



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۱۸ مهر ۱۳۹۹
(مباحث ۲ آبان ۹۹)



گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
فریده هاشمی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرمجو	حروفنگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

تابع

صفحه‌های ۱ تا ۱۸

۱- نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در

انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده است، کدام است؟

$$y = 2f(1-x) \quad (۱) \quad y = -2f(x+1) \quad (۲)$$

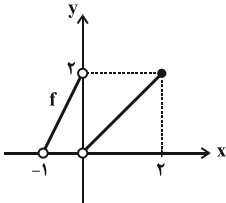
$$y = f(-2x+2) \quad (۳) \quad y = -f(2x+2) \quad (۴)$$

۲- اگر $D_f = [-4, 1]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = 2f(2x) - f(x+2)$ کدام است؟

$$[-6, -\frac{1}{2}] \quad (۱) \quad [-3, 1] \quad (۲)$$

$$[-6, -2] \quad (۳) \quad [-2, -1] \quad (۴)$$

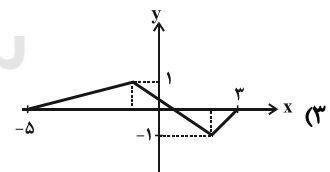
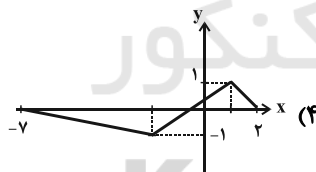
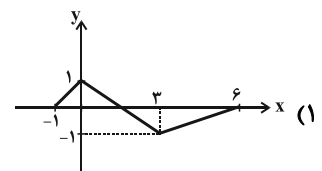
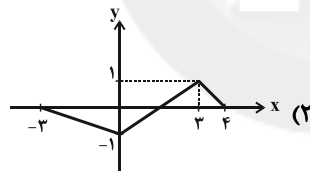
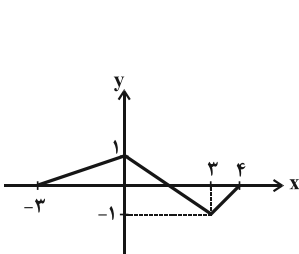
۳- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه و برد تابع $g(x) = 4f\left(1 - \frac{x}{3}\right) - 1$ چند عضو مشترک صحیح دارند؟



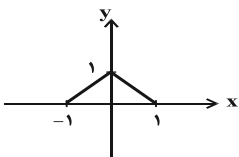
$$۷ \quad (۱) \quad ۶ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴)$$

۴- اگر نمودار $y = -f(x-2)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟



۵- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ است. تابع $y = -2f(2-x)$ روی کدام بازه صعودی است؟



$$[1, 2] \quad (۱) \quad [2, 3] \quad (۲)$$

$$[-1, 0] \quad (۳) \quad [-2, -1] \quad (۴)$$

۶- اگر $f = \{(1, a), (4, 3), (2, 5), (0, 6)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 4), (4, 2), (2a, 0)\}$ باشد، به ازای کدام بازه برای مقادیر a تابع

$f \circ g$ اکیداً صعودی است؟

$$(0, 3) \quad (۱) \quad (1, 3) \quad (۲) \quad (2, 3) \quad (۳) \quad (2, 3) \quad (۴)$$

۷- اگر f تابعی اکیداً یکنوا باشد، کدام یک از توابع زیر، به طور قطع اکیداً صعودی است؟

$$f^2 \quad (۱) \quad |f| \quad (۲)$$

$$f \circ f \quad (۳) \quad f + |f| \quad (۴)$$



۸- اگر $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، وضعیت یکنوایی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) غیر یکنوا
(۲) صعودی
(۳) نزولی
(۴) هم صعودی و هم نزولی

۹- تابع $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ روی بازه $\left[-\frac{1}{2}, k\right]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۲

۱۰- تابع f روی مجموعه اعداد حقیقی اکیداً صعودی است و $f(2) = 0$ است. دامنه تعریف تابع $g(x) = \sqrt{f(x)f(-2x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-2, 2]$
(۲) $[-1, +\infty)$
(۳) $[-1, 2]$
(۴) $(-\infty, 2]$

هندسه ۳
ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۹ تا ۲۳

هندسه ۳

۱۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2y \\ -5 & z \end{bmatrix}$ و $2A^{-1} = B$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۲
(۳) -۲
(۴) -۵

۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4a-1 & -14 \\ 5 & a-10 \end{bmatrix}$ باشد، به ازای کدام مقادیر a ، ماتریس $3A^{-1} + B$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) ۷ و ۱۱
(۲) ۳ و ۴
(۳) ۳ و ۷
(۴) ۴ و ۱۱

۱۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $(A^3 + A^2 + A - I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) I
(۲) $2I$
(۳) $-\frac{1}{2}I$
(۴) $-2I$

۱۴- ماتریس $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ با تعریف $a_{ij} = 2i + j$ مفروض است. اگر مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس A برابر ۴۵ باشد، آنگاه

مجموع درایه‌های سطر دوم این ماتریس کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۳۵
(۴) ۴۰

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ و $\frac{1}{2}A^T B = I$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{7}{12}$
(۴) $\frac{3}{4}$



۱۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه، $B = 4A + 3I$ و $A^2 = 2A - I$ باشد، ماتریس B^2 برابر کدام است؟

$$(1) \quad 14B - 49I$$

$$(2) \quad 14B - 42I$$

$$(3) \quad 56B - 7I$$

$$(4) \quad 56B - 49I$$

۱۷- اگر مجموع درایه‌های ماتریس مربعی A برابر (-2) و $(A+I)^2 = I$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A^6 کدام است؟

$$(1) \quad -32$$

$$(2) \quad -64$$

$$(3) \quad 32$$

$$(4) \quad 64$$

۱۸- اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & z \end{bmatrix}$ در رابطه $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ صدق کنند، آنگاه کدام یک از مقادیر

زیر به صورت منحصر به فرد مشخص نمی‌شود؟

$$(1) \quad x$$

$$(2) \quad y$$

$$(3) \quad z$$

$$(4) \quad \text{رابطه هیچگاه برقرار نیست.}$$

۱۹- اگر ماتریس B ، وارون ماتریس مربعی A از مرتبه ۲ و $A - B = 2I$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس

$$(A+B)(A^2 - B^2)$$

$$(1) \quad 16$$

$$(2) \quad 32$$

$$(3) \quad 48$$

$$(4) \quad 64$$

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس A^{-1} با کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر است؟

$$(1) \quad A^{100}$$

$$(2) \quad A^{200}$$

$$(3) \quad A^{300}$$

$$(4) \quad A^{400}$$

۲۱- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ باشد، آنگاه a_{ij} کدام است؟

$$(1) \quad a_{ij} = \begin{cases} i-j & ; i < j \\ 0 & ; i = j \\ i+j & ; i > j \end{cases}$$

$$(2) \quad a_{ij} = \begin{cases} j-1 & ; i < j \\ 0 & ; i = j \\ i+1 & ; i > j \end{cases}$$

$$(3) \quad a_{ij} = \begin{cases} i-1 & ; i \leq j \\ j+1 & ; i > j \end{cases}$$

$$(4) \quad a_{ij} = \begin{cases} j-i & ; i \leq j \\ i+j & ; i > j \end{cases}$$

۲۲- کدام یک از قوانین زیر برای جمع ماتریس‌ها به‌طور نادرست بیان شده است؟ (A ، B و C سه ماتریس هم‌مرتبه هستند).

$$(1) \quad \text{خاصیت جابه‌جایی: } A+B = B+A$$

$$(2) \quad \text{خاصیت شرکت‌پذیری: } A+(B+C) = (B+C)+A$$

$$(3) \quad \text{خاصیت عضو خنثی: } A+\bar{O} = \bar{O}+A = A$$

$$(4) \quad \text{خاصیت عضو قرینه: } A+(-A) = (-A)+A = \bar{O}$$



۲۳- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس BA کدام یک از ماتریس‌های زیر می‌تواند باشد؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 11 & 1 \end{bmatrix}$

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^4 کدام است؟

(۱) A (۲) A^2

(۳) \bar{O} (۴) I

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \alpha A + \beta I$ باشد، دو تایی مرتب (α, β) کدام است؟

(۱) $(2, 11)$ (۲) $(2, 13)$ (۳) $(4, 11)$ (۴) $(4, 13)$

۲۶- اگر $A^2 = 4A - 3I$ و $A^{-1} = mA + nI$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۲۷- اگر A یک ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $A^2 = 2I$ باشد، آنگاه وارون ماتریس $3A + 4I$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}(-3A + 4I)$ (۲) $\frac{1}{3}(-3A + 4I)$

(۳) $\frac{1}{2}(3A - 4I)$ (۴) $\frac{1}{3}(3A - 4I)$

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^{-1}(A + 2I)$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -3 & 10 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -13 & 6 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -11 & 9 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -13 & 10 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ ، I ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی باشند به طوری که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ ، آنگاه مقدار β کدام

است؟

(۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۳۰- اگر $(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $A(A - 2I)^{-1}$ کدام است؟

(۱) 11 (۲) 9 (۳) 5 (۴) 16



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۱ تا ۱۷

۳۱- در یک تقسیم، مقسوم علیه ۱۷ و باقی مانده ۹ است. اگر بدون تغییر مقسوم علیه، ۵۰ واحد به مقسوم

اضافه کنیم، باقی مانده و خارج قسمت چه تغییری می کنند؟

(۱) خارج قسمت ۴ واحد زیاد می شود و باقی مانده ۲ واحد کم می شود.

(۲) خارج قسمت ۳ واحد و باقی مانده ۷ واحد زیاد می شود.

(۳) خارج قسمت ۳ واحد زیاد می شود و باقی مانده یک واحد کم می شود.

(۴) خارج قسمت ۴ واحد و باقی مانده ۲ واحد زیاد می شود.

۳۲- اگر a عددی صحیح و زوج باشد و $b | a + 3$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد $3 - a^2 + b^2$ بر ۸ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) صفر

۳۳- اگر a و b دو عدد حقیقی غیر صفر و نابرابر باشند، آنگاه چند زوج مرتب (a, b) وجود دارد به گونه‌ای که رابطه

$$\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

برقرار باشد؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

۳۴- اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر اعداد ۴ و ۷ به ترتیب برابر ۳ و ۲ باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد a بر ۲۸ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۲۲

(۴) ۲۳

۳۵- اگر n عدد صحیح و $d = (n^2 - 4n, 5n + 6)$ عددی اول باشد، آنگاه بزرگ ترین مقدار d کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۷

(۳) ۱۱

(۴) ۱۳

۳۶- اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به طوری که $7 | 3k + 2$ ، آنگاه به ازای کدام مقدار a ، رابطه $49 | 9k^2 + 33k + a$ برقرار است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

۳۷- طول نقطه‌ای با مختصات طبیعی بر روی منحنی به معادله $xy + 8y - x^2 = 4x + 5$ کدام است؟

(۱) ۲۹

(۲) ۲۴

(۳) ۱۷

(۴) ۱

۳۸- اگر a عددی زوج باشد، به گونه‌ای که خارج قسمت و باقی مانده تقسیم عدد a بر ۳۰، با یکدیگر برابر باشند، آنگاه مجموع ارقام

بزرگترین عدد ممکن برای a کدام است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۲

(۴) ۲۶

۳۹- برای هر عدد طبیعی n ، عدد $A = n^2 + an + b^2$ زوج است. اگر a و b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند، آنگاه

حاصل ضرب ab کدام می تواند باشد؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

۴۰- اگر $p > 3$ عددی اول باشد، باقی مانده تقسیم p^2 بر ۲۴، چند مقدار متفاوت دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۲



هندسه ۱

هندسه ۱

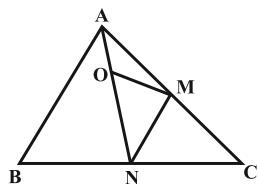
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
صفحه‌های ۲۹ تا ۵۱

۴۱- سه پاره‌خط به طول‌های ۳، x و ۲ مفروض‌اند. چند مثلث متفاوت وجود دارد که طول اضلاع آن برابر طول‌های این سه پاره‌خط باشد، به شرط آنکه در هر کدام از این مثلث‌ها، طول یکی از این پاره‌خط‌ها، واسطه هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

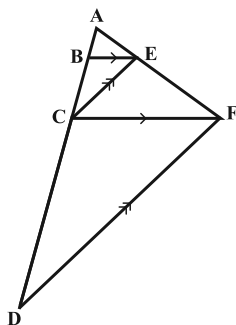
۴۲- در شکل زیر، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AC و BC قرار دارند. اگر $OA = ۲$ و $ON = ۳$ باشد، نسبت مساحت

مثلث OMN به مساحت مثلث ABC کدام است؟



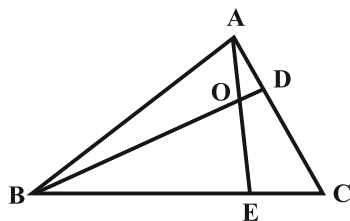
- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{3}{20}$
(۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۴۳- در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ است. اگر $AB = ۲$ ، $AE = ۳$ و $CD = ۱۲$ باشد، آنگاه مجموع طول پاره‌خط‌های BC و EF کدام است؟



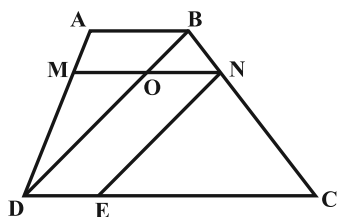
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۴۴- در شکل زیر، اگر $\frac{AD}{AC} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$ باشد، نسبت $\frac{AO}{OE}$ برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۵- در شکل زیر، $AB \parallel MN \parallel CD$ و $NE \parallel BD$ است. اگر $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ و $MO = ON$ باشد، آنگاه طول پاره‌خط CE چند برابر طول پاره‌خط AB است؟



- (۱) ۳ (۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{2}{25}$ (۴) ۲



فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
صفحه‌های ۱ تا ۲۱

فیزیک ۳

۴۶- کدام گزینه در مورد مسافت پیموده شده و جابه‌جایی در یک حرکت درست است؟

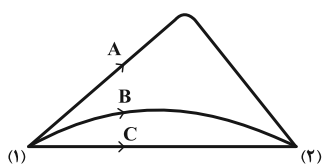
(۱) مسافت پیموده شده به مسیر حرکت بستگی ندارد.

(۲) جابه‌جایی تابعی از مسیر حرکت است.

(۳) همواره مسافت پیموده شده بزرگ‌تر از یا مساوی با اندازه جابه‌جایی است.

(۴) مسافت و جابه‌جایی هر دو کمیت‌هایی نرده‌ای هستند.

