



مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان  
دانش پژوهان جوان

به نام خدا  
جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان  
معاونت دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

## دفترچه سؤالات مرحله اول

شانزدهمین دوره المپیاد نجوم و اختر فیزیک سال ۱۳۹۸

صبح - ساعت : ۹:۰۰

کد دفترچه : ۱

تعداد سؤالات	مدت آزمون (دقیقه)
۲۴ تست - ۱۰ مسئله کوتاه	۲۱۰

نام :

نام خانوادگی :

شماره صندلی :

### توضیحات مهم

#### استفاده از ماشین حساب مجاز است.

- ۱- کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد. توجه کنید کد دفترچه سؤالات شما که در زیر هر یک از صفحه های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است، یکی باشد.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه برگه های دفترچه سؤالات را بررسی کنید. در صورت وجود هرگونه مشکل در دفترچه، فوراً مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگ پاسخنامه در اختیار شماست که مشخصات آن روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، مسئول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.
- ۴- برگه پاسخنامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکتید و تمیز نگه دارید. ضمناً پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مناسب علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۵- پاسخ درست هر سوالات تستی ۳ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد. هر مسئله کوتاه ۶ نمره مثبت دارد.
- ۶- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیک مانند تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این وسایل حتی اگر از آنها استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب می شود.
- ۷- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۸- داوطلبان نمی توانند دفترچه سؤالات را با خود ببرند. (دفترچه باید همراه پاسخنامه تحویل داده شود.)

کلیه حقوق این سؤالات برای مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان محفوظ است.

## ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار		کمیت
$6.67 \times 10^{-11}$	$m^3 s^{-2} kg^{-1}$	ثابت جهانی گرانش $G$
$3.00 \times 10^8$	$m s^{-1}$	سرعت نور $c$
$5.67 \times 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$	ثابت استفان-بولتزمن $\sigma$
$9.11 \times 10^{-31}$	kg	جرم الکترون $m_e$
$9.46 \times 10^{15}$	m	سال نوری ly
$3.09 \times 10^{16}$	m	پارسک pc
$1.50 \times 10^{11}$	m	واحد نجومی AU
$1.99 \times 10^{30}$	kg	جرم خورشید $M_{\odot}$
$6.96 \times 10^8$	m	شعاع خورشید $R_{\odot}$
$3.85 \times 10^{26}$	W	درخشندگی خورشید $L_{\odot}$
1362	$W m^{-2}$	ثابت خورشیدی $F_{\odot}$
4.83		قدر مطلق خورشید
-26.8		قدر ظاهری خورشید
0.39	AU	نیم‌قطر بزرگ مدار عطارد
0.72	AU	نیم‌قطر بزرگ مدار زهره
2.8	AU	نیم‌قطر بزرگ مدار سیارک سرس
71492	km	شعاع مشتری
60268	km	شعاع زحل
$5.97 \times 10^{24}$	kg	جرم زمین $M_{\oplus}$
6380	km	شعاع زمین $R_{\oplus}$
2.73	K	دمای تابش زمینه کیهانی در زمان حال $T$
گوس $10^4 = 1$ تسلا		

۱- مسیر ظاهری سالانه خورشید (دایره البروج) از چند صورت فلکی می گذرد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۸۸ (۴) ۱۳

۲- می دانیم که ضریب مقیاس در زمان برابری ماده و تابش تقریباً برابر  $10^{-4}$  بوده است. دمای تابش زمینه کیهانی یا همان دمای کیهان در این زمان برابر است با:

- (۱)  $2/73$  (۲) ۲۷۳۰ (۳) ۲۷۳۰۰ (۴)  $2/73 \times 10^{-4}$

۳- ستاره‌ای در لبه خارجی یک کهکشان به شعاع ۱۰ هزار پارسک با سرعت ۲۵۰ کیلومتر بر ثانیه به دور کهکشان می چرخد. جرم کهکشان بر حسب کیلوگرم به کدام عدد نزدیکتر است؟

- (۱)  $1.5 \times 10^{41}$  (۲)  $1.25 \times 10^{36}$  (۳)  $1.36 \times 10^{41}$  (۴)  $1.41 \times 10^{41}$

۴- کدامیک از سیارک های زیر از همه کوچکتر است.

- (۱) وستا (۲) پالاس (۳) سرس (۴) جونو

۵- ستاره های کم جرم همانند خورشید در پایان عمر خود به غول های قرمز بزرگی به ابعاد حدود یک واحد نجومی تبدیل خواهند شد. در مرکز این ستاره ها هسته‌ای از جنس کربن و در اطراف آن پوسته ای از هلیوم و در اطراف پوسته هلیومی، پوسته ای از هیدروژن همه در حال همجوشی هسته ای هستند. منبع اصلی انرژی در این ستاره ها همجوشی کدامیک از عناصر زیر است؟

- (۱) کربن (۲) هلیوم (۳) هیدروژن (۴) سیلیسیوم

۶- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) در دوره تورم شتاب انبساط عالم مثبت است  
 (۲) در اثر پدیده سانیف زلدوویچ دمای تابش زمینه کیهانی در خوشه های کهکشانی حتما کاهش می یابد  
 (۳) هم اکنون در دوره ای از عمر عالم هستیم که همچون دوره تورم، شتاب عالم مثبت است  
 (۴) ۱ و ۳ هر دو درستند

۷- از گذشته های دور انسانها با دقت خوبی می دانسته اند که زمین تخت نیست و کروی شکل است. پیشینیان ما با کدامیک از روش های زیر، پی به کروی بودن سیاره زمین نبرده بودند؟

- (۱) ماه گرفتگی ها (۲) اندازه سایه شاخص (۳) افت افق (۴) روش اراتستین

۸- کدامیک از روش های زیر در فاصله سنجی، برای اندازه گیری فاصله کهکشان های گروه محلی تا ما، پرکاربرد تر است؟

- (۱) اختلاف منظر (۲) قانون هابل (۳) متغیرهای قیفاووسی (۴) ابرنواختران نوع Ia

۹- دو ستاره با شعاع های یکسان دارای تابندگی های متفاوت اند؛ اگر قدر ظاهری ستاره سردتر در آسمان ما کمتر باشد، کدام گزینه درست است؟ (از جذب میان ستاره ای صرف نظر کنید)

- (۱) ستاره سردتر حتماً به ما نزدیک تر است  
 (۲) ممکن است ستاره سردتر یا داغتر به ما نزدیک تر باشد  
 (۳) ستاره داغتر حتماً به ما نزدیک تر است  
 (۴) چنین امکانی اصلاً وجود نخواهد داشت

۱۰- دستگاهی از واحد ها را در نظر بگیرید که در آن واحد اندازه گیری زمان یک سال زمینی و واحد اندازه گیری طول، فاصله متوسط زمین تا خورشید یا یک واحد نجومی است. مقدار کمیت  $G(M + m)$  در این دستگاه چقدر خواهد بود.  $G$  ثابت گرانش،  $M$  جرم خورشید و  $m$  جرم زمین است.

- (۱)  $10^{20} \times 1/33$  (۲)  $39/48$  (۳) ۱ (۴) قابل تعیین نیست

۱۱- اگر شیب یک خط در یک نمودار بصورت تانژانت زاویه ای که خط با محور افقی می سازد، تعریف شود (زاویه در جهت پاد ساعت گرد، از محور افقی تا خط اندازه گیری می شود). شیب خطوط هم شعاع در نمودار هرتزپرونک - راسل ( $HR$ ) چقدر است؟ خطوط هم شعاع، مکان هندسی ستاره هایی در نمودار  $HR$  هستند که شعاع یکسان دارند.

