7} = \frac{7}{9} \Rightarrow y = \frac{49}{2}$
 محیط $\Delta MAB = \frac{25}{4} + \frac{25}{4} + 5 = \frac{50}{4} + 5 = \frac{25}{2} + 5 = \frac{35}{2}$

154- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD، کدام است؟
 در ΔABC : $BC = \sqrt{3+4} = \sqrt{7}$
 در ΔABD : $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
 در ΔHCD : $HD = \frac{CD \cdot AC}{BC} = \frac{1 \cdot 2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$
 مساحت $\Delta ABD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$
 مساحت $\Delta HCD = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot HD = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$
 نسبت: $\frac{1/\sqrt{7}}{3/\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$

155- محل انجام محاسبات $\frac{\sqrt{2}}{1}$

156- $14a - r + h^2 = lu \Rightarrow r^2 = lu - h^2 \Rightarrow r = \sqrt{lu - h^2}$
 $v = \frac{1}{2} \pi r^2 h = \frac{1}{2} \pi (lu - h^2) h = \frac{1}{2} \pi (luh - h^3) \Rightarrow luh - h^3 = 0 \Rightarrow h = \frac{lu}{3}$

157- $A(1,0), B(7,5), C(2,-2)$
 معادله BC : $m_{BC} = 1, y+5 = x-7 \Rightarrow y = x-12$
 معادله AC : $m_{AC} = -1, y-0 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+1$
 نقطه H : $x-12 = -x+1 \Rightarrow 2x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{2}, y = -\frac{13}{2}+1 = -\frac{11}{2}$
 $AH = \sqrt{(1-\frac{13}{2})^2 + (0+\frac{11}{2})^2} = \sqrt{\frac{144}{4} + \frac{121}{4}} = \sqrt{\frac{265}{4}} = \frac{\sqrt{265}}{2}$
 $d = \frac{12 + \sqrt{265} - (2 + \sqrt{265})}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضی کنکور تجربی 99 - مهندس عبدالعزیز پرهیز

مدرس ریاضیات مدارس شهرستان بندرترکمن - گلستان ۰۹۳۷۱۲۲۲۰۳۵