۴۷- مطابق شکل زیر، سه متحرک با تندی‌های مساوی و ثابت، سه مسیر نشان داده شده را طی می‌کنند و از مکان (۱) به مکان (۲) می‌روند. در مورد بزرگی سرعت متوسط این سه متحرک کدام مورد درست بیان شده است؟



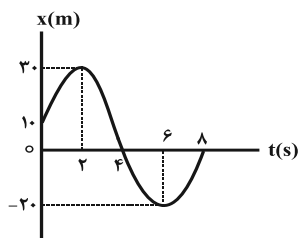
$$(v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C \quad (1)$$

(۲) $(v_{av})_A$ بیش‌تر از $(v_{av})_B$ و $(v_{av})_C$ است.

(۳) $(v_{av})_B$ بیش‌تر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_C$ است.

(۴) $(v_{av})_C$ بیش‌تر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نسبت تندی متوسط متحرک به اندازه



سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا ۶s کدام است؟

$$\frac{7}{5} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$\frac{3}{7} \quad (4) \quad \frac{7}{3} \quad (3)$$

۴۹- در مسیری مستقیم، سرعت خودروی A در مدت زمان ۸s و سرعت خودروی B در مدت زمان ۴s از صفر به $80 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) شتاب متوسط خودروی A، برابر با شتاب متوسط خودروی B است.

(۲) شتاب متوسط خودروی A، دو برابر شتاب متوسط خودروی B است.

(۳) شتاب متوسط خودروی B، دو برابر شتاب متوسط خودروی A است.

(۴) پس از ۴s از شروع حرکت، الزاماً شتاب متوسط دو خودروی A و B برابر می‌شود.

۵۰- معادله حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2/34t - 5/432$ است. اندازه جابه‌جایی

متحرک در نیم‌ثانیه ششم حرکت چند متر است؟

$$2/34 \quad (1)$$

$$5/432 \quad (2)$$

$$1/17 \quad (3)$$

$$11/7 \quad (4)$$



۵۱- معادله حرکت جسمی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -4t + 20$ است. کدام گزینه در مورد این متحرک صحیح است؟

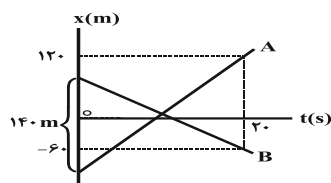
(۱) همواره به مبدأ مکان نزدیک می شود.

(۲) ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت آن حرکت می کند.

(۳) مسافت طی شده از لحظه $t = 0$ تا $t = 10$ s برابر ۲۰ متر است.

(۴) سرعت متوسط در ثانیه پنجم حرکت برابر با -4 m/s است.

۵۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت متحرک



A متر بر ثانیه از اندازه سرعت متحرک B است.

(۱) ۴، کم تر

(۲) ۱۶، بیش تر

(۳) ۴، بیش تر

(۴) ۱۶، کم تر

۵۳- با یک تفنگ بادی، گلوله ای با تندی $300 \frac{m}{s}$ به طرف شخصی که در فاصله ۶۴۰ متری قرار دارد، شلیک می شود. چند ثانیه پس از

شنیده شدن صدای شلیک توسط شخص، او فرصت دارد از راستای حرکت گلوله خارج شود؟ (تندی صوت در هوا ثابت و برابر با

$320 \frac{m}{s}$ است و فرض کنید حرکت گلوله مستقیم، افقی و با تندی ثابت است.)

(۱) $\frac{5}{7}$

(۲) $\frac{3}{14}$

(۳) $\frac{7}{19}$

(۴) $\frac{2}{15}$

۵۴- معادله حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 4$ است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه،

سرعت متحرک با سرعت متوسط آن بین لحظه های $t = 3$ s تا $t = 7$ s برابر خواهد شد؟

(۱) ۵

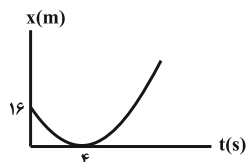
(۲) ۷

(۳) ۳

(۴) ۶

۵۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در

مدت ۱۲ ثانیه اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۴

(۲) $\frac{20}{3}$

(۳) $\frac{40}{3}$

(۴) ۴۰

۵۶- متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، در لحظه t_1 با سرعت $2 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می کند و

پس از ۴ s به مکان $x_2 = 12$ m می رسد. سرعت متحرک در مکان x_2 چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۴

(۲) ۸

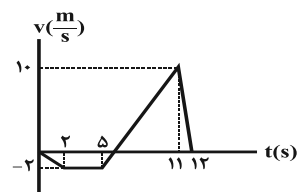
(۳) ۱۰

(۴) ۱۲



۵۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان

$x = -8m$ عبور کند، بیش ترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در بازه زمانی مشخص شده، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه خواهد



بود؟

(۱) ۵ (۲) ۶

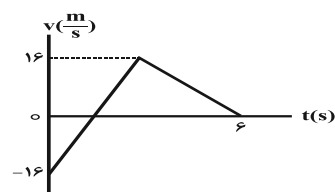
(۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۵۸- کامیونی که با سرعت $72 \frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است، ناگهان ترمز می کند و با شتاب ثابت بعد از طی مسافت

$50m$ متوقف می شود. مسافت پیموده شده در ۱ ثانیه ابتدایی ترمز چند برابر مسافت پیموده شده در ۱ ثانیه قبل از توقف است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۵۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه

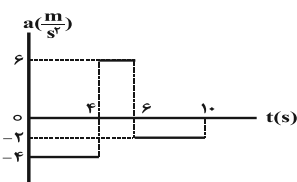


اول حرکت $4 \frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی چند متر است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۴۸

(۳) ۳۲ (۴) ۴۴

۶۰- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است، اگر این متحرک در لحظه $t = 0$ از مکان



$x = 7m$ با سرعت $4 \frac{m}{s}$ عبور کند، جابه جایی آن در ۱۰ ثانیه ابتدایی حرکتش چند متر است؟

(۱) -۴۴ (۲) -۱۲

(۳) ۴۸ (۴) ۱۲

۶۱- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت بر روی خط راست شروع به حرکت می کند. نسبت اندازه جابه جایی متحرک در ثانیه

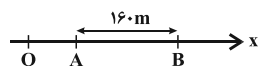
چهارم به اندازه جابه جایی آن در ثانیه سوم، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{49}{25}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۶۲- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از نقطه O و از حال سکون روی محور x ها شروع به حرکت می کند. اگر متحرک

فاصله ۱۶۰ متری بین دو نقطه A و B را در مدت ۸s طی کند، فاصله بین نقطه O و نقطه A را در چند ثانیه طی خواهد

کرد؟



(۱) ۳۶ (۲) ۱۸

(۳) ۱۲ (۴) ۶

۶۳- معادله حرکت دو متحرک که بر روی خط راست حرکت می کنند در SI به صورت $x_A = 4t^2 - 11t + 13$ و $x_B = 9t - 13$ است.

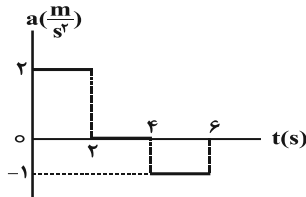
کمترین فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

(۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $0/75$



۶۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظه $t = 0$ با

بزرگی سرعت اولیه $1 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۶ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه حرکت آن



تندشونده بوده است؟

(۲) ۰/۵

(۱) صفر

(۴) ۲

(۳) ۱/۵

۶۵- متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در $\frac{5}{6}$ ابتدایی

مسیر $10 \frac{m}{s}$ و سرعت متوسط باقی مانده مسیر $4 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۱۲/۵

(۳) ۱۰

(۲) ۷

(۱) ۱۴

فیزیک ۱

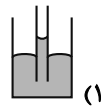
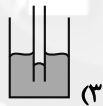
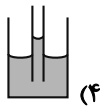
ویژگی های فیزیکی مواد
صفحه های ۵۹ تا ۹۰

فیزیک ۱

۶۶- جداره داخلی یک لوله موئین را توسط روغن چرب و جداره بیرونی آن را خشک می کنیم. لوله را به طور قائم درون

ظرف پر از آبی که جداره داخلی آن چرب است، قرار می دهیم. کدام شکل، وضع قرار گرفتن آب را به درستی نشان

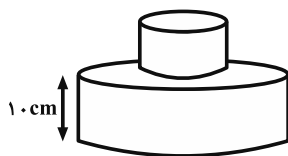
می دهد؟



۶۷- در شکل زیر، سطح مقطع قسمت استوانه ای پایین ظرف 200 cm^2 و سطح مقطع قسمت استوانه ای بالای ظرف 100 cm^2 است.

اگر ۳ لیتر از مایعی به چگالی $4 \frac{g}{\text{cm}^3}$ را در ظرف بریزیم، پس از ایجاد تعادل، اندازه نیروی ناشی از مایع که به کف ظرف وارد

می شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و مایع از ظرف بیرون نمی ریزد).



(۲) ۱۴۰

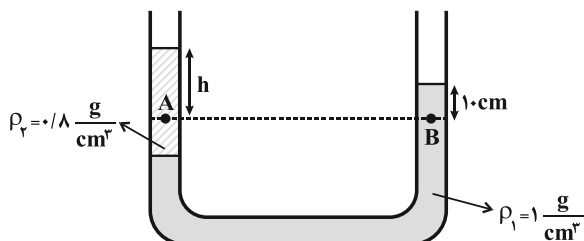
(۱) ۱۲۰

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۶۰

۶۸- در لوله U شکل زیر، دو مایع مخلوط نشدنی در حال تعادل هستند. اگر اندازه اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر با

2 kPa باشد، h چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۵

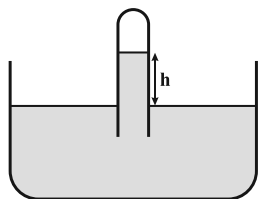
(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰



۶۹- در شکل زیر، اگر فشار گاز محبوس در انتهای لوله برابر با $72/5 \text{ cmHg}$ باشد، اختلاف ارتفاع آب در لوله و ظرف چند سانتی متر



است؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

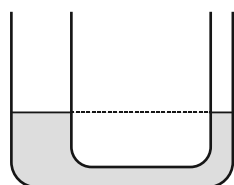
(۱) ۶۸

(۲) ۳۴

(۳) ۱۷

(۴) ۸۵

۷۰- در لوله U شکل زیر، سطح مقطع لوله سمت چپ برابر با 300 cm^2 ، سطح مقطع لوله سمت راست برابر با 100 cm^2 و آب در حال تعادل است. در شاخه سمت چپ چند گرم نفت اضافه کنیم تا بعد از ایجاد تعادل، آب در لوله سمت راست $3/6 \text{ cm}$ نسبت به



حالت اولیه بالا رود؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{نفت}} = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۱۴۴۰

(۲) ۲۱۶۰

(۳) ۷۲۰

(۴) ۵۷۶

۷۱- در ظرفی استوانه‌ای، دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های $\rho_A = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_B = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ریخته شده است به طوری که بعد از ایجاد تعادل، ارتفاع مجموعه دو مایع برابر با 20 cm است. اگر فشار کل در کف ظرف برابر با 81 cmHg باشد، ارتفاع

مایع A چند سانتی متر است؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۸

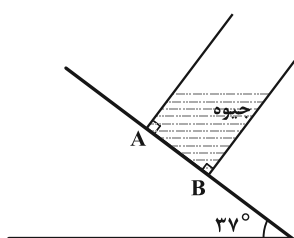
(۲) ۱۲

(۳) ۴

(۴) ۱۶

۷۲- در شکل زیر، اگر زاویه سطح شیب‌دار به اندازه 37° افزایش یابد، اختلاف فشار دو نقطه A و B چگونه تغییر می‌کند؟ (ظرف

استوانه و مساحت سطح مقطع آن 75 cm^2 است، $\pi = 3$ و $\sin 37^\circ = 0/6$)



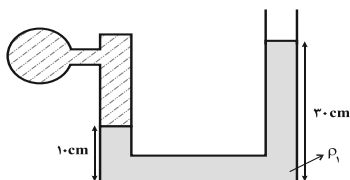
(۱) 2 cmHg افزایش می‌یابد.

(۲) 4 cmHg افزایش می‌یابد.

(۳) 3 cmHg افزایش می‌یابد.

(۴) تغییر نمی‌کند.

۷۳- در شکل زیر مایع با چگالی ρ_1 در حال تعادل است. اگر فشار گاز درون مخزن برابر با 114 kPa باشد، چگالی مایع ρ_1 چند گرم



بر سانتی متر مکعب است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 7×10^3

(۲) ۱۲

(۳) 12×10^3

(۴) ۷

۷۴- جسمی روی سطح شاره‌ای شناور است. هر چه چگالی شاره باشد، حجم شاره جابه‌جا شده است و جسم

شناور در شاره فرو می‌رود.

(۱) کمتر، بیشتر، کمتر

(۲) بیشتر، کمتر، کمتر

(۳) کمتر، کمتر، بیشتر

(۴) بیشتر، بیشتر، کمتر



۷۵- در یک تفنگ آب پاش، قطر لوله خروجی آب $\frac{1}{5}$ قطر لوله ای است که ماشه به وسیله آن نیرو وارد می کند. اگر تندی آب در جلوی

ماشه تفنگ $12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، تندی خروج آب از تفنگ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۶۰ (۳) ۳ (۴) ۰/۶

فیزیک ۲

فیزیک ۲
الکتریسته ساکن، جریان
الکتریکی
صفحه های ۳۲ تا ۶۱

۷۶- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی را چهار برابر کنیم، بار ذخیره شده روی صفحات آن 42 nC

افزایش می یابد. بار نهایی ذخیره شده در خازن چند نانوکولن است؟ (فروریزش الکتریکی رخ نمی دهد.)

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۴۲ (۴) ۵۶

۷۷- خازن تختی که فاصله بین صفحات آن با ماده ای با ثابت دی الکتریک K به طور کامل پر شده است، توسط اختلاف پتانسیل V

پر شده و سپس از مولد جدا می شود. اگر دی الکتریک را از بین صفحه های خازن خارج کنیم، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه های خازن چند برابر می شود؟

- (۱) $\frac{1}{K^2}$ (۲) $\frac{1}{K}$ (۳) K (۴) K^2

۷۸- خازنی را که بین صفحات آن هوا است، پس از شارژ شدن از مولد جدا می کنیم. با اعمال کدام یک از تغییرات زیر در مشخصات

هندسی خازن، انرژی ذخیره شده در آن ۴ برابر می شود؟

(۱) فاصله میان صفحات خازن را $\frac{1}{4}$ برابر کنیم.

(۲) فاصله میان صفحات خازن را نصف کنیم و دی الکتریک با ثابت دی الکتریک ۲ را بین صفحات وارد کنیم.

(۳) فاصله میان صفحات خازن را ۴ برابر کنیم.

(۴) مساحت صفحات خازن و فاصله بین آنها را دو برابر کنیم.

۷۹- دو صفحه خازن تختی را که فاصله بین صفحات آن با ماده ای با ثابت دی الکتریک ۹ به طور کامل پر شده است، به دو سر مولدی

۱۲۰ ولتی وصل می کنیم. اگر در این حالت، دی الکتریک را از بین صفحات خازن خارج کنیم، ولتاژ دو سر مولد چند ولت باید

افزایش یابد تا انرژی ذخیره شده در خازن تغییری نکند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۱۲۰

۸۰- اگر برای انتقال 5×10^{16} الکترون از صفحه مثبت به صفحه منفی یک خازن با ظرفیت $10 \mu\text{F}$ با تندی ثابت، 20 J انرژی احتیاج

باشد، بار اولیه خازن چند میلی کولن بوده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) ۲۱ (۲) ۴۲ (۳) ۲۵ (۴) ۵۰

۸۱- اگر تعداد 5×10^{20} الکترون در مدت زمان 40 s به صورت خالص از مقطع مداری عبور کند، جریان الکتریکی متوسط عبوری از

مدار چند آمپر است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$



۸۲- مقاومت الکتریکی استوانه‌ای توخالی از جنس مس به شعاع خارجی ۱۰cm و شعاع داخلی ۵cm برابر با 0.64Ω است. اگر

فضای خالی داخلی این استوانه را با مس به‌طور کامل پر کنیم، مقاومت الکتریکی آن چند اهم می‌شود؟

- (۱) ۰/۱۶ (۲) ۰/۳۶ (۳) ۰/۴۸ (۴) ۰/۷۲

۸۳- دمای رشته سیمی از جنس نقره را چند کلوین افزایش دهیم تا مقاومت ویژه آن 0.41 درصد افزایش یابد؟

$$\left(\alpha_{\text{نقره}} = 4/1 \times 10^{-3} (\text{K}^{-1}) \right)$$

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۰۰

۸۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) مقاومت‌های پیچهای معمولاً از جنس آلیاژی مانند نیکروم و منگانین هستند.

(۲) مقاومت‌های پیچهای برای به‌دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و توان‌های پایین ساخته می‌شوند.

(۳) اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما، در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش استفاده می‌شود.

(۴) مقاومت‌های ترکیبی معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها یا لایه‌های نازک فلزی ساخته می‌شوند.

۸۵- سیمی به طول ۱۰cm و سطح مقطع 5cm^2 دارای مقاومت 32Ω است. اگر سیم را ۴ بار متوالی از وسط تا کنیم، مقاومت آن چند

اهم می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{8}$

شیمی ۳
مولکول‌ها در خدمت
تندرستی
صفحه‌های ۱ تا ۲۸

شیمی ۳

۸۶- همه عبارتهای زیر درست هستند، به جز...

(۱) رنگ پوششی همانند سس مایونز و ژله نمونه‌هایی از کلویدها هستند.

(۲) سطح بیرونی لکه چربی احاطه شده با مولکول‌های صابون در آب، دارای بار الکتریکی منفی است.

(۳) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا کمتر از آب چشمه است، زیرا آب دریا حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} است.

(۴) وازلین همانند روغن زیتون در هگزان مخلوط ناهمگن ایجاد می‌کند.

۸۷- اگر در واکنش صابون $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONH}_4$ با نمونه‌ای از آب سخت دارای یون منیزیم، $157/5$ گرم رسوب تشکیل شده باشد،

جرم اولیه صابون چند گرم است؟ (۳۵ درصد از صابون وارد واکنش با آب سخت می‌شود).

$$(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱) ۲۳۱ (۲) ۲۳/۱ (۳) ۴۶۲ (۴) ۴۶/۲

۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) صابون ماده‌ای است که هم در آب و هم در چربی مخلوط همگن پدید می‌آورد.

(۲) صابون جامد را می‌توان از گرم کردن روغن زیتون یا دنبه با پتاسیم هیدروکسید تهیه کرد.

(۳) صابون مراغه به‌دلیل برخورداری از خاصیت بازی برای موهای چرب مناسب است.

(۴) سوسپانسیون برخلاف محلول، ناهمگن بوده و نور هنگام عبور از آن پخش می‌شود.



۸۹- کدام موارد از عبارتهای زیر درست اند؟

- (الف) واکنش مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر Al با آب گرماده بوده و با تولید گاز هیدروژن همراه است.
 (ب) پاک کننده‌هایی مانند $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16} - \text{COO}^- \text{K}^+$ بر اساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.
 (پ) سدیم هیدروکسید و سفید کننده‌ها از نظر شیمیایی فعال هستند اما بر خلاف جوهر نمک خاصیت خوردگی ندارند.
 (ت) آرنیوس نشان داد که محلول همهٔ اسیدها و بازها رسانای قوی جریان الکتریکی هستند.
 (ث) پیش از شناخته شدن ساختار اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.
- (۱) الف، ب و پ (۲) پ، ت و ث (۳) الف، ب و ث (۴) ب، ت و ث

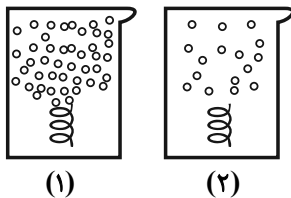
۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) میزان چسبندگی لکه‌های چربی بر روی پارچه پلی‌استر بیشتر از پارچهٔ نخی است.
 (۲) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب خالص 20°C کمتر از آب خالص 50°C است.
 (۳) استفاده از آنزیم‌ها سبب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شود.
 (۴) قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد.
- ۹۱- هرگاه مقداری هیدروژن فلوئورید را به آب اضافه کنیم،.....

- (۱) در دمای ثابت با گذشت زمان، این اسید بیشتر یونیده شده و مقدار K_a افزایش می‌یابد.
 (۲) با گذشت زمان سرعت تولید یون هیدرونیوم تا رسیدن به تعادل افزایش می‌یابد.
 (۳) با گذشت زمان و کاهش غلظت واکنش دهنده، سرعت تولید HF افزایش می‌یابد.
 (۴) غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول برابر می‌ماند، زیرا سرعت تولید هرگونه با سرعت مصرف آن یکسان است.
- ۹۲- اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم و اسید HA در دمای معین در محلول آبی اسید HA به ترتیب برابر 5×10^{-5} مولار و $6 / 25 \times 10^{-2}$ مولار باشد، ثابت یونش اسید HA در این محلول کدام است؟

- (۱) 8×10^{-9} (۲) 4×10^{-9} (۳) 4×10^{-8} (۴) 8×10^{-8}

۹۳- شکل مقابل واکنش دو قطعه نوار منیزیم یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما، حجم و غلظت یکسان نشان می‌دهد. کدام



(۱)

(۲)

گزینه در مورد آن درست است؟

- (۱) گاز تولید شده در هر دو ظرف گاز اکسیژن است.
 (۲) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) از اسید موجود در ظرف (۲) کمتر است.
 (۳) پیش از انجام واکنش، pH اسید موجود در ظرف (۱) کمتر از pH اسید موجود در ظرف (۲) است.
 (۴) پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدروکسید در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است.

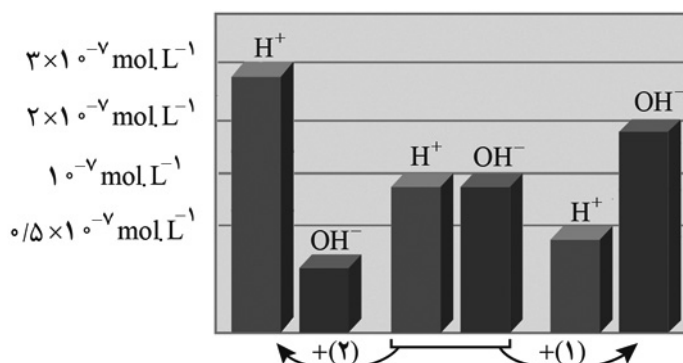
۹۴- در دمای اتاق در محلولی نسبت غلظت مولار یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم برابر 10^8 است. pH این محلول در این دما کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳



۹۵- با توجه به شکل که تغییر غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را هنگام افزودن هر یک از مواد (۱) و (۲) به یک لیتر آب

خالص نشان می‌دهد، (۱) و (۲) به ترتیب چه محلول‌هایی می‌توانند باشند؟



(۱) ۱ لیتر محلول 3×10^{-7} مولار NaOH - ۱ لیتر محلول 5×10^{-7} مولار HCl

(۲) ۱ لیتر محلول 10^{-7} مولار NaOH - ۱ لیتر محلول 10^{-7} مولار HCl

(۳) 0.5 لیتر محلول 10^{-7} مولار HCl - ۱ لیتر محلول 2×10^{-7} مولار KOH

(۴) ۱ لیتر محلول 10^{-7} مولار HCl - ۱ لیتر محلول 2×10^{-7} مولار KOH

شیمی ۱
کیهان زادگاه انبای
هستی + ردبای گازها
در زندگی
صفحه‌های ۲۴ تا ۵۲

شیمی ۱

۹۶- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) نیلز بور بر این باور بود که از بررسی تعداد و جایگاه نوارهای رنگی، می‌توان اطلاعات ارزشمندی از ساختار اتم هیدروژن به دست آورد.

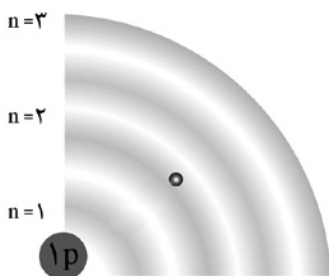
(۲) در ساختار لایه‌ای اتم، هر بخش پررنگ، مهم‌ترین بخش از یک لایه الکترونی را نشان می‌دهد که الکترون‌های آن لایه، بیشتر وقت خود را

در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند.

(۳) کوانتومی بودن داد و ستد انرژی به این معنا است که الکترون هنگام انتقال از یک لایه به لایه

بالتر، انرژی را به صورت پیمانه‌ای، جذب می‌کند.

(۴) شکل مقابل الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن را نشان می‌دهد.



۹۷- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) طیف نشری خطی هیدروژن در ناحیه مرئی، به دلیل بازگشت الکترون‌های برانگیخته به حالت پایه ایجاد می‌شود.

(ب) با تعیین دقیق طول موج نوارهای رنگی طیف نشری خطی اتم‌های مختلف می‌توان تصویر دقیقی از آرایش الکترونی اتم یافت.

(پ) لایه نخست الکترونی در عنصرهای دوره اول و لایه دوم الکترونی در عنصرهای دوره دوم کاملاً پُر است.

(ت) تعداد الکترون‌های با $n+1=4$ در Ca ، برابر با تعداد الکترون‌های با $n+1=3$ در اتم Al است.

(۱) الف و ب (۲) ب و ت (۳) پ و ت (۴) ب، پ و ت

۹۸- کدام گزینه در مورد نخستین عنصری که تعداد الکترون‌های لایه سوم اتم آن به ۱۳ می‌رسد، درست است؟

(۱) دارای ۶ زیرلایه الکترونی کاملاً پُر است. (۲) دارای دو الکترون با $n=4$ است.

(۳) بیرونی‌ترین زیرلایه آن نیم‌پُر است. (۴) دارای یک الکترون ظرفیتی است.



۹۹- کدام گزینه درست است؟

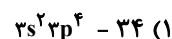
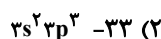
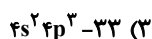
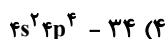
(۱) اگر آرایش الکترونی کاتیون X^{2+} به $3d^4$ ختم شود، اتم X دارای ۱۲ الکترون با I فرد است.

(۲) آرایش الکترونی Zn^{2+} ، Cu^+ و Ni یکسان است.

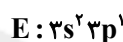
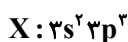
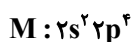
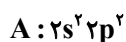
(۳) گنجایش لایه‌ها و زیرلایه‌ها را می‌توان به ترتیب با دنباله‌های $2n^2$ و $2l+2$ نشان داد.

(۴) از آنجایی که مجموع n و l در زیرلایه $4f$ از ۶۸ بیش‌تر است، زودتر از آن الکترون پُر می‌شود.

۱۰۰- عدد اتمی عنصری که با X هم‌دوره و با Y هم‌گروه است برابر بوده و آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن به صورت است.



۱۰۱- اگر آرایش الکترونی لایه ظرفیت عنصرهای A ، M ، X ، D و E به صورت زیر باشد، چند مورد از عبارات‌های زیر، درست است؟



(الف) برای تشکیل یک مول از ترکیب یونی AM_4 ، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

(ب) نسبت تعداد آنیون به کاتیون در ترکیب حاصل از دو عنصر E و M برابر $\frac{3}{4}$ است.

(پ) عنصر D ، فراوان‌ترین گاز نجیب هوا که از نظر درصد حجمی است.

(ت) ترکیب حاصل از X و M همانند ترکیب حاصل از E و M یک ترکیب یونی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۲- عنصر X در دوره چهارم و گروه یازدهم جدول تناوبی قرار دارد. کدام مطلب در مورد عنصر X نادرست است؟

(۱) آرایش الکترونی کاتیون آن در ترکیب XCl_4 به صورت $[Ar]3d^4$ است.

(۲) در بیرونی‌ترین زیرلایه عنصر X ، یک الکترون وجود دارد.

(۳) آرایش الکترونی عنصر X ، طبق قاعده آفا به صورت $4s^1 3d^1 [Ar]$ است.

(۴) مجموع تعداد الکترون‌های زیرلایه $l=0$ آن، با تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر Br برابر است.

۱۰۳- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در دما و فشار اتاق، هفت عنصر به صورت مولکول‌های دو اتمی وجود دارند.

(۲) در ترکیب یونی MgO ، اتم‌های دو عنصر با داد و ستد یک الکترون به یون تبدیل می‌شوند.

(۳) در ساختار الکترون - نقطه‌ای اتم Si ، ۴ نقطه در اطراف نماد این اتم وجود دارد.

(۴) در ساختار الکترون - نقطه‌ای هر اتم، فقط الکترون‌های ظرفیتی در اطراف نماد آن عنصر نمایش داده می‌شود.

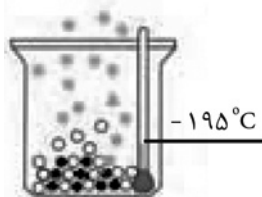
۱۰۴- با توجه به شکل زیر که جدا شدن برخی گازها از هوای مایع را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) گوی‌های سفید نشان‌دهنده گازی است که در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

(۲) گوی‌های خاکستری، گازی را نشان می‌دهند که جانداران ذره‌بینی به منظور مصرف گیاهان آن را تثبیت می‌کنند.

(۳) گوی‌های مشکی حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهند.

(۴) گوی‌های سفید را در پتروشیمی از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌کنند.



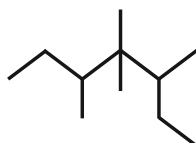


۱۰۵- دما در ابتدای لایه استراتوسفر ($h_0 = 10 \text{ km}$) در حدود 55°C - است. اگر در این لایه، با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر دما در حدود $1/55^\circ\text{C}$ افزایش یابد، دما در ارتفاع ۵۰ کیلومتری از سطح زمین در این لایه چند کلوین خواهد بود؟ (تغییرات دما با ارتفاع را به صورت خطی در نظر بگیرید.)