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) بی نهایت

۱۲- کدام سیاره اگر به جای ناهید قرار می گرفت در هنگام گذر، کسوف کامل از زمین دیده می شد؟

- (۱) زحل (۲) مشتری (۳) گزینه ۱ و ۲ (۴) هیچکدام

۱۳- ستاره‌ای از نوع رشته اصلی با جرم خورشید را در نظر بگیرید که با دوره تناوب ۳۰ روز به دور خود می چرخد. این ستاره در پایان عمر خود تبدیل به یک کوتوله سفید خواهد شد. اگر نسبت شعاع ستاره به شعاع کوتوله سفید ۱۰۰ باشد و فرض کنیم در تمامی عمر ستاره جرم آن ثابت بماند، دوره تناوب کوتوله سفید چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۲۶۰ ثانیه (۲) ۳۰ روز (۳) کمتر از ۱ ثانیه (۴) ۱۰ روز

۱۴- ستاره ای را در نظر بگیرید به جرم  $M$  و شعاع  $R$ . به کمک معادله تعادل هیدرواستاتیک می توانیم نشان دهیم که فشار در این ستاره با  $\frac{M^2}{R^4}$  متناسب است. اگر به همین روش دمای ستاره را تخمین بزنیم، دمای مرکز با کدام گزینه متناسب خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{M^2}{R^2}$  (۲)  $MR$  (۳)  $\frac{M}{R}$  (۴)  $\frac{M^2}{R^4}$

۱۵- در کدامیک از گزینه های زیر، ابیراهی های تلسکوپ همراه با نحوه برطرف کردنشان درست نوشته نشده است؟

- (۱) ابیراهی آستیگمات : از آینه ثانویه محدب یا مقعر استفاده می کنند.  
 (۲) ابیراهی رنگی : از عدسی های آکروماتیک و یا آپوکروماتیک استفاده می کنند.  
 (۳) ابیراهی کروی : از آینه های سهموی و یا هذلولی استفاده می کنند.  
 (۴) ابیراهی گیسو یا کُما : از تیغه های اِشمیت و یا ماکستوف استفاده می کنند.

۱۶- دوره تناوب سیاره ناهید به دور خورشید ۲۲۵ روز و دوره چرخش آن به دور خودش ۲۴۳ روز و تمایل مداری آن ۱۷۷ درجه است. طول یک شبانه روز خورشیدی در سیاره زهره به کدام عدد نزدیکتر است.

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۲۵ (۳) بینهایت (۴) ۱۱۷

۱۷- از جمله ذرات باد خورشیدی، ذرات بتا یا الکترون های حاصل از یونیزاسیون در سطح خورشید هستند که با سرعت ۳۵۰ کیلومتر بر ثانیه به استوای زمین می‌رسند و از طریق میدان مغناطیسی ۰/۳ گاوسی کمربندهای وان آلن بصورت مارپیچی به نواحی قطبی راه یافته و سبب پدیده شفق های قطبی می شوند. شعاع دایره ای که این ذرات به شکل فنروار طی می کنند چقدر است؟

- (۱) ۷ کیلومتر  
(۲) ۷ متر  
(۳) ۷ سانتیمتر  
(۴) ۷ میکرومتر

۱۸- برخی محاسبات نشان دهنده برخوردی عظیم میان کهکشان های راه شیری و آندرومدا در حدود ۴ میلیارد سال دیگر است و این دو اکنون با سرعت ۱۱۰ کیلومتر بر ثانیه در حال نزدیک شدن به یکدیگرند. تخمین بزنید احتمال برخورد رودرروی خورشید با ستاره ای از کهکشان آندرومدا در کهکشان نهایی تولید شده (که احتمالاً نامی بصورت Milkomeda یا Milkdromeda خواهد داشت!) چقدر خواهد بود؟

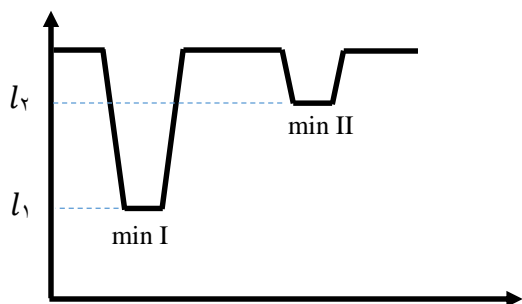
- (۱)  $10^{-22}$  (۲)  $10^{-12}$  (۳)  $10^{-7}$  (۴)  $10^{-2}$

۱۹- پارامتر فرید به طور میانگین ابعاد محدوده‌ای از هوا در جو زمین است که ضریب شکست را در آن محدوده می توان ثابت فرض کرد. اگر پارامتر فرید در یک رصد گاه ۱۰ سانتیمتر باشد، قدرت تفکیک یک تلسکوپ ۱ متری با قدرت تفکیک تلسکوپی با چه دهانه ای (برحسب سانتی متر) برابر خواهد بود؟

- (۱) ۱۲۲ (۲) ۱/۲۲ (۳) ۲/۴۴ (۴) ۱۰

۲۰- در تلسکوپ های بزرگ معمولاً جریان بادی با سرعت ثابت بر روی آینه اولیه ایجاد می کنند. به نظر شما علت این امر چیست؟

- (۱) جلوگیری از نشستن گرد و غبار بر روی آینه و کاهش کیفیت تصویر  
(۲) کاهش ابیراهی رنگی ناشی از پراش در لبه های آینه اولیه  
(۳) کاهش اثرات ناشی از پستی بلندی های به وجود آمده بر روی سطح آینه به علت مشکلات پولیش  
(۴) کاهش اثر پارامتر دید آینه (Seeing)



۲۱- منحنی نوری یک ستاره متغیر نموداری است که محور افقی آن زمان و محور عمودی آن روشنایی ظاهری ستاره است. شکل مقابل منحنی نوری یک ستاره دو تایی گرفتی را نشان می دهد. در این منحنی دو کمینه یا مینیمم دیده می شود در کمینه اول (min I) ستاره کوچکتر در پشت ستاره بزرگتر قرار دارد در این حالت روشنایی کل دو تایی  $l_1$  است. در کمینه دوم (min II)

ستاره کوچکتر در مقابل ستاره بزرگتر قرار گرفته است. در این حالت روشنایی کل  $l_2$  است. اگر نسبت  $\frac{l_2}{l_1}$  برابر دو باشد. نسبت  $\frac{R_S}{R_B}$  چقدر است؟  $R_S$  شعاع ستاره کوچکتر و  $R_B$  شعاع ستاره بزرگتر است. فرض کنید دمای ستاره کوچکتر دو برابر دمای ستاره بزرگتر باشد.

- (۱)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{15}}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۲- اثرات جذب میان ستاره ای در کهکشان راه شیری، روی نور دریافتی از کدامیک از کهکشان های زیر بیشتر خواهد بود؟

- (۱) M۶۴ (۲) M۸۷ (۳) NGC۲۵۳ (۴) NGC۸۹۱

۲۳- مدت زمان بین الطلوعین نجومی، از هنگامی است که خورشید  $18^\circ$  زیر افق شرقی قرار دارد (اقامه اذان صبح) تا آن زمان که قرص آن از شرق طلوع می کند و زمان آدای نماز صبح نیز در همین بازه است. برای ناظری در شهر تهران با عرض جغرافیایی  $35/5^\circ$  شمالی در کدامیک از روزهای سال مدت زمان بین الطلوعین نجومی طولانی تر است؟

- (۱) اعتدال بهاری (۲) انقلاب تابستانی (۳) اعتدال پاییزی (۴) انقلاب زمستانی

۲۴- آبرخوشه کهکشانی سنبله با شعاعی در حدود  $2/2$  مگا پارسک، دارای ۱۵۰۰ عضو و جرمی در حدود  $10^{15}$  برابر جرم خورشید است. سرعت هر یک از کهکشان ها را حدود چند کیلومتر بر ثانیه بدست می آورید؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ (۴) ۱۰

## مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه، توضیحات زیر را با دقت بخوانید. در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (متر، کیلوپارسک، ثانیه‌ی قوسی و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، به دست آورید. پاسخ معمولاً یک عدد یک رقمی یا دورقمی صحیح است. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخنامه سیاه کنید. توجه داشته باشید که رقم یکان عدد در ستون یکان و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود. اگر پاسخ شما عدد صحیح نشد جواب را به نزدیک ترین عدد صحیح گرد کنید و در پاسخ نامه علامت بزنید. اگر پاسخ عدد یک رقمی شد، فقط در رقم یکان علامت بزنید و رقم دهگان را صفر بزنید یا خالی بگذارید.

یکان	دهگان
○	○
●	●
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○

مثال: فرض کنید سرعت یک دنباله دار برحسب کیلومتر بر ثانیه خواسته شده است و شما مقدار آن را  $11/2 \text{ kms}^{-1}$  محاسبه کرده‌اید. ابتدا باید این عدد را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا ۱۱ بدست آید. سپس مطابق شکل مقابل، آن را در پاسخنامه وارد کنید. ثوابت فیزیکی و نجومی در ابتدای برگه‌ی سوالات داده شده اند. در حل مسئله‌ها فقط از این ثوابت استفاده کنید. اعداد باید تنها یک بار و آن هم در انتهای حل هر مسئله گرد شوند. اگر مرتبه‌ی بزرگی جواب از شما خواسته شده بود، پس از محاسبه‌ی پاسخ، ابتدا آن را به شکل نماد علمی یعنی  $a \times 10^b$  در آورید و  $b$  را در پاسخنامه وارد کنید. دقت کنید که در این حالت  $1 \leq a < 10$  و  $b$  مرتبه‌ی بزرگی است. مثلاً یک واحد نجومی یعنی  $1/5 \times 10^{11} m$  را در نظر بگیرید. مرتبه‌ی بزرگی این عدد ۱۱ است.

### توجه:

مسئله‌های کوتاه نمره منفی ندارند. امسال نمره مسئله‌های کوتاه فقط در مرحله اول تاثیر دارد و نمره مرحله دو مثل سال‌های قبل فقط از روی برگه‌های مرحله دو تعیین می‌شود. از سال آینده نمره مسئله‌های کوتاه مرحله اول در تعیین کف قبولی مرحله دوم موثر خواهند بود.



## مسئله های کوتاه

۱- سیاره ای فراخورشیدی با استفاده از تکنیک عبور، یافته شده است. مشاهدات دقیق معلوم کرده که این سیاره تا  $0.7001$  قدر، نورانیت ستاره مادرش را افزایش داده است. اگر این ستاره در نمودار هرتسپرونگ-راسل دقیقاً در مکان خورشید ما قرار گرفته باشد و اختلاف منظری در حدود  $0.1/0$  ثانیه داشته باشد، قطر سیاره چند هزار کیلومتر است (قطر سیاره در یکای هزار کیلومتر چه عددی است)؟

۲- در یک جسم سیاه نسبت چگالی انرژی تابشی به فشار تابش چقدر است؟

۳- سیارکی در مداری به شکل هذلولی به دور خورشید می چرخد. فاصله حضيض سیارک  $15$  واحد نجومی است. اگر نیم قطر بزرگ هذلولی  $5$  واحد نجومی باشد، خروج از مرکز مدار سیارک چقدر خواهد بود؟

۴- اختلاف منظر ستاره ای از نظر رصدگری که روی سیارک سرس زندگی می کند  $0.2/0$  ثانیه قوسی است. فاصله این ستاره چند پارسک است؟

۵- اگر دمای یک گاز را  $100$  برابر کنیم، سرعت میانگین ذرات آن چند برابر می شود؟ در اینجا منظور از سرعت میانگین ریشه دوم میانگین مجذور سرعت یا  $v_{rms}$  است.

۶- برای یک سیارک خارجی (سیارکی که فاصله آن از خورشید در تمامی نقاط از یک واحد نجومی بیشتر است) دوره تناوب هلالی و نجومی با هم برابرند. دوره تناوب هلالی این سیارک چند سال زمینی است؟

۷- دو سیاره  $A$  و  $B$  با شعاع های  $R_A$  و  $R_B$  و فواصل  $r_A = 15 AU$  و  $r_B = 3 AU$  از ستاره ای به درخشندگی  $L$  به دور آن، در مدار های کاملاً دایره ای می گردند. قدر سیاره  $A$  از نظر ناظر ساکن در سیاره  $B$  هنگامی که سیاره  $A$  در حالت مقارنه است  $m_A$  و قدر سیاره  $B$  از نظر ناظر ساکن در سیاره  $A$  هنگامی که سیاره  $B$  در حالت مقارنه علیا (بیرونی) است  $m_B$  می نامیم اگر  $m_A = m_B$  باشد، نسبت  $\frac{R_A}{R_B}$  چقدر است. مقارنه علیا یا بیرونی، مقارنه ایست که در آن فاصله سیاره  $B$  از سیاره  $A$  از  $r_A$  بزرگتر باشد.

۸- ستاره ای را در نظر بگیرید که سرتاسر آن هم دماست (دمای همه نقاط ستاره یکسان است). اگر در این ستاره رابطه ی چگالی جرمی ( $\rho$ ) با فاصله از مرکز ( $r$ ) به شکل  $\rho \propto r^{-n}$  باشد،  $n$  چقدر است.

۹- جهانی را در نظر بگیرید که در آن ضریب مقیاس،  $a$  به شکل زیر با زمان رابطه داشته باشد.

$$a = a_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{4}{5}}$$

که در آن  $t$  و  $a_0$  به ترتیب زمان حال و مقدار ضریب مقیاس در زمان حال است. در این جهان اندازه افق ذره در زمان حال چند برابر  $ct$  خواهد بود؟

۱۰- طول حضيض زمین، زاویه‌ی حضيض مداری زمین تا نقطه‌ی اعتدال بهاری تعریف می‌شود. در صورتی که طی اختلالی، این زاویه برای مدار زمین که خروج از مرکز کوچک دارد تغییر کند، در بیشترین حالت طول بهار و تابستان چند روز از پاییز و زمستان بیشتر خواهد شد؟ (خروج از مرکز مدار زمین  $e = 0.017$ )

به نام خدا

پاسخنامه آزمون مرحله اول شانزدهمین المپیاد نجوم و اختر فیزیک

۱- مسیر ظاهری سالانه خورشید (دایره البروج) از چند صورت فلکی می گذرد؟

- (۱) ۱۰      (۲) ۱۲      (۳) ۸۸      (۴) ۱۳

جواب: گزینه (۴) درست است.

مسیر ظاهری سالانه خورشید به جز بروج دوازدهگانه از صورت فلکی مارافسای هم می گذرد؛ جواب گزینه ۴ صحیح است.

۲- می دانیم که ضریب مقیاس در زمان برابری ماده و تابش تقریباً برابر با  $10^{-4}$  بوده است. دمای تابش زمینه کیهانی یا همان دمای کیهان در این زمان برابر است با:

- (۱) ۲,۷۳      (۲) ۲۷۳۰      (۳) ۲۷۳۰۰      (۴)  $۲,۷۳ \times 10^{-4}$

جواب: گزینه (۳) درست است.

ضریب مقیاس با عکس دمای تابش زمینه کیهانی متناسب است.

$$T \propto \frac{1}{a} \quad ; \quad \frac{T}{T_0} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{a_0}} = \frac{a_0}{a} \quad ;$$

می دانیم  $a_0 = 1$  و  $T_0 = 2,73$  در نتیجه

$$T = 2,73 \div 10^{-4} = 27300 \text{ K}$$

جواب گزینه ۳ صحیح است.

۳- ستاره ای در لبه خارجی یک کهکشان به شعاع ۱۰ هزار پارسک با سرعت ۲۵۰ کیلومتر بر ثانیه به دور کهکشان می چرخد. جرم کهکشان بر حسب کیلوگرم به کدام عدد نزدیکتر است؟

- (۱)  $10^{50}$       (۲)  $10^{25}$       (۳)  $10^{36}$       (۴)  $10^{41}$

جواب: گزینه (۴) درست است.

اگر ستاره ای در فاصله  $r$  از مرکز کهکشان در مدار دایره ای به دور کهکشان بچرخد، بنا به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

که در آن  $m$  جرم ستاره،  $M$  جرم کهکشان و  $v$  سرعت کهکشان است، در نتیجه:

$$M = \frac{rv^2}{G} = \frac{10^4 \times 3,09 \times 10^{16} \times (250000)^2}{6,67 \times 10^{-11}} \cong 10^{41} \text{ kg}$$

جواب گزینه ۴ صحیح است.

۴- کدامیک از سیارک های زیر از همه کوچکتر است؟

- (۱) وستا      (۲) پالاس      (۳) سرس      (۴) جونو

جواب: گزینه (۴) درست است.

سیارک جونو، از همه کوچکتر است. جواب گزینه ۴ صحیح است.

۵- ستاره های کم جرم همانند خورشید، در پایان عمر خود به غول های قرمز بزرگی به ابعاد حدود یک واحد نجومی تبدیل خواهند شد. در مرکز این ستاره ها هسته ای از جنس کربن و در اطراف آن پوسته ای از هلیوم و در اطراف پوسته هلیومی، پوسته ای از هیدروژن همه در حال همجوشی هسته ای هستند. منبع اصلی انرژی در این ستاره ها، همجوشی کدامیک از عناصر زیر است؟

- (۱) کربن      (۲) هلیوم      (۳) هیدروژن      (۴) سیلیسیوم

جواب: گزینه (۳) درست است.

در تمامی عمر ستاره، منبع اصلی تولید انرژی، تبدیل هیدروژن به هلیوم است. جواب گزینه ۳ صحیح است.

