

۱۲۶- فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ، کدام است؟

(۱) $4(2 + \sqrt{3})$ (۲) $4(2 - \sqrt{3})$ (۳) $16(2 + \sqrt{3})$ (۴) $16(2 - \sqrt{3})$

گزینه ۴

$$(a - b)^4 (a + b)^4 \rightarrow (a^4 - b^4)^4$$

$$(\sqrt[4]{\sqrt{6}+2} - \sqrt[4]{\sqrt{6}-2})^4 = (\sqrt{6} + 2 + \sqrt{6} - 2 - 2\sqrt{6})^4 = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{6})^4 = 16(6 + 2 - 4\sqrt{3})$$

$$= 16(8 - 4\sqrt{3}) = 64(2 - \sqrt{3})$$

۱۲۷- فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند. مقدار $x_1 + x_2$ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

گزینه ۴

$$\frac{(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1)}{\sqrt[3]{x^2}} (\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

$$x^2 - 1 = 2x \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

۱۲۸- فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند. ریشه‌های کدام معادله هستند؟

$$\frac{1}{(x_1+1)^2} \text{ و } \frac{1}{(x_2+1)^2}$$

$$125x^2 = 16x + 1 \quad (۲)$$

$$125x^2 + 12x = 1 \quad (۴)$$

$$125x^2 + 16x = 1 \quad (۱)$$

$$125x^2 = 12x + 1 \quad (۳)$$

گزینه ۱

$$x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$$

$$\frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{-1}{x_1^2} \quad S = \frac{-(S^2 - 2PS)}{(P)^2} = \frac{-(-1 - 10)}{-125}$$

$$\frac{1}{(x_2+1)^2} = \frac{-1}{x_2^2} \quad P = \frac{1}{(P)^2} = \frac{-1}{125}$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 + \frac{14}{125}x - \frac{1}{125} = 0 \rightarrow 125x^2 + 14x = 1$$

۱۲۹- اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟

$$\frac{6+3\sqrt{3}}{16} \quad (۴) \quad \frac{6+\sqrt{3}}{16} \quad (۳) \quad \frac{6-\sqrt{3}}{16} \quad (۲) \quad \frac{6-3\sqrt{3}}{16} \quad (۱)$$

گزینه ۴

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin 144x}{\frac{1}{8} \sin 72x} \cdot \frac{\frac{1}{8} \sin 72x}{\frac{1}{4} \sin 36x} \cdot \frac{\frac{1}{4} \sin 36x}{\frac{1}{2} \sin 18x} \cdot \frac{\frac{1}{2} \sin 18x}{\sin 9x} \cdot (\sin 9x \cos 9x \cos 18x \cos 36x \cos 72x)^p$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^p 144x}{\sin^p 9x} = \frac{1}{16} \frac{\sin^p \frac{144\pi}{36}}{\sin^p \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{16} \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^p}{\frac{p-\sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} (p + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

$$\sin^p \frac{\pi}{12} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

۱۳۰- اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ کدام است؟

$$-\frac{1056}{175} \quad (۴) \quad \frac{96}{175} \quad (۳) \quad \frac{1056}{175} \quad (۲) \quad -\frac{96}{175} \quad (۱)$$

گزینه ۲

$$\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cot 2\alpha} = \frac{24}{5} \left(\frac{24}{5} + \frac{4}{5} \right) = \left(\frac{24(28)}{175} \right) = \frac{1056}{175}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{6}{4}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cot 2\alpha} = \tan 2\alpha = \frac{\frac{6}{4}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

۱۳۱- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (۴)

گزینه ۳

$$\cos^p x - \sin^p x \cos \mu x = \cos^p x + \sin^p x = -\sin^p x \cos \mu x = \sin^p x$$

$$\sin^p x = 0 \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\cos \mