

در ذوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

(۲) $11/6$

(۱) $11/5$

(۴) $12/8$

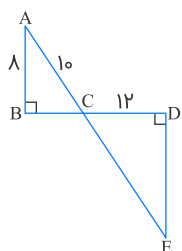
(۳) $12/2$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

در شکل زیر، مساحت مثلث CDE کدام است؟



(۱) ۲۴

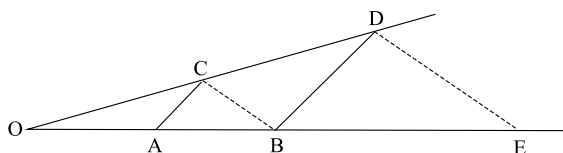
(۲) ۴۸

(۳) ۹۶

(۴) ۱۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. $OA = 3$ و $AB = 5$ ، اندازه BE، کدام است؟



(۱) $13\frac{1}{3}$

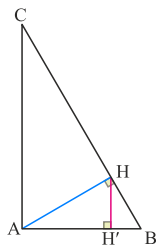
(۲) $12\frac{2}{3}$

(۳) $11\frac{1}{3}$

(۴) $10\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

در مثلث قائم‌الزاویه زیر، $AH' = ۱۲$ و $BH' = ۳$ است. در این صورت طول وتر مثلث ABC کدام است؟



(۱) $۲۴\sqrt{۵}$

(۲) $۲۱\sqrt{۵}$

(۳) $۱۸\sqrt{۵}$

(۴) $۱۵\sqrt{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در چهار ضلعی محدب $ABCD$ ، رابطه $\frac{\hat{A}}{۴} = \frac{\hat{B}}{۳} = \frac{\hat{C} + \hat{D}}{۱۱}$ ، بین زاویه‌ها برقرار است. زاویه حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه مجاور $\hat{A}$ و $\hat{B}$ ، چند درجه است؟

(۲) ۶۰

(۱) ۵۰

(۴) ۷۵

(۳) ۷۰

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

نقطه ثابت A در صفحه مفروض است. مساحت نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از A بیشتر از ۴ و کمتر از ۶ است چقدر است؟

(۲) ۱۶π

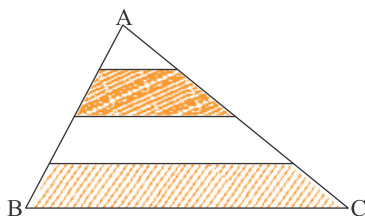
(۱) ۳۶π

(۴) ۲۰π

(۳) ۵۲π

تالیفی نرگس کارگر

در شکل زیر، اضلاع AB و AC به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. نسبت مساحت دو قسمت رنگی کدام است؟



(۱) $\frac{۷}{۲}$

(۲) $\frac{۷}{۳}$

(۳) $\frac{۸}{۳}$

(۴) $\frac{۹}{۲}$

تالیفی علی شهبازی فراهانی

در مثلث ABC ، نیمساز رأس B و عمود منصف ضلع BC روی ضلع AC متقاطع‌اند. اگر $\hat{A} = ۵۴^\circ$ باشد، آنگاه اندازه زاویه B کدام است؟

(۲) ۸۲°

(۱) ۷۸°

(۴) ۸۶°

(۳) ۸۴°

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نقطه A و خط d مفروض است. اگر تعداد نقاطی که از خط d به فاصله ۳ و از نقطه A به فاصله ۴/۵ باشند، برابر با ۳ باشد، فاصله نقطه A از خط d کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۱/۵

(۴) ۶

(۳) ۴/۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

پاره خط AB به طول ۸ مفروض است. نقطه M روی عمودمنصف پاره خط AB و به فاصله ۳ از آن قرار دارد. H محل برخورد عمودمنصف با پاره خط AB در نظر گرفته می شود. نیمساز زاویه AMH رسم می شود تا پاره خط AH را در D قطع کند. فاصله نقطه D تا خط AM کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تالیفی نرگس کارگر

حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث متساوی الاضلاع وجود دارد که از محل برخورد عمودمنصف اضلاع آن به یک فاصله باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) ۶

(۳) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

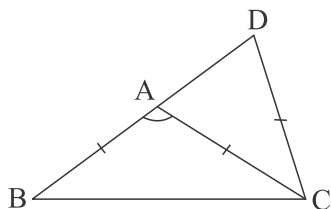
در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، ساق BA را از نقطه B به اندازه قاعده BC تا نقطه D، امتداد می دهیم. اگر $CD = CA$ باشد، زاویه A چند درجه است؟

(۱) ۱۰۲

(۲) ۱۰۵

(۳) ۱۰۸

(۴) ۱۱۲



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

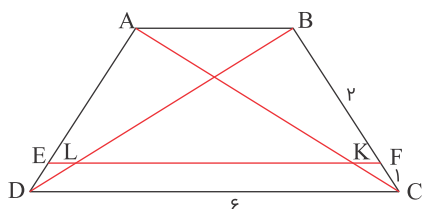
باتوجه به شکل زیر، اگر $AB \parallel EF \parallel DC$ باشد، حاصل $FL + EK$ کدام است؟

(۱) ۳

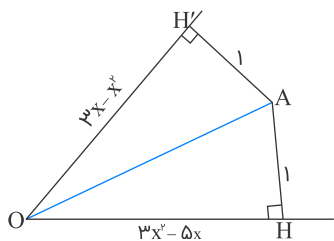
(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۸



تالیفی محمد علی نیک بخش



$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$3 + \sqrt{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{\sqrt{5} + 3} \quad (4)$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در دوزنقه به طول قاعده ۲ و ۳، از نقطه محل برخورد قطرهای خطی به موازات دو قاعده رسم می‌کنیم. اگر طول پاره‌خطی که ساق‌های دوزنقه از این خط جدا می‌کنند، x باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$x = \sqrt{6} \quad (2)$$

$$x = \frac{5}{2} \quad (1)$$

$$x = \frac{12}{5} \quad (4)$$

$$x = \frac{6}{5} \quad (3)$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

روی محیط مربعی به ضلع ۴ واحد، دو نقطه وجود دارد که به فاصله ۵ واحد از یک رأس مربع قرار دارند. فاصله مرکز مربع از یکی از این نقاط کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

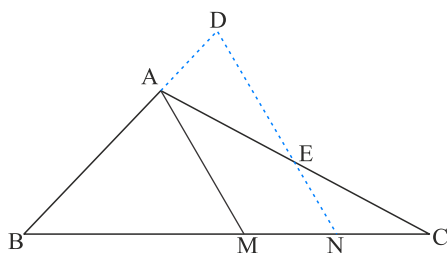
$$1 \quad (1)$$

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

تالیفی نرگس کارگر

در مثلث ABC که $AB = \frac{2}{3}AC$ ، پاره‌خط ND موازی میانه AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟



$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

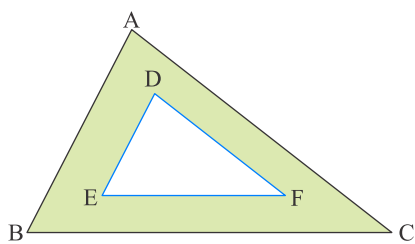
$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

در شکل زیر اضلاع دو مثلث، دوبه دو با هم موازی اند. اگر اضلاع مثلث بزرگ ۸، ۱۲ و ۷ و بزرگترین ضلع مثلث کوچک ۴ باشد، نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مثلث کوچک کدام است؟



(۱) ۶

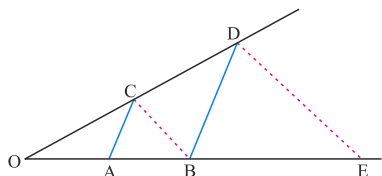
(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

تالیفی علی شهبابی فراهانی

در شکل زیر اگر $AC \parallel BD$ ، $BC \parallel DE$ ، $OB = ۱۰$ و $AE = ۲۱$ باشد، اندازه AB کدام است؟



(۱) ۴/۵

(۲) ۴

(۳) ۵/۵

(۴) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دو نقطه A و B به فاصله ۵ واحد از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۱ و از B به فاصله ۴ باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

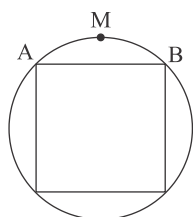
تالیفی نرگس کارگر

در مربعی به ضلع ۲ واحد، دایره‌ای به مرکز یک رأس آن و شعاع $۲/۵$ واحد، دو ضلع مربع را قطع می‌کند. فاصله نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقطه تقاطع، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

در شکل زیر، ضلع مربع برابر ۲ واحد است. فاصله وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چقدر است؟

(۱) $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۳

در مثلث ABC ، اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD ، کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۷/۵

(۴) ۹

(۳) ۸/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۴

در دوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

(۲) ۱۱/۶

(۱) ۱۱/۴

(۴) ۱۲/۸

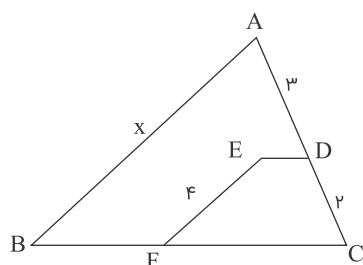
(۳) ۱۲/۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

۲۵

در شکل زیر $ED \parallel FC$ و $EF \parallel AB$ است. باتوجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۹

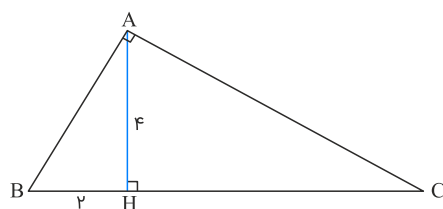
(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

تالیفی محمد علی نیک بخش

۲۶

در شکل زیر اندازه ارتفاع وارد بر وتر در مثلث AHC کدام است؟



(۱) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

(۳) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

(۴) $2\sqrt{5}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۷

در یک مکعب به طول یال $4\sqrt{2}$ ، فاصله وسط هریک از دو وجه غیرموازی از یکدیگر چقدر است؟

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) ۳

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

مساحت یک مثلث قائم الزاویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچکتر آن ساخته می‌شود. اندازه میانه وارد بر ضلع متوسط چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

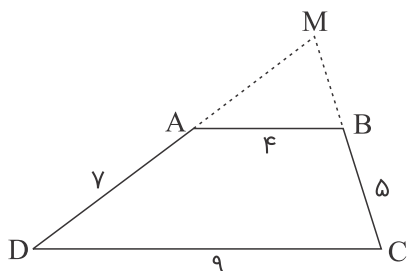
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

اندازه اضلاع دوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



$$۱۳/۲ \quad (۱)$$

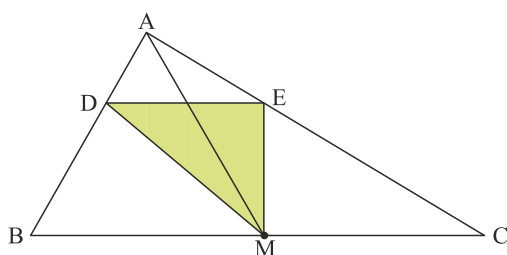
$$۱۳/۶ \quad (۲)$$

$$۱۴/۴ \quad (۳)$$

$$۱۴/۸ \quad (۴)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

در شکل زیر نقطه M وسط BC است. اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$ باشد، نسبت مساحت مثلث DEM به مثلث ABC کدام است؟ (DE || BC)



$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

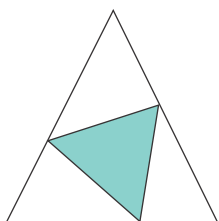
$$\frac{5}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{16} \quad (۴)$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم شده است. مساحت مثلث رنگی، چندبرابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است؟



$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

۳۲

در مثلث ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$ ، عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۲۰
(۳) ۲۵
(۴) ۳۰

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۳۳

نقطه A به فاصله $x^2 - 6x + m$ از خط d قرار دارد. اگر فقط یک نقطه روی خط d وجود داشته باشد که فاصله‌اش از A برابر با ۳ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m \leq 10$
(۲) $m = 12$
(۳) $m \leq 12$
(۴) $m \leq 13$

تالیفی نرگس کارگر

۳۴

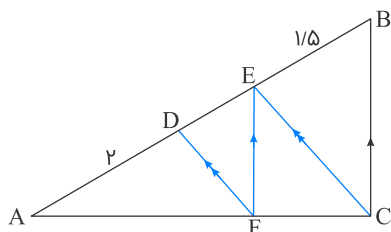
اگر نسبت اضلاع یک چهار ضلعی ۵، ۷، ۹ و ۱۱ و محیط آن ۱۶۰ باشد، کوچک‌ترین ضلع چهار ضلعی کدام است؟

- (۱) ۴۵
(۲) ۵۵
(۳) ۳۵
(۴) ۲۵

تالیفی محمد علی نیک بخش

۳۵

در مثلث زیر، $EF \parallel BC$ و $DF \parallel EC$ است. طول AB کدام است؟



- (۱) ۵/۵
(۲) ۵
(۳) ۴/۵
(۴) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۶

در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{3}{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

دو نقطه A و B به فاصله ۷ از یکدیگر قرار دارند. از A و B کمان‌هایی با شعاع x رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. خطی که از C و D می‌گذرد، عمودمنصف AB است. مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

(۲) ۳

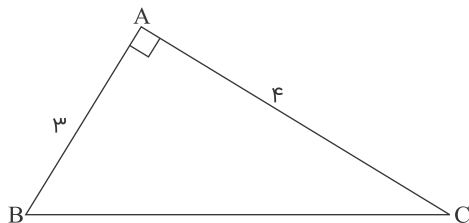
(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مثلث زیر فقط یک نقطه وجود دارد که از B و C به فاصله برابر و از A به فاصله x باشد. مقدار x کدام است؟



(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۷

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع قائم به نسبت ۱ و ۳ و مساحت آن ۶۰ واحد مربع است. ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

در مثلث ABC ، ضلع AB بزرگ‌تر از ضلع AC است. هریک از میانه‌های BM و CN را از وسط اضلاع به اندازه خود تا D و E امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت مثلث DBC به مساحت مثلث EBC کدام است؟

(۲) بیشتر از ۱

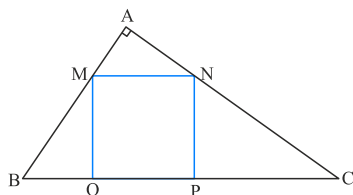
(۱) کمتر از ۱

(۴) بستگی به ضلع سوم دارد.

(۳) مساوی ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

مثلث ABC قائم‌الزاویه و چهار ضلعی $MNPQ$ مربع است. اگر $PC = ۱۶$ و $MQ = ۸$ باشد، اندازه ضلع BC کدام است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۲۸

(۳) ۲۰

(۴) ۳۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مثلثی قائم‌الزاویه با طول اضلاع قائم ۴ و ۶، طول نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

(۲) ۲/۴

(۱) ۲

(۴) $2/4\sqrt{2}$

(۳) ۲/۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ، $AB = AC = ۴$ و $BC = ۲\sqrt{۷}$ است. ضلع AC را به اندازه خود تا نقطه D امتداد می‌دهیم ($AD = AC$). اندازه BD کدام است؟

$$۴\sqrt{۲} \quad (۲)$$

$$۲\sqrt{۱۵} \quad (۱)$$

$$۷ \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

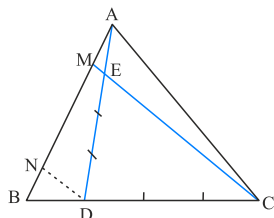
در شکل زیر، $BD = \frac{1}{۴}BC$ و $AE = \frac{1}{۴}AD$ و $DN \parallel CM$. اندازه AB چند برابر AM است؟

$$۴ \quad (۱)$$

$$۴/۵ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۴)$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$ ، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. حداکثر چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک فاصله بوده و از رأس C به فاصله معلوم r باشد؟

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

تالیفی نرگس کارگر

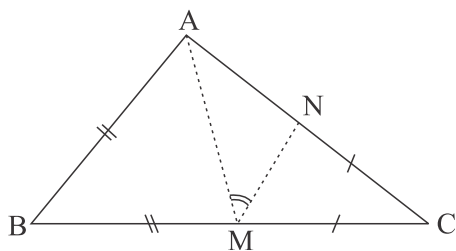
در شکل زیر، دو مثلث کناری متساوی الساقین اند و $\hat{M} = ۴۳^\circ$ ، اندازه زاویه $\hat{BAC}$ چند درجه است؟

$$۹۳ \quad (۱)$$

$$۹۴ \quad (۲)$$

$$۹۶ \quad (۳)$$

$$۹۷ \quad (۴)$$



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

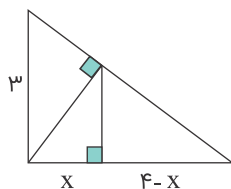
در شکل زیر، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه x کدام است؟

$$۱/۹۶ \quad (۱)$$

$$۱/۵۶ \quad (۲)$$

$$۱/۶۴ \quad (۳)$$

$$۱/۴۴ \quad (۴)$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ، قاعده BC را از دو طرف به اندازه ساق‌ها تا نقاط D و E امتداد می‌دهیم. در مثلث $\triangle ADE$ کوچک‌ترین زاویه خارجی، چند برابر کوچک‌ترین زاویه داخلی آن است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{۳}{۲}$
(۳) ۲
(۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

از به هم وصل کردن اوساط چهار ضلعی $ABCD$ یک لوزی ساخته شده است. چهار ضلعی $ABCD$ همواره چگونه است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع
(۲) لوزی
(۳) دوزنقه
(۴) دارای دو قطر برابر است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = ۱۷$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = ۱۵$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

- (۱) $\frac{۴}{۱۵}$
(۲) $\frac{۱}{۳}$
(۳) $\frac{۷}{۱۵}$
(۴) $\frac{۳}{۵}$

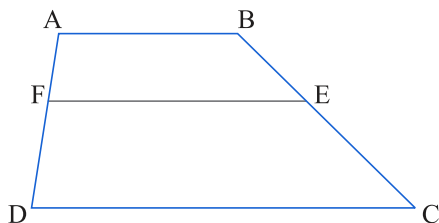
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$ ، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. حداکثر چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک فاصله بوده و از رأس A به فاصله معلوم r باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

در دوزنقه $ABCD$ ، قاعده بزرگ $\frac{۵}{۲}$ قاعده کوچک است و $AF = \frac{۱}{۴}AD$ و EF موازی قاعده است. نسبت $\frac{EF}{CD}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{۱۱}{۲۰}$
(۲) $\frac{۷}{۱۵}$
(۳) $\frac{۸}{۱۵}$
(۴) $\frac{۳}{۵}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

در یک مستطیل با ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر، خطی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک‌تر مستطیل را در M قطع کند. فاصله نقطه M از سر دیگر این قطر چند واحد است؟

(۲) $\frac{4}{5}$

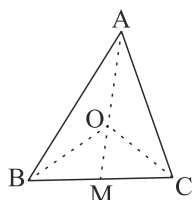
(۱) ۴

(۴) ۶

(۳) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

باتوجه به شکل زیر، اگر مساحت مثلث ABC را a و مساحت مثلث OBC را b بنامیم، نسبت $\frac{OM}{AM}$ کدام است؟



(۱) $\left(\frac{b}{a}\right)^2$

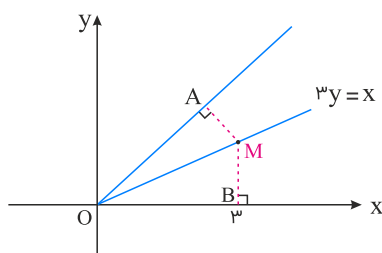
(۲) $\frac{b}{a}$

(۳) $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

(۴) $\frac{a}{b}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

در شکل زیر نقطه M روی نیمساز زاویه AOB قرار دارد. طول AM کدام است؟



(۱) $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

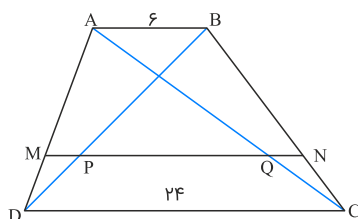
(۲) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در دوزنقه زیر $MN \parallel AB$ و $\frac{AM}{MD} = 3$ است. در این صورت اندازه PQ کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۷

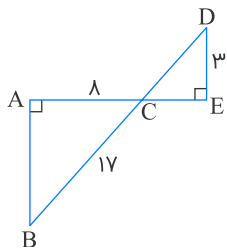
(۳) $\frac{33}{2}$

(۴) $\frac{35}{2}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، نسبت محیط به مساحت مثلث CDE کدام است؟

۵۷

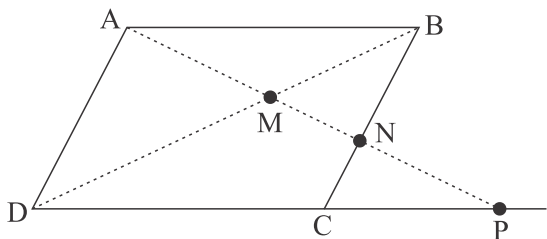


- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{10}{3}$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، ABCD متوازی الاضلاع می‌باشد. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟

۵۸

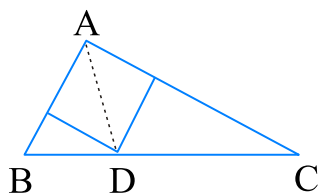


- (۱) AB^2
(۲) AD^2
(۳) MD^3
(۴) MA^2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟

۵۹

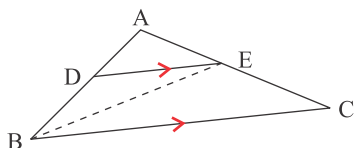


- (۱) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
(۲) $\frac{2}{1}$
(۳) $\frac{2}{8}$
(۴) $\frac{2}{1}\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

در مثلث زیر، اگر داشته باشیم $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$ ، حاصل $\frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}}$ کدام است؟

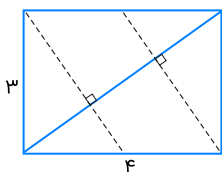
۶۰



- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{4}{2}$
(۴) $\frac{5}{2}$

تألیفی محمد علی نیک بخش

در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل کدام است؟



(۱) $5/25$

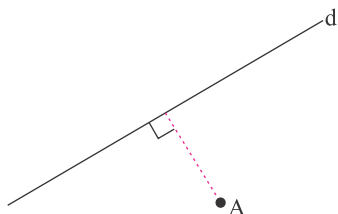
(۲) $5/75$

(۳) ۶

(۴) $7/5$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

فاصله نقطه A از خط d برابر ۵ است. چند نقطه می‌توان یافت که از خط d به فاصله ۲ و از نقطه A به فاصله ۷ باشند؟



(۱) ۴

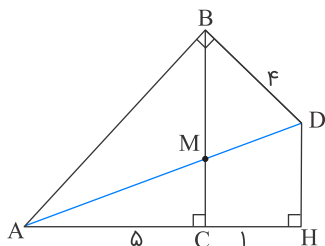
(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، نیمساز زاویه A را رسم کرده‌ایم. اگر $AC = 5$ ، $CH = 1$ و $BD = 4$ باشد، فاصله M از ضلع AB چقدر است؟



(۱) ۳

(۲) $\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{11}{3}$

(۴) $\frac{13}{3}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مثلث ABC با اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک فاصله بوده و از رأس C به فاصله ۲ باشد؟

(۱) صفر

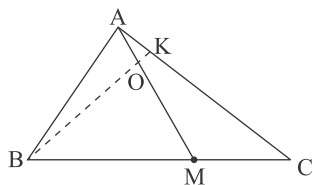
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

در شکل زیر، نقطه M خط BC را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده و نقطه O خط AM را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است و K نقطه برخورد امتداد BO با AC است، $\frac{BK}{OK}$ کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۱۲

(۳) ۳

(۴) ۱۰

تالیفی محمد علی نیک بخش

مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$ ، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک فاصله بوده و از رأس A به فاصله ۲ باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

مثلثی به اضلاع a و b و ۳ با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است و دو مثلث قابل انطباق نیستند. بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

(۱) $۷/۲$

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) $۱۳/۵$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

در مثلث ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$)، ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اصلی $۶/۷۶$ برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

(۱) $\frac{۲}{۸}$ (۲) $\frac{۵}{۱۲}$ (۳) $\frac{۷}{۱۲}$ (۴) $\frac{۳}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

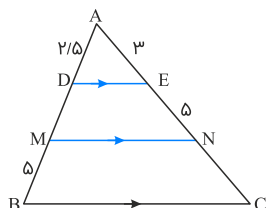
در شکل زیر طول پاره خط NC کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

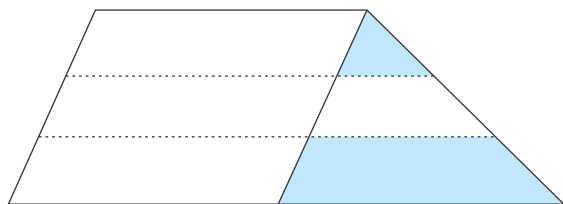
(۳) ۸

(۴) ۱۰



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه رنگی، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{2}{9}$
(۴) $\frac{1}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

روی محیط یک مستطیل n نقطه وجود دارد که از مرکز آن (محل تلاقی قطرها) به یک فاصله است. n کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۱۰

تالیفی نرگس کارگر

در مستطیلی به طول اضلاع $2\sqrt{7}$ و ۶ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر رسم شده است. فاصله این دو خط عمود کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{1}{75}$
(۴) ۲

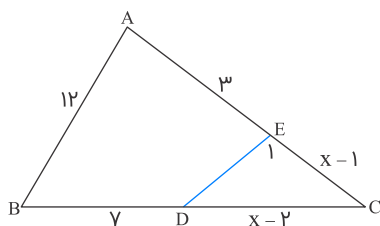
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

مثلث ABC با زاویه‌های $\hat{A} = 45^\circ$ و $\hat{B} = 65^\circ$ با مثلث MNP که در آن $\hat{P} = 70^\circ$ متشابه است. اگر $MN = 12$ و $\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{4}$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $AB = 16$
(۲) $AC = 16$
(۳) $AB = 8\sqrt{3}$
(۴) $AC = 8\sqrt{3}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر اگر $\hat{E}_1 = \hat{B}$ باشد، نسبت مساحت چهار ضلعی $AEDB$ به مساحت مثلث ECD کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

تالیفی علی شهبازی فراهانی

نقطه O روی میانه AM از مثلث ABC چنان قرار دارد که $2AO = 3OM$. اگر امتداد BO، ضلع AC را در N قطع کند، حاصل $\frac{ON}{BN}$ کدام است؟

(۲) $\frac{3}{10}$
(۴) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{2}{9}$
(۳) $\frac{4}{11}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC، چندبرابر مساحت مثلث AMH است؟

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

(۴) ۱۸

(۳) ۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

نسبت فواصل پای ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر $\frac{1}{3}$ است. اگر ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به ۲ ناحیه تقسیم کند، نسبت مساحت مثلث کوچک‌تر به مساحت مثلث اولیه کدام است؟

(۲) $\frac{1}{8}$
(۴) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{10}$
(۳) $\frac{1}{4}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مثلث ABC با اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک فاصله بوده و از رأس A به فاصله ۱ باشد؟

(۲) ۱

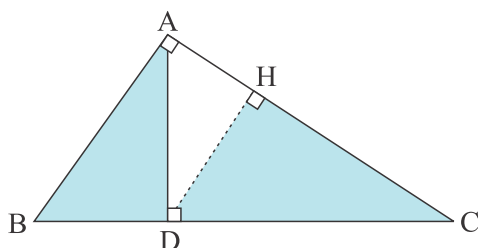
(۱) صفر

(۴) ۴

(۳) ۲

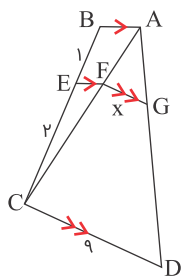
تالیفی نرگس کارگر

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD، کدام است؟



(۱) $\frac{3}{7}$
(۲) $\frac{4}{7}$
(۳) $\frac{16}{21}$
(۴) $\frac{8}{9}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

تالیفی محمد علی نیک بخش

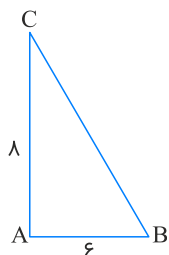
نقطه D از تمام رئوس مثلث قائم الزاویه ABC به یک فاصله است. طول AD کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع، بزرگ‌ترین هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی، کدام است؟

(۲) $24\sqrt{2}$

(۱) ۳۲

(۴) $16 + 16\sqrt{2}$ (۳) $24 + 8\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

درون مثلثی به اضلاع ۹ و ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد، اگر بزرگ‌ترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد، مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

(۲) ۱

(۱) $5/75$ (۴) $1/5$ (۳) $1/25$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

مثلثی به اضلاع ۵، ۵ و ۶ با مثلث دیگری به مساحت ۳۶ متشابه است. محیط مثلث دوم چقدر است؟

(۲) $16\sqrt{3}$ (۱) $12\sqrt{3}$ (۴) $24\sqrt{2}$

(۳) ۲۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۲ و ۷ می‌خواهیم روی هر ساق یک نقطه انتخاب کنیم، که با وصل کردن این دو نقطه، پاره‌خطی به طول ۵ واحد، موازی قاعده‌ها ایجاد شود. نقاط انتخاب‌شده باید ساق‌ها را به نسبت تقسیم کنند.

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

در مستطیل ABCD به طول $AB = 6\sqrt{5}$ ، از نقطه A، عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABH، ۴ برابر مساحت مثلث AHD باشد، طول AH کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

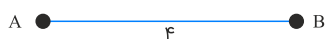
$$8 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

تالیفی علی شهبازی فراهانی

ضلع $AB = 4$ از مثلث ABC در صفحه رسم شده است. اگر طول میانه و ارتفاع وارد بر آن به ترتیب ۳ و ۲ واحد باشد، چند نقطه متمایز برای رأس C می‌توان یافت؟



$$1 \quad \text{صفر}$$

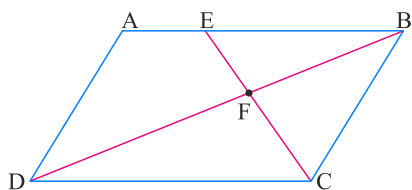
$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه E روی ضلع AB طوری قرار گرفته که $EB = 2AE$ است. مساحت مثلث EFB چندبرابر مساحت مثلث DFC است؟



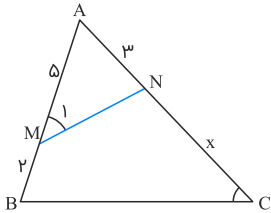
$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



- (۱) $\frac{25}{3}$
(۲) $\frac{26}{3}$
(۳) $\frac{27}{7}$
(۴) $\frac{30}{7}$

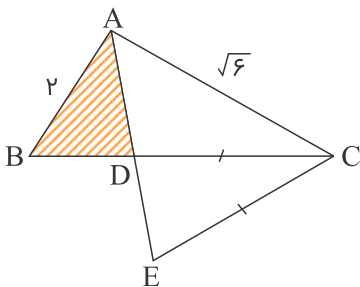
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول ضلع AB برابر $\sqrt{10}$ و ارتفاع وارد بر وتر ۳ است. طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{10}$
(۲) $3\sqrt{10}$
(۳) ۹
(۴) ۱۸

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

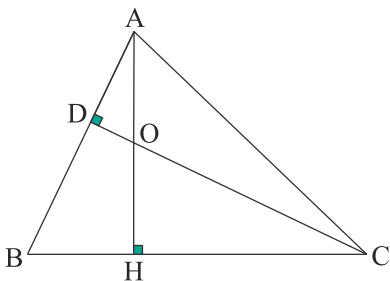
در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE ، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در شکل زیر $OA = OH = \sqrt{33}$ و $CD = 14$ است. اندازه ضلع AC کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{55}$
(۲) $2\sqrt{57}$
(۳) $2\sqrt{51}$
(۴) $2\sqrt{53}$

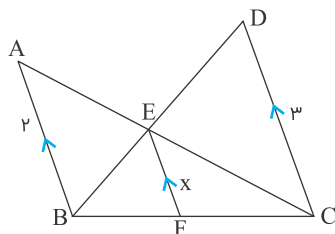
تالیفی ایمان نخستین

اگر $\frac{c+b}{a} = \frac{a+b}{c} = \frac{a+c}{b}$ باشد، حاصل $\frac{c^2b + bc^2 + c^2a}{ba^2 + b^2a + ca^2}$ کدام است؟ $(a+b+c \neq 0)$

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) ۳

تالیفی صبا مهدوی

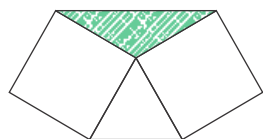
باتوجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{6}{5}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{5}{6}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

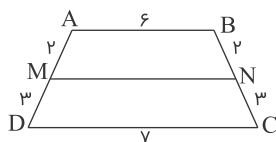
در یک مثلث متساوی الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت مثلث اصلی می باشد؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) ۱
(۴) $\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

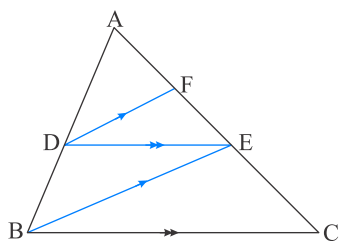
باتوجه به شکل زیر MN کدام است؟



- (۱) $\frac{18}{5}$
(۲) $\frac{5}{32}$
(۳) $\frac{5}{18}$
(۴) $\frac{32}{5}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

در شکل زیر اگر $\frac{EF}{AC} = \frac{6}{49}$ باشد، $\frac{DE}{BC}$ کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $\frac{1}{6}$

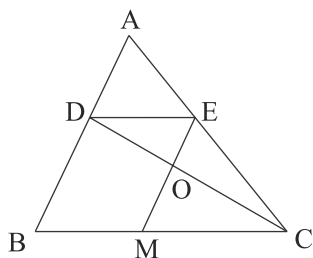
(۲) $\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{9}$

تالیفی صبا مهدوی

در شکل زیر $S_{ODE} = \frac{9}{16} S_{OMC}$ و چهار ضلعی DEMB متوازی‌الاضلاع است. مساحت دوزنقه DECB چندبرابر مساحت ADE است؟



(۱) ۳

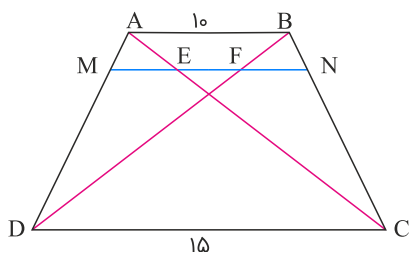
(۲) $\frac{40}{9}$

(۳) $\frac{49}{9}$

(۴) $\frac{41}{9}$

تالیفی ایمان نخستین

در دوزنقه زیر، $MN \parallel AB$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{4}$ است. در این صورت، طول EF کدام است؟



(۱) ۱

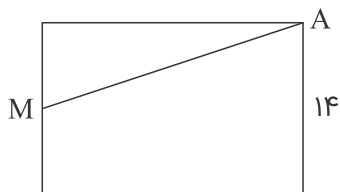
(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، پاره خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{5}{9}$ تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد، پاره خط AM چند واحد است؟



(۱) ۲۱

(۲) ۲۳

(۳) $9\sqrt{7}$ (۴) $10\sqrt{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

در چهار ضلعی $ABCD$ ، اگر $AD = BD$ باشد و $\hat{D}BC = \hat{DCB}$ ، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) B روی عمودمنصف AC است.(۲) B روی نیمساز ADC است.(۳) D روی نیمساز زاویه ABC است.(۴) D روی عمودمنصف AC است.

تالیفی صبا مهدوی

در یک دوزنقه قائم‌الزاویه، اگر از نقطه O محل تلاقی قطرهای، خطی موازی قاعده‌ها رسم شود، ساق قائم را در A و ساق مایل را در B قطع می‌کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$ چگونه است؟

(۱) کوچک‌تر از ۱

(۲) مساوی ۱

(۳) بزرگ‌تر از ۱

(۴) متغیر نسبت به اضلاع

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

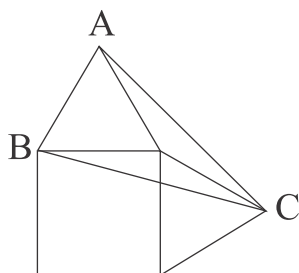
در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۲ و ۵ واحد خطی که وسط‌های ساق‌ها را به هم وصل می‌کند، دوزنقه را به دو قسمت جدید تقسیم می‌کند. نسبت مساحت شکل کوچک‌تر به کل دوزنقه کدام است؟

(۱) $\frac{11}{17}$ (۲) $\frac{11}{14}$ (۳) $\frac{11}{34}$ (۴) $\frac{11}{28}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

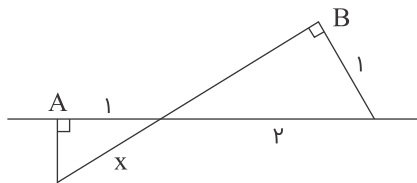
در خارج یک مربع به ضلع ۲ واحد بر روی هر دو ضلع مجاور آن، مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $1 + \sqrt{3}$ 

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

۱۰۵ در شکل زیر دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند، مقدار x چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 (۲) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۰۶ مثلث ABC با اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک فاصله بوده و از رأس C به فاصله ۳ باشد؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۴

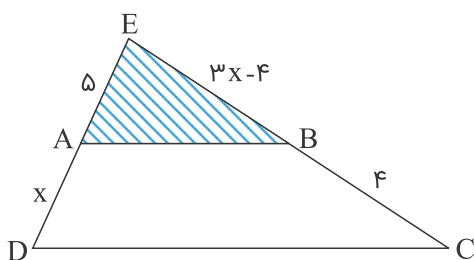
تالیفی نرگس کارگر

۱۰۷ در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۸
 (۲) ۲۰
 (۳) ۲۴
 (۴) ۲۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۱۰۸ در شکل زیر، مساحت دوزنقه $ABCD$ ، چندبرابر مساحت مثلث EAB است؟



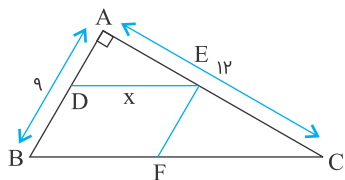
- (۱) $\frac{9}{4}$
 (۲) $\frac{16}{9}$
 (۳) $\frac{25}{16}$
 (۴) $\frac{36}{25}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۰۹ مثلث ABC با اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک فاصله بوده و از رأس A به فاصله $1/4$ باشد؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۴

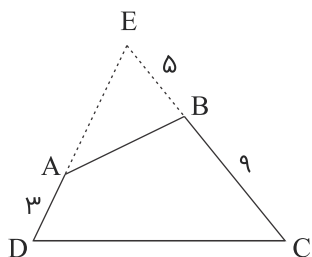
تالیفی نرگس کارگر



- (۱) $\frac{26}{135}$
 (۲) $\frac{45}{8}$
 (۳) $\frac{135}{26}$
 (۴) $\frac{8}{45}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

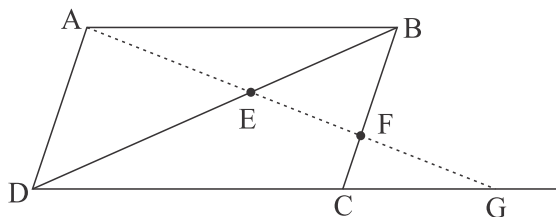
۱۱۱ در چهار ضلعی ABCD زوایای B و D مکمل هم هستند و امتداد اضلاع AD و BC در E متقاطع اند. مساحت EDC چند برابر مساحت چهار ضلعی است؟



- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{6}{5}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{7}{5}$

تالیفی ایمان نخستین

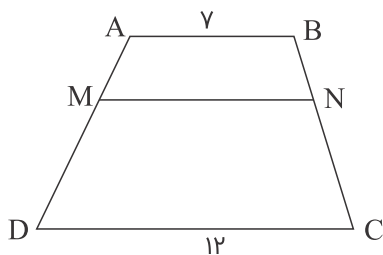
۱۱۲ در شکل زیر، چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



- (۱) EA^2
 (۲) ED^2
 (۳) $EB \times ED$
 (۴) $FB \times FC$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

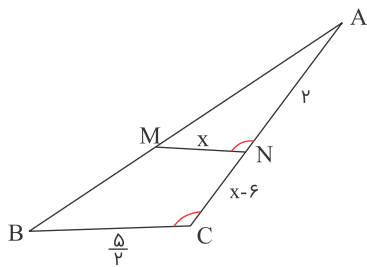
۱۱۳ در دوزنقه ABCD، پاره خط MN موازی قاعده ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه MN، کدام است؟



- (۱) ۸
 (۲) $8/75$
 (۳) ۹
 (۴) $9/5$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در شکل زیر، اگر زوایای N و C با هم برابر باشند، مقدار x کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۱

(۴) ۵ و ۱

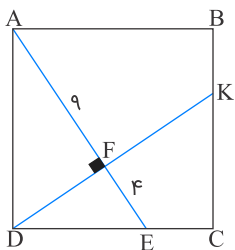
تالیفی محمد علی نیک بخش

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $(\hat{A} = 90^\circ)$ با اضلاع قائم به طول‌های ۳ و ۴، AD نیمساز رأس A است. فاصله نقطه D از ضلع AC کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{12}{7}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{12}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، $ABCD$ مربع است. طول پاره‌خط DE کدام است؟

(۱) $\sqrt{56}$ (۲) $\sqrt{55}$ (۳) $\sqrt{54}$ (۴) $\sqrt{52}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

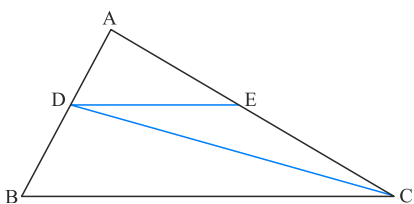
در شکل زیر $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ و $DE \parallel BC$ است. اگر مساحت مثلث ADE برابر با ۶۰ واحد مربع باشد، مساحت مثلث DEC کدام است؟

(۱) ۱۸۰

(۲) ۹۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۷۵



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دو نقطه A و B به فاصله ۶ واحد از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۳ و از B به فاصله ۴ باشد؟

(۱) صفر

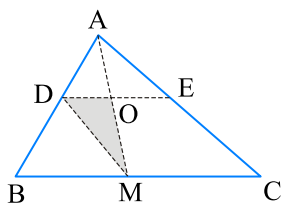
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

تالیفی نرگس کارگر

در شکل زیر، نقطه M وسط BC و $\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3}$ و $DE \parallel BC$ است، مساحت مثلث ODM چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

نقاط A و B به فاصله ۴ از هم قرار دارند. اگر یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از B به فاصله ۱ و از A به فاصله m باشد، m کدام است؟

(۱) ۳

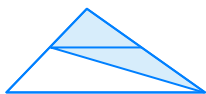
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۳ یا ۵

تالیفی نرگس کارگر

در شکل زیر، نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{3}{5}$ است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت دوزنقه است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{14}{15}$ (۴) $\frac{15}{16}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

دو نقطه A و B به فاصله ۶ از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۲ و از B به فاصله ۳ باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

تالیفی نرگس کارگر

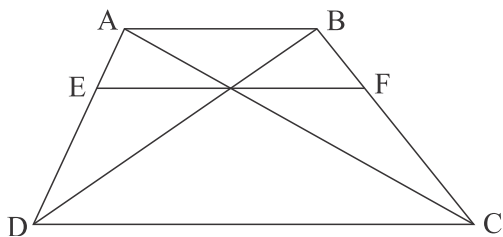
در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه کدام است؟

$$\begin{aligned} (۲) \quad & \frac{۱}{۵} \\ (۴) \quad & \frac{۲}{۵} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \frac{۱}{۶} \\ (۳) \quad & \frac{۱}{۴} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه پاره‌خط‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه پاره‌خط EF ، کدام است؟



$$\begin{aligned} (۱) \quad & \frac{۴۵}{۷} \\ (۲) \quad & \frac{۴۵}{۶} \\ (۳) \quad & ۳\sqrt{۵} \\ (۴) \quad & ۷ \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

اگر $\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴} = \frac{d}{۵} = \frac{e}{۶}$ ، در این صورت $\frac{a+b+c+d+e}{d}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (۲) \quad & ۵ \\ (۴) \quad & ۷ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad & ۴ \\ (۳) \quad & ۶ \end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۸ و ۱۰ و ارتفاع ۱۰ واحد قطرهای رسم شده‌اند. بیشترین مساحت بین ۴ مثلث ایجادشده کدام است؟

$$\begin{aligned} (۲) \quad & \frac{۱۶۰}{۹} \\ (۴) \quad & \frac{۲۰۰}{۹} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \frac{۲۵۰}{۹} \\ (۳) \quad & \frac{۲۸۰}{۹} \end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

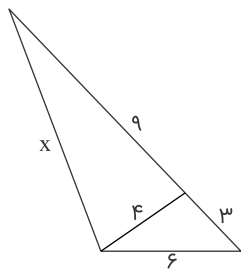
در چهار ضلعی محدب $ABCD$ ، رابطه $\frac{\hat{A}}{۶} = \frac{\hat{B}}{۴} = \frac{\hat{C}}{۵} = \frac{\hat{D}}{۳}$ بین زاویه‌ها برقرار است. زاویه بین نیمسازهای داخلی زاویه‌های A و C کدام است؟

$$\begin{aligned} (۲) \quad & ۱۷۰^\circ \\ (۴) \quad & ۱۶۰^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad & ۱۶۵^\circ \\ (۳) \quad & ۱۵۵^\circ \end{aligned}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۲۸ در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۹ در مستطیل $ABCD$ با عرض $AD = ۱۳$ از نقطه B عمود BH بر قطر AC رسم شده است. اگر $HC = ۵$ باشد، حاصل $AB + AH$ کدام است؟

(۲) ۶۰

(۱) ۶۵

(۴) ۷۰

(۳) ۷۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۰ در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۴ و ۶ واحد و ارتفاع ۵ واحد قطرهای را رسم می‌کنیم. مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده کدام است؟

(۲) $\frac{9}{4}$

(۱) ۴

(۴) $\frac{11}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

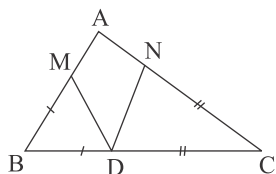
۱۳۱ در شکل زیر $\hat{A} = ۵۸^\circ$ ، $BM = BD$ و $CN = CD$ ، زاویه $\hat{MDN}$ چند درجه است؟

(۱) ۵۸

(۲) ۵۹

(۳) ۶۱

(۴) ۶۲



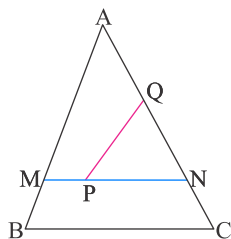
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۳۲ مثلی به اضلاع ۵ و ۴ و a با مثلی به طول اضلاع ۹ و ۷ و b متشابه است. بیش‌ترین مقدار ممکن برای عدد a کدام است؟

(۲) $\frac{45}{7}$ (۱) $\frac{36}{7}$ (۴) $\frac{35}{4}$ (۳) $\frac{36}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

در مثلث شکل زیر $MN \parallel BC$ و $\frac{AM}{MB} = 3$ است. اگر $\frac{NP}{MP} = 2$ و $AQ = QN$ باشد، مساحت مثلث PQN چندبرابر مساحت دوزنقه $MNBC$ است؟



$$(1) \frac{3}{7}$$

$$(2) \frac{3}{5}$$

$$(3) \frac{3}{4}$$

$$(4) 1$$

تألیفی سیروس نصیری

در یک دوزنقه متساوی الساقین، قطر عمود بر ساق است. اگر اندازه قاعده بزرگتر و قطر آن به ترتیب ۱۰ و ۸ واحد باشند، اندازه قاعده کوچکتر چند واحد است؟

$$(1) 2/8$$

$$(2) 3/2$$

$$(3) 3/6$$

$$(4) 4/2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم مثلث مفروض کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2}$$

$$(2) \frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{3}{4}$$

$$(4) \frac{4}{5}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

کدام قضیه دوشرطی نیست؟

(۱) در مثلث قائم الزاویه ABC ، $(\hat{A} = 90^\circ)$ ، رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ (رابطه فیثاغورس) برقرار است.

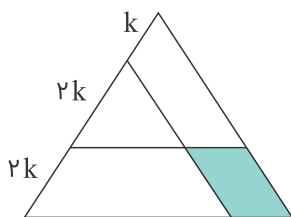
(۲) اگر دو ضلع از یک مثلث برابر باشند، ارتفاع‌های نظیر آن‌ها نیز باهم برابرند.

(۳) اگر n عددی زوج باشد، n^2 نیز عددی زوج است. ($n \in \mathbb{N}$)

(۴) در لوزی قطر‌ها منصف یکدیگرند.

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در شکل زیر، یک ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت های ۱، ۲ و ۲ تقسیم شده است. مساحت متوازی الاضلاع سایه زده، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟



(۱) ۱۶

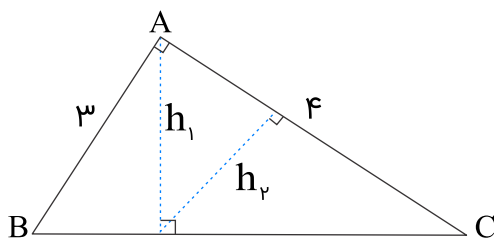
(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۴

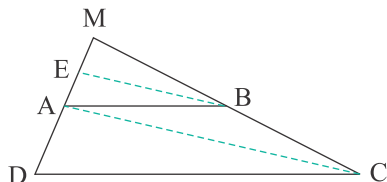
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع های دو مثلث قائم الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصله MD کدام است؟



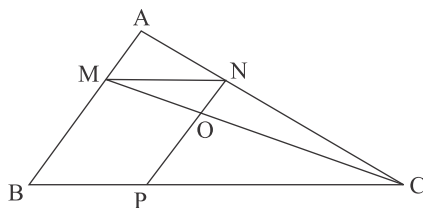
(۱) ۱۲

(۲) $12/25$ (۳) $12/5$ (۴) $12/75$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5}$ و چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است. مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟



(۱) ۶۳

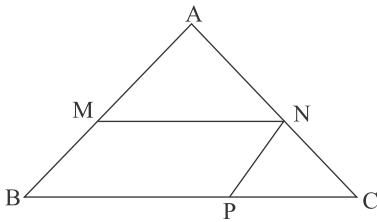
(۲) ۶۰

(۳) ۷۰

(۴) ۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۴۱ در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ است. مساحت متوازی‌الاضلاع $MNPB$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



(۱) ۴۸

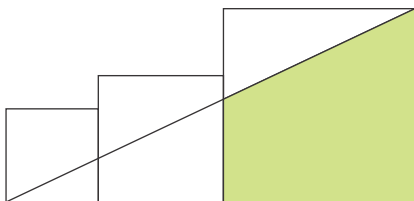
(۲) ۵۲

(۳) ۵۴

(۴) ۵۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۴۲ در شکل زیر، مربع‌هایی به طول ضلع ۱، ۲ و ۳ کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟



(۱) $\frac{25}{4}$

(۲) $\frac{9}{2}$

(۳) $\frac{13}{4}$

(۴) $\frac{27}{4}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴۳ مثلث ABC با اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک فاصله بوده و از رأس C به فاصله ۴ باشد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۴

(۳) ۲

تالیفی نرگس کارگر

۱۴۴ اندازه دو قاعده یک دوزنقه ۸ و ۱۲ واحد است و ارتفاع دوزنقه ۱۵ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرهای از قاعده بزرگ دوزنقه کدام است؟

(۲) ۱۲

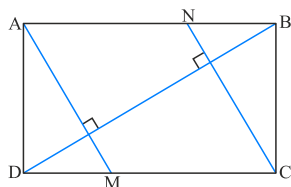
(۱) ۹

(۴) ۱۰

(۳) ۶

تالیفی ایمان نخستین

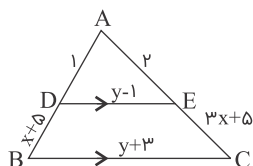
در مستطیل ABCD پاره‌خط‌های AM و CN را طوری رسم کرده‌ایم که بر قطر BD عمود باشند. اگر طول اضلاع مستطیل ۴ و ۵ واحد باشند، اندازه ضلع کوچک‌تر متوازی‌الاضلاع ANCM کدام است؟



- (۱) $\frac{16}{5}$
 (۲) $\frac{9}{5}$
 (۳) $\frac{4}{5}$
 (۴) $\frac{5}{4}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

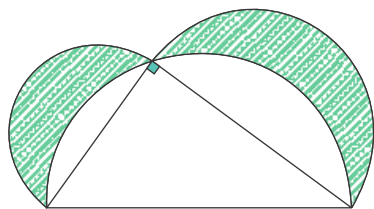
اگر در شکل زیر $DE \parallel BC$ باشد، مقدار $2x + 5y$ کدام است؟



- (۱) ۱۵
 (۲) ۱۶
 (۳) ۱۷
 (۴) ۱۸

تالیفی محمد علی نیک بخش

در مثلث قائم‌الزاویه زیر، طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



- (۱) 2π
 (۲) ۶
 (۳) ۷
 (۴) 3π

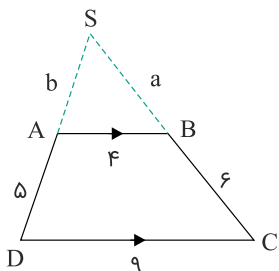
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

اگر روی ساق‌های دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۴ و ۶، نقطه‌های E و F را چنان انتخاب کنیم که $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2}$ باشد، اندازه EF کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۵
 (۴) ۴

تالیفی محمد علی نیک بخش

مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به طول اضلاع $AB = ۴$ ، $CD = ۹$ ، $AD = ۵$ و $BC = ۶$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/5 \end{cases}$$

$$SAB \text{ محیط مثلث } = 4 + 4/5 + 4 = 12/5$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه a ، نسبت مساحت‌ها برابر a^2 است.

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در $\triangle ABC$ داریم:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} \Rightarrow BC = \sqrt{100 - 64} = 6$$

پس مساحت $\triangle ABC$ برابر است با:

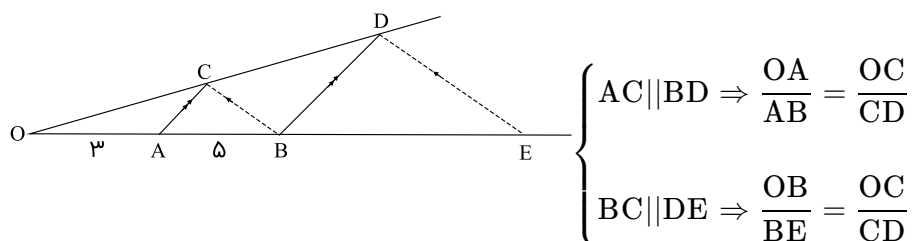
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 24$$

این دو مثلث باتوجه به برابری دو زاویه متقابل به رأس C و $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ ، متشابه بوده و نسبت تشابه این دو مثلث برابر $a = \frac{DC}{BC} = \frac{12}{6} = 2$ است. پس مساحت CDE برابر است با:

$$S_{\triangle CDE} = 2^2 \times S_{\triangle ABC} = 4 \times 24 = 96$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

باتوجه به شکل و با کمک قضیه تالس داریم:



طرف راست تساوی‌ها باهم برابر است پس طرف چپ آن نیز باهم برابر است.

$$\Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

در مثلث ABH داریم:

$$(BH)^2 = BH' \times AB \Rightarrow (BH)^2 = (3)(12 + 3) = 45 \Rightarrow BH = 3\sqrt{5}$$

دو مثلث ABC و ABH باهم متشابه هستند؛ بنابراین:

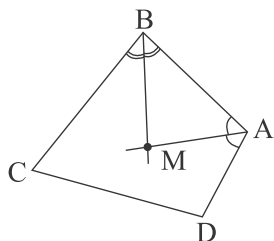
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{15}{BC} = \frac{3\sqrt{5}}{15}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{5} \times BC = 15 \times 15 \Rightarrow BC = \frac{225}{3\sqrt{5}} = 15\sqrt{5}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$\hat{A} = \frac{4}{3}\hat{B}, \quad \hat{C} + \hat{D} = \frac{11}{3}\hat{B}, \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\hat{B} + \hat{B} + \frac{11}{3}\hat{B} = 360^\circ \Rightarrow 6\hat{B} = 360^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 80^\circ$$



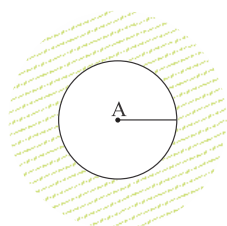
اگر M زاویه بین نیمسازهای دو زاویه A و B باشد، داریم:

$$\hat{M} = 180^\circ - \frac{\hat{A}}{2} - \frac{\hat{B}}{2} \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$$

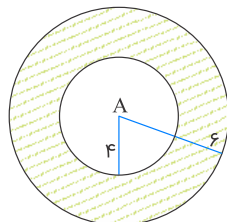
$$\Rightarrow \text{زاویه حاده} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

نقاطی که فاصله آن‌ها از A بیشتر از ۴ است، خارج دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ قرار دارند. نقاطی که فاصله آن‌ها از A کمتر از ۶ است، داخل دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۶ قرار دارند.



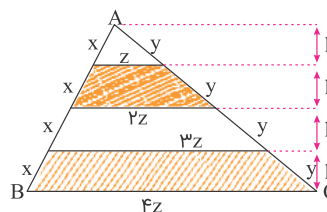
اشتراک دو ناحیه بالا، ناحیه هاشورخورده در شکل زیر است.



$$\pi(6)^2 - \pi(4)^2 = 36\pi - 16\pi = 20\pi \text{ با: } 20\pi$$

تالیفی نرگس کارگر

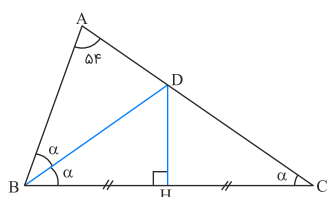
طول تمام پاره‌خط‌ها را پارامتری می‌نویسیم:



$$\left. \begin{aligned} \text{مساحت دوزنقه بزرگ} &= \frac{(3z + 4z) \times h}{2} = \frac{7zh}{2} \\ \text{مساحت دوزنقه کوچک} &= \frac{(z + 3z) \times h}{2} = \frac{2zh}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{7}{3}$$

تالیفی علی شهبابی فراهانی

مطابق شکل عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B، در نقطه D روی ضلع AC متقاطع‌اند. نقطه D از ۲ سر پاره‌خط BC به یک فاصله است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین و با فرض $\hat{C} = \alpha$ اندازه زوایا مطابق شکل خواهند بود و داریم:

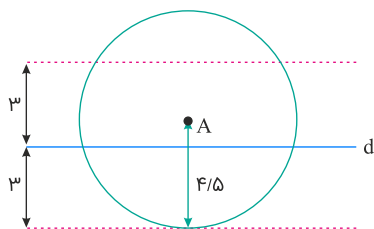


$$2\alpha + \alpha + 54^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha = 126^\circ \Rightarrow \alpha = 42^\circ \Rightarrow \hat{B} = 2\alpha = 84^\circ$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نقطه‌ای که از خط d به فاصله ۳ باشند، دو خط موازی و به فاصله ۳ از خط d است و نقاطی که از نقطه A به فاصله ۴/۵ است برابر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴/۵ است.

طبق گفته سؤال فقط ۳ نقطه با این شرایط وجود دارد، پس این دایره بر یکی از خط‌ها مماس و خط دیگری را در دو نقطه قطع خواهد کرد، به طوری که فاصله نقطه A از خط دورتر برابر با ۴/۵ است.