(۱) +۷ (۲) -۷ (۳) ۲۶۶ (۴) ۲۸۰

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را
بدانیم + در پی غذای سالم
صفحه‌های ۲۸ تا ۵۸



شیمی ۲

۱۰۶- نام آلکانی با فرمول نقطه - خط زیر کدام است؟

(۱) ۳، ۴، ۴، ۵- تترا متیل هپتان

(۲) ۳، ۴، ۴- تری متیل هگزان

(۳) ۱- اتیل - ۳، ۳، ۴- تری متیل هگزان

(۴) ۳، ۴، ۵- تری متیل هپتان

۱۰۷- کدام گزینه درست است؟

(۱) از واکنش گاز اتن با برم مایع، ۱، ۲- دی برمواتن تهیه می‌شود.

(۲) فراورده واکنش گاز اتن با آب، یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است که خاصیت ضد عفونی کننده دارد.

(۳) برای شناسایی اتن از اتین می‌توان از واکنش این مواد با بخار برم استفاده کرد.

(۴) نام دیگر گاز اتن، استیلن بوده و برای جوش کاری و برش کاری استفاده می‌شود.

۱۰۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد نفت خام درست است؟

(الف) نفت خام مخلوطی از مواد شیمیایی مختلف است که بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در آن را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند.

(ب) بخش عمده نفت خام به‌عنوان خوراک پتروشیمی برای تولید مواد پتروشیمیایی به کار می‌رود.

(پ) اندازه مولکول‌های نفت کوره کوچک‌تر از اندازه مولکول‌های نفت سفید است.

(ت) میزان فراریت گازوئیل از بنزین کمتر و از نفت کوره بیشتر است.

(ث) در برج تقطیر مولکول‌های سبک‌تر و فرارتر نفت خام از قسمت‌های پایین برج خارج و جداسازی می‌شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۹- کدام گزینه در رابطه با نام‌گذاری آلکان‌ها درست است؟

(۱) نام ترکیب $(\text{CH}_3)_2\text{C}(\text{C}_2\text{H}_5)_2$ ، ۲- اتیل - ۲- متیل بوتان است.

(۲) اگر سه گروه متیل و یک گروه اتیل به یک کربن متصل شده باشد، زنجیر اصلی ترکیب به‌وجود آمده ۵ کربنه خواهد بود.

(۳) نام «۲، ۳- دی متیل پروپان» نادرست و نام درست این ترکیب «۲- متیل بوتان» است.

(۴) نام ۳- اتیل - ۳، ۲- دی متیل پنتان نادرست است.



۱۱۰- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره مولکول نفتالن درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(الف) از واکنش هر مول از آن در شرایط مناسب با ده گرم گاز هیدروژن، یک ترکیب سیر شده به دست می آید.

(ب) از خانواده آروماتیکها بوده، و فرمول مولکولی آن C_8H_{10} است.

(پ) مدتها به عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

(ت) در ساختار آن ۸ پیوند اشتراکی میان اتمهای هیدروژن و اتمهای کربن وجود دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۱- در واکنش سوختن کامل آلکانی در شرایط STP، $179/2L$ گاز تولید شده است و $416g$ گاز اکسیژن مورد استفاده قرار گرفته

است. فرمول شیمیایی هیدروکربن مورد نظر کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) C_5H_{12} (۲) C_6H_{14} (۳) C_7H_{16} (۴) C_8H_{18}

۱۱۲- در ترکیب ۳- اتیل - ۲، ۳- دی متیل پنتان نسبت تعداد اتمهای کربن به هیدروژن کدام است؟

(۱) ۰/۹ (۲) ۰/۵۵ (۳) ۰/۴۵ (۴) ۰/۳۵

۱۱۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست اند؟

(الف) کاهش جرم خورشید به عنوان تنها منبع حیاتبخش انرژی، تبدیل ماده به انرژی را تأیید می کند.

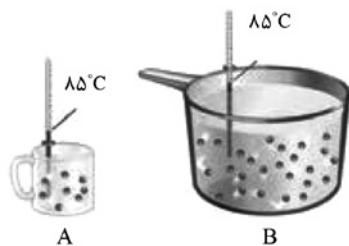
(ب) یکی از راههای پیشگیری از ابتلا به پوکی استخوان مصرف موادی حاوی کلسیم است.

(پ) سرانه مصرف ماده غذایی، به بیشترین مقدار مصرف آن به ازاء هر فرد در یک گستره زمانی معین گفته می شود.

(ت) تنها راه آزاد شدن انرژی مواد، سوزاندن آنها است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۴- چند مورد از موارد زیر در ظرف A و B با هم برابر است؟ (هر دو ظرف محتوی آب است).



* میانگین انرژی جنبشی ذرههای سازنده

* میانگین تندی ذرههای سازنده

* انرژی گرمایی محتویات موجود در هر ظرف

* مجموع انرژی جنبشی ذرههای سازنده

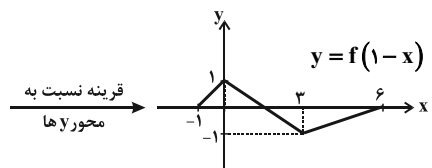
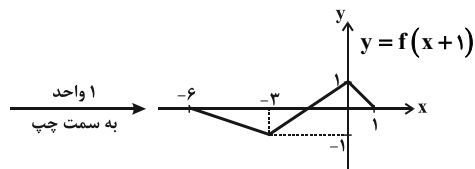
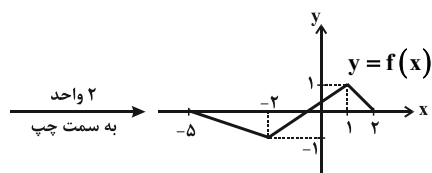
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- برای افزایش دمای یک گلوله آهنی با حجم $21cm^3$ به اندازه $10^\circ C$ ، چند کالری گرما لازم است؟ (چگالی آهن = $7/8g.cm^{-3}$ ،

گرمای ویژه آهن = $0/45J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ ؛ هر کالری را به تقریب معادل $4/2J$ در نظر بگیرید.)

(۱) ۷۳۷/۱ (۲) ۱۷۵/۵

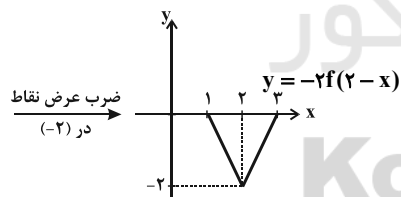
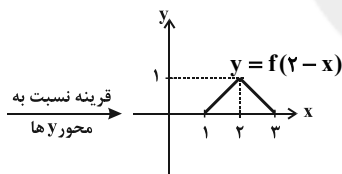
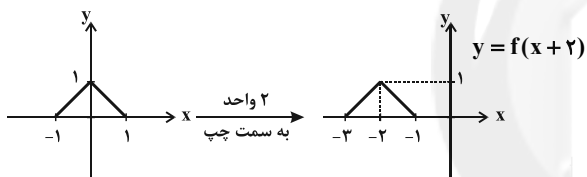
(۳) ۰/۷۳۷۱ (۴) ۰/۱۷۵۵



۵- گزینه «۲»

سعی می‌کنیم نمودار تابع $y = -2f(2-x)$ را از روی نمودار $y = f(x)$

رسم کنیم:



بنابراین نمودار تابع $y = -2f(2-x)$ در بازه $[2, 3]$ صعودی است.

۶- گزینه «۴»

با ساختن تابع $f \circ g$ داریم:

$$f \circ g = \{(2, a), (3, 3), (4, 5), (2a, 6)\}$$

برای اینکه این تابع اکیداً صعودی باشد، کافی است شروط زیر برقرار باشند:

(۱) $a < 3$

(۲) $2a > 4 \Rightarrow a > 2$

$(1) \cap (2) \rightarrow a \in (2, 3)$

حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

یک واحد به چپ $y = f(x) \rightarrow y = f(x+1)$

قرینه نسبت به محور عرض‌ها $y = f(x) \rightarrow y = f(-x+1)$

دو برابر کردن عرض نقاط $y = f(x) \rightarrow y = 2f(-x+1)$

۲- گزینه «۴»

ابتدا دامنه توابع $y_1 = f(x+2)$ و $y_2 = f(2x)$ را به دست می‌آوریم:

$$-4 \leq x+2 \leq 1 \Rightarrow -6 \leq x \leq -1 \Rightarrow D_{y_1} = [-6, -1]$$

$$-4 \leq 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow D_{y_2} = \left[-2, \frac{1}{2}\right]$$

دامنه تابع g اشتراک دامنه توابع بالاست. پس $D_g = [-2, -1]$ خواهد بود.

۳- گزینه «۳»

با توجه به نمودار تابع f ، دامنه آن بازه $\{0\} - (-1, 2]$ و برد آن بازه $(0, 2]$ است.

$$D_g : \begin{cases} -1 < 1 - \frac{x}{3} \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow -3 \leq x < 6 \\ 1 - \frac{x}{3} \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g = [-3, 6] - \{3\}$$

$$R_g : 0 < f \leq 2 \Rightarrow -1 < 4f - 1 \leq 7 \Rightarrow R_g = (-1, 7]$$

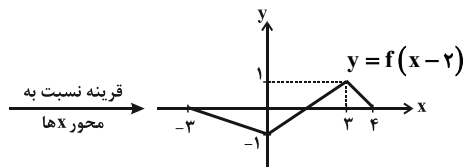
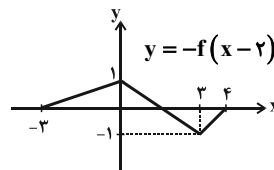
حال برای اشتراک دامنه و برد g داریم:

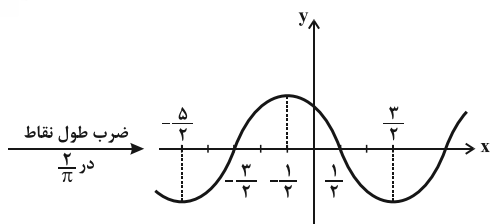
$$D_g \cap R_g = (-1, 6] - \{3\}$$

این بازه شامل اعداد صحیح صفر، ۱، ۲، ۴ و ۵ است.

۴- گزینه «۱»

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را به دست می‌آوریم:





واضح است که تابع f روی بازه $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ اکیداً نزولی است، پس حداکثر مقدار k برابر $\frac{3}{2}$ است.

۱۰- گزینه «۳»

چون تابع f اکیداً صعودی است، تابع $y = f(-2x)$ اکیداً نزولی است و محور x ها را در نقطه $x = -1$ قطع می‌کند. حال داریم:

x	-1	2
$f(x)$	-	-
$f(-2x)$	+	-
$f(x)f(-2x)$	-	+

دامنه تابع g ، شامل x هایی است که به ازای آن‌ها تابع $f(x)f(-2x)$ مقادیری نامنفی داشته باشد. بنابراین با توجه به جدول تعیین علامت فوق، $D_g = [-1, 2]$ به دست می‌آید.

هندسه ۳

$$A = \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6x - 5x} \begin{bmatrix} 2 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix} \quad \text{«۱» گزینه «۱»}$$

$$= \frac{1}{x} \begin{bmatrix} 2 & -x \\ -5 & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{x} & -1 \\ -\frac{5}{x} & 2 \end{bmatrix}$$

$$2A^{-1} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{4}{x} & -2 \\ -\frac{10}{x} & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2y \\ -5 & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = 2 \Rightarrow x = 2 \\ -\frac{10}{x} = -5 \Rightarrow x = 2 \\ 2y = -2 \Rightarrow y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$x + y + z = 2 - 1 + 4 = 5$$

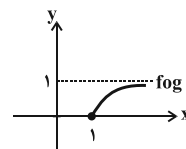
۷- گزینه «۳»

ترکیب دو تابع اکیداً صعودی یا ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، تابعی اکیداً صعودی است، پس f چه اکیداً صعودی و چه اکیداً نزولی باشد، تابع $f \circ f$ اکیداً صعودی است. برای سایر گزینه‌ها $f(x) = x$ مثال نقض است.

۸- گزینه «۲»

با توجه به تعریف دامنه ترکیب توابع، دامنه تابع $f \circ g$ بازه $[1, +\infty)$ است. همچنین ضابطه آن نیز به صورت زیر است:

$$(f \circ g)(x) = \frac{x-1}{x-1+1} = 1 - \frac{1}{x}$$



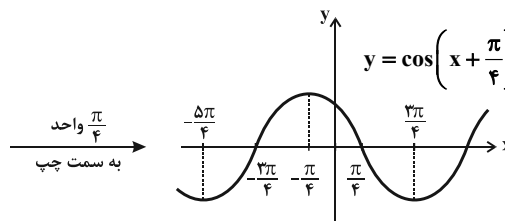
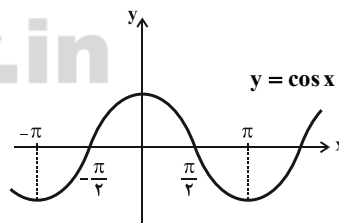
نمودار تابع $f \circ g$ ، از قرینه کردن نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ نسبت به محور x ها و سپس انتقال ۱ واحد به سمت بالا به دست می‌آید. با توجه به نمودار، واضح است که $f \circ g$ اکیداً صعودی است.

۹- گزینه «۱»

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$y = \cos x \xrightarrow{\text{واحد به چپ } \frac{\pi}{4}} y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط ضرب در } \frac{2}{\pi}} y = \cos\left(\frac{2x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$



$$y = \cos\left(\frac{2x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$



$$B \text{ مجموع درایه‌های ماتریس } = \frac{1}{۳۶}(۸+۳+۴+۶) = \frac{۲۱}{۳۶} = \frac{۷}{۱۲}$$

گزینه «۱»

$$B = ۴A + ۳I \Rightarrow ۴A = B - ۳I \Rightarrow A = \frac{B - ۳I}{۴}$$

دو ماتریس A و I تعویض پذیرند، بنابراین داریم:

$$B = ۴A + ۳I \Rightarrow B^۲ = (۴A + ۳I)^۲ = ۱۶A^۲ + ۲۴A + ۹I$$

$$= ۱۶(۲A - I) + ۲۴A + ۹I = ۵۶A - ۷I$$

$$= ۵۶\left(\frac{B - ۳I}{۴}\right) - ۷I = ۱۴B - ۴۲I - ۷I$$

$$\Rightarrow B^۲ = ۱۴B - ۴۹I$$

گزینه «۲»

$$(A + I)^۲ = I \Rightarrow A^۲ + ۲AI + I^۲ = I \Rightarrow A^۲ + ۲A + I = I$$

$$\Rightarrow A^۲ = -۲A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} A^۴ = (-۲A)^۲ = ۴A^۲$$

$$\xrightarrow{\times A^۲} A^۶ = ۴A^۴ = ۴(۴A^۲)$$

$$\Rightarrow A^۶ = ۱۶A^۲ = ۱۶(-۲A) = -۳۲A$$

$$A^۶ \text{ مجموع درایه‌های } = -۳۲ \times (-۲) = ۶۴$$

گزینه «۳»

اتحادهای جبری زمانی برای دو ماتریس مربعی برقرار هستند که آن دو ماتریس خاصیت جابه‌جایی نسبت به عمل ضرب داشته باشند (تعویض پذیر باشند)، بنابراین داریم:

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & x \\ y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۲ & x \\ y + ۲ & x + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + ۲ & x \\ y + z & z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + ۲ = ۲ \Rightarrow x = ۰ \\ x = x \\ y + ۲ = y + z \Rightarrow z = ۲ \\ x + z = z \Rightarrow x = ۰ \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می‌شود، این دو ماتریس به ازای تمامی مقادیر y تعویض پذیر هستند و مقدار y به طور منحصر به فرد مشخص نمی‌شود.