۶- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

- (۱) در دوره تورم، شتاب انبساط عالم مثبت است.  
 (۲) در اثر پدیده سانایف زلدوویچ، دمای تابش زمینه کیهانی در خوشه های کهکشانی حتماً کاهش می یابد.  
 (۳) هم اکنون در دوره ای از عمر عالم هستیم که همچون دوره تورم، شتاب عالم مثبت است.

(۴) گزینه های ۱ و ۳ هر دو درستند.

جواب: گزینه (۴) درست است.

گزینه یک و سه هر دو صحیح هستند و بنابراین پاسخ صحیح گزینه ۴ می باشد.

۷- از گذشته های دور انسان ها با دقت خوبی می دانسته اند که زمین تخت نیست و کروی شکل است. پیشینیان ما با کدامیک از روش های زیر، پی به کروی بودن سیاره زمین نبرده بودند؟

- (۱) ماه گرفتگی ها      (۲) اندازه سایه شاخص      (۳) افق افق      (۴) روش اراتستین

جواب: گزینه (۲) درست است.

با آنکه در همین عصر نیز افرادی فکر می کنند که زمین تخت است ، اما از گذشتگان دور برخی با استدلال هایی درست به کرویت زمین پی برده بودند :

برای نمونه لبه مخروط سایه زمین که در هنگام ماه گرفتگی ها بر روی قرص ماه می افتد، چون در هر زمانی و از هر جهتی در همه ماه گرفتگی ها دایره ای گون است، خود نشانی برای کروی بودن سیاره زمین ذکر شده است. همچنین ناپدید شدن عوارض زمینی و کشتی هایی که در دریاها و اقیانوس ها راهی می شدند، در گذشته الهام بخش این مورد بوده اند. علاوه بر آن اراتستن در حدوداً ۲۰۰ سال قبل از میلاد با سنجشی دقیق برپایه کرویت زمین، شعاع این سیاره را بسیار دقیق بدست آورد و نام خود را ماندگار کرد. با اینحال اندازه سایه شاخص در هر منطقه تنها نمایانگر گذشت زمان و اندازه گیری برخی از زمان های خاص، چون زمان ظهر است.

۸- کدامیک از روش های زیر در فاصله سنجی، برای اندازه گیری فاصله کهکشان های گروه محلی تا ما، پرکاربردتر است؟

(۱) اختلاف منظر (۲) قانون هابل (۳) متغیرهای قیفاووسی (۴) ابرنواختران نوع Ia

جواب : گزینه (۳) درست است.

در اخترفیزیک روش های متعددی برای فاصله سنجی وجود دارند، که هر یک بسته به میزان فاصله و افزایش قدرت رصدی و اندازه گیری ابزارها برای محدوده ای خاص کاربرد دارند. برای نمونه در فاصله سنجی از سیارات و ستارگان نزدیک، اختلاف منظر روزانه و سالانه کاربرد دارد. برای خوشه های ستاره ای دور و کروی کهکشان راه شیری یا کهکشان های اصلی و فرعی گروه محلی ما (مانند کهکشان های آندرومدا، مثلث و ... یا ابرهای ماژلانی و دیگر کهکشان های کوتوله در این گروه ۶۰ تا ۱۰۰ کهکشان است.) در دهه های اخیر با پیشرفت دقت نورسنجی ها و امروزه، از رابطه دوره تناوب - درخشندگی متغیرهای قیفاووسی استفاده می شود.

همچنین برای کهکشان های دورتر در گروه ها و دیگر خوشه ها و حتی آبرخوشه های کهکشانی، از ابرنواختران استاندارد نوع Ia استفاده می شود و بالاخره برای فاصله سنجی های دورتر در مقیاس های کیهان شناسی، از طریقه انبساط کیهان و قانون هابل بهره می برند.

در حقیقت، با اینکه روش های نورسنجی از متغیرهای قیفاووسی و ابرنواختران نوع Ia هر دو در محدوده کهکشان های گروه محلی کاربرد دارند، متغیرهای قیفاووسی علیرغم دشواری در رصد (که تنها تلسکوپ های بزرگ قادر به رصد آن ها هستند)، به سبب همواره موجود بودن و دقت بیشتر در اندازه گیری ها امروزه با پیشرفت سنجنده ها پرکاربردترند.

۹- دو ستاره با شعاع های یکسان دارای تابندگی های متفاوت اند؛ اگر قدر ظاهری ستاره سردتر در آسمان ما کمتر باشد، کدام گزینه درست است؟ (از جذب میان ستاره ای صرف نظر کنید.)

(۱) ستاره سردتر حتماً به ما نزدیک تر است.

(۲) ممکن است ستاره سردتر یا داغتر به ما نزدیک تر باشد.

(۳) ستاره داغ تر حتماً به ما نزدیک تر است.

(۴) چنین امکانی اصلاً وجود نخواهد داشت.

جواب : گزینه (۱) درست است.

می دانیم تابندگی ستارگان با اندازه و دمای آنها متناسب است و البته قدر ظاهری آنها در آسمان ما با میزان جذبی که روی نورشان اتفاق می افتد. حال چنانچه از جذب نور صرف نظر نماییم و شعاع ها نیز یکسان باشد، می توان گفت چنانچه قدر ستاره سردتر در آسمان کمتر باشد (پرنورتر باشد) حتماً باید به ما نزدیک تر باشد.

۱۰- دستگاهی از واحدها را در نظر بگیرید که در آن واحد اندازه گیری زمان یک سال زمینی و واحد اندازه گیری طول، فاصله متوسط زمین تا خورشید یا یک واحد نجومی است. مقدار کمیت  $G(M + m)$  در این دستگاه چقدر خواهد بود؟  $G$  ثابت گرانش،  $M$  جرم خورشید و  $m$  جرم زمین است.

(۱)  $1,33 \times 10^{20}$  (۲)  $39,48$  (۳) ۱ (۴) قابل تعیین نیست.

جواب : گزینه (۲) درست است.

از قانون سوم کپلر داریم :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M + m)}$$

برای زمین  $a = 1$  و  $T = 1$  است ، بنابراین :

$$G = (M + m) = 4\pi^2 = 39,48$$

جواب گزینه ۲ صحیح است.

۱۱- اگر شیب یک خط در یک نمودار بصورت تانژانت زاویه ای که خط با محور افقی می سازد تعریف شود، (زاویه در جهت پادساعتگرد، از محور افقی تا خط اندازه گیری می شود.) شیب خطوط هم شعاع در نمودار هرْتسپرونگ – راسِل ( $HR$ ) چقدر است؟ خطوط هم شعاع مکان هندسی ستاره هایی در نمودار  $HR$  هستند، که شعاع یکسان دارند.

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) بی نهایت

جواب : گزینه (۲) درست است.

می دانیم که محور عمودی نمودار  $HR$  ، قدرمطلق یا  $\log L$  و محور افقی آن  $\log T$  می باشد ، رابطه درخشندگی و دما برای ستاره ها به شکل :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

است ، اگر از طرفین لگاریتم بگیریم :

$$\log L = \log(4\pi R^2 \sigma) + 4 \log T$$

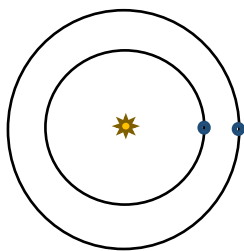
اگر شعاع ثابت باشد این معادله یک خط خواهد بود با ضریب زاویه ۴ ، اما باید توجه داشت که در نمودار  $HR$  دما از راست به چپ افزایش پیدا می کند، بنابراین ضریب زاویه خط بنا به آنچه در متن سوال گفته شده -۴ خواهد بود . پاسخ گزینه ۲ صحیح است.

۱۲- کدام سیاره اگر به جای ناهید قرار می گرفت، در هنگام گذر کسوف کامل از زمین دیده می شد؟

(۱) زحل (۲) مشتری (۳) گزینه های ۱ و ۲ (۴) هیچکدام

جواب : گزینه (۴) درست است.

چینش سیارات به هنگام گذر به صورت زیر است:



شرط کسوف کامل آن است که اندازه‌ی زاویه‌ای سیاره از دید ناظر زمینی بزرگتر یا مساوی اندازه‌ی زاویه‌ای خورشید شود. اگر این شرط برای مشتری که از زحل بزرگتر است برقرار نباشد گزینه‌ی ۴ یعنی هیچ کدام درست خواهد بود؛ پس برای مشتری شرط را بررسی می‌کنیم.

$$\theta_{\odot} = \frac{\sqrt{R_{\odot}}}{\sqrt{1AU}} \approx 0,53$$

$$\theta_J = \frac{\sqrt{R_J}}{\sqrt{r_E - r_V}} \approx 0,20$$

$\theta_J < \theta_{\odot}$  پس کسوف رخ نمی‌دهد.

۱۳- ستاره‌ای از نوع رشته اصلی با جرم خورشید را در نظر بگیرید ، که با دوره تناوب ۳۰ روز به دور خود می‌چرخد. این ستاره در پایان عمر خود تبدیل به یک کوتوله سفید خواهد شد. اگر نسبت شعاع ستاره به شعاع کوتوله سفید ۱۰۰ باشد و فرض کنیم در تمامی عمر ستاره جرم آن ثابت بماند، دوره تناوب کوتوله سفید چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۲۶۰ ثانیه (۲) ۳۰ روز (۳) کمتر از ۱ ثانیه (۴) ۱۰ روز

جواب: گزینه (۱) درست است.

بنا به قانون بقاء اندازه حرکت زاویه ای داریم :

$$L_S = L_W \quad MR_S^2 \frac{\sqrt{\pi}}{T_S} = MR_W^2 \frac{\sqrt{\pi}}{T_W}$$

که در آن  $T_S, R_S, L_S$  ، به ترتیب اندازه حرکت زاویه ای ، و شعاع و دوره ی تناوب خورشید و  $T_W, R_W, L_W$  . اندازه حرکت زاویه ای و شعاع و دوره ی تناوب کوتوله ی سفید است . با ساده سازی خواهیم داشت :

$$\frac{R_S^2}{T_S} = \frac{R_W^2}{T_W} \quad , \quad T_W = \left(\frac{R_W}{R_S}\right)^2 T_S$$

$$T_W = \frac{1}{10000} \times 30 \times 86400$$

$$T_W \cong 260 \text{ Sec}$$

گزینه اول صحیح است.

۱۴- ستاره ای را در نظر بگیرید به جرم  $M$  و شعاع  $R$  . به کمک معادله تعادل هیدرواستاتیک می توانیم نشان دهیم که فشار در این ستاره با  $\frac{M^2}{R^4}$  متناسب است. اگر به همین روش دمای ستاره را تخمین بزنیم، دمای مرکز با کدام گزینه متناسب خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{M^2}{R^2}$  (۲)  $MR$  (۳)  $\frac{M}{R}$  (۴)  $\frac{M^2}{R^4}$

جواب : گزینه (۳) درست است.

از قانون گاز کامل داریم :

$$P = \frac{\rho}{\mu m_H} kT$$

$$T = \frac{\mu m_H P}{k \rho} \rightarrow T \propto \frac{M^x R^y}{R^z M} \propto \frac{M}{R}$$

گزینه ۳ صحیح میباشد.

۱۵- در کدامیک از گزینه های زیر، آبیراهی های تلسکوپ همراه با نحوه برطرف کردنشان درست نوشته نشده است؟

- (۱) آبیراهی آستیگمات : از آینه ثانویه محدب یا مقعر استفاده می کنند.
- (۲) آبیراهی رنگی : از عدسی های آکروماتیک و یا آپوکروماتیک استفاده می کنند.
- (۳) آبیراهی کروی : از آینه های سهموی و یا هذلولی استفاده می کنند.
- (۴) آبیراهی گیسو یا کُما : از تیغه های اِشمیت و یا ماکستوف استفاده می کنند.

جواب : گزینه (۱) درست است.

همانگونه که توجه می کنید، در هر گزینه دو راه برای برطرف کردن ابیراهی یا کجنامایی مربوطه نوشته شده است؛ که بجز راه های اشاره شده در گزینه (۱)، در باقی گزینه ها روش هایی درست و مرسومند. برای نمونه با ساختن عدسی ها از دو یا سه جنس شیشه با ضرایب شکست مختلف، می توان ابیراهی رنگی را برطرف کرد. یا برای تصحیح ابیراهی آینه های کروی، آنها را به صورت مقطعی از سهموی یا هذلولی می سازند و نیز برای حل مشکل ابیراهی گیسو یا کُما، از تیغه هایی شیشه ای و خاص مانند اِشمیت یا ماکستوف استفاده می شود. با اینحال در برطرف کردن کجنامایی آستیگمات، محدب یا مقعر بودن آینه ثانویه (در مدل های کاسگرین و گریگورین) به تنهایی نقشی نداشته و از روش هایی خاص تر استفاده می شود.

۱۶- دوره تناوب سیاره ناهید به دور خورشید ۲۲۵ روز، دوره چرخش آن به دور خودش ۲۴۳ روز و تمایل مداری آن ۱۷۷ درجه است. طول یک شبانه روز خورشیدی در سیاره زهره به کدام عدد نزدیکتر است؟

- (۱) ۱۲ روز
- (۲) ۲۲۵ روز
- (۳) بینهایت
- (۴) ۱۱۷ روز

جواب : گزینه (۴) درست است.

سرعت زاویه ای خورشید در آسمان زهره بنا به قواعد حرکت نسبی برابر است با سرعت زاویه ای زهره به دور خورشید.

سرعت زاویه ای زهره به دور خودش  $\approx$  سرعت زاویه ای زهره به دور خورشید



با توجه به اینکه تمایل مداری سیاره زهره تقریباً برابر ۱۸۰ درجه است سیاره زهره بر عکس به دور خودش می‌چرخد یعنی داریم:

$$\text{سرعت زاویه ای زهره به دور خودش} = -\frac{2\pi}{243}$$

$$\text{سرعت زاویه ای زهره به دور خورشید} = \frac{2\pi}{225}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{225} + \frac{2\pi}{243}$$

$$T = 116,8 \text{ روز}$$

گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

۱۷- از جمله ذرات باد خورشیدی، ذرات بتا یا الکترون های حاصل از یونیزاسیون در سطح خورشید هستند که با سرعت ۳۵۰ کیلومتر بر ثانیه به استوای زمین می‌رسند و از طریق میدان مغناطیسی ۰,۳ گاوسی کمرندهای وان آلن بصورت مارپیچی به نواحی قطبی راه یافته و سبب پدیده شفق های قطبی می شوند. شعاع دایره ای که این ذرات به شکل فنروار طی می کنند چقدر است؟

- (۱) ۷ کیلومتر  
 (۲) ۷ متر  
 (۳) ۷ سانتیمتر  
 (۴) ۷ میکرومتر

جواب: گزینه (۳) درست است.

حرکات مارپیچی ذرات باردار در کمرندهای مغناطیسی سیاره زمین، با اندازه های مختلفی صورت می گیرد که وابسته به جرم و سرعت این ذرات و همچنین قدرت میدان مغناطیسی است:

$$F = qvB = \frac{m_e v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m_e v}{qB} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \times 3,5 \times 10^5}{1,6022 \times 10^{-19} \times 0,3 \times 10^{-4}} = 0,066 \text{ m} \cong 7 \text{ cm}$$

۱۸- برخی محاسبات نشان دهنده برخوردی عظیم میان کهکشان های راه شیری و آندرومدا در حدود ۴ میلیارد سال دیگر است و این دو اکنون با سرعت ۱۱۰ کیلومتر بر ثانیه در حال نزدیک شدن به یکدیگرند. تخمین بزنید احتمال برخورد رودرروی دو ستاره در کهکشان نهایی تولید شده (که احتمالاً نامی بصورت Milkomeda یا Milkdromeda خواهد داشت!) چقدر خواهد بود؟

- (۱)  $10^{-22}$   
 (۲)  $10^{-12}$   
 (۳)  $10^{-7}$   
 (۴)  $10^{-2}$

جواب: گزینه (۲) درست است.

برای محاسبه احتمال برخورد میان دو ستاره در کهکشان نهایی، از آنجا که ساختار کهکشان های مارپیچی تقریباً صفحه ای شکل است، ابتدا مساحت محدوده فاقد ستاره در اطراف هر یک از ستاره ها را در یک کهکشان می یابیم:  
(در این سؤال، شعاع هر کهکشان را ۵۰ هزار سال نوری و تعداد ستارگان را نیز  $10^{11}$  عدد در نظر می گیریم)

$$S_{\text{اطراف ستاره}} = \frac{\pi R_G^2}{N} = \frac{\pi \times (50000 \times 9.46 \times 10^{15})^2}{10^{11}} = 7.03 \times 10^{30}$$

$$S_{\text{اطراف ستاره}} = \pi r^2 \rightarrow r = 1.5 \times 10^{15} \text{ m}$$

حال می دانیم در استوانه ای به شعاع  $2r$  در اطراف هر ستاره ای، به نسبت مساحت مقطعی در اطراف هر ستاره به شعاع بدست آمده در بالا احتمال برخورد سطحی وجود دارد که در حقیقت احتمال برخورد یک ستاره از هر یک از کهکشان ها، با ستاره های موجود در کهکشان دیگر است. اگر ستارگان را خورشیدگون بگیریم:

$$P = \frac{\pi (2R_{\odot})^2}{\pi r^2} = \frac{(2 \times 6.96 \times 10^8)^2}{(1.5 \times 10^{15})^2} = 8.6 \times 10^{-13}$$

که تقریباً معادل با احتمالی است که در گزینه (۲) به آن اشاره شده است.

۱۹- پارامتر فرید به طور میانگین ابعاد محدوده ای از هوا در جو زمین است، که ضریب شکست را در آن محدوده می توان ثابت فرض کرد. اگر پارامتر فرید در یک رصدگاه ۱۰ سانتیمتر باشد، قدرت تفکیک یک تلسکوپ ۱ متری با قدرت تفکیک ایده آل تلسکوپی با چه دهانه ای (برحسب سانتیمتر) برابر خواهد بود؟

- (۱) ۱۲۲ (۲) ۱٫۲۲ (۳) ۲٫۴۴ (۴) ۱۰

جواب: گزینه (۴) درست است.

پارامتر فرید (Fried) پارامتری محدودکننده برای توان تفکیک ابزار است که جو آن را معین می کند و مشخصات ابزار آن را تعیین نمی کند. در واقع بیشتر کردن قطر آینه پس از گذشتن از پارامتر فرید توان تفکیک را بالا نمی برد. این معادل بهتر کردن زاویهی تفکیک و کوچک تر کردن آن از پارامتر دید (seeing) است در نتیجه بهترین قدرت تفکیک متناظر با تلسکوپی به قطر آینهی اصلی ۱۰ سانتی متر خواهد بود.

۲۰- در تلسکوپ های بزرگ معمولاً جریان بادی با سرعت ثابت بر روی آینه اولیه ایجاد می کنند. به نظر شما علت این امر چیست؟

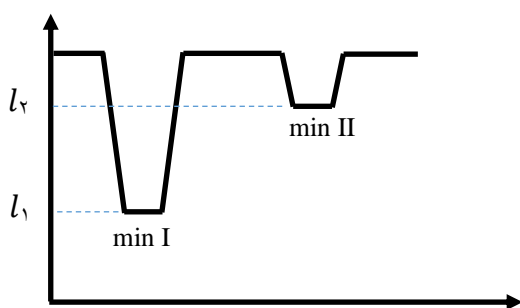
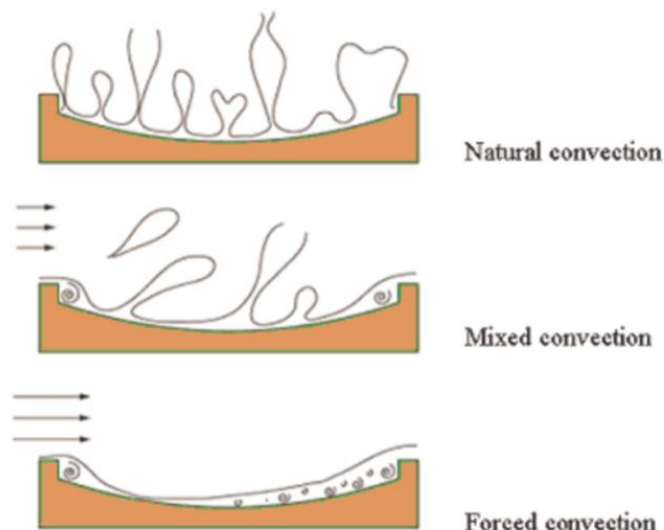
- (۱) جلوگیری از نشستن گرد و غبار بر روی آینه و کاهش کیفیت تصویر.  
(۲) کاهش آبیراهی رنگی ناشی از پراش در لبه های آینه اولیه.  
(۳) کاهش اثرات ناشی از پستی بلندی های به وجود آمده بر روی سطح آینه، به علت مشکلات پولیش.  
(۴) کاهش اثر پارامتر دید آینه یا Seeing

جواب: گزینه (۴) درست است.

اگر هوای روی سطح آینه را کد به دلیل تغییرات دما و با گذشت زمان محدودههایی (حباب) از هوا به وجود می آیند که در آن ها ضریب شکست تقریباً ثابت است و با محیط اطرافشان ضریب شکست متفاوتی دارند. این حبابها اثر seeing را تشدید می کنند. با ایجاد جریان بادی با سرعت ثابت از ایجاد این گونه حبابها جلوگیری می شود. به طور کلی سه عامل اصلی برای پارامتر دید موضعی در نظر گرفته می شود:

- دید در اثر پوسته، این اثر را می توان به عنوان موج هایی که در اثر باد بر روی گنبد ایجاد می شود در نظر گرفت.
- دید گنبد، تفاوت دما بین اجزای داخلی محفظه باعث ایجاد حباب های هوای داغ می شود که در اثر تغییر ضریب شکست، باعث تغییر پارامتر دید می شود.
- دید آینه، به طور معمول آینه اولیه از محیط اطراف آن گرم تر است.

با طراحی دقیق اجزای گنبد و همچنین با ایجاد یک باد یکنواخت بر روی آینه می توان دو اثر دبد پوسته و دبد آینه را تا حدود خوبی برطرف نمود.



۲۱- منحنی نوری یک ستاره متغیر نموداری است که

محور افقی آن زمان و محور عمودی آن روشنایی ظاهری ستاره است. شکل مقابل منحنی نوری یک ستاره دوتایی گرفتی را نشان می دهد که در این منحنی دو کمینه دیده می شود. در کمینه اول

(min I) ستاره کوچکتر در پشت ستاره بزرگتر قرار دارد؛ که در این حالت روشنایی کل دوتایی  $l_1$  است و

در کمینه دوم (min II) ستاره کوچکتر در مقابل ستاره بزرگتر قرار گرفته است؛ که در این حالت

روشنایی کل  $l_2$  است. اگر نسبت  $\frac{l_2}{l_1}$  برابر ۲ باشد، نسبت  $\frac{R_S}{R_b}$  چقدر است؟  $R_S$  شعاع ستاره کوچکتر و

$R_b$  شعاع ستاره بزرگتر است. فرض کنید دمای ستاره کوچکتر نیز دو برابر دمای ستاره بزرگتر باشد.

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{15}}$

(۲)

(۱)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$

جواب : گزینه (۲) درست است.

برای حالت  $min I$  داریم :

$$l_1 = \frac{4\pi R_b^2 \sigma T_b^4}{4\pi D^2}$$

که در آن  $D$  فاصله ستاره ی دوتایی از ماست . به همیت ترتیب در  $min II$  داریم :

$$l_2 = \frac{4\pi R_b^2 \sigma T_b^4 - 4\pi R_s^2 \sigma T_b^4 + 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4}{4\pi D^2}$$

$$2 = \frac{l_2}{l_1} = \frac{R_b^2 T_b^4 - R_s^2 T_b^4 + R_s^2 T_s^4}{R_b^2 T_b^4} = 1 - \left(\frac{R_s}{R_b}\right)^2 + \left(\frac{R_s}{R_b}\right)^2 \left(\frac{T_s}{T_b}\right)^4$$

$$2 = 1 - \left(\frac{R_s}{R_b}\right)^2 (1 - 16) \rightarrow \left(\frac{R_s}{R_b}\right)^2 = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{R_s}{R_b} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

پاسخ گزینه ۲ صحیح میباشد.

۲۲- اثرات جذب میان ستاره ای در کهکشان راه شیری، روی نور دریافتی از کدامیک از کهکشان های زیر بیشتر خواهد بود؟

NGC۸۹۱ (۴)

NGC۲۵۳ (۳)

M۸۷ (۲)

M۶۴ (۱)

جواب : گزینه (۴) درست است.

می دانیم که در ساختار کهکشان های مارپیچی چون راه شیری خودمان، دیسکی بارز از موارد میان ستاره ای که جذب نور بالایی نیز دارند وجود دارد، که اکثر تراکم ماده مرئی در کهکشان را بخود اختصاص داده است. از آنجا که منظومه شمسی ما نیز در همین صفحه است، پس از دید ناظران زمینی آن دسته از اجرامی که نزدیک تر به استوای کهکشانی باشند جذب بیشتری روی نورشان اتفاق می افتد. همچنین می دانیم قطب های کهکشانی در صورت های فلکی گیسوان برنیکه و حجار یا سنگتراش قرار دارند، که اجرام نزدیک تر به آن جذب نور بسیار کمتری را تجربه خواهند نمود.

با توجه به تمام این توضیحات و مکان قرارگیری اجرام اشاره شده در گزینه ها، می توان گفت کهکشان های M۶۴ و M۸۷ و NGC۲۵۳ که به ترتیب در صورت های فلکی گیسو و سنبله و حجار قرار گرفته اند، نمی توانند جواب مناسبی باشند. اما در عوض کهکشان NGC۸۹۱ ما بین صورت های فلکی آندرومدا و برساوش، گزینه مناسبی برای جذب نور بیشتری خواهد بود.

۲۳- مدت زمان بین الطلوعینِ نجومی، از هنگامی است که خورشید  $18^\circ$  زیر افق شرقی قرار دارد (اقامه اذان صبح) تا آن زمان که قرص آن از شرق طلوع می کند و زمان آدای نماز صبح نیز در همین بازه است. برای ناظری در شهر تهران با عرض جغرافیایی  $35/5^\circ$  شمالی، در کدامیک از روزهای سال مدت زمان بین الطلوعینِ نجومی طولانی تر است؟

- (۱) اعتدال بهاری (۲) انقلاب تابستانی (۳) اعتدال پاییزی (۴) انقلاب زمستانی

جواب: گزینه (۲) درست است.

برای محاسبه اختلاف زمان میان اذان صبح تا طلوع آفتاب، با استفاده از رابطه شفق ها و فلق ها می توان نوشت:

$$\cos H' = -\tan \varphi \tan \delta + \frac{\cos 10.8^\circ}{\cos \varphi \cos \delta}$$

$$\cos H = -\tan \varphi \tan \delta$$

که برای ابتدای هر فصل مقدار اختلاف زاویه ساعتی  $\Delta H = H' - H$  به راحتی با تقسیم کردن بر  $15^\circ$  مقداری دقیق از زمان بین الطلوعین نجومی را به ما خواهد داد. این زمان برای اعتدال بهاری و پاییزی یکسان و برابر با حدود ۱ ساعت و ۲۹ دقیقه، برای انقلاب زمستانی ۱ ساعت و ۳۶ دقیقه و بالاخره برای انقلاب تابستانی نیز ۱ ساعت و ۵۳ دقیقه خواهد بود. در نتیجه در هر شهری که در نیمکره شمالی زمین قرار گرفته باشد، بین الطلوعین نجومی در زمان صبح روز ۱ تیرماه بیشترین زمان را بخود اختصاص داده است؛ اما در شهرهای نیمکره جنوبی کاملاً برعکس و در روز انقلاب زمستانی خواهد بود.

۲۴- ابرخوشه کهکشانی سنبله با شعاعی در حدود ۲٫۲ مگاپارسک، دارای ۱۵۰۰ عضو و جرمی در حدود  $10^{15}$  برابر جرم خورشید است. سرعت هر یک از کهکشان ها را حدود چند کیلومتر بر ثانیه بدست می آورید؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ (۴) ۱۰

جواب: گزینه (۲) درست است.

در چنین مواردی چنانچه از قضیه ویریال استفاده نموده و انرژی های پتانسیل گرانشی و جنبشی را در مجموعه بررسی کنیم، می توان با در نظر گرفتن تعداد اعضاء انرژی پتانسیل کل و همچنین فرض فاصله متوسط میان هر دو کهکشان از مرتبه شعاع کل خوشه، محاسبات زیر را انجام داد:

$$|K| \equiv \frac{1}{2} |U| \rightarrow N \times \frac{1}{2} M v^2 = \left( \frac{N}{2} \right) \frac{G M M}{r^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} N M v^2 = \frac{N!}{2!(N-2)!} \times \frac{G M^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G M (N-1)}{r}}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 10^{15} \times 1.99 \times 10^{30} \times 1499}{1500 \times (2.2 \times 10^6 \times 3.09 \times 10^{16})}} = 1397 \frac{Km}{sec}$$

که البته می دانیم نیمه دیگر انرژی پتانسیل گرانشی نیز، به صورت تابش پرتوها در محدوده X از این خوشه ها نشر خواهد شد!

### مسئله های پاسخ کوتاه

۱- سیاره ای فراخورشیدی با استفاده از تکنیک عبور (گذر یا Transit) یافته شده است. مشاهدات دقیق معلوم کرده که این سیاره تا  $0,0001$  قدر، نورانیت ستاره مادرش را افزایش داده است. اگر این ستاره در نمودار هرتسپرونگ - راسل دقیقاً در مکان خورشید ما قرار گرفته باشد و اختلاف منظری در حدود  $0,01$  ثانیه قوسی داشته باشد، قطر سیاره چند هزار کیلومتر است؟ (قطر سیاره در یکای هزار کیلومتر چه عددی است)

جواب : عدد ۱۳ درست است.

ظاهراً با استفاده از مکان قرارگیری این ستاره می توان گفت از لحاظ تابندگی، دما و اندازه ستاره ای خورشیدگون است و همچنین فاصله آن تا ما نیز اینگونه محاسبه خواهد شد :

$$d = \frac{1}{p''} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ pc}$$

همچنین برای اختلاف قدر ظاهری میان حالتی که گذر سیاره اتفاق افتاده است در مقایسه با زمانی که قرص ستاره کاملاً باز خواهد بود، می توان نوشت :

$$m' - m = -2,5 \log \frac{b'}{b} = -2,5 \log \frac{\pi(R^2 - r^2)\sigma T^4}{\pi R^2 \sigma T^4} = -2,5 \log \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = +0,0001$$

$$\rightarrow \left( \frac{r}{R} \right)^2 = 1 - 10^{\frac{0,0001}{-2,5}} = 9,21 \times 10^{-5} \rightarrow r = 6680 \text{ Km} \rightarrow D = 13360 \text{ Km}$$

که اکنون با توجه به خواسته مسئله، باید جواب نهایی را بصورت ۱۳ هزار کیلومتر اعلام کرد.

۲- در یک جسم سیاه، نسبت چگالی انرژی تابشی به فشار تابش چقدر است؟  
جواب : پاسخ صحیح عدد ۳ میباشد.

$$U = aT^4 \text{ چگالی انرژی}$$

$$P = \frac{1}{3} aT^4 \text{ فشار}$$

$$\frac{U}{P} = 3$$

۳- سیارکی در مداری به شکل هذلولی به دور خورشید می چرخد و فاصله حضيض سیارک ۱۵ واحد نجومی است. اگر نیم قطر بزرگ هذلولی ۵ واحد نجومی باشد، خروج از مرکز مدار سیارک چقدر خواهد بود؟  
جواب : پاسخ صحیح عدد ۴ میباشد.

در مورد مدار هذلولی داریم :

$$a_p = a(e - 1)$$

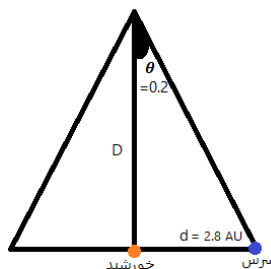
$$15 = 5(e - 1)$$

$$\Rightarrow e - 1 = 3 \Rightarrow e = 4$$

۴- اختلاف منظر ستاره‌ای از نظر رصدگری که روی سیارک سرس زندگی می‌کند ۰٫۲ ثانیه قوسی است. فاصله این ستاره چند پارسک است؟  
 جواب: پاسخ صحیح عدد ۱۴ میباشد.

$$\tan \theta \cong \theta \cong \frac{d}{D}$$

$$\frac{d}{\theta} = \frac{۲٫۸}{۰٫۲} = ۱۴ \text{ pc}$$



۵- اگر دمای یک گاز را ۱۰۰ برابر کنیم، سرعت میانگین ذرات آن چند برابر می‌شود؟ در اینجا منظور از سرعت میانگین ریشه دوم میانگین مجذور سرعت یا  $v_{rms}$  است.  
 جواب: پاسخ صحیح عدد ۱۰ میباشد.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{۳k_B T}{M}} \rightarrow \frac{V_{rms}^1}{V_{rms}^2} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}} = \frac{1}{10}$$

$$V_{rms}^2 = 10 V_{rms}^1$$

۶- برای یک سیارک خارجی (سیارکی که فاصله آن از خورشید در تمامی نقاط از یک واحد نجومی بیشتر است) دوره تناوب هلالی و نجومی با هم برابرند. دوره تناوب هلالی این سیارک چند سال زمینی است؟  
 جواب: پاسخ صحیح عدد ۲ میباشد.  
 دوره ی تناوب هلالی برای سیاره های خارجی از رابطه :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_{\oplus}} - \frac{1}{P_a}$$

به دست می‌آید که در آن  $P_{\oplus}$  دوره تناوب زمین و  $P_a$  دوره تناوب سیارک است .

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_{\oplus}} - \frac{1}{S} \rightarrow \frac{2}{S} = \frac{1}{P_{\oplus}}$$

$$S = 2P_{\oplus}$$

۷- دو سیاره  $A$  و  $B$  با شعاع های  $R_A$  و  $R_B$  و فواصل  $r_A = ۱۵ \text{ AU}$  و  $r_B = ۳ \text{ AU}$  از ستاره ای به درخشندگی  $L$  به دور آن، در مدارهای کاملاً دایره ای می‌گردند. قدر سیاره  $A$  از نظر ناظر ساکن در سیاره  $B$  هنگامی که سیاره  $A$  در حالت مقارنه است  $m_A$  و قدر سیاره  $B$  از نظر ناظر ساکن در سیاره  $A$  هنگامی که سیاره  $B$  در حالت مقارنه بیرونی است را  $m_B$  می‌نامیم. اگر  $m_A = m_B$  باشد، نسبت  $\frac{R_A}{R_B}$

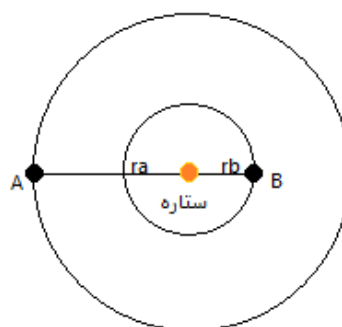
چقدر است؟ مقارنه بیرونی، مقارنه ایست که در آن فاصله سیاره B از سیاره A از  $r_A$  بزرگتر باشد.

جواب : پاسخ صحیح عدد ۵ میباشد.

$$m_A = -2,5 \log \frac{\frac{L}{4\pi r_A^2} \pi R_A^2}{4\pi (r_A + r_B)^2} + C$$

$$m_B = -2,5 \log \frac{\frac{L}{4\pi r_B^2} \pi R_B^2}{4\pi (r_A + r_B)^2} + C$$

$$\frac{R_A^2}{r_A^2} = \frac{R_B^2}{r_B^2} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{15}{3} = 5$$



۸- ستاره ای را در نظر بگیرید که سرتاسر آن هم دماست (دمای همه نقاط ستاره یکسان است). اگر در این

ستاره رابطه ی چگالی جرمی ( $\rho$ ) با فاصله از مرکز ( $r$ ) به شکل  $\rho \propto r^{-n}$  باشد،  $n$  چقدر است؟

جواب : پاسخ صحیح عدد ۲ میباشد.

اگر دما در ستاره در همه جا یکسان باشد از معادله حالت گاز کامل داریم:

$$P = \frac{\rho}{\mu m_H} kT = \frac{kT}{\mu m_H} \rho = \beta \rho$$

که در آن  $\beta$  ثابت است،

$$\frac{dP}{dr} = \beta \frac{d\rho}{dr} = -\frac{Gm(r)}{r^2} \rho$$

$$dm(r) = 4\pi r^2 \rho dr$$

اگر  $\rho = Ar^{-n}$  باشد:

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 Ar'^{-n} dr'$$

$$= 4\pi A \int_0^r r'^{-n+2} = \frac{4\pi A}{3-n} r^{3-n}$$

$$\frac{d\rho}{dr} = -nAr^{n-1}$$

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{G}{\beta} \frac{4\pi A}{3-n} r^{3-n} \frac{1}{r^2} Ar^{-n} = -nAr^{-n-1}$$

شرط اینکه این رابطه همواره برقرار باشد باید توان های  $r$  در هر دو طرف باهم برابر باشند:

$$3 - n - 2 - n = -n - 1$$

$$n = +2$$



۹- جهانی را در نظر بگیرید که در آن ضریب مقیاس  $(a)$  به شکل زیر با زمان رابطه داشته باشد :

$$a = a_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{4}{5}}$$

که در آن  $t_0$  و  $a_0$  به ترتیب زمان حال و مقدار ضریب مقیاس در زمان حال است. در این جهان اندازه افق ذره در زمان حال چند برابر  $ct_0$  خواهد بود؟

جواب : پاسخ صحیح عدد ۵ میباشد.

$$d_p = a_0 \int_{t_0}^t \frac{cdt}{a} = a_0 \int_{t_0}^t \frac{cdt}{a_0 t^{\frac{4}{5}}} t^{\frac{4}{5}}$$

$$ct_0^{\frac{4}{5}} \int_{t_0}^t t^{-\frac{4}{5}} dt = c t_0^{\frac{4}{5}} \left[ 5 t^{\frac{1}{5}} \right]_0^t$$

$$= 5 c t_0^{\frac{4}{5}} t^{\frac{1}{5}} = 5 c t$$

۱۰- طول حضیض زمین، زاویه حضیض مداری زمین تا نقطه‌ی اعتدال بهاری تعریف می‌شود. در صورتی که طی اختلالی این زاویه برای مدار زمین که خروج از مرکز کوچک دارد تغییر کند، در بیشترین حالت طول فصول بهار و تابستان (۶ ماهه نخست سال) چند روز از طول فصول پاییز و زمستان بیشتر خواهد شد؟ (خروج از مرکز مدار زمین  $e = 0.017$  است.)

جواب : پاسخ صحیح عدد ۸ میباشد.

برای تکانه زاویه‌ای داریم:  $h = r^2 \dot{\theta}$  و با انتگرالگیری از این رابطه و جایگذاری رابطه‌ی  $r(\theta)$  برای مدار بیضوی می‌توانیم بنویسیم:

$$h \int dt = \int r^2 d\theta = a^2 (1 - e^2)^2 \int (1 - 2e \cos \theta) d\theta$$

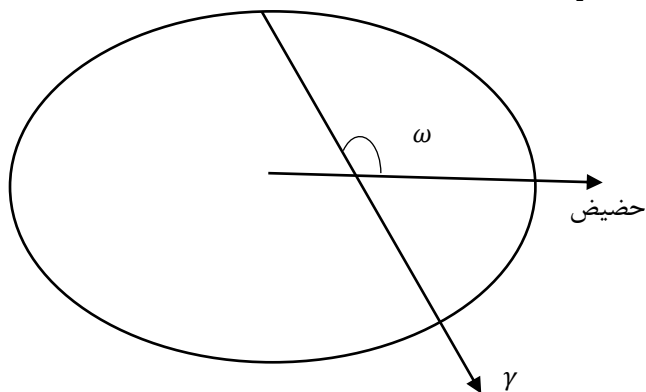
$$\frac{2\pi a^2 (1 - e^2)^2}{T} \approx \theta - 2e \sin \theta$$

زاویه‌ی نقطه‌ی اعتدال بهاری با حضیض را  $\omega$  می‌خوانیم از شکل می‌توانیم  $\theta$  را برای اول بهار و اول پاییز بنویسیم.

$$\theta_1 = \omega$$

$$\theta_2 = \pi + \omega$$

با این حساب می‌توانیم مجموع بازه‌ی زمانی بهار و تابستان را بنویسیم:



$$\frac{\Delta t_1}{T} = \frac{1}{2} + \frac{2e \sin \omega}{\pi}$$

این معادله نشان می‌دهد مجموع بازه‌ی زمانی بهار و تابستان چقدر از یک نیم‌دوره تناوب بیشتر است. طول پاییز و زمستان به همین میزان از یک نیم‌دوره تناوب کمتر خواهد بود پس می‌توانیم اختلاف  $\Delta t$  ها را بنویسیم:

$$\delta(\Delta t) = \frac{4e}{\pi} \sin \omega T$$

که با یک اختلال در امگا نهایتاً می‌تواند مقدار  $\frac{4e}{\pi} T$  پیدا کند که برابر است با:

$$\text{روز } 7,9 \approx 0,8$$