باتوجه به شکل رسم‌شده، فاصله نقطه A از خط d برابر است با:

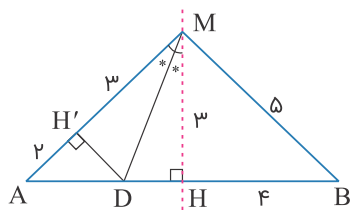
$$4/5 - 3 = 1/5$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$\Delta AHB : MB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

D روی نیمساز $\hat{A}MH$ است، در نتیجه:

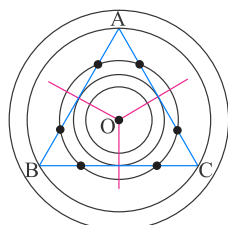
$$DH' = DH \Rightarrow MH = MH' = 3 \Rightarrow AH' = 2$$



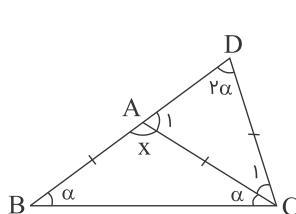
$$\Delta AMH : \tan \hat{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow \Delta AH'D : \tan \hat{A} = \frac{H'D}{H'A} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{H'D}{2} \Rightarrow H'D = \frac{3}{2}$$

تالیفی نرگس کارگر

مطابق شکل در مثلث ΔABC نقطه O محل برخورد عمودمنصف‌ها است. دایره‌هایی به مرکز O و شعاع‌های متفاوت رسم کرده‌ایم. این دایره‌ها نهایتاً مثلث را در ۶ نقطه قطع می‌کنند.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



$$\begin{cases} BD = BC \\ AB = AC = DC \end{cases}$$

زاویه‌های خارجی $\hat{A}_1 = 2\alpha$

$$AC = DC \Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_1 = 2\alpha, \quad BD = BC \Rightarrow \hat{D} = \hat{DCB} = 2\alpha \Rightarrow \hat{C}_1 = \alpha$$

$$\Delta ADC : \hat{A}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + \alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

$$\hat{x} = 180^\circ - \hat{A}_1 = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

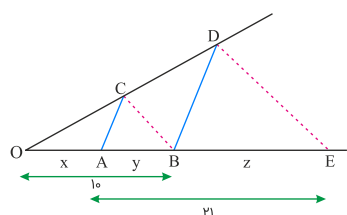
نسبت تشابه دو مثلث برابر با نسبت اضلاع بزرگ‌ترشان است:

$$k = \frac{\text{ضلع بزرگ مثلث کوچک}}{\text{ضلع بزرگ مثلث کوچک}} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

پس نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\text{کل}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = k^2 = 3^2 = 9 \Rightarrow \frac{S_{\text{مثلث کوچک}} + S_{\text{رنگی}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = 9 \Rightarrow \frac{S_{\text{رنگی}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = ۸$$

تألیفی علی شهرابی فراهانی



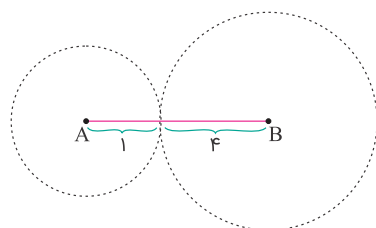
$$(OB)^2 = OA \times OE \Rightarrow ۱۰^2 = x \times (x + ۲۱) \Rightarrow ۱۰۰ = x^2 + ۲۱x$$

$$x^2 + ۲۱x - ۱۰۰ = 0 \Rightarrow (x + ۲۵)(x - ۴) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ & \checkmark \\ x = -۲۵ & \times \end{cases}$$

اگر $x = ۴$ باشد در این صورت $AB = ۱۰ - ۴ = ۶$ می‌شود.

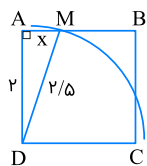
تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مطابق شکل زیر، از آنجا که $۱ + ۴ = ۵$ فقط یک نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۱ و از B به فاصله ۴ باشد؛ پس گزینه "۲" صحیح است.



تألیفی نرگس کارگر

مربع ABCD را در نظر بگیرید. دایره‌ای به مرکز D و شعاع $\frac{2}{5}$ واحد رسم می‌کنیم. این دایره دو ضلع AB و BC را قطع می‌کند.



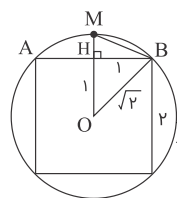
با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle DAM$ ، فاصله نقطه M را از دو رأس A و B محاسبه می‌کنیم:

$$AM^2 + 2^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Rightarrow AM^2 + 4 = \frac{4}{25} \Rightarrow AM^2 = \frac{2}{25}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{1}{5}, \quad MB = 2 - \frac{1}{5} = \frac{9}{5}$$

بنابراین فاصله نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقاط تقاطع برابر $\frac{1}{5} = \frac{1}{p}$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵



$$HB = 1, \quad MH = OM - OH$$

برای محاسبه MH، ابتدا لازم است با استفاده از قضیه فیثاغورس شعاع دایره را به دست آوریم:

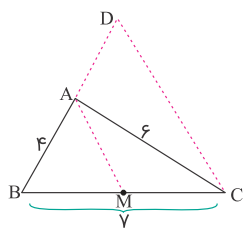
$$OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow OM = OB = \sqrt{2} \Rightarrow MH = \sqrt{2} - 1$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه MB را محاسبه می‌کنیم:

$$MB^2 = MH^2 + HB^2 \Rightarrow MB^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 1 = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MB = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

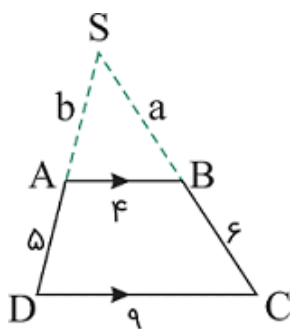


در مثلث BDC می‌دانیم $AM \parallel CD$ است. به کمک رابطه تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{BA}{BD} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{BD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow BD = ۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به طول اضلاع $AB = ۴$ ، $CD = ۹$ ، $AD = ۵$ و $BC = ۶$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+۵} = \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+۵} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹b = ۴b + ۲۰ \Rightarrow b = ۴ \\ \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹a = ۴a + ۲۴ \Rightarrow a = ۴/۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث SAB} = ۴ + ۴/۵ + ۴ = ۱۲/۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

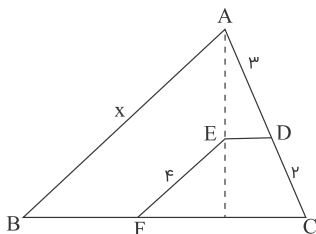
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

از A به E وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطه G قطع کند. در مثلث AGC چون $GC \parallel ED$ است، طبق تالس داریم:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AG} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{AG} \xrightarrow{\text{تفصیل در صورت}} \frac{EG}{AG} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$$

چون $EF \parallel AB$ داریم:

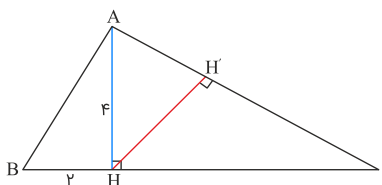
$$\frac{EG}{AG} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 10$$



تالیفی محمد علی نیک بخش

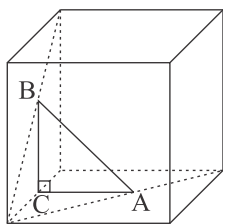
می‌دانیم $AH^2 = BH \cdot HC$ پس $HC = 8$ و از آن $AC = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$ و از آن $HH' = \frac{AH \times HC}{AC}$ پس:

$$HH' = \frac{32}{4\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مکعبی به طول یال $4\sqrt{2}$ به صورت زیر رسم کرده و وسط دو وجه غیرموازی آن را A و B می‌نامیم. هدف محاسبه اندازه AB است.



اندازه AC و BC نصف یال مکعب است؛ بنابراین:

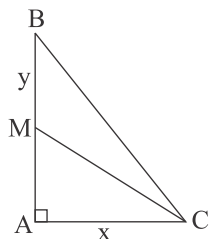
$$AC = BC = \frac{1}{2}(4\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورس، اندازه AB را تعیین می‌کنیم:

$$BC^2 + AC^2 = AB^2 \Rightarrow 2(2\sqrt{2})^2 = AB^2 \Rightarrow AB^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow AB = \sqrt{16} = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ را با فرض اینکه طول اضلاع قائمه‌اش x و y ($x < y$) باشد، رسم می‌کنیم. AB ضلع متوسط این مثلث و CM میانه وارد بر آن است. هدف محاسبه نسبت $\frac{CM}{AB}$ است.



مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر مساحت مربعی به طول ضلع x است؛ بنابراین:

$$\frac{xy}{2} = x^2 \Rightarrow xy = 2x^2 \xrightarrow{x,y>0} y = 2x \Rightarrow AB = 2x$$

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(2x) = x$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle AMC$ ، اندازه CM را به دست می‌آوریم:

$$CM^2 = AM^2 + AC^2 \Rightarrow CM^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow CM = \sqrt{2}x$$

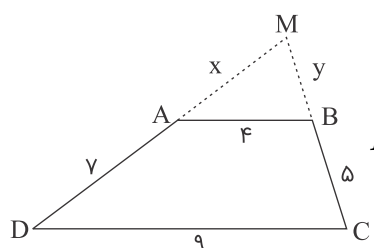
پس نسبت $\frac{CM}{AB}$ برابر است با:

$$\frac{CM}{AB} = \frac{\sqrt{2}x}{2x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

می‌دانیم در ذوزنقه $ABCD$ ، دو قاعده AB و DC باهم موازی هستند، بنابراین طبق قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها، دو مثلث AMB و MDC متشابه هستند.

بنابراین داریم:



$$\triangle AMB \sim \triangle MDC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$$

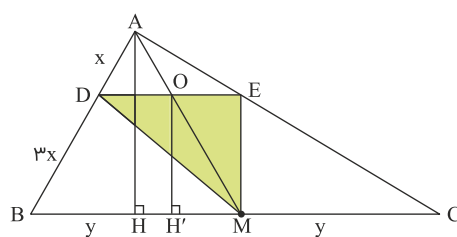
$$\Rightarrow \frac{x}{x+7} = \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 28 \Rightarrow 5x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{5} \\ \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 20 \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4 \end{cases}$$

حال محیط را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط } \triangle AMB = x + y + 4 = \frac{28}{5} + 4 + 4 = 8 + \frac{28}{5} = \frac{40 + 28}{5} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



با استفاده از تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC و ABH داریم :

$$\text{در مثلث } ABC : \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{DE}{2y} \Rightarrow DE = \frac{y}{2}$$

$$\text{در مثلث } ABH : \frac{DB}{AB} = \frac{DH'}{AH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{DH'}{AH} \Rightarrow AH = \frac{4}{3}DH'$$

نسبت مساحت‌ها برابر است با:

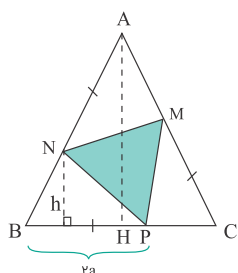
$$\frac{S_{DEM}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{DH' \times DE}{2}}{\frac{AH \times BC}{2}} = \frac{DH' \times DE}{AH \times BC} = \frac{DH' \times \frac{y}{2}}{\frac{4}{3}DH' \times 2y} = \frac{3}{16}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

گام اول

الف) اندازه هر یک از سه قسمت مشخص شده بر روی هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را برابر a و هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را برابر $3a$ در نظر می‌گیریم. هم‌چنین در مثلث‌های رنگ‌نشده ارتفاع وارد بر ضلع‌های با اندازه $2a$ را h فرض می‌کنیم.

ب) اگر ارتفاع مثلث اصلی را رسم کنیم طبق قضیه تالس اندازه آن برابر $3h$ به دست می‌آید (چون ارتفاع دو مثلث ABC و NBP موازی‌اند پس $\frac{h}{AH} = \frac{a}{3a}$ در نتیجه $AH = 3h$). پس می‌توان اندازه مساحت مثلث رنگی و مثلث متساوی‌الاضلاع اولیه را برحسب a و h تعیین و درنهایت نسبت آن‌ها را محاسبه کنیم.



گام دوم

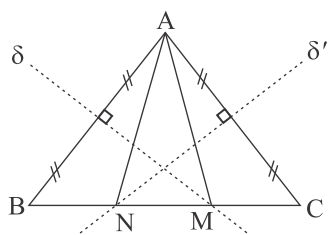
$$S_{\triangle ABC} = \frac{3h \times 3a}{2} = \frac{9ha}{2}$$

$$S_{\triangle BNP} = \frac{1}{2} \times h \times 2a = ha$$

$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle ABC} - 3S_{\triangle BNP} = \frac{9ha}{2} - 3ha = \frac{3ha}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{3ha}{2}}{\frac{9ha}{2}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\hat{A} = 100^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = 50^\circ$$



هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است، پس:

$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 50^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 100^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 100^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 20^\circ$$

بنابراین، کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN، زاویه $\hat{MAN} = 20^\circ$ است.

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

$$x^2 - 6x + m = 3 \Rightarrow x^2 - 6x + (m - 3) = 0$$

کافی است معادله فوق جواب داشته باشد، پس $\Delta \geq 0$ خواهد بود. در نتیجه:

$$\Delta = 36 - 4m + 12 \geq 0 \Rightarrow -4m \geq -48 \Rightarrow m \leq 12$$

تالیفی نرگس کارگر

نسبت اضلاع به صورت $5k, 7k, 9k$ و $11k$ است. همواره داریم:

$$5k + 7k + 9k + 11k = 160 \Rightarrow 32k = 160 \Rightarrow k = 5$$

پس طول کوچک‌ترین ضلع:

$$5k = 5(5) = 25$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

در مثلث AEC، اگر $DF \parallel CE$ ، آنگاه:

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{۲}{DE} = \frac{AF}{FC}$$

در مثلث ABC، اگر $FE \parallel CB$ ، آنگاه:

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{۲+DE}{۱/۵} = \frac{AF}{FC}$$

$$\begin{cases} \frac{۲}{DE} = \frac{AF}{FC} \\ \frac{۲+DE}{۱/۵} = \frac{AF}{FC} \end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{DE} = \frac{۲+DE}{۱/۵} \Rightarrow ۳ = ۲DE + DE^۲$$

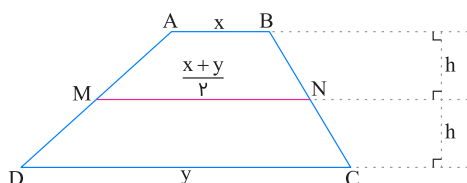
$$\Rightarrow DE^۲ + ۲DE - ۳ = ۰ \Rightarrow (DE + ۳)(DE - ۱) = ۰$$

$$\begin{cases} DE = -۳ \text{ ق.ق.} \\ DE = ۱ \text{ ق.ق.} \end{cases}$$

$$AB = ۳/۵ + DE = ۴/۵$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

می‌دانیم در دوزنقه طول خط واصل وسط‌های دو ساق، میانگین دو قاعده است.
باتوجه به شکل و فرض سؤال، داریم:



$$\begin{aligned} \frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} &= \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{\frac{1}{۲}(x + \frac{x+y}{۲})(h)}{\frac{1}{۲}(\frac{x+y}{۲} + y)(h)} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{\frac{۳x+y}{۲}}{\frac{x+۳y}{۲}} = \frac{۳}{۵} \\ \Rightarrow \frac{۳x+y}{x+۳y} &= \frac{۳}{۵} \Rightarrow ۱۵x + ۵y = ۳x + ۹y \Rightarrow ۱۲x = ۴y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۱}{۳} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

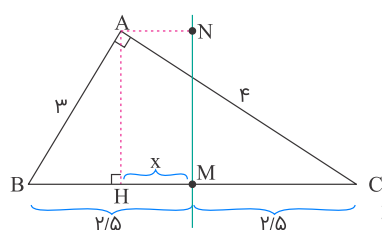
برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، باید کمان‌هایی با بیش از نصف طول پاره‌خط از دو سر پاره‌خط رسم کنیم. باتوجه به این نکته، x باید از $\frac{۷}{۴} = ۳/۵$ بزرگ‌تر باشد. باتوجه به گزینه‌ها x می‌تواند برابر ۴ باشد.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نقطه‌ای که به فاصلهٔ برابری از نقاط B و C باشد، روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد. طول ضلع BC برابر ۵ است، پس این نقطه به فاصلهٔ ۲/۵ از B و C قرار می‌گیرد.

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید نقطهٔ موردنظر N است.

برای پیدا کردن BH از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 3^2 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5}$$

$$x = BM - BH = \frac{5}{2} - \frac{9}{5} = \frac{25 - 18}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$$

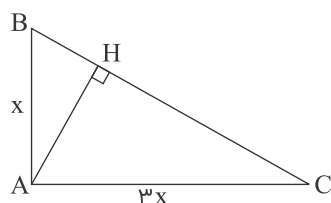
تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) طول اضلاع قائمهٔ مثلث $\triangle ABC$ را x و $3x$ در نظر می‌گیریم.

ب) می‌دانیم: "ارتفاع $\times$ قاعده $\times \frac{1}{2}$ = مساحت مثلث"



گام دوم

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس اندازهٔ BC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = 10x^2 \Rightarrow BC = \sqrt{10}x$$

با توجه به اینکه مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر ۶۰ واحد مربع است، مقدار x را تعیین می‌کنیم.

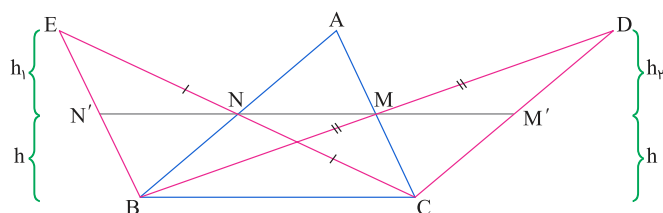
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} x(3x) = 60 \Rightarrow x^2 = 40 \Rightarrow x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

می‌توان مساحت مثلث $\triangle ABC$ را با تعریف BC و AH به ترتیب به عنوان قاعده و ارتفاع آن چنین نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = 60$$

بنابراین:

$$\frac{1}{2} AH \times \sqrt{10}(2\sqrt{10}) = 60 \Rightarrow 10AH = 60 \Rightarrow AH = 6$$



مثلث‌های DBC و EBC دارای قاعده‌های یکسان BC هستند. پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت ارتفاع‌ها است. پاره خط NM را از طرفین امتداد می‌دهیم تا ضلع‌های DC و EB را قطع کند.

$$\frac{\Delta EBC}{\Delta DBC} : \frac{EN}{DM} = \frac{NN'}{MM'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_1}{h + h_1} \Rightarrow 2h_1 = h + h_1 \Rightarrow h_1 = h$$

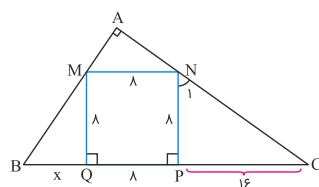
$$\frac{\Delta DBC}{\Delta EBC} : \frac{DM}{EN} = \frac{MM'}{NN'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_2}{h + h_2} \Rightarrow 2h_2 = h + h_2 \Rightarrow h_2 = h$$

$$\Rightarrow h_1 = h_2$$

پس این دو مثلث ارتفاع‌های برابری دارند و مساحت آن‌ها باهم برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

چون $MQ = 8$ پس تمام اضلاع مربع MNPQ برابر با ۸ هستند و داریم:



$$\Delta ABC : \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}_1$$

$$\Delta NPC : \hat{C} + \hat{N}_1 = 90^\circ$$

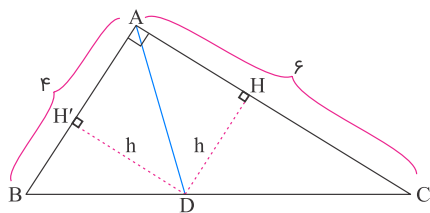
$$\Delta PNC \sim \Delta BMQ \Rightarrow \frac{BQ}{NP} = \frac{MQ}{PC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{8}{16} \Rightarrow x = 4$$

$$BC = 16 + 8 + 4 = 24$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نیمساز زاویه A ، یعنی AD را رسم می‌کنیم. چون D روی نیمساز زاویه A است، فاصله آن از دو ضلع AB و AC برابر است:

$$DH = DH' = h$$



ضمناً چهار ضلعی $AH'DH$ به دلیل داشتن سه زاویه قائمه، مستطیل است و چون دو ضلع مجاور آن (DH, DH') برابرند، مربع است. مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$\frac{4 \times 6}{2} = 12$$

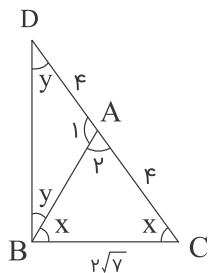
مجموع مساحت مثلث ABD و ADC نیز برابر است با:

$$\frac{h \times 6}{2} + \frac{h \times 4}{2} = 12 \Rightarrow 10h = 24 \Rightarrow h = 2/5$$

$$AD = h\sqrt{2} = 2/5\sqrt{2}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

ابتدا بر اساس توضیحات صورت سؤال، یک شکل دقیق رسم می‌کنیم:



مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABD$ متساوی‌الساقین هستند پس:

$$\hat{ABC} = \hat{ACB} = x, \quad \hat{ABD} = \hat{ADB} = y$$

زاویه $\hat{A}_1$ زاویه خارجی مثلث $\triangle ABC$ است و اندازه آن برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش می‌شود؛ یعنی:

$$\hat{A}_1 = x + x = 2x$$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است، داریم:

$$\hat{A}_1 + y + y = 180^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow 2(x + y) = 180^\circ \Rightarrow x + y = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

بنابراین مثلث $\triangle DBC$ در رأس B قائمه است و می‌توان اندازه ضلع BD را با استفاده از قضیه فیثاغورس محاسبه کرد.

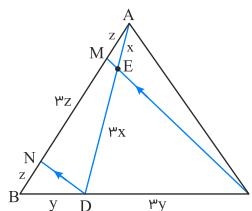
$$CD = AD + AC = 4 + 4 = 8, \quad BC = 2\sqrt{7}$$

$$CD^2 = BD^2 + BC^2 \Rightarrow 8^2 = BD^2 + (2\sqrt{7})^2 \Rightarrow 64 = BD^2 + 28$$

$$\Rightarrow BD^2 = 64 - 28 = 36 \Rightarrow BD = \sqrt{36} = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

فرض کنیم $AE = x$, $ED = 3x$, $BD = y$ و $DC = 3y$. داریم:



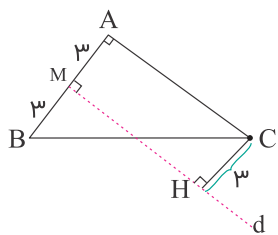
$$\triangle AND : ME \parallel DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow AM = z \text{ و } MN = 3z$$

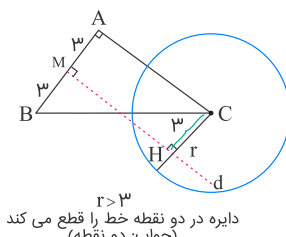
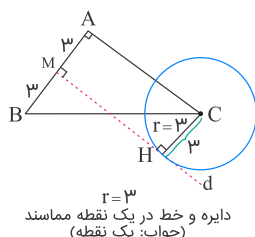
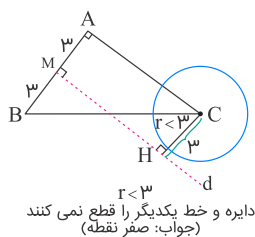
$$\triangle BCM : DN \parallel CM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BN}{NM} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BN}{3z} = \frac{1}{3} \Rightarrow BN = z$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{z + 3z + z}{z} = \frac{5z}{z} = 5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷



خط d عمود منصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = 3$. فاصله نقطه C از خط d برابر با ۳ است ($CH = 3$). چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با r است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع r قرار دارند. باتوجه به مقدار r ، سه حالت زیر اتفاق می‌افتد.



در نتیجه حداکثر دو نقطه با ویژگی‌های مطرح‌شده در صورت سؤال وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) مثلث MNC متساوی‌الساقین است، پس $\hat{M}NC = \hat{M}CN$.

ب) مثلث ABM متساوی‌الساقین است، پس $\hat{A}MB = \hat{B}AM$.

ج) مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

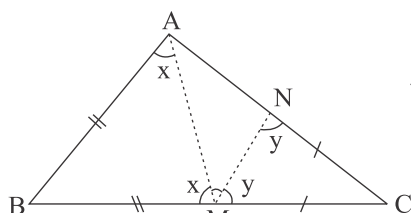
گام دوم

با توجه به گام اول، شکل را تکمیل می‌کنیم:

می‌دانیم $\hat{M}$ یک زاویه نیم‌صفحه است، داریم:

$$\hat{A}MB + \hat{A}MN + \hat{M}NC = x + 43^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow x + y = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ \quad (I)$$

از طرفی:



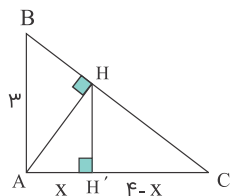
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABM : \hat{B} + 2x = 180^\circ \\ \triangle CNM : \hat{C} + 2y = 180^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \hat{B} + 2x + \hat{C} + 2y = \hat{B} + \hat{C} + 2(x + y) = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{(I)} \hat{B} + \hat{C} + 274^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 360^\circ - 274^\circ = 86^\circ$$

همچنین در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$\hat{B} + \hat{C} + \hat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow 86^\circ + \hat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BAC} = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

شکل را به صورت زیر نام گذاری می کنیم و داریم:



$$AC = AH' + CH' = ۴ - x + x = ۴$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 9 + 16 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = ۲۵ \Rightarrow BC = ۵$$

اندازه AH را با استفاده از رابطه $AH \times BC = AB \times AC$ به دست می آوریم. سپس اندازه AH' یا همان x را با

استفاده از رابطه $AH^2 = AH' \times AC$ در مثلث AHC ، به دست می آوریم.

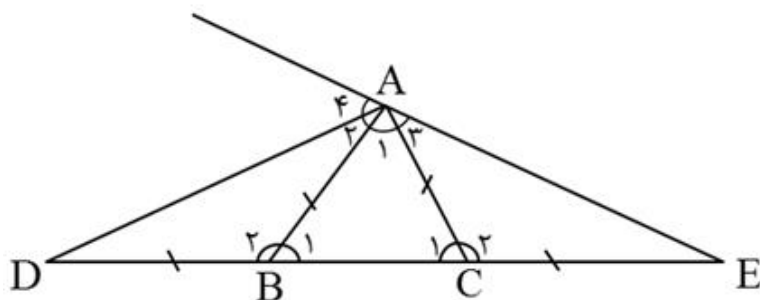
$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow ۵AH = ۱۲ \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵}$$

$$AH^2 = AH' \times AC \Rightarrow \frac{۱۴۴}{۲۵} = x \times ۴ \Rightarrow x = \frac{۱۴۴}{۱۰۰} = ۱/۴۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

گام اول

الف) مثلث $\triangle ADE$ را بر اساس توضیحات صورت سؤال رسم می‌کنیم:



ب) $AB = AC = CE = BD$

ج) کوچک‌ترین زاویه خارجی در هر مثلث، مکمل بزرگ‌ترین زاویه داخلی است.

گام دوم

مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است؛ بنابراین $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$ ، در نتیجه مکمل آن‌ها نیز برابر است؛ یعنی $\hat{B}_2 = \hat{C}_2$ است. از طرفی طبق قسمت (ب) از گام اول، $AB = AC$ و $CE = BD$ است؛ بنابراین دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ACE$ به حالت (ض‌ض‌ض) هم‌نهشت هستند.

$$\left. \begin{array}{l} CE = BD \\ \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \\ AB = AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض‌ض‌ض}} \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

در نتیجه زوایای $\hat{D}$ و $\hat{E}$ با هم برابر و هردو زوایای کوچک داخلی مثلث $\triangle ADE$ محسوب می‌شوند.

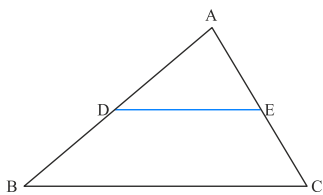
$$\triangle ABD \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D} = \alpha \xrightarrow{\hat{D}=\hat{E}} \hat{D} = \hat{E} = \alpha$$

$\hat{A}_4$ کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث $\triangle ADE$ است پس اندازه آن با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر می‌شود:

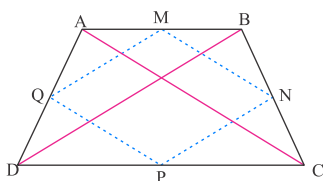
$$\hat{A}_4 = \hat{D} + \hat{E} = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

بنابراین کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث، ۲ برابر کوچک‌ترین زاویه داخلی آن است.

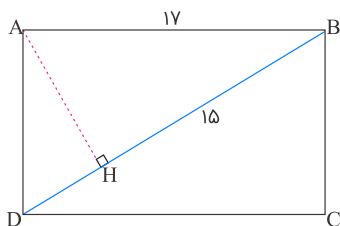
می‌دانیم اگر اوساط اضلاع AB و AC از مثلث ABC را به هم وصل کنیم پاره‌خط به‌دست‌آمده، موازی ضلع سوم و اندازه آن نصف طول ضلع سوم است؛ یعنی اگر E و D وسط‌های اضلاع AC و AB باشند، آنگاه $DE = \frac{1}{2}BC$ و $DE \parallel BC$. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که اگر اوساط اضلاع یک چهار ضلعی را متوالیاً به هم وصل کنیم، شکل حاصل همواره متوازی‌الاضلاع خواهد بود.



بنابراین در مثال بالا چهار ضلعی به‌دست‌آمده یک متوازی‌الاضلاع است. حال برای آنکه لوزی شود، لازم است دو ضلع مجاور آن برابر باشند؛ یعنی $MN = NP$ و چون $MN = \frac{1}{2}AC$ و $NP = \frac{1}{2}BD$ ، بنابراین لازم است شرط $AC = BD$ برقرار باشد.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



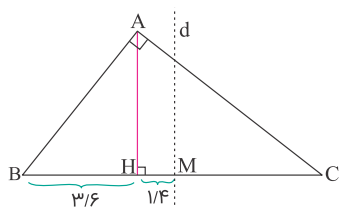
$$AB^2 = BH \times BD$$

$$17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17^2}{15}$$

میزان اختلاف طول قطر از عدد ۱۹ را می‌خواهیم:

$$\frac{17^2}{15} - 19 = \frac{17^2 - 15 \times 19}{15} = \frac{289 - 285}{15} = \frac{4}{15}$$

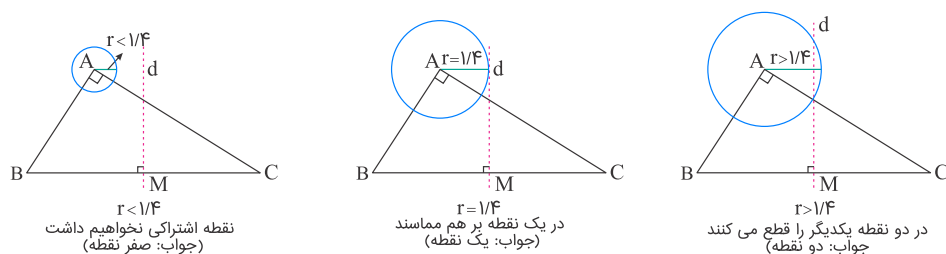
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸



خط d عمودمنصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = 5$. همچنین AH ارتفاع وارد بر BC است. با استفاده از رابطه زیر اندازه BH را حساب می‌کنیم.

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow \begin{cases} BH = 3/6 \\ BM = 5 \end{cases} \Rightarrow HM = 1/4$$

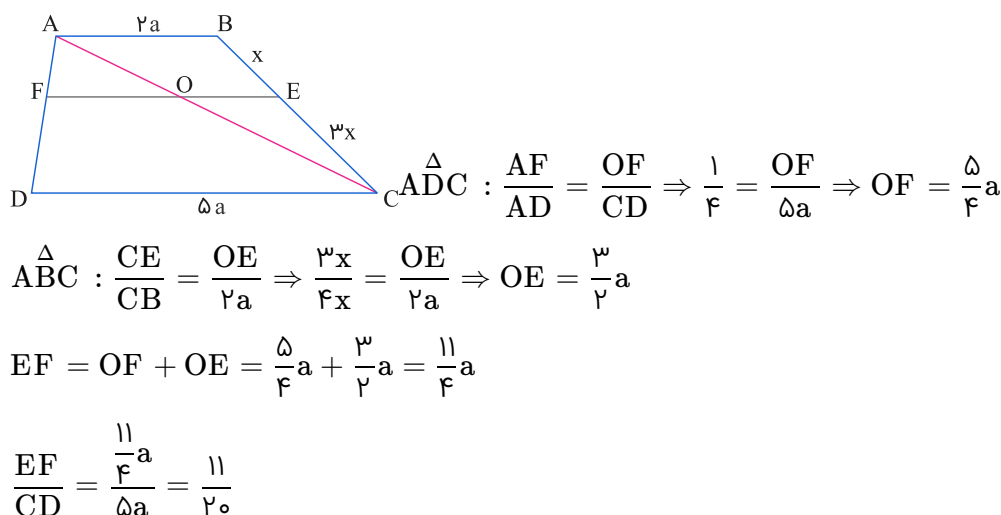
می‌دانیم مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با r باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع r هستند؛ سه حالت زیر رخ خواهد داد:



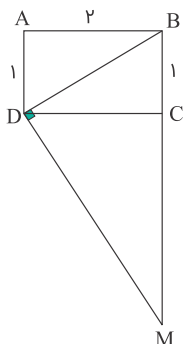
درنتیجه حداکثر دو نقطه با ویژگی‌های مطرح‌شده در صورت سؤال وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

رأس A را به C وصل می‌کنیم:



راه حل اول: باتوجه به توضیحات صورت سؤال، شکلی ساده و دقیق رسم می کنیم:



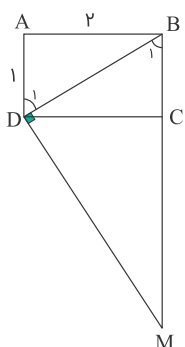
هدف محاسبه MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow BD = \sqrt{5}$$

با استفاده از رابطه طولی در مثلث BDM داریم:

$$BD^2 = MB^2 \cdot BC^2 \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = MB^2 \times 1 \Rightarrow MB = 5$$

راه حل دوم:



هدف محاسبه MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow BD = \sqrt{5}$$

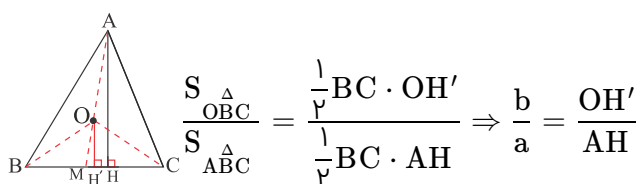
دو مثلث قائم الزاویه $\triangle BAD$ و $\triangle BDM$ متشابه هستند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{BDM} = 90^\circ \\ AD \parallel BC \\ \text{مورب BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle BDM$$

در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر برابر است بنابراین:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{MB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{MB} \Rightarrow MB = (\sqrt{5})^2 = 5$$

ارتفاع دو مثلث را رسم می‌کنیم:



طبق قضیه تالس در مثلث AHM داریم:

$$\frac{OM}{AM} = \frac{OH'}{AH} \Rightarrow \frac{OM}{AM} = \frac{b}{a}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

باتوجه به اینکه نقطه M روی نیمساز قرار دارد، $AM = BM$. برای به دست آوردن طول BM، ابتدا مختصات نقطه M را به دست آوریم.

$$3y = x \xrightarrow{x=3} 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow M(3, 1)$$

حال فاصله نقطه $B(3, 0)$ و $M(3, 1)$ را به دست آوریم؛ پس داریم:

$$BM = \sqrt{(3-3)^2 + (1-0)^2} = 1 \Rightarrow BM = AM = 1$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

باتوجه به فرض سؤال نتیجه می‌گیریم که $MN \parallel AB \parallel CD$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \triangle BDC : PN \parallel DC &\Rightarrow \frac{PN}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{PN}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow PN = 18 \\ \triangle ABC : QN \parallel AB &\Rightarrow \frac{QN}{AB} = \frac{NC}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{QN}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow QN = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow PQ &= PN - QN = 18 - \frac{3}{2} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در $\triangle ABC$ داریم:

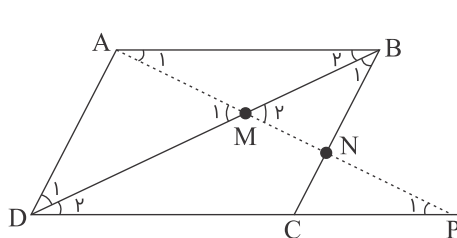
$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{289 - 64} = 15$$

دو مثلث ABC و CDE به دلیل برابری دو زاویه متقابل به رأس C و $\hat{A} = \hat{E} = 90^\circ$ ، متشابه بوده و نسبت تشابه این دو مثلث برابر $a = \frac{AB}{DE} = \frac{15}{3} = 5$ است.

با استفاده از نسبت تشابه طول CE و CD را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow 5 = \frac{8}{CE} = \frac{17}{CD} \\ \Rightarrow CE &= \frac{8}{5}, CD = \frac{17}{5} \\ \frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} &= \frac{\frac{17}{5} + \frac{8}{5} + 3}{\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{8}{5}} = \frac{8}{\frac{12}{5}} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

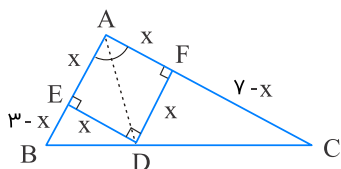


$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_1 = \hat{B}_1, \hat{M}_1 = \hat{M}_2 &\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle MBN \Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{AM}{MN} \\ \hat{A}_1 = \hat{P}_1, \hat{B}_2 = \hat{D}_2 &\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle MDP \Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MP}{AM} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{MP}{AM} \Rightarrow MN \times MP = AM^2$$

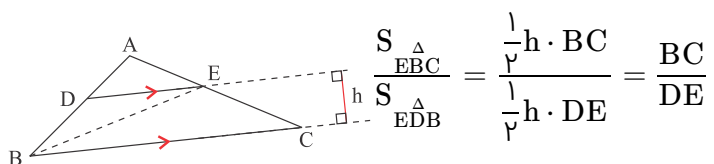
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

نقطه D روی نیمساز قرار دارد، بنابراین از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس: $DE = DF$
 $\hat{A} = 90^\circ$ و $DE = DF$ ، بنابراین چهار ضلعی $AEDF$ مربع است. پس: $AE \parallel FD$
 طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC ، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{FD}{AB} = \frac{FC}{AC} &\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y-x}{y} \Rightarrow yx = 21 - 3x \Rightarrow 10x = 21 \Rightarrow x = 2/1 \\ \Rightarrow AD &= \sqrt{2}x = 2/1\sqrt{2} \end{aligned}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

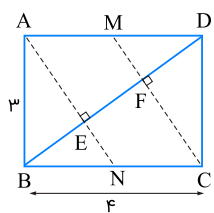


طبق تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EDB}} = \frac{BC}{DE} = \frac{5}{1}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:



$$\begin{aligned} \triangle ABD : BD^2 &= AB^2 + AD^2 \\ \Rightarrow BD^2 &= 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5 \end{aligned}$$

کاملاً واضح است که مثلث‌های ABN و CDM همنهشت‌اند، لذا $DF = EB$. همچنین ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BE \times BD \Rightarrow 9 = BE \times 5 \Rightarrow BE = DF = \frac{9}{5} \\ \Rightarrow EF &= 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5} \end{aligned}$$

همچنین در مثلث BFC داریم:

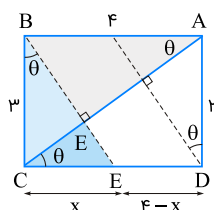
$$EN \parallel CF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{BF} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{9}{5}}{\frac{9}{5} + \frac{7}{5}} = \frac{BN}{4} \Rightarrow BN = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow NC = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$

$$S_{ANCM} = AB \times NC = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5/25$$

راه‌حل دوم:

در شکل زیر تمام زوایای مشخص شده با یکدیگر برابرند که آن‌ها را θ می‌نامیم.

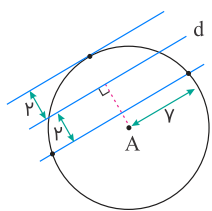


در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم $\tan \theta = \frac{3}{4}$ و همچنین در مثلث قائم‌الزاویه BCE داریم $\tan \theta = \frac{x}{3}$ ، در نتیجه:

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2/25$$

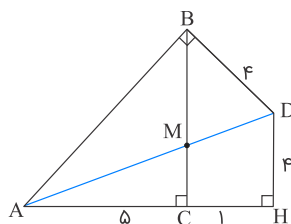
$$\begin{aligned} S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} &= \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = (4 - x) \times 3 = (4 - 2/25) \times 3 \\ &= 1/75 \times 3 = 5/25 \end{aligned}$$

مجموعه نقاطی که فاصله آن‌ها از A برابر ۷ است، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ است. مجموعه نقاطی که فاصله آن‌ها از d برابر ۲ است، دو خط موازی با d و به فاصله ۲ از آن در دو طرف خط است. مطابق شکل، ۳ نقطه با شرایط ذکر شده موجود است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

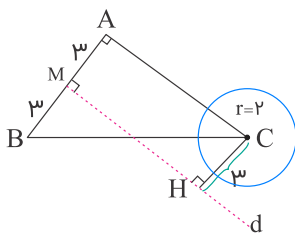
چون D روی نیمساز است، هر نقطه از آن از دو ضلع مجاور به یک فاصله است، پس $BD = DH = 4$ می‌شود. در مثلث ADH داریم:



$$\frac{MC}{DH} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow \frac{MC}{4} = \frac{5}{6} \Rightarrow MC = \frac{10}{3}$$

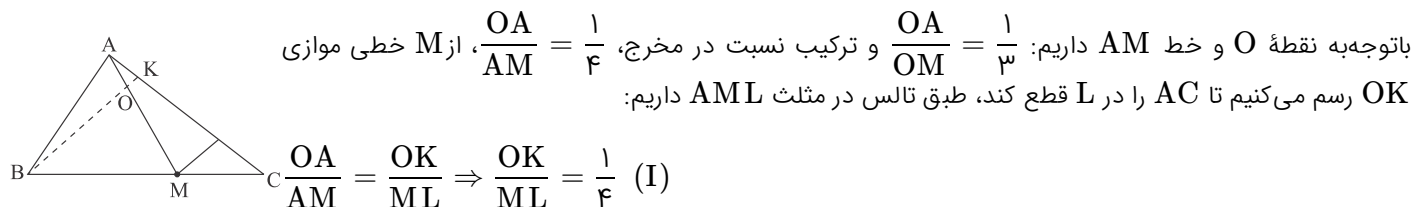
از طرفی MC هم به طور مشابه با فاصله M از ضلع AB برابر است، پس جواب $\frac{10}{3}$ می‌شود.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



خط d عمود منصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = 3$. فاصله نقطه C از خط d برابر با ۳ است ($CH = 3$)، چون ACHM مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با ۲ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۲ قرار دارند. از آنجا که شعاع دایره کمتر از فاصله C تا خط d است، این دایره و خط یکدیگر را قطع نمی‌کنند؛ بنابراین نقطه‌ای با این ویژگی وجود ندارد.

تالیفی نرگس کارگر



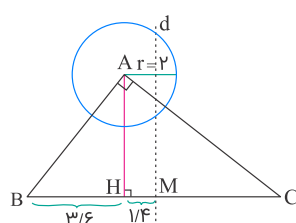
در مثلث BCK بنا به تالس داریم:

$$\frac{BK}{ML} = \frac{BC}{MC} = 3 \Rightarrow \frac{BK}{ML} = 3 \quad (II)$$

همواره از تقسیم (II) به (I) به دست می‌آید:

$$\frac{\frac{BK}{ML}}{\frac{OK}{ML}} = \frac{3}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{BK}{OK} = 12$$

تالیفی محمد علی نیک بخش



خط d عمود منصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = 5$. همچنین ارتفاع وارد بر وتر BC است. با استفاده از رابطه زیر اندازه BH را حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow \begin{cases} BH = 3/6 \\ BM = 5 \end{cases} \Rightarrow HM = 1/4$$

می‌دانیم مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با ۲ باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ هستند. فاصله نقطه A از خط d برابر با $1/4$ است؛ پس دایره رسم شده به مرکز A و شعاع ۲، خط d را در دو نقطه قطع خواهد کرد.

تالیفی نرگس کارگر

گام اول

الف) دو مثلث قابل انطباق نیستند یعنی دو مثلث باهم برابر یا همنهشت نیستند؛ بنابراین حق نداریم کوچکترین ضلع مثلث با اضلاع b و a و ۳ را برابر ۳ در نظر بگیریم (اگر کوچکترین ضلع مثلث اول را ۳ در نظر بگیریم، با توجه به اینکه دو مثلث متشابه‌اند، نسبت تشابه آن‌ها برابر $\frac{۳}{۳} = ۱$ می‌شود و باید مقدار a و b برابر ۴ و ۵ باشد که در این صورت دو مثلث برهم منطبق می‌شوند) پس کوچکترین ضلع این مثلث a یا b است. (ب) می‌دانیم نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است.

گام دوم

محیط مثلث دوم برابر است با:

$$۳ + ۴ + ۵ = ۱۲$$

نسبت تشابه دو مثلث می‌تواند $\frac{۳}{۴}$ یا $\frac{۳}{۵}$ باشد. اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، محیط مثلث اول برابر است با:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۴} = ۳ \times ۳ = ۹$$

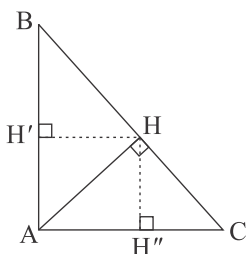
و اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۵}$ باشد، داریم:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۵} = ۷/۲$$

بنابراین بیشترین محیط مثلث اول برابر ۹ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است.ب) با فرض اینکه $HC < HB$ باشد داریم: $S_{\triangle ABC} = \frac{6}{76} S_{\triangle AHC}$ ج) $HH' = ?$ و $HH'' = ?$ 

گام دوم

سه مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AHC$ ، $\triangle AHB$ و $\triangle ABC$ باهم متشابه‌اند. می‌دانیم در مثلث‌های متشابه نسبت تشابه برابر جذر نسبت مساحت‌ها است.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{6}{76} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH} + S_{\triangle AHC}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{6}{76} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle AHC}} + 1 = \frac{6}{76} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{5}{76}$$

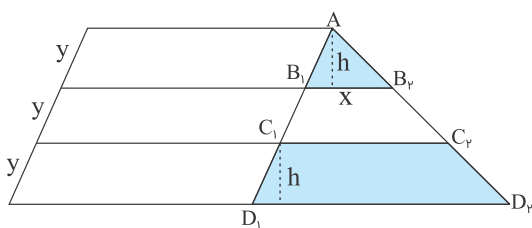
همچنین می‌دانیم در مثلث‌های متشابه، نسبت تشابه با نسبت ارتفاع‌ها برابر است. چون دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle ACH$ باهم متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{HH'}{HH''} = \sqrt{\frac{5}{76}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{HH'}{HH''} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{HH''}{HH'} = \frac{5}{12}$$

با تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{MB}{NC} \Rightarrow \frac{AD}{MB} = \frac{AE}{NC} \Rightarrow \frac{2/5}{5} = \frac{3}{NC} \Rightarrow NC = \frac{3 \times 5}{2/5} = 6$$

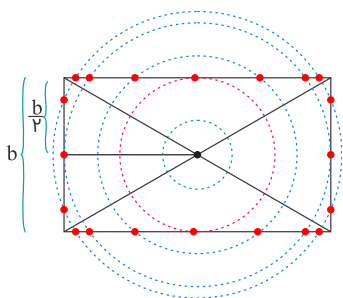
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

فرض کنید $B_1B_2 = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} AC_1C_2 : \frac{AB_1}{AC_1} &= \frac{x}{C_1C_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{C_1C_2} \Rightarrow C_1C_2 = 2x \\ AD_1D_2 : \frac{AB_1}{AD_1} &= \frac{x}{D_1D_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{D_1D_2} \Rightarrow D_1D_2 = 3x \\ \frac{S_{AB_1B_2}}{S_{C_1C_2D_1D_2}} &= \frac{\frac{1}{2} \times x \times h}{\frac{1}{2} (2x + 3x)h} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

نقاطی که از مرکز مستطیل به یک فاصله هستند، روی دایره‌ای به مرکز مستطیل و شعاع r قرار دارند.
باتوجه به شعاع دایره رسم شده ۳ حالت زیر پیش می‌آید:



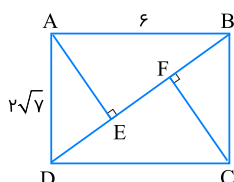
(۱) $r < \frac{b}{p}$ یعنی شعاع از نصف عرض مستطیل کمتر است. در این صورت دایره رسم شده (دایره سبز رنگ) با محیط مستطیل برخوردی ندارد و نقطه‌ای نداریم.

(۲) $r = \frac{b}{p}$ یعنی شعاع برابر با نصف عرض باشد. در این صورت دایره رسم شده (دایره صورتی رنگ) در دو نقطه بر مستطیل مماس خواهد شد؛ پس دو نقطه داریم.

(۳) $r > \frac{b}{p}$ یعنی شعاع بیشتر از نصف عرض باشد که در این صورت دایره‌های رسم شده (آبی رنگ) به ترتیب در ۴، ۶، ۸ نقطه محیط مستطیل را قطع خواهند کرد. (در صورتی که شعاع بیشتر از نصف طول مستطیل باشد، دایره با مستطیل برخورد ندارد).
بنابراین $n = ۰, ۲, ۴, ۶, ۸$ خواهد بود که $n = ۴$ در گزینه‌ها وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

از دو رأس A و C ، دو عمود AE و CF را بر قطر BD رسم می‌کنیم.



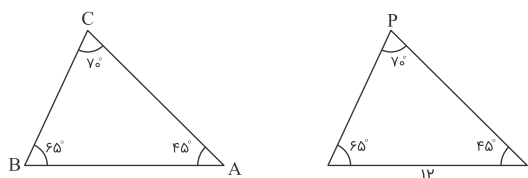
$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 = 36 + 28 = 64 \Rightarrow BD = 8$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\triangle ABD : AD^2 = DE \cdot BD \Rightarrow 28 = DE \times 8 \Rightarrow DE = \frac{28}{8} = 3\frac{1}{2}$$

به طور مشابه $BF = 3\frac{1}{2}$ است و داریم:

$$EF = BD - (DE + BF) = 8 - 7 = 1$$



سؤال گفته نسبت مساحت ها $\frac{K^2}{4} = \frac{3}{4}$ است، یعنی نسبت تشابه برابر با $K = \frac{\sqrt{3}}{2}$ است.

$$\frac{MN}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{12}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دو مثلث ACB و ECD به حالت تساوی دو زاویه، باهم متشابه‌اند ($\hat{E}_1 = \hat{B}$ و زاویه C مشترک است) نسبت اضلاع متناسب را می‌نویسیم:

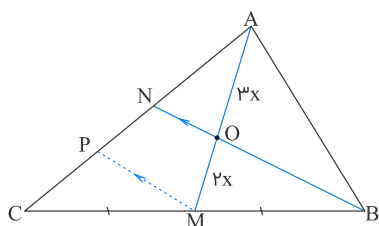
$$\begin{aligned} \frac{CE}{BC} &= \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+5} = \frac{x-2}{x+2} \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 10 &= x^2 + x - 2 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

نسبت مساحت دو مثلث متشابه را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{ABC}}{S_{DEC}} &= \left(\frac{BC}{EC}\right)^2 = \left(\frac{9}{3}\right)^2 = 9 \\ \frac{S_{AEDB} + S_{DEC}}{S_{DEC}} &= 9 \Rightarrow \frac{S_{AEDB}}{S_{DEC}} + 1 = 9 \Rightarrow \frac{S_{AEDB}}{S_{DEC}} = 8 \end{aligned}$$

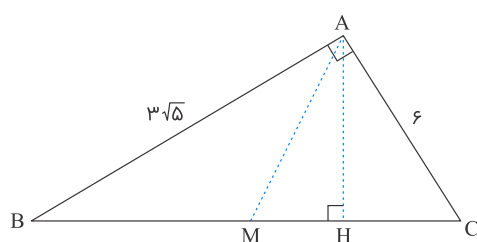
تالیفی علی شهرابی فراهانی

باتوجه به فرض، $\frac{OA}{OM} = \frac{3}{2}$. حال خطی از M به موازات BN رسم می‌کنیم تا AC را در P قطع کند، بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} \triangle APM : ON \parallel MP &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ON}{MP} = \frac{AO}{AM} = \frac{3}{5} \Rightarrow ON = \frac{3}{5}MP \\ \triangle CBN : MP \parallel BN &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MP}{BN} = \frac{CM}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow BN = 2MP \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{ON}{BN} = \frac{\frac{3}{5}MP}{2MP} = \frac{3}{10}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم



$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = 9 \Rightarrow MC = MB = 4/5$$

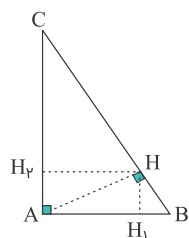
$$\Delta_{ABC} : AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 45 = BH \times 9$$

$$\Rightarrow BH = 5 \Rightarrow HM = BH - MB = 5 - 4/5 = 9/5$$

$$\frac{S_{\Delta_{ABC}}}{S_{\Delta_{AHM}}} = \frac{\frac{AH \times BC}{2}}{\frac{AH \times HM}{2}} = \frac{AH \times 9}{AH \times \frac{9}{5}} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

وقتی ارتفاع وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه را رسم می‌کنیم، مثلث‌های پدیدآمده با همدیگر و با مثلث اولیه متشابه هستند. طبق گفته سؤال، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم برابر $\frac{1}{3}$ است.



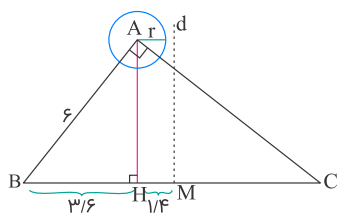
$$\frac{HH_1}{HH_2} = \frac{1}{3} = k$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AHB}}}{S_{\Delta_{AHC}}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت ارتفاع‌ها یعنی $\frac{1}{9}$ است. پس مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{10}$ مساحت مثلث اولیه است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

خط d عمودمنصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = ۵$. AH ارتفاع وارد بر وتر BC است. با استفاده از رابطه زیر اندازه BH را حساب می‌کنیم:

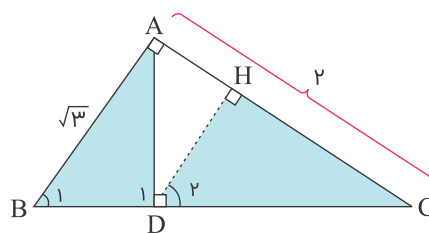


$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 36 = 10 \cdot BH \Rightarrow \begin{cases} BH = 3/6 \\ BM = 5 \end{cases} \Rightarrow HM = 1/4$$

می‌دانیم مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با r باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع r هستند. فاصله A از خط d برابر با $1/4$ است؛ پس دایره رسم‌شده به مرکز A با شعاع r ، عمودمنصف BC را قطع نخواهد کرد؛ بنابراین هیچ نقطه‌ای با این ویژگی در صفحه مثلث وجود ندارد.

تالیفی نرگس کارگر

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle ABC$ داریم:



$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow 3 + 4 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DH, \text{ مورب } BC \Rightarrow \widehat{D}_2 = \widehat{B}_1 \\ \widehat{D}_1 = \widehat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle HCD$$

طبق روابط طولی در مثلث $\triangle ABC$ نتیجه می‌گیریم:

$$AC^2 = BC \times CD$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{7} \times CD \Rightarrow CD = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

بنابراین نسبت تشابه دو مثلث HCD و ABD برابر است با:

$$K = \frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{21}}$$

می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر است با مجذور نسبت تشابه، پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle HCD}}{S_{\triangle ABD}} = K^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{21}} \right)^2 = \frac{16}{21}$$

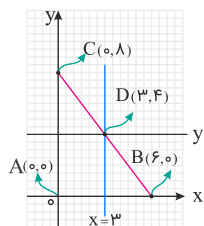
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$\triangle ABC : \frac{BE}{BC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\triangle ADC : \frac{AF}{AC} = \frac{FG}{CD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{FG}{9} \Rightarrow FG = 3$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

اگر مثلث رسم شده را روی محور مختصات فرض کنیم، داریم:

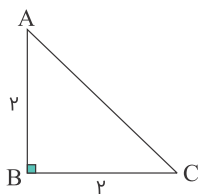


نقاطی که از دو رأس A و B به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف AB قرار دارند. باتوجه به مثلث رسم شده معادله عمودمنصف خط AB ، $x = 3$ خواهد بود. همین طور نقاطی که از دو رأس A و C به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف AC قرار دارند. باتوجه به مثلث رسم شده، معادله عمودمنصف خط AC ، $y = 4$ خواهد بود. محل برخورد $y = 4$ و $x = 3$ همان نقطه D است. در آخر طول AD را به دست می آوریم:

$$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

ابتدا مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ به ضلع قائم ۲ واحد را رسم می‌کنیم.



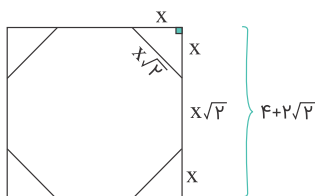
محیط این مثلث برابر طول ضلع یک مربع است. با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه ضلع AC و سپس محیط مثلث $\triangle ABC$ را محاسبه می‌کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط مثلث} = 2 + 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

پس طول ضلع مربع موردنظر برابر $4 + 2\sqrt{2}$ است.

می‌خواهیم با حذف گوشه‌های این مربع، یک هشت ضلعی منتظم را درون آن محاط کنیم. اگر اندازه اضلاع قائمه چهار مثلث گوشه‌ای را x در نظر بگیریم، طول ضلع هشت ضلعی منتظم با استفاده از قضیه فیثاغورس برابر $x\sqrt{2}$ می‌شود.



باتوجه به اینکه طول ضلع مربع برابر $4 + 2\sqrt{2}$ است، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$x + x + x\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x + x\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 2$$

برای محاسبه مساحت هشت ضلعی منتظم، کافی است مساحت چهار مثلث گوشه‌ای را از مساحت مربع کم کنیم:

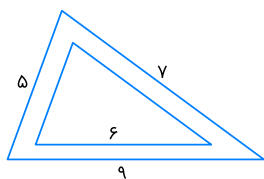
$$S_{\text{مربع}} = (4 + 2\sqrt{2})^2$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

پس مساحت هشت ضلعی برابر است با:

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = S_{\text{مربع}} - (4 \times S_{\text{مثلث}}) = (4 + 2\sqrt{2})^2 - 8 = 16 + 16\sqrt{2} + 8 - 8 = 16 + 16\sqrt{2}$$

طبق توضیحات صورت سؤال، شکلی به صورت زیر رسم می‌کنیم:



چون اضلاع دو مثلث موازی یکدیگرند، پس دو مثلث متشابه هستند. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آنها است؛ بنابراین داریم:

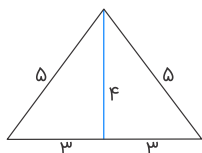
$$\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ تر}}{\text{مساحت مثلث کوچک تر}} = \frac{S}{S'} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نسبت مساحت محدود به این دو مثلث به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - \frac{S'}{S'} = \frac{S}{S'} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} = 1/25$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

مثلث به اضلاع ۵، ۵ و ۶ متساوی‌الساقین است و مساحت آن برابر $\frac{4 \times 6}{2}$ می‌شود.



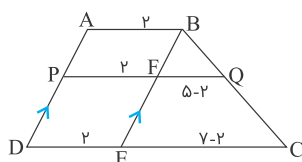
مساحت مثلث دوم هم ۳۶ است. اگر نسبت تناسب را k فرض کنیم، داریم:

$$k^2 = \frac{36}{12} = 3 \Rightarrow k = \sqrt{3}$$

محیط مثلث دوم k برابر محیط مثلث اول است:

$$\text{محیط مثلث دوم} = \sqrt{3} (5 + 5 + 6) = 16\sqrt{3}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



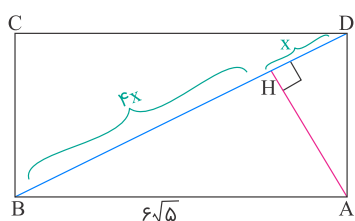
مطابق شکل، پاره خط BE را موازی AD رسم می‌کنیم. در مثلث BEC با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{FQ}{EC} = \frac{BQ}{BC} \Rightarrow \frac{FQ}{EC - FQ} = \frac{BQ}{BC - BQ}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5-3} = \frac{BQ}{QC} \Rightarrow \frac{QC}{BQ} = \frac{2}{3}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

یک شکل فرضی برای مسئله رسم می‌کنیم:

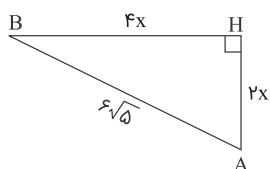


$$\frac{S_{ABH}}{S_{AHD}} = \frac{\frac{AH \times BH}{2}}{\frac{AH \times HD}{2}} = \frac{BH}{HD} = 2 \Rightarrow \begin{cases} BH = 2x \\ HD = x \end{cases}$$

ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی بین دو قطعه‌ای است که روی وتر جدا می‌کند، پس:

$$AH^2 = BH \cdot HD \Rightarrow AH^2 = (2x)(x) \Rightarrow AH^2 = 2x^2 \Rightarrow AH = \sqrt{2}x$$

در مثلث ABH، رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:



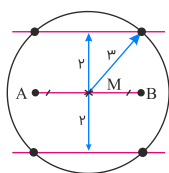
$$(\sqrt{2}x)^2 + (2x)^2 = (6\sqrt{5})^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x^2 = 180 \Rightarrow x = 3$$

پس:

$$AH = \sqrt{2}x = \sqrt{2}(3) = 6$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

از وسط ضلع AB (نقطه M) دایره‌ای به شعاع ۳ واحد رسم کرده و دو خط موازی ضلع AB و به فاصله ۲ واحد از آن رسم می‌کنیم تا رأس C به دست بیاید. همان‌طور که می‌بینید چهار نقطه متمایز برای رأس C قابل یافتن است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دو مثلث EFB و DFC به دلیل متقابل به رأس بودن در F و برابر بودن زاویه‌های B و D (قضیه خطوط موازی و مورب) باهم متشابه است. نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$EB = 2AE \Rightarrow EB = \frac{2}{3}AB \Rightarrow k = \frac{EB}{DC} = \frac{\frac{2}{3}AB}{DC} \xrightarrow{AB=DC} k = \frac{2}{3}$$

درنهایت نسبت مساحت این دو مثلث را که برابر با k^2 است، به دست می‌آوریم:

$$k^2 = \frac{4}{9}$$

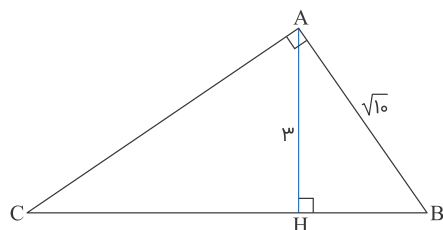
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مثلث‌های AMN و ABC دارای ۲ زاویه برابر هستند و متشابه‌اند.

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{5}{3+x} \Rightarrow 9 + 3x = 35 \Rightarrow 3x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{3}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در مثلث قائم‌الزاویه زیر داریم:



$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow 9 + BH^2 = 10 \Rightarrow BH = 1$$

می‌دانیم $AB^2 = BH \cdot BC$ ، پس داریم:

$$10 = 1 \times BC \Rightarrow BC = 10$$

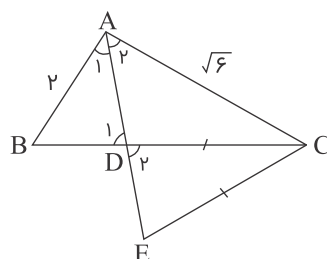
$$BC = BH + HC \Rightarrow 10 = 1 + HC \Rightarrow HC = 9$$

طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 10 + AC^2 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

طبق شکل داریم:

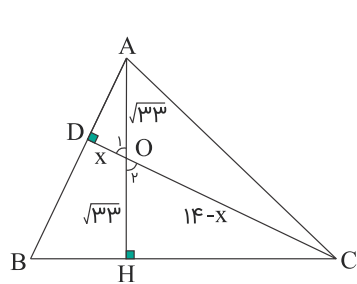


$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ AD نیمساز} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \text{ متقابل به رأس} \end{cases} \xrightarrow{DC=CE} \hat{D}_1 = \hat{E}$$

$$\xrightarrow{\text{ج.ز}} \triangle ABD \sim \triangle AEC \quad \left(k = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle AEC}} = k^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{H} = \hat{D} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} OAD \sim OHC$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{33}}{14-x} \Rightarrow 14x - x^2 = 33 \Rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$\Rightarrow (x-11)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=11 & \times \\ x=3 & \checkmark \end{cases}$$

توجه کنید چون در مثلث OAD، (OA) وتر است، پس $OD = x$ باید کمتر از $\sqrt{33}$ باشد.

$$\triangle OAD : AD^2 = OA^2 - OD^2 = 33 - 9 = 24$$

$$\triangle ADC : AC^2 = AD^2 + CD^2 = 24 + 196 = 220 \Rightarrow AC = 2\sqrt{55}$$

تالیفی ایمان نخستین

$$\frac{c+b}{a} + 1 = \frac{a+b}{c} + 1 = \frac{a+c}{b} + 1 \Rightarrow \frac{a+b+c}{a} = \frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{b}$$

$$\Rightarrow a=b=c \Rightarrow \frac{c^2b + bc^2 + c^2a}{ba^2 + b^2a + ca^2} = \frac{3a^3}{3a^3} = 1$$

تالیفی صبا مهدوی

باتوجه به قضیه تالس در مثلث ABC و BDC داریم:

$$\frac{FC}{BC} = \frac{x}{2} \quad (I)$$

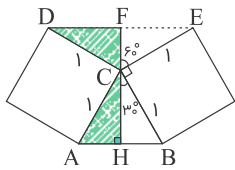
$$\frac{BF}{BC} = \frac{x}{3} \quad (II)$$

با جمع روابط I و II داریم:

$$\frac{FC}{BC} + \frac{BF}{BC} = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} \Rightarrow 1 = \frac{5x}{6} \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

باتوجه به شکل واضح است که مثلث‌های ACH و CDF هم‌نهشت هستند؛ بنابراین مساحت مثلث ABC دو برابر مساحت مثلث DCF و مساوی با مساحت مثلث DCE است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

باتوجه به شکل، $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$ ، پس همواره داریم:

$$MN = \frac{AM}{AD} \times DC + \left(1 - \frac{AM}{AD}\right) AB$$

$$= \frac{2}{5} \times 7 + \frac{3}{5} \times 6 = \frac{14}{5} + \frac{18}{5} = \frac{32}{5}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

$$\begin{cases} \frac{EF}{AE} = \frac{DB}{AB} = \frac{AB - AD}{AB} \\ \frac{EF}{AC} = \frac{AD}{AB} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب دو تساوی}} \frac{EF}{AC} = \frac{(AB - AD)AD}{AB^2} = \frac{6}{49} \Rightarrow 6AB^2 = 49AB \cdot AD - 49AD^2$$

$$\xrightarrow{\div AB^2} 49\left(\frac{AD}{AB}\right)^2 - 49\left(\frac{AD}{AB}\right) + 6 = 0 \Rightarrow \left(7\left(\frac{AD}{AB}\right) - 6\right)\left(7\left(\frac{AD}{AB}\right) - 1\right) = 0$$

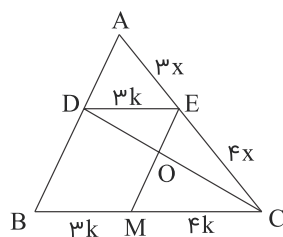
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{7} \text{ یا } \frac{6}{7}$$

تالیفی صبا مهدوی

باتوجه به اینکه $DE \parallel MC$ ، بنابراین دو مثلث ODE و OMC به حالت تساوی دو زاویه باهم متشابه‌اند:

$$\triangle ODE \sim \triangle OMC \Rightarrow \frac{S_{ODE}}{S_{OMC}} = \frac{9}{16} \Rightarrow \left(\frac{DE}{MC}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{DE}{MC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} DE = 3k \\ MC = 4k \end{cases}$$

طبق قضیه تالس داریم:



$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{3k}{8k}$$

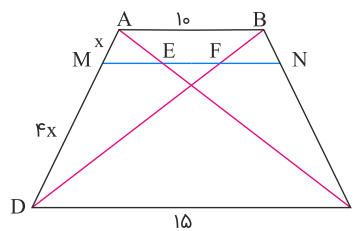
یعنی $AE = 3x$ و $AC = 7x$ ، پس داریم: $EC = 4x$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3x}{7x}\right)^2 = \frac{9}{49} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DECB}} = \frac{9}{49 - 9}$$

پس مساحت دوزنقه $\frac{40}{9}$ مساحت ADE است.

تالیفی ایمان نخستین

باتوجه به فرض سؤال، $MN \parallel AB \parallel DC$ است. طبق قضیه تالس داریم:



$$\triangle ADC : ME \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{ME}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{ME}{15} \Rightarrow ME = 3$$

$$\triangle ADB : MF \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{MF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{8x}{15} = \frac{MF}{10} \Rightarrow MF = 8$$

طول EF برابر است با:

$$EF = MF - ME = 8 - 3 = 5$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

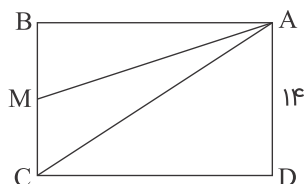
گام اول

الف) عرض مستطیل ۱۴ واحد و قطر آن ۲۵ واحد است.

$$\frac{S_{ABM}}{S_{AMCD}} = \frac{5}{9} \quad \text{ب)}$$

$$AM = ? \quad \text{ج)}$$

گام دوم



با استفاده از رابطه فیثاغورس، طول مستطیل را به دست می‌آوریم.

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \xrightarrow{AD=14, AC=25} 25^2 = 14^2 + CD^2$$

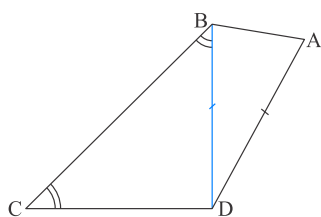
$$\Rightarrow 625 = 196 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = 625 - 196 = 429 \Rightarrow AB^2 = 429$$

$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABM} + S_{AMCD}} = \frac{5}{5+9} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times BM}{AB \times AD} = \frac{BM}{2AD} = \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{BM}{28} = \frac{5}{14} \Rightarrow BM = 10$$

رابطه فیثاغورس را برای مثلث $\triangle ABM$ نوشته و اندازه AM را تعیین می‌کنیم:

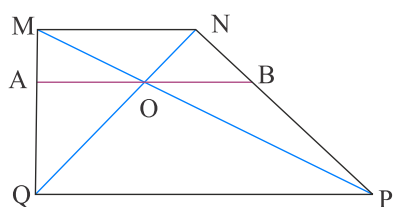
$$AB^2 + BM^2 = AM^2 \Rightarrow 429 + 100 = AM^2 \Rightarrow AM^2 = 529 \Rightarrow AM = \sqrt{529} = 23$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{BDC} = \hat{DCB} \Rightarrow BD = CD \\ AD = BD \end{array} \right\} \Rightarrow AD = CD$$

D از دو سر AC به یک فاصله است و در نتیجه D روی عمودمنصف AC است.

تالیفی صبا مهدوی



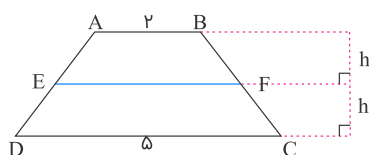
نکته: طبق قضیهٔ تالس در دوزنقه داریم $\frac{AQ}{AM} = \frac{BP}{BN}$ ، سپس با ترکیب نسبت در مخرج نتیجه می‌گیریم: $\frac{AQ}{QM} = \frac{BP}{PN}$.
باتوجه به تعمیم قضیهٔ تالس در دو مثلث QMN و PMN داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{OA}{MN} = \frac{AQ}{QM} \\ \frac{OB}{MN} = \frac{BP}{PN} \end{array} \right\} \div \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{AQ}{QM} \times \frac{PN}{BP} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

می‌دانیم در دوزنقه طول خط واصل وسط‌های دو ساق میانگین دو قاعده است، پس:

$$EF = \frac{AB + CD}{2} = \frac{7}{2}$$



$$\frac{S_{ABFE}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(AB + EF)h}{\frac{1}{2}(AB + CD)2h} = \frac{2 + \frac{7}{2}}{2(2 + 5)} = \frac{\frac{11}{2}}{14} = \frac{11}{28}$$

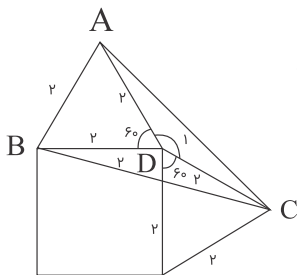
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

گام اول

الف) زوایای داخلی هر مثلث متساوی الاضلاع 60° است.

ب) مثلث $\triangle ADC$ یک مثلث متساوی الساقین است. اندازه زاویه $\hat{D}_1$ برابر است با:

$$\hat{D}_1 = 360 - (90 + 60 + 60) = 360 - 210 = 150^\circ$$



ج) برای به دست آوردن مساحت مثلث $\triangle ABC$ ، مساحت سه مثلث $\triangle ABD$ ، $\triangle BDC$ و $\triangle ADC$ را به دست آورده و باهم جمع می‌کنیم.

د) مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a از رابطه $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ به دست می‌آید.

گام دوم

$$\triangle ADC \cong \triangle BDC \Rightarrow S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}$$

با استفاده از مبحث کاربرد مثلثات مساحت دو مثلث $\triangle BDC$ و $\triangle ADC$ را تعیین می‌کنیم:

$$S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 150^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

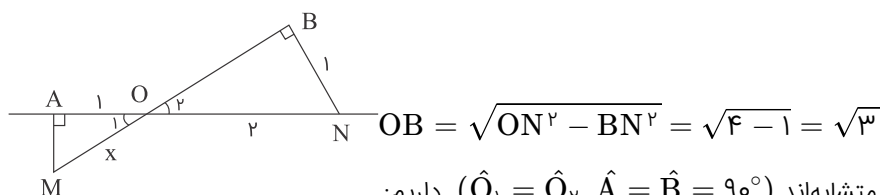
مثلث $\triangle ABD$ متساوی الاضلاع است و داریم:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$$

بنابراین مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر است با:

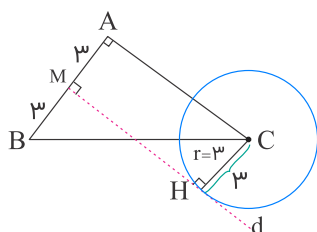
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BDC} + S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABD} = 1 + 1 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OBN داریم:



$$\frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

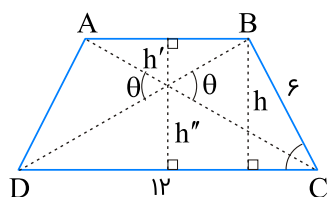
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱



خط d عمود منصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = 3$. فاصله نقطه C از خط d برابر با ۳ است ($CH = 3$)، چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با ۳ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ قرار دارند. از آنجاکه شعاع دایره برابر با فاصله نقطه C تا خط d است، این دایره و خط در یک نقطه بر یکدیگر مماس‌اند؛ پس یک نقطه با این ویژگی در صفحه مثلث ABC وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ باهم متشابه‌اند.



$$\frac{h'}{h''} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h'}{h''} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow h'' = \frac{1}{3}h'$$

$$h' + h'' = 10 \Rightarrow h' + \frac{1}{3}h' = 10 \Rightarrow h' = 7.5 \Rightarrow h'' = 2.5$$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow OB \times OC = OA \times OD (*)$$

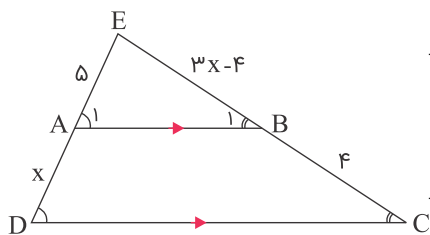
مساحت دو مثلث $\triangle OBC$ و $\triangle OAD$ باهم برابرند زیرا:

$$\begin{cases} S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OB \times OC \times \sin \theta \\ S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OA \times OD \times \sin \theta \end{cases} \xrightarrow{(*)} S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD}$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{\triangle ODC} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAD} \\ &\Rightarrow \frac{(4 + 12) \times 10}{2} = \frac{6 \times 12}{2} + \frac{4 \times 4}{2} + 2S_{\triangle OBC} \\ &\Rightarrow 100 = 36 + 16 + 2S_{\triangle OBC} \Rightarrow S_{\triangle OBC} = \frac{48}{2} = 24 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

طبق فرض، داریم:



$$\begin{aligned} AB \parallel DC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x-4}{4} \\ &\Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0 \xrightarrow{x>0} x = \frac{10}{3} (*) \end{aligned}$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}, \hat{B}_1 = \hat{C} \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle EDC$$

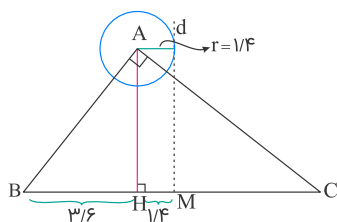
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle EAB}}{S_{\triangle EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^2 = \left(\frac{5}{5 + \frac{10}{3}}\right)^2 = \left(\frac{15}{25}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle EAB} = 9S, S_{\triangle EDC} = 25S \Rightarrow S_{ABCD} = 25S - 9S = 16S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle EAB}} = \frac{16S}{9S} = \frac{16}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

خط d عمود منصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = ۵$. AH ارتفاع وارد بر وتر BC است. با استفاده از رابطه زیر اندازه BH را حساب می‌کنیم:



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow \begin{cases} BH = 3/6 \\ BM = 5 \end{cases} \Rightarrow HM = 1/4$$

می‌دانیم مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با $1/4$ باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع $1/4$ هستند. فاصله نقطه A از خط d نیز $1/4$ است؛ پس دایره رسم شده به مرکز A و شعاع $1/4$ در یک نقطه بر خط d مماس خواهد بود.

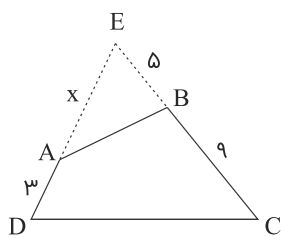
تالیفی نرگس کارگر

با استفاده از رابطه فیثاغورس نتیجه می‌شود طول $BC = ۱۵$ است. اگر طول ضلع لوزی را x بنامیم، مقدار x برابر است با:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AB} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{۱۵} + \frac{1}{۹} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{۸}{۴۵} \Rightarrow x = \frac{۴۵}{۸}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

$B + D = ۱۸۰^\circ$ ، پس زاویه خارجی رأس B با D برابر است و زاویه E در هر دو مثلث EAB و EDC مشترک است، پس دو مثلث متشابه‌اند.



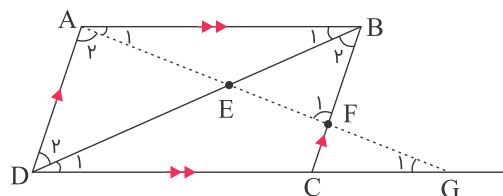
$$\frac{5}{x+3} = \frac{x}{14} \Rightarrow x^2 + 3x = 70 \Rightarrow x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \times \\ x = 7 \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{5}{7+3}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EDC}} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{3}$$

تالیفی ایمان نخستین

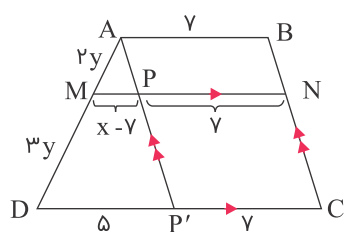
چون $AB \parallel DG$ و $BC \parallel AD$ است، داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{G}_1, \hat{B}_1 = \hat{D}_1 &\Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle EGD \Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EB}{ED} \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2, \hat{F}_1 = \hat{A}_2 &\Rightarrow \triangle EBF \sim \triangle EAD \Rightarrow \frac{EF}{EA} = \frac{EB}{ED} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EF}{EA} \\ \Rightarrow EF \cdot EG = EA^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در دوزنقه ABCD از نقطه A خطی موازی با خط BC رسم می‌کنیم و محل برخورد آن را با MN و DC به ترتیب P و P' می‌نامیم.



$$\frac{AM}{AD} = \frac{MP}{DP'}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_y}{\alpha_y + \beta_y} = \frac{x - \gamma}{\delta} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{x - \gamma}{\delta} \Rightarrow x = \gamma = MN$$

با استفاده از تعمیم تالس در مثلث ADP' داریم:

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

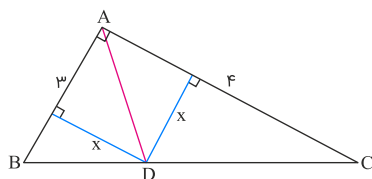
چون زوایای N و C باهم برابرند، بنا به ویژگی خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود که $MN \parallel BC$ است. طبق تعمیم تالس داریم:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{\alpha}{x - \beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow x^2 - \beta x = \delta \Rightarrow x^2 - \beta x - \delta = 0$$

$$\Rightarrow (x - \delta)(x + \beta) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\beta \times \\ x = \delta \end{cases}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

فاصله نقطه D از اضلاع AB و AC با هم برابر است.



اگر $AB = 3$ و $AC = 4$ ، طبق رابطه فیثاغورس $BC = 5$ است.

$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC} \Rightarrow \frac{3 \times 4}{2} = \frac{x \times 3}{2} + \frac{x \times 4}{2} \Rightarrow 12 = 7x \Rightarrow x = \frac{12}{7}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

بنابر رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ADE$ داریم:

$$DF^2 = FE \times FA \Rightarrow DF^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow DF = 6$$

حال قضیه فیثاغورس را در مثلث $\triangle DFE$ می‌نویسیم:

$$DE^2 = DF^2 + FE^2 \Rightarrow DE^2 = 36 + 16 = 52 \Rightarrow DE = \sqrt{52}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اولاً دقت شود که مثلث ADE و DEC دارای ارتفاع مشترک هستند؛ یعنی اگر از نقطه D، عمود بر ضلع AC وارد کنیم ارتفاع مشترک هر دو مثلث ADE و DEC خواهد بود؛ بنابراین نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌های آن‌ها برابر است؛ یعنی:

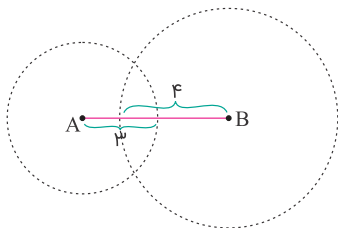
$$\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$$

ازطرفی بنا به قضیه تالس داریم:

$$\begin{aligned} DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5} \\ \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{2}{5} &\Rightarrow \frac{AE}{AC - AE} = \frac{2}{5 - 2} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{2}{3} &\Rightarrow \frac{60}{S_{DEC}} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{DEC} = 90 \end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مطابق شکل زیر، دواير به مرکز A و شعاع ۳ و مرکز B و شعاع ۴ در دو نقطه يکديگر را قطع می‌کنند؛ پس دو نقطه با این ویژگی وجود دارد.



تالیفی نرگس کارگر

$$\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{3}{5}, \frac{DA}{AB} = \frac{2}{5}$$

چون AM میانه نظیر ضلع BC است، پس: $\frac{S_{ABM}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2}$

در دو مثلث ABM و AMD، ارتفاع‌های رسم‌شده از رأس M یکسان هستند، پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است؛ یعنی:

$$\frac{S_{ADM}}{S_{ABM}} = \frac{DA}{AB} = \frac{2}{5}$$

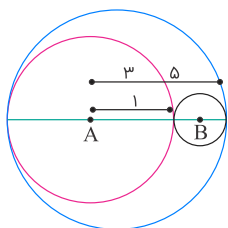
در دو مثلث ODM و ADM، ارتفاع‌های رسم‌شده از رأس D یکسان هستند؛ پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است؛ یعنی:

$$\frac{S_{ODM}}{S_{ADM}} = \frac{OM}{AM} = \frac{DB}{AB} = \frac{3}{5}$$

با ضرب کردن سه رابطه فوق داریم:

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{ADM}}{S_{ABM}} \times \frac{S_{ODM}}{S_{ADM}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{ODM}}{S_{ABC}} = \frac{3}{25} = \frac{12}{100}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵



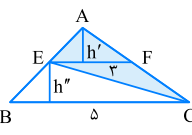
مجموعه نقاطی از صفحه که از B به فاصله ۱ هستند روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۱ قرار دارند. همچنین مجموعه نقاطی که از A به فاصله m هستند روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع m قرار دارند. قرار است یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از B به فاصله ۱ و از A به فاصله m باشد. دقت کنید هر دو دایره قرمز و آبی‌رنگ مطلوب هستند؛ پس:

$$m + 1 = 4 \Rightarrow m = 3$$

$$m - 1 = 4 \Rightarrow m = 5$$

درنتیجه گزینه "۴" صحیح است.

تالیفی نرگس کارگر



$$\frac{EF}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle BEC}}{S_{\triangle BCFE}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times h''}{\frac{1}{2} \times (3 + 5) \times h''} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle BCFE}} = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

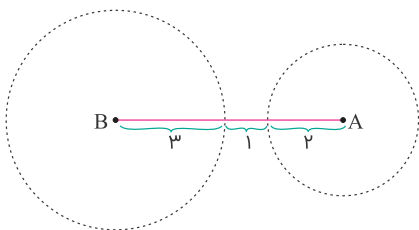
$$\text{نسبت تشابه: } \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCFE}} = \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF}}$$

$$= \frac{S_{\triangle AEF}}{\frac{25}{9}S_{\triangle AEF} - S_{\triangle AEF}} = \frac{1}{\frac{25}{9} - 1} = \frac{1}{\frac{16}{9}} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle BCFE}} = \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle BCFE}} + \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCFE}} = \frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$$

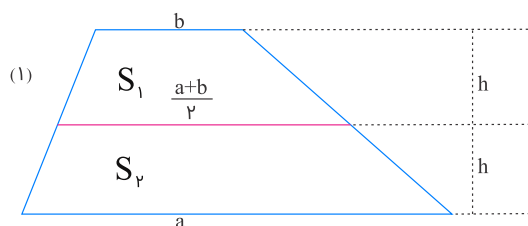
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

مطابق شکل زیر، چون دو دایره رسم شده به مراکز A و B یکدیگر را قطع نمی کنند، هیچ نقطه ای وجود ندارد که از A به فاصله ۲ و از B به فاصله ۳ باشد.



تالیفی نرگس کارگر

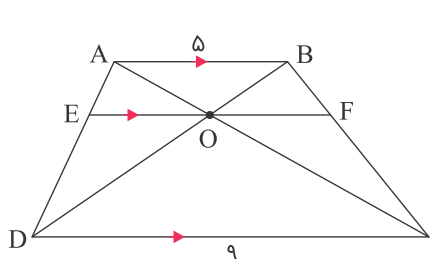
پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند، برابر است با میانگین طول دو قاعده. بنابراین طول پاره‌خط وسط برابر $\frac{a+b}{۲}$ است.



$$S_2 = ۲S_1 \Rightarrow \frac{1}{۲}h(a + \frac{a+b}{۲}) = ۲ \times \frac{1}{۲}h(b + \frac{a+b}{۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۳a+b}{۲} = ۳b+a \Rightarrow ۳a+b = ۶b+۲a \Rightarrow a = ۵b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



$$\begin{cases} \triangle ADC : EO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{۹} = \frac{AE}{AD} \\ \triangle DAB : EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{AB} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{۵} = \frac{DE}{AD} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{EO}{۹} + \frac{EO}{۵} &= \frac{\overbrace{AE+DE}^{AD}}{AD} = 1 \xrightarrow{\times ۴۵} ۵EO + ۹EO = ۴۵ \\ \Rightarrow ۱۴EO &= ۴۵ \Rightarrow EO = \frac{۴۵}{۱۴} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{به روش مشابه} \Rightarrow OF = \frac{۴۵}{۱۴} \Rightarrow EF = \frac{۴۵}{۱۴} + \frac{۴۵}{۱۴} = \frac{۴۵}{۷}$$

تذکر: در حالت کلی، O وسط EF است و $EF = \frac{۲}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}}$. (طول EF واسطهٔ توافقی طول قاعده‌ها است)

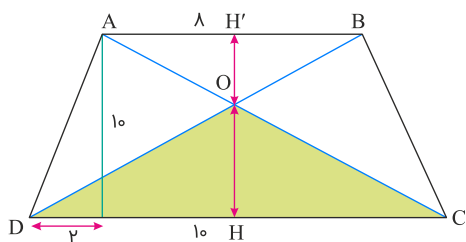
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\begin{aligned} \frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴} = \frac{d}{۵} = \frac{e}{۶} &= \frac{a+b+c+d+e}{۲+۳+۴+۵+۶} \\ \Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{۲۰} = \frac{d}{۵} &\Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{d} = \frac{۲۰}{۵} = ۴ \end{aligned}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

ذوزنقه‌ای با مشخصات داده شده رسم می‌کنیم:



بیشترین مساحت مربوط به مثلث رنگی است. دو مثلث AOB و DOC متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{OH'}{OH} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{OH'}{OH} \Rightarrow OH = \frac{5}{4}OH'$$

از طرفی می‌دانیم $OH + OH' = 10$ داریم:

$$OH + OH' = 10 \xrightarrow{OH = \frac{5}{4}OH'} \frac{9}{4}OH' = 10 \Rightarrow OH' = \frac{40}{9} \Rightarrow OH = \frac{50}{9}$$

در آخر مساحت مثلث DOC را به دست می‌آوریم:

$$S_{DOC} = \frac{\frac{50}{9} \times 10}{2} = \frac{250}{9}$$

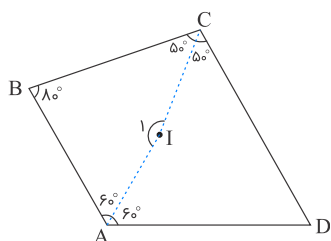
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی محدب، 360° است. حال به کمک ویژگی‌های تناسب، داریم:

$$\frac{\hat{A}}{6} = \frac{\hat{B}}{4} = \frac{\hat{C}}{5} = \frac{\hat{D}}{3} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}}{18} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 120^\circ, \hat{B} = 80^\circ, \hat{C} = 100^\circ, \hat{D} = 60^\circ$$

حال با رسم نیمسازهای زاویه‌های A و C داریم:

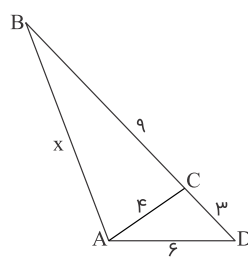


$$\hat{I}_1 + 80^\circ + 60^\circ + 50^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{I}_1 = 170^\circ$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

ابتدا ثابت می‌کنیم دو مثلث ABD و ACD متشابه هستند:



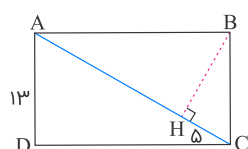
$$\left. \begin{array}{l} \frac{BD}{AD} = \frac{3+9}{6} = 2 \\ \frac{AD}{CD} = \frac{6}{3} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD} \\ \hat{D} \text{ مشترک} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \sim \triangle ACD$$

پس داریم:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = 2 \Rightarrow AB = 2 \times 4 = 8 \Rightarrow x = 8$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



در مثلث قائم‌الزاویه ABC می‌دانیم:

$$BC^2 = CH \times AC$$

$$\Rightarrow (13)^2 = 5 \times AC \Rightarrow AC = \frac{169}{5}$$

$$AH = AC - CH = \frac{169}{5} - 5 = \frac{144}{5}$$

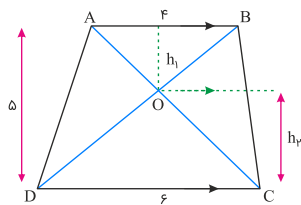
$$AB^2 = AH \times AC \Rightarrow (AB)^2 = \left(\frac{144}{5}\right)\left(\frac{169}{5}\right) \Rightarrow AB = \frac{12 \times 13}{5}$$

در نهایت $AB + AH$ را به دست می‌آوریم:

$$AB + AH = \frac{12 \times 13}{5} + \frac{144}{5} = 60$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مثلث‌های OAB و ODC متشابه هستند.



$$\frac{AB}{DC} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{f}{g} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{g}{f} h_1$$

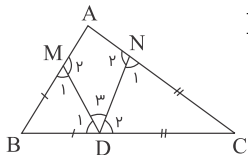
$$h_1 + h_2 = h \xrightarrow{h_2 = \frac{g}{f} h_1} h_1 + \frac{g}{f} h_1 = \frac{f+g}{f} h_1 = h \Rightarrow h_1 = \frac{fg}{f+g}$$

$$S_{AOB} = \frac{AB \times h_1}{2} = \frac{f \times \frac{fg}{f+g}}{2} = \frac{f^2 g}{2(f+g)}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

گام اول

الف) شکل را با جزئیات بیشتر رسم می‌کنیم:



$$BM = BD \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{M}_1 = \alpha, \quad CN = CD \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{N}_1 = \beta$$

ب) $\hat{A} = 58^\circ$ است، بنابراین در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=58^\circ} 58^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 122^\circ \quad (I) \end{aligned}$$

گام دوم

دو مثلث $\triangle BMD$ و $\triangle CND$ را در نظر گرفته و مجموع زوایای این دو مثلث را به دست می‌آوریم. مجموع زوایای این دو مثلث باید 360° باشد. با تعیین $\alpha + \beta$ اندازه $\hat{D}_3$ یا همان $\hat{MDN}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \triangle CND : \hat{C} + 2\beta &= 180^\circ \\ \triangle BMD : \hat{B} + 2\alpha &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(+)} \hat{B} + \hat{C} + 2(\alpha + \beta) = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{(I)} 122^\circ + 2(\alpha + \beta) = 360^\circ \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 360^\circ - 122^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 238^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{238^\circ}{2} = 119^\circ \quad (II)$$

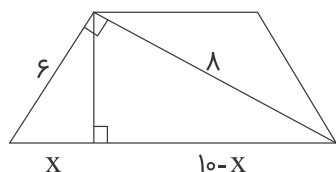
از طرفی:

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3 &= 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \hat{MDN} = 180^\circ \\ \xrightarrow{(II)} 119^\circ + \hat{MDN} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{MDN} = 61^\circ \end{aligned}$$

در هر مثلث قائم‌الزاویه هر ضلع زاویه قائمه واسطه هندسی بین وتر و تصویر آن ضلع روی وتر است.

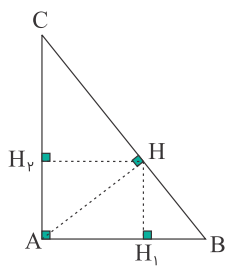
$$6^2 = 10x \Rightarrow x = 3/5$$

$$\text{طول قاعده کوچک} = 10 - 2x = 10 - 6/5 = 34/5$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث را به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند؛ یعنی مثلث‌های ABH و ACH باهم متشابه‌اند.



$$\frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC) - S(\triangle ABH)} = \frac{1}{5-1} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ACH)} = \frac{1}{4}$$

بنابراین نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{1}{4}$ و نسبت تشابه دو مثلث $\frac{1}{3}$ است. در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه است.

$$\frac{HH_1}{HH_2} = \frac{1}{3} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

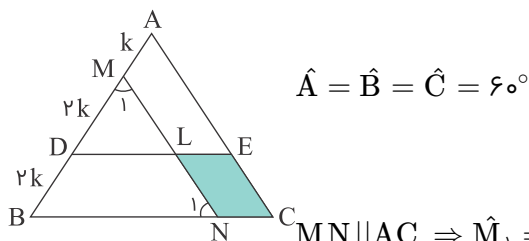
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

در لوزی قطر‌ها منصف هستند، ولی اگر قطرهای یک چهار ضلعی منصف یکدیگر باشند الزاماً لوزی نیست، ولی قطعاً متوازی‌الاضلاع است. در رابطه با گزینه ۳ باید گفت که عکس آن هم درست است، چون طبق برهان خلف فرض می‌کنیم n فرد است. در این صورت n^2 هم فرد خواهد شد که تناقض است.

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

شکل را به صورت زیر نام گذاری می کنیم:

مثلث $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع است؛ بنابراین:



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

چون $NLEC$ متوازی الاضلاع است، داریم:

$$MN \parallel AC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} = 60^\circ, \hat{N}_1 = \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \triangle MBN \text{ متساوی الاضلاع است} \Rightarrow BN = 4k$$

هر دو مثلث $\triangle MBN$ و $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع هستند در نتیجه با هم متشابه اند. می دانیم نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آن دو مثلث است؛ بنابراین:

$$\triangle MBN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle MBN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{4k}{5k}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow S_{\triangle MBN} = \frac{16}{25} S_{\triangle ABC}$$

همچنین

$$DL \parallel BN \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} = 60^\circ, \hat{L} = \hat{N}_1 = 60^\circ \Rightarrow \triangle MDL \text{ متساوی الاضلاع است} \Rightarrow ML = 2k$$

به طریق مشابه ثابت می شود که $\triangle ADE$ نیز متساوی الاضلاع و $AE = 3k$ است؛ بنابراین دو مثلث $\triangle MDL$ و $\triangle MBN$ و دو مثلث $\triangle MDL$ و $\triangle ADE$ با هم متشابه اند و داریم:

$$\triangle MDL \sim \triangle MBN \Rightarrow \frac{S_{\triangle MDL}}{S_{\triangle MBN}} = \left(\frac{2k}{4k}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MDL} = \frac{1}{4} S_{\triangle MBN} = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC}$$

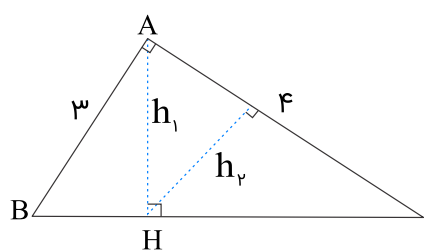
$$\triangle MDL \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{S_{\triangle MDL}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{2k}{3k}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{9}{4} S_{\triangle MDL} = \frac{9}{25} S_{\triangle ABC}$$

با استفاده از نسبت های بالا، نسبت خواسته شده را محاسبه می کنیم:

$$S_{AMLE} = S_{\triangle ADE} - S_{\triangle MDL} = \frac{9}{25} S_{\triangle ABC} - \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{25} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{LECN} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle MBN} + S_{AMLE}) = S_{\triangle ABC} - \left(\frac{16}{25} S_{\triangle ABC} + \frac{5}{25} S_{\triangle ABC}\right) = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} = 16\% S_{\triangle ABC}$$

بنابراین مساحت متوازی الاضلاع هاشورزده ۱۶ درصد مساحت مثلث $\triangle ABC$ است.



$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

راه حل اول:

$$C \begin{cases} \hat{C} \text{ مشترک} \\ \hat{AHC} = \hat{A} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

راه حل دوم:

$$\triangle ABC : \begin{cases} h_1 \times BC = AB \times AC \Rightarrow 5h_1 = 3 \times 4 \Rightarrow h_1 = \frac{12}{5} \\ AC^2 = HC \times BC \Rightarrow 16 = 5HC \Rightarrow HC = \frac{16}{5} \end{cases}$$

$$\triangle AHC : h_2 \times AC = h_1 \times HC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{HC}{AC} = \frac{\frac{16}{5}}{4} = \frac{4}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

طبق قضیه تالس می‌توان نوشت $(ME = x)$:

$$\left. \begin{aligned} BE \parallel AC &\Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel DC &\Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{5} \Rightarrow x = 2/25$$

$$\Rightarrow MD = ME + AE + AD = 2/25 + 3 + 5 = 12/25$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است؛ بنابراین $MN \parallel PB$ است. با استفاده از قضیه تالس می توان نوشت:

$$MN \parallel BP \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{۷}{۱۰}$$

همچنین $NO \parallel AM$ است پس دو مثلث $\triangle NOC$ و $\triangle AMC$ نیز متشابه می شود. می دانیم نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle NOC}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{۴۹}{۱۰۰} \Rightarrow S_{\triangle NOC} = \frac{۴۹}{۱۰۰} S_{\triangle AMC} \quad (I)$$

مساحت دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle AMC$ را می توان چنین نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AM \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow S_{\triangle AMC} = \frac{۳}{۱۰} S_{\triangle ABC} \quad (II)$$

با استفاده از دو رابطه (I) و (II) داریم:

$$S_{\triangle NOC} = \frac{۴۹}{۱۰۰} \times \frac{۳}{۱۰} S_{\triangle ABC} = \frac{۱۴۷}{۱۰۰۰} S_{\triangle ABC} \quad (III)$$

از طرفی چون $MN \parallel BP$ است پس دو مثلث $\triangle AMN$ و $\triangle ABC$ متشابه می شود و نسبت مساحت آن ها برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \frac{۹}{۱۰۰} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{۹}{۱۰۰} S_{\triangle ABC} \quad (IV)$$

اکنون با استفاده از روابط (II) و (III) و (IV) داریم:

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{S_{\triangle AMC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle NOC}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{\left(\frac{۳}{۱۰} - \frac{۹}{۱۰۰} - \frac{۱۴۷}{۱۰۰۰}\right) S_{\triangle ABC}}{\frac{۹}{۱۰۰} S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{۶۳}{۱۰۰۰}}{\frac{۹}{۱۰۰}} = \frac{۶۳}{۹۰} = \frac{۷}{۱۰}$$

پس مساحت مثلث $\triangle OMN$ ، ۷۰ درصد مساحت مثلث $\triangle AMN$ است.

گام اول

الف) چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است پس داریم:

$$MN \parallel BP \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$NP \parallel MB \Rightarrow NP \parallel AB \Rightarrow \triangle NPC \sim \triangle ABC$$

ب) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر مجذور نسبت تشابه اضلاع است.

گام دوم

طبق گام اول، $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ است. با توجه به اینکه $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ ، نسبت تشابه دو مثلث و سپس نسبت مساحت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{MA}{AB} &= \frac{MA}{MA+MB} = \frac{1}{\frac{MA+MB}{MA}} = \frac{1}{1+\frac{MA}{MB}} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \\ \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} &= \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} \end{aligned}$$

چون $MN \parallel BC$ است، با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle NPC \sim \triangle ABC$$

است پس نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{NC}{AC} = \frac{NC}{AN+NC} = \frac{1}{\frac{AN+NC}{NC}} = \frac{1}{\frac{NC}{AN}+1} = \frac{1}{\frac{2}{3}+1} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

حال نسبت مساحت‌های این دو مثلث را به دست می‌آوریم:

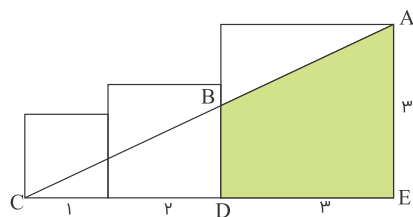
$$\frac{S_{\triangle NPC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{\triangle NPC} = \frac{9}{25} S_{\triangle ABC}$$

با توجه به نسبت‌های بالا، مساحت متوازی الاضلاع $MNPB$ را بر حسب مساحت مثلث $\triangle ABC$ می‌نویسیم. داریم:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle AMN} + S_{\triangle NPC} + S_{MNPB} \\ \Rightarrow S_{\triangle ABC} &= \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} + \frac{9}{25} S_{\triangle ABC} + S_{MNPB} \\ \Rightarrow S_{MNPB} &= \frac{12}{25} S_{\triangle ABC} = \frac{48}{100} S_{\triangle ABC} \end{aligned}$$

پس مساحت متوازی الاضلاع ۴۸ درصد مساحت مثلث $\triangle ABC$ است.

در مثلث ACE طبق تالس همواره داریم:

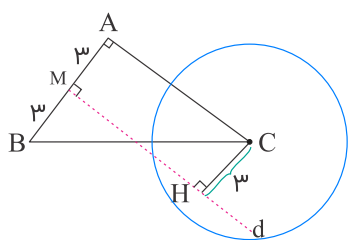


$$\frac{DC}{CE} = \frac{BD}{AE} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BD}{9} \Rightarrow BD = \frac{9}{3} = 3$$

مساحت دوزنقه برابر با $S = \frac{(BD + AE) \cdot DE}{2}$ است، پس:

$$S = \frac{\left(\frac{3}{2} + 3\right) \times 3}{2} = \frac{\frac{9}{2} \times 3}{2} = \frac{27}{4}$$

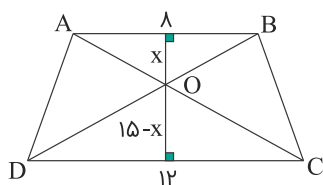
تالیفی محمد علی نیک بخش



خط d عمود منصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = 3$. فاصله نقطه C از خط d برابر با ۳ است ($CH = 3$) چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با ۴ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۴ قرار دارند. از آنجاکه شعاع دایره بیشتر از فاصله C تا خط d است، این دایره و خط یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند؛ پس مسئله دارای دو جواب است.

تالیفی نرگس کارگر

باتوجه به مفروضات صورت سؤال می‌توانیم شکل زیر را رسم کنیم:



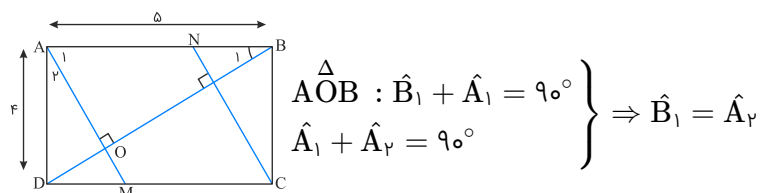
باتوجه به اینکه $AB \parallel CD$ است، دو مثلث OAB و ODC بنابر حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند:

$$\triangle OAB \sim \triangle ODC$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15-x} = \frac{12}{15} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}} \frac{x}{15} = \frac{12}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 9 \xrightarrow{\text{فاصله تا قاعده بزرگ}} 15 - 9 = 6$$

تالیفی ایمان نخستین



مثلث‌های ADM و ADB متشابه هستند، چون یک زاویه 90° دارند و در بالا هم ثابت کردیم $\hat{B}_1 = \hat{A}_2$. نسبت اضلاع متشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{DM}{AD} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{DM}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow DM = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow MC = DC - DM = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

چون $DE \parallel BC$ است، طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{1}{x+5} = \frac{2}{3x+5} \Rightarrow 3x+5 = 2x+10 \Rightarrow x=5$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{11} = \frac{y-1}{y+3} \Rightarrow y+3 = 11y-11$$

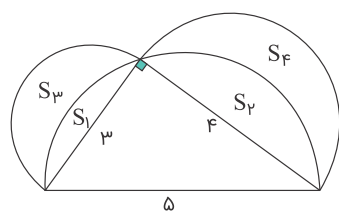
$$\Rightarrow 14 = 10y \Rightarrow y = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$2x + 5y = 2 \times 5 + 5 \times \frac{7}{5} = 10 + 7 = 17$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

مساحت قسمت‌های مختلف شکل را به صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم. هدف ما محاسبه $S_3 + S_4$ است. با استفاده از قضیه فیثاغورس طول وتر مثلث برابر است با:

$$\text{وتر مثلث} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



داریم:

مساحت مثلث قائم‌الزاویه - مساحت نیم‌دایره به قطر ۵

$$S_3 + S_4 = (S_1 + S_2) - (\text{مساحت نیم‌دایره به قطر ۳} + \text{مساحت نیم‌دایره به قطر ۴})$$

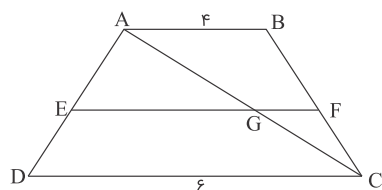
بنابراین:

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{25}{4}\right) - 6 = \frac{25\pi}{8} - 6$$

$$S_3 + S_4 = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{25\pi}{8} - 6\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{9}{4}\right) + \frac{\pi}{2} (4) - \frac{25\pi}{8} + 6 = \frac{25\pi}{8} - \frac{25\pi}{8} + 6 = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳



چون $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ ، پس $AB \parallel EF \parallel DC$ است.

قطر AC را رسم کنیم، در دو مثلث ABC و ADC طبق قضیه تالس داریم:

$$\triangle ADC : \frac{AE}{AD} = \frac{EG}{DC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{EG}{6} \Rightarrow EG = 3 \quad (I)$$

$$\triangle ABC : \frac{FC}{BC} = \frac{FG}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{FG}{4} \Rightarrow FG = 2 \quad (II)$$

رابطه I و II را باهم جمع می‌کنیم:

$$EF = EG + FG = 3 + 2 = 5$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱	☐ ☐ ☐ ☒	۲۱	☐ ☒ ☐ ☐	۳۱	☐ ☐ ☐ ☒	۴۱	☐ ☒ ☐ ☐
۲	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲	☐ ☐ ☒ ☐	۲۲	☐ ☒ ☐ ☐	۳۲	☐ ☒ ☐ ☐	۴۲	☐ ☐ ☐ ☒
۳	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳	☐ ☐ ☐ ☒	۲۳	☐ ☒ ☐ ☐	۳۳	☐ ☐ ☒ ☐	۴۳	☐ ☐ ☒ ☐
۴	☐ ☐ ☐ ☒	۱۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۴	☐ ☐ ☐ ☒	۳۴	☐ ☐ ☐ ☒	۴۴	☐ ☐ ☒ ☐
۵	☐ ☐ ☒ ☐	۱۵	☐ ☐ ☐ ☒	۲۵	☐ ☐ ☒ ☐	۳۵	☐ ☐ ☒ ☐	۴۵	☐ ☒ ☐ ☐
۶	☐ ☐ ☐ ☒	۱۶	☐ ☐ ☒ ☐	۲۶	☒ ☐ ☐ ☐	۳۶	☐ ☒ ☐ ☐	۴۶	☐ ☒ ☐ ☐
۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۷	☐ ☐ ☒ ☐	۲۷	☐ ☐ ☒ ☐	۳۷	☒ ☐ ☐ ☐	۴۷	☐ ☐ ☐ ☒
۸	☐ ☐ ☒ ☐	۱۸	☐ ☐ ☒ ☐	۲۸	☒ ☐ ☐ ☐	۳۸	☐ ☐ ☐ ☒	۴۸	☐ ☐ ☒ ☐
۹	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹	☐ ☐ ☐ ☒	۲۹	☐ ☒ ☐ ☐	۳۹	☐ ☐ ☒ ☐	۴۹	☐ ☐ ☐ ☒
۱۰	☐ ☒ ☐ ☐	۲۰	☐ ☒ ☐ ☐	۳۰	☐ ☐ ☐ ☒	۴۰	☐ ☐ ☒ ☐	۵۰	☒ ☐ ☐ ☐
۵۱	☐ ☒ ☐ ☐	۶۱	☒ ☐ ☐ ☐	۷۱	☐ ☐ ☒ ☐	۸۱	☒ ☐ ☐ ☐	۹۱	☐ ☒ ☐ ☐
۵۲	☒ ☐ ☐ ☐	۶۲	☐ ☒ ☐ ☐	۷۲	☒ ☐ ☐ ☐	۸۲	☐ ☐ ☐ ☒	۹۲	☒ ☐ ☐ ☐
۵۳	☐ ☐ ☒ ☐	۶۳	☐ ☒ ☐ ☐	۷۳	☐ ☐ ☒ ☐	۸۳	☐ ☐ ☒ ☐	۹۳	☐ ☒ ☐ ☐
۵۴	☐ ☒ ☐ ☐	۶۴	☒ ☐ ☐ ☐	۷۴	☐ ☐ ☒ ☐	۸۴	☐ ☒ ☐ ☐	۹۴	☐ ☒ ☐ ☐
۵۵	☐ ☐ ☒ ☐	۶۵	☐ ☒ ☐ ☐	۷۵	☐ ☒ ☐ ☐	۸۵	☒ ☐ ☐ ☐	۹۵	☐ ☐ ☒ ☐
۵۶	☐ ☐ ☒ ☐	۶۶	☐ ☐ ☒ ☐	۷۶	☐ ☐ ☐ ☒	۸۶	☐ ☒ ☐ ☐	۹۶	☐ ☐ ☐ ☒
۵۷	☐ ☐ ☐ ☒	۶۷	☐ ☒ ☐ ☐	۷۷	☒ ☐ ☐ ☐	۸۷	☐ ☐ ☐ ☒	۹۷	☐ ☒ ☐ ☐
۵۸	☐ ☐ ☐ ☒	۶۸	☐ ☒ ☐ ☐	۷۸	☒ ☐ ☐ ☐	۸۸	☐ ☐ ☐ ☒	۹۸	☐ ☒ ☐ ☐
۵۹	☐ ☐ ☐ ☒	۶۹	☐ ☒ ☐ ☐	۷۹	☐ ☐ ☒ ☐	۸۹	☐ ☒ ☐ ☐	۹۹	☐ ☐ ☐ ☒
۶۰	☐ ☐ ☐ ☒	۷۰	☐ ☒ ☐ ☐	۸۰	☐ ☒ ☐ ☐	۹۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۰۰	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱۱	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۱	☐ ☐ ☒ ☐	۱۴۱	☒ ☐ ☐ ☐
۱۰۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۲	☒ ☐ ☐ ☐	۱۲۲	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴۲	☐ ☐ ☐ ☒
۱۰۳	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۳	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۳	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۳	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۳	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰۴	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۴	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۴	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳۴	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۴	☒ ☐ ☐ ☐
۱۰۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۵	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳۵	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۵	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۶	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۶	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳۶	☐ ☐ ☐ ☒	۱۴۶	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰۷	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۷	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۷	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۸	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۸	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴۸	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰۹	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۹	☒ ☐ ☐ ☐	۱۲۹	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۹	☐ ☒ ☐ ☐		
۱۱۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۰	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۰	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۰	☐ ☐ ☒ ☐		

به ازای کدام مقدار a ، دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ مماس خارج یکدیگرند؟

(۲) ۶

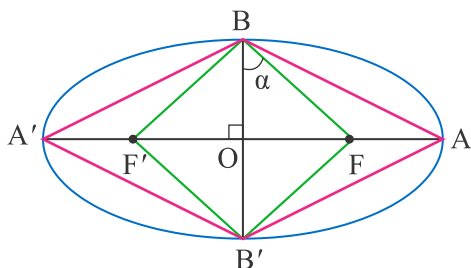
(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

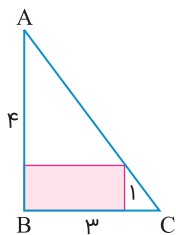
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

در شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ باشد، نسبت محیط چهار ضلعی $BAB'A'$ به چهار ضلعی $BFB'F'$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$

تالیفی مجید قهرمانی

مطابق شکل از مثلث ABC به اضلاع قائمه ۳ و ۴، یک مستطیل به عرض ۱ جدا شده است. از دوران شکل حاصل حول پاره خط AB ، شکل با چه حجمی تولید می‌شود؟

(۱) $\frac{111\pi}{16}$ (۲) $\frac{113\pi}{16}$ (۳) $\frac{115\pi}{16}$ (۴) $\frac{117\pi}{16}$

تالیفی محمد امین نباخته

در برش یک مکعب با یک صفحه کدام سطح مقطع نمی‌تواند به وجود بیاید؟

(۲) پنج ضلعی

(۱) دوزنقه

(۴) هشت ضلعی

(۳) شش ضلعی

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

۵ شعاع دایره گذرنده از نقطه $A(1, 2)$ ، مماس بر خط $l_1: x - y - 1 = 0$ و عمود بر خط $l_2: x + 2y = 0$ کدام است؟

(۲) $5\sqrt{3}$

(۱) $6\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

(۳) $6\sqrt{2}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۶ مربعی به قطر یک را حول قطرش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چقدر است؟

(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۱) $\frac{\pi}{12}$

(۴) π

(۳) $\frac{\pi}{8}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۷ در یک مکعب صفحه گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه کدام است؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۸ نقطه $(2, 4)$ روی یک بیضی به کانون‌های $(2, -2)$ و $(-6, -2)$ قرار دارد. کدام نقطه زیر داخل این بیضی قرار می‌گیرد؟

(۲) $(-9, -2)$

(۱) $(-5, 5)$

(۴) گزینه‌های ۱ و ۲

(۳) $(4, 3)$

تالیفی حسین سعیدی

۹ شعاع کوچک‌ترین دایره مماس بر محور y ها و گذرنده از نقاط $(8, 7)$ و $(9, 6)$ ، کدام است؟

(۲) ۶

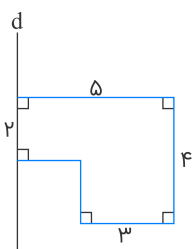
(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۵

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۱۰ شکل زیر را حول خط d دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل چقدر است؟



(۱) 46π

(۲) 48π

(۳) 92π

(۴) 96π

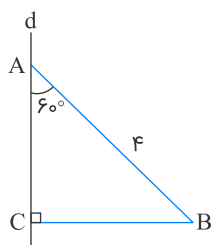
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در یک بیضی با کانون‌های $F(2 + \sqrt{5}, 0)$ و $F'(2 - \sqrt{5}, 0)$ که رأس کانونی نظیر F ، نقطه $A(5, 0)$ است و M نقطه‌ای روی بیضی می‌باشد، حاصل $|MF| + |MF'|$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۷/۵
(۴) ۹

تالیفی سیروس نصیری

در شکل زیر، اگر $AB = 4$ باشد، حجم حاصل از دوران مثلث $\triangle ABC$ حول خط d کدام است؟



- (۱) 12π
(۲) $8\sqrt{3}\pi$
(۳) $16\sqrt{2}\pi$
(۴) 8π

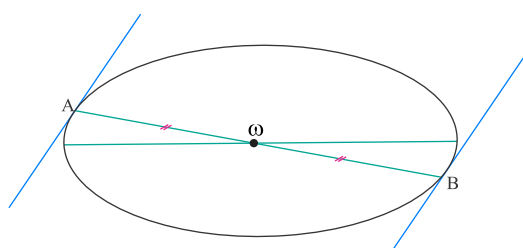
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر M و N دو نقطه ثابت در صفحه به فاصله ۱ باشند، مکان هندسی نقطه A به طوری که حاصل $AM - AN = 3$ دو برابر $AM - AN + 1$ شود کدام است؟

- (۱) دایره
(۲) بیضی
(۳) پاره خط
(۴) تهی

تالیفی سیروس نصیری

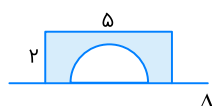
دو نقطه $A(6, 2)$ و $B(2, 4)$ روی بیضی مفروض‌اند. اگر مماس‌های رسم شده بر بیضی در این نقطه‌ها موازی باشند، مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $(3, 4)$
(۲) $(4, 3)$
(۳) $(2, 2)$
(۴) $(1, 2)$

تالیفی سیروس نصیری

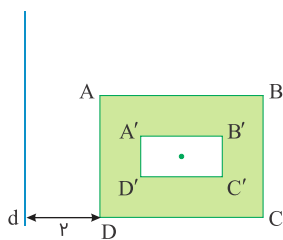
سطح محدود به مستطیل 5×2 و نیم‌دایره به قطر ۳ واحد، حول خط Δ دوران می‌کند. حجم جسم حاصل چندبرابر π است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۱۵/۵
(۳) ۱۶/۵
(۴) ۱۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

در شکل زیر، $ABCD$ و $A'B'C'D'$ مستطیل‌هایی هم‌مرکز به طول‌های ۴ و ۳ و عرض‌های ۲ و ۱ هستند. حجم حاصل از دوران این شکل حول محور d کدام است؟



(۱) $\frac{9\pi}{4}$

(۲) 60π

(۳) 40π

(۴) 64π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

شعاع دایره‌ی گذرا بر سه نقطه $(0, 0)$ ، $(2, 1)$ و $(1, -2)$ ، برابر کدام است؟

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(۳) $\sqrt{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

دایره‌هایی بر محورهای مختصات مماس هستند و مرکز آن‌ها بر خط $y = -2x + 3$ قرار دارد، شعاع کوچک‌ترین دایره چقدر است؟

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

معادله دایره‌ای که مرکز آن به طول ۲ و بر دو خط به معادلات $y = x + 1$ و $y = x - 3$ مماس باشد، کدام است؟

(۲) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$

(۱) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$

(۴) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 3 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیه اول است. اگر این دایره از نقطه $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

(۲) $\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۲۱ دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ و $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$ نسبت به هم، چه وضعیتی دارند؟

- (۱) مماس بیرون
(۲) مماس درون
(۳) متقاطع
(۴) متخارج

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۲ مساحت مقطع یک مکعب با صفحه قطری آن برابر $9\sqrt{2}$ است، اندازه قطر مکعب کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{6}$
(۴) $3\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲۳ کمترین فاصله نقطه $A(-1, 5)$ از دایره $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۳

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۴ طول وتری که خط $y = ax + 2$ بر روی دایره‌ای به معادله $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ جدا می‌کند برابر با ۲ می‌باشد، مقدار a چقدر است؟

- (۱) $2 \pm \sqrt{3}$
(۲) $1 \pm \sqrt{6}$
(۳) $1 \pm \sqrt{3}$
(۴) $2 \pm \sqrt{6}$

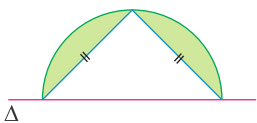
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۲۵ دایره‌ای به مرکز $(2, 3)$ که از خط $l: 8x + 15y = 10$ وتری به طول ۴ واحد جدا می‌کند، از محور y ها وتری به کدام طول جدا می‌کند؟

- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۶

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۶ مطابق شکل از نیم‌دایره‌ای به شعاع r ، یک مثلث متساوی‌الساقین جدا کرده‌ایم و شکل را حول خط Δ دوران می‌دهیم. حجم قسمت‌های هاشورخورده چقدر است؟



- (۱) πr^3
(۲) $\frac{2}{3}\pi r^3$
(۳) $\frac{1}{3}\pi r^3$
(۴) $2\pi r^3$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

شعاع بزرگ‌ترین دایره گذرنده از نقطه $A(2, 3)$ و مماس بر خط $3y - 4x = 0$ و محور y ها، کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{5}$ (۲) $\frac{13}{9}$
(۳) $\frac{15}{7}$ (۴) $\frac{11}{5}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

خط $5x - 12y = -1$ دایره $x^2 + y^2 + 6x - 2y + k = 0$ به مرکز O را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مثلث OAB قائم‌الزاویه باشد، k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) -۲ (۴) -۱

تالیفی حسین سعیدی

در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $5/6$ (۲) $5/44$
(۳) $5/75$ (۴) $5/8$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

بیضی با دو سر قطر بزرگ‌تر با مختصات $(1, -2)$ و $(1, 6)$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{2}$ بر کدام خط مماس است؟

- (۱) $y = 3$ (۲) $x = \frac{3}{2}$
(۳) $y = -\frac{3}{2}$ (۴) $x = -\frac{3}{2}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

شعاع قاعده و ارتفاع یک استوانه به ترتیب ۳ و ۴ واحد است. صفحه‌ای موازی محور، استوانه را در فاصله ۱ واحدی محورش قطع می‌کند. مساحت سطح مقطع ایجادشده کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) $4\sqrt{7}$
(۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $16\sqrt{2}$

تالیفی محمدجواد محسنی

دایره گذرا بر مبدأ مختصات، بر دو خط به معادلات $y = 2x$ و $y = 2x + 10$ مماس است. مختصات مرکز این دایره کدام است؟

- (۱) $(-3, 2)$ (۲) $(-3, 1)$
(۳) $(-2, 1)$ (۴) $(-1, 2)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

چند نقطه روی دایره $2(x-1)^2 + 2(y-1)^2 = 7$ قرار دارد که مجموع فواصل آن از دو نقطه $(1, 3)$ و $(1, -1)$ برابر ۵ باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

تالیفی سیروس نصیری

بیشترین فاصله بین دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 15 = 0$ و $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 15 = 0$ کدام است؟

(۲) $5\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{3}$ و طول قطر کوچک ۲، پاره خط MN در کانون F بر محور کانونی عمود است. اگر F' کانون دیگر باشد، مساحت مثلث F'MN کدام است؟

(۲) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$

تالیفی سیروس نصیری

مختصات کانون F یک بیضی با عرض مثبت که بر چهار خط $x = -1$ و $x = 5$ و $y = -4$ و $y = 6$ مماس باشد، کدام است؟

(۲) $(2, 3)$ (۱) $(2, 5)$ (۴) $(1, 2)$ (۳) $(1, 5)$

تالیفی سیروس نصیری

معادله دایره‌ای که خطوط $(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$ قطرهای آن باشند و بر خط $3x + y = 1$ مماس باشد، کدام است؟

(۲) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4}$ (۱) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{10}$ (۴) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{2}$ (۳) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{10}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

کانون‌های یک بیضی دو سر قطر دایره به معادله $(2x+2)^2 + (2y-4)^2 = 12$ می‌باشند. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس دیگر آن کانون‌های این بیضی باشند کدام است؟ (قطر کوچک بیضی را $2\sqrt{2}$ در نظر بگیرید.)

(۲) $\sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$

تالیفی سیروس نصیری

معادله دایره‌ای که مرکز آن نقطه $(-1, 6)$ بوده و بر دایره $x^2 + y^2 + 4x - 10y - 7 = 0$ مماس خارج باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 12x + 2y - 31 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 2y + 31 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 2y - 21 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 2y + 21 = 0 \quad (3)$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

خطی به معادله $3x + 4y = a - 1$ بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ مماس می‌باشد، مقدار a کدام است؟

$$-5, 25 \quad (2)$$

$$15, 10 \quad (1)$$

$$15, -10 \quad (4)$$

$$25, 5 \quad (3)$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

از نقطه $M = (-6, 2)$ دو مماس بر دایره $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y - 1 = 0$ رسم می‌کنیم. شیب خط واصل بین نقطه‌های تماس کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

خط $y = 2x - 3$ با دایره $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0$ چه وضعی دارد؟

$$(2) \text{ مماس است.}$$

$$(1) \text{ متقاطع است.}$$

$$(4) \text{ از مرکز دایره می‌گذرد.}$$

$$(3) \text{ خارج دایره است.}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

به ازای کدام مقدار k دو دایره $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$ و $x^2 + y^2 - 8y + k = 0$ مماس داخل هستند؟

$$-16 \quad (2)$$

$$\pm 16 \quad (1)$$

$$\pm 12 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

تالیفی جعفر میکائیلی

خط $5x + 12y = 4$ از دایره به مرکز $(1, 1)$ وتری به طول $\sqrt{12}$ جدا کرده است. شعاع این دایره کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

تالیفی امیر خسته

در چه صورت، فصل مشترک صفحه با یک سطح مخروطی، دو خط موازی خواهد بود؟

$$(2) \text{ صفحه شامل محور سطح مخروطی باشد.}$$

$$(1) \text{ صفحه بر محور سطح مخروطی عمود باشد.}$$

$$(4) \text{ هیچ کدام}$$

$$(3) \text{ صفحه با محور سطح مخروطی موازی باشد.}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ 30° درجه و طول وتر ۸ واحد، حول وتر خود دوران می‌کند، حجم جسم حاصل چندبرابر π است؟

(۲) ۳۲

(۱) ۲۴

(۴) ۴۰

(۳) ۳۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

اگر $A(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره به معادلهٔ $x^2 + y^2 + 6y = -5$ باشد، کمترین مقدار $\sqrt{x^2 + y^2}$ کدام است؟

(۲) $5/0$

(۱) $5/0$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) ۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دو دایره به معادلات $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ و $x^2 + y^2 + 2y = 0$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

(۲) مماس خارجی

(۱) متقاطع

(۴) متداخل

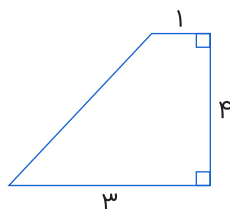
(۳) مماس داخلی

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

کانون‌های یک بیضی $F(6, -3)$ و $F'(-2, -3)$ هستند و نقطهٔ $N(2, -6)$ بر روی بیضی قرار دارد. اگر به فاصلهٔ نقطهٔ N از مرکز بیضی، ۲ واحد اضافه شود
(۱) تبدیل به دایره می‌شود.
(۲) خروج از مرکز بیضی بزرگ‌تر خواهد شد.
(۳) شیب خط گذرنده از رأس غیرکانونی و کانون، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ خواهد شد.
(۴) بیضی کشیده‌تر می‌شود.

تالیفی مهدی ملارمضانی

دوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ زیر را حول ساق کوچک‌ترش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟



(۱) $\frac{49}{3}\pi$

(۲) $\frac{50}{3}\pi$

(۳) $\frac{52}{3}\pi$

(۴) $\frac{53}{3}\pi$

تالیفی علی شهبازی فراهانی

به ازای کدام مقدار a دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ بر خط به معادله $x + 3y = 0$ مماس است؟

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

هر خط قائم بر منحنی $ax^2 + 3y^2 + bx + cy = 0$ از نقطه‌ی $A(-1, 1)$ می‌گذرد. بیشترین فاصله بین دو نقطه از این منحنی چقدر است؟

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

مرکز یک بیضی افقی $O = (2, 1)$ است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ بوده و فاصله کانونی ۴ برابر خروج از مرکز بیضی باشد. مختصات کانون آن کدام گزینه است؟

$$(2, 1 - \sqrt{3}) \quad (2)$$

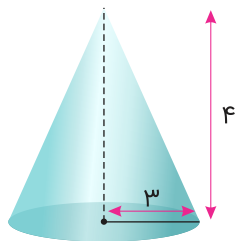
$$(2, 1 + \sqrt{3}) \quad (1)$$

$$(2 + \sqrt{3}, 1) \quad (4)$$

$$(\sqrt{3} - 2, 1) \quad (3)$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

صفحه P موازی محور مخروط زیر و صفحه P' عمود بر محور، به گونه‌ای مخروط را قطع می‌کنند که هر دو سطح مقطع حاصل از صفحات، بیشترین مساحت ممکن را داشته باشند. حاصل ضرب این دو مقدار مساحت کدام است؟



$$27\pi \quad (1)$$

$$54\pi \quad (2)$$

$$108\pi \quad (3)$$

$$125\pi \quad (4)$$

تالیفی محمدجواد محسنی

دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 13$ و $x^2 + y^2 + 2x = 1$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

$$(2) \text{ مماس خارج}$$

$$(1) \text{ مماس داخل}$$

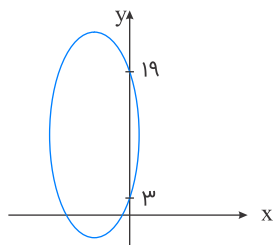
$$(4) \text{ متداخل}$$

$$(3) \text{ متقاطع}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

در شکل زیر، اگر یکی از کانون‌ها نقطه $F(-6, 19)$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟

۵۶



(۱) $6 + 2\sqrt{73}$

(۲) $3 + 2\sqrt{73}$

(۳) $6 + 2\sqrt{69}$

(۴) $3 + 2\sqrt{69}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

صفحه P موازی با محور یک سطح مخروطی، آن را قطع می‌کند. قسمت جداشده از سطح مخروطی توسط این صفحه کدام گزینه زیر است؟

۵۷

(۱) دایره

(۲) سهمی

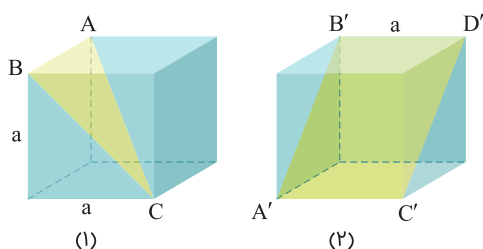
(۳) بیضی

(۴) هذلولی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

یک مکعب به ضلع ۲ را به دو صورت زیر با دو صفحه مختلف برش می‌زنیم. نسبت مساحت سطح مقطع ایجادشده با صفحه ۱ به مساحت سطح مقطع ایجادشده به وسیله صفحه ۲ کدام است؟

۵۸



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

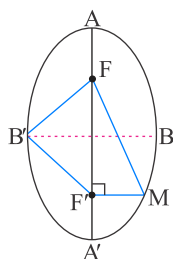
(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

در بیضی شکل زیر $AA' = 2a$ قطر بزرگ و $BB' = 2b$ قطر کوچک و $FF' = 2c$ فاصله کانونی است. مساحت چهار ضلعی $B'FMF'$ چقدر است؟

۵۹



(۱) $c + eb$

(۲) $c + ab$

(۳) $b(c + eb)$

(۴) $a(c + eb)$

تالیفی سیروس نصیری

طول وتری از دایره $x^2 + (y - 4)^2 = 10$ که نقطه $A(1, 2)$ وسط آن باشد، کدام است؟

۶۰

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) ۵
(۳) ۴ (۴) $2\sqrt{5}$

تالیفی جعفر میکائیلی

ماکزیم مساحت مثلثی که در یک بیضی قرار می‌گیرد و دو رأس آن F و F' و رأس دیگر آن نقطه M روی بیضی باشد، کدام است؟

۶۱

- (۱) ab (۲) $\frac{bc}{2}$
(۳) bc (۴) $\frac{ab}{2}$

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

فاصله خط $3y - 4x = 12$ از دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ چقدر است؟

۶۲

- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $\frac{17}{5}$
(۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

اگر صفحه‌ای غیرموازی با مولد، محور مخروط را با زاویه حاده قطع کند، کدام مقطع زیر به وجود می‌آید؟

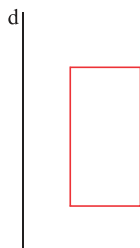
۶۳

- (۱) سهمی (۲) هذلولی یا سهمی
(۳) بیضی (۴) دایره یا بیضی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

مستطیلی به ابعاد ۳ و ۶ واحد را حول خط d و به فاصله دو واحد از ضلع بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. سطح مقطع صفحه شامل محور دوران، چند برابر سطح مقطع صفحه عمود بر محور این دوران است؟

۶۴



- (۱) $\frac{14}{5\pi}$ (۲) $\frac{12}{7\pi}$
(۳) $\frac{10}{7\pi}$ (۴) $\frac{2}{\pi}$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

دایره‌ای به مرکز $O(3, -1)$ روی خط $2x - 5y + 18 = 0$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. شعاع این دایره چقدر است؟

۶۵

(۲) ۶

(۱) $\sqrt{38}$

(۴) ۷

(۳) $\sqrt{35}$

تالیفی جعفر میکائیلی

یک بیضی به کانون‌های F و F' ، رئوس کانونی A و A' ، رئوس ناکانونی B و B' و خروج از مرکز e مفروض است. یک بیضی دیگر به کانون‌های B و B' و رئوس ناکانونی A و A' رسم می‌کنیم. قطر بزرگ این بیضی چند برابر قطر بزرگ بیضی اولیه است؟

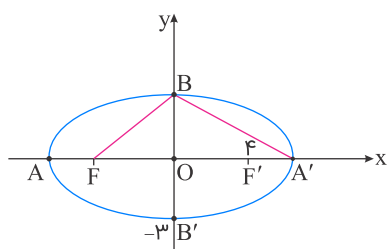
۶۶

(۲) $\sqrt{1+e^2}$ (۱) $\sqrt{2+e^2}$ (۴) $\sqrt{2-e^2}$ (۳) $\sqrt{1-e^2}$

تالیفی حسین سعیدی

در شکل زیر، قطر بزرگ بیضی روی محور x ها و قطر کوچک بیضی روی محور y ها قرار دارد، مساحت مثلث $A'BF$ کدام است؟

۶۷

(۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $\frac{27}{2}$

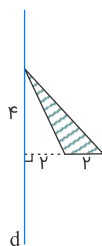
(۳) ۶

(۴) ۱۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر سطح هاشورخورده را حول خط d دوران دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟

۶۸

(۱) 48π (۲) 32π (۳) 16π (۴) 24π

تالیفی سپروس نصیری

به ازای کدام مقدار a زاویه بین خط مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + y = 1$ و خط به معادله $3x + 2y = a$ در نقطه تلاقی آن‌ها 90° درجه است؟

۶۹

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

مثلث متساوی الساقین را که $\sin B = \frac{1}{3}$ و زاویه مجاور به ساق است، حول قاعده دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل $\frac{32\sqrt{2}\pi}{3}$ است. ساق مثلث کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

تالیفی عباس حسینی

شرط آنکه از نقطه $A(\alpha, -1)$ بتوانیم بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ دو مماس رسم کنیم، کدام است؟

- (۱) $\alpha \in \mathbb{R}$
(۲) $\alpha \in [-1, 4]$
(۳) $\alpha \in \mathbb{R} - [-1, 3]$
(۴) $\alpha \in \mathbb{R} - (-1, 4)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر دایره‌های $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و $x^2 + y^2 - ax = 5$ مماس برون باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) -۴
(۳) ۲
(۴) -۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

متوازی‌الاضلاع به طول اضلاع ۱ و ۳ و زاویه 60° را حول ضلع بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

- (۱) 27π
(۲) $\frac{9\pi}{4}$
(۳) 3π
(۴) 18π

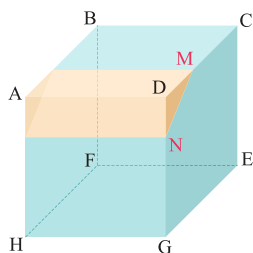
تالیفی عزیزالله علی اصغری

در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۶
(۳) ۱۸
(۴) ۲۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

مکعب زیر را توسط صفحه‌ای موازی صفحه $BCGH$ برش می‌دهیم. اگر $AB = 5\sqrt{2}MN$ و حجم منشور جدا شده 20 باشد، طول ضلع مکعب کدام است؟



(۱) $10\sqrt[3]{4}$

(۲) 10

(۳) $5\sqrt[3]{2}$

(۴) 5

تالیفی عباس حسینی

مرکز دایره $0 = 2x^2 + 2y^2 - 2x + 4y - 10$ از کدامیک از نقاط زیر به فاصله $2/5$ است؟

(۲) $(-1, 3)$

(۱) $(1, -3)$

(۴) $(1, -1)$

(۳) $(3, -1)$

تالیفی حسین سعیدی

اگر صفحه‌ای موازی یکی از مولدهای یک سطح مخروطی آن را قطع کند، مقطع پدید آمده کدام خواهد بود؟

(۲) سهمی یا رأس مخروط

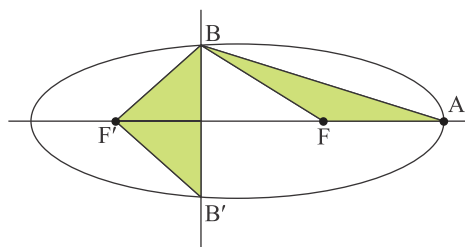
(۱) سهمی

(۴) خط مولد یا نقطه

(۳) سهمی یا خط مولد

تالیفی عزیزالله علی اصغری

اگر در بیضی زیر، مساحت دو قسمت رنگی با هم برابر باشند، نسبت دو قطر بیضی برابر کدام است؟



(۱) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

(۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

کانون‌های یک بیضی نقاط $(3, 2)$ و $(3, 10)$ است. اگر قطر کوچک بیضی 6 باشد، کدامیک از نقاط زیر یکی از دو سر قطر بزرگ بیضی است؟

(۲) $(-1, 6)$

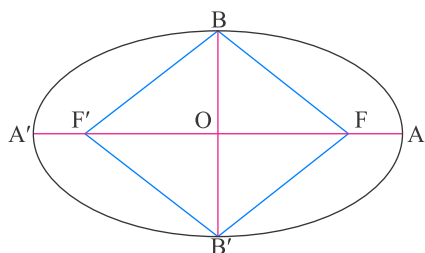
(۱) $(3, 6)$

(۴) $(7, 6)$

(۳) $(3, 1)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در بیضی شکل زیر، چهار ضلعی $BFB'F'$ یک مربع است. اگر اندازه AF برابر $2\sqrt{2} - 2$ باشد، آنگاه طول قطر کوچک بیضی کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر خط $y = mx + n$ از نقطه $A = (1, 0)$ بگذرد و در دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ کوتاه‌ترین وتر ممکن را ایجاد کند، حاصل $2m + n$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) صفر

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

اگر $F = (4, 1)$ کانون بیضی، $B = (2, 5)$ رأس ناکانونی آن باشد، آنگاه مجموع فواصل هر نقطه روی این بیضی از دو کانون آن برابر کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $4\sqrt{5}$

(۳) ۲

(۴) ۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

مستطیل به طول ۵ و عرض ۲ واحد را یک بار حول طول آن و بار دیگر حول عرض آن دوران می‌دهیم. اختلاف حجم‌های دو جسم حاصل، کدام است؟

(۱) 26π

(۲) 28π

(۳) 32π

(۴) 30π

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

دایره به مرکز $(2, 0)$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط به معادله $y = 1$ را با کدام طول‌ها قطع می‌کند؟

(۱) ۱ و ۳

(۲) ۰ و ۴

(۳) $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{2}$

(۴) $2 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

اختلاف طول قطر بزرگ و کوچک بیضی برابر ۴ واحد و خروج از مرکز آن برابر $\frac{4}{5}$ است. فاصله کانونی این بیضی برابر کدام گزینه است؟

(۲) ۴

(۱) ۸

(۴) ۱

(۳) ۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

چند نقطه روی دایره $(m-2)x^2 + 2y^2 + mx - 4y - 4 = 0$ وجود دارد که از خط $3x - my = 4$ به فاصله ۲ باشد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) بستگی به مقدار m دارد.

(۳) ۲

تالیفی حسین سعیدی

دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات بر خط $4x + 3y = 10$ مماس است. اگر این دایره از نقطه $(m, 2)$ بگذرد، مقدار m کدام است؟

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) ۲

(۳) صفر

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

شش ضلعی منتظمی به ضلع a را حول یکی از قطرهای بزرگ آن دوران کامل می‌دهیم، حجم حاصل کدام است؟

(۲) πa^3 (۱) $\frac{5\pi a^3}{8}$ (۴) $\frac{\pi a^3}{2}$ (۳) $\frac{2\pi a^3}{8}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

استوانه‌ای به شعاع قاعده ۵ و ارتفاع ۶ را در نظر بگیرید. صفحه‌ای که عمود بر قاعده، استوانه را قطع می‌کند، سطح مقطع مربعی‌شکل با آن می‌سازد. در این صورت فاصله مرکز قاعده استوانه از صفحه مذکور چقدر است؟

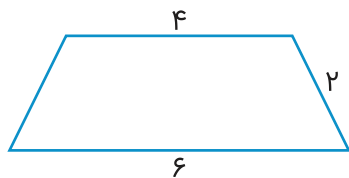
(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) $4/5$ (۳) $3/5$

تالیفی محمد امین نباخته

دوزنقه متساوی الساقین زیر را حول قاعده بزرگتر دوران می‌دهیم. حجم جسم تولیدشده چند برابر π است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۴

(۳) ۱۰

(۴) ۸

تالیفی امیر خسته

تقاطع خطوط $y_1 = -mx + \frac{1}{m}$ و $y_2 = \frac{x}{m}$ و $x = 0$ تشکیل یک مثلث می‌دهد. از دوران این مثلث حول خط $x = 0$ ، شکلی با کدام حجم حاصل می‌شود؟ ($m > 0$)

$$\begin{array}{ll} \frac{\pi}{3(m^2 + 1)^2} & (۲) \\ \frac{\pi}{3m(m^2 + 1)} & (۱) \\ \frac{\pi}{3m(m^2 + 1)^2} & (۴) \\ \frac{\pi}{3m^2(m^2 + 1)} & (۳) \end{array}$$

تالیفی محمدجواد محسنی

به ازای چند مقدار از m ، معادله $(m^2 - 3)x^2 - 2mxy^2 + 4x - 2y - 2m = 0$ معادله یک دایره است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

تالیفی حسین سعیدی

مخروطی قائم به شعاع قاعده ۶ و ارتفاع ۹ را توسط صفحه‌ای موازی با قاعده آن و به فاصله ۶ از آن برش می‌زنیم. حجم قسمت پایینی آن کدام است؟

(۱) 98π (۲) 100π (۳) 102π (۴) 104π

تالیفی علی شهرابی فراهانی

بیضی با کانون‌های $F(1, 1)$ و $F'(1, -1)$ و قطر بزرگ با مقدار ثابت $2\sqrt{5}$ در نظر بگیرید. مجموع فاصله‌های کانون‌های بیضی از خط مماس بر آن در رأس ناکانونی کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۲

تالیفی سیروس نصیری

در یک بیضی اگر قطر اصلی و فاصله کانونی ۱۰ و ۸ باشد و MF و MF' بر هم عمود باشند، حاصل $MF \cdot MF'$ کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۳۶

(۳) ۵۴

(۴) ۹

تالیفی سیروس نصیری

در يك بیضی فاصله يك كانون از دورترین نقاط بیضی، سه برابر فاصله همان كانون از نزدیکترین نقاط بیضی است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$\begin{array}{r} ۲ \\ ۳ \\ ۱ \\ ۲ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۲) \\ (۴) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱ \\ ۳ \\ ۳ \\ ۴ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۳) \end{array}$$

تالیفی سیروس نصیری

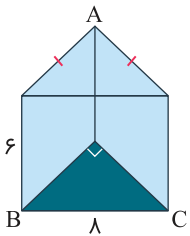
اگر دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ بر خط به معادله $3x + 4y + 3 = 0$ مماس باشد، مقدار m کدام است؟

$$\begin{array}{r} ۶ \\ ۱ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۲) \\ (۴) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴ \\ ۲ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۳) \end{array}$$

تالیفی سیروس نصیری

در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد ۶ و ۸، یکی از وجه‌های منشوری با قاعده‌های مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. سطح مقطع صفحه گذرنده از A، B و C با این منشور کدام است؟



$$4\sqrt{17} \quad (۱)$$

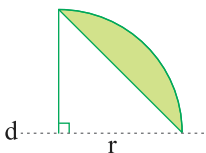
$$8\sqrt{17} \quad (۲)$$

$$4\sqrt{13} \quad (۳)$$

$$8\sqrt{13} \quad (۴)$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

از یک ربع دایره، مثلثی همانند شکل زیر جدا کرده و قسمت‌های باقی را حول محور d دوران می‌دهیم. حجم حاصل چند برابر حجم حاصل از دوران ربع دایره کامل حول محور d است؟



$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

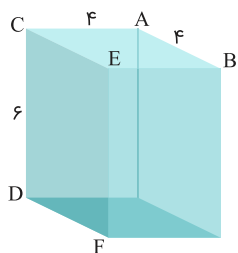
$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

مکعب مستطیل زیر مفروض است. مساحت مقطع ایجادشده توسط صفحه گذرنده از یال AB و وسط دو یال CD و EF کدام است؟



(۱) $16\sqrt{2}$

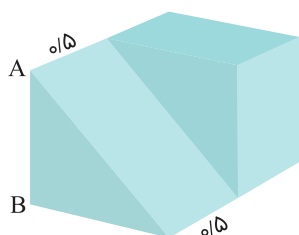
(۲) ۱۵

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

تالیفی امیر خسته

در مکعب زیر به ضلع یک واحد، بخشی از آن جدا شده است. اگر صفحه‌ای عمود بر پاره خط AB و به فاصله $\frac{1}{3}$ از B ، این شکل را برش بزند، مساحت سطح مقطع ایجادشده کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

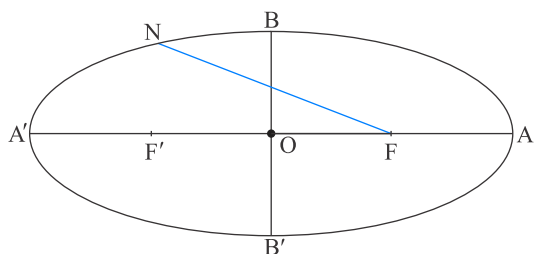
(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{5}{6}$

تالیفی محمد امین نباخته

در بیضی زیر، اگر $NF = ۱۶$ ، $OB = ۸$ و $AF = ۴$ باشد، مقدار NF' کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دایره‌ای، محور XX ها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) ۳

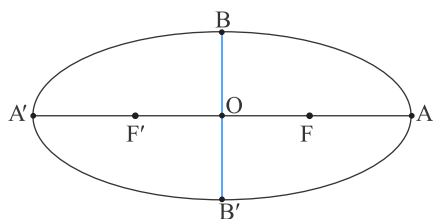
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

از نقطه $P(15, 16)$ دو مماس PA و PB را بر دایره $x^2 + y^2 - 6x - 7y = 0$ رسم می‌کنیم. شیب خط گذرنده از A و B کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

تالیفی صبا مهدوی

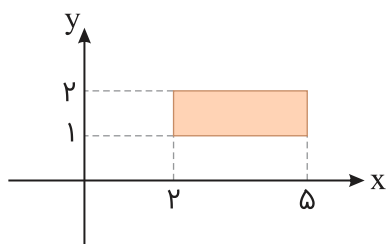
در بیضی زیر، مساحت چهار ضلعی $BA'B'F$ ، $1/5$ برابر مساحت چهار ضلعی $BF'B'F$ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

تالیفی حسین سعیدی

اگر مستطیل زیر حول محور y دوران کند، حجم شکل حاصل از دوران کدام است؟



- (۱) 9π (۲) 25π (۳) 21π (۴) 13π

تالیفی محمدجواد محسنی

دایره به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع $\sqrt{5}$ محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

تالیفی جعفر میکائیلی

دایره‌ای از دو نقطه $(2, 0)$ و $(-2, 0)$ گذشته و بر خط به معادله $y = 1$ مماس است. شعاع این دایره کدام می‌باشد؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

ظرفی است به شکل نیمکره، به ضخامت یکنواخت ۳ واحد و قطر خارجی دهانه آن ۱۶ واحد است. سطح کل این ظرف چند برابر π است؟

(۲) ۲۱۲

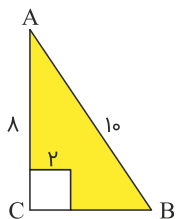
(۱) ۲۰۸

(۴) ۲۱۷

(۳) ۲۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

در شکل زیر $AC = ۸$ ، $AB = ۱۰$ و طول ضلع مربع برابر ۲ است. اگر شکل را حول محور AC دوران دهیم، حجم حاصل از دوران قسمت رنگی کدام است؟

(۱) ۹۶π (۲) ۸۸π (۳) ۲۸۸π (۴) ۲۸۰π

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دایره‌ای از نقطه $(-۲, -۱)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر بزرگ‌ترین دایره کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۵

(۴) ۴

(۳) ۱۰

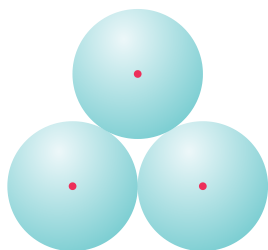
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

فاصله نقطه $M(x, y)$ از نقطه $A(۳, ۶)$ ، دو برابر فاصله آن از مبدأ مختصات است. بزرگ‌ترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟

(۲) $۲\sqrt{۵}$ (۱) $۲\sqrt{۳}$ (۴) $۴\sqrt{۵}$ (۳) $۴\sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

سه کره یکسان مطابق شکل مفروض‌اند. با یک صفحه به فاصله ۲ از بالاترین نقاط کره‌ها، آن‌ها را برش داده‌ایم. مراکز سه مقطع حاصل را به هم وصل کرده‌ایم و مثلثی به مساحت $۱۶\sqrt{۳}$ حاصل شده است. شعاع هر کره چقدر است؟



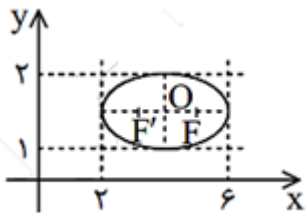
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۵

تالیفی امیر خمسه



- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{15}}{4}$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۱۱۵ از دوران مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ حول یکی از اضلاعش شکلی با کدام حجم ایجاد می‌شود؟

- (۱) 6π
 (۲) $6\sqrt{3}\pi$
 (۳) $4\sqrt{3}\pi$
 (۴) 4π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۱۱۶ دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۵ و ۸ و ارتفاع ۲ واحد را حول قاعده بزرگ آن دوران ۳۶۰ درجه می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱) 26π
 (۲) 23π
 (۳) 24π
 (۴) 27π

تالیفی محمد امین نباخته

۱۱۷ خط عمود بر دو دایره $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 6x = 0$ محور ل‌ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $-\frac{3}{5}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) $-\frac{5}{3}$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۱۸ کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x‌ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $1, -3$
 (۲) $0, -3$
 (۳) $2, -1$
 (۴) $3, -2$

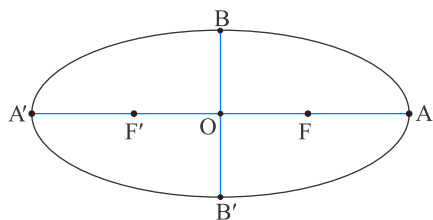
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۱۹ دو دایره $x^2 + y^2 = 9$ و $x^2 + y^2 - 3\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 5 = 0$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) متقاطع
 (۲) مماس خارج
 (۳) مماس داخل
 (۴) متداخل

تالیفی جعفر میکائیلی

بیضی شکل زیر مفروض است. در کدام حالت بیضی به دایره شبیه‌تر خواهد بود؟



(۱) چهار ضلعی $BF B'F'$ مربع باشد.

(۲) زاویه $\hat{A}BA' = ۱۲۰^\circ$ باشد.

(۳) $OF = AF$

(۴) قطر کوچک نصف قطر بزرگ باشد.

تالیفی حسین سعیدی

یک رویه مخروطی را با یک صفحه برش می‌دهیم به طوری که صفحه بر محور آن عمود نیست و با خط مولد آن موازی نمی‌باشد. چند مورد از گزاره‌های زیر نمی‌تواند فصل مشترک آن‌ها باشد؟

الف) دایره
ب) سهمی
پ) هذلولی
ت) بیضی
ث) یک خط
ج) دو خط متقاطع
چ) یک نقطه

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

تالیفی حسین سعیدی

دو صفحه موازی با فاصله ۲ واحد، کره‌ای به شعاع ۵ واحد را به گونه‌ای قطع می‌کنند که مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد این دو صفحه، باهم برابر شود. مساحت یکی از این دو سطح برابر چند واحد مربع است؟

(۱) ۲۱π

(۲) ۲۴π

(۳) ۱۶π

(۴) ۲۵π

تالیفی محمدجواد محسنی

کانون‌های یک بیضی $(۲, ۰)$ و $(۲, ۸)$ است. اگر قطر کوچک $۴\sqrt{۵}$ باشد، مختصات یکی از رأس‌های بیضی کدام است؟

(۱) $(-۲, ۰)$

(۲) $(۲, -۴)$

(۳) $(۲, ۲)$

(۴) $(۲, ۱۰)$

تالیفی سیروس نصیری

وضعیت دو دایره $C_1 : x^2 + y^2 + ۴x + ۲y = ۲۰$ و $C_2 : ۲x^2 + ۲y^2 = ۴y - ۱۲x - ۱۲$ کدام است؟

(۱) مماس داخل

(۲) مماس خارج

(۳) متقاطع

(۴) متداخل

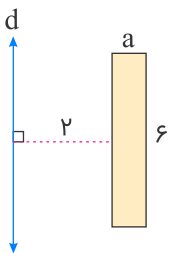
تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

دایره $x^2 + y^2 + 8x - 14y + 57 = 0$ با بیضی به قطر بزرگ AA' هم‌مرکز و در نقاط A و A' بر این بیضی مماس است. اگر M نقطه‌ای دلخواه روی بیضی باشد، آنگاه مجموع فواصل M از دو کانون بیضی کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۴
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $4\sqrt{2}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مستطیلی به طول ۶ و عرض a در فاصله ۲ واحد از خط d قرار دارد. اگر حجم جسم حاصل از دوران این مستطیل حول خط d برابر 3π باشد، مساحت مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۶
(۳) ۲
(۴) ۳

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دایره $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ از کدام ناحیه مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول
(۲) سوم
(۳) چهارم
(۴) از همه نواحی می‌گذرد.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

شعاع دایره به مرکز $(-2, 2)$ و مماس خارج بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) ۳
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

یک لوزی به قطرهای ۳ و ۴ واحد را حول قطر بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱) 4π
(۲) 2π
(۳) $\frac{3\pi}{2}$
(۴) 3π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ از خط به معادله $3x + 4y = 15$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۳۱ اگر در یک بیضی قطرهای ۲۶ و ۱۰ واحد و مرکز بیضی $O(-1, 2)$ باشد، مختصات یکی از کانون‌های بیضی کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $(13, 2)$

(۱) $(-13, -2)$

(۴) $(11, 2)$

(۳) $(-11, 2)$

تالیفی سیروس نصیری

۱۳۲ دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + m = 0$ از خط $3x = 4y$ وتری به طول $2\sqrt{3}$ جدا می‌کند. مقدار m کدام است؟

(۲) -۶

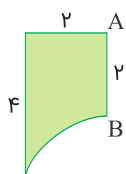
(۱) ۶

(۴) -۸

(۳) ۸

تالیفی حسین سعیدی

۱۳۳ شکل زیر را حول پاره‌خط AB به طول ۲، دوران می‌دهیم. مجموع مساحت‌های شکل حاصل کدام است؟



(۱) 63π

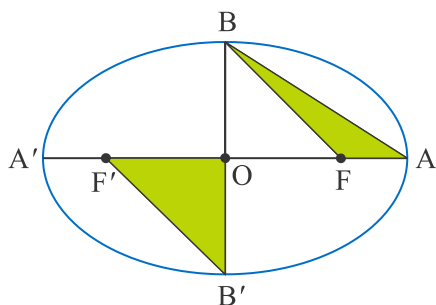
(۲) 28π

(۳) 51π

(۴) 49π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۳۴ اگر خروج از مرکز بیضی زیر، $\frac{3}{5}$ باشد و F و F' کانون‌های بیضی باشند، نسبت مساحت $\triangle ABF$ به مساحت مثلث $\triangle BF'O$ کدام است؟



(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{5}{4}$

تالیفی مجید قهرمانی

۱۳۵ مرکز دایره C ، نقطه $(-2, 1)$ و این دایره با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ مماس خارج است. دایره C ، خط $y = 1$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۲) -۴ و ۰

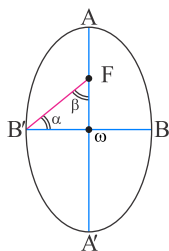
(۱) -۳ و -۱

(۴) -۶ و ۲

(۳) -۵ و ۱

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۶ در بیضی قائم شکل زیر $2\hat{\alpha} + 3\hat{\beta} = 240^\circ$ است. خروج از مرکز بیضی چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

تالیفی سیروس نصیری

۱۳۷ در یک بیضی با رئوس کانونی $(3, 8)$ و $(3, -4)$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ، مختصات یکی از رأس‌های دیگر کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(2, 5)$
(۲) $(6, 2)$
(۳) $(7, 2)$
(۴) $(1, 2)$

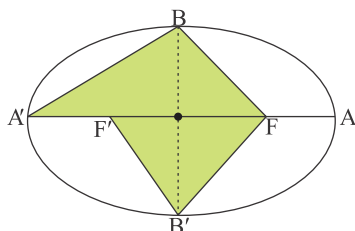
تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۸ صفحه‌ای عمود بر محور مخروط آن را قطع می‌کند. مقطع حاصل چیست؟

- (۱) دایره
(۲) بیضی
(۳) سهمی
(۴) هذلولی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

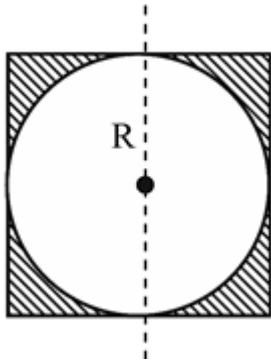
۱۳۹ در شکل زیر $FF' = 6\sqrt{3}$, $AA' = 12$ است. مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



- (۱) $\frac{9}{2}(1 + \sqrt{27})$
(۲) $\frac{9}{2}(1 + \sqrt{3})$
(۳) $\frac{3}{2}(1 + \sqrt{27})$
(۴) $\frac{9}{2}(2 + \sqrt{27})$

تالیفی سیروس نصیری

در شکل زیر دایره‌ای به شعاع R در یک مربع محاط شده است. حجم حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول محور تقارن شکل چند برابر حجم حاصل از دوران قسمت هاشورنخورده است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

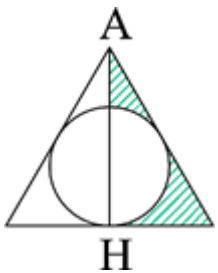
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{2}{5}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $4\sqrt{3}$ واحد، حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه‌زده‌شده، در حول ارتفاع AH ، کدام است؟



(۱) 8π

(۲) $\frac{40}{3}\pi$

(۳) 24π

(۴) $\frac{32}{3}\pi$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

شعاع دایره‌ای که از سه نقطه با مختصات $(2, 1)$ و $(-2, 4)$ و $(0, 0)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۲) $2/5$

(۱) ۲

(۴) $3/5$

(۳) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

استوانه‌ای قائم به شعاع قاعده ۲۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۲۵ سانتی‌متر مفروض است. سطح مقطع صفحه‌ای موازی محور آن و با فاصله ۱۶ سانتی‌متر از محور آن با این استوانه، چند سانتی‌متر مربع است؟

(۲) ۴۰۰

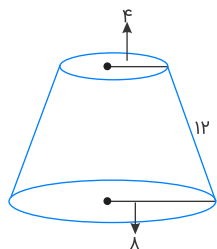
(۱) ۵۰۰

(۴) ۷۰۰

(۳) ۶۰۰

تالیفی عزیزالله علی اصغری

صفحه‌ای به شکل عمودی، مخروط ناقص زیر را قطع می‌کند. اگر این صفحه از مرکز دو قاعده عبور کرده باشد، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



(۱) $48\sqrt{2}$

(۲) $72\sqrt{2}$

(۳) $144\sqrt{2}$

(۴) $96\sqrt{2}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر بیشترین و کمترین فاصله نقاط بیضی از دو کانون به ترتیب ۱ و ۷ باشد، نسبت مساحت دایره محاط در بیضی، به مساحت دایره محیط بر آن، چقدر است؟

(۱) $\frac{7}{16}$

(۲) $\frac{16}{7}$

(۳) $\frac{9}{16}$

(۴) $\frac{16}{9}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

اگر شعاع دایره $ax^2 + 2y^2 + 2ax + 6y - b = 0$ برابر با $\frac{\sqrt{19}}{2}$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) ۶

تالیفی جعفر میکائیلی

مرکز دایره‌ای روی خط $2x + y = 1$ قرار دارد و این دایره بر دو خط $y - 2x = 0$ و $x + 2y = 0$ مماس می‌باشد. مساحت دایره برابر کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{5}$

(۲) 5π

(۳) $\frac{3}{7}\pi$

(۴) $\frac{7}{3}\pi$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

مرکز دایره گذرا بر سه نقطه $(0, 0)$ ، $(2, 3)$ و $(-2, 1)$ برابر کدام است؟

(۱) $(-\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$

(۲) $(\frac{1}{4}, -\frac{9}{4})$

(۳) $(\frac{1}{8}, -\frac{9}{4})$

(۴) $(-\frac{1}{8}, \frac{9}{4})$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۱۴۹ قطر کوچک بیضی واسطه حسابی قطر بزرگ و فاصله دو کانون است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

(۲) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

(۱) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$

تالیفی مجید قهرمانی

۱۵۰ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول وتر ۶ و یک زاویه حاده 60° است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول وتر آن کدام است؟

(۲) 14π

(۱) 12π

(۴) $\frac{21}{2}\pi$

(۳) $\frac{27}{2}\pi$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۵۱ در کدام یک از اشکال زیر سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با آن، همواره دایره است؟

(۲) استوانه

(۱) مخروط

(۴) غیرممکن

(۳) کره

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۵۲ در یک مکعب به طول یال a ، صفحه قطری، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. این دو قسمت را در وجه مربع به هم می‌چسبانیم. سطح کل منشور حاصل، چند برابر a^2 است؟

(۲) $4 + 2\sqrt{2}$

(۱) $5 + \sqrt{2}$

(۴) $3 + 4\sqrt{2}$

(۳) $5 + 2\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۱۵۳ دایره‌ای بر محور طول‌ها و خط $4x + 3y = 0$ مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیه چهارم و شعاع آن ۲ واحد باشد، طول نقطه تماس آن با محور طول‌ها کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

۱۵۴ دایره $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$ روی خط $x - 2y - 3 = 0$ وتری جدا می‌کند. معادله قطری از دایره که منصف این وتر باشد، کدام است؟

(۲) $2y = x - 4$

(۱) $y = 2x - 5$

(۴) $y = 2x - 3$

(۳) $y = 3 - 2x$

تالیفی جعفر میکائیلی

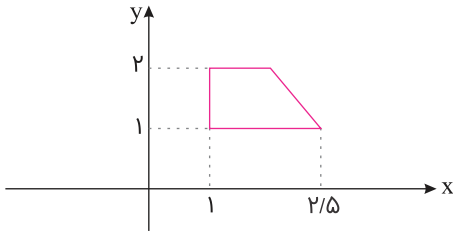
فرض کنید $A(2, 0)$ ، $O(0, 0)$ و $B(0, 1)$ است. مثلث $\triangle ABC$ را حول خط $y = -2$ دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

(۲) $\frac{14\pi}{3}$
(۴) $\frac{32\pi}{3}$

(۱) $\frac{7\pi}{3}$
(۳) $\frac{16\pi}{3}$

تالیفی میلاد منصوری

اگر از بین پاره‌خط‌های زیر، یکی از آن‌ها روی خط $y = -2x + 6$ واقع باشد، حجم شکل حاصل از دوران این ذوزنقه حول محور y ها تقریباً چقدر است؟ ($\pi \simeq 3$)



(۱) $12/5$

(۲) $31/25$

(۳) $12/25$

(۴) $15/25$

تالیفی محمدجواد محسنی

یک بیضی محور x ها را در نقاطی به طول ۳ و ۱۵ قطع می‌کند. اگر $F(3, 9)$ یکی از کانون‌های این بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

(۲) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{3}{8}$

(۱) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{2}{7}$

تالیفی صبا مهدوی

در یک بیضی فاصله کانونی $4\sqrt{5}$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{5}}{3}$ می‌باشد، فاصله یک کانون از یک رأس غیرکانونی کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۴

(۴) $2\sqrt{5}$

(۳) $3\sqrt{6}$

تالیفی سیروس نصیری

دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

(۲) متقاطع

(۱) مماس داخل

(۴) متخارج

(۳) مماس خارج

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۱۶۰ می‌خواهیم مثلی به محیط ۳۲ و یک ضلع ۱۲ رسم کنیم. ارتفاع وارد بر ضلع ۱۲ چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

تالیفی حسین سعیدی

۱۶۱ دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2ay + a = 0$ بر محور y ها مماس است. اگر این دایره حول خط $y = -1$ دوران کند، حجم شکل حاصل کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) $\frac{32\pi}{3}$
(۲) $\frac{16\pi}{3}$
(۳) $\frac{8\pi}{3}$
(۴) $\frac{4\pi}{3}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۶۲ مثلث قائم‌الزاویه را که یک زاویه 60° دارد حول ضلع قائم بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. اگر طول وتر برابر $2\sqrt{3}$ باشد، حجم جسم حاصل چقدر است؟

- (۱) 4π
(۲) 3π
(۳) 2π
(۴) π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۱۶۳ کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه $A(2, -1)$ در دایره $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 1 = 0$ چه اندازه‌ای دارد؟

- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{7}$
(۳) $2\sqrt{14}$
(۴) $6\sqrt{2}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

۱۶۴ دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

- (۱) مماس خارج
(۲) مماس داخل
(۳) متقاطع
(۴) متخارج

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۱۶۵ اگر یک صفحه را با یک استوانه قائم برخورد دهیم، کدام شکل هرگز به وجود نمی‌آید؟

- (۱) مستطیل
(۲) بیضی
(۳) دایره
(۴) دو خط موازی هم

تالیفی محمدجواد محسنی

حجم شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین حول وترش $\pi\sqrt{2}$ است. طول ضلع قائم این مثلث کدام است؟

$$\sqrt[3]{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt[3]{6} \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{4} \quad (۳)$$

تالیفی علی شهبازی فراهانی

طول وتری از دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ که نقطه $(1, -2)$ وسط آن باشد، برابر کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{5} \quad (۱)$$

$$3\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$5\sqrt{2} \quad (۳)$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

از داخل یک استوانه قائم توپر، به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۵ واحد، بزرگترین مخروط قائم ممکن را حذف می‌کنیم. جسم حاصل را با صفحه‌ای موازی قاعده مخروط به فاصله ۳ واحد از آن قطع می‌دهیم. مساحت مقطع حاصل، کدام است؟

$$11/28\pi \quad (۲)$$

$$10/36\pi \quad (۱)$$

$$13/44\pi \quad (۴)$$

$$12/56\pi \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

کدام تعریف برای بیضی مناسب و کامل است؟

(۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه ثابت واقع در همان صفحه، مقداری ثابت باشد.

(۲) مکان هندسی نقاطی که مجموع مربعات فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه ثابت مقداری ثابت باشد.

(۳) مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه ثابت برابر مقداری ثابت باشد و این مقدار ثابت باید بیشتر از فاصله دو نقطه باشد.

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

تالیفی سیروس نصیری

مثلث قائم الزاویه‌ای به اضلاع قائمه $\sqrt{2}$ و ۴ را حول وترش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

$$\frac{16\sqrt{2}\pi}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{16\pi}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{8\sqrt{2}\pi}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{8\pi}{9} \quad (۳)$$

تالیفی علی شهبازی فراهانی

دایره‌ای بر محور x ها و خط به معادله $3x + 4y = 0$ مماس است. اگر مرکز این دایره در ناحیه اول و شعاع آن ۳ واحد باشد، نقطه مشترک آن با محور x ها با کدام طول است؟

(۲) $1/5$

(۱) ۱

(۴) $2/5$

(۳) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

خط مماس بر دایره $C: x^2 + y^2 + 2x - 3y - 3 = 0$ از نقطه‌ی $A(1, 3)$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۲) $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{13}{4}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

(۲) 70π (۱) 60π (۴) 80π (۳) 75π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

دایره‌ای به مرکز $O(2, -3)$ روی خط $3x - 4y + 2 = 0$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. طول پاره‌خطی که این دایره روی محور x ها جدا می‌کند، کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۰

(۳) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

اگر صفحه‌ای که شامل محور یک سطح مخروطی است آن را قطع کند، مقطع حاصل کدام است؟

(۲) دو خط متقاطع

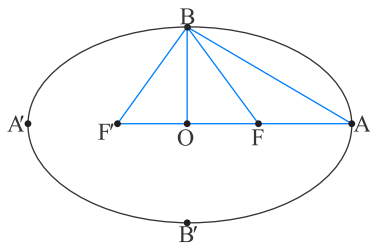
(۱) دو مثلث متساوی‌الاضلاع

(۴) دو خط متعامد

(۳) دو خط موازی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F, F' مطابق شکل مفروض است. اگر $S(\triangle OAB) = 3S(\triangle FBF')$ باشد، خروج از مرکز کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{8}$

تالیفی سیروس نصیری

دایره‌ای از نقطه $(-1, 2)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر دایره بزرگ‌تر کدام می‌باشد؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

مثلاً قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۵ و ۱۲ را حول یکی از اضلاع قائم دوران می‌دهیم. مقدار کوچک‌تر حجم حاصل کدام است؟

- (۱) 20π
(۲) 100π
(۳) 240π
(۴) 120π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

دایره C بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$ مماس خارج است. هر خط قائم بر دایره C از نقطه $(8, 7)$ می‌گذرد. شعاع دایره C کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

مساحت کوچک‌ترین دایره‌ای که بر دو دایره $(x-3)^2 + y^2 = 25$ و $(x-1)^2 + y^2 = 1$ مماس است چقدر است؟

- (۱) 2π
(۲) $\frac{\pi}{2}$
(۳) π
(۴) $\frac{3\pi}{2}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

یک لوزی با اقطار x و y ($y > x$) را حول قطر بزرگ دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{x^2 y}{12} \pi$
(۲) $\frac{xy^2}{12} \pi$
(۳) $\frac{xy^2}{24} \pi$
(۴) $\frac{x^2 y}{24} \pi$

تالیفی محمدجواد محسنی

نقطه $M(2\sqrt{5}, b)$ مرکز دایره‌ای است که بر دو خط به معادلات $y = 2x$ و $x = 2y$ مماس است. شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟

۱۸۲

(۲) $1/5$

(۱) ۱

(۴) $2/5$

(۳) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

بیشترین مساحت مقطعی که از برخورد یک صفحه با کره‌ای به حجم 48π ایجاد می‌شود، کدام است؟

۱۸۳

(۲) $\sqrt[3]{36}\pi$

(۱) $6\sqrt[3]{6}\pi$

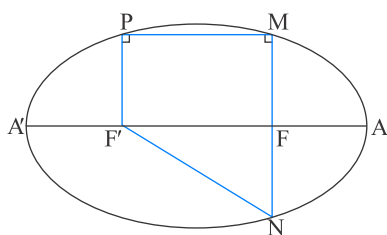
(۴) 12π

(۳) 6π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

شکل زیر مربوط به بیضی است. اگر $b^2 = 4$, $a^2 = 36$ باشد، مساحت ذوزنقه $PMNF'$ چقدر است؟

۱۸۴



(۱) $10\sqrt{2}$

(۲) $4\sqrt{2}$

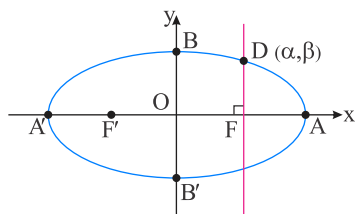
(۳) $6\sqrt{2}$

(۴) $8\sqrt{2}$

تالیفی سیروس نصیری

مرکز بیضی زیر بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است. خطی گذرا از F بر AA' عمود کرده‌ایم. این خط بیضی را در نقطه D قطع کرده است. مختصات D کدام است؟

۱۸۵



(۱) $(4, 6)$

(۲) $(4, 5)$

(۳) $(4, 4)$

(۴) $(4, \frac{9}{4})$

تالیفی سیروس نصیری

خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $O(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. مختصات یکی از کانون‌های این بیضی کدام است؟

۱۸۶

(۲) $(-9, -1)$

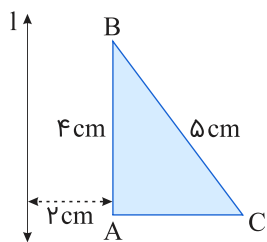
(۱) $(-8, 1)$

(۴) $(-9, 1)$

(۳) $(-8, -1)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مطابق شکل، مثلث قائم‌الزاویه ABC را حول خط l دوران می‌دهیم. نسبت حجم کل به حجم استوانه محاط درون شکل کدام است؟



- (۱) $\frac{9}{4}$
(۲) $\frac{4}{9}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{4}{3}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

فاصله دورترین نقاط دایره به معادله $x^2 + y^2 + 4x - 2y = -1$ از خط به معادله $3x = 4y + 5$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

هر خط قائم بر یک دایره، از نقطه $(-2, 1)$ می‌گذرد. این دایره بر خط به معادله $y = x - 1$ مماس است. شعاع دایره کدام می‌باشد؟

- (۱) ۲
(۲) $2\sqrt{2}$
(۳) ۳
(۴) $3\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

مجموع شعاع‌های دایره‌هایی که از نقطه $A(3, 2)$ می‌گذرند و بر محورهای مماس می‌شوند، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) ۱۰
(۴) ۸

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

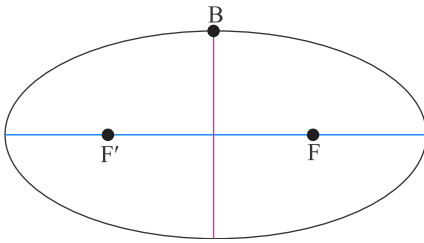
مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت $M = (-1, 5)$ و $N = (-1, 12)$ برابر ۷ باشد، کدام است؟

- (۱) بیضی
(۲) پاره‌خط
(۳) یک نقطه
(۴) تهی

تالیفی سیروس نصیری

در یک بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه $\angle FBF'$ چند درجه است؟

۱۹۲

(۱) 60° (۲) 30° (۳) 120° (۴) 45°

تالیفی سیروس نصیری

از دوران مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ حول یک ارتفاع آن شکلی با کدام حجم حاصل می‌شود؟

۱۹۳

(۱) 6π (۲) 12π (۳) 9π (۴) 3π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

دایره $3x^2 + 3y^2 - 6x + c = 0$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. اگر معادله دایره جدید به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + 1 = 0$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۱۹۴

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۴

(۴) -۴

تالیفی حسین سعیدی

هر خط قائم بر یک دایره از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرد. این دایره بر خط $y = x - 3$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

۱۹۵

(۱) $4\sqrt{2}$

(۲) ۸

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) ۴

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

مقطع مخروطی کدام یک از اشکال زیر، هیچ گاه بیضی نیست؟

۱۹۶

(۱) استوانه

(۲) مخروط

(۳) کره

(۴) مخروط ناقص

تالیفی میلاد منصوری

خط به معادله $y = mx - 1$ بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$ مماس است. مجموع مقادیر m چقدر است؟

۱۹۷

(۱) -۲

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) -۴

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

مکعبی را با یک صفحه به گونه‌ای برش می‌دهیم که صفحه برش، سه ضلع هم‌رأس مکعب را دقیقاً از وسط آن‌ها قطع کند. نسبت مساحت سطح مقطع به مساحت کل مکعب چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{48} \quad (2)$$

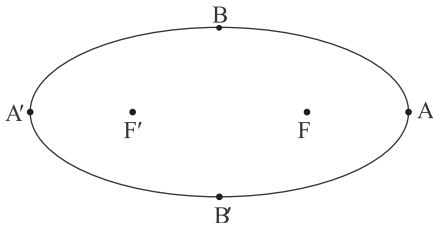
$$\frac{\sqrt{3}}{24} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{24} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{48} \quad (3)$$

تالیفی مهدی ملارضانی

در بیضی زیر با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، دایره‌ای به قطر AA' رسم می‌کنیم. همچنین از رأس B خطی موازی AA' می‌کشیم تا دایره را در M قطع کند. زاویه $\widehat{MF'F}$ چند درجه است؟ ($MF < MF'$)



$$90^\circ \quad (1)$$

$$60^\circ \quad (2)$$

$$120^\circ \quad (3)$$

$$135^\circ \quad (4)$$

تالیفی حسین سعیدی

طول وتری که دایره به معادله $(x-2)^2 + y^2 = 5$ از خط $x+y=0$ جدا می‌کند، چقدر است؟

$$6 \quad (2)$$

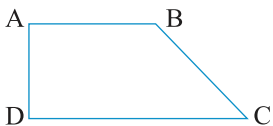
$$3 \quad (1)$$

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

دوزنقه $ABCD$ قائم‌الزاویه است. شکل فضائی حاصل از دوران آن حول اضلاع AD و DC به ترتیب کدام‌اند؟



$$(1) \text{ مخروط ناقص - استوانه}$$

$$(2) \text{ استوانه و مخروط - استوانه}$$

$$(3) \text{ مخروط - مخروط ناقص}$$

$$(4) \text{ مخروط ناقص - استوانه و مخروط}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

پاره خط $L: y = 2x; -1 \leq x \leq 2$ مفروض است. مثلث قائم‌الزاویه ABC که وتر آن L و یک ضلع آن موازی و بالای محور x ها است را حول محور y ها دوران می‌دهیم. مساحت بزرگ‌ترین سطح مقطع دایره‌ای در شکل به وجود آمده کدام است؟

$$12\pi \quad (2)$$

$$4\pi \quad (1)$$

$$9\pi \quad (4)$$

$$16\pi \quad (3)$$

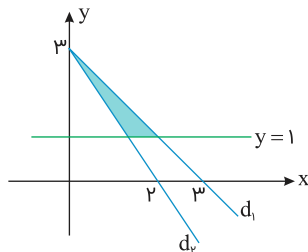
تالیفی میلاد منصوری

۲۰۳ قطری از دایره $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 1 = 0$ که موازی خط $y - x = 1$ است از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (۱) $A(2, -3)$ (۲) $B(1, 6)$
(۳) $C(2, 1)$ (۴) $D(1, -4)$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۰۴ در شکل زیر، ناحیه هاشورخورده را حول محور عرض‌ها دوران می‌دهیم، حجم حاصل چقدر است؟



- (۱) $\frac{40\pi}{27}$
(۲) $\frac{20\pi}{9}$
(۳) $\frac{40\pi}{9}$
(۴) $\frac{20\pi}{27}$

تالیفی امیر خمسه

۲۰۵ کدام یک از نقاط داده شده بیرون دایره $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 1 = 0$ است؟

- (۱) $(-2, 3)$ (۲) $(1, 4)$
(۳) $(-3, 0)$ (۴) $(-1, 2)$

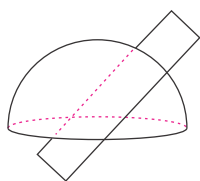
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰۶ دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 9$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

- (۱) مماس خارج (۲) مماس داخل
(۳) متقاطع (۴) متخارج

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۲۰۷ مطابق شکل صفحه‌ای یک نیمکره را قطع می‌کند. سطح مقطع ایجادشده کدام است؟



- (۱) یک سهمی
(۲) قسمتی از هذلولی
(۳) قسمتی از دایره
(۴) قسمتی از بیضی

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

قطر کوچک یک بیضی موازی محور y ها است. اگر این بیضی در $x = 2$ مماس بر محور x باشد و در نقاط به عرض ۲ و ۴ محور y ها را قطع کند و $e = \frac{1}{3}$ باشد، فاصله بین دو کانون این بیضی چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

تالیفی مجید قهرمانی

در یک بیضی فاصله دو کانون با قطر کوچک برابر است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

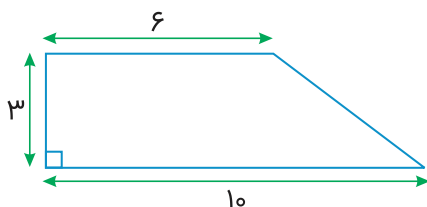
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

معادله دایره‌ای که بر چهار خط $x = 1$, $x = 5$, $y = 3$ و $y = -1$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 16 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$
(۳) $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 16 = 0$ (۴) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$

تالیفی جعفر میکائیلی

از دوران دوزنقه زیر حول قاعده بزرگش، شکلی با کدام حجم تولید می‌شود؟



- (۱) 66π (۲) 54π
(۳) 30π (۴) 90π

تالیفی محمدجواد محسنی

دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند و فاصله آن‌ها از خط d به ترتیب ۴ و ۸ هستند. امتداد AB با خط d زاویه 45° می‌سازد. AB را حول d دوران داده و شکل حاصل را با صفحه شامل خط d برش می‌دهیم. سطح مقطع حاصل چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶
(۳) ۴۸ (۴) ۵۲

تالیفی عزیزالله علی اصغری

استوانه‌ای قائم به شعاع قاعده ۵ و ارتفاع ۸ را یک بار با یک صفحه افقی و بار دیگر با صفحه گذرا بر مراکز قاعده‌های آن برش می‌زنیم. نسبت سطح مقطع دوم به سطح مقطع اول کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{8}{25\pi} \quad (۲) \\ & \frac{16}{5\pi} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{8}{5\pi} \quad (۱) \\ & \frac{16}{25\pi} \quad (۳) \end{aligned}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

دایره‌ای به مرکز (۱, ۳) بر روی خط راست $5x + 12y = 15$ ، وترى به طول $2\sqrt{21}$ ، جدا می‌کند. این دایره بر روی محور x ها، وترى با کدام اندازه جدا می‌کند؟

$$\begin{aligned} & 6 \quad (۲) \\ & 8 \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{6} \quad (۱) \\ & 2\sqrt{15} \quad (۳) \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای کدام یک از موارد زیر نمی‌تواند باشد؟

$$\begin{aligned} & (۲) \text{ دو خط موازی} \\ & (۴) \text{ بیضی} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (۱) \text{ یک خط} \\ & (۳) \text{ هذلولی} \end{aligned}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

A و B دو نقطه ثابت در صفحه هستند و M مکان هندسی نقاطی از صفحه است که $\frac{MA - 2MB}{MA - 4} = 3$. در این صورت بیشترین فاصله نقاط مکان هندسی M کدام است؟

$$\begin{aligned} & 4 \quad (۲) \\ & \frac{3}{2} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6 \quad (۱) \\ & 12 \quad (۳) \end{aligned}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

شعاع دایره‌ای که از دو نقطه $(0, 0)$ و $(3, 1)$ گذشته و مرکز آن روی خط به معادله $y = 2x$ باشد، کدام است؟

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \quad (۲) \\ & \sqrt{13} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{2} \quad (۱) \\ & \sqrt{10} \quad (۳) \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

مربعی به ضلع ۳ را یکبار نسبت به یکی از قطرهایش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل برابر V_1 است. همین مربع را اگر نسبت به یکی از اضلاعش دوران می‌دادیم، شکلی با حجم V_2 به دست می‌آمد. نسبت $\frac{V_1}{V_2}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & 2 \quad (۲) \\ & \frac{\sqrt{2}}{6} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \quad (۱) \\ & 2\sqrt{2} \quad (۳) \end{aligned}$$

تالیفی میلاد منصوری

۲۱۹ خط $7x - y + 12 = 0$ دایره $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ را در دو نقطه قطع می‌کند. طول این نقاط کدام است؟

- (۱) ۲ و ۱
(۲) ۲ و ۱-
(۳) ۱- و ۲-
(۴) ۲ و ۱-

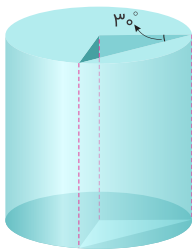
تالیفی جعفر میکائیلی

۲۲۰ اگر یک کره به شعاع ۶ واحد را با تعدادی بُرش با فاصله‌های یکسان، به ۴ قسمت تقسیم کنیم، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین سطح مقطع حاصل‌شده توسط برش‌های ذکرشده، کدام است؟

- (۱) 9π
(۲) 4π
(۳) 16π
(۴) 13π

تالیفی محمدجواد محسنی

۲۲۱ استوانه‌ی زیر را توسط صفحات نشان داده شده در شکل برش می‌دهیم. اگر شعاع قاعده‌ی استوانه ۵ و ارتفاع آن ۱۰ باشد، حجم قسمت جداشده از استوانه چقدر است؟



- (۱) $5\sqrt{3}$
(۲) $10\sqrt{3}$
(۳) $20\sqrt{3}$
(۴) $\frac{125}{2}\sqrt{3}$

تالیفی عباس حسینی

۲۲۲ خط $y = x$ روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات وتری به طول ۸ واحد جدا می‌کند. در این صورت این دایره از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (۱) $(3, 3)$
(۲) $(\sqrt{3}, \sqrt{13})$
(۳) $(\sqrt{2}, \sqrt{12})$
(۴) $(\sqrt{5}, \sqrt{7})$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۲۳ تمام خطوط قائم بر دایره $C(O, R)$ از نقطه‌ای به مختصات $(4, -1)$ می‌گذرد. اگر این دایره روی خط $4x + 3y + 2 = 0$ وتری به طول ۸ جدا کند، مساحت این دایره کدام است؟

- (۱) 9π
(۲) 16π
(۳) 25π
(۴) 36π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶۱۳۹۴

خط‌المركزين دو دايره، خط $2x - y = 6$ است. اگر این دو دايره بر محورهای مختصات مماس باشند آنگاه شعاع دايره بزرگ‌تر برابر کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) ۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

مثلی به اضلاع ۱۳، ۱۲ و ۵ را حول ضلع بزرگ آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از دوران کدام است؟

(۲) $\frac{3600}{13}\pi$

(۱) $\frac{600}{169}\pi$

(۴) $\frac{2400}{169}\pi$

(۳) $\frac{1200}{13}\pi$

تالیفی محمدجواد محسنی

اگر معادله $(a-1)x^2 + y^2 + (c-2)xy + dx - 2y + 5 = 0$ دایره باشد، کمترین مقدار طبیعی $a + c + d$ کدام است؟

(۲) ۷

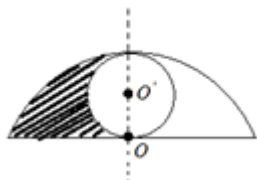
(۱) ۴

(۴) ۹

(۳) ۸

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

دايره‌ای به شعاع ۲ مطابق شکل زیر درون کوچک‌ترین نیم‌دايره قرار گرفته است. حجم شکل حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول قطر OO' کدام است؟



(۱) $\frac{128\pi}{3}$

(۲) 32π

(۳) 64π

(۴) $\frac{64\pi}{3}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

دو دايره C و C' در نقطه $(0, 1)$ مماس برونی هم هستند. اگر قائم‌های بر دايره C همواره از نقطه $(2, -3)$ بگذرد، مرکز دايره C' با شعاع $\sqrt{5}$ کدام است؟

(۲) $(-1, 2)$

(۱) $(-1, 3)$

(۴) $(1, -1)$

(۳) $(1, -2)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

شعاع بزرگ‌ترین دايره به مرکز $(-4, 0)$ که با دايره $C: x^2 + y^2 + 6x - 2y + 2 = 0$ مماس داخل باشد، کدام است؟

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) $3\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۳۰ سطح مقطع صفحه گذرنده از یک قطر وجه یا از دو قطر موازی در دو وجه موازی مکعب، با مکعب کدام است؟

- (۱) متوازی الاضلاع یا دوزنقه متساوی الساقین
(۲) مستطیل یا دوزنقه متساوی الساقین
(۳) مستطیل یا متوازی الاضلاع
(۴) مستطیل یا لوزی

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۲۳۱ مختصات دو کانون یک بیضی $(4, 1)$ و $(-6, 1)$ و طول قطر کوچک آن $2\sqrt{39}$ است. این بیضی از کدام نواحی مختصات می گذرد؟

- (۱) فقط ۱ و ۲
(۲) فقط ۱ و ۲ و ۳
(۳) فقط ۱ و ۲ و ۴
(۴) همه نواحی

تالیفی صبا مهدوی

۲۳۲ نقاط $F(2 - \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ و $F'(2 + \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ دو کانون یک بیضی اند، اگر کمترین فاصله مرکز این بیضی تا نقاط واقع بر آن $2\sqrt{3}$ واحد باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

۲۳۳ نقطه $A(1, -2)$ داخل کدامیک از دایره های زیر است؟

- (۱) $x^2 + y^2 = 1$
(۲) $x^2 + y^2 = 2x - 5$
(۳) $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$
(۴) $x^2 + y^2 - 10x + 8y = 0$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۳۴ در یک بیضی نسبت اقطار برابر $\sqrt{5}$ است. خروج از مرکز بیضی چند برابر $\frac{1}{\sqrt{5}}$ است؟

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) ۴
(۴) $\frac{3}{2}$

تالیفی سیروس نصیری

۲۳۵ معادله دایره های که دو نقطه $A(-1, 4)$ و $B(3, 2)$ دو سر قطر آن باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$
(۲) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 10 = 0$
(۳) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 10 = 0$
(۴) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

طول مماس رسم شده از نقطه $A \left(\frac{1}{2} \right)$ بر دایره $x^2 + my^2 + 4x - 8 = 0$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{12}$ (۲) $\sqrt{m}$
(۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{6}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

اگر مستطیلی به طول قطر $3\sqrt{10}$ را حول طول و عرض خود دوران دهیم، حجم شکل پدید آمده در یکی از حالات سه برابر حجم شکل به وجود آمده در حالت دیگر است. محیط این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۹
(۳) ۲۴ (۴) ۱۰

تالیفی عزیزالله علی اصغری

به ازای کدام مقدار m ، خط به معادله $y = mx + 2$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x = 3$ مماس است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ و ۰ (۲) $\frac{4}{3}$ و ۰
(۳) $-\frac{4}{3}$ و ۱ (۴) $\frac{2}{3}$ و ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، منحنی به معادله $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$ یک دایره است؟

- (۱) $\{-3\}$ (۲) $\{3\}$
(۳) $\{-3, 3\}$ (۴) $\emptyset$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

در یک بیضی فاصله هر کانون از رأس نزدیکتر و دورتر به ترتیب ۴ و ۸ است. اندازه قطر کوچک بیضی چقدر است؟

- (۱) ۳۲ (۲) $4\sqrt{2}$
(۳) $8\sqrt{2}$ (۴) ۱۶

تالیفی سیروس نصیری

هر خط قائم بر دایره، از نقطه $(-1, 4)$ می‌گذرد. این دایره بر خط $y = x + 1$ مماس است. شعاع دایره چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

از داخل یک استوانه قائم به ارتفاع ۵ و شعاع قاعده ۲ واحد، بزرگ‌ترین مخروط ممکن را خارج کرده‌ایم. صفحه‌ای موازی قاعده مخروط را تقریباً در چه فاصله‌ای از آن با استوانه قطع دهیم که مساحت سطح مقطع ایجادشده برابر $\frac{1}{44}\pi$ شود؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{5}{25}$
(۳) ۴
(۴) $\frac{4}{75}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

اگر یک لوزی با طول قطرهای ۶ و ۴ حول قطر بزرگ، دوران داده شود، حجم شکل حاصل چقدر است؟

- (۱) 24π
(۲) 4π
(۳) 8π
(۴) 12π

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

در یک بیضی فاصله کانون F از نزدیک‌ترین نقطه بیضی برابر ۵ و فاصله کانون F تا دورترین نقطه بیضی برابر ۱۳ است. در این بیضی در کانون F خطی بر قطر بزرگ بیضی عمود می‌کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند. طول پاره خط MN کدام است؟

- (۱) $\frac{65}{9}$
(۲) $\frac{130}{9}$
(۳) $\frac{67}{9}$
(۴) $\frac{134}{9}$

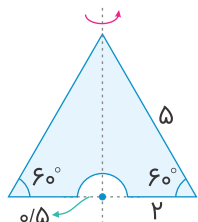
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

بیضی با خروج از مرکز $e = \frac{2}{3}$ و کانون $F(2, 1)$ و رأس کانونی نظیر آن $A(2, 4)$ مفروض است. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس آن کانون‌های این بیضی باشند، کدام است؟

- (۱) $18\sqrt{5}$
(۲) $19\sqrt{5}$
(۳) $5\sqrt{18}$
(۴) $36\sqrt{5}$

تالیفی سیروس نصیری

حجم شکل حاصل از دوران شکل زیر حول محور تقارنش کدام است؟ ($x \simeq 3$)



- (۱) $\frac{125\sqrt{3} - 2}{8}$
(۲) ۳۱
(۳) $\frac{125\sqrt{3}}{4}$
(۴) ۴۳

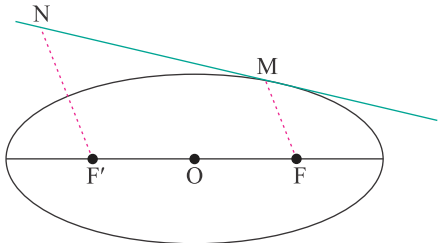
تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۴۷ دو دایره به معادله های $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$ نسبت به یکدیگر چگونه اند؟

- (۱) مماس خارجی
(۲) مماس داخلی
(۳) متقاطع در دو نقطه
(۴) یکی خارج دیگری

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

۲۴۸ در یک بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ و کانون های F و F' ، فاصله نقطه M روی بیضی از مرکز آن برابر با ۴ است. خطی موازی MF از F' رسم می کنیم تا مماس رسم شده بر بیضی از نقطه M را در N قطع کند. طول MN چند برابر NF' است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

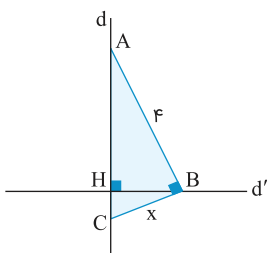
تالیفی حسین سعیدی

۲۴۹ اگر رابطه $(a - 3)x^2 + 2y^2 + 2x - 3y + b = 0$ معادله یک دایره باشد، a و b کدام است؟

- (۱) $a = 5$ و $b < 5$
(۲) $a = 5$ و $b < \frac{13}{8}$
(۳) $a = 4$ و $b < 5$
(۴) $a = 5$ و $b > 5$

تالیفی جعفر میکائیلی

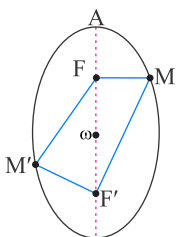
۲۵۰ در شکل زیر حجم حاصل از دوران مثلث ABH حول محور d ، هشت برابر حجم حاصل از دوران مثلث BCH حول محور d' می باشد. x کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

تالیفی عباس حسینی

۲۵۱ شکل زیر مربوط به بیضی است. اگر طول OA برابر ۱ باشد، محیط چهار ضلعی $MF'M'F'$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) $\frac{2}{\sqrt{7}}$
(۴) $\frac{4}{\sqrt{7}}$

تالیفی سیروس نصیری

در بیضی به کانون‌های $(-۱, ۲)$ ، $(۲, ۷)$ اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خط $y = -۱$ بیضی را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. فاصله نقاط A و B برابر کدام گزینه است؟

(۲) $۳/۶$

(۱) $۱/۸$

(۴) $۳/۴$

(۳) $۱/۷$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

شعاع دایره گذرنده از نقاط $(۲, ۱)$ ، $(۱, ۲)$ و $(-۳, ۰)$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{۶۵}}{۳}$

(۱) $\frac{\sqrt{۵۹}}{۴}$

(۴) $\frac{\sqrt{۵۳}}{۲}$

(۳) $\frac{\sqrt{۶۷}}{۵}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

به کمک نخ به طول ۱۲ و دو نقطه ثابت به فاصله ۴، یک بیضی رسم کرده‌ایم. قطر بزرگ این بیضی چند برابر قطر کوچک آن است؟

(۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

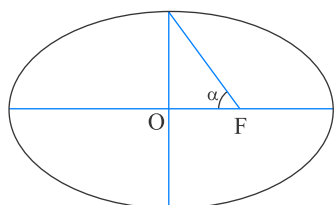
(۱) $\sqrt{۲}$

(۴) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۴}$

(۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

تالیفی مجید قهرمانی

در بیضی شکل زیر $\frac{b}{a\sqrt{۳} + b} = \frac{1}{۳}$ است. زاویه α چقدر است؟



(۱) ۱۵°

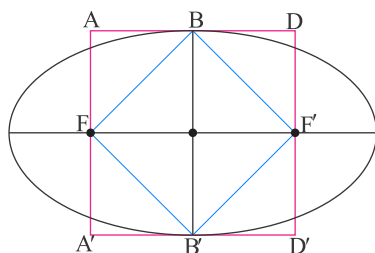
(۲) ۳۰°

(۳) ۴۵°

(۴) ۶۰°

تالیفی سیروس نصیری

در بیضی زیر، مساحت مربع $BF B' F'$ چه کسری از مساحت مربع $AA' D' D$ است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{۲}$

(۳) ۱

(۴) ۳

تالیفی مهدی ملارمضانی

دو دایره با معادله‌های $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ نسبت به هم مماس برون هستند، مقدار a کدام است؟

(۲) ۷

(۱) ۸

(۴) ۵

(۳) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دایره‌ای، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

(۲) $\sqrt{5}$ (۱) $\sqrt{2}$

(۴) ۵

(۳) ۲

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

معادله دایره‌ای که مرکزش نقطه $O(1, 2)$ بوده و بر دایره $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ مماس خارج باشد، کدام است؟

(۲) $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 2 = 0$ (۱) $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ (۴) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 2 = 0$ (۳) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

تالیفی جعفر میکائیلی

بیضی شامل کانون‌هایی به نقاط $(1, 1)$ و $(-3, 1)$ و قطر بزرگ $2\sqrt{13}$ از کدام یک از نواحی مختصات می‌گذرد؟

(۲) فقط ناحیه ۳ و ۴

(۱) فقط ناحیه ۱ و ۲

(۴) نواحی ۱، ۲ و ۳

(۳) همه نواحی مختصات

تالیفی مهدی ملارمضانی

دو دایره گذرا بر نقطه $(2, -9)$ بر هر دو محورهای مختصات مماس است. شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۴

(۴) ۱۹

(۳) ۱۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک چهارم داخل ۱۳۹۵

طول شعاع دایره‌ای که از سه نقطه $A(-1, 0)$ و $B(3, 0)$ و $C(0, -3)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۲) ۲

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) ۳

(۳) $\sqrt{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

مستطیلی به محیط ۲۰ واحد را یک بار حول طول آن و یک بار حول عرض آن دوران داده‌ایم. اگر نسبت حجم اشکال به دست آمده $\frac{۲}{۳}$ باشد، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

تالیفی علی شهرابی فراهانی

دایره‌ای بر خطوط $x = ۵$ ، $x = -۱$ و از بالا بر خط $y = ۷$ مماس است. این دایره از خط $x = ۴$ چه طولی را جدا می‌کند؟

- (۱) $\sqrt{۵}$
(۲) $۲\sqrt{۵}$
(۳) $۴\sqrt{۵}$
(۴) $۸\sqrt{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نقطه $A(۰, ۳)$ مفروض است. اگر نقطه B روی دایره $x^2 + y^2 + ۴y = ۰$ در حرکت باشد، مجموع مختصات B زمانی که AB بیشترین مقدار خود را دارد، کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) -۲
(۳) ۳
(۴) -۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

مرکز دایره‌ای به شعاع R روی یک دایره به شعاع $۲R$ قرار دارد، به طوری که دایره کوچک‌تر بر قطر AB از دایره بزرگ‌تر مماس است. مرکز دایره کوچک‌تر کمان $\widehat{AB}$ را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

- (۱) $\frac{۱}{۶}$
(۲) $\frac{۱}{۳}$
(۳) $\frac{۱}{۴}$
(۴) $\frac{۱}{۵}$

تالیفی حسین سعیدی

دایره گذرا بر نقطه $(۱, -۲)$ ، بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع آن کدام است؟

- (۱) ۱ و ۴
(۲) ۱ و ۵
(۳) ۲ و ۴
(۴) ۲ و ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

از نقطه $A(۳, ۱)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - ۲x + ۴y - ۴ = ۰$ رسم کرده‌ایم. اگر نقاط تماس با دایره T و T' و مرکز دایره O باشد، مساحت چهار ضلعی $OTAT'$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۶
(۳) ۳
(۴) ۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

یک دوزنقه قائم‌الزاویه به قاعده‌های ۲ و ۵ و ساق قائم ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل، کدام است؟

(۲) 38π

(۱) 36π

(۴) 40π

(۳) 39π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

دایره‌ای به مرکز $(-1, 2)$ و مماس بر خط به معادله $x - y = 1$ ، محور xها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(۲) ۱ و ۴

(۱) ۱ و ۳

(۴) ۱/۵ و ۴

(۳) ۲ و ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائمه ۲ و ۴ را حول وتر آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

(۲) $\frac{32\sqrt{5}}{15}\pi$

(۱) $\frac{16\sqrt{5}}{15}\pi$

(۴) $\frac{64\sqrt{5}}{15}\pi$

(۳) $\frac{8\sqrt{5}}{15}\pi$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

نقطه $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ وتری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(۲) $2, -4$

(۱) $3, -5$

(۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

(۳) $-1 \pm \sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

کدام گزینه دارای مثال نقض است؟

(۱) از دوران یک خط حول خط دیگری سطح مخروطی ایجاد می‌شود.

(۲) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین قطرهای بیضی بر هم عمودند.

(۳) خروج از مرکز بیضی بین صفر و ۱ است.

(۴) اگر صفحه‌ای عمود بر محور سطح مخروطی آن را قطع کند و از رأس نگذرد، سطح مقطع یک دایره است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

خروج از مرکز یک بیضی که قطر کوچک آن با فاصله کانونی آن برابر باشد کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

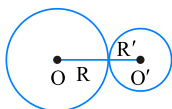
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵



گزینه ۴

۱

دو دایره با مرکزهای O و O' و شعاع‌های R و R' مماس بیرون‌اند اگر و تنها اگر داشته باشیم $|OO'| = R + R'$. در آغاز با دسته‌بندی معادله‌ها، مرکز و شعاع هر دایره را می‌یابیم:



$$x^2 + y^2 + 2x = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 1 + y^2 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} O = (-1, 0) \\ R = \sqrt{1} = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0 \Rightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + a = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 - a \Rightarrow \begin{cases} O' = (1, -2) \\ R' = \sqrt{5-a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |OO'| = \sqrt{(-1-1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{5} \\ R + R' = 1 + \sqrt{5-a} \end{cases} \xrightarrow{|OO'| = R + R'} \sqrt{5} = 1 + \sqrt{5-a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5-a} = 4 \Rightarrow 5-a = 16 \Rightarrow a = -11$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

گزینه ۴

۲

$$\text{می‌دانیم: } BF = BF' = B'F = B'F' = a \Rightarrow P_{BF B'F'} = \frac{a}{2}$$

$$\text{می‌دانیم: } BA^2 = BO^2 + OA^2 \Rightarrow BA^2 = b^2 + a^2$$

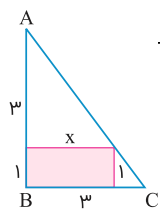
$$\Rightarrow BA = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow P_{BAB'A'} = \frac{a}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت دو محیط: } \frac{a \sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 + \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 + 1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{2 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{2 - \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$$

تالیفی مجید قهرمانی

برای به دست آوردن طول مستطیل از قضیه تالس استفاده می‌کنیم:



$$\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{x}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

با دوران شکل حاصل حول پاره خط AB، یک مخروط به دست می‌آید که از درون آن یک استوانه خارج شده است. پس حجم استوانه را از حجم مخروط کم می‌کنیم:

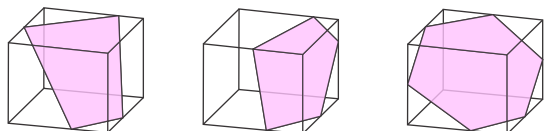
$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi (3)^2 (4) = 12\pi$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{9}{4}\right)^2 (1) = \frac{81}{16}\pi$$

$$\Rightarrow \text{حجم شکل حاصل} = 12\pi - \frac{81}{16}\pi = \frac{192 - 81}{16}\pi = \frac{111\pi}{16}$$

تالیفی محمد امین نباخته

باتوجه به شکل‌های زیر، در برش یک مکعب با یک صفحه دوزنقه، پنج ضلعی و شش ضلعی ایجاد می‌شود:



مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۴۱۳۹۶

چون خط $x + 2y = 0$ بر دایره عمود است، مرکز دایره روی این خط قرار دارد، پس $O = (-2\beta, \beta)$ ، حال چون دایره بر خط l_1 مماس است و از نقطه A هم می‌گذرد، مرکز دایره از خط l و نقطه A به یک فاصله است و داریم:

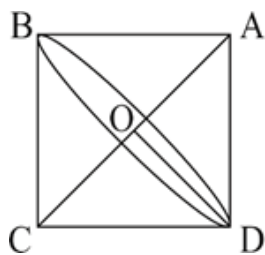
$$|OA| = |OH| \Rightarrow \sqrt{(-2\beta - 1)^2 + (\beta - 2)^2} = \frac{|-2\beta - \beta - 1|}{\sqrt{1+1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5\beta^2 + 5} = \frac{|3\beta + 1|}{\sqrt{2}} \Rightarrow 5\beta^2 + 5 = \frac{9\beta^2 + 6\beta + 1}{2}$$

$$\Rightarrow 10\beta^2 + 10 = 9\beta^2 + 6\beta + 1 \Rightarrow \beta^2 - 6\beta + 9 = 0 \Rightarrow (\beta - 3)^2 = 0$$

$$\beta = 3 \xrightarrow{R=|OH|} R = \frac{|-6 - 3 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد



می‌دانیم:

$$AO = \frac{1}{\sqrt{2}}, OD = \frac{1}{\sqrt{2}}, BO = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{مخروط بالا}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

به همین ترتیب:

$$V_{\text{مخروط پایین}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

درنتیجه داریم:

$$V_{\text{کل}} = 2 \times \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

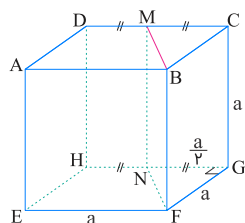
یال BF از مکعب زیر را در نظر می‌گیریم. نقطه‌ی موردنظر نمی‌تواند وسط یال‌های AE, FG, EF, BC و CG باشد، زیرا در این صورت صفحه‌ی گذرنده از BF و این نقطه، بر مکعب مماس می‌شود. ضمناً این نقطه نمی‌تواند وسط DH باشد، زیرا در این صورت، صفحه‌ی گذرنده از AB و این نقطه، صفحه‌ی قطری مکعب خواهد بود و حجم آن را نصف می‌کند که خلاف فرض است. پس فرض می‌کنیم نقطه‌ی موردنظر، نقطه‌ی M وسط یال CD است. (دقت کنید که برای یال‌های AD, EH, GH هم به همان نسبت یکسان، حجم‌ها تقسیم می‌شد). نقطه‌ی M را به نقطه‌ی N وسط HG وصل می‌کنیم. پس $MN \parallel BF$ و درنتیجه صفحه‌ی گذرنده از BF و M، از نقطه‌ی N هم می‌گذرد و مکعب را به دو منشور تقسیم می‌کند. حال اگر حجم کوچک‌تر را V_1 ، حجم بزرگ‌تر را V_2 و حجم مکعب را V فرض کنیم، داریم:

$$V = a^3$$

$$V_1 = S_{\triangle GFN} \times CG = \frac{1}{2}(a)\left(\frac{a}{2}\right)(a) = \frac{a^3}{4}$$

$$\Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{3a^3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

نقطه $M(2, 4)$ روی بیضی قرار دارد؛ پس مجموع فواصل آن از کانون‌ها برابر با $2a$ است و هر نقطه که مجموع فواصل آن از کانون‌ها کمتر از $2a$ باشد، داخل بیضی قرار دارد.

$$L = MF + MF' = \sqrt{(2-2)^2 + (4+2)^2} + \sqrt{(2+6)^2 + (4+2)^2} = 6 + 10 = 16$$

گزینه ۱: $A(-5, 5)$

$$\begin{aligned} AF + AF' &= \sqrt{(-5-2)^2 + (5+2)^2} + \sqrt{(-5+6)^2 + (5+2)^2} \\ &= 7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \simeq 12 \times 1/4 = 16/8 > 16 \end{aligned}$$

خارج بیضی

گزینه ۲: $B(-9, -2)$

$$\begin{aligned} BF + BF' &= \sqrt{(-9-2)^2 + (-2+2)^2} + \sqrt{(-9+6)^2 + (-2+2)^2} \\ &= 11 + 3 = 14 < 16 \end{aligned}$$

داخل بیضی

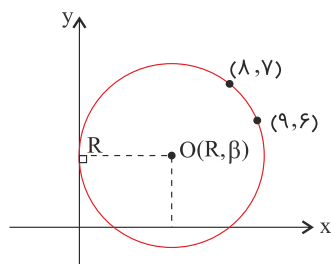
گزینه ۳: $C(4, 3)$

$$\begin{aligned} CF + CF' &= \sqrt{(4-2)^2 + (3+2)^2} + \sqrt{(4+6)^2 + (3+2)^2} \\ &= \sqrt{29} + \sqrt{125} \simeq 5/3 + 11/1 = 16/4 > 16 \end{aligned}$$

خارج بیضی

تالیفی حسین سعیدی

مطابق شکل داریم:



$$O = (R, \beta) \Rightarrow \text{دایره} : (x - R)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

$$(\lambda, \gamma) \in \text{دایره} \Rightarrow (\lambda - R)^2 + (\gamma - \beta)^2 = R^2$$

$$(9, 6) \in \text{دایره} \Rightarrow (9 - R)^2 + (6 - \beta)^2 = R^2$$

معادله دوم را از اولی کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow (\lambda - R)^2 + (\gamma - \beta)^2 - (9 - R)^2 - (6 - \beta)^2 = 0$$

$$\Rightarrow R^2 - 16R + 64 + \beta^2 - 14\beta + 49 - (R^2 - 18R + 81) - (\beta^2 - 12\beta + 36) = 0$$

$$\Rightarrow 2R - 2\beta - 4 = 0 \Rightarrow R - \beta - 2 = 0 \Rightarrow \beta = R - 2$$

$$\Rightarrow \text{دایره} : (x - R)^2 + (y - R + 2)^2 = R^2$$

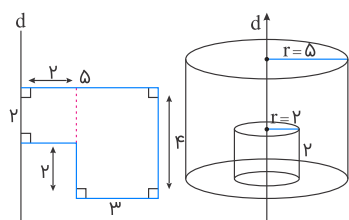
$$\xrightarrow{(\lambda, \gamma) \in \text{دایره}} (\lambda - R)^2 + (9 - R)^2 = R^2 \Rightarrow R^2 - 16R + 64 + R^2 - 18R + 81 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 34R + 145 = 0 \Rightarrow (R - 5)(R - 29) = 0 \Rightarrow R = 5 \text{ یا } R = 29$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره کوچکتر} = 5$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

حجم جسم حاصل برابر تفاضل دو استوانه به وجود آمده است.



$$\text{استوانه } V = h\pi(r)^2$$

$$\text{استوانه بزرگتر } V = 4\pi(5)^2$$

$$\text{استوانه کوچکتر } V = 4\pi(2)^2$$

$$V_{\text{جسم}} = 4\pi(25) - 4\pi(4) = 4\pi(25 - 4) = 92\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

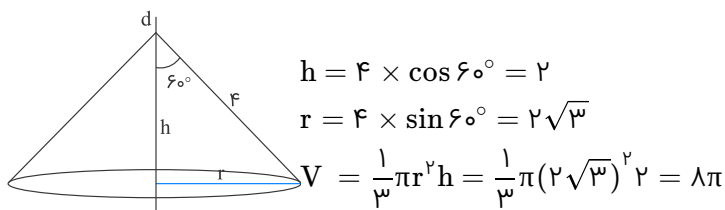
$$|MF| + |MF'| = 2a$$

$$|FF'| = 2c \Rightarrow 2\sqrt{5} = 2c \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$FF' \text{ وسط } w = \left(\frac{2 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5}}{2}, 0 \right) = (2, 0)$$

$$|wA| = a = |5 - 2| = 3 \Rightarrow 2a = 6$$

تالیفی سیروس نصیری



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$3AM - AN = 2(AM - AN + 1)$$

$$\Rightarrow 3AM - AN = 2AM - 2AN + 2 \Rightarrow AM + AN = 2$$

مجموع فواصل A از M و N (که فاصله‌شان برابر ۱ است) برابر مقدار ثابت ۲ شده است.

تالیفی سیروس نصیری

$$AB \text{ وسط } \omega = \left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2} \right) = (4, 3)$$

تالیفی سیروس نصیری

باتوجه به شکل، قطر نیم‌دایره بر طول مستطیل منطبق شده است. حال داریم:

نکته ۱: از دوران یک مستطیل حول طول خود یک استوانه به ارتفاعی برابر با طول مستطیل و شعاع قاعده‌ای برابر با عرض آن پدید می‌آید.

نکته ۲: از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن، یک کره با همان شعاع پدید می‌آید.

بنابراین باتوجه به این دو نکته، شکل ما یک استوانه می‌شود که از درون آن یک کره به شعاع $\frac{3}{2}$ خالی شده است، حجم جسم حاصل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_{\text{رنگی}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = \pi(2)^2 \times 5 - \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = 20\pi - \frac{9}{2}\pi = 15/2\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

شکل حاصل از دوران مستطیل بزرگتر، استوانه‌ای به شعاع قاعده $۶ = ۲ + ۴$ و ارتفاع ۲ است که استوانه‌ای به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ از آن جدا شده است. پس حجم آن برابر است با:

$$۲\pi((۴+۲)^۲ - ۲^۲) = ۶۴\pi$$

به همین ترتیب حجم شکل حاصل از دوران مستطیل کوچکتر برابر است با:

$$۱ \times \pi \left(\left(۳ + \frac{۱}{۲} + ۲ \right)^۲ - \left(۲ + \frac{۱}{۲} \right)^۲ \right) = ۲۴\pi$$

$$\text{حجم مورد نظر} = ۶۴\pi - ۲۴\pi = ۴۰\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

$$x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{را صدق می‌دهیم } (۰,۰)} c = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{را صدق می‌دهیم } (۲,۱)} ۴ + ۱ + ۲a + b = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{را صدق می‌دهیم } (۱,-۲)} ۱ + ۴ + a - ۲b = ۰$$

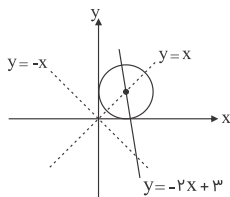
اکنون با معلوم بودن مقادیر a , b و c شعاع دایره برابر است با:

$$\xrightarrow{\times ۲} \begin{cases} ۴a + ۲b = -۱۰ \\ a - ۲b = -۵ \end{cases} \Rightarrow ۵a = -۱۵ \Rightarrow a = -۳, b = ۱$$

$$R = \frac{۱}{۲} \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲} \sqrt{(-۳)^۲ + (۱)^۲ - ۴(۰)} = \frac{۱}{۲} \sqrt{۱۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

شکل تقریبی رسم می‌کنیم:



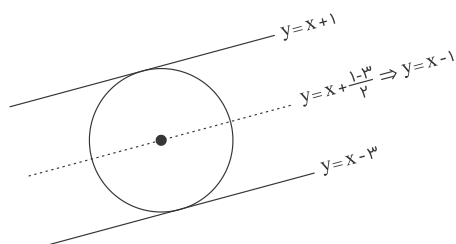
وقتی دایره‌ای بر محورهای مختصات مماس است، مرکز دایره یا بر $y = x$ یا بر $y = -x$ قرار دارد.

$$\begin{cases} y = -۲x + ۳ \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = -۲x + ۳ \Rightarrow x = y = ۱, R = ۱$$

$$\begin{cases} y = -۲x + ۳ \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -۲x + ۳ \Rightarrow x = ۳, y = -۳, R = ۳$$

کوچکترین شعاع $R = ۱$ است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶



$$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow O(2, 1)$$

$$2R = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-1 - 3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

مرکز دایره روی نیمساز ناحیه اول است، پس مختصات آن به صورت (x, x) است. فاصله مرکز دایره از نقطه $A(6, 3)$ و خط $y = 2x$ یکسان است، پس داریم:

$$\sqrt{(x - 6)^2 + (x - 3)^2} = \frac{|2x - x|}{\sqrt{4 + 1}} \Rightarrow (x - 6)^2 + (x - 3)^2 = \frac{x^2}{5} \Rightarrow 2x^2 - 18x + 45 = \frac{x^2}{5}$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 90x + 225 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{|x|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0 \Rightarrow O(1, -3) \quad , \quad R = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 36 + 24} = 4$$

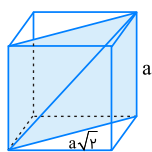
$$x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0 \Rightarrow O'(-2, -4) \quad , \quad R' = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 64 + 20} = 5$$

$$OO' = \sqrt{(1+2)^2 + (-3+4)^2} = \sqrt{10} \quad , \quad R + R' = 9 \quad , \quad |R - R'| = 1$$

$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow$ پس دو دایره متقاطع هستند

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

همان‌طوری که در شکل زیر نیز مشخص است، سطح مقطع یک مکعب به طول یال a و صفحه قطری آن، مستطیلی به طول اضلاع a و $a\sqrt{2}$ است. با توجه به مساحت مستطیل، اندازه a را محاسبه می‌کنیم.



بنابراین می‌توان نوشت:

$$a(a\sqrt{2}) = 9\sqrt{2} \Rightarrow a^2\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

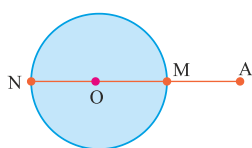
قطر مکعب به طول یال a برابر $a\sqrt{3}$ است (با دو بار استفاده از قضیه فیثاغورس ثابت می‌شود)، پس داریم:

$$a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

نکته: مطابق شکل کمترین فاصله نقطه A از دایره برابر با AM و بیشترین فاصله نقطه A از دایره برابر با AN است که از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$AM = |AO - R|, \quad AN = AO + R$$



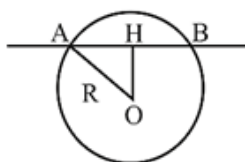
طبق نکته فوق داریم:

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0 \Rightarrow O(3, 2), \quad R = \sqrt{\frac{36 + 16 - 36}{4}} = 2$$

$$|OA| = \sqrt{(3+1)^2 + (2-5)^2} = 5$$

$$\text{فاصله کمترین} = AM = |OA - R| = 5 - 2 = 3$$

تالیفی جعفر میکائیلی



$$x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$$

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow O(-3, 1)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 6c} = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 - 6} = 2 \Rightarrow R = 2$$

$$OH = \frac{|1 + 2a - 2|}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{|2a - 1|}{\sqrt{1 + a^2}} \quad y - ax - 2 = 0$$

$$AB = 2 \Rightarrow AH = 1$$

$$\Rightarrow (AH)^2 + (OH)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{R^2 - (AH)^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

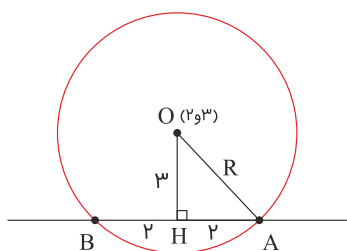
$$\Rightarrow \frac{|2a - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} = \sqrt{3} \Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 = 3a^2 + 3$$

$$a^2 - 4a - 2 = 0$$

$$\Delta = 16 + 8 = 24$$

$$a = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{6}$$

از مرکز دایره بر خط l عمود می‌کنیم. مطابق شکل، داریم:



$$|OH| = \frac{|\lambda(2) + 15(3) - 10|}{\sqrt{\lambda^2 + 15^2}} = \frac{51}{17} = 3$$

$$R^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

$$\Rightarrow \text{دایره} : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

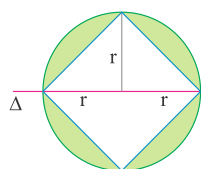
برای یافتن محل برخورد دایره با محور y ها، مقدار x را در معادله دایره، برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$(0 - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13 \Rightarrow (y - 3)^2 = 9 \Rightarrow y - 3 = \pm 3 \Rightarrow y_1 = 6, \quad y_2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{طول وتر حاصل} : (0, 6), (0, 0) \Rightarrow 6$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

از حجم کره ایجادشده حجم دو مخروط حاصل از دوران دو مثلث قائم‌الزاویه را کم می‌کنیم:



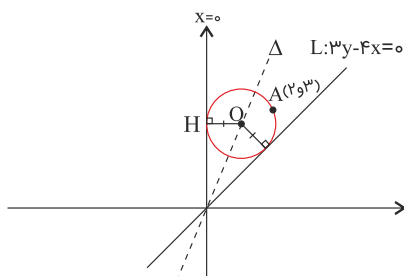
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 - 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r\right) = \frac{2}{3}\pi r^3$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

نکته: چون دایره بر دو خط متقاطع $L: -4x + 3y = 0$ و $L': x = 0$ مماس است، مرکز آن روی نیمساز زاویه بین آن‌ها قرار دارد. پس ابتدا معادله نیمساز را می‌یابیم:

$$\frac{|-4x + 3y|}{\sqrt{16 + 9}} = |x| \Rightarrow |-4x + 3y| = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} -3x + y = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

حال باتوجه به مختصات نقطه A ، مرکز دایره باید روی خط $\Delta: -3x + y = 0$ قرار داشته باشد، پس $O(\alpha, 3\alpha)$ ، از طرف دیگر، چون دایره بر محور y مماس است، $R = \alpha$ و داریم:

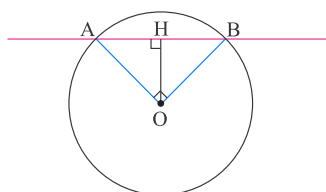


$$\text{دایره: } (x - \alpha)^2 + (y - 3\alpha)^2 = \alpha^2$$

$$\xrightarrow{(2, 3) \in \text{دایره}} (2 - \alpha)^2 + (3 - 3\alpha)^2 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + 9\alpha^2 - 18\alpha + 9 = \alpha^2$$

$$\Rightarrow 9\alpha^2 - 22\alpha + 13 = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \text{ یا } \alpha = \frac{13}{9} \Rightarrow R = 1 \text{ یا } R = \frac{13}{9}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره بزرگتر} = \frac{13}{9}$$



در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین OAB داریم: $r = OA = \sqrt{2}OH$
پس ابتدا مرکز دایره را می‌یابیم:

$$O(-3, 1)$$

$$OH = \frac{|-15 - 12 + 1|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{26}{13} = 2 \Rightarrow r = 2\sqrt{2}$$

باتوجه به معادله دایره، شعاع برابر است با:

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{36 + 4 - 4k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{40 - 4k} = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow 40 - 4k = 32 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2$$

تالیفی حسین سعیدی

فاصله کانون‌های $F(2, 7)$ و $F'(2, -1)$ برابر $2c$ است.

$$2c = |FF'| = |7 - (-1)| = 8 \Rightarrow c = 4$$

قطر کوچک برابر ۶ است، پس:

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

در بیضی رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ برقرار است.

$$a^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0.8$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

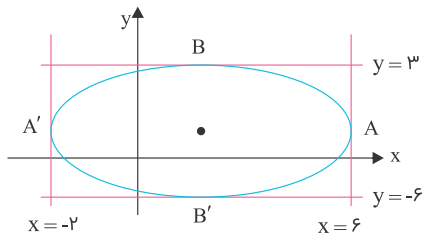
نقاط $A(-2, 1)$ و $A'(6, 1)$ دو رأس کانونی بیضی هستند. عرض‌های این دو رأس مساوی‌اند پس هذلولی افقی است.

$$o = \frac{A + A'}{2} = (2, 1), 2a = AA' = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = \sqrt{3}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow b = 2$$

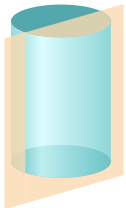
پس شکل این بیضی به صورت زیر است:



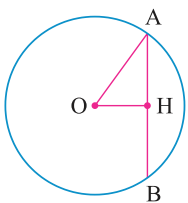
و خطوط $x = -2$ و $x = 6$ و $y = -1$ و $y = 3$ بر این بیضی مماس‌اند.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

سطح مقطع حاصل از تقاطع صفحه‌ای موازی محور استوانه با آن یک مستطیل است. برای به دست آوردن ابعاد مستطیل می‌دانیم که اندازه یک ضلع مستطیل همان ارتفاع استوانه است و برای به دست آوردن طول ضلع دیگر مطابق شکل نتیجه می‌شود که:



اگر از بالا به استوانه و صفحه موردنظر نگاه کنیم، فاصله OH توسط خود مسئله $OH = 1$ داده شده و شعاع قاعده استوانه هم $OA = 3$ است، پس با استفاده از قاعده فیثاغورس می‌توانیم AH را به دست آوریم و چون مثلث‌های OAH و OBH همنهشت هستند، $AH = BH$ و در نتیجه $AB = 2AH$.



$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow 3^2 = 1^2 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = 8 \Rightarrow AH = \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}, S = 4\sqrt{2} \times 4 = 16\sqrt{2}$$

تالیفی محمدجواد محسنی

چون دایره بر دو خط موازی $y = 2x$ و $y = 2x + 10$ مماس است؛ پس مرکز آن روی خط $y = 2x + 5$ (وسط این دو خط) قرار دارد و شعاع دایره برابر نصف فاصله این دو خط است.

$$\text{فاصله دو خط} = \frac{|10 - 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow R = \sqrt{5}$$

چون دایره از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس فاصله مبدأ از مرکز دایره برابر R است.

$$R = \sqrt{x^2 + (2x + 5)^2} \Rightarrow \sqrt{5} = \sqrt{5x^2 + 20x + 25} \\ \Rightarrow 5(x^2 + 4x + 5) = 25 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 2(-2) + 5 = 1 \\ \text{مرکز دایره} = (-2, 1)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

$$2(x-1)^2 + 2(y-1)^2 = 4 \xrightarrow{\div 2} (x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{4}{2}$$

$$O(1, 1), \quad R = \sqrt{\frac{4}{2}} \simeq 1/9$$

دو نقطه $F(1, 3)$ و $F'(1, -1)$ را کانون‌های بیضی در نظر می‌گیریم. در نتیجه بیضی به صورت قائم است.

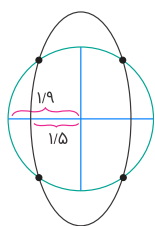
$$FF' = 3 - (-1) = 4 = 2c \Rightarrow c = 2$$

فرض کنیم نقطه M بر روی دایره قرار دارد. پس:

$$|MF| + |MF'| = 4 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 2^2 = \frac{4}{4} \Rightarrow b = \frac{2}{2} = 1$$

حال شکل را رسم می‌کنیم:

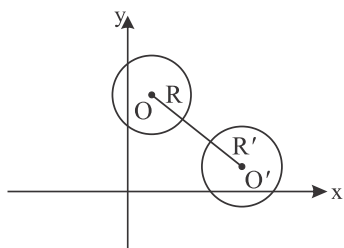


باتوجه به شکل، دایره و بیضی ۴ نقطه تقاطع دارند.

تألیفی سیروس نصیری

$$O = (1, 4), R = \frac{\sqrt{4 + 64 - 60}}{2} = \sqrt{2}$$

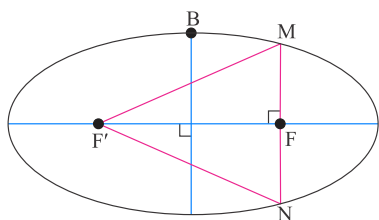
$$O' = (4, 1), R' = \frac{\sqrt{64 + 4 - 60}}{2} = \sqrt{2}, OO' = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$



باتوجه به شکل، بیشترین فاصله بین دو دایره برابر $OO' + R + R'$ است:

$$3\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

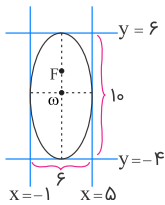


$$|MN| = \frac{2b^2}{a}, 2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$S(F'MN) = \frac{1}{2} \times 2c \times \frac{2b^2}{a} = \frac{c}{a} \times 2b^2 = e \times 2b^2$$

$$S(F'MN) = \frac{1}{3} \times 2(1)^2 = \frac{2}{3}$$

تالیفی سیروس نصیری



$$\left. \begin{aligned} 2a = 10 &\Rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 &\Rightarrow b = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = 4$$

پس:

$$F(5, 4), \quad O(5, 1)$$

تالیفی سیروس نصیری

ابتدا به m دو مقدار دلخواه می‌دهیم تا معادله دو قطر پیدا شود و از محل تلاقی آن‌ها مختصات مرکز به‌دست آید:

$$(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$$

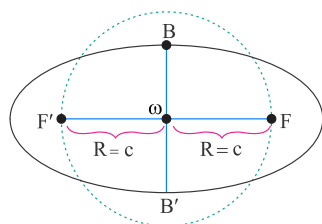
$$\begin{aligned} m = 0 &\Rightarrow \begin{cases} 2y + x + 1 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -1, x = 1 \Rightarrow O(1, -1) \\ m = -1 &\Rightarrow \end{aligned}$$

فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر آن برابر با شعاع دایره است:

$$\begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ O(1, -1) \end{cases} \Rightarrow R = OH = \frac{|3 - 1 - 1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases} R = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ O(1, -1) \end{cases} \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{10} \quad \text{معادله دایره}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵



بیشترین مساحت، مساحت مثلث FBF' است زیرا بیشترین ارتفاع را دارد.

$$(2x + 2)^2 + (2y - 4)^2 = 12 \Rightarrow 2^2(x + 1)^2 + 2^2(y - 2)^2 = 12$$

$$\xrightarrow{\div 4} (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$$

$$O(-1, 2), R = \sqrt{3} = c, 2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$S(\triangle FBF') = \frac{1}{2} \times b \times 2c = b \times c = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

تالیفی سیروس نصیری

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow O(-2, 5), R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 100 + 28} = \frac{1}{2} \sqrt{144} = 6$$

چون دایره مطلوب با دایره داده شده مماس خارج هستند، پس باید شرط $OO' = R + R'$ برقرار باشد. بنابراین داریم:

$$O'(-6, -1), O(-2, 5)$$

$$\Rightarrow OO' = \sqrt{(-6 + 2)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow 10 = 6 + R' \Rightarrow R' = 4$$

$$\Rightarrow \text{معادله دایره مطلوب: } (x - 6)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x + 2y + 21 = 0$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$$

$$O(-1, 3)$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 - 2c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4 + 36 - 4} = 3$$

فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع دایره است.

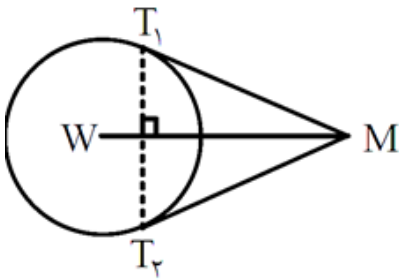
$$\begin{cases} 3x + 4y - a + 1 = 0 \\ O(-1, 3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow OH = R = \frac{|-3 + 12 - a + 1|}{\sqrt{9 + 16}} = 3 \Rightarrow |a - 10| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 10 = 15 \Rightarrow a = 25 \\ a - 10 = -15 \Rightarrow a = -5 \end{cases}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

چون MW بر T_۱T_۲ عمود است، پس شیب MW را به دست می‌آوریم و قرینه و معکوس می‌کنیم:



$$\left. \begin{matrix} M = (-6, 2) \\ W = (1, -2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow m_{MW} = \frac{2 + 2}{-6 - 1} = -\frac{4}{7}$$

$$m_{T_1T_2} = \frac{7}{4} \text{ پس:}$$

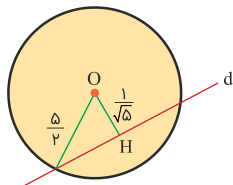
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

برای مشخص کردن وضعیت یک خط با دایره کافی است فاصله مرکز دایره را تا آن خط یافته و با شعاع دایره مقایسه کنیم؛ پس داریم:

$$x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow O\left(\frac{3}{2}, -1\right), R = \sqrt{\frac{9 + 4 + 12}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$d: 2x - y - 3 = 0 \Rightarrow OH = \frac{|3 + 1 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\Rightarrow OH < R \Rightarrow$ خط و دایره متقاطع اند



تالیفی جعفر میکائیلی

$$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8 \Rightarrow O(-2, 2), R = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 - 4y + k = 0 \Rightarrow O'(0, 2), R' = \sqrt{\frac{16 - 4k}{4}} = \sqrt{4 - k}$$

$$d = OO' = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

دو دایره مماس داخل اند؛ بنابراین $d = |R - R'|$ پس داریم:

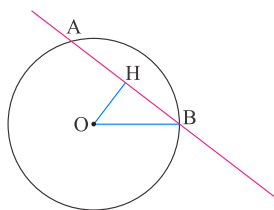
$$2\sqrt{2} = |\sqrt{4 - k} - 2\sqrt{2}| \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2} = \sqrt{4 - k} - 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{4 - k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{4 - k} = 4\sqrt{2} \Rightarrow 4 - k = 32 \Rightarrow k = -28 \\ \sqrt{4 - k} = 0 \Rightarrow 4 - k = 0 \Rightarrow k = 4 \end{cases}$$

$k = 16$ غیر قابل قبول است، زیرا $R' = 0$ می شود.

تالیفی جعفر میکائیلی

مطابق شکل، فاصله مرکز تا خط را به دست می‌آوریم و سپس در مثلث OHB از فیثاغورس استفاده می‌کنیم.



$$OH = \frac{|\omega(1) + 12(1) - 4|}{\sqrt{\omega^2 + 12^2}} = 1$$

$$\text{از طرفی: } HB = \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$$

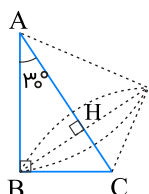
$$OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow OB = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = 2$$

تالیفی امیر خمسه

فصل مشترک یک صفحه با یک سطح مخروطی، هیچ‌گاه دو خط موازی نمی‌شود.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

مطابق شکل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC حول وتر AC، دو مخروط پدید می‌آید که ارتفاع وارد بر وتر (BH)، شعاع قاعده این دو مخروط است.



طول ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است. پس طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AC = 8 \Rightarrow BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$BC^2 = AC \cdot CH \Rightarrow 16 = 8 \times CH$$

$$\Rightarrow CH = 2 \Rightarrow AH = 8 - 2 = 6$$

$$BH^2 = AH \cdot CH = 2 \times 6 = 12$$

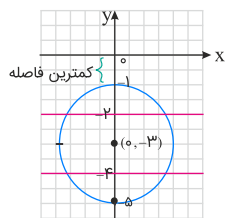
مجموع حجم دو مخروط برابر است با:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi(BH)^2 \times AH + \frac{1}{3}\pi(BH)^2 \times CH \\ &= \frac{\pi}{3} \times 12 \times 6 + \frac{\pi}{3} \times 12 \times 2 \\ &= 24\pi + 8\pi = 32\pi \end{aligned}$$

معادله دایره را استاندارد می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + (y + 3)^2 - 9 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + (y + 3)^2 = 4$$

دایره‌ای به مرکز $(0, -3)$ و شعاع ۲ داریم. اگر $M(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره باشد، در این صورت $\sqrt{x^2 + y^2}$ فاصله این نقطه تا مبدأ مختصات است. کمترین مقدار $\sqrt{x^2 + y^2}$ برابر با کمترین فاصله نقاط روی دایره تا مبدأ مختصات می‌شود که باتوجه به شکل برابر با ۱ واحد است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5 \Rightarrow O(1, -2), R = \sqrt{5}$$

$$x^2 + y^2 + 2y = 0 \Rightarrow O'(0, -1), R' = \frac{1}{\sqrt{c}} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{\sqrt{c}} \sqrt{4} = 1$$

$$d = OO' = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{5} - 1 < \sqrt{2} < \sqrt{5} + 1$$

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

برای به دست آوردن مختصات مرکز بیضی داریم:

$$\begin{cases} F = (6, -3) \\ F' = (-2, -3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_O = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \\ y_O = \frac{-3 + (-3)}{2} = -3 \end{cases} \Rightarrow O = (2, -3)$$

از مقایسه مختصات نقاط N و O درمی یابیم که رأس غیرکانونی بیضی است و مقدار b برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned} O &= (2, -3) \\ N &= (2, -6) \Rightarrow b = \sqrt{(2-2)^2 + (-3+6)^2} = 3 \Rightarrow b = 3 \end{aligned}$$

از طرفی می دانیم مجموع فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن برابر است با ۲a، پس داریم:

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} N(2, -6) \\ F'(-2, -3) \\ F(6, -3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a = \sqrt{(2+2)^2 + (-6+3)^2} + \sqrt{(6-2)^2 + (-3+6)^2} \\ &\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

حال اگر ۲ واحد به فاصله مرکز از نقطه N (b) اضافه شود، b برابر با a خواهد شد و گزینه ۱ صحیح است.

بررسی سایر گزینه ها:

۲) هرچه $e \rightarrow 0$ میل کند، بیضی به دایره نزدیک تر است. (گویی a ثابت است و $c \rightarrow 0$ میل می کند)

۳) اندازه کسینوس زاویه (حاده) بین خط گذرنده از رأس غیرکانونی و کانونی، همان خروج از مرکز بیضی است. ($\theta < 90^\circ$)

۴) هر چقدر $e \rightarrow 1$ میل کند، بیضی کشیده تر می شود.

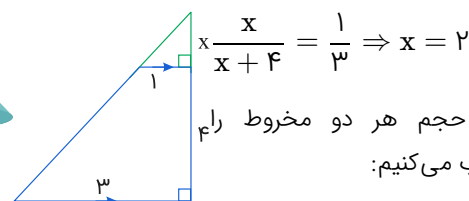
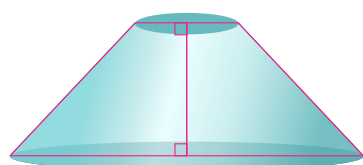
تالیفی مهدی ملارمضانی

شکل به دست آمده به صورت زیر است:

شکل به دست آمده یک مخروط است که یک مخروط کوچک تر از بالای آن برداشته شده است.

اول با کمک قضیه تالس، ارتفاع مخروط کوچک را

حساب می کنیم:



$$x \frac{x}{x+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3}$$

$$V' = \frac{1}{3} \pi r'^2 h' :$$

پس حجم جسم مورد نظر برابر است با:

$$V - V' = 18\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{52}{3}\pi$$

تالیفی علی شهبابی فراهانی

گام اول

الف) هرگاه خطی بر یک دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.

ب) اگر معادله گسترده دایره‌ای را به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در نظر بگیریم آنگاه مختصات مرکز این دایره برابر با $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ و

شعاع آن برابر با $R = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2 - c}$ است.

ج) هرگاه دو منحنی بر هم مماس باشند، معادله تلاقی آن‌ها ریشه مضاعف خواهد داشت.

گام دوم

روش اول:

باتوجه به گام اول، مرکز این دایره نقطه $(1, -2)$ و شعاع آن برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(-\frac{2}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - a} = \sqrt{1 + 4 - a} = \sqrt{5 - a}$$

ازطرفی فاصله نقطه $(1, -2)$ از خط $x + 3y = 0$ برابر است با:

$$R = \frac{|1 + 3(-2)|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

بنابراین داریم:

$$\sqrt{5 - a} = \frac{5}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5 - a = \frac{25}{10} \Rightarrow 50 - 10a = 25$$

$$\Rightarrow 10a = 25 \Rightarrow a = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

روش دوم:

باتوجه به قسمت ج) از گام اول، باید معادله تلاقی خط و دایره، ریشه مضاعف داشته باشد. داریم:

$$x + 3y = 0 \Rightarrow x = -3y \quad (I)$$

با جایگذاری رابطه I در معادله دایره، به یک معادله درجه دو برحسب y می‌رسیم که ریشه مضاعف دارد.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0 \xrightarrow{I} (-3y)^2 + y^2 - 2(-3y) + 4y + a = 0$$

$$\Rightarrow 9y^2 + y^2 + 6y + 4y + a = 0 \Rightarrow 10y^2 + 10y + a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 100 - 4(10)a = 0 \Rightarrow 100 - 40a = 0 \Rightarrow 40a = 100 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

$$a = 3, ax^2 + 3y^2 + bx + cy = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + \frac{b}{3}x + \frac{c}{3}y = 0$$

$$\text{مرکز دایره: } O(-1, 1) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{6} = -1 \Rightarrow b = 6 \\ -\frac{c}{6} = 1 \Rightarrow c = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$$

$$\text{بیشترین فاصله بین دو نقطه از دایره} = 2R = 2 \times \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

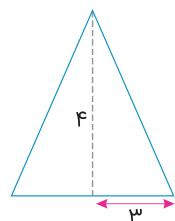
$$2c = 4e \Rightarrow c = 2e = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$F = (2 + \sqrt{3}, 1), \quad F' = (2 - \sqrt{3}, 1) \quad \text{بیضی افقی است}$$

که فقط F در گزینه ها است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶

صفحه موازی محور مخروط، زمانی بیشترین سطح مقطع را خواهد داشت که گذرنده از خود محور باشد. اگر این سطح مقطع را از روبه رو نگاه کنیم، شاهد یک مثلث متساوی الساقین به شکل زیر هستیم:
در نتیجه ارتفاع این مثلث ۴ واحد و قاعده آن ۶ واحد است.



$$S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

اما برای بزرگترین سطح مقطع ممکن از صفحه عمود بر محور مخروط، زمانی به مطلوب مسئله می‌رسیم که سطح مقطع، خود دایره قاعده مخروط شود. پس کافی است مساحت دایره‌ای به شعاع ۳ واحد را حساب کنیم:

$$S_2 = \pi r^2 = 9\pi$$

حال تست حاصل $S_1 S_2$ را خواسته است:

$$S_1 S_2 = 12 \times 9\pi = 108\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

گام اول

در یک دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، نقطه $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ مرکز دایره می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

گام دوم

برای مشخص کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس فاصله میان مرکز دو دایره (طول خط‌المركزین) را با دو مقدار $R_1 + R_2$ و $|R_1 - R_2|$ مقایسه می‌کنیم.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 13 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 13 = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_1\left(-\frac{-2}{1}, -\frac{4}{1}\right) \Rightarrow O_1(2, -4)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_1 = \sqrt{\left(-\frac{2}{1}\right)^2 + \left(\frac{4}{1}\right)^2 + 13} = \sqrt{4 + 16 + 13} = \sqrt{33} = \sqrt{33}$$

$$x^2 + y^2 + 2x = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_2\left(-\frac{2}{1}, -\frac{0}{1}\right) \Rightarrow O_2(-1, 0)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_2 = \sqrt{\left(\frac{2}{1}\right)^2 + 0 + 1} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

بنابراین داریم:

$$O_1O_2 = \sqrt{(-1-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$R_1 + R_2 = \sqrt{33} + \sqrt{5} = \sqrt{33} + \sqrt{5}$$

$$|R_1 - R_2| = \left| \sqrt{33} - \sqrt{5} \right| = \sqrt{33} - \sqrt{5}$$

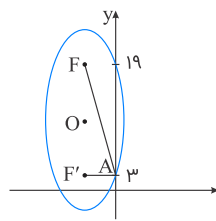
بنابراین $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$ است و دو دایره نسبت به هم مماس داخل هستند.

به دلیل اینکه بیضی عمودی است، کانون‌ها و مرکز هم‌طول هستند.

$$\text{مرکز } O(-6, \frac{19+3}{2}) = (-6, 11) \Rightarrow F'(-6, 3)$$

$$FF' = 2c = 16 \Rightarrow c = 8$$

نقطه $A(0, 3)$ یک نقطه روی بیضی است، پس داریم:



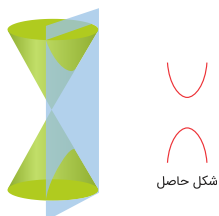
$$\begin{aligned} AF + AF' &= 2a \\ AF' &= 6 \\ AF^2 &= FF'^2 + AF'^2 \Rightarrow AF = \sqrt{(16)^2 + (6)^2} \\ \Rightarrow AF &= \sqrt{292} = 2\sqrt{73} \\ AF + AF' &= 6 + 2\sqrt{73} = 2a \end{aligned}$$

طول قطر بزرگ برابر است با:

$$2a = 6 + 2\sqrt{73}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مقطع حاصل یک هذلولی است.



تالیفی عزیزالله علی اصغری

در شکل (۱)، BC قطر وجه و AB ضلع عمود بر آن است. پس $AB \perp BC$ و این هم یعنی مثلث ABC قائم‌الزاویه است و داریم:

$$BC = \sqrt{a^2 + a^2} \xrightarrow{a=2} BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{AB=2} S \text{ قائم‌الزاویه} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

و در شکل (۲) سطح مقطع، مستطیلی است که یک ضلعش قطر وجه مکعب است و دیگری ضلع مکعب.

$$\text{قطر وجه مکعب} = a\sqrt{2} \Rightarrow S = a\sqrt{2} \times a = a^2\sqrt{2} \xrightarrow{a=2} 4\sqrt{2}$$

$$\text{نسبت خواسته‌شده} : \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

تالیفی مهدی ملازمضانی

MF' نصف وتر کانونی است.

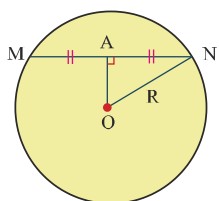
$$S_1 = S(\triangle F'FM) = \frac{1}{2} \times 2c \times \frac{b^2}{a} = \frac{cb^2}{a} = eb^2$$

$$S_2 = S(\triangle B'FF') = \frac{1}{2} \times 2c \times b = cb$$

$$S_1 + S_2 = cb + eb^2 = b(c + eb)$$

تالیفی سیروس نصیری

می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط یک وتر وصل کنیم بر آن وتر عمود می‌شود؛ پس داریم:



$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10 \Rightarrow O(2, 4), R = \sqrt{10}$$

$$|OA| = \sqrt{(1-2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{5}$$

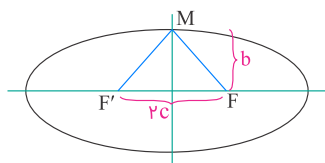
$$\triangle OAN : ON^2 = OA^2 + AN^2 \Rightarrow 10 = 5 + AN^2$$

$$\Rightarrow AN^2 = 5 \Rightarrow AN = \sqrt{5} \Rightarrow MN = 2\sqrt{5}$$

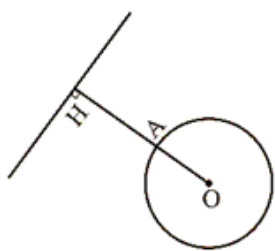
تالیفی جعفر میکائیلی

چون قاعده مثلث یعنی فاصله F' و F برابر عدد ثابت $2c$ است، مساحت مثلث زمانی ماکزیمم می‌گردد که ارتفاع مثلث حداکثر باشد و این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که M روی B یا B' باشد.

$$S_{\max} = \frac{1}{2} (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}) = \frac{1}{2} (2c) b = bc$$



تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان



$$AH = OH - R$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0, O(2, 1)$$

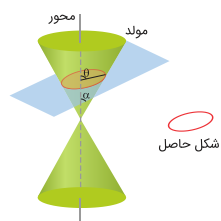
$$R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 - 4} = 2$$

$$\begin{cases} 3y - 4x - 12 = 0 \\ O(2, 1) \end{cases} \Rightarrow OH = \frac{|3 - 8 - 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{17}{5}$$

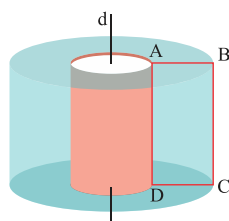
$$\Rightarrow AH = \frac{17}{5} - 2 = \frac{7}{5}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

باتوجه به شکل زیر می‌دانیم اگر صفحه غیرموازی مولد و $90^\circ > \theta > \alpha$ باشد، سطح مقطع بیضی ظاهر می‌شود.



تالیفی عزیزالله علی اصغری



شکل حاصل در اثر این دوران یک استوانه است که استوانه‌ای از آن جدا شده است. پس صفحه عمود بر خط d ، سطح مقطع $ABCD$ را از شکل جدا می‌کند:

بنابراین مساحت جداشده برابر است با:

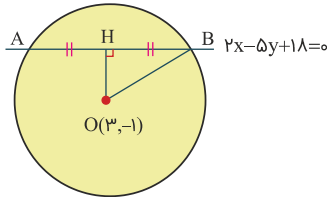
$$\pi(5)^2 - \pi(2)^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi$$

سطح مقطع صفحه شامل خط d ، دو برابر مساحت مستطیل $ABCD$ است، یعنی $2(2 \times 6) = 24$.

$$\frac{24}{21\pi} = \frac{12}{7\pi}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

مرکز دایره را داریم، پس باید شعاع دایره را بیابیم. می‌دانیم اگر از مرکز دایره بر یک وتر عمود کنیم آن وتر را نصف می‌کند، پس داریم:



$$AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

حال فاصله مرکز دایره از خط $2x - 5y + 18 = 0$ را محاسبه می‌کنیم:

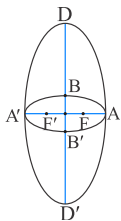
$$OH = \frac{|2 \times 3 - 5 \times (-1) + 18|}{\sqrt{4 + 25}} = \sqrt{29}$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویه OHB داریم:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = (\sqrt{29})^2 + 3^2 = 38 \Rightarrow R = \sqrt{38}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

در بیضی اولیه (کوچک) قطر بزرگ را $2a$ ، قطر کوچک $2b$ و فاصله کانونی را $2c$ می‌نامیم و در بیضی جدید (بزرگ) قطر بزرگ را $2a'$ ، قطر کوچک $2b'$ و فاصله کانونی را $2c'$ می‌نامیم.



باتوجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{aligned} c' &= b \\ b' &= a \\ a'^2 &= b'^2 + c'^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a'^2 = a^2 + b^2 = a^2 + a^2 - c^2 = 2a^2 - c^2$$

$$\text{خواسته مسئله} = \frac{2a'}{2a} = \frac{a'}{a} = \sqrt{\frac{2a^2 - c^2}{a^2}} = \sqrt{2 - \left(\frac{c}{a}\right)^2} = \sqrt{2 - e^2}$$

تالیفی حسین سعیدی

باتوجه به شکل: $b = ۳$, $c = ۴$
می‌دانیم $a^۲ = b^۲ + c^۲$ ، بنابراین:

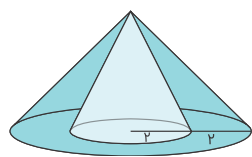
$$a^۲ = ۹ + ۱۶ \Rightarrow a = ۵$$

مساحت مثلث $A'BF$ برابر است با:

$$S_{A'BF} = \frac{\overbrace{OB}^b \times \overbrace{FA'}^{a+c}}{۲} = \frac{۳(۵+۴)}{۲} = \frac{۲۷}{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

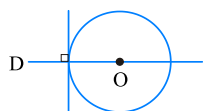
حجم جسم تفاضل بین دو مخروط ساخته شده است که ارتفاع هر دو برابر با ۴ و شعاع قاعده آن‌ها ۲ و ۴ است.



$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{۳} \times \pi r_1^۲ h = \frac{1}{۳} \times \pi \times ۲^۲ \times ۴ = \frac{۱۶\pi}{۳} \\ V_۲ &= \frac{1}{۳} \times \pi r_۲^۲ h = \frac{1}{۳} \times \pi \times ۴^۲ \times ۴ = \frac{۶۴\pi}{۳} \\ V_۲ - V_1 &= \frac{۶۴\pi}{۳} - \frac{۱۶\pi}{۳} = ۱۶\pi \end{aligned}$$

تالیفی سیروس نصیری

باتوجه به آنکه خط به معادله $۳x + ۲y = a$ بر خط مماس بر دایره عمود است، پس این خط قائم بر دایره بوده و در نتیجه از مرکز دایره عبور می‌کند.

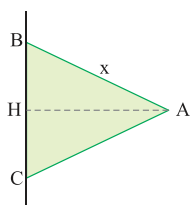


پس مختصات مرکز دایره در معادله خط صدق می‌کند:

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + y = ۱ \xrightarrow{\text{مرکز}} O(1, -\frac{1}{۲})$$

$$۳(1) + ۲(-\frac{1}{۲}) = a \Rightarrow a = ۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶



باتوجه به تعریف سینوس داریم:

$$\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{AH}{x} \Rightarrow AH = \frac{x}{3}$$

در ضمن از رابطه فیثاغورس داریم:

$$BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow BH^2 + \frac{x^2}{9} = x^2$$

$$BH^2 = \frac{8x^2}{9} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{2}x}{3}$$

حجم حاصل از دوران کل شکل دو برابر حجم حاصل از دوران مثلث ABH می‌باشد، پس:

$$V = 2 \times \frac{\pi}{3} r^2 h \Rightarrow \frac{32\sqrt{2}\pi}{3} = 2 \times \frac{\pi}{3} \times \frac{x^2}{9} \times \frac{2\sqrt{2}x}{3} \Rightarrow x^3 = 8 \times 27 \Rightarrow x = 6$$

تالیفی عباس حسینی

$$f = x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$$

باید نقطه خارج از دایره قرار بگیرد، یعنی $f(A) > 0$ باشد.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0 \xrightarrow{f(\alpha, -1) > 0} \alpha^2 + (-1)^2 - 2\alpha + 4(-1) > 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 3 > 0 \Rightarrow (\alpha - 3)(\alpha + 1) > 0$$

$$\Rightarrow \alpha > 3 \text{ یا } \alpha < -1 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R} - [-1, 3]$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$(x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۴ \Rightarrow O(۲, -۳), R = \sqrt{۴} = ۲$$

$$x^۲ + y^۲ - ax = ۵ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ax - ۵ = ۰$$

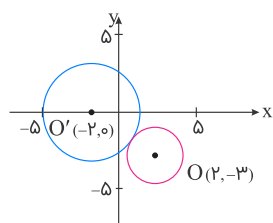
$$O'(\frac{a}{۲}, ۰), R' = \frac{1}{۲}\sqrt{a^۲ + ۲۰}$$

برای اینکه این دو دایره نسبت به هم مماس بیرون باشد، لازم است:

$$OO' = R + R'$$

ابتدا OO' را به دست می‌آوریم:

$$OO' = \sqrt{(۲ - \frac{a}{۲})^۲ + (-۳)^۲} = \sqrt{\frac{a^۲}{۴} - ۲a + ۱۳}$$



در نهایت مقادیر را در رابطه $OO' = R + R'$ جایگذاری می‌کنیم:

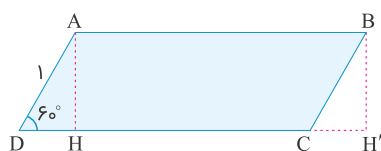
$$\sqrt{\frac{a^۲}{۴} - ۲a + ۱۳} = ۲ + \frac{1}{۲}\sqrt{a^۲ + ۲۰}$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} \frac{a^۲}{۴} - ۲a + ۱۳ &= ۴ + ۲\sqrt{a^۲ + ۲۰} + \frac{1}{۴}(a^۲ + ۲۰) \\ \Rightarrow ۴ - ۲a &= ۲\sqrt{a^۲ + ۲۰} \Rightarrow ۲ - a = \sqrt{a^۲ + ۲۰} \end{aligned}$$

مجدداً طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} (۲ - a)^۲ &= a^۲ + ۲۰ \\ \Rightarrow a^۲ - ۴a + ۴ &= a^۲ + ۲۰ \\ -۴a &= ۱۶ \Rightarrow a = -۴ \end{aligned}$$



$$AH = AD \cdot \sin 60^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

می‌توانیم به جای دوران متوازی‌الاضلاع، مستطیل $ABH'H$ را دوران دهیم که هم‌مساحت با متوازی‌الاضلاع است و حجم حاصل از دوران آن حول HH' با متوازی‌الاضلاع تفاوتی نمی‌کند.

شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع قاعده $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و ارتفاع ۳ است.

بنابراین حجم آن برابر است با:

$$\pi r^2 h = \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \times 3 = \frac{9\pi}{4}$$

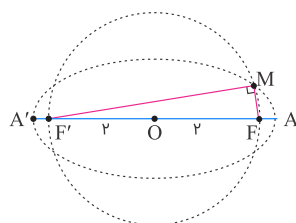
تالیفی عزیزالله علی اصغری

باتوجه به معلومات سؤال، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{طول قطر بزرگ} &= 2a = 2\sqrt{5} \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ \text{طول قطر کوچک} &= 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} c = 2$$

پس $OF = OF' = 2$ و چون طول شعاع دایره هم ۲ واحد است، نقاط F و F' روی دایره‌اند. پس FF' قطر دایره است و چون زاویه FMF' محاطی و روبه‌رو به قطر می‌باشد، قائمه است و داریم:

$$\triangle MF'F : \text{فیتاغورس} \Rightarrow MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = 4^2 = 16$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

اگر ضلع مکعب را a فرض کنیم، قطر مربع های جانبی $a\sqrt{2}$ خواهد بود. باتوجه به رابطه مسئله:

$$AB = \sqrt{2}MN \Rightarrow a = \sqrt{2}MN \Rightarrow MN = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین DMN داریم:

$$DM^2 + DN^2 = MN^2 \Rightarrow 2DM^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow DM^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a}{2}$$

حجم منشور برابر است با:

$$V = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \Rightarrow 20 = \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{1}{2} \times a \Rightarrow a^3 = 4000 \Rightarrow a = 10\sqrt[3]{4}$$

تالیفی عباس حسینی

شعاع دایره برابر است با:

$$x^2 + y^2 - x + 2y - 5 = 0$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 + 20} = \frac{5}{2}$$

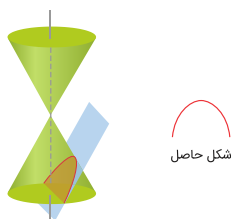
پس نقطه موردنظر باید روی دایره قرار بگیرد تا از مرکز به فاصله $5/2$ باشد.
جایگذاری گزینه ۳:

$$3^2 + (-1)^2 - 3 + 2(-1) - 5 = 9 + 1 - 3 - 2 - 5 = 0$$

تالیفی حسین سعیدی

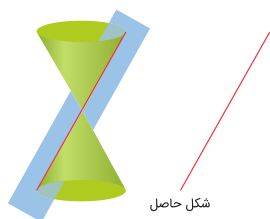
دو حالت زیر را خواهیم داشت:

۱. اگر صفحه موردنظر از رأس مخروط نگذرد:



در این حالت سطح مقطع سهمی پدید می آید.

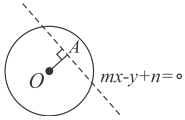
۲. اگر صفحه موردنظر از رأس مخروط بگذرد (شامل رأس مخروط باشد):



در این حالت شکل حاصل، خط مولدی است که صفحه ما با آن موازی است.

تالیفی عزیزالله علی اصغری

با بررسی متوجه می‌شویم که نقطه A درون دایره است و کوتاه‌ترین وتر دایره بر قطر گذرنده از A عمود است:



دایره را استاندارد می‌کنیم:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4, O \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}, R = 2$$

$$OA = \sqrt{(2 - 1)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{2} = \frac{|m(2) - (-1) + n|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

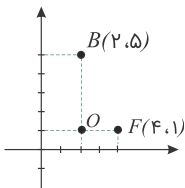
$$\Rightarrow \sqrt{2} \sqrt{m^2 + 1} = |2m + 1 + n| \xrightarrow{m=-n} \sqrt{2} \sqrt{n^2 + 1} = |1 - n| \Rightarrow n = -1 \Rightarrow m = 1$$

$$\text{نقطه A سر خط} \Rightarrow m + n = 0 \Rightarrow m = -n$$

$$2m + n = 2 - 1 = 1$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶

سؤال از ما ۲a قطر بزرگ را می‌خواهد.



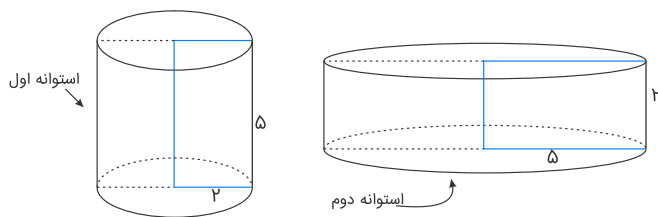
باتوجه به شکل داریم:

$$O = (2, 1), OF = c = 2, OB = b = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2a = 4\sqrt{5}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶

مطابق شکل، باید اختلاف حجم‌های دو استوانه را بیابیم:



$$\begin{aligned} \text{حجم استوانه اول} - \text{حجم استوانه دوم} &= \text{اختلاف حجم دو استوانه} \\ &= \pi(5^2)(2) - \pi(2^2)(5) = 50\pi - 20\pi = 30\pi \end{aligned}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

گام اول

الف) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.
ب) معادله دایره‌ای به مرکز (α, β) و شعاع R به صورت زیر است:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

گام دوم

طبق قسمت الف) از گام اول، شعاع دایره برابر است با فاصله نقطه $(2, 0)$ از خط $y = x$. پس داریم:

$$\begin{aligned} y = x &\Rightarrow -x + y = 0 \\ R &= \frac{|-2 + 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

معادله این دایره به صورت زیر است:

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 2$$

اکنون نقطه تلاقی دایره با خط $y = 1$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} (x - 2)^2 + y^2 &= 2 \xrightarrow{y=1} (x - 2)^2 + 1 = 2 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \\ x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

پس این دایره، خط $y = 1$ را در نقاطی با طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند.

در بیضی، قطر بزرگ $2a$ و قطر کوچک $2b$ است، پس داریم:

$$2a - 2b = 4 \Rightarrow 2b = 2a - 4 \Rightarrow b = a - 2$$

در بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{c}{a}$ است، پس داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Rightarrow c = \frac{4}{5}a$$

با استفاده از رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ مقدار c را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} a^2 &= (a-2)^2 + \left(\frac{4}{5}a\right)^2 \Rightarrow a^2 = a^2 - 4a + 4 + \frac{16}{25}a^2 \\ \Rightarrow \frac{16a^2}{25} - 4a + 4 &= 0 \Rightarrow \frac{4a^2}{25} - a + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} a = 5 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow c = 4 & \text{ق.ق} \\ a = \frac{5}{4} \Rightarrow b = -\frac{3}{4} \Rightarrow c = 1 & \text{غ.ق.ق} \end{cases} \end{aligned}$$

در آخر فاصلهٔ کانونی بیضی را به دست می‌آوریم:

$$2c = 2(4) = 8$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

شرط دایره بودن این است که ضرایب x^2 و y^2 با هم برابر باشند، پس:

$$m - 2 = 2 \Rightarrow m = 4$$

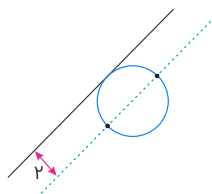
بنابراین باتوجه به $m = 4$ معادلهٔ دایره و خط به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y - 8 &= 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + 2x - 2y - 4 = 0 \\ 3x - 4y - 4 &= 0 \end{aligned}$$

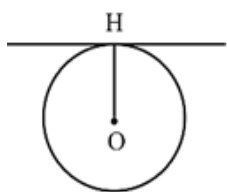
حال فاصلهٔ مرکز دایره از خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} O(-1, 2), \quad OH &= \frac{|-3 - 8 - 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3 \\ r &= \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 16} = 3 \end{aligned}$$

درنتیجه خط بر دایره مماس است و دو نقطه وجود دارد که به فاصلهٔ ۲ باشد.



تالیفی حسین سعیدی



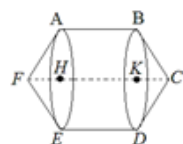
$$4x + 3y - 10 = 0 \Rightarrow OH = R = \frac{|-10|}{\sqrt{16+9}} = \frac{10}{5} = 2$$

معادله دایره : $x^2 + y^2 = 4$

روی دایره $(m, 2) \Rightarrow m^2 + 4 = 4 \Rightarrow m = 0$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

حجم آن از مجموع دو مخروط برابر و یک استوانه به دست می‌آید.



استوانه $FH = KC = \frac{1}{2}AF = \frac{a}{2}$, $FC = 2a$, $HK = 2a - a = a = h$

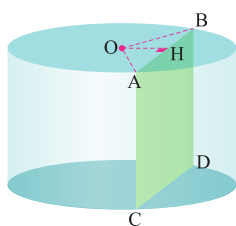
استوانه $BK = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}AF = \frac{\sqrt{3}}{2}a = R$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 a = \frac{3}{4}\pi a^3$$

$$V_{\text{یک مخروط}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (AH)^2 (FH) = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 \times \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{12}$$

$$V_{\text{کل}} = 2\left(\frac{\pi a^3}{12}\right) + \frac{3}{4}\pi a^3 = \pi a^3$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶



چون سطح مقطع (ABCD) مربعی شکل است، داریم:

$$AB = AC = 6 \Rightarrow AH = 3$$

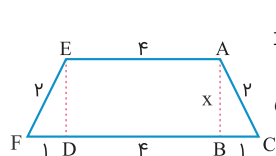
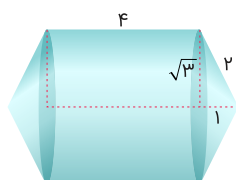
ضمناً OA شعاع قاعده و برابر ۵ واحد است.

با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث OHA داریم:

$$OA^2 = OH^2 + HA^2 \Rightarrow 5^2 = OH^2 + 3^2 \Rightarrow OH = 4$$

تالیفی محمد امین نباخته

شکل حاصل پس از دوران، از یک استوانه به ارتفاع ۴ و دو مخروط به ارتفاع ۱ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ تشکیل شده است.



$$x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

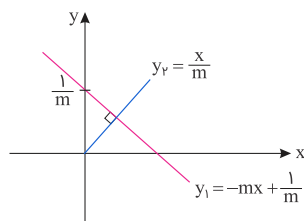
در حقیقت مثلث ABC حول BC (و مثلث سمت چپ حول FD) و مستطیل ABDE حول DB دوران داده شده‌اند.

حجم استوانه + حجم مخروط $\times 2$ = حجم شکل

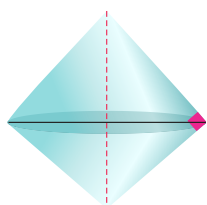
$$= 2 \times \frac{\pi}{3} (\sqrt{3})^2 (1) + \pi (\sqrt{3})^2 \times 4 = 2\pi + 12\pi = 14\pi$$

تالیفی امیر خمسه

شیب خطوط y_1 و y_2 ، $-m$ و $\frac{1}{m}$ است که حاصل ضرب آن‌ها -1 می‌شود. یعنی این دو خط بر هم عمود هستند. با ترسیم یک شکل کلی داریم:



از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر خود، دو مخروط با قاعده‌های مشترک به هم چسبیده، مطابق شکل، به وجود می‌آید:



حجم این شکل در مجموع، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{\pi}{3} \times \text{وتر} \times (\text{ارتفاع وارد بر وتر})^2$$

علت این فرمول این است که ارتفاع وارد بر وتر، بعد از دوران همان شعاع قاعده می‌شود و اگر ارتفاع‌های دو مخروط را با هم جمع کنیم، به همان وتر می‌رسیم. حال باید اندازه‌های لازم را به دست آوریم:

طول وتر مثلث از $y = 0$ تا $y = \frac{1}{m}$ است، در نتیجه طول وتر $\frac{1}{m}$ می‌باشد. برای ارتفاع وارد بر وتر باید طول نقطه تقاطع دو خط y_1 و y_2 را بیابیم:

$$\begin{aligned} y_1 = y_2 &\Rightarrow -mx + \frac{1}{m} = \frac{x}{m} \Rightarrow (m + \frac{1}{m})x = \frac{1}{m} \\ &\Rightarrow (\frac{m^2 + 1}{m})x = \frac{1}{m} \Rightarrow x = \frac{1}{m^2 + 1} \end{aligned}$$

پس حالا می‌توانیم حجم شکل را محاسبه کنیم:

$$V = \frac{\pi}{3} \times \frac{1}{m} \times (\frac{1}{m^2 + 1})^2 = \frac{\pi}{3m(m^2 + 1)^2}$$

شرط اول برای دایره بودن، برابری ضرایب x^2 و y^2 است.

$$m^2 - 3 = -2m \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

حال در هر دو حالت باید چک شود که عبارت زیر رادیکال در فرمول شعاع دایره مثبت باشد. البته اول باید ضرایب x^2 و y^2 را به یک تبدیل کنیم.

$$1) m = 1 \Rightarrow -2x^2 - 2y^2 + 4x - 2y - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\div(-2)} x^2 + y^2 - 2x + y + 1 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 4 + 1 - 4 > 0 \quad \checkmark$$

$$2) m = -3 \Rightarrow 6x^2 + 6y^2 + 4x - 2y + 6 = 0$$

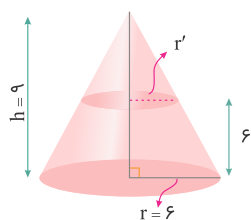
$$\xrightarrow{\div(6)} x^2 + y^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + 1 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} - 4 < 0 \quad \text{غ.ق.ق}$$

پس m یک مقدار، یعنی $m = 1$ است.

تالیفی حسین سعیدی

شکل را رسم می‌کنیم:



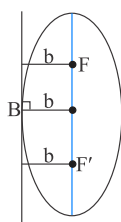
$$\text{تالس: } \frac{r'}{6} = \frac{3}{9} \Rightarrow r' = 2$$

$$\text{مخروط بزرگ: } V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(6)^2(9) = 108\pi$$

$$\text{مخروط کوچک: } V_1 = \frac{1}{3}\pi r'^2 h' = \frac{1}{3}\pi(2)^2(3) = 4\pi$$

$$\text{مخروط ناقص: } V = V_2 - V_1 = 108\pi - 4\pi = 104\pi$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی



$$\left. \begin{aligned} FF' = 2c \Rightarrow |1 - (-1)| = 2c \Rightarrow c = 1 \\ 2a = 2\sqrt{5} \Rightarrow a = \sqrt{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow b = 2$$

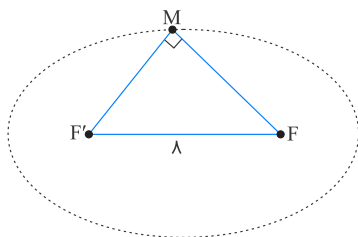
از طرفی مجموع فاصله‌های کانون‌ها از خط مماس بر بیضی در نقطه B برابر ۲b است. پس داریم:

$$\text{جواب} = 2b = 4$$

تالیفی سیروس نصیری

$$MF + MF' = 10 \xrightarrow{\text{توان}} MF^2 + MF'^2 + 2MF \cdot MF' = 100$$

$$MF^2 + MF'^2 = 64 \Rightarrow 64 + 2MF \cdot MF' = 100 \Rightarrow MF \cdot MF' = 18$$



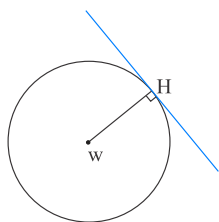
تالیفی سیروس نصیری

دورترین نقطه از کانون همان دورترین رأس و نزدیک‌ترین نقطه به کانون رأس مقابل آن خواهد بود.

$$a + c = 3(a - c) \Rightarrow a + c = 3a - 3c \Rightarrow 4c = 2a \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

تالیفی سیروس نصیری

بایستی فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با شعاع باشد.



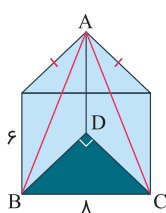
$$W\left(-\frac{a}{b}, -\frac{b}{r}\right) = (2, -1)$$

$$r = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - rc} = \frac{1}{r} \sqrt{16 + 4 - 4m} = \frac{\sqrt{20 - 4m}}{r} = \sqrt{5 - m}$$

$$|WH| = \frac{|3(2) + 4(-1) + 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$r = |WH| \Rightarrow \sqrt{5 - m} = 1 \Rightarrow m = 4$$

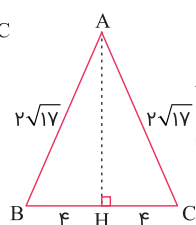
تالیفی سیروس نصیری



$$BD^2 + CD^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 = 27 \Rightarrow x = 3\sqrt{3}$$

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = 2^2 + 27 \Rightarrow AB^2 = 31 \Rightarrow AB = \sqrt{31}$$

برای یافتن مساحت مثلث ABC، طول ارتفاع وارد بر BC را می‌یابیم:



$$AH^2 = AC^2 - HC^2 \Rightarrow AH = \sqrt{68 - 16} = \sqrt{52} \Rightarrow AH = 2\sqrt{13}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} \times 6 = 6\sqrt{13}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

شکل حاصل از دوران ربع دایره یک نیمکره به شعاع r است که حجم آن برابر است با:

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{حجم شکل حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه} : V' = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot r = \frac{1}{3} \pi r^3$$

حجم قسمت باقی مانده:

$$V - V' = \frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^3$$

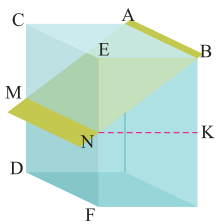
بنابراین جواب برابر است با:

$$\frac{V - V'}{V} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^3}{\frac{2}{3} \pi r^3} = \frac{1}{2}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

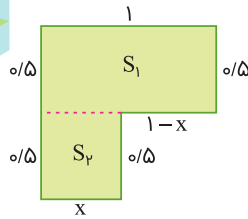
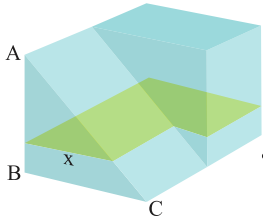
به شکل زیر دقت کنید:

مثلث BNK قائم الزاویه است و چون $NK = ۴$ و $BK = ۳$ است، پس $BN = ۵$.
مقطع حاصل مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ است، لذا $S = ۴ \times ۵ = ۲۰$.

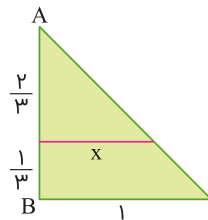


تالیفی امیر خمسه

سطح مقطع به شکل زیر خواهد بود:



اگر این سطح مقطع را از بالا نگاه کنیم، به صورت زیر می‌شود:



$$\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{x}{1} = \frac{\frac{2}{3}}{1} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

سپس مساحت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$CS_1 = 1 \times 0.5 = 0.5$$

$$S_2 = 0.5 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

تالیفی محمد امین نباخته

می‌دانیم $a^2 = b^2 + c^2$ ، $OB = b = 8$ ، $OF = c = x$ و $OA = a = x + 4$ است، پس داریم:

$$x^2 + (8)^2 = (x + 4)^2$$

$$x^2 + 64 = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow 8x = 48 \Rightarrow x = 6$$

$$OF = c = 6$$

$$OA = a = 10$$

می‌دانیم $2a = NF + NF'$ ؛ پس داریم:

$$16 + NF' = 20 \Rightarrow NF' = 4$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) دایره محور x ها را در دو نقطه به طول $x = ۱$ و $x = ۳$ قطع می‌کند؛ بنابراین نقاط $A(۱, ۰)$ و $B(۳, ۰)$ روی دایره موردنظر قرار دارند.
 ب) مرکز دایره روی نیمساز ربع اول (خط $y = x$) است؛ بنابراین مرکز دایره را به صورت $O(\alpha, \alpha)$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم

چون نقاط A و B روی دایره قرار دارند پس فاصله آن‌ها تا مرکز دایره باهم برابر و برابر شعاع دایره است.

$$OA = OB = R \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + \alpha^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \alpha^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\alpha - 1)^2 + \alpha^2 = (\alpha - 3)^2 + \alpha^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 \Rightarrow 4\alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 2$$

بنابراین مرکز دایره نقطه $O(2, 2)$ می‌شود و شعاع دایره برابر است با:

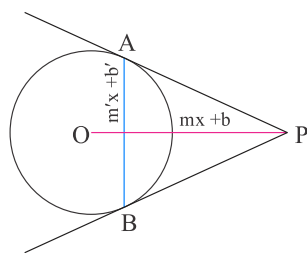
$$R = OA = \sqrt{(2 - 1)^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

می‌دانیم خط AB بر PO عمود است، پس کافی است شیب PO را بیابیم:

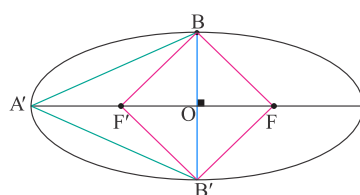
$$C: (x - 3)^2 + y^2 = 16 \Rightarrow O(3, 0)$$

$$\Rightarrow m = \frac{0 - 16}{3 - 15} = \frac{4}{3}$$

$$mm' = -1 \Rightarrow m' = -\frac{3}{4}$$

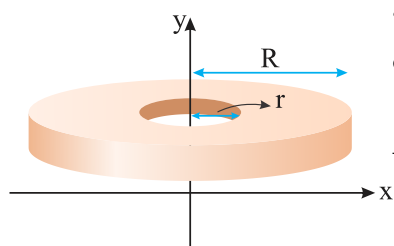


تالیفی صبا مهدوی



$$\frac{S_{BA'B'F}}{S_{BF' B'F}} = \frac{\frac{1}{2} A'F \times BB'}{\frac{1}{2} FF' \times BB'} = \frac{a + c}{2c} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + 2c = 6c \Rightarrow 2a = 4c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

تالیفی حسین سعیدی



از دوران شکل حول محور y ها، استوانه‌ای حاصل می‌شود که یک استوانه هم‌محور با آن از داخلش برداشته شده است. با توجه به شکل می‌توان دریافت ارتفاع دو استوانه باهم برابر و مساوی با ۱ است ولی شعاع استوانه بزرگتر برابر ۵ واحد و شعاع استوانه کوچکتر ۲ واحد است؛ پس حجم موردنظر برابر است با:

$$V = V_{\text{بزرگتر}} - V_{\text{کوچکتر}} = \pi h R^2 - \pi h r^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

ابتدا معادله دایره را می‌نویسیم:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

برای یافتن نقاط برخورد دایره با محور x ها، در معادله دایره به جای y عدد صفر را قرار می‌دهیم:

$$(x-1)^2 + (0+2)^2 = 5 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x = 0, 2$$

تالیفی جعفر میکائیلی

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.
ب) عمودمنصف هر وتر از دایره، از مرکز دایره عبور می‌کند.

گام دوم

دو نقطه $A(2, 0)$ و $B(-2, 0)$ روی دایره قرار دارد بنابراین پاره خط AB وترى از دایره است که طبق گام اول، عمودمنصف آن از مرکز دایره عبور می‌کند. خط $x = 0$ عمودمنصف پاره خط AB است؛ پس فرض می‌کنیم نقطه $O(0, \alpha)$ مرکز دایره است. فاصله مرکز دایره از نقاط A و B و خط $y = 1$ برابر با شعاع دایره است، پس داریم:

$$R = OA = \sqrt{(2-0)^2 + (0-\alpha)^2} = \sqrt{4 + \alpha^2}$$

$$y = 1 \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow R = \frac{|\alpha - 1|}{\sqrt{1^2}} = |\alpha - 1|$$

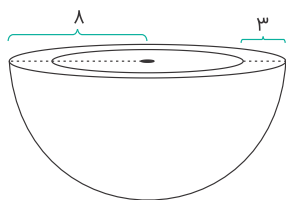
$$\Rightarrow \sqrt{4 + \alpha^2} = |\alpha - 1| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 + \alpha^2 = (\alpha - 1)^2$$

$$\Rightarrow 4 + \alpha^2 = \alpha^2 - 2\alpha + 1 \Rightarrow -2\alpha = -3 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$$

بنابراین شعاع دایره برابر است با:

$$R = |\alpha - 1| = \left| -\frac{3}{2} - 1 \right| = \left| -\frac{5}{2} \right| = \frac{5}{2}$$

طبق توضیحات صورت سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



برای محاسبه سطح کل این ظرف کافی است مساحت نیمکره درونی، نیمکره بیرونی و مساحت سطح مقطع ظرف را به دست آوریم؛ دقت کنید که سطح مقطع ظرف به صورت دایره‌ای به شعاع ۸ است که دایره دیگری به شعاع ۵ از آن کسر شده است.

$$S_{\text{نیمکره بیرونی}} = \frac{1}{2}(4\pi \times 64) = 2\pi \times 64 = 128\pi$$

$$S_{\text{نیمکره درونی}} = \frac{1}{2}(4\pi \times 25) = 2\pi \times 25 = 50\pi$$

$$S_{\text{سطح مقطع}} = \pi(64 - 25) = 39\pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{نیمکره بیرونی}} + S_{\text{نیمکره درونی}} + S_{\text{سطح مقطع}} = 128\pi + 50\pi + 39\pi = 217\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

$$\text{طبق قانون فیثاغورس: } BC = \sqrt{100 - 64} = 6$$

در اثر دوران شکل حول محور AC، مخروطی خواهیم داشت که یک حفره استوانه‌ای (به دلیل دوران مربع) دارد، پس حجم حاصل از دوران قسمت رنگی برابر است با:

$$V_{\text{قسمت رنگی}} = V_{\text{مخروط}} - V_{\text{استوانه}} = \frac{1}{3}\pi(6)^2(8) - \pi(2)^2(2) = 96\pi - 4\pi = 92\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

دایره از نقطه $(-2, -1)$ گذشته که در ناحیه سوم است؛ پس این دایره در ناحیه سوم بر هر دو محور مختصات مماس است، پس مختصات مرکز دایره $O(-R, -R)$ است. داریم:

$$\text{معادله دایره: } (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

$$\xrightarrow{O(-R, -R)} (x + R)^2 + (y + R)^2 = R^2$$

نقطه $(-2, -1)$ روی دایره است. پس در معادله صدق می‌کند:

$$(-2 + R)^2 + (-1 + R)^2 = R^2 \Rightarrow R^2 - 4R + 4 + R^2 - 2R + 1 = R^2$$

$$R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow R = 1, R = 5 \Rightarrow \text{قطر بزرگتر: } 2R = 10$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} &= 2\sqrt{x^2 + y^2} \\ \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 &= 4x^2 + 4y^2 \\ \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x + 12y - 45 &= 0 \\ \xrightarrow{\div 3} x^2 + y^2 + 2x + 4y - 15 &= 0 \\ \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 &= 20 \Rightarrow O(-1, -2)\end{aligned}$$

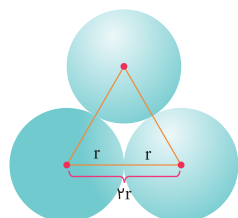
معادله فوق، معادله یک دایره است که بزرگ‌ترین وتر همان قطر است:

$$r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2r = 4\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

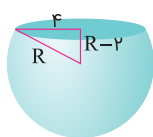
نکته: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.

اگر شعاع دایره مقطع هر کره r باشد، از به هم وصل کردن مرکز سه کره مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $2r$ به دست می‌آید: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به‌وجودآمده برابر $16\sqrt{3}$ است، بنابراین داریم:



$$S_{\text{مثلث متساوی‌الاضلاع}} = 16\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 \Rightarrow (2r)^2 = 64 \Rightarrow r = 4$$

شعاع کره را R در نظر می‌گیریم. سطح مقطع یکی از کره‌ها به شکل زیر است:



$$R^2 = (R-2)^2 + 16 \Rightarrow R^2 = R^2 - 4R + 4 + 16 \Rightarrow R = 5$$

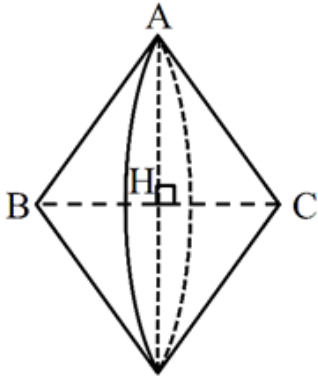
تالیفی امیر خمسه

باتوجه به شکل، قطر بزرگ برابر $2a = 6 - 2 = 4$ و قطر کوچک برابر $2b = 2 - 1 = 1$ است لذا خروج از مرکز برابر است با:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

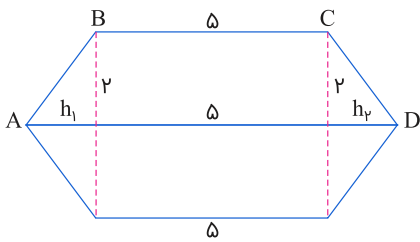
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

از دوران مثلث متساوی الاضلاع حول یک ضلع آن دو مخروط مساوی ایجاد می‌شود به طوری که ارتفاع AH شعاع قاعده و CH ارتفاع آن‌ها است.



$$\text{حجم} = \frac{2}{3} \pi (AH)^2 (CH) \xrightarrow[\text{CH} = \frac{BC}{2} = \sqrt{3}]{AH = \frac{\sqrt{3}}{2} (2\sqrt{3}) = 3} \text{حجم} = \frac{2}{3} \pi (3)^2 (\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵



از دوران دوزنقه حول قاعدهٔ بزرگ‌تر، یک استوانه و دو مخروط ساخته می‌شود که حجم آن‌ها برابر است با:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi (2)^2 (5) = 20\pi$$

$$V_{\text{مخروط ۱}} = \frac{\pi}{3} (2)^2 h_1$$

$$V_{\text{مخروط ۲}} = \frac{\pi}{3} (2)^2 h_2$$

پس حجم کل برابر است با:

$$20\pi + \frac{\pi}{3} \underbrace{(h_1 + h_2)}_3 = 24\pi$$

تالیفی محمد امین نباخته

خط عمود بر دو دایره خطی است که از مرکز دو دایره عبور کند؛ بنابراین کافی است معادله خط‌المركزین دو دایره را بیابیم:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow O(-2, 1)$$

$$x^2 + y^2 - 6x = 0 \Rightarrow O'(3, 0)$$

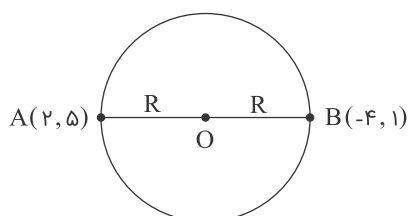
$$m_{OO'} = \frac{0-1}{3+2} = \frac{-1}{5}$$

$$OO' \text{ معادله: } y - 0 = \frac{-1}{5}(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{5}(x - 3) \xrightarrow[\text{تلاقی با محور } y]{x=0} y = \frac{-1}{5}(0 - 3) \Rightarrow y = \frac{3}{5}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

کوچک‌ترین دایره گذرنده از A و B، دایره‌ای است که AB یک قطر آن باشد.



حال داریم:

$$O \text{ وسط } AB \Rightarrow O = \frac{A+B}{2} = (-1, 3)$$

$$R = |OA| = \sqrt{(2+1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow \text{دایره: } (x+1)^2 + (y-3)^2 = 13$$

$$\xrightarrow{\text{برخورد با محور } x \text{ ها}} (x+1)^2 + (0-3)^2 = 13$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x+1 = \pm 2 \Rightarrow x = 1, x = -3$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

برای بررسی وضعیت دو دایره باید $R + R'$ و $|R - R'|$ و $d = OO'$ را یافته و باهم مقایسه کنیم؛ پس داریم:

$$x^2 + y^2 - 3\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}) \\ R = \sqrt{\frac{18 + 18 - 20}{4}} = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow O'(0, 0), R' = 3$$

$$d = OO' = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 3$$

$$R + R' = 3 + 2 = 5, |R - R'| = |3 - 2| = 1$$

$$\Rightarrow |R - R'| < d < R + R'$$

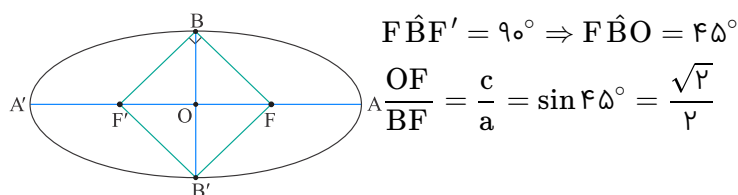
بنابراین دو دایره متقاطع هستند.

تالیفی جعفر میکائیلی

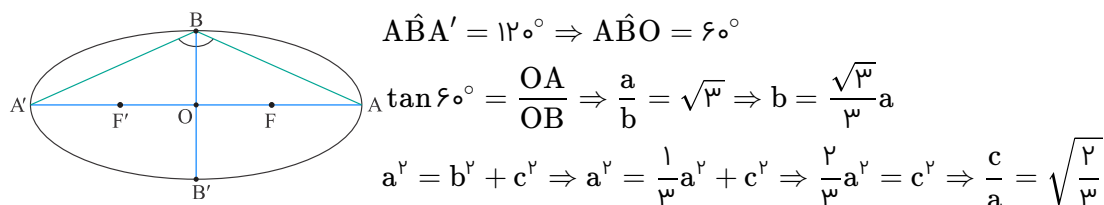
گزینه ۳

۱۲۰

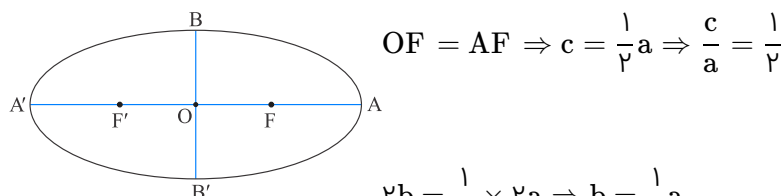
می‌دانیم هرچه نسبت $\frac{c}{a}$ به صفر نزدیک شود، بیضی به دایره شبیه‌تر خواهد شد.
گزینه ۱:



گزینه ۲:



گزینه ۳:



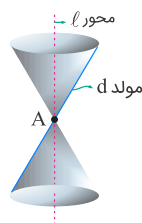
گزینه ۴:

$$\begin{aligned} 2b &= \frac{1}{2} \times 2a \Rightarrow b = \frac{1}{2}a \\ a^2 &= b^2 + c^2 = \frac{1}{4}a^2 + c^2 \Rightarrow \frac{3}{4}a^2 = c^2 \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} &< \frac{\sqrt{2}}{2} < \sqrt{\frac{2}{3}} < \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

پس گزینه ۳ به دایره شبیه‌تر خواهد بود.

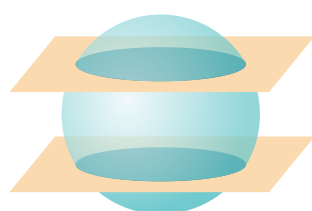
تالیفی حسین سعیدی

اگر صفحه بر محور عمود نباشد و موازی مولد نباشد، می‌تواند فصل مشترک بیضی یا هذلولی باشد. اگر این صفحه از رأس A بگذرد، فصل مشترک یک نقطه است. اگر این صفحه از محور بگذرد، فصل مشترک دو خط متقاطع است. پس گزاره‌های الف، ب و ث ساخته نمی‌شود.

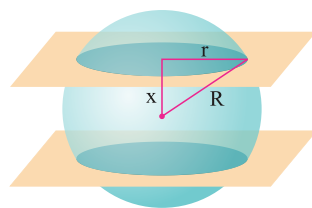


تالیفی حسین سعیدی

شکل مسئله را ترسیم می‌کنیم:



مساحت دو سطح مقطع باهم برابر است؛ در نتیجه فاصله هر دو صفحه تا مرکز کره باهم برابر است. پس اگر فاصله هر صفحه تا مرکز x باشد فاصله دو صفحه از هم $2x$ است و در نتیجه $x = 1$. حال طبق شکل زیر می‌توان از رابطه فیثاغورس استفاده کرد.



$$R^2 = x^2 + r^2 \Rightarrow 5^2 = 1^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = 24 \Rightarrow r = \sqrt{24}$$

سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با کره، یک دایره است که شعاع این دایره $r = \sqrt{24}$ به دست آمد، پس مساحت این سطح برابر است با:

$$S = \pi r^2 = 24\pi$$

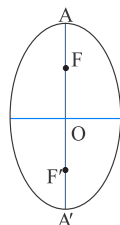
تالیفی محمدجواد محسنی

فاصله کانون‌ها برابر با $2c$ است.

$$2c = |\lambda - o| \Rightarrow c = ۴, \quad 2b = ۴\sqrt{5} \Rightarrow b = ۲\sqrt{5}$$

$$a^2 = c^2 + b^2 = ۱۶ + ۲۰ = ۳۶ \Rightarrow a = ۶$$

مرکز بیضی $O(\alpha, \beta)$ وسط FF' است.



$$O = \frac{F + F'}{2} = (۲, ۴)$$

$$\begin{cases} A(\alpha, \beta + a) \\ A'(\alpha, \beta - a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(۲, ۴ + ۶) \\ A'(۲, ۴ - ۶) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(۲, ۱۰) \\ A'(۲, -۲) \end{cases}$$

تالیفی سیروس نصیری

شعاع و مرکز هر دو دایره را به دست می‌آوریم و باتوجه به طول خط‌المركزین و طول شعاع‌ها، وضعیت دو دایره را مشخص می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 + ۴x + ۲y = ۲۰ \Rightarrow (x + ۲)^2 + (y + ۱)^2 - ۴ - ۱ = ۲۰$$

$$\Rightarrow (x + ۲)^2 + (y + ۱)^2 = ۲۵ \Rightarrow O_1(-۲, -۱), R_1 = ۵$$

$$۲x^2 + ۲y^2 + ۱۲x - ۴y = -۱۲ \xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + ۶x - ۲y = -۶$$

$$\Rightarrow (x + ۳)^2 + (y - ۱)^2 - ۹ - ۱ = -۶ \Rightarrow (x + ۳)^2 + (y - ۱)^2 = ۴$$

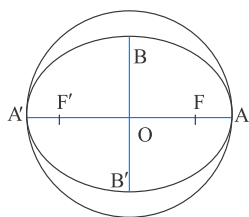
$$\Rightarrow O_2(-۳, ۱), R_2 = ۲$$

$$d = O_1O_2 = \sqrt{(-۳ - (-۲))^2 + (۱ - (-۱))^2} = \sqrt{۱ + ۴} = \sqrt{۵}$$

حال باتوجه به اینکه $d < |R_1 - R_2|$ ($\sqrt{۵} < ۳$)، بنابراین دو دایره متداخل هستند.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

چون دایره در نقاط A و A' بر بیضی مماس است، پس قطر بزرگ بیضی برابر قطر دایره است. یعنی داریم:



$$x^2 + y^2 + 8x - 14y + 57 = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4(c)} = \frac{1}{2} \sqrt{64 + 196 - 228}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{32} = 2\sqrt{2}$$

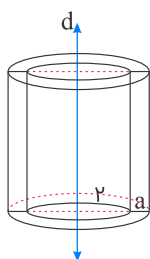
$$\text{قطر دایره} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \text{قطر بزرگ بیضی} = 2a = 4\sqrt{2}$$

همچنین می‌دانیم مجموع فواصل نقطه دلخواه M روی بیضی از دو کانون بیضی برابر $2a$ است. بنابراین داریم:

$$MF + MF' = 2a = 4\sqrt{2}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

جسم حاصل از دوران مستطیل حول خط d ، فضای بین دو استوانه با شعاع‌های قاعده 2 و $a+2$ و ارتفاع 6 می‌باشد، پس داریم:



$$V = \pi(2+a)^2(6) - \pi(2)^2(6) = 6\pi(4+4a+a^2) - 6\pi(4)$$

$$= 6\pi(a^2+4a) = 30\pi \Rightarrow a^2+4a-5=0 \Rightarrow (a+5)(a-1)=0$$

$$6 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \\ a = 1 \Rightarrow \text{ق.ق} \end{cases}$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 6a = 6 \times 1 = 6$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

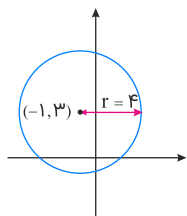
ابتدا مرکز و شعاع دایره را پیدا می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$$

$$O\left(\frac{-2}{2}, \frac{+6}{2}\right) \Rightarrow O(-1, 3)$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{(2)^2 + (-6)^2 - 4(-6)} = \frac{1}{2} \sqrt{64} = \frac{8}{2} = 4$$

درنتیجه دایره‌ای به مرکز $(-1, 3)$ و شعاع ۴ خواهیم داشت که از همه نواحی مختصاتی عبور می‌کند.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

ابتدا معادله دایره را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 - 1 - 4 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \Rightarrow O_1 : (1, -2), R_1 = 2$$

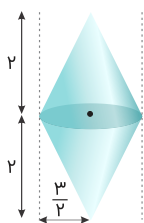
چون دو دایره مماس خارج هستند، بنابراین فاصله مراکز آن‌ها از یکدیگر برابر مجموع اندازه‌های شعاع‌های آن‌ها است.

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-2 - 2)^2} = 2 + R_2 \Rightarrow 5 = 2 + R_2 \Rightarrow R_2 = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

باتوجه به شکل زیر، شکل حاصل دو مخروط به شعاع قاعده $r = \frac{3}{2}$ و ارتفاع $h = 2$ است. پس حجم آن برابر است با:

$$2 \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h\right) = 2 \left(\frac{1}{3} \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 2\right) = 3\pi$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

در آغاز معادله دایره را به صورت استاندارد می‌نویسیم، برای این منظور باید بنویسیم:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4 \Rightarrow (x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = 4$$

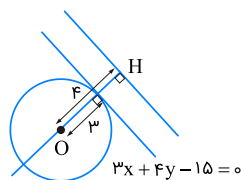
$$\xrightarrow{\text{دسته‌بندی جمله‌ها}} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 + 4 + 4 = 9$$

$$\Rightarrow R_{\text{شعاع}} = \sqrt{9} = 3, \quad O_{\text{مرکز}} = (1, -2)$$

فاصله هر نقطه مانند (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$ که $a^2 + b^2 \neq 0$ برابر است با $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ پس فاصله مرکز دایره $O = (1, -2)$ تا خط $3x + 4y - 15 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|3(1) + 4(-2) - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

فاصله یک نقطه تا یک خط برابر با اندازه عمودی است که از آن نقطه بر آن خط رسم می‌شود و هر خط گذرنده از مرکز یک دایره، قطری از آن است، پس فاصله مرکز تا خط موردنظر، برابر با طول پاره خط عمودی از قطر است که بین مرکز و آن خط محصور است. از آنجا که هر قطر دایره، در نقطه تماس بر آن عمود است، پس کوتاه‌ترین فاصله نقاط دایره تا خط موردنظر (شکل زیر) برابر می‌شود با $d_{\min} = 4 - 3 = 1$.



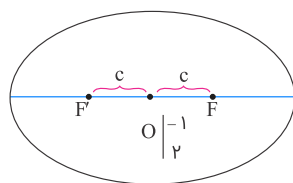
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

$$2a = 26 \Rightarrow a = 13$$

$$2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

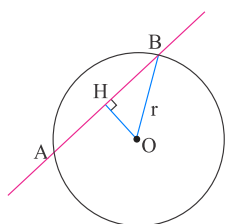
$$c^2 = a^2 - b^2 = 13^2 - 5^2 = (13 - 5)(13 + 5)$$

$$\Rightarrow c^2 = 8 \times 18 = 9 \times 16 \Rightarrow c = 12$$



$$\begin{cases} F(-1 + c, 2) \\ F'(-1 - c, 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(11, 2) \\ F'(-13, 2) \end{cases}$$

تالیفی سیروس نصیری



ابتدا فاصله مرکز دایره تا خط را به دست می‌آوریم:

$$O(3, 1) \quad 3x - 4y = 0$$

$$OH = \frac{|3 \times 3 - 4 \times 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1$$

طول وتر برابر $2\sqrt{3}$ است، پس: $BH = \sqrt{3}$
در مثلث $\triangle OBH$ رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم تا شعاع به دست آید.

$$r^2 = OH^2 + BH^2 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow r = 2$$

ازطرفی:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 4 - 4m} \Rightarrow 4 = \sqrt{40 - 4m}$$

$$\Rightarrow m = 6$$

تالیفی حسین سعیدی

باتوجه به شکل زیر، مجموع مساحت‌های زیر را باید به دست آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{دایره بالایی: } \pi(2)^2 = 4\pi \\ \text{سطح استوانه دور شکل: } 2\pi(2)(4) = 16\pi \\ \text{نیمکره پایین شکل: } \frac{1}{2}(4\pi(2)^2) = 8\pi \end{array} \right\} \xrightarrow{+} S = 28\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

می‌دانیم $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$. داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle B'F'O}} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times AF}{\frac{1}{2} \times b \times OF'} = \frac{AF}{OF'} = \frac{a - c}{c} = \frac{a}{c} - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

تالیفی مجید قهرمانی

معادله دایره را استاندارد می‌نویسیم:

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = -6 + 1 + 9$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} = (1, -3) \\ R_1 = 2 \end{cases}$$

طول خط‌المركزين را حساب می‌کنیم:

$$OO' = \sqrt{(1+2)^2 + (-3-1)^2} = 5$$

برای آنکه دو دایره مماس خارج باشند، باید:

$$OO' = R_1 + R_2 \Rightarrow 5 = 2 + R_2 \Rightarrow R_2 = 3$$

معادله دایره دوم را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{matrix} O' = (-2, 1) \\ R_2 = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$$

$y = 1$ را در معادله دایره قرار می‌دهیم:

$$(x+2)^2 + 0 = 9 \Rightarrow (x+2)^2 = 9 \Rightarrow x+2 = \pm 3 \Rightarrow x = 1, -5$$

تالیفی علی شهبابی فراهانی

مثلث $\omega B'F$ یک مثلث قائم‌الزاویه است، پس $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$. به کمک رابطه‌ای که مسئله داده است، یک دستگاه تشکیل می‌دهیم.

$$-2 \begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 240 \\ \alpha + \beta = 90 \end{cases} \xrightarrow{+} \beta = 240 - 180 = 60$$

$$\Rightarrow e = \cos \hat{\beta} = \sin \hat{\alpha} = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{1}{2}$$

تالیفی سیروس نصیری

فاصله دو رأس کانونی $2a$ است:

$$2a = 8 - (-4) \Rightarrow a = 6$$

با داشتن $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، مقدار b را حساب می‌کنیم:

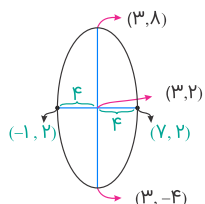
$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{6}\right)^2} \Rightarrow \frac{5}{9} = 1 - \left(\frac{b}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{b}{6}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{b}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 4$$

نقطهٔ مرکز را پیدا می‌کنیم:

$$\text{مرکز} = \text{میانگین دو رأس کانونی} = \frac{(3, 8) + (3, -4)}{2} = (3, 2)$$

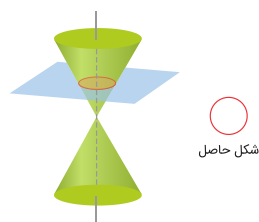
از نقطهٔ $(3, 2)$ ، ۴ واحد به چپ و راست می‌رویم:



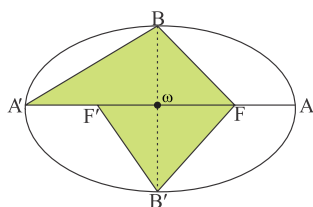
رئوس ناکانونی این بیضی، نقاط $(7, 2)$ و $(-1, 2)$ هستند.

تألیفی علی شهبازی فراهانی

مقطع حاصل یک دایره خواهد بود.



تألیفی عزیزالله علی اصغری



در این شکل دوتا مثلث وجود دارد که یکی مثلث $FF'B'$ که قاعده‌اش $|FF'|$ و ارتفاعش $|B'\omega|$ و دیگری مثلث $A'FB$ که قاعده‌اش $|A'F|$ و ارتفاعش $|B\omega|$ است؛ پس:

$$S_{FF'B'} = \frac{1}{2} |FF'| |B'\omega| = \frac{1}{2} \times 2c \times b = bc$$

$$S_{A'FB} = \frac{1}{2} |FA'| |B\omega| = \frac{1}{2} (a+c) b$$

$$AA' = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

$$FF' = 2c = 6\sqrt{3} \Rightarrow c = 3\sqrt{3}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = 36 - 27 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$\begin{aligned} S_{FF'B'} + S_{A'FB} &= bc + \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} bc = \frac{3}{2} bc + \frac{1}{2} ab \\ &= \frac{3}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = \frac{27}{2} \sqrt{3} + \frac{18}{2} = \frac{9}{2} (2 + \sqrt{27}) \end{aligned}$$

تالیفی سیروس نصیری

$$V \text{ هاشورخورده} = \pi R^2 (2R) - \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$V \text{ هاشورنخورده} = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{\frac{2}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{1}{2}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

از دوران سطح هاشورخورده حول ارتفاع AH یک مخروط ایجاد می‌شود که یک حفره به شکل کره از داخل آن حذف شده است.

$$\text{حجم حاصل از دوران} = (V \text{ مخروط}) - (V \text{ کره}) \begin{cases} V \text{ مخروط} = \frac{1}{3} \pi R^2 h \\ V \text{ کره} = \frac{4}{3} \pi r^3 \end{cases}$$

$$a = 4\sqrt{3} \text{ ضلع مثلث:}$$

$$\begin{cases} h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6 \\ R = \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ r = \frac{1}{3} h = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V \text{ مخروط} = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{3})^2 \times 6 = 24\pi \\ V \text{ کره} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \end{cases}$$

$$\text{حجم حاصل از دوران} = 24\pi - \frac{32}{3} \pi = \frac{40}{3} \pi$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

گام اول

معادله گسترده یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. در این صورت شعاع دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

گام دوم

سه نقطه $(2, 1)$ ، $(-2, 4)$ و $(0, 0)$ روی دایره قرار دارد، پس مختصات این نقطه در معادله دایره صدق می‌کند.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\xrightarrow{(2,1)} 2^2 + 1^2 + a(2) + b(1) + c = 0 \Rightarrow 4 + 1 + 2a + b + c = 0 \Rightarrow 2a + b + c = -5 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{(-2,4)} (-2)^2 + 4^2 + a(-2) + b(4) + c = 0 \Rightarrow 4 + 16 - 2a + 4b + c = 0 \Rightarrow -2a + 4b + c = -20 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(0,0)} 0^2 + 0^2 + a(0) + b(0) + c = 0 \Rightarrow c = 0 \quad (III)$$

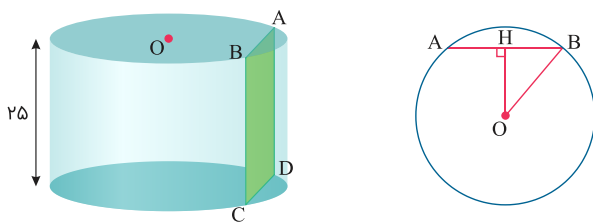
با جایگذاری $c = 0$ در دو معادله I و II، به یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌رسیم و آن را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2a + b = -5 \\ -2a + 4b = -20 \end{cases} \xrightarrow{+} 5b = -25 \Rightarrow b = -5$$

$$2a + b = -5 \xrightarrow{b=-5} 2a - 5 = -5 \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0$$

اکنون باتوجه به گام اول، شعاع دایره را به دست می‌آوریم.

$$R = \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 + \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 0} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

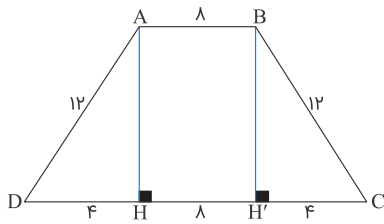


از تقاطع صفحه‌ای موازی محور استوانه و با فاصله ۱۶ سانتی‌متر از محور استوانه با آن، مستطیلی به ابعاد AB و ۲۵ واحد حاصل می‌شود. پس:

$$HB = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \Rightarrow AB = 24$$

$$S_{ABCD} = 24 \times 25 = 600$$

سطح مقطع حاصل از این برش عمودی، یک دوزنقه متساوی الساقین است. اگر این دوزنقه را ABCD بنامیم، با رسم ارتفاع‌های AH و BH' خواهیم داشت:



$$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 13^2 - 4^2 = 128$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

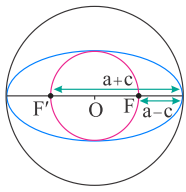
$$S = \frac{1}{2}AH(AB + DC) = \frac{1}{2}(8\sqrt{2})(8 + 16) = 96\sqrt{2}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

بیشترین و کمترین فاصله نقاط بیضی از F و F' روی رأس‌های کانونی است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a + c = 7 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 4, c = 3 \quad (I)$$

می‌بینیم که قطر دایره محاط بر بیضی، همان قطر کوچک بیضی است و قطر دایره محیطی بر آن، همان قطر بزرگ بیضی است. بنابراین نسبت خواسته شده برابر خواهد بود با:



$$\frac{\text{مساحت دایره محاطی}}{\text{مساحت دایره محیطی}} = \frac{\pi b^2}{\pi a^2} = \frac{b^2}{a^2}$$

ازطرفی می‌دانیم در یک بیضی $a^2 = b^2 + c^2$ ، بنابر رابطه (I) داریم:

$$(4)^2 = b^2 + (3)^2 \Rightarrow b^2 = 16 - 9 \Rightarrow b^2 = 7 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{7}{16}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

معادله $ax^2 + 2y^2 + 2ax + 6y - b = 0$ دایره است، در نتیجه باید ضریب x^2 با ضریب y^2 برابر باشد؛ پس داریم:

$$a = 2 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y - b = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + 2x + 3y - \frac{b}{2} = 0$$

$$a' = 2, \quad b' = 3, \quad c' = -\frac{b}{2}$$

$$R = \sqrt{\frac{a'^2 + b'^2 - 4c'}{4}} \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{2} = \sqrt{\frac{4 + 9 + 2b}{4}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{13 + 2b} = \sqrt{19} \Rightarrow 13 + 2b = 19 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a + b = 5$$

تالیفی جعفر میکائیلی

فرض کنیم مرکز دایره نقطه $O(\alpha, 1 - 2\alpha)$ باشد. فاصله O از دو خط $y - 2x = 0$ و $x + 2y = 0$ برابر است.

$$\frac{|\alpha + 2 - 4\alpha|}{\sqrt{5}} = \frac{|1 - 2\alpha - 2\alpha|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |2 - 3\alpha| = |1 - 4\alpha|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - 3\alpha = 1 - 4\alpha \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow R = \frac{|2 - 3\alpha|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow S = 5\pi \\ 2 - 3\alpha = -1 + 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{3}{7} \end{cases}$$

چون 5π در گزینه‌ها وجود دارد، پس لازم نیست این مرحله بررسی شود.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

معادله گسترده دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است.

$$\begin{cases} (0, 0) \Rightarrow c = 0 \\ (2, 3) \Rightarrow 4 + 9 + 2a + 3b = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b = -13 \\ -2a + b = -5 \end{cases} \\ (-2, 1) \Rightarrow 4 + 1 - 2a + b = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4b = -18 \Rightarrow b = -\frac{9}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \Rightarrow O(-\frac{1}{8}, \frac{9}{4})$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

$$۲b = \frac{۲a + ۲c}{۲} \Rightarrow b = \frac{a + c}{۲}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = \left(\frac{a+c}{۲}\right)^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = \frac{a^۲ + ۲ac + c^۲}{۴} + c^۲$$

$$\Rightarrow ۴a^۲ = a^۲ + ۲ac + c^۲ + ۴c^۲ \Rightarrow ۳a^۲ = ۵c^۲ + ۲ac$$

$$\xrightarrow{\div a^۲} ۳ = ۵e^۲ + ۲e \Rightarrow ۵e^۲ + ۲e - ۳ = ۰$$

$$\Delta = ۴ - ۴ \times ۵(-۳) = ۶۴ \Rightarrow \begin{cases} e = -۱ \times \\ e = \frac{۳}{۵} \checkmark \end{cases}$$

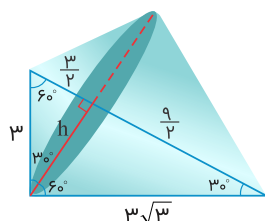
تالیفی مجید قهرمانی

از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول وتر آن، دو مخروط به هم چسبیده حاصل می‌شود، که شعاع قاعده هر دو مخروط برابر با ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه است و ارتفاع هر کدام از مخروط‌ها را می‌توان با استفاده از زوایای مثلثاتی بدست آورد، بنابراین داریم:

$$h^۲ + \frac{۹}{۴} = ۹ \Rightarrow h^۲ = \frac{۲۷}{۴} \Rightarrow h = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \text{ ارتفاع وارد بر وتر}$$

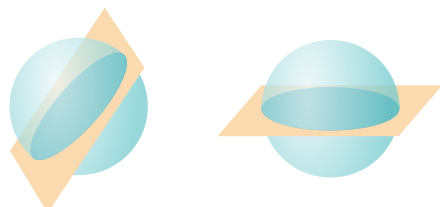
$$V_{\text{کل}} = \frac{1}{۳}\pi\left(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲\left(\frac{۳}{۲}\right) + \frac{1}{۳}\pi\left(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲\left(\frac{۹}{۲}\right) = \frac{1}{۳}\pi\left(\frac{۲۷}{۴}\right)\left(\frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲}\right)$$

$$= \frac{1}{۳}\pi\left(\frac{۲۷}{۴}\right) \times ۶ = \frac{۲۷}{۲}\pi$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

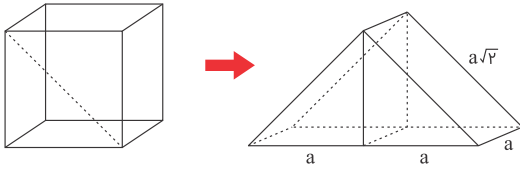
هرگاه صفحه‌ای یک کره را قطع کند، مقطع حاصل دایره می‌شود.



تالیفی عزیزالله علی اصغری

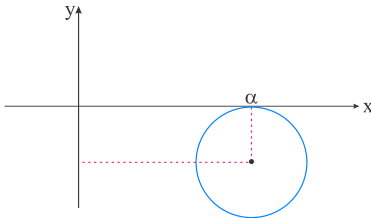
مساحت کل منشور حاصل برابر است با:

$$S = 2(a \times a\sqrt{2} + a \times a + 2 \times \frac{a^2}{2}) = 2(a^2\sqrt{2} + 2a^2) = a^2(2 + 2\sqrt{2})$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

وقتی دایره‌ای به شعاع r بر محور x مماس باشد، آنگاه مرکز دایره $O(\alpha, \pm r)$ است. در اینجا چون مرکز در ناحیه چهارم است، $O(\alpha, -r)$ می‌باشد.



فاصله $O(\alpha, -2)$ را از خط مماس $4x + 3y = 0$ می‌یابیم و برابر شعاع یعنی $r = 2$ قرار می‌دهیم:

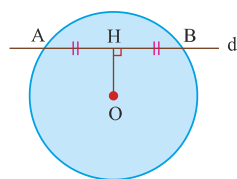
$$r = OH = \frac{|4\alpha + 3(-2)|}{\sqrt{(4)^2 + (3)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|4\alpha - 6|}{5} = 2$$

$$|4\alpha - 6| = 10 \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 6 = 10 \Rightarrow \alpha = 4 \text{ ق.ق} \\ 4\alpha - 6 = -10 \Rightarrow \alpha = -1 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

چون مرکز دایره در ناحیه چهارم است، طول آن باید مثبت باشد.

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط یک وتر وصل کنیم بر آن وتر عمود می‌شود؛ پس کافی است معادله خطی را بنویسیم که از مرکز دایره گذشته و بر خط d عمود باشد؛ در نتیجه داریم:



$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16 \Rightarrow O(2, -1)$$

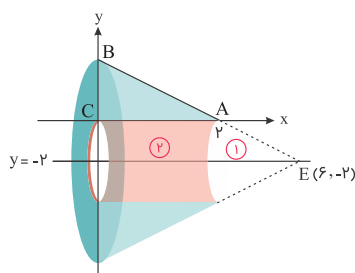
$$d : x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow m_d = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{OH} = -2$$

$$OH : y + 1 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 3$$

تالیفی جعفر میکائیلی

از دوران مثلث $\triangle ABC$ حول $y = -2$ ، یک مخروط ناقص به دست می‌آید که یک استوانه از آن حذف شده است:

معادله خطی که از A و B می‌گذرد، $y = -\frac{1}{2}x + 1$ است. پس محل تلاقی آن با $y = -2$ ، نقطه $E(6, -2)$ است.



در نتیجه داریم:

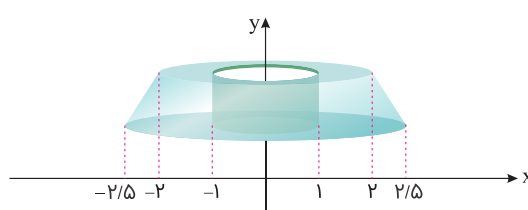
$$V = V_{\text{c}} - (V_1 + V_2) = \frac{1}{3} \times 6 \times \pi(3^2) - \left(\frac{1}{3} \times 4 \times \pi(2^2) + \pi \times 2^2 \times 2 \right)$$

$$= 18\pi - \left(\frac{16\pi}{3} + 8\pi \right) = \frac{14\pi}{3}$$

تالیفی میلاد منصوری

از بین پاره‌خط‌های تشکیل‌دهنده دوزنقه، فقط یک خط مایل وجود دارد که همان ساق غیرقائم است و باتوجه به اینکه این پاره‌خط روی خط $y = -2x + 6$ قرار دارد، می‌توانیم طول رأس مجهول دوزنقه را که عرضی برابر ۲ دارد بیابیم:

$$y = -2x + 6 \xrightarrow{y=2} 2 = -2x + 6 \Rightarrow x = 2$$



باتوجه به نمودار کشیده‌شده، شکل حاصل از دوران دوزنقه، یک مخروط ناقص است که یک استوانه از داخل آن برداشته شده است. ابتدا حجم مخروط ناقص را محاسبه می‌کنیم. حجم این مخروط درواقع حجم مخروط کاملی است که مخروط بالایی از آن حذف شده است. ارتفاع مخروط کامل از $y = 1$ تا محل برخورد خط $y = -2x + 6$ با محور y ها است که عرض از مبدأ این خط یعنی ۶ است؛ پس ارتفاع مخروط کامل $5 = 6 - 1$ است و شعاع قاعده آن هم برابر $r = 2/5$ است.

$$V_{\text{مخروط کامل}} = \frac{1}{3}\pi(2/5)^2(5) = \frac{31/25\pi}{3} \simeq 31/25$$

در مخروط حذف‌شده شعاع قاعده $r = 2$ و ارتفاع برابر $4 = 6 - 2$ است، پس داریم:

$$V_{\text{مخروط محذوف}} = \frac{1}{3}\pi(2)^2(4) = \frac{16\pi}{3} \simeq 16$$

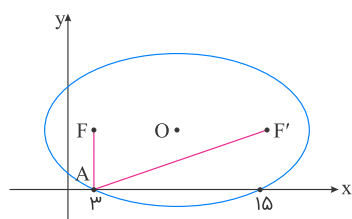
$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط کامل}} - V_{\text{مخروط محذوف}} \simeq 31/25 - 16 = 15/25$$

حال حجم استوانه برداشته‌شده را برای کم کردن از حجم کل محاسبه می‌کنیم؛ باتوجه به شکل شعاع قاعده این استوانه $r = 1$ و ارتفاع آن هم $h = 1$ است:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(1)^2(1) = \pi \simeq 3$$

$$\text{حجم شکل} \simeq 15/25 - 3 = 12/25$$

تالیفی محمدجواد محسنی



$$O = \left(\frac{15+3}{2}, 9\right) = (9, 9) \Rightarrow F' = (15, 9)$$

$$|OF| = c = 6$$

$$AF + AF' = 9 + \sqrt{12^2 + 9^2} = 9 + 15 = 24 = 2a$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

تالیفی صبا مهدوی

$$2c = 4\sqrt{5} \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

$$e = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow a = 6 \Rightarrow |BF| = 6$$

تالیفی سیروس نصیری

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow O_1(1, -3), R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 36 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{41} = \sqrt{10.5}$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 4y + 13 = 0$$

$$O_2(-5, 2), R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{100 + 16 - 52} = \frac{1}{2}\sqrt{64} = 8$$

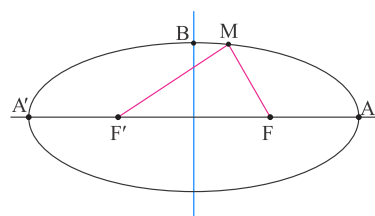
$$O_1O_2 = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$R_1 + R_2 = \sqrt{10.5} + 8 = 5\sqrt{2} \Rightarrow R_1 + R_2 = O_1O_2$$

درنتیجه دو دایره مماس خارج‌اند.

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

باتوجه به شکل محیط مثلث $MF'F$ ، $MF'F$ و یک ضلع آن یعنی FF' ، ۱۲ است؛ پس مجموع دو ضلع دیگر ۲۰ است. پس رأس مقابل ضلع ۱۲ یعنی M روی یک بیضی قرار دارد که در آن $MF + MF' = ۲۰$.



$$\left. \begin{aligned} FF' = 12 &\Rightarrow c = 6 \\ 2a = 20 &\Rightarrow a = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 8$$

بیشترین مقدار ارتفاع وارد بر ضلع ۱۲ زمانی است که M روی نقطه B باشد؛ پس ماکزیمم ارتفاع برابر با $b = 8$ است.

$$0 < h \leq 8$$

درنتیجه ارتفاع ۸ مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد.

تالیفی حسین سعیدی

باتوجه به اینکه مرکز دایره $(۲, -a)$ است و بر محور y مماس است، پس:

$$r = ۲$$

$$r = \frac{1}{۲} \sqrt{(-۴)^۲ + (۲a)^۲} - ۴a = ۲ \Rightarrow ۱۶ + ۴a^۲ - ۴a = ۱۶$$

$$\Rightarrow ۴a(a - ۱) = ۰ \Rightarrow a = ۰ \text{ یا } a = ۱$$

چون $a > ۰$ است، پس $a = ۱$ قابل قبول است.

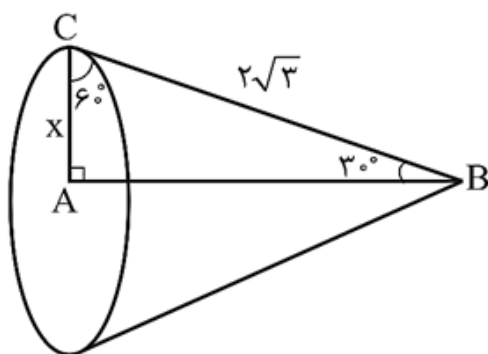
$$a = ۱ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + ۱ = ۰ \Rightarrow O(۲, -۱)$$

اگر این دایره حول خط $y = -۱$ دوران کند، کره‌ای به شعاع ۲ حاصل می‌شود، که حجم آن برابر است با:

$$V = \frac{۴}{۳} \pi r^۳ = \frac{۴}{۳} \pi (۲)^۳ = \frac{۳۲\pi}{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$BC = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow AB = ۳$$



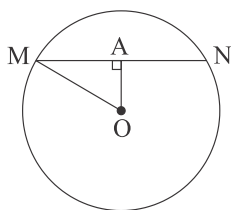
در مثلث قائم‌الزاویه ضلع رو به زاویه ۳۰° برابر است با:

$$x = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

$$\text{حجم} = \frac{1}{۳} \pi R^۲ h = \frac{1}{۳} \pi x^۲ \times AB = \frac{1}{۳} \pi (۳)(۳) = ۳\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه A وتر MN عمود بر OA است.



$$O = \left(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}\right) = (r, -1) \Rightarrow OA = \sqrt{r^2 + 1} = 2$$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - rc}}{r} = \frac{\sqrt{6r^2 + r^2 + 1}}{r} = \frac{\sqrt{7r^2}}{r} = 3\sqrt{r}$$

$$\triangle OAM : MA^2 = R^2 - OA^2 = (3\sqrt{r})^2 - 2^2 = 18 - 4 = 14 \Rightarrow MA = \sqrt{14}$$

پس طول وتر مینیمم $2\sqrt{14}$ است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

گام اول

در یک دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ نقطه $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ مرکز دایره می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

گام دوم

برای مشخص کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس فاصله میان مرکز دو دایره (طول خط‌المركزین) را با دو مقدار $R_1 + R_2$ و $|R_1 - R_2|$ مقایسه می‌کنیم.

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = \lambda \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 6y - \lambda = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_1\left(-\frac{-2}{1}, -\frac{6}{1}\right) \Rightarrow O_1(1, -3)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_1 = \sqrt{\left(-\frac{2}{1}\right)^2 + \left(\frac{6}{1}\right)^2 + \lambda} = \sqrt{1 + 9 + \lambda} = \sqrt{1\lambda} = 3\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + \lambda x - 4y + 12 = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_2\left(-\frac{\lambda}{1}, -\frac{-4}{1}\right) \Rightarrow O_2(-\lambda, 2)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_2 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1}\right)^2 + \left(\frac{-4}{1}\right)^2 - 12} = \sqrt{1\lambda + 4 - 12} = \sqrt{\lambda} = 2\sqrt{2}$$

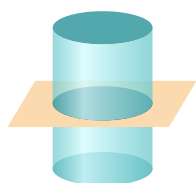
بنابراین داریم:

$$O_1O_2 = \sqrt{(-\lambda - 1)^2 + (2 + 3)^2} = \sqrt{2\lambda + 25} = 5\sqrt{2}$$

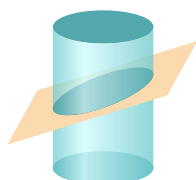
$$R_1 + R_2 = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

چون $O_1O_2 = R_1 + R_2$ است پس دو دایره مماس خارج هستند.

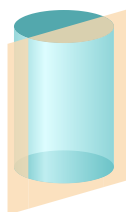
طبق شکل‌های زیر با توجه به وضع صفحه و استوانه حالات مختلفی برای سطح مقطع موردنظر به وجود می‌آید:
(۱) اگر صفحه با قاعده موازی باشد، شکل سطح مقطع، دایره است.



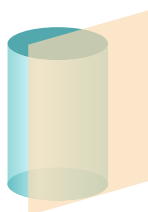
(۲) اگر صفحه به شکل مایل با استوانه برخورد کند، سطح مقطع به شکل بیضی است.



(۳) اگر صفحه به موازات محور استوانه باشد، سطح مقطع مستطیل خواهد بود.

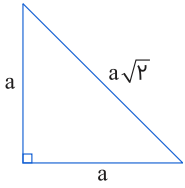


(۴) اگر صفحه به موازات محور استوانه باشد و بر استوانه مماس باشد، سطح مقطع یک خط خواهد بود.

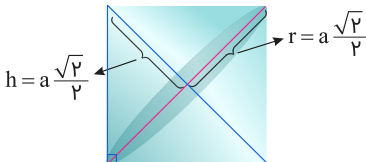


تألیفی محمدجواد محسنی

مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی به ضلع قائم a در نظر می گیریم:



اگر این مثلث را حول وترش دوران دهیم، دو مخروط به هم چسبیده به صورت زیر به وجود می آید:



حجم هر مخروط برابر است با:

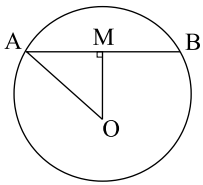
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(a \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{12} \pi a^3$$

پس حجم کل برابر با $\frac{\sqrt{2}}{12} \pi a^3 \times 2$ ، یعنی $\frac{\sqrt{2}}{6} \pi a^3$ است:

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \pi a^3 = \sqrt{2} \pi \Rightarrow a^3 = 6 \Rightarrow a = \sqrt[3]{6}$$

تالیفی علی شهبابی فراهانی

فرض کنیم نقطه $M(1, -2)$ وسط وتر AB باشد:

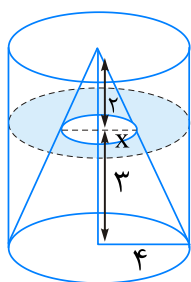


$$O = (3, -2), M = (1, -2) \Rightarrow OM = \sqrt{(3-1)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$R = \frac{\sqrt{3^2 + 16 - 16}}{2} = 3$$

$$AM^2 = OA^2 - OM^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{5} \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵



نسبت تشابه: $\frac{x}{4} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{8}{5}$

$$S = \pi(4)^2 - \pi\left(\frac{8}{5}\right)^2 = 16\pi - \frac{64}{25}\pi = \frac{336}{25}\pi = 13\frac{11}{25}\pi$$

کتکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

تعریف بیضی در گزینه ۳ مناسب و کامل است.

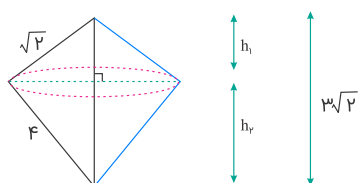
تالیفی سیروس نصیری

طول وتر مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\text{طول وتر} = \sqrt{\sqrt{2}^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}$$

شکل حاصل دو مخروط با قاعده‌های یکسان است و شعاع قاعده‌ها، همان ارتفاع وارد بر وتر است:

$$h = \frac{\sqrt{2} \times 4}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow r = \frac{4}{3}$$



$$\text{حجم مخروط بالایی: } V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times h_1 = \frac{16\pi}{27}h_1$$

$$\text{حجم مخروط پایینی: } V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times h_2 = \frac{16\pi}{27}h_2$$

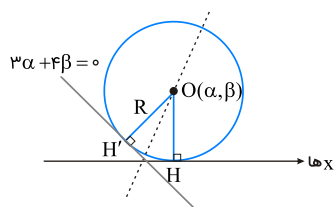
$$V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 = \frac{16\pi}{27} \underbrace{(h_1 + h_2)}_{3\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{9}\pi$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

مرکز دایره را نقطه $O(\alpha, \beta)$ در نظر می‌گیریم. باید فاصله O از محور x ها با فاصله آن از خط $3x + 4y = 0$ برابر باشد:

$$OH = OH' \Rightarrow |\beta| = \frac{|3\alpha + 4\beta|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|3\alpha + 4\beta|}{5} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha + 4\beta = 5\beta \\ 3\alpha + 4\beta = -5\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\alpha = \beta \\ 3\alpha = -9\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز : } O(\alpha, 3\alpha) \\ \text{مرکز : } O(\alpha, -\frac{1}{3}\alpha) \end{cases}$$



مرکز دایره در ناحیه اول است، پس فقط $O(\alpha, 3\alpha)$ قابل قبول است؛ بنابراین مطابق شکل، داریم:

$$R = OH = 3 \Rightarrow \beta = 3\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

$$C : x^2 + y^2 + 2x - 3y - 3 = 0$$

$$O(-1, \frac{3}{2}), A(1, 3)$$

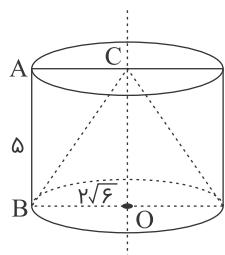
$$m_{OA} = \frac{3 - \frac{3}{2}}{1 - (-1)} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مماس } m = -\frac{4}{3} \\ A(1, 3) \end{cases} \Rightarrow y - 3 = -\frac{4}{3}(x - 1)$$

$$x = 0 \Rightarrow y - 3 = \frac{4}{3} \Rightarrow y = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

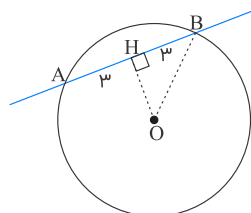
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

مطابق شکل، باید حجم بین استوانه و مخروط را بیابیم که برابر است با:



$$V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = \pi(2\sqrt{6})^2(5) - \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{6})^2(5) = \frac{2}{3}\pi(2\sqrt{6})^2(5) \\ = \frac{2}{3}\pi(24)(5) = 80\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹



فاصله مرکز دایره از خط مذکور را می‌یابیم:

$$OH = \frac{|3(2) - 4(-3) + 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

طبق قضیه فیثاغورس، شعاع دایره برابر است با:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow OB = 5$$

پس معادله دایره به شکل زیر است:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

حال $y = 0$ قرار می‌دهیم:

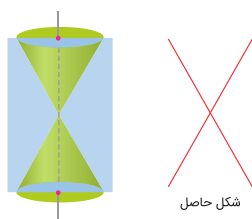
$$(x - 2)^2 + 9 = 25 \Rightarrow (x - 2)^2 = 16 \Rightarrow x - 2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

پس طول پاره‌خطی از محور xها که دایره جدا می‌کند برابر است با:

$$6 - (-2) = 8$$

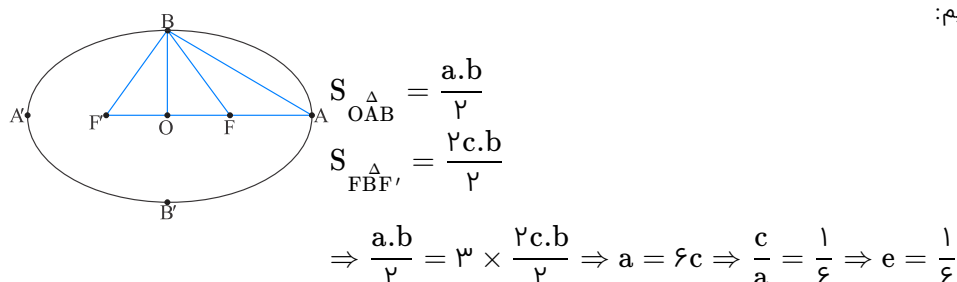
تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

همان‌طور که مشخص است، مقطع حاصل دو خط متقاطع است. واضح است که این دو خط بر هم عمود نیستند.



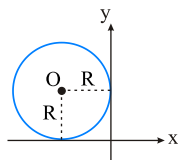
تالیفی عزیزالله علی اصغری

کافی است از روی شکل، رابطه داده‌شده را بسازیم:



تالیفی سیروس نصیری

باتوجه به اینکه دایره بر هر دو محور مختصات مماس است پس باید به‌طور کامل در یکی از چهار ناحیه مختصاتی قرار بگیرد. چون دایره از نقطه $(-1, 2)$ نیز عبور می‌کند و این نقطه در ناحیه دوم قرار دارد، پس دایره موردنظر به‌صورت زیر خواهد بود:



بنابراین دایره‌ای به شعاع R و به مرکز $(-R, R)$ داریم. معادله این دایره برابر است با:

$$(x + R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

چون دایره از نقطه $(-1, 2)$ عبور می‌کند پس مختصات این نقطه در معادله دایره صدق می‌کند:

$$\xrightarrow{x=-1, y=2} (-1 + R)^2 + (2 - R)^2 = R^2 \Rightarrow 1 - 2R + R^2 + 4 - 4R + R^2 = R^2$$

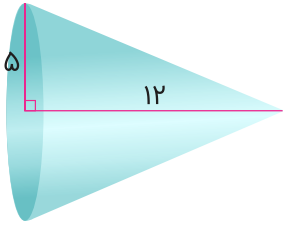
$$\Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R - 5)(R - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R - 5 = 0 \Rightarrow R = 5 \\ R - 1 = 0 \Rightarrow R = 1 \end{cases}$$

قطر بزرگتر به ازای شعاع بزرگتر به دست می‌آید که برابر است با:

$$2R = 2(5) = 10$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

برای ایجاد حجم کمتر، باید حول ضلع بزرگتر یعنی ۱۲ دوران دهیم.



$$V = \frac{1}{3} \pi (12) (5)^2 = 100\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

شعاع و مرکز دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ عبارت‌اند از:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

مرکز : $O'(2, -1)$ ، شعاع : $R' = 3$

نقطه‌ای که تمامی خطوط قائم بر دایره C از آن عبور می‌کنند، مرکز این دایره است، پس $O(8, 7)$ مرکز دایره C است.

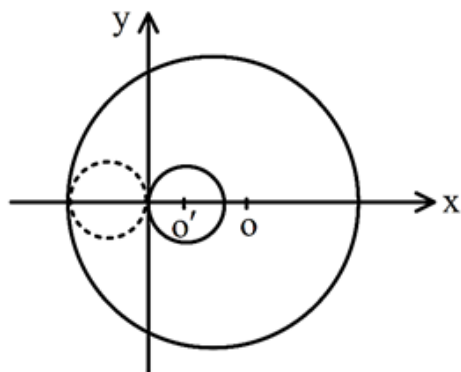
$$d = OO' = \sqrt{(2 - 8)^2 + (-1 - 7)^2} = 10$$

چون دو دایره مماس خارج هستند، پس داریم:

$$d = R + R' \Rightarrow 10 = R + 3 \Rightarrow R = 7$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

هر دو دایره را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.

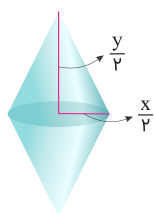


$$O(3, 0), R = 5$$

$$O'(1, 0), R' = 1$$

باتوجه به شکل کوچک‌ترین دایره مماس به این دو دایره، دایره خط‌چین است که شعاع آن برابر یک؛ پس مساحت آن برابر π می‌باشد.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

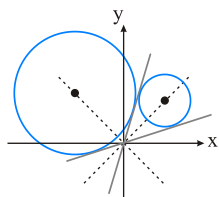


مطابق شکل از دوران گفته‌شده دو مخروط به هم چسبیده از قاعده به وجود می‌آید، بنابراین حجم شکل فوق دو برابر حجم مخروطی است که شعاع قاعده آن $\frac{x}{2}$ و ارتفاع آن $\frac{y}{2}$ است.

$$V = 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 \left(\frac{y}{2}\right) = \frac{x^2 y}{12} \pi$$

تألیفی محمدجواد محسنی

مرکز دایره بر روی نیمساز زاویه بین دو خط قرار دارد. باتوجه به شکل، مرکز دایره کوچکتر روی $y = x$ و مرکز دایره بزرگتر روی $y = -x$ قرار دارد.



$$M(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$$

شعاع دایره برابر با فاصله مرکز آن از خط $2y - x = 0$ است.

$$R = \frac{|4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

بیشترین سطح مقطع یک صفحه با کره، زمانی حاصل می‌شود که صفحه از مرکز کره بگذرد. اگر شعاع کره r باشد، سطح مقطع حاصل πr^2 است.

$$V = 4\pi \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi \Rightarrow r = \sqrt[3]{36}$$

$$\text{مساحت مقطع} = \pi r^2 = 6\sqrt[3]{6}\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

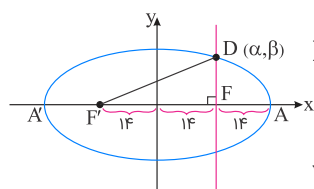
در این سؤال قرار است مساحت ذوزنقه $PMNF'$ را به دست بیاوریم. ارتفاعش که $|PM|$ و برابر با $|FF'|$ است، پس ارتفاعش برابر $2c$ می‌شود. دو قاعده هم $|PF'|$ و $|MN|$ است. پس قاعده‌ها وتر کانونی و نصف وتر کانونی است. پس:

$$S_{PMNF'} = \frac{1}{2}(|PF'| + |MN|)|FF'| = \frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{a} + \frac{2b^2}{a}\right)2c = \frac{3b^2c}{a}$$

$$a^2 = 36, b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \\ c = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{PMNF'} = \frac{3b^2c}{a} = \frac{3 \times 4 \times 4\sqrt{2}}{6} = 8\sqrt{2}$$

تالیفی سیروس نصیری



راه حل اول: اگر $DF = \beta$ و $DF' = \gamma$ فرض شود آنگاه طبق تعریف بیضی $\beta + \gamma = 16$ و در مثلث $FF'D$ داریم:

$$\gamma^2 - \beta^2 = 64 \Rightarrow (\gamma - \beta)(\gamma + \beta) = 64 \xrightarrow{\beta + \gamma = 16} \gamma - \beta = 4$$

$$\begin{cases} \beta + \gamma = 16 \\ \gamma - \beta = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2\gamma = 20 \Rightarrow \gamma = 10, \beta = 6$$

پس: $D(4, 6)$

راه حل دوم: باتوجه به مفروضات سؤال نتیجه می شود که $a = 4$, $c = 4$, پس $b = 4\sqrt{3}$. طول وتر کانونی برابر ۱۲ است، پس $D(4, 6)$.

تالیفی سیروس نصیری

$2b = 6 \Rightarrow b = 3$: طول قطر کوچک

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{4}{5} \Rightarrow 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = 5$$

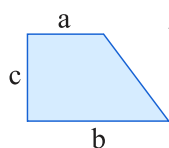
$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$$F'(-4 - 4, -1), F(-4 + 4, -1) \Rightarrow F'(-8, -1), F(0, -1)$$

پس مختصات کانون های بیضی $F(0, -1)$ و $F'(-8, -1)$ است که یکی از آن ها در گزینه ها آمده است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

شکل حاصل از دوران، مخروط ناقصی است که یک استوانه از آن کم شده است و می‌دانیم که حجم مخروط ناقص از دوران ذوزنقه قائم، حول ضلع قائمه‌اش به دست می‌آید و برای به دست آوردن حجم آن داریم:



$$V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{\pi c}{3}(a^2 + b^2 + ab) \quad (1)$$

برای به دست آوردن b ، ابتدا باید اندازه AC را از رابطه فیثاغورس به دست آوریم:

$$b = 2 + AC \xrightarrow{AC^2 + AB^2 = BC^2} b = 2 + 3 \Rightarrow b = 5$$

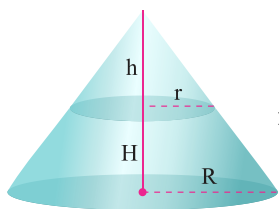
$$\xrightarrow{(1)} V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{\pi \times 4}{3}(4 + 25 + 10) = 52\pi$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi r^2 h \Rightarrow \pi(2)^2 \times 4 = 16\pi$$

$$\text{حجم کل} = \text{حجم مخروط ناقص} - \text{حجم استوانه} = 52\pi - 16\pi = 36\pi$$

$$\text{نسبت خواسته شده} : \frac{\text{حجم استوانه} - \text{حجم مخروط ناقص}}{\text{حجم استوانه}} = \frac{36\pi}{16\pi} = \frac{9}{4}$$

اثبات حجم مخروط ناقص: برای پیدا کردن حجم مخروط ناقص باید مولدها را ادامه دهیم تا یک مخروط کامل به دست آید، سپس حجم مخروط کوچکتر را از حجم مخروط بزرگتر کم کنیم.



$$\text{تالس} : \frac{h}{H+h} = \frac{r}{R} \Rightarrow r(H+h) = hR \Rightarrow rH + rh - hR = 0 \Rightarrow rH + h(r-R) = 0$$

$$rH = h(R-r) \Rightarrow \frac{r}{R-r} = \frac{h}{H} \quad (*)$$

$$\text{حجم مخروط ناقص} = \text{حجم مخروط بزرگ} - \text{حجم مخروط کوچک} = \frac{\pi}{3}R^2(H+h) - \frac{\pi}{3}r^2h$$

$$= \frac{\pi}{3}R^2H + \frac{\pi}{3}R^2h - \frac{\pi}{3}r^2h$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{\pi}{3}R^2H + \frac{\pi}{3}h(R^2 - r^2) = \frac{\pi}{3}R^2H + \frac{\pi}{3}\left(\frac{rH}{R-r}\right) \times (R-r)(R+r) = \frac{\pi}{3}R^2H + \frac{\pi}{3}rRH + \frac{\pi}{3}r^2H$$

$$\frac{\pi}{3}H(R^2 + r^2 + Rr)$$

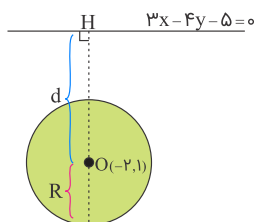
ابتدا معادله دایره را استاندارد می‌کنیم و مرکز و شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y = -1 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 - 4 - 1 = -1$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4 \Rightarrow O(-2, 1), R = 2$$

حال فاصله مرکز دایره از خط داده شده را به دست می‌آوریم:

$$d = OH = \frac{|3(-2) - 4(1) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-6 - 4 - 5|}{5} = 3$$



باتوجه به شکل مشخص است که فاصله دورترین نقاط دایره از خط، برابر $d + R = 3 + 2 = 5$ است.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) هر خط قائم بر دایره، از مرکز دایره عبور می‌کند.

ب) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره است.

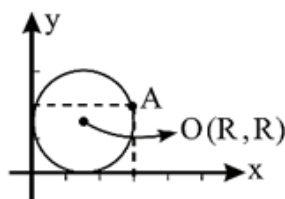
گام دوم

باتوجه به اینکه هر خط قائم بر دایره از نقطه $(-2, 1)$ عبور می‌کند و باتوجه به قسمت الف) از گام اول، نقطه $(-2, 1)$ همان مرکز دایره است. طبق قسمت ب) از گام اول، فاصله نقطه $(-2, 1)$ از خط $y = x - 1$ برابر با شعاع دایره است؛ پس داریم:

$$y = x - 1 \Rightarrow x - y - 1 = 0$$

$$R = \frac{|-2 - 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|-4|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

دایره‌ای که بر محورهای مختصات مماس باشد و از نقطه $A(3, 2)$ عبور کند در ناحیه اول قرار دارد و مرکز آن $O(R, R)$ است، پس معادله آن به صورت زیر است:



$$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$A \in \text{دایره} \Rightarrow (3 - R)^2 + (2 - R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow 9 + R^2 - 6R + 4 + R^2 - 4R = R^2 \Rightarrow R^2 - 10R + 13 = 0$$

مجموع شعاع‌های خواسته شده مجموع ریشه‌های معادله فوق است.

$$\text{مجموع شعاع‌ها} = -\frac{b}{a} = \frac{10}{1} = 10$$

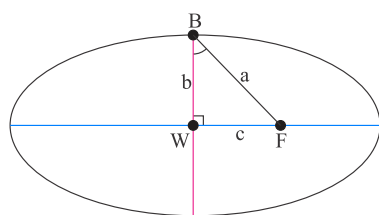
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

فاصله M و N را حساب می‌کنیم:

$$|MN| = \sqrt{(-1 + 1)^2 + (12 - 5)^2} = 7$$

از آنجا که مجموع این فواصل برابر با فاصله M و N است، پس نمی‌توانند روی بیضی قرار گیرند و این مکان یک پاره خط می‌شود.

تالیفی سیروس نصیری



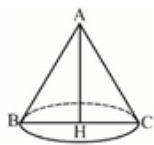
$$2a = 2(2b) \Rightarrow a = 2b$$

$$\sin(\angle FBW) = \frac{c}{a} = e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{4b^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(\angle FBW) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle FBW = 60^\circ \Rightarrow \angle FBF' = 2 \times 60 = 120^\circ$$

تالیفی سیروس نصیری

از دوران مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ حول ارتفاع AH یک مخروط به شعاع قاعده $BH = \sqrt{3}$ و ارتفاع $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}) = 3$ ایجاد می‌شود:



$$\text{حجم} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2(3) = 3\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

مرکز دایره اولیه را می‌یابیم:

$$x^2 + y^2 - 2x + \frac{c}{3} = 0$$

$$O(1, 0) \xrightarrow[\text{یک واحد به بالا}]{\text{دو واحد به چپ}} O'(-1, 1)$$

پس مرکز دایره جدید $(-1, 1)$ است.

$$\frac{-a}{r} = -1 \Rightarrow a = r, \quad \frac{-b}{r} = 1 \Rightarrow b = -r$$

$$r = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 + r^2 - c} = 1$$

می‌دانیم شعاع دایره تغییر نمی‌کند. شعاع دایره اولیه نیز ۱ است.

$$1 = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 - \frac{rc}{3}} \Rightarrow c = 0$$

$$a + b + c = -r + r + 0 = 0$$

تالیفی حسین سعیدی

همه خط‌های قائم بر یک دایره از مرکز آن می‌گذرند.

$$O(3, -2) \Rightarrow \begin{cases} y - x + 3 = 0 \\ O(3, -2) \end{cases} \Rightarrow R = \frac{|-2 - 3 + 3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

مقطع مخروط کره، همواره دایره است.

نکته: مخروط ناقص، درواقع مخروطی است که یک مخروط از بالای آن حذف شده است. این شکل از دوران یک دوزنقه به دست می‌آید.



تالیفی میلاد منصوری

برای آنکه خط بر دایره مماس باشد، باید فاصله آن از مرکز دایره برابر شعاع دایره باشد:

$$x^2 - 4x + y^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 3 \Rightarrow O(2, 0), R = \sqrt{3}$$

$$y = mx - 1 \Rightarrow y - mx + 1 = 0$$

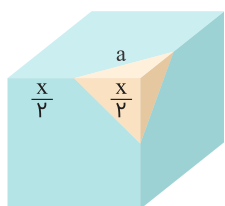
$$\Rightarrow d = \frac{|0 - 2m + 1|}{\sqrt{1 + m^2}} = \sqrt{3} \Rightarrow |2m - 1| = \sqrt{3} \sqrt{1 + m^2}$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 3 + 3m^2 \Rightarrow m^2 - 4m - 2 = 0$$

$$m \text{ مجموع مقادیر } = -\frac{b}{a} = 4$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

چون صفحه برش هر سه ضلع را دقیقاً از وسط قطع می‌کند و باتوجه به مکعب بودن شکل، مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع خواهد بود که اندازه اضلاع آن برابر خواهد بود با:



$$a = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

و می‌دانیم که مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع برابر است با:

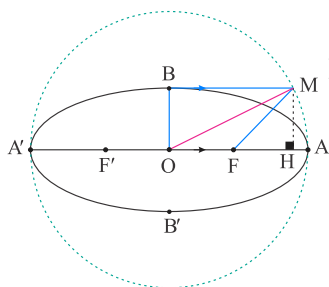
$$a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \xrightarrow{a = \frac{x}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{x^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} x^2$$

و می‌دانیم مساحت کل مکعب به ضلع x برابر است با: $6x^2$
پس نسبت مساحت قطاع به مساحت کل برابر است با:

$$\frac{x^2 \frac{\sqrt{3}}{8}}{6x^2} = \frac{\sqrt{3}}{48}$$

تألیفی مهدی ملارمضانی

دقت کنیم در این مسائل نمی‌توان به شکل اعتماد کرد و باید با استدلال زاویه را بیابیم.
از نقطه M بر AA' عمود می‌کنیم:



$$MH = OB = b$$

$$\text{شعاع دایره} = OM = OA = a$$

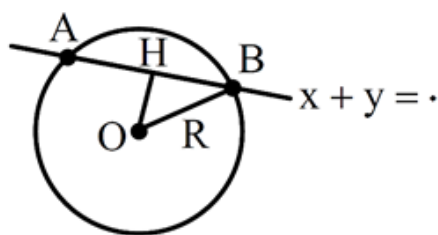
در مثلث $\triangle OMH$ فیثاغورس می‌نویسیم:

$$OH^2 + MH^2 = OM^2$$

$$\Rightarrow OH^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow OH^2 = a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow OH = c$$

پس نقطه H روی نقطه F خواهد افتاد. در نتیجه زاویه $\angle MF'F$ ، 90° درجه خواهد بود.

تألیفی حسین سعیدی



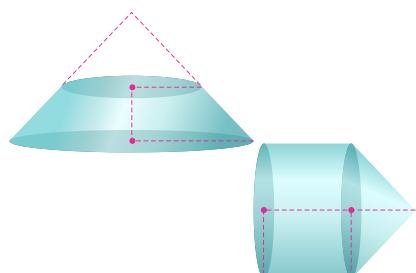
$$(x - 2)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} O(2, 0) \\ R = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$OH = \frac{|2 + 0|}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$BH^2 + OH^2 = R^2 \Rightarrow BH^2 + 2 = 5 \Rightarrow BH^2 = 3 \Rightarrow BH = \sqrt{3} \\ \Rightarrow AB = 2BH = 2\sqrt{3}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶۱۳

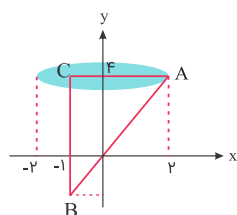
دوران حول AD: مخروط ناقص



دوران حول DC: استوانه و مخروط

تالیفی عزیزالله علی اصغری

بزرگ‌ترین سطح مقطع دایره‌ای شکل را دورترین نقطه مولد از محور به وجود می‌آورد. در این مسئله دورترین نقطه، $A(2, 4)$ است که فاصله‌اش از محور y ها برابر ۲ است. در نتیجه مساحت دایره موردنظر $\pi(2)^2 = 4\pi$ است.



تالیفی میلاد منصوری

قطر دایره از مرکز دایره می‌گذرد پس مختصات یکی از نقاط روی قطر همان مرکز است و می‌دانیم مختصات مرکز دایره به معادله $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 1 = 0$ برابر است با:

$$O(\alpha = -\frac{4}{2} = -2, \beta = -\frac{-6}{2} = 3) \Rightarrow O = (\alpha = -2, \beta = 3)$$

ازطرفی قطر موردنظر موازی خط $y - x = 1$ است پس شیب قطر با شیب این خط برابر است درنتیجه:

$$y - x = 1 \Rightarrow m = 1 \text{ شیب قطر}$$

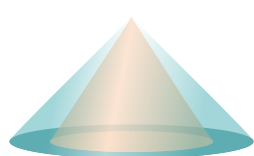
حال با داشتن شیب و مختصات نقطه، معادله قطر به دست می‌آید:

$$y - 3 = 1(x + 2) \Rightarrow y = x + 5 \text{ معادله قطر}$$

حال به سادگی می‌توان فهمید که فقط گزینه ۲ در این خط صدق می‌کند:

$$B(1, 6) \Rightarrow 6 = 1 + 5 \Rightarrow 6 = 6 \quad \checkmark$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۴



ناحیه هاشورخورده پس از دوران، تبدیل به فضای بین دو مخروط هم‌رأس می‌گردد که ارتفاع هر دو $h = 2$ است. برای محاسبه شعاع قاعده، باید خط $y = 1$ را با دو خط مورب تلاقی دهیم.

شعاع قاعده مخروط بیرونی $y + x = 3 \xrightarrow{y=1} x = 2$ معادله خط d_1

شعاع قاعده مخروط درونی $\frac{y}{3} + \frac{x}{3} = 1 \xrightarrow{y=1} x = \frac{4}{3}$ معادله خط d_2

حجم مخروط درونی - حجم مخروط بیرونی = حجم فضای ایجادشده

$$= \frac{\pi}{3}(2)^2(2) - \frac{\pi}{3}\left(\frac{4}{3}\right)^2(2) = \frac{2\pi}{3}\left(4 - \frac{16}{9}\right) = \frac{2\pi}{3} \times \frac{20}{9} = \frac{40\pi}{27}$$

تالیفی امیر خمسه

هرکدام از نقاط که مختصات آن در نابرابری $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 1 > 0$ صدق کنند، بیرون دایره قرار دارند. برای $(1, 4)$ این شرط برقرار است:

$$(1)^2 + (4)^2 + 4(1) - 4(4) + 1 > 0$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 9 = 0 \Rightarrow O(-1, 2), R = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 36} = \frac{1}{2}\sqrt{56} = \sqrt{14} \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \Rightarrow O'(1, -2), R' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 16} = 3 \end{cases}$$

$$d = OO' = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$R + R' = \sqrt{14} + 3 > 2\sqrt{5} > \sqrt{14} - 3 \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع اند}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

سطح مقطع حاصل از برخورد یک کره با یک صفحه همواره دایره است. پس سطح مقطع حاصل از برخورد نیمکره با صفحه قسمتی از دایره می‌شود.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

از آنجا که قطر کوچک بیضی موازی محور y ها است و بیضی در $x = 2$ بر محور x مماس شده است، پس طول مرکز بیضی ۲ می‌شود.
از آنجا که بیضی در نقاط به عرض ۲ و ۴ محور y را قطع کرده است، پس مقدار وسط این دو عدد یعنی ۳ عرض مرکز بیضی می‌باشد. پس:

$$O(2, 3) \Rightarrow b = 3$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9c^2 = 9 + c^2 \Rightarrow 8c^2 = 9 \Rightarrow c = \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2c = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

تالیفی مجید قهرمانی

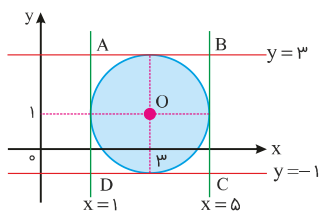
$$2c = 2b \Rightarrow c = b$$

از طرفی می‌دانیم $2c^2 = c^2 + c^2 = b^2 + c^2 = a^2$ است؛ یعنی $a = \sqrt{2}c$ می‌شود.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

از برخورد چهار خط داده شده یک مربع حاصل می شود. مطابق شکل مرکز دایره وسط مربع ABCD است.



پس داریم:

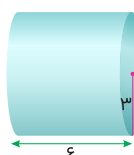
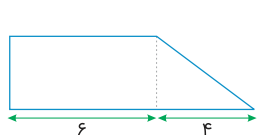
$$\begin{cases} x_O = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_O = \frac{-1+3}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow O(3, 1)$$

از طرفی قطر دایره برابر با ضلع مربع است؛ در نتیجه $R = 2$ و $2R = 4$ خواهد بود؛ بنابراین معادله دایره به صورت $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ یا $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ است.

تالیفی جعفر میکائیلی

دوزنقه قائم الزاویه در واقع از به هم چسباندن یک مثلث قائم الزاویه و یک مستطیل به وجود آمده است که می توانیم دوران آن ها را جداگانه تحلیل کنیم؛ می دانیم دوران یک مستطیل حول یک ضلعش باعث به وجود آمدن استوانه می شود و اگر مثلث قائم الزاویه را حول ضلع قائمه دوران دهیم، یک مخروط تولید می شود.

حجم حاصل از شکل کلی از جمع حجم های استوانه و مخروط به دست می آید:

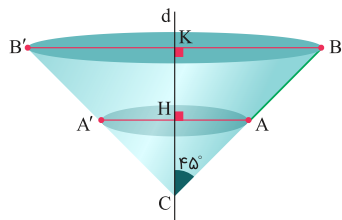


$$V_{\text{کل}} = V_{\text{مخروط}} + V_{\text{استوانه}} = \frac{1}{3}\pi(3)^2(4) + \pi(3)^2(6) = 12\pi + 54\pi = 66\pi$$

نکته: حجم استوانه ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h از رابطه $V = \pi r^2 h$ و حجم مخروط به شعاع قاعده r و ارتفاع h از رابطه $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ به دست می آید.

تالیفی محمدجواد محسنی

باتوجه به شکل، سطح مقطع حاصل برابر با مساحت دوزنقه $ABB'A'$ است و داریم:



$$AA' = 4 \times 2 = 8, \quad BB' = 8 \times 2 = 16$$

$$\begin{cases} \triangle ACH : \tan 45^\circ = \frac{AH}{CH} \Rightarrow 1 = \frac{4}{CH} \Rightarrow CH = 4 \\ \triangle BCK : \tan 45^\circ = \frac{BK}{CK} \Rightarrow 1 = \frac{8}{CK} \Rightarrow CK = 8 \end{cases}$$

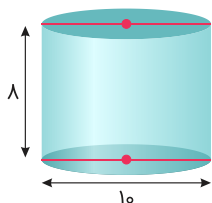
پس ارتفاع دوزنقه $HK = CK - CH = 4$ است و مساحت برابر است با:

$$\frac{1}{2}(AA' + BB') \times HK = \frac{1}{2} \times (8 + 16) \times 4 = 48$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

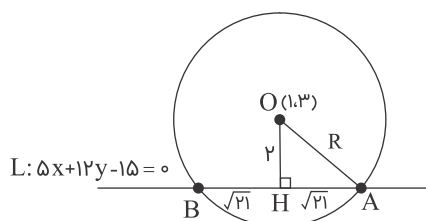
از تقاطع صفحه‌ای افقی با استوانه‌ای به شعاع قاعده ۵ و ارتفاع ۸، دایره‌ای به شعاع ۵ حاصل می‌شود که مساحت آن $\pi(5)^2 = 25\pi$ است. از تقاطع صفحه‌ای گذرنده از مراکز دو قاعده این استوانه با آن، مستطیلی به ابعاد ۸ و ۱۰ واحد حاصل می‌شود که مساحت آن برابر است با $8 \times 10 = 80$. پس:

$$\frac{80}{25\pi} = \frac{16}{5\pi}$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

از مرکز دایره بر خط $L: 5x + 12y - 15 = 0$ عمود می‌کنیم، پس $AH = HB = \sqrt{21}$ و داریم:



$$|OH| = \frac{|5(1) + 12(3) - 15|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{26}{13} = 2$$

$$\triangle OHA: \text{ فیثاغورس } \Rightarrow R^2 = 2^2 + (\sqrt{21})^2 = 25$$

$$\Rightarrow \text{دایره: } (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

حال برای یافتن محل برخورد دایره و محور xها، مقدار y را در معادله دایره برابر با صفر قرار می‌دهیم:

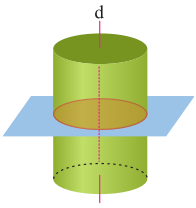
$$(x-1)^2 + (0-3)^2 = 25 \Rightarrow (x-1)^2 + 9 = 25 \Rightarrow (x-1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x-1 = \pm 4 \Rightarrow x = -3, x = 5$$

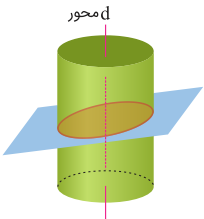
$$\Rightarrow \text{نقاط برخورد با محور xها: } (-3, 0), (5, 0)$$

$$\Rightarrow \text{طول پاره خط حاصل} = 5 - (-3) = 8$$

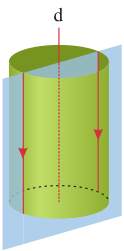
فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای به صورت‌های زیر است:
(۱) اگر صفحه بر محور سطح استوانه‌ای عمود باشد، فصل مشترک، یک دایره است.



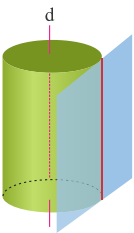
(۲) اگر صفحه بر محور سطح استوانه‌ای عمود نباشد و با آن موازی هم نباشد، فصل مشترک، یک بیضی است.



(۳) اگر صفحه با محور موازی باشد و سطح استوانه‌ای را قطع کند، فصل مشترک، دو خط موازی است.



(۴) اگر صفحه با محور موازی و بر سطح استوانه‌ای مماس باشد، فصل مشترک، یک خط است.



بنابراین فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای نمی‌تواند هذلولی باشد.

تالیفی جعفر میکائیلی

ابتدا کسر داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$MA - 2MB = 3MA - 12 \Rightarrow 2MA + 2MB = 12 \Rightarrow MA + MB = 6$$

چون مجموع فواصل M از دو نقطه ثابت A و B برابر ۶ شده است، لذا مکان هندسی M یک بیضی به قطر بزرگ ۶ است پس بیشترین فاصله این نقاط $2a = 6$ است.

مرکز دایره روی خطی به معادله $y = 2x$ قرار دارد. فرض می‌کنیم مختصات مرکز دایره $(\alpha, 2\alpha)$ باشد. طبق تعریف دایره، می‌دانیم فاصله هر نقطه روی دایره از مرکز دایره برابر با شعاع است. شعاع دایره را R می‌نامیم. با محاسبه فاصله مرکز دایره از هر یک از نقاط $(0, 0)$ و $(3, 1)$ ابتدا مقدار α و سپس مقدار R را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} \\ R &= \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 2} 5\alpha^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2 \Rightarrow 5\alpha^2 = \alpha^2 - 6\alpha + 9 + 4\alpha^2 - 4\alpha + 1$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 = 5\alpha^2 - 10\alpha + 10 \Rightarrow 10\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = 1$$

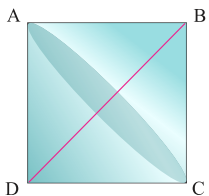
$$\Rightarrow R = \sqrt{(1 - 0)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

بنابراین دایره‌ای به مرکز $(1, 2)$ و شعاع $\sqrt{5}$ داریم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

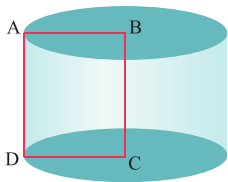
در حالت اول، دو مخروط به وجود می‌آید. ارتفاع هر مخروط به اندازه نصف قطر مربع یعنی $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ است. شعاع قاعده نیز همین مقدار، یعنی $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ است. بنابراین:

$$V_1 = 2 \left(\frac{1}{3} \pi \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)^2 \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right) \right) = \frac{9\pi\sqrt{2}}{2}$$



در حالت دوم، یک استوانه به وجود می‌آید. ارتفاع استوانه همان ضلع مربع یعنی ۳ است و شعاع قاعده آن نیز ۳ است:

$$V_2 = \pi(3^2)(3) = 27\pi$$



بنابراین:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{9\pi\sqrt{2}}{2}}{27\pi} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

تالیفی میلاد منصوری

از معادله خط، مقدار y را برحسب x یافته و در معادله دایره جایگزین می‌کنیم؛ پس داریم:

$$7x - y + 12 = 0 \Rightarrow 7x + 12 = y$$

$$\xrightarrow{\text{جایگزین در دایره}} (x - 2)^2 + (7x + 12 - 1)^2 = 25$$

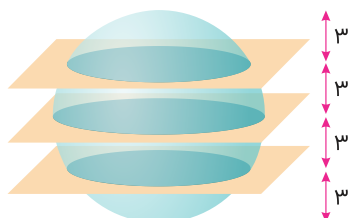
$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 49x^2 + 154x + 121 = 25$$

$$\Rightarrow 50x^2 + 150x + 100 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1, -2$$

تالیفی جعفر میکائیلی

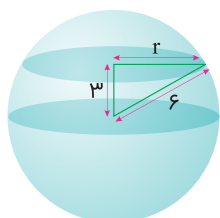
برای آنکه کره به ۴ قسمت تقسیم شود، به ۳ برش احتیاج داریم و از آنجاکه فاصله برش‌ها از هم یکسان است، می‌توانیم با شکل زیر برش‌ها را نشان دهیم:



یعنی، یک برش را از قطر عبور می‌دهیم و سپس دو برش با فاصله‌های ۳ واحد به موازات صفحه فوق انجام می‌دهیم. می‌دانیم سطح حاصل از برش یک کره، دایره است و شعاع بزرگ‌ترین دایره در اینجا (و نیز در حالت کلی)، همان شعاع کره می‌شود، پس بزرگ‌ترین مساحت ممکن برابر است با:

$$S = \pi \times 6^2 = 36\pi$$

اما برای محاسبه سطح دایره‌ای که به فاصله ۳ واحد از مرکز است، به شکل زیر توجه کنید:



$$r^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow r^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow r = 3\sqrt{3}$$

پس مساحت این سطح برابر است با:

$$S' = \pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi$$

$$S - S' = 36\pi - 27\pi = 9\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

برای به دست آوردن حجم قسمت برش خورده به صورت زیر عمل می‌کنیم:

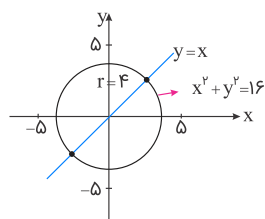
ارتفاع $\times$ مساحت قاعده $= V$

$$V = \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times \sin 120^\circ \times 10 = \frac{25}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = \frac{125}{3} \sqrt{3}$$

تالیفی عباس حسینی

وتری که خط $x = y$ روی دایره‌ای به مرکز $(0, 0)$ را جدا می‌کند، برابر قطر دایره است:

$$2r = 8 \Rightarrow r = 4$$



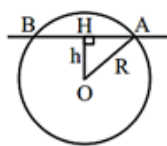
حالا معادله دایره‌ای به شعاع ۴ و مرکز $(0, 0)$ را می‌نویسیم:

$$x^2 + y^2 = 16$$

فقط گزینه (۲) در معادله دایره صدق می‌کند.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

خطوط قائم بر دایره همگی در مرکز دایره هم‌رسانند، پس مرکز دایره همان نقطه $O(4, -1)$ است. حال با رسم یک شکل فرضی از مسئله (مطابق شکل زیر) می‌توان h (فاصله O تا خط) و R را به دست آورد:



$$h = \text{فاصله } O \text{ تا خط} = \frac{|16 - 3 + 2|}{\sqrt{16 + 9}} = 3$$

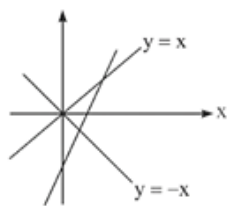
$$\Rightarrow R = \sqrt{h^2 + HA^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

با پیدا شدن R می‌توان مساحت دایره را به دست آورد:

$$S = \pi R^2 = 25\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۴۶

مرکز دایره‌هایی که بر محورهای مختصات مماس هستند روی خط‌های $y = x$ و $y = -x$ قرار دارند:

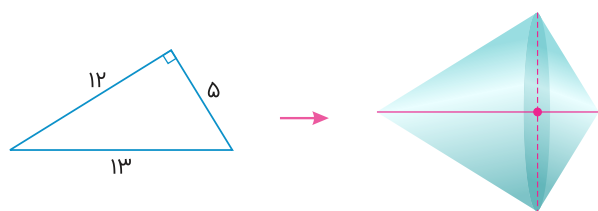


$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow O(6, 6) \Rightarrow R = 6$$

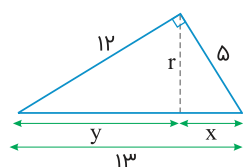
$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow O'(2, -2) \Rightarrow R' = 2$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

اضلاع مثلث در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند، پس نوع آن قائم‌الزاویه است.



مطابق شکل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر، دو مخروط به هم چسبیده به وجود می‌آید که شعاع آن‌ها برابر با ارتفاع وارد بر وتر است. برای به دست آوردن موارد لازم از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم:



$$5 \times 12 = 13r \Rightarrow r = \frac{60}{13}$$

$$25 = 13x \Rightarrow x = \frac{25}{13}$$

$$144 = 13y \Rightarrow y = \frac{144}{13}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{60}{13}\right)^2\left(\frac{25}{13}\right) + \frac{1}{3}\pi\left(\frac{60}{13}\right)^2\left(\frac{144}{13}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{60}{13}\right)^2\pi\left(\frac{25}{13} + \frac{144}{13}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{60}{13}\right)^2 (13) = \frac{3600}{13 \times 3} \pi = \frac{1200}{13} \pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

$$a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

ضریب xy نباید در دایره باشد:

$$c - 2 = 0 \Rightarrow c = 2$$

از آنجا که شعاع دایره بزرگتر از صفر است، پس:

$$d^2 + 4 - 4 \times 5 > 0 \Rightarrow d^2 > 16 \Rightarrow d = 5$$

$$2 + 2 + 5 = 9 \text{ : کمترین مقدار}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶ ۶

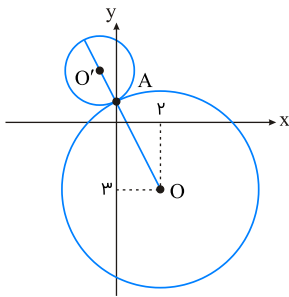
حجم حاصل برابر است با تفاضل نیم کره (کره بزرگتر) و کره داخل:

$$(R = 4) : \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3} \pi (4)^3 \right) = \frac{128}{3} \pi$$

$$(R = 2) : \frac{4}{3} \pi (2)^3 = \frac{32}{3} \pi$$

$$V = \frac{128}{3} \pi - \frac{32}{3} \pi = 32 \pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶ ۶



مطابق شکل، مراکز دو دایره مماس خارج و محل تماس دو دایره، روی یک خط راست قرار دارند و مرکز دایره C' در ناحیه دوم دستگاه مختصات است. می‌دانیم قائم‌های رسم‌شده بر یک دایره از مرکز آن دایره عبور می‌کنند، پس با فرض $O = (2, -3)$ و $A = (0, 1)$ ، داریم:

$$m_{OA} = \frac{1 - (-3)}{0 - 2} = -2$$

$$OA \text{ خط : معادله } y - 1 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 1$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه $(-1, 3)$ در ناحیه دوم دستگاه مختصات است و در معادله خط OA صدق می‌کند. با فرض $O' = (-1, 3)$ داریم:

$$O'A = \sqrt{(0 + 1)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{5}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

دایره موردنظر را $C'(O', R')$ فرض می‌کنیم، پس $O'(-4, 0)$ حال داریم:

$$C : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow O(-3, 1) , R = \sqrt{\frac{36 + 4 - 8}{4}} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |OO'| = |R - R'| \Rightarrow \text{دایره‌ها مماس داخل‌اند}$$

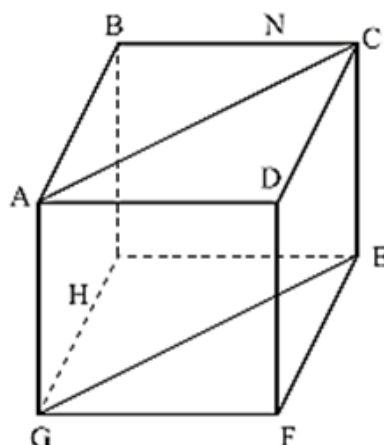
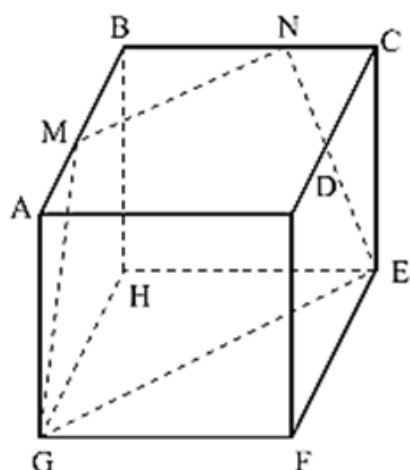
$$\Rightarrow \sqrt{(-4 + 3)^2 + (0 - 1)^2} = |2\sqrt{2} - R'| \Rightarrow |2\sqrt{2} - R'| = \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} - R' = \pm\sqrt{2} \Rightarrow R' = \sqrt{2} \text{ یا } R' = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع بزرگ‌ترین دایره} = 3\sqrt{2}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

حالت ۱: صفحه گذرنده از یک قطر وجه:
سطح مقطع دوزنقه متساوی الساقین است.



با نوشتن تالس و همنهشتی $\triangle M \hat{A} G \cong \triangle N \hat{C} E$ نتیجه می گیریم MNEG دوزنقه متساوی الساقین است.
حالت ۲: صفحه گذرنده از دو قطر موازی در دو وجه موازی:

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel GE \\ CE \perp AC \\ AG \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مستطیل } ACEG$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

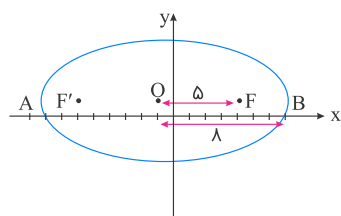
$$2c = FF' = \sqrt{(1-1)^2 + (4+6)^2} = 10 \Rightarrow c = 5$$

$$2b = 2\sqrt{39} \Rightarrow b = \sqrt{39}$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 8$$

مختصات مرکز این بیضی چنین است:

$$O = \frac{F + F'}{2} = (-1, 1)$$



همان طور که از شکل تقریبی این بیضی مشخص است، از هر ۴ ناحیه مختصات می گذرد.

تالیفی صبا مهدوی

عرض کانون‌های این بیضی مساوی‌اند، پس بیضی افقی است. کمترین فاصله مرکز بیضی تا نقاط روی آن برابر b است، پس $b = ۲\sqrt{۳}$. از طرفی داریم:

$$۲c = |FF'| = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow c = \sqrt{۶}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ = (۲\sqrt{۳})^۲ + (\sqrt{۶})^۲ = ۱۲ + ۶ = ۱۸ \Rightarrow a = ۳\sqrt{۲}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۶}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۶} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

نکته: دایره $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم $f(x, y) = x^۲ + y^۲ + ax + by + c$ باشد. در این صورت به ازای هر نقطه $A(x_۰, y_۰)$ داریم:

$$f(A) = f(x_۰, y_۰) = x_۰^۲ + y_۰^۲ + ax_۰ + by_۰ + c$$

حال برای تشخیص وضعیت نقطه A نسبت به این دایره خواهیم داشت:

$$f(A) > ۰ \Leftrightarrow A \text{ خارج دایره}$$

$$f(A) = ۰ \Leftrightarrow A \text{ روی دایره}$$

$$f(A) < ۰ \Leftrightarrow A \text{ درون دایره}$$

طبق نکته فوق داریم:

$$۱) f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۱ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۱ = ۴ > ۰ \Rightarrow \text{خارج دایره}$$

$$۲) f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۲x + ۵ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۲ + ۵ = ۸ > ۰ \Rightarrow \text{خارج دایره}$$

$$۳) f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۸x - ۴y - ۵ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۸ + ۸ - ۵ = ۰ \Rightarrow \text{روی دایره}$$

$$۴) f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۱۰x + ۸y \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۱۰ - ۱۶ = -۲۱ < ۰ \Rightarrow \text{داخل دایره}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

$$\frac{|AA'|}{|BB'|} = \sqrt{۵} \Rightarrow \frac{۲a}{۲b} = \sqrt{۵} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^۲ = ۵ \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^۲ = \frac{۱}{۵}$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^۲} = \sqrt{1 - \frac{۱}{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = ۲ \times \frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

تالیفی سیروس نصیری

$$A(-1, 4) \Rightarrow O(1, 3) \text{ , } 2R = |AB| = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow R = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

مسلماً $m = 2$ و معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ است. کافی است نقطه را داخل معادله جایگذاری کرده و جذر بگیریم.

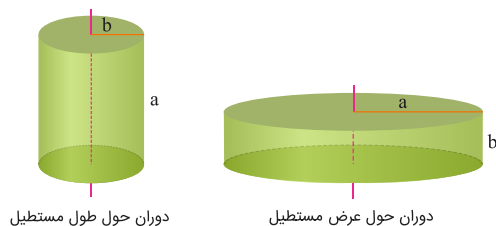
$$\text{طول مماس} = \sqrt{1 + 4 + 2 - 4} = \sqrt{3}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

طول مستطیل را a و عرض آن را b در نظر می‌گیریم:

$$\text{طول قطر} = \sqrt{a^2 + b^2} = 3\sqrt{10} \Rightarrow a^2 + b^2 = 90 \quad (1)$$

حجم استوانه حاصل حول b برابر با $\pi a^2 b$ و حول a برابر با $\pi b^2 a$ است؛ بنابراین داریم:



$$\frac{\pi a^2 b}{\pi b^2 a} = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = 3 \Rightarrow a = 3b$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (1)}} 9b^2 + b^2 = 90 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 \xrightarrow{a=3b} a = 9$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(a + b) = 2(9 + 3) = 24$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

گام اول

دو منحنی در یک نقطه بر هم مماس هستند، هرگاه معادله تلاقی آن‌ها در آن نقطه ریشه مضاعف داشته باشد.

گام دوم

داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x = 3 \xrightarrow{y=mx+2} x^2 + (mx+2)^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 + m^2x^2 + 4mx + 4 - 2x = 3 \\ \Rightarrow (m^2 + 1)x^2 + (4m - 2)x + 1 = 0$$

این معادله باید ریشه مضاعف داشته باشد پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (4m - 2)^2 - 4(m^2 + 1)(1) = 0 \Rightarrow 16m^2 - 16m + 4 - 4m^2 - 4 = 0 \\ \Rightarrow 12m^2 - 16m = 0 \Rightarrow m(12m - 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 12m - 16 = 0 \Rightarrow m = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

الف) معادله استاندارد یک دایره به مرکز (α, β) و شعاع R به صورت $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ است.
ب) معادله گسترده یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است.

گام دوم

باتوجه به معادله گسترده نوشته شده در گام اول، ضریب x^2 و y^2 باید با هم برابر و برابر با یک باشد، بنابراین مقادیر a را به گونه ای می یابیم که ضریب x^2 و y^2 با هم برابر شوند؛ در نتیجه:

$$a^2 - 4 = 2 \Rightarrow a^2 = 6 \Rightarrow a = \pm\sqrt{6}$$

از طرفی معادله این دایره را باید بتوان به صورت استاندارد نوشت، بنابراین دو مقدار $a = +\sqrt{6}$ و $a = -\sqrt{6}$ را در معادله دایره جایگذاری می کنیم تا مقدار صحیح را تشخیص دهیم.

$$a = \sqrt{6} : 2x^2 + (9 - \sqrt{6})y^2 + 4y + 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4y + 3 = 0 \\ \Rightarrow 2(x - 0)^2 + 2(y^2 + 2y + 1) + 1 = 0 \Rightarrow 2(x - 0)^2 + 2(y + 1)^2 + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} (x - 0)^2 + (y + 1)^2 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow (x - 0)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{1}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

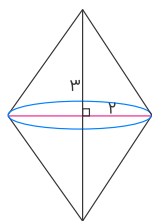
رابطه به دست آمده همواره نادرست است؛ زیرا عبارت سمت چپ تساوی همواره نامنفی می باشد ولی مساوی با یک عدد منفی شده است.

$$a = -\sqrt{6} : 2x^2 + (9 - \sqrt{6})y^2 + 4y - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4y - 3 = 0 \\ \Rightarrow 2(x - 0)^2 + 2(y^2 + 2y + 1) - 5 = 0 \Rightarrow 2(x - 0)^2 + 2(y + 1)^2 - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} (x - 0)^2 + (y + 1)^2 - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow (x - 0)^2 + (y + 1)^2 = \frac{5}{2}$$

به ازای $a = -\sqrt{6}$ ، معادله دایره ای به مرکز $(0, -1)$ و شعاع $R = \sqrt{\frac{5}{2}}$ داریم.

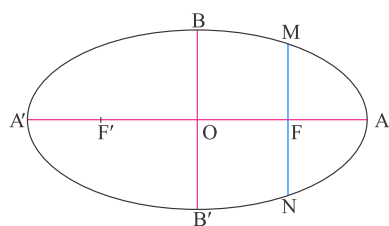
از دوران لوزی حول قطر بزرگ آن، دو مخروط یکسان که از قاعده به هم چسبیده‌اند، ایجاد می‌شود. شعاع قاعدهٔ مخروط‌ها، برابر نصف طول قطر کوچک لوزی و ارتفاع مخروط‌ها، برابر نصف طول قطر بزرگ لوزی است. بنابراین خواهیم داشت:



حجم شکل حاصل : $V = ۲ \times \frac{1}{۳} \pi r^2 h$

$$= ۲ \times \frac{1}{۳} \pi (۲)^2 \times ۳ = ۸\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی



فاصله کانون F از نزدیک‌ترین نقطه بیضی برابر $AF = a - c$ و فاصله کانون F از دورترین نقطه بیضی برابر $AF' = a + c$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} a - c = 5 \\ a + c = 13 \end{cases} \Rightarrow 2a = 18 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow c = 4$$

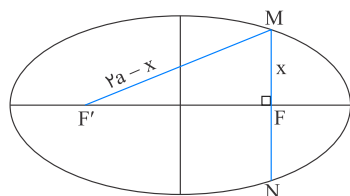
$$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 81 - 16 = 65 \Rightarrow b = \sqrt{65}$$

طول پاره خط MN از رابطه $MN = \frac{2b^2}{a}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$MN = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(65)}{9} = \frac{130}{9}$$

تذکر: اگر در نقطه کانون یک بیضی، خطی بر قطر بزرگ بیضی عمود کنیم تا بیضی را در دو نقطه M و N قطع کند، اندازه پاره خط MN از رابطه $MN = \frac{2b^2}{a}$ به دست می‌آید.

اثبات: فرض می‌کنیم $MF = x$ ، در این صورت چون نقطه M روی بیضی است، پس $MF + MF' = 2a$ و بنابراین $MF' = 2a - x$. حال در مثلث قائم‌الزاویه $MF'F'$ طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$MF'^2 = MF^2 + FF'^2$$

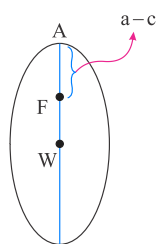
$$\Rightarrow (2a - x)^2 = x^2 + (2c)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + x^2 - 4ax = x^2 + 4c^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{4a^2 - 4c^2}{4a} = \frac{a^2 - c^2}{a} = \frac{b^2}{a}$$

$$\Rightarrow MF = \frac{b^2}{a} \Rightarrow MN = \frac{2b^2}{a}$$

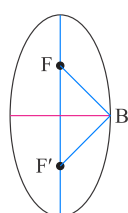
تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی



$$e = \frac{r}{r'} = \frac{c}{a} \Rightarrow r a = r' c$$

$$a - c = |F A| = |r - r'| = r'$$

$$\begin{cases} r a = r' c \\ a - c = r' \end{cases} \xrightarrow{\times r} r a - r' c = r' r \xrightarrow{r a = r' c} r' c - r' c = r' r \Rightarrow c = r$$



$$c = r \Rightarrow r a = r' \times r \Rightarrow a = r'$$

$$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 11 - 36 = 45 \Rightarrow b = \sqrt{45}$$

بیشترین مساحت برابر است با:

$$S(\triangle FBF') = \frac{1}{2} \times b \times r c = b \times c = \sqrt{45} \times r = 18\sqrt{5}$$

تالیفی سیروس نصیری

شکل حاصل یک مخروط به شعاع قاعده $r = \frac{0}{5} + 2 = \frac{2}{5}$ است که از آن یک نیمکره به شعاع $r' = \frac{0}{5}$ جدا شده است. ارتفاع مخروط را به دست می‌آوریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{5} \Rightarrow h = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h - \frac{2}{3} \pi (r')^3 = \frac{1}{3} \pi \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3} \pi \times \left(\frac{0}{5}\right)^3 = \frac{125\sqrt{3}\pi}{24} - \frac{\pi}{12}$$

$$\xrightarrow{\pi=3} \frac{125\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{4} = \frac{125\sqrt{3} - 2}{8}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

گام اول

در یک دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، مختصات مرکز دایره $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

گام دوم

برای مشخص کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، فاصله میان مرکز دو دایره (طول خط‌المركزین) را با دو مقدار $R_1 + R_2$ و $|R_1 - R_2|$ مقایسه می‌کنیم، بنابراین لازم است ابتدا مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست آوریم.

$$x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_1\left(-\frac{-4}{2}, -\frac{4}{2}\right) \Rightarrow O_1(2, -2)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_1 = \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-1)} = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$$

$$\text{مرکز دایره : } O_2\left(-\frac{-4}{2}, -\frac{8}{2}\right) \Rightarrow O_2(2, -4)$$

$$\text{شعاع دایره : } R_2 = \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 - 19} = \sqrt{4 + 16 - 19} = 1$$

طول خط‌المركزین دو دایره برابر است با:

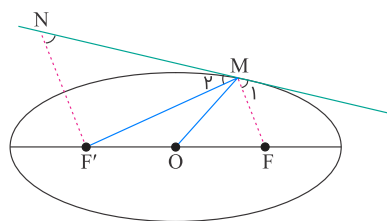
$$O_1O_2 = \sqrt{(2-2)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{0 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

همچنین داریم:

$$|R_1 - R_2| = |3 - 1| = 2$$

بنابراین $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$ است، پس دو دایره مماس داخل هستند.

شکل مسئله، مطابق زیر است:



$$\left. \begin{array}{l} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \Rightarrow b = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 4$$

$$OM = OF = OF' = 4 \Rightarrow \triangle MFF' : \text{ قائم الزاویه است } \Rightarrow \angle FMF' = 90^\circ$$

طبق خاصیت بازتابندگی بیضی زوایای $\hat{M}_1$ و $\hat{M}_2$ باهم برابرند؛ پس هرکدام 45° هستند. همچنین طبق خطوط موازی و مورب:

$$\hat{N} = \hat{M}_1 = 45^\circ$$

درنتیجه مثلث MNF' قائم الزاویه متساوی الساقین است؛ پس:

$$\frac{MN}{NF'} = \sqrt{2}$$

تالیفی حسین سعیدی

اولاً: در معادله دایره باید ضریب x^2 با ضریب y^2 برابر باشد، پس داریم:

$$(a - 3) = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2x - 3y + b = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 + x - \frac{3}{2}y + \frac{b}{2} = 0$$

ثانیاً: در معادله ضمنی دایره به فرم $x^2 + y^2 + a'x + b'y + c' = 0$ باید $a'^2 + b'^2 - 4c' > 0$ باشد؛ پس داریم:

$$a' = 1, \quad b' = -\frac{3}{2}, \quad c' = \frac{b}{2}$$

$$a'^2 + b'^2 - 4c' > 0 \Rightarrow 1 + \frac{9}{4} - 4\left(\frac{b}{2}\right) > 0 \Rightarrow \frac{13}{4} > 2b \Rightarrow b < \frac{13}{8}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

نسبت داده شده در صورت مسئله را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\text{حجم حاصل از دوران } ABH \text{ حول محور } d}{\text{حجم حاصل از دوران } BCH \text{ حول محور } d'} = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3}\pi \times BH^2 \times AH}{\frac{1}{3}\pi \times CH^2 \times BH} = \lambda \Rightarrow \frac{BH \times AH}{CH^2} = \lambda \quad (1)$$

باتوجه به اینکه مثلث های ABH و BCH متشابه اند، پس:

$$\frac{BH}{CH} = \frac{AH}{BH} = \frac{r}{x} \Rightarrow \begin{cases} CH = \frac{x \cdot BH}{r} \\ \frac{AH}{BH} = \frac{r}{x} \end{cases}$$

روابط بالا را به ترتیب در رابطه (۱) جایگذاری می کنیم:

$$\frac{\frac{BH \times AH}{x^2 \cdot BH^2}}{\frac{1}{16}} = \lambda \Rightarrow \frac{16 \times AH}{x^2 \times BH} = \lambda \Rightarrow \frac{16}{x^2} \times \frac{AH}{BH} = \lambda \Rightarrow \frac{16}{x^2} \times \frac{r}{x} = \lambda \Rightarrow x^3 = \lambda \Rightarrow x = 2$$

تالیفی عباس حسینی

چون نقطه M روی بیضی قرار گرفته است، پس طبق تعریف بیضی، مجموع فاصله های آن از دو نقطه کانون برابر قطر بزرگ بیضی می باشد؛ پس $|MF| + |MF'| = 2a$. ازطرفی نقطه M' هم همین شرایط را دارد. یعنی $|M'F| + |M'F'| = 2a$ پس محیط چهار ضلعی برابر $4a$ می شود.

$$a = 1 \Rightarrow 4a = 4$$

تالیفی سیروس نصیری

فاصلهٔ کانون‌های بیضی برابر $۲c$ است. پس داریم:

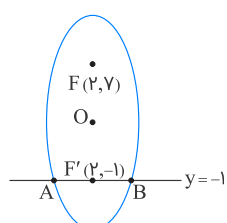
$$۲c = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (۷+۱)۲} = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

مرکز بیضی بین کانون‌ها قرار می‌گیرد، پس برابر با $O(۲, ۳)$ است.

قطر کوچک بیضی برابر $۲b$ است. پس داریم:

$$۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

بنابراین چون $a^۲ = b^۲ + c^۲$ است، $a = ۵$ می‌شود.



اگر $A(\alpha, -۱)$ نقطه‌ای روی بیضی باشد، پس $AF + AF' = ۲a$ می‌شود.

$$|\alpha - ۲| + \sqrt{(\alpha - ۲)۲ + ۸۲} = ۱۰$$

فرض کنیم $|\alpha - ۲| = x$ باشد:

$$x + \sqrt{x^۲ + ۸۲} = ۱۰ \Rightarrow \sqrt{x^۲ + ۶۴} = ۱۰ - x$$

$$\xrightarrow{\text{توان } ۲} x^۲ + ۶۴ = ۱۰۰ - ۲۰x + x^۲ \Rightarrow ۲۰x = ۳۶ \Rightarrow x = ۱/۸$$

پس $|\alpha - ۲| = ۱/۸$ است:

$$\begin{cases} \alpha - ۲ = ۱/۸ \Rightarrow \alpha = ۳/۸ \\ \alpha - ۲ = -۱/۸ \Rightarrow \alpha = ۱۵/۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(۳/۸, -۱) \\ A(۱۵/۸, -۱) \end{cases}$$

فاصلهٔ AB را می‌خواهیم:

$$AB = ۱۵/۸ - ۳/۸ = ۱۲/۸ = ۳/۲$$

نکته: فاصلهٔ AB برابر $\frac{۲b^۲}{a}$ است. به کمک این رابطه می‌توانید سریع‌تر به جواب برسید.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

معادله گسترده دایره را $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ فرض کرده و مختصات نقاط داده شده را در آن جایگذاری می‌کنیم تا مقادیر a ، b و c به دست آیند:

$$\begin{cases} 4 + 1 + 2a + b + c = 0 \\ 1 + 4 + a + 2b + c = 0 \\ 9 + 0 - 3a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b + c = -5 \\ a + 2b + c = -5 \\ -3a + c = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{2}{3} \\ c = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{دایره: } x^2 + y^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + 49}{4}} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

می‌دانیم طول نخ همان اندازه قطر بزرگ بیضی است، پس:

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

$$2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = b^2 + 4 \Rightarrow b = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b} = \frac{6}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

تالیفی مجید قهرمانی

$$\frac{b}{a\sqrt{3} + b} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3b = a\sqrt{3} + b \Rightarrow 2b = a\sqrt{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{|OF|}{|BF|} = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

تالیفی سیروس نصیری

اندازهٔ اضلاع مربع $BFB'F'$ برابر است با a ، یعنی نصف طول قطر بزرگ بیضی و اندازهٔ اضلاع مربع $AA'D'D$ برابر است با $\sqrt{2}c$ ، یعنی فاصلهٔ کانونی در بیضی. حال داریم:

$$\frac{S_{BFB'F'}}{S_{AA'D'D}} = \frac{a^2}{(\sqrt{2}c)^2} = \left(\frac{a}{\sqrt{2}c}\right)^2 \quad (I)$$

می‌دانیم که خروج از مرکز بیضی از رابطهٔ $\frac{c}{a}$ به دست می‌آید و از آنجایی که $BFB'F'$ مربع است، برای محاسبهٔ خروج از مرکز بیضی، داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=c} a = \sqrt{2}c$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{\sqrt{2}c} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{S_{BFB'F'}}{S_{AA'D'D}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

$$C_1: x^2 + y^2 + \sqrt{2}x = 0 \Rightarrow O_1(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0), R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2} = 1$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0 \Rightarrow O_2(1, -2), R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 - a} = \sqrt{2 - a}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{4 - a} = \frac{1}{2}\sqrt{4(1 - \frac{a}{4})} = \sqrt{1 - \frac{a}{4}}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(-\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{2}$$

دو دایره مماس برون‌اند، پس داریم:

$$O_1O_2 = R_1 + R_2$$

$$\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2 - a} \Rightarrow 1 = \sqrt{2 - a} \Rightarrow a = 1$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

مرکز دایره بر روی نیمساز ناحیهٔ اول است ($y = x$)؛ بنابراین مرکز دایره $O(\alpha, \alpha)$ است. دایره از دو نقطهٔ $A(1, 0)$ و $B(3, 0)$ می‌گذرد؛ بنابراین:

$$R = OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + \alpha^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \alpha^2}$$

$$\Rightarrow (\alpha - 1)^2 + \alpha^2 = (\alpha - 3)^2 + \alpha^2 \Rightarrow (\alpha - 1)^2 = (\alpha - 3)^2$$

$$\begin{cases} \alpha - 1 = \alpha - 3 \Rightarrow -1 = -3 \quad \text{غ.ق.ق} \\ \alpha - 1 = -\alpha + 3 \Rightarrow 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\alpha=2} R = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 = 9 \Rightarrow O'(-3, -1), R' = 3$$

از آنجا که دو دایره مماس خارجاند، پس $d = OO' = R + R'$ است؛ در نتیجه داریم:

$$OO' = \sqrt{16+9} = 5$$

$$d = R + R' \Rightarrow 5 = R + 3 \Rightarrow R = 2$$

$$\Rightarrow \text{معادله دایره: } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

تالیفی جعفر میکائیلی

باتوجه به مختصات کانون، ابتدا مختصات مرکز آن را به دست می‌آوریم:

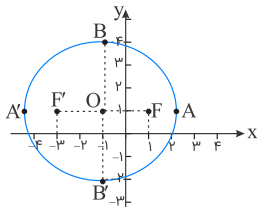
$$\left. \begin{aligned} F &= (1, 1) \\ F' &= (-3, 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow O = (-1, 1), \quad 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$\text{قطر بزرگ} = 2\sqrt{13} \Rightarrow a = \sqrt{13}$$

در بیضی داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13 = b^2 + 4 \Rightarrow b = 3$$

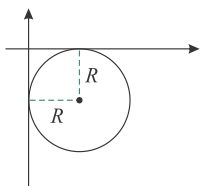
حال شکل تقریبی از بیضی رسم می‌کنیم، در نتیجه گزینه ۳ درست است.



تالیفی مهدی ملارمضانی

گام اول

الف) شکل دایره‌ای به شعاع R که بر هر دو محور مختصات مماس باشد و از نقطه $(2, -9)$ نیز عبور کند به صورت زیر است:



ب) معادله دایره‌ای به مرکز (x_0, y_0) و به شعاع R برابر است با:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

گام دوم

با توجه به شکل رسم شده در قسمت (الف) از گام اول، مختصات مرکز این دایره برابر $(R, -R)$ است. طبق قسمت (ب) از گام اول، معادله این دایره برابر است با:

$$(x - R)^2 + (y + R)^2 = R^2$$

چون هر دو دایره از نقطه $(2, -9)$ عبور می‌کنند، بنابراین مختصات این نقطه در معادله آن‌ها صدق می‌کند پس داریم:

$$\xrightarrow{x=2, y=-9} (2 - R)^2 + (-9 + R)^2 = R^2 \Rightarrow 4 - 4R + R^2 + 81 - 18R + R^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 22R + 85 = 0 \Rightarrow (R - 17)(R - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 17 \\ R = 5 \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایره بزرگ‌تر برابر ۱۷ است.

گام اول

معادله گسترده یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. در این صورت شعاع دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

گام دوم

سه نقطه A، B و C روی دایره قرار دارد، پس مختصات این نقاط در معادله دایره صدق می‌کند.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\xrightarrow{A(-1,0)} (-1)^2 + 0^2 + a(-1) + b(0) + c = 0 \Rightarrow 1 - a + c = 0 \Rightarrow a - c = 1 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{B(3,0)} 3^2 + 0^2 + a(3) + b(0) + c = 0 \Rightarrow 9 + 3a + c = 0 \Rightarrow 3a + c = -9 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{C(0,-3)} 0^2 + (-3)^2 + a(0) + b(-3) + c = 0 \Rightarrow 9 - 3b + c = 0 \Rightarrow c - 3b = -9 \quad (III)$$

بنابراین سه معادله و سه مجهول داریم. با کمی دقت متوجه می‌شویم که دو معادله I و II فقط شامل دو مجهول a و c است، پس با حل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول مقدار a و c را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ 3a + c = -9 \end{cases} \xrightarrow{+} 4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

$$a - c = 1 \xrightarrow{a=-2} c = -2 - 1 = -3$$

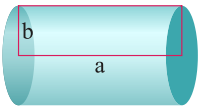
با جایگذاری $c = -3$ در معادله (III) مقدار b را هم حساب می‌کنیم.

$$c - 3b = -9 \xrightarrow{c=-3} -3 - 3b = -9 \Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = 2$$

اکنون باتوجه به گام اول، شعاع دایره را به دست می‌آوریم.

$$R = \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 3} = \sqrt{1 + 1 + 3} = \sqrt{5}$$

مستطیلی به طول a و عرض b در نظر می‌گیریم.
(۱) یک بار آن را حول طولش دوران می‌دهیم:



در این حالت، شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع b است که حجم آن از رابطه $V_1 = \pi b^2 a$ به دست می‌آید.
(۲) یک بار آن را حول عرضش دوران می‌دهیم:



در این حالت، شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع b و ارتفاع a است که حجم آن از رابطه $V_2 = \pi a^2 b$ به دست می‌آید.
پس:

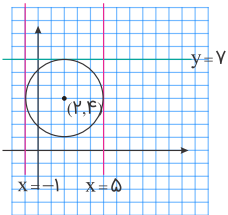
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\pi b^2 a}{\pi a^2 b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{2} b$$

ازطرفی محیط این مستطیل ۲۰ است:

$$2(a + b) = 20 \Rightarrow a + b = 10$$

با حل دو معادله $a = \frac{3}{2}b$ و $a + b = 10$ داریم: $a = 6$ و $b = 4$.
پس: $a - b = 6 - 4 = 2$

تألیفی علی شهبازی فراهانی



باتوجه به اینکه $x = 5$ و $x = -1$ بر دایره مماس‌اند، پس قطر دایره برابر ۶ است.

$$2r = 6 \Rightarrow r = 3$$

اگر $x = 5$ بر دایره مماس و شعاع دایره برابر ۳ باشد، پس طول مرکز دایره برابر $5 - 3 = 2$ است.
و چون بر خط $y = 7$ هم مماس شده است، عرض مرکز آن برابر $7 - 3 = 4$ می‌شود.
پس معادله دایره به شکل $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ است. با قرار دادن $x = 4$ در معادله داریم:

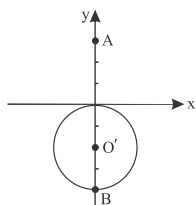
$$(y - 4)^2 = 5 \Rightarrow y = 4 \pm \sqrt{5} \Rightarrow \text{فاصله نقاط} = 2\sqrt{5}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

برای حل این سؤال دایره و نقطه A را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

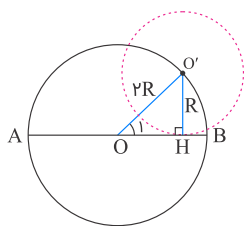
$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{مركز}} O'(0, -2) \\ \xrightarrow{\text{شعاع}} R = 2 \end{cases}$$

باتوجه به مختصات نقطه A ، این نقطه خارج دایره قرار دارد.



حال باتوجه به شکل، AB زمانی ماکزیمم است که $B(0, -4)$ باشد. پس جمع مختصات آن برابر -4 است.

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:

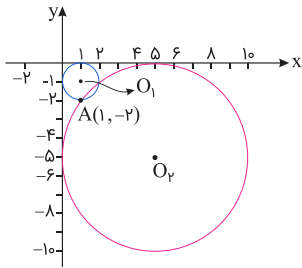


باتوجه به اینکه دایره کوچک‌تر در نقطه H بر قطر AB مماس است، پس $\hat{H} = 90^\circ$.

در مثلث $\triangle OO'H$ داریم:

$$\begin{aligned}\frac{O'H}{OO'} &= \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{O}_1 = 30^\circ \\ \Rightarrow \hat{O'B} &= 30^\circ \Rightarrow \hat{O'A} = 150^\circ \\ \frac{O'B}{O'A} &= \frac{30^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{5}\end{aligned}$$

تالیفی حسین سعیدی



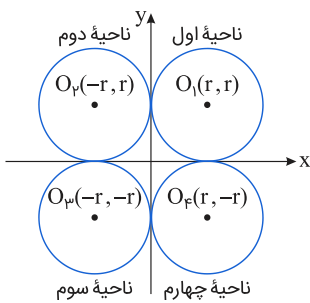
شکل به زیبایی به ما نشان می‌دهد که ۲ تا دایره داریم که بر محورهای مختصات مماس هستند و از نقطه $A(1, -2)$ می‌گذرند. به علاوه مرکز دایره‌ها به صورت $O(r, -r)$ است؛ چراکه وقتی دایره‌ای بر هر دو محور مختصات مماس است، فاصله مرکز آن تا محورهای برابر با شعاع می‌شود؛ پس فهمیدیم این دایره‌ها به مرکز $O(r, -r)$ و شعاع r هستند. معادله آن‌ها به این صورت است:

$$(x - r)^2 + (y + r)^2 = r^2 \xrightarrow{(1, -2)} (1 - r)^2 + (-2 + r)^2 = r^2$$

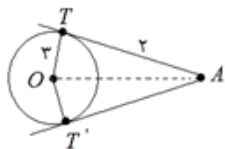
$$1 - 2r + r^2 + 4 - 4r + r^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (r - 1)(r - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ r = 5 \end{cases}$$

همان‌طوری که انتظار داشتیم، وقتی به روش جبری هم سؤال را حل کردیم، دو مقدار برای r به دست آوردیم. نکته: اگر دایره‌ای بر هر دو محور مختصات در ناحیه‌های اول تا چهارم مماس باشد، مختصات مرکز آن به صورت زیر است:



دایره را استاندارد می‌کنیم:



$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9, O \left(1, -2 \right), R = 3$$

$$\sqrt{f(A)} = AT = AT' = \sqrt{3^2 + 1 - 6 + 4 - 4} = 2$$

$$S_{OTAT'} = 2S_{OTA} = 2 \times \frac{3 \times 2}{2} = 6$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳۹۶۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

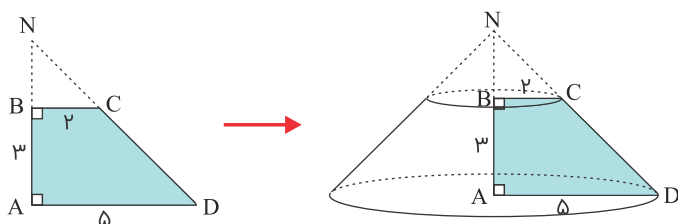
الف) در یک دوزنقه قائم‌الزاویه با امتداد دادن اضلاع غیرقاعده‌ای، یک مثلث قائم‌الزاویه به وجود می‌آید.

ب) از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه‌اش، یک مخروط ایجاد می‌شود.

ج) حجم مخروط از رابطه $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ به دست می‌آید که r شعاع قاعده و h ارتفاع آن است.

گام دوم

دوزنقه $ABCD$ را رسم می‌کنیم. نقطه تقاطع امتداد دو ضلع AB و CD را N می‌نامیم. دو مثلث $N\hat{A}D$ و $N\hat{B}C$ قائم‌الزاویه هستند. برای محاسبه حجم حاصل از دوران دوزنقه حول ضلع قائم آن، کافی است حجم مخروط حاصل از دوران مثلث $N\hat{B}C$ حول ضلع NB را از حجم مخروط حاصل از دوران مثلث $N\hat{A}D$ حول ضلع NA کم کنیم.

باتوجه به اینکه $BC \parallel AD$ است، طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{BN}{AN} = \frac{BC}{AD} \Rightarrow \frac{BN}{BN+3} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5BN = 2BN + 6 \Rightarrow 3BN = 6 \Rightarrow BN = 2$$

بنابراین:

$$V_{\text{دوران دوزنقه}} = V_{\text{دوران مثلث } N\hat{A}D} - V_{\text{دوران مثلث } N\hat{B}C}$$

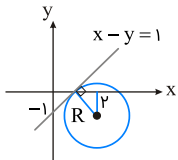
$$V_{\text{دوران دوزنقه}} = \frac{1}{3}\pi(5)^2 \times 5 - \frac{1}{3}\pi(2)^2 \times 2 = \frac{1}{3}\pi(125 - 8) = \frac{117}{3}\pi = 39\pi$$

فاصله مرکز دایره از خط مماس بر دایره برابر با شعاع دایره است. فاصله یک نقطه با مختصات (x_0, y_0) از خط به معادله $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

بنابراین شعاع دایره برابر است با:

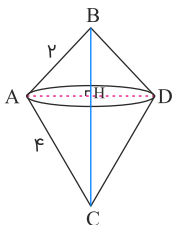
$$R = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$



$$\text{معادله دایره: } (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2 \xrightarrow{y=0} (x - 2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \\ x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

باتوجه به شکل، جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن، دو مخروط قائم است که قاعده آن‌ها به هم چسبیده‌اند.



—

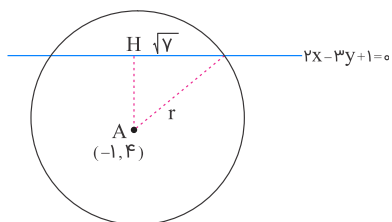
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (2)^2 + (4)^2 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 2 \times 4 = AH \times 2\sqrt{5} \Rightarrow AH = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi(AH)^2(BH) + \frac{1}{3}\pi(AH)^2(CH) = \frac{1}{3}\pi(AH)^2(BH + CH) \\ &= \frac{1}{3}\pi(AH)^2(BC) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2(2\sqrt{5}) = \frac{32\sqrt{5}}{15}\pi \end{aligned}$$

تألیفی محمد مصطفی ابراهیمی

فاصله مرکز دایره از خط برابر AH است. داریم:



$$AH = \frac{|2(-1) - 3(4) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

همچنین می‌دانیم شعاع عمود بر وتر در دایره، وتر را نصف می‌کند. پس:

$$r^2 = AH^2 + \sqrt{V}^2 \Rightarrow r^2 = 13 + 7 = 20$$

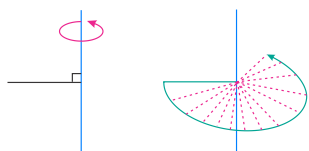
معادله دایره را می‌نویسیم:

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 20 \xrightarrow{y=2} (x+1)^2 + 4 = 20 \Rightarrow (x+1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱ غلط است. در شکل زیر می‌بینید که از دوران یک خط حول خط دیگری، دایره ایجاد شده است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

باتوجه به فرض $2b = 2c$ داریم:

$$b = c \Rightarrow b^2 = c^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱	☐ ☒ ☐ ☐	۲۱	☐ ☐ ☒ ☐	۳۱	☐ ☐ ☐ ☒	۴۱	☐ ☐ ☒ ☐
۲	☐ ☐ ☐ ☒	۱۲	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲	☐ ☐ ☐ ☒	۳۲	☐ ☐ ☒ ☐	۴۲	☒ ☐ ☐ ☐
۳	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳	☐ ☒ ☐ ☐	۲۳	☐ ☐ ☐ ☒	۳۳	☐ ☐ ☐ ☒	۴۳	☐ ☒ ☐ ☐
۴	☐ ☐ ☐ ☒	۱۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۴	☐ ☐ ☐ ☒	۳۴	☐ ☒ ☐ ☐	۴۴	☐ ☐ ☐ ☒
۵	☐ ☐ ☐ ☒	۱۵	☐ ☒ ☐ ☐	۲۵	☐ ☐ ☐ ☒	۳۵	☐ ☐ ☒ ☐	۴۵	☐ ☐ ☐ ☒
۶	☒ ☐ ☐ ☐	۱۶	☐ ☐ ☒ ☐	۲۶	☐ ☒ ☐ ☐	۳۶	☒ ☐ ☐ ☐	۴۶	☐ ☒ ☐ ☐
۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۷	☒ ☐ ☐ ☐	۲۷	☐ ☒ ☐ ☐	۳۷	☐ ☐ ☒ ☐	۴۷	☐ ☐ ☒ ☐
۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸	☒ ☐ ☐ ☐	۲۸	☐ ☒ ☐ ☐	۳۸	☐ ☐ ☒ ☐	۴۸	☒ ☐ ☐ ☐
۹	☐ ☐ ☒ ☐	۱۹	☐ ☐ ☒ ☐	۲۹	☐ ☐ ☐ ☒	۳۹	☐ ☐ ☒ ☐	۴۹	☒ ☐ ☐ ☐
۱۰	☐ ☐ ☒ ☐	۲۰	☒ ☐ ☐ ☐	۳۰	☒ ☐ ☐ ☐	۴۰	☐ ☒ ☐ ☐	۵۰	☐ ☐ ☒ ☐
۵۱	☐ ☒ ☐ ☐	۶۱	☐ ☐ ☒ ☐	۷۱	☐ ☐ ☒ ☐	۸۱	☐ ☐ ☒ ☐	۹۱	☐ ☐ ☐ ☒
۵۲	☐ ☐ ☒ ☐	۶۲	☐ ☐ ☒ ☐	۷۲	☐ ☒ ☐ ☐	۸۲	☐ ☒ ☐ ☐	۹۲	☐ ☒ ☐ ☐
۵۳	☐ ☐ ☐ ☒	۶۳	☐ ☐ ☒ ☐	۷۳	☐ ☒ ☐ ☐	۸۳	☐ ☐ ☐ ☒	۹۳	☐ ☐ ☐ ☒
۵۴	☐ ☐ ☒ ☐	۶۴	☐ ☒ ☐ ☐	۷۴	☐ ☒ ☐ ☐	۸۴	☒ ☐ ☐ ☐	۹۴	☐ ☒ ☐ ☐
۵۵	☒ ☐ ☐ ☐	۶۵	☒ ☐ ☐ ☐	۷۵	☒ ☐ ☐ ☐	۸۵	☒ ☐ ☐ ☐	۹۵	☒ ☐ ☐ ☐
۵۶	☒ ☐ ☐ ☐	۶۶	☐ ☐ ☐ ☒	۷۶	☐ ☐ ☒ ☐	۸۶	☐ ☐ ☒ ☐	۹۶	☐ ☐ ☐ ☒
۵۷	☐ ☐ ☐ ☒	۶۷	☐ ☒ ☐ ☐	۷۷	☐ ☐ ☒ ☐	۸۷	☐ ☐ ☒ ☐	۹۷	☒ ☐ ☐ ☐
۵۸	☒ ☐ ☐ ☐	۶۸	☐ ☐ ☒ ☐	۷۸	☐ ☒ ☐ ☐	۸۸	☐ ☒ ☐ ☐	۹۸	☐ ☐ ☐ ☒
۵۹	☐ ☐ ☒ ☐	۶۹	☒ ☐ ☐ ☐	۷۹	☐ ☐ ☒ ☐	۸۹	☐ ☒ ☐ ☐	۹۹	☐ ☐ ☐ ☒
۶۰	☐ ☐ ☐ ☒	۷۰	☐ ☐ ☒ ☐	۸۰	☐ ☐ ☐ ☒	۹۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۰۰	☐ ☐ ☐ ☒
۱۰۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱۱	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۱	☐ ☐ ☒ ☐	۱۳۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۴۱	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۲	☐ ☐ ☐ ☒	۱۲۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۲	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۲	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۳	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۳	☐ ☐ ☐ ☒	۱۲۳	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۳	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴۳	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰۴	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۴	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۴	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۴	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۴	☐ ☐ ☐ ☒
۱۰۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۱۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۵	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۵	☐ ☐ ☒ ☐	۱۴۵	☒ ☐ ☐ ☐
۱۰۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۲۶	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۶	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۶	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰۷	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱۷	☒ ☐ ☐ ☐	۱۲۷	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۷	☐ ☐ ☒ ☐	۱۴۷	☐ ☒ ☐ ☐
۱۰۸	☐ ☐ ☒ ☐	۱۱۸	☒ ☐ ☐ ☐	۱۲۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳۸	☒ ☐ ☐ ☐	۱۴۸	☐ ☐ ☐ ☒
۱۰۹	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱۹	☒ ☐ ☐ ☐	۱۲۹	☐ ☐ ☐ ☒	۱۳۹	☐ ☐ ☐ ☒	۱۴۹	☐ ☐ ☐ ☒
۱۱۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲۰	☐ ☐ ☒ ☐	۱۳۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۵۰	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۱	☐ ☐ ☒ ☐	۱۶۱	☒ ☐ ☐ ☐	۱۷۱	☒ ☐ ☐ ☐	۱۸۱	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹۱	☐ ☒ ☐ ☐
۱۵۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۶۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۷۲	☒ ☐ ☐ ☐	۱۸۲	☐ ☐ ☒ ☐	۱۹۲	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۳	☐ ☐ ☐ ☒	۱۶۳	☐ ☐ ☒ ☐	۱۷۳	☐ ☐ ☐ ☒	۱۸۳	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹۳	☐ ☐ ☐ ☒
۱۵۴	☐ ☐ ☒ ☐	۱۶۴	☒ ☐ ☐ ☐	۱۷۴	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۴	☐ ☐ ☐ ☒	۱۹۴	☒ ☐ ☐ ☐
۱۵۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۶۵	☐ ☐ ☐ ☒	۱۷۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۵	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹۵	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۶۶	☐ ☐ ☐ ☒	۱۷۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۸۶	☐ ☐ ☒ ☐	۱۹۶	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۷	☒ ☐ ☐ ☐	۱۶۷	☒ ☐ ☐ ☐	۱۷۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۷	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹۷	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۶۸	☐ ☐ ☐ ☒	۱۷۸	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۸	☐ ☐ ☐ ☒	۱۹۸	☐ ☐ ☒ ☐
۱۵۹	☐ ☐ ☒ ☐	۱۶۹	☐ ☐ ☒ ☐	۱۷۹	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۹	☐ ☒ ☐ ☐	۱۹۹	☒ ☐ ☐ ☐
۱۶۰	☐ ☐ ☐ ☒	۱۷۰	☐ ☒ ☐ ☐	۱۸۰	☐ ☐ ☒ ☐	۱۹۰	☐ ☐ ☒ ☐	۲۰۰	☐ ☐ ☐ ☒

www.konkanii

۲۰۱	☐ ☐ ☐ ☒	۲۱۱	☒ ☐ ☐ ☐	۲۲۱	☐ ☐ ☐ ☒	۲۳۱	☐ ☐ ☐ ☒	۲۴۱	☐ ☐ ☒ ☐			
۲۰۲	☒ ☐ ☐ ☐	۲۱۲	☐ ☐ ☒ ☐	۲۲۲	☐ ☒ ☐ ☐	۲۳۲	☐ ☐ ☐ ☒	۲۴۲	☒ ☐ ☐ ☐			
۲۰۳	☐ ☒ ☐ ☐	۲۱۳	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲۳	☐ ☐ ☒ ☐	۲۳۳	☐ ☐ ☐ ☒	۲۴۳	☐ ☐ ☒ ☐			
۲۰۴	☒ ☐ ☐ ☐	۲۱۴	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۳۴	☒ ☐ ☐ ☐	۲۴۴	☐ ☒ ☐ ☐			
۲۰۵	☐ ☒ ☐ ☐	۲۱۵	☐ ☐ ☒ ☐	۲۲۵	☐ ☐ ☒ ☐	۲۳۵	☐ ☐ ☐ ☒	۲۴۵	☒ ☐ ☐ ☐			
۲۰۶	☐ ☐ ☒ ☐	۲۱۶	☒ ☐ ☐ ☐	۲۲۶	☐ ☐ ☐ ☒	۲۳۶	☐ ☐ ☒ ☐	۲۴۶	☒ ☐ ☐ ☐			
۲۰۷	☐ ☐ ☒ ☐	۲۱۷	☐ ☒ ☐ ☐	۲۲۷	☐ ☒ ☐ ☐	۲۳۷	☐ ☐ ☒ ☐	۲۴۷	☐ ☒ ☐ ☐			
۲۰۸	☐ ☐ ☐ ☒	۲۱۸	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲۸	☒ ☐ ☐ ☐	۲۳۸	☐ ☒ ☐ ☐	۲۴۸	☒ ☐ ☐ ☐			
۲۰۹	☐ ☐ ☐ ☒	۲۱۹	☐ ☐ ☒ ☐	۲۲۹	☒ ☐ ☐ ☐	۲۳۹	☒ ☐ ☐ ☐	۲۴۹	☐ ☒ ☐ ☐			
۲۱۰	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲۰	☒ ☐ ☐ ☐	۲۳۰	☐ ☒ ☐ ☐	۲۴۰	☐ ☐ ☒ ☐	۲۵۰	☐ ☒ ☐ ☐			
۲۵۱	☒ ☐ ☐ ☐	۲۶۱	☐ ☐ ☒ ☐	۲۷۱	☐ ☒ ☐ ☐							
۲۵۲	☐ ☒ ☐ ☐	۲۶۲	☐ ☐ ☒ ☐	۲۷۲	☒ ☐ ☐ ☐							
۲۵۳	☐ ☒ ☐ ☐	۲۶۳	☐ ☒ ☐ ☐	۲۷۳	☒ ☐ ☐ ☐							
۲۵۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۶۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۷۴	☐ ☐ ☒ ☐							
۲۵۵	☐ ☐ ☐ ☒	۲۶۵	☐ ☐ ☐ ☒									
۲۵۶	☐ ☒ ☐ ☐	۲۶۶	☐ ☐ ☐ ☒									
۲۵۷	☒ ☐ ☐ ☐	۲۶۷	☐ ☒ ☐ ☐									
۲۵۸	☐ ☒ ☐ ☐	۲۶۸	☐ ☒ ☐ ☐									
۲۵۹	☐ ☐ ☒ ☐	۲۶۹	☐ ☐ ☒ ☐									
۲۶۰	☐ ☐ ☒ ☐	۲۷۰	☒ ☐ ☐ ☐									