گزینه «۴»

دو ماتریس A و B که وارون یکدیگرند، تعویض پذیرند و در نتیجه اتحادهای جبری برای آنها برقرار است. در نتیجه داریم:

$$(A + B)^۲ - (A - B)^۲ = (A^۲ + B^۲ + ۲AB) - (A^۲ + B^۲ - ۲AB)$$

$$= ۴AB = ۴I$$

$$\Rightarrow (A + B)^۲ - (۲I)^۲ = ۴I \Rightarrow (A + B)^۲ = ۴I + ۴I = ۸I$$

$$(A + B)(A^۲ - B^۲) = (A + B)(A + B)(A - B)$$

$$= (A + B)^۲(A - B) = ۸I \times ۲I = ۱۶I = \begin{bmatrix} ۱۶ & ۰ \\ ۰ & ۱۶ \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر ۳۲ است.

گزینه «۴»

$$A^{-1} = \frac{1}{۳ \times ۷ - ۶ \times ۴} \begin{bmatrix} ۷ & -۶ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix} = -\frac{1}{۳} \begin{bmatrix} ۷ & -۶ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳A^{-1} = \begin{bmatrix} -۷ & ۶ \\ ۴ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳A^{-1} + B = \begin{bmatrix} -۷ & ۶ \\ ۴ & -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴a - ۱ & -۱۴ \\ ۵ & a - ۱۰ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۴a - ۸ & -۸ \\ ۹ & a - ۱۳ \end{bmatrix}$$

شرط اینکه ماتریس $۳A^{-1} + B$ وارون پذیر نباشد، آن است که دترمینان آن برابر صفر شود، بنابراین داریم:

$$|۳A^{-1} + B| = ۰ \Rightarrow (۴a - ۸)(a - ۱۳) - (-۸) \times ۹ = ۰$$

$$\Rightarrow ۴a^۲ - ۵۲a - ۸a + ۱۰۴ + ۷۲ = ۰ \Rightarrow ۴a^۲ - ۶۰a + ۱۷۶ = ۰$$

$$\xrightarrow{+۴} a^۲ - ۱۵a + ۴۴ = ۰ \Rightarrow (a - ۴)(a - ۱۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ a = ۱۱ \end{cases}$$

گزینه «۳»

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} = -I \xrightarrow{\times A} A^۳ = -A$$

$$(A^۳ + A^۲ + A - I)^{-1} = (-A - I + A - I)^{-1} = (-۲I)^{-1}$$

$$-۲I = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ \\ ۰ & -۲ \end{bmatrix} \Rightarrow (-۲I)^{-1} = \frac{1}{۲} \begin{bmatrix} -۲ & ۰ \\ ۰ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{۲} & ۰ \\ ۰ & -\frac{1}{۲} \end{bmatrix} = -\frac{1}{۲}I$$

گزینه «۳»

ماتریس A مربعی و دارای n سطر و n ستون است. داریم:

$$\text{مجموع درایه‌های ستون سوم} = ۲(۱ + ۲ + \dots + n) + \underbrace{(۳ + \dots + ۳)}_{\text{سطر } n}$$

$$= ۲ \times \frac{n(n+1)}{۲} + ۳n = n^۲ + n + ۳n$$

$$\Rightarrow n^۲ + ۴n = ۴۵ \Rightarrow n^۲ + ۴n - ۴۵ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{غ.ق.ق. } n = -۹ \\ n = ۵ \end{cases}$$

$$\text{مجموع درایه‌های سطر دوم} = ۲(\underbrace{۲ + \dots + ۲}_{\text{ستون ۵}}) + (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵)$$

$$= ۲۰ + \frac{۵ \times ۶}{۲} = ۲۰ + ۱۵ = ۳۵$$

گزینه «۳»

با توجه به رابطه $\frac{1}{۲}A^۲B = I$ ، ماتریس B وارون ماتریس $\frac{1}{۲}A^۲$ است. بنابراین داریم:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۴ & -۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۴ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۲ & -۶ \\ -۸ & ۱۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{۲}A^۲ = \begin{bmatrix} ۶ & -۳ \\ -۴ & ۸ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{۲}A^۲\right)^{-1} = \frac{1}{۶ \times ۸ - (-۳)(-۴)} \begin{bmatrix} ۸ & ۳ \\ ۴ & ۶ \end{bmatrix} = \frac{1}{۲۴} \begin{bmatrix} ۸ & ۳ \\ ۴ & ۶ \end{bmatrix} = B$$



همین درایه‌ها در ماتریس AB باشد که در بین گزینه‌ها، تنها ماتریس

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \text{ دارای این ویژگی است.}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} \text{ «گزینه ۴»}$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

«گزینه ۲»

روش اول:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha + \beta & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ -2\alpha + \beta = 9 \Rightarrow -4 + \beta = 9 \Rightarrow \beta = 13 \end{cases}$$

روش دوم: در هر ماتریس 2×2 مانند $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، همواره داریم:

$$A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I = \bar{O}$$

با توجه به رابطه $A^2 - \alpha A - \beta I = \bar{O}$ داریم:

$$\begin{cases} a+d = \alpha \Rightarrow \alpha = -2+4 = 2 \\ ad-bc = -\beta \Rightarrow \beta = bc-ad = 1 \times 5 - (-2) \times 4 = 13 \end{cases}$$

«گزینه ۱»

راه حل اول:

$$A^2 = 4A - 2I \Rightarrow A^2 - 4A = -2I \Rightarrow A(A-4I) = -2I$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}A(A-4I) = I \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2}(A-4I)$$

$$A^{-1} = mA + nI \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = \frac{2}{2} \end{cases} \Rightarrow m+n = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1$$

طبق فرض: $m+n = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1$

راه حل دوم:

$$A^{-1} = mA + nI \xrightarrow{\times A} A^{-1}A = mA^2 + nIA$$

$$\Rightarrow I = mA^2 + nA$$

$$A^2 = 4A - 2I \Rightarrow 2I = 4A - A^2 \Rightarrow I = -\frac{1}{2}A^2 + 2A$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{2}, n = 2 \Rightarrow m+n = -\frac{1}{2} + \frac{4}{2} = 1$$

«گزینه ۲»

$$A^2 = AA = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = AA^2 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

ماتریس A وارون‌پذیر است، بنابراین اگر طرفین رابطه $A^3 = I$ را در A^{-1} ضرب کنیم، داریم:

$$A^{-1} \times A^3 = A^{-1} \times I \Rightarrow \underbrace{A^{-1} \times A}_{I} \times A^2 = A^{-1} \Rightarrow A^2 = A^{-1}$$

در نتیجه ماتریس A^n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A^n = \begin{cases} A & : n = 3k + 1 \\ A^{-1} & : n = 3k + 2 \\ I & : n = 3k \end{cases}$$

با توجه به اینکه باقی‌مانده تقسیم عدد ۲۰۰ بر ۳، برابر ۲ است، پس $A^{-1} = A^{200}$ می‌باشد.

«گزینه ۴»

برای نشان دادن نادرستی گزینه‌های «۱» تا «۳»، می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

گزینه «۱»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{12} = 1 - 2 = -1$ ، $a_{12} = 1$ است، در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۱ است.

گزینه «۲»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{33} = 3 + 1 = 4$ ، $a_{33} = 3$ است، در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۵ است.

گزینه «۳»: طبق تعریف درایه a_{ij} ، $a_{12} = 1 - 1 = 0$ ، $a_{12} = 1$ است، در حالی که این درایه در ماتریس A برابر ۱ است.

«گزینه ۲»

خاصیت شرکت‌پذیری برای جمع سه ماتریس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

«گزینه ۲»

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} am + bp & an + bq \\ cm + dp & cn + dq \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} am + cn & bm + dn \\ ap + cq & bp + dq \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های روی قطر اصلی در هر دو ماتریس AB و BA یکسان و برابر $am + bp + cn + dq$ است. بنابراین ماتریسی می‌تواند برابر ماتریس BA باشد که مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن، دقیقاً برابر مجموع



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

اگر قضیه تقسیم را به صورت $a = 17q + 9$ ($q \in \mathbb{Z}$) بنویسیم، آنگاه داریم:

$$a + 50 = 17q + 59 = 17q + 51 + 8 = 17(q+3) + 8$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم ۳ واحد افزایش یافته و باقی‌مانده آن به اندازه

$$9 - 8 = 1 \text{ واحد کاهش می‌یابد.}$$

۳۲- گزینه «۲»

a عددی زوج است و در نتیجه $a + 3$ عددی فرد است، پس با توجه به رابطه

$b | a + 3$ ، b لزوماً عددی فرد است. با فرض $k, k' \in \mathbb{Z}$ داریم:

$$a^2 + b^2 - 3 = (2k)^2 + (\lambda k' + 1) - 3 = \lambda k^2 + \lambda k' - 2$$

$$= \lambda \underbrace{(k^2 + k' - 1)}_q + 6 = \lambda q + 6 \quad (q \in \mathbb{Z})$$

۳۳- گزینه «۱»

$$\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a-b} = \frac{b-a}{ab} \Rightarrow \frac{1}{a-b} = \frac{a-b}{-ab}$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = -ab \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = -ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - ab = 0 \xrightarrow{(a-b)^2 = -ab} a^2 + b^2 + (a-b)^2 = 0$$

رابطه اخیر به‌ازای هیچ دو عدد حقیقی غیرصفر و نابرابر a و b برقرار نیست،

پس هیچ زوج مرتبی مانند (a, b) وجود ندارد که در رابطه داده شده صدق

کند.

۳۴- گزینه «۴»

طبق قضیه تقسیم داریم: $(q, q' \in \mathbb{Z})$

$$\left. \begin{aligned} a &= 7q + 2 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 16 \\ a &= 4q' + 3 \xrightarrow{\times 7} 7a = 28q' + 21 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = 28(2q - q') - 5$$

$$\Rightarrow a = 28 \underbrace{(2q - q' - 1)}_k + 28 - 5$$

$$\Rightarrow a = 28k + 23 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۲۸، برابر ۲۳ است.

۲۷- گزینه «۳»

ماتریس‌های A و I تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$A^2 = 2I \Rightarrow 9A^2 = 18I \Rightarrow 9A^2 - 16I = 2I$$

$$\Rightarrow (3A + 4I)(3A - 4I) = 2I \Rightarrow (3A + 4I) \times \frac{1}{2}(3A - 4I) = I$$

$$\Rightarrow (3A + 4I)^{-1} = \frac{1}{2}(3A - 4I)$$

۲۸- گزینه «۴»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2 \times 7 - 5 \times 3} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(A + 2I) = A^{-1}A + 2A^{-1}I = I + 2A^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -14 & 10 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 10 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

۲۹- گزینه «۳»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2(-4) - (-1) \times 3} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta I = A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 3\alpha & -4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & -\alpha \\ 3\alpha & -4\alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5} \\ 2\alpha + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$$

۳۰- گزینه «۳»

$$(A - 2I)(A - 2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A - 2I)^{-1} - 2I(A - 2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A - 2I)^{-1} = I + 2(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ستون دوم} = 2 + 3 = 5$$



۳۵- گزینه «۴»

۳۸- گزینه «۳»

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = bq + r \xrightarrow[b=q]{b=30} a = 30r + r = 31r$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq r < 30$$

با توجه به رابطه $a = 31r$ ، a تنها در صورتی زوج است که r زوج باشد.بزرگ‌ترین مقدار زوج ممکن برای r ، برابر ۲۸ است، بنابراین داریم:

$$a_{\max} = 31 \times 28 = 868 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 22$$

۳۹- گزینه «۱»

اگر n عددی زوج باشد، آنگاه n^2 و an هر دو زوج هستند که با توجه بهزوج بودن عدد A ، b^2 نیز لزوماً زوج است و در نتیجه b زوج می‌باشد.اگر n عددی فرد باشد، آنگاه n^2 فرد و در نتیجه با توجه به زوج بودن اعداد A و b^2 ، an باید فرد باشد و در نتیجه a نیز عددی فرد است.بنابراین حاصل ضرب ab عددی زوج است. اگر $a = 7$ و $b = 2$ باشد،حاصل ضرب ab برابر ۱۴ می‌شود. دقت کنید که عدد ۱۶ برهیچ عدد فردی

غیر از یک، بخش‌پذیر نیست، پس نمی‌تواند به صورت حاصل ضرب یک عدد

زوج در یک عدد فرد مخالف یک نوشته شود.

۴۰- گزینه «۳»

اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k + 1$ یا $p = 6k + 5$ ($k \in \mathbb{Z}$) نوشته می‌شود (باقی‌مانده تقسیم p بر عدد ۶، برابر ۱یا ۵ است). با توجه به اینکه هر عدد به صورت $6k + 5$ معادل عددی به صورت $6k - 1$ است، داریم:

$$p^2 = (6k \pm 1)^2 = 36k^2 \pm 12k + 1 = 12k(3k \pm 1) + 1$$

اگر k عددی زوج باشد، آنگاه $12k$ و در نتیجه $12k(3k \pm 1)$ مضرب ۲۴است. اگر k عددی فرد باشد، آنگاه $3k \pm 1$ قطعاً زوج و در نتیجه $12k(3k \pm 1)$ مضرب ۲۴ است. بنابراین باقی‌مانده تقسیم p^2 بر عدد ۲۴،

همواره برابر ۱ است.

$$\left. \begin{array}{l} d \mid n^2 - 4n \xrightarrow{\times 5} d \mid 5n^2 - 20n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times n} d \mid 5n^2 + 6n \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 26n$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 26n \xrightarrow{\times 5} d \mid 130n \\ d \mid 5n + 6 \xrightarrow{\times 26} d \mid 130n + 156 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 156$$

$$\Rightarrow d \mid 2^2 \times 3 \times 13$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d به شرط آنکه عدد اول باشد، برابر ۱۳

است.

۳۶- گزینه «۴»

$$7 \mid 3k + 2 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 49 \mid (3k + 2)^2$$

$$\Rightarrow 49 \mid 9k^2 + 12k + 4 \quad (1)$$

$$7 \mid 3k + 2 \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در ۷}} 49 \mid 7(3k + 2)$$

$$\Rightarrow 49 \mid 21k + 14 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 49 \mid (9k^2 + 12k + 4) + (21k + 14)$$

$$\Rightarrow 49 \mid 9k^2 + 33k + 18$$

بنابراین در بین گزینه‌های داده شده، به ازای $a = 18$ ، رابطه برقرار است.

۳۷- گزینه «۱»

$$xy + 8y = x^2 + 4x + 5 \Rightarrow y(x + 8) = x^2 + 4x + 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 8}$$

شرط لازم برای اینکه نقطه‌ای روی این منحنی دارای مختصات طبیعی باشد، آن

است که $x + 8 \mid x^2 + 4x + 5$ (زیرا به ازای $x \in \mathbb{N}$ ، y هم مثبت خواهد

بود). بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x + 8 \mid x + 8 \xrightarrow{\times x} x + 8 \mid x^2 + 8x \\ x + 8 \mid x^2 + 4x + 5 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow x + 8 \mid 4x - 5$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 8 \mid x + 8 \xrightarrow{\times 4} x + 8 \mid 4x + 32 \\ x + 8 \mid 4x - 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 8 \mid 37$$

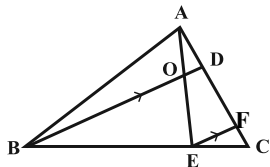
$$\Rightarrow \begin{cases} x + 8 = 37 \Rightarrow x = 29 \\ x + 8 = -37 \Rightarrow x = -45 \text{ غ.ق.} \\ x + 8 = 1 \Rightarrow x = -7 \text{ غ.ق.} \\ x + 8 = -1 \Rightarrow x = -9 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$



$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{EF} \Rightarrow EF = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$BC + EF = 4 + 6 = 10$$

گزینه ۲»



پاره خط EF را موازی با BD رسم می‌کنیم. داریم:

$$\triangle CBD : EF \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{DF} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{CF + DF}{DF} = \frac{1 + 3}{3} \Rightarrow \frac{DF}{DC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC - AD} = \frac{1}{3 - 1} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$$

$$\triangle AEF : OD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳»

$$\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{AM + MD}{MD} = \frac{1 + 3}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$\triangle ADB : OM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OM}{AB} = \frac{MD}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{4}{3} OM \quad (1)$$

از طرفی طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$$

$$\triangle CBD : NE \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BN}{NC} = \frac{DE}{CE}$$

$$\xrightarrow{DE=ON} \frac{1}{3} = \frac{ON}{CE} \Rightarrow CE = 3ON \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{CE}{AB} = \frac{3ON}{\frac{4}{3}OM} \xrightarrow{ON=OM} \frac{CE}{AB} = \frac{9}{4} = \frac{2}{25}$$

تذکر: در چهارضلعی ONED، ON ∥ DE و OD ∥ NE است، پس این

چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه ON = DE می‌باشد.

هندسه ۱

۴۱- گزینه ۴»

اگر هر بار طول یکی از این پاره‌خطها را به‌عنوان واسطه هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$1) x^2 = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : 2, \sqrt{6}, 3$$

$$2) 2^2 = 3x \Rightarrow x = \frac{4}{3} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : \frac{4}{3}, 2, 3$$

$$3) 3^2 = 2x \Rightarrow x = \frac{9}{2} \rightarrow \text{طول پاره‌خطها} : 2, 3, \frac{9}{2}$$

در هر سه حالت، شرط وجود مثلث (مجموع طول‌های هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد) برقرار است، پس سه مثلث متفاوت با شرایط داده شده قابل رسم است.

۴۲- گزینه ۲»

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، آنگاه نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{NC}{BC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ANC}} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{ON}{AN} = \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ABC}} \times \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ANC}} \times \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

۴۳- گزینه ۱»

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ACF : BE \parallel CF &\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \\ \triangle ADF : CE \parallel DF &\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{2}{BC} = \frac{2+BC}{12}$$

$$\Rightarrow BC(BC+2) = 24 \Rightarrow BC^2 + 2BC - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (BC+6)(BC-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} BC = -6 \text{ ق.ق.} \\ BC = 4 \end{cases}$$



فیزیک ۳

۴۶- گزینه ۳

در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B، همواره مسافت پیموده شده بزرگتر از یا مساوی با اندازه جابه‌جایی متحرک است. دقت کنید جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد، ولی مسافت طی شده به مسیر حرکت بستگی دارد. همچنین جابه‌جایی کمیته برداری و مسافت طی شده کمیته نرده‌ای است.

۴۷- گزینه ۴

سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید که Δx برای هر سه متحرک یکسان است ولی Δt برای متحرک C کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می‌پیماید (دقت کنید کمترین فاصله دو نقطه خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند).
بنابراین $(v_{av})_C$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

۴۸- گزینه ۳

تندی متوسط از رابطه $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ و سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. بنابراین نسبت تندی متوسط به اندازه سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{|30-10| + |-20-30|}{|-20-10|} = \frac{70}{30} = \frac{7}{3}$$

۴۹- گزینه ۳

با توجه به رابطه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

$$\Delta v_A = 8 \frac{m}{s}, \Delta t_A = 8s \Rightarrow (a_{av})_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{8}{8} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta v_B = 8 \frac{m}{s}, \Delta t_B = 4s \Rightarrow (a_{av})_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین، شتاب متوسط خودروی B، دو برابر شتاب متوسط خودروی A است.

۵۰- گزینه ۳

با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = 2 / 34 \times (0 / 5) = 1 / 17 m$$

۵۱- گزینه ۴

چون معادله مکان متحرک تابع درجه اولی از زمان است، حرکت آن با سرعت ثابت روی خطی راست است. بنابراین سرعت متوسط و لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی، یکسان و برابر با $-\frac{4m}{s}$ است که نشان می‌دهد متحرک همواره در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. مسافت طی شده در مدت ۱۰ ثانیه نیز برابر است با:

$$d = |x_1 - x_0| = |-20 - 20| = 40 m$$

همچنین چون x_0 مثبت است، متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

۵۲- گزینه ۲

با توجه به نمودار و استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0$$

$$\left. \begin{aligned} 120 &= v_A \times 20 + x_{0A} \\ -60 &= v_B \times 20 + x_{0B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 180 = (v_A - v_B) \times 20 + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\frac{x_{0A} - x_{0B} = -140 m}{180 = (v_A - v_B) \times 20 - 140}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = 16 \frac{m}{s}$$

۵۳- گزینه ۴

ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد تا صدای گلوله به شخص برسد را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \Delta t \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = \frac{640}{320} = 2s$$

یعنی ۲s بعد از شلیک گلوله، صدای شلیک به شخص می‌رسد. باید دید در این مدت گلوله چند متر را طی می‌کند:

$$\Delta x_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t = 300 \times 2 = 600 m$$

پس از ۲ ثانیه، گلوله $(640 - 600 = 40 m)$ تا شخص فاصله دارد که می‌تواند این مسیر را در مدت زیر طی کند:

$$\Delta x'_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t' \Rightarrow 40 = 300 \times \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{40}{300} = \frac{2}{15} s$$

این مدت، همان مدتی است که شخص فرصت دارد تا از مسیر حرکت گلوله کنار رود.



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

گزینه ۵۶ «۱»

با استفاده از معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم، داریم:

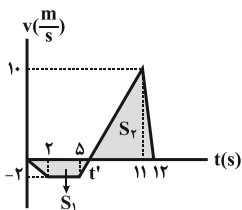
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 12 - 0 = \frac{2 + v_2}{2} \times 4 \Rightarrow v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۵۷ «۲»

چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها،

لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$



با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با

جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا ۶s و ۶s تا ۱۲s را می‌یابیم، داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 6 \Rightarrow S_1 = 9 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 = -9 \text{ m}$$

$$S_2 = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_2 = 30 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = 30 \text{ m}$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8 \text{ m}$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17 \text{ m}$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow 30 = x_2 - (-17) \Rightarrow x_2 = 13 \text{ m}$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6 \text{ s}$ متحرک در بیش‌ترین

فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17 \text{ m}$)

گزینه ۵۴ «۱»

ابتدا با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با معادله مکان - زمان در

حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، معادله سرعت - زمان حرکت

متحرک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t + 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = 4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 3$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم، برای بازه زمانی $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 7 \text{ s}$ ، خواهیم داشت:

$$2t - 3 = \frac{v_3 + v_7}{2} \Rightarrow 2t - 3 = \frac{(2 \times 3 - 3) + (2 \times 7 - 3)}{2}$$

$$\Rightarrow 2t - 3 = 7 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

گزینه ۵۵ «۲»

چون نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظه

$t = 4 \text{ s}$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادله حرکت متحرک به صورت

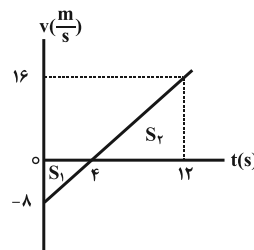
$$x = A(t - 4)^2 \text{ خواهد بود. بنابراین برای محاسبه } A \text{ داریم:}$$

$$x = A(t - 4)^2 \xrightarrow[t=16 \text{ m}]{t=0} 16 = A(0 - 4)^2 \Rightarrow A = 1$$

$$\Rightarrow x = (t - 4)^2 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است:

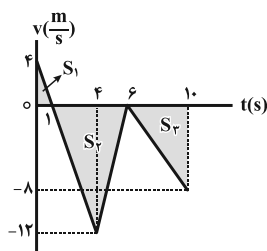
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{8 \times 16}{2} = 16 + 64 \Rightarrow l = 80 \text{ m}$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:



$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = -4 \times 4 + 4 \Rightarrow v_1 = -12 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 = 6 \times 2 + (-12) \Rightarrow v_2 = 0$$

$$v_3 = a_3 t_3 + v_2 = -2 \times 4 + 0 \Rightarrow v_3 = -8 \frac{m}{s}$$

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین:

$$\Delta x = S_1 - S_2 - S_3$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1 \times 4}{2} - \frac{5 \times 12}{2} - \frac{4 \times 8}{2} = -44 m$$

۶۱- گزینه «۴»

در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیه n ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_n = \left[\frac{1}{2} a n^2 + v_0 n \right] - \left[\frac{1}{2} a (n-1)^2 + v_0 (n-1) \right]$$

جابه‌جایی از t=0 تا t=n جابه‌جایی از t=0 تا t=n-1

$$= \frac{1}{2} a (n^2 - (n-1)^2) + v_0 \Rightarrow \Delta x_n = \frac{1}{2} a (2n-1) + v_0$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \Delta x_n = \frac{1}{2} a (2n-1)$$

$$\frac{\Delta x_4}{\Delta x_3} = \frac{\frac{1}{2} a (2(4)-1)}{\frac{1}{2} a (2(3)-1)} = \frac{8-1}{6-1} = \frac{7}{5}$$

۶۲- گزینه «۴»

ابتدا به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت را در نقطه A محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2} a t^2 + v_A t \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + v_A \times 8$$

$$\Rightarrow v_A = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت، داریم:

$$v_A = a t' + v_0 \Rightarrow 12 = 2 \times t' + 0 \Rightarrow t' = 6 s$$

۵۸- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت کامیون را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = \left(\frac{72}{3.6}\right)^2 + 2a \times 50 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی کامیون در یک ثانیه ابتدایی بعد از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-4) \times 1^2 + 20 \times 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 18 m$$

برای محاسبه جابه‌جایی در یک ثانیه انتهایی حرکت قبل از توقف، می‌توان حرکت را معکوس در نظر گرفت. به این صورت که فرض کنیم کامیون از حال سکون و با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است و

جابه‌جایی آن در یک ثانیه ابتدایی حرکتش برابر است با:

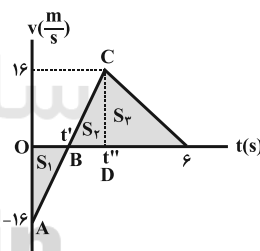
$$|\Delta x_2| = \frac{1}{2} |a| t^2 + v_0' t = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_2 = 2 m$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{18}{2} = 9$$

۵۹- گزینه «۲»

چون ارتفاع دو مثلث OAB و BCD با یکدیگر برابر است $S_1 = S_2$ ، لذا جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی صفر است.



جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{(6-t'') \times 16}{6} \Rightarrow t'' = 3 s \Rightarrow t' = 1/5 s$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \left| \frac{1}{2} \times 5 \times (-16) \right| + \left| \frac{1}{2} \times 5 \times 16 \right| + \left| \frac{3 \times 16}{2} \right|$$

$$\Rightarrow l = 12 + 12 + 24 = 48 m$$

۶۰- گزینه «۱»

با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:

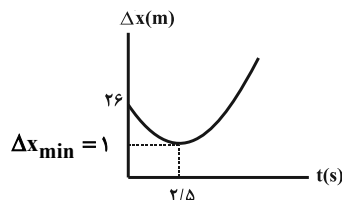


۶۳- گزینه «۱»

در ابتدا فاصله دو متحرک را به صورت یک تابع بر حسب زمان می یابیم:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |4t^2 - 11t + 13 - (9t - 13)| = 4t^2 - 20t + 26$$

حال نمودار این تابع را به صورت زیر ترسیم می کنیم:

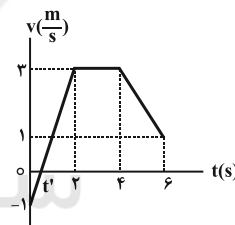


$$\Delta x_{\min} = 1 \text{ m}$$

با مقایسه فاصله بین دو متحرک با معادله درجه دوم، به سادگی لحظه ای که فاصله دو متحرک کمینه می شود و فاصله بین دو متحرک در این لحظه را می یابیم.

۶۴- گزینه «۳»

با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم:



$$0 \leq t \leq 2 \text{ s}: v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$2 \leq t \leq 4 \text{ s}: a_2 = 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$4 \leq t \leq 6 \text{ s}: v_3 = a_3 t_3 + v_2 = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_3 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال به کمک تشابه مثلثها، لحظه t' را می یابیم:

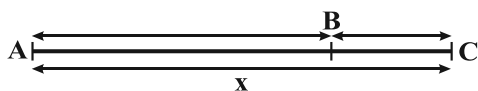
$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2 - t'} \Rightarrow t' = 0.5 \text{ s}$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندی آن در حال افزایش باشد و تندی متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازه زمانی 0.5 s تا 2 s یعنی به مدت 1.5 s حرکت متحرک به صورت تندشونده است.

۶۵- گزینه «۱»

مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه A، B و C در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{5}{6}x \end{cases} \quad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta t_2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{6}x \end{cases}$$



$$\text{مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه A، B و C در نظر می گیریم: } (v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$= \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_2}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{5}{6}x}{10} + \frac{\frac{1}{6}x}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

به کمک رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ برای قسمت های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} = 10 \Rightarrow v_A + v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} & (1) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} = 4 \Rightarrow v_B + v_C = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} & (2) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2} = 8 \Rightarrow v_A + v_C = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} & (3) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

$$(1) \text{ و } (2): (v_A + v_B) - (v_B + v_C) = 20 - 8$$

$$\Rightarrow v_A - v_C = 12 \quad (4)$$

$$(4) \text{ و } (3): (v_A + v_C) + (v_A - v_C) = 16 + 12$$

$$\Rightarrow 2v_A = 28 \Rightarrow v_A = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیزیک ۱

۶۶- گزینه «۳»

آب در لوله موئین بالا می رود ولی سطح آن پایین تر از سطح آب در ظرف قرار می گیرد. چون در این حالت نیروی دگرچسبی به دلیل آغشته شدن جداره داخلی لوله با روغن کاهش می یابد. چون جداره بیرونی لوله خشک است، نیروی دگرچسبی زیاد است و آب از جداره بیرونی بالا می رود. از طرفی چون جداره داخلی ظرف آغشته به روغن شده، نیروی دگرچسبی کاهش می یابد.



۶۷- گزینه ۳»

حجم قسمت پایین ظرف برابر است با:

$$V_1 = A_1 h_1 = 200 \times 10 \Rightarrow V_1 = 2000 \text{ cm}^3 = 2 \text{ L}$$

با توجه به این که ۳ L مایع در ظرف ریخته‌ایم، بنابراین حجم مایع در قسمت بالایی ظرف برابر با ۱ L خواهد بود و در نتیجه ارتفاع مایع در قسمت بالایی ظرف برابر است با:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 1000 = 100 h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاع کل مایع در ظرف برابر است با:

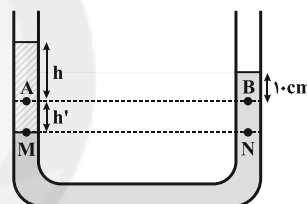
$$h = h_1 + h_2 = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$$

و در نتیجه اندازه نیرویی که از جانب مایع به کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = P A_1 = \rho g h A_1 = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 160 \text{ N}$$

۶۸- گزینه ۳»



با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_2 g h' = P_B + \rho_1 g h'$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_1 - \rho_2) g h'$$

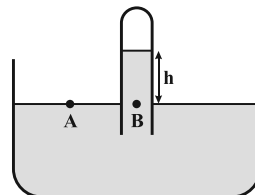
$$\Rightarrow 200 = (1000 - 800) \times 10 \times h' \Rightarrow h' = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

حال دوباره می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 g (h' + h) + P_0 = \rho_1 g (h' + 0.1) + P_0$$

$$\Rightarrow 0.8 \times (0.1 + h) = 1 \times (0.1 + 0.1) \Rightarrow h = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

۶۹- گزینه ۲»



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_A + P_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 75 = 72/5 + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 2/5 \text{ cmHg}$$

حال ارتفاع ستون آبی را که فشاری معادل با ۲/۵ cmHg ایجاد می‌کند،

می‌یابیم. داریم:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} = 13/6 \times 2/5$$

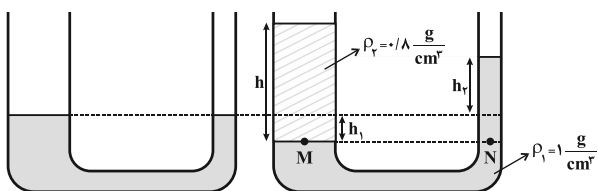
$$\Rightarrow h_{\text{آب}} = 3/4 \text{ cm}$$

۷۰- گزینه ۱»

بعد از ریختن نفت در شاخه سمت چپ و ایجاد تعادل، حجم آب جابه‌جا شده در دو لوله یکسان است و داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 30 \times h_1 = 100 \times 3/6$$

$$\Rightarrow h_1 = 1/2 \text{ cm}$$



حال با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 g h + P_0 = \rho_1 g (h_1 + h_2) + P_0$$

$$\Rightarrow 0.8 h = 1 \times (1/2 + 3/6) \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

در نتیجه جرم نفت اضافه شده به شاخه سمت چپ برابر است با:

$$m = \rho_2 V = \rho_2 A_1 h = 0.8 \times 30 \times 6 = 144 \text{ g}$$

۷۱- گزینه ۴»

فشار کل در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_A + P_B \Rightarrow 81 = 75 + P_A + P_B$$

$$\Rightarrow P_A + P_B = 6 \text{ cmHg} \quad (1)$$

اگر فرض کنیم ارتفاع مایع A و B در ظرف به ترتیب برابر با h_A و h_B باشد، فشار معادل ستونی از این مایع‌ها بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$\rho_A h_A = \rho_{\text{جیوه}} (h_{\text{جیوه}})_A \Rightarrow 3/4 h_A = 13/6 (h_{\text{جیوه}})_A$$

$$\Rightarrow (h_{\text{جیوه}})_A = \frac{1}{4} h_A \Rightarrow P_A = \frac{1}{4} h_A$$

$$\rho_B h_B = \rho_{\text{جیوه}} (h_{\text{جیوه}})_B \Rightarrow 6/8 h_B = 13/6 (h_{\text{جیوه}})_B$$

$$\Rightarrow (h_{\text{جیوه}})_B = \frac{1}{2} h_B \Rightarrow P_B = \frac{1}{2} h_B$$

با جایگذاری در معادله (۱)، داریم:

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{4} h_A + \frac{1}{2} h_B = 6 \Rightarrow h_A + 2h_B = 24 \quad (2)$$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$h_A + h_B = 20 \quad (3)$$

با حل همزمان معادله‌های (۲) و (۳)، داریم:

$$\begin{cases} h_A = 16 \text{ cm} \\ h_B = 4 \text{ cm} \end{cases}$$



$$\Rightarrow 14 \times 10^3 = 2\rho_1 \Rightarrow \rho_1 = 7 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۷۴- گزینه ۲

طبق اصل ارشمیدس، زمانی که جسمی روی سطح شاره‌ای شناور باشد، نیروی بالاسویی که از طرف شاره بر جسم وارد می‌شود و اندازه آن برابر با وزن شاره جابه‌جا شده است، با اندازه وزن جسم برابر است. در نتیجه زمانی که چگالی شاره بیشتر باشد، حجم شاره جابه‌جا شده، کمتر است و جسم شناور کمتر در شاره فرو می‌رود. از طرفی زمانی که چگالی شاره کمتر باشد، حجم شاره جابه‌جا شده بیشتر است و جسم شناور بیشتر در شاره فرو می‌رود.

۷۵- گزینه ۳

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} v_2$$

$$\frac{D_2 = \frac{1}{2} D_1}{v_1 = 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \rightarrow D_1^2 \times 12 = \frac{1}{25} D_2^2 v_2 \Rightarrow v_2 = 300 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیزیک ۲

۷۶- گزینه ۴

ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{Q_2 - 42}{V_1} = \frac{Q_2}{4V_1} \Rightarrow 4Q_2 - 4 \times 42 = Q_2$$

$$\Rightarrow Q_2 = 56 \text{ nC}$$

۷۷- گزینه ۳

برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه خازن، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{V}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

چون خازن شارژ شده از مولد جدا شده است، بار روی صفحات آن ثابت است

و بنابراین داریم:

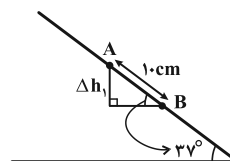
$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa}{1} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \kappa$$

۷۲- گزینه ۱

ابتدا شعاع و سپس قطر سطح مقطع ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{A=75 \text{ cm}^2} 75 = 3r^2 \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

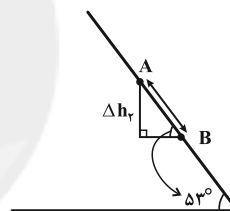
قطر سطح مقطع استوانه برابر با $D = 2r = AB = 10 \text{ cm}$ است. اختلاف فشار بین دو نقطه A و B طبق رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به اختلاف ارتفاع دو نقطه از سطح آزاد مایع وابسته است. بنابراین داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{\Delta h_1}{AB} \Rightarrow \Delta h_1 = AB \sin 37^\circ = 10 \times 0.6 = 6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta P_1 = 6 \text{ cmHg}$$

حالت دوم:

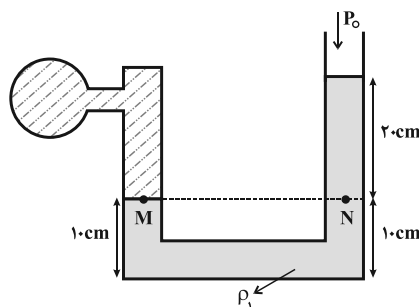


$$\sin 53^\circ = \frac{\Delta h_2}{AB} \Rightarrow \Delta h_2 = AB \sin 53^\circ = 10 \times 0.8 = 8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta P_2 = 8 \text{ cmHg}$$

بنابراین اختلاف فشار دو نقطه به اندازه $\Delta P = 8 - 6 = 2 \text{ cmHg}$ افزایش می‌یابد.

۷۳- گزینه ۴



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

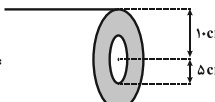
$$P_M = P_N \Rightarrow P_2 = \rho_1 g h + P_0$$

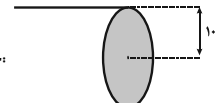
$$\Rightarrow 114 \times 10^3 = \rho_1 \times 10 \times \frac{20}{100} + 10^5$$



۸۲- گزینه «۳»

مقاومت الکتریکی سیم به طول، سطح مقطع، مقاومت ویژه و دمای سیم بستگی دارد که در این سؤال فقط سطح مقطع تغییر کرده است.

حالت اول:  $A_1 = \pi(1.5^2 - 0.5^2) = 7.5\pi \text{ cm}^2$

حالت دوم:  $A_2 = \pi(1.0)^2 = 1.0\pi \text{ cm}^2$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{0.64} = \frac{7.5\pi}{1.0\pi} \Rightarrow R_2 = 0.48\Omega$$

۸۳- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه بین مقاومت ویژه یک رسانا و تغییرات دمایی، داریم:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta T] \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{0.41}{1.00} = 4 \times 10^{-3} \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = 10\text{K}$$

۸۴- گزینه «۲»

مقاومت‌های پیچیده‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و توان‌های بالا ساخته می‌شوند.

بقیه عبارت‌ها مطابق با کتاب درسی، عبارت‌های صحیحی هستند.

۸۵- گزینه «۴»

با توجه به اینکه جنس و جرم سیم همواره ثابت باقی می‌ماند، به کمک رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{جرم و چگالی همواره ثابت می‌ماند}} V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad (*)$$

به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ خواهیم داشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{(*)} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

اگر سیمی را n بار از وسط تا کنیم طول سیم $\frac{1}{n}$ برابر می‌شود:

سیم اولیه	اولین بار	دومین بار	...	n امین بار
L	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{2^2}$...	$\frac{L}{2^n}$

بنابراین مقاومت نهایی سیم برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \xrightarrow{R_1 = 32\Omega, \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{2^n}, n=4} \frac{R_2}{32} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_2}{32} = \left(\frac{1}{16}\right)^2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{\lambda}\Omega$$

تذکر: دقت کنید که در اینجا سیم را چهار لا نکرده‌ایم بلکه چهار بار پشت سر هم سیم را از وسط تا کرده‌ایم.

۷۸- گزینه «۳»

زمانی که خازن شارژ شده‌ای را از مولد جدا می‌کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، زمانی انرژی ذخیره شده در خازن ۴ برابر می‌شود که ظرفیت خازن $\frac{1}{4}$ برابر شود. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

گزینه «۱»: $\frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{4}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$

گزینه «۲»: $\frac{C_2}{C_1} = 2 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$

گزینه «۳»: $\frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{4d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{4}$

گزینه «۴»: $\frac{C_2}{C_1} = 1 \times \frac{2A_1}{A_1} \times \frac{d_1}{2d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1$

۷۹- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{9}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{9} \times \left(\frac{V_2}{120}\right)^2$$

$$\Rightarrow V_2 = 360\text{V}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 360 - 120 = 240\text{V}$$

۸۰- گزینه «۱»

با انتقال الکترون (بار منفی) از صفحه مثبت به صفحه منفی یک خازن، بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. کار انجام شده برای این انتقال با تندی ثابت به صورت انرژی الکتریکی در مجموعه ذخیره می‌شود. داریم:

$$\Delta Q = ne = 5 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow \Delta Q = 8 \times 10^{-3} \text{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (Q_2^2 - Q_1^2)$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2 \times 10 \times 10^{-6}} \times \left[(Q_1 + 8 \times 10^{-3})^2 - Q_1^2 \right]$$

$$\Rightarrow 400 \times 10^{-6} = 64 \times 10^{-6} + 16 \times 10^{-3} Q_1$$

$$\Rightarrow Q_1 = 21 \times 10^{-3} \text{C} = 21 \text{mC}$$

۸۱- گزینه «۲»

ابتدا بار الکتریکی عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$|\Delta q| = ne = 5 \times 10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19} = 80 \text{C}$$

جریان متوسط عبوری از مدار برابر است با:

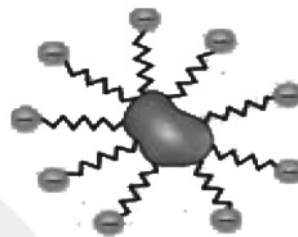
$$\bar{I} = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{80}{40} = 2 \text{A}$$



شیمی ۳

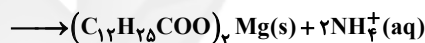
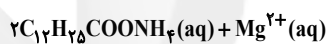
۸۶- گزینه «۴»

وازلین و روغن زیتون جزء مولکولهای ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال ناقطبی مانند هگزان حل می‌شوند. توجه شود محلول، مخلوطی همگن است. توضیح گزینه «۲»: با توجه به شکل، مولکولهای صابون از سر ناقطبی خود با لکه چربی برهم کنش برقرار کرده و سر قطبی صابون در سطح بیرونی لکه با بار الکتریکی منفی قرار می‌گیرد.



۸۷- گزینه «۳»

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



$$\text{صابون } 1 \text{ mol} \times \frac{2 \text{ رسوب}}{1 \text{ رسوب}} \times \frac{450 \text{ g رسوب}}{157 \text{ g رسوب}} = \text{صابون } 157 \text{ g} ?$$

$$\text{صابون } 462 \text{ g} = \frac{100}{35} \times \frac{231 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}}$$

۸۸- گزینه «۲»

گزینه «۱» درست. صابون هم در آب و هم در چربی حل می‌شود و مخلوطی همگن پدید می‌آورد.

گزینه «۳» درست. مطابق با متن کتاب درسی (صفحه ۱۱)

گزینه «۴» درست: سوسپانسیون مخلوطی ناهمگن بوده و ذرات ریز موجود در آن سبب پخش نور می‌شوند.

۸۹- گزینه «۳»

الف) درست.

ب) درست. این ترکیب یک پاک کننده صابونی است و پاک کننده‌های صابونی و غیرصابونی بر اساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

پ) نادرست. سدیم هیدروکسید و سفید کننده‌ها نیز خاصیت خوردگی دارند.

ت) نادرست: آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی‌اند هر چند میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نیست. ث) درست.

۹۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست. در شرایط یکسان، لکه چربی باقی‌مانده پس از شستشو بر روی پارچه پلی‌استر بیشتر است. بنابراین چسبندگی لکه چربی به این نوع پارچه بیشتر از پارچه نخی است.

گزینه «۲»: درست. با افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: درست.

گزینه «۴»: نادرست. پاک‌کننده‌های غیر صابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

۹۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

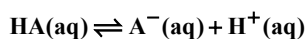
گزینه «۱»: مقدار ثابت یونش اسیدها تنها به عامل دما وابسته است و با افزایش غلظت در دمای ثابت، تغییر نمی‌کند.

گزینه «۲»: سرعت تولید فراورده‌ها و سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها تا لحظه رسیدن به تعادل کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول ثابت (نه برابر) می‌ماند زیرا سرعت تولید هر گونه با سرعت مصرف آن یکسان است.

۹۲- گزینه «۳»

معادله یونش اسید HA :



$$\Rightarrow K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

غلظت یون A^- با غلظت H^+ برابر است.

$$\Rightarrow K = \frac{5 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-5}}{6 / 25 \times 10^{-2}} = \frac{25 \times 10^{-10}}{6 / 25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8}$$



$$[H^+]_{\text{کل}} = [H^+]_1 + [H^+]_2$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 10^{-7} + (1 \times 5 \times 10^{-7})}{1+1} = 3 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

سایر گزینه‌ها چنین شرایطی را ایجاد نمی‌کنند.

شیمی ۱

۹۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه نادرست:

گزینه «۴»: این شکل الکترون در حالت برانگیخته اتم هیدروژن را نشان می‌دهد.

۹۷- گزینه «۲»

توضیح عبارت «ت»:

الکترون ${}_{20}\text{Ca} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 \Rightarrow 8$

الکترون ${}_{13}\text{Al} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 \Rightarrow 8$

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) طیف نشری خطی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی، ناشی از بازگشت الکترون‌ها به لایه $n = 2$ است.

پ) در دوره اول و دوم تنها گازهای نجیب دارای این ویژگی هستند.

۹۸- گزینه «۳»

آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:

${}_{24}\text{Cr} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$

گزینه «۱» نادرست. ۵ زیرلایه الکترونی کاملاً پر است.

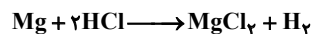
گزینه «۲» نادرست. دارای یک الکترون با $n = 4$ است.

گزینه «۳» درست. بیرونی‌ترین زیرلایه آن $4s^1$ بوده و نیم‌پر است.

گزینه «۴» نادرست. دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

۹۳- گزینه «۳»

گزینه «۱»: نادرست. از واکنش فلز و اسید، نمک فلز و گاز هیدروژن تولید می‌شود. به عنوان مثال:



گزینه «۲»: با توجه به شکل، تعداد حباب‌های تشکیل شده در ظرف (۱) بیشتر بوده که این به معنای بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول (۱) است. در شرایط یکسان (غلظت اولیه اسید و دما) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) بیشتر است.

گزینه «۳»: درست. قبل از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) بوده و pH آن کمتر است.

گزینه «۴»: نادرست. پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است. بنابراین، غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

۹۴- گزینه «۲»

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^8 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]^2 \times 10^8 = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-11} = 11$$

۹۵- گزینه «۱»

با توجه به اینکه در محلول (۱) غلظت OH^- و در محلول (۲) غلظت H^+ افزایش یافته است، محلول (۱) باید یک محلول بازی و محلول (۲) باید یک محلول اسیدی باشد.

بررسی گزینه «۱»:

با توجه به نمودار: $[\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ (ماده ۱)

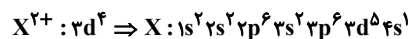
$$[\text{OH}^-] = [\text{OH}^-]_1 + [\text{OH}^-]_2$$

$$\Rightarrow \frac{(10^{-7} \times 1) + (1 \times 3 \times 10^{-7})}{1+1} = 2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به نمودار: $[\text{H}^+]_{\text{کل}} = 3 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ (ماده ۲)



۹۹- گزینه «۱»



زیر لایه‌های با ۱ فرد $(l=1)$ $\left\{ \begin{matrix} 2p^6 \\ 3p^6 \end{matrix} \right\}$ ← ۱۲ الکترون با این مشخصات وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

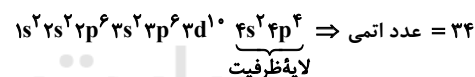
گزینه «۲»: آرایش الکترونی فشرده در Zn^{2+} و Cu^+ مشابه $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8 4s^2)$ است اما با Ni تفاوت دارد.

گزینه «۳»: گنجایش لایه‌ها: $2n^2$ و گنجایش زیر لایه‌ها: $4l+2$

گزینه «۴»: هرچه مجموع $l+n$ بیش‌تر باشد، زیر لایه انرژی بیش‌تری دارد و دیرتر از الکترون پر می‌شود.

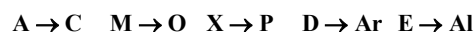
۱۰۰- گزینه «۴»

عنصر X ۲۴ متعلق به دوره چهارم است؛ بنابراین عنصر مورد نظر در دوره چهارم جای دارد. از طرفی Y ۱۶ متعلق به گروه ۱۶ است؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:



۱۰۱- گزینه «۲»

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند. با توجه به آرایش الکترونی لایه ظرفیت داده شده، عنصرهای مورد نظر به صورت زیر هستند:



بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) CO_2 یک ترکیب مولکولی است.

ت) ترکیب تشکیل شده حاصل از O و P مولکولی است نه یونی، زیرا هیچ‌کدام از عنصرهای O و P کاتیون پایدار ندارند.

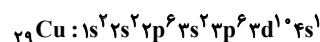
۱۰۲- گزینه «۳»

گزینه «۱» عنصر مورد نظر عدد اتمی ۲۹ دارد، پس آرایش الکترونی آن $[18Ar]3d^1 4s^1$ است. کاتیون X به صورت X^{2+} است؛ بنابراین آرایش الکترونی کاتیون به صورت $[18Ar]3d^1$ است.

گزینه «۲»: بیرونی‌ترین زیر لایه عنصر X ، $4s$ بوده که دارای یک الکترون است.

گزینه «۳»: در عناصر واسطه دو عنصر Cr ۲۴ و Cu ۲۹ به‌طور کامل از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند.

گزینه «۴»: شمار الکترون‌ها با زیر لایه $l=0$ برابر ۷ و لایه ظرفیت Br ۳۵ نیز دارای ۷ الکترون است.



۱۰۳- گزینه «۲»

در ترکیب MgO هر اتم با تبادل دو الکترون به یون تبدیل می‌شود.

۱۰۴- گزینه «۳»

گوی‌های سفید گاز آرگون، گوی‌های خاکستری گاز نیتروژن و گوی‌های مشکی گاز اکسیژن را نشان می‌دهند.

گاز هلیوم حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. اما گوی‌های مشکی مربوط به گاز اکسیژن است.

۱۰۵- گزینه «۴»

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = 1 / 55 \frac{^\circ C}{km}$$

$$T - T_0 = \frac{\Delta T}{\Delta h} (h - h_0)$$

$$\Rightarrow T - 218 = 1 / 55 (50 - 10) \Rightarrow T = 280 K$$



شیمی ۲

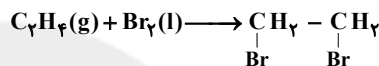
۱۰۶- گزینه ۱

زنجیر اصلی که بیشترین تعداد کربن را دارد، دارای ۷ کربن است (دلیل نادرستی گزینه‌های «۲» و «۳» چهار گروه متیل بعنوان شاخه فرعی قرار گرفته؛ بنابراین تترا متیل باید به کار رود (دلیل انتخاب گزینه «۱»)

۱۰۷- گزینه ۲

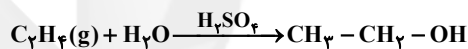
بررسی تمام گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طی واکنش زیر گاز اتن با برم واکنش می‌دهد:



محصول واکنش ۱، ۲- دی برمواتان مایع است.

گزینه «۲»: از واکنش گاز اتن با آب، اتانول تهیه می‌شود که یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است و خاصیت ضد عفونی‌کنندگی دارد. واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



گزینه «۳»: اتن و اتین هر دو با بخار برم واکنش می‌دهند و نمی‌توان آنها را با بخار برم شناسایی کرد.

گزینه «۴»: نام دیگر گاز اتین، استیلن است که از سوزاندن آن برای جوش کاری و برش کاری استفاده می‌شود. توجه شود، نام دیگر گاز اتن، اتیلن بوده که عضو خانواده آلکن‌ها است.

۱۰۸- گزینه ۲

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) بیش از ۹۰٪ نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود و تنها مقدار کمی برای تولید مواد شیمیایی به کار می‌رود.

(پ) اندازه مولکول‌های نفت کوره بزرگ‌تر از اندازه مولکول‌های نفت سفید بوده و به همین دلیل فراریت نفت کوره کمتر است. به طور کلی در مورد اندازه مولکول‌های برش‌های مختلف نفت می‌توان گفت:

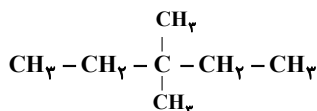
بنزین و خوراک پتروشیمی > نفت سفید > گازوئیل > نفت کوره

(ث) در برج تقطیر نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود. مولکول‌های سبک‌تر و فرارتر از جمله مواد پتروشیمیایی از مایع بیرون آمده و به قسمت‌های

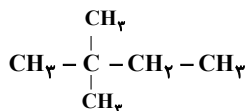
بالتر برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می‌روند سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌های گوناگون برج وارد شده و از برج خارج می‌شوند. بدین ترتیب مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم از نفت خام جداسازی می‌شوند.

۱۰۹- گزینه ۳

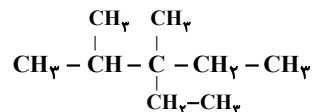
گزینه «۱»: نادرست. زیرا زنجیر اصلی ۵ کربن است و نام درست آن ۳، ۳- دی متیل پنتان است.



گزینه «۲»: نادرست. زیرا زنجیر اصلی ۴ کربن خواهد شد.



گزینه «۴»: نادرست. ۳- اتیل ۲، ۳- دی متیل پنتان درست است.



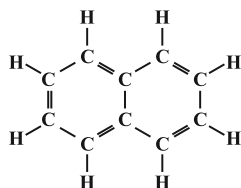
۱۱۰- گزینه ۳

الف) درست. برای سیر شدن هیدروکربن‌های آروماتیک به ازای هر پیوند دوگانه، یک مولکول هیدروژن لازم است. در مولکول نفتالن ۵ پیوند دوگانه وجود دارد؛ بنابراین برای سیر شدن آن ۵ مولکول هیدروژن نیاز است. برای تبدیل یک مول نفتالن به ترکیب سیر شده، ۵ مول H_2 یا ۱۰ گرم H_2 مورد نیاز است.

(ب) نادرست. فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است.

(پ) درست.

(ت) درست.



همانطور که در شکل مشاهده می‌شود ۵ پیوند $C=C$ ، ۶ پیوند $C-C$ و ۸ پیوند $C-H$ وجود دارد.



۱۱۱- گزینه «۲»

پ) سرانه مصرف ماده غذایی، مقدار میانگین مصرف آن را به ازاء هر فرد در

گستره زمانی معین نشان می‌دهد.

ت) یکی از راه‌های آزادسازی انرژی مواد، سوزاندن آن‌ها است.

۱۱۴- گزینه «۲»

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تندی یا انرژی جنبشی مولکول‌های

هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B بیشتر از A است، انرژی

گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده

گفته می‌شود. اما دما به میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذره‌های سازنده

یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی یکسانی داشته

باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد. همچنین، شرط جاری

شدن گرما از یک جسم به جسم دیگر وجود اختلاف دما بین آن دو است.

۱۱۵- گزینه «۲»

رابطه میان جرم، حجم و چگالی به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

بنابراین، می‌توان در رابطه گرمای مبادله شده به جای m از حاصل ضرب

$\rho \cdot V$ استفاده نمود.

گرمای مبادله شده برحسب ژول برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = \rho \cdot V \cdot c\Delta\theta = 7 / 8 \times 21 \times 10^3 / 45 \times 10$$

$$= 737 / 1J$$

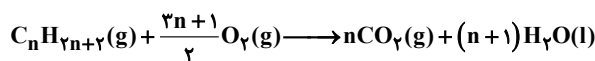
حال برای تبدیل آن به کالری داریم:

$$737 / 1J \times \frac{1 \text{ cal}}{4 / 2J} = 175 / 5 \text{ cal}$$

آلکان‌ها هیدروکربن‌های سیر شده‌ای با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} هستند و

واکنش کلی سوختن آنها به صورت زیر است. (دقت شود در شرایط STP

یعنی فشار 1 atm و دمای $0^\circ C$ ، حالت فیزیکی H_2O به صورت مایع است.)



$$179 / 2 L CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22 / 4 L CO_2} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{n \text{ mol } CO_2} = \frac{8}{n} \text{ mol آلکان}$$

$$416 g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 g O_2} \times \frac{1 \text{ mol آلکان}}{\frac{3n+1}{2} \text{ mol } O_2} = \frac{26}{3n+1} \text{ mol آلکان}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{n} = \frac{26}{3n+1} \Rightarrow 26n = 24n + 8 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین فرمول آلکان مورد نظر C_4H_{10} است.

۱۱۲- گزینه «۳»

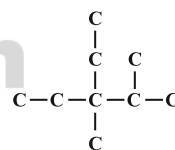
توجه شود در رسم این ساختار به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) رسم زنجیر اصلی هیدروکربنی

۲) شماره‌گذاری زنجیر هیدروکربنی از یک سمت.

۳) قرار دادن شاخه‌های فرعی بر روی اتم کربن مورد نظر.

ساختار مورد نظر به صورت زیر است:



فرمول مولکولی: C_9H_{20}

$$\Rightarrow \frac{C \text{ تعداد}}{H \text{ تعداد}} = \frac{9}{20} = 9 / 20$$

۱۱۳- گزینه «۳»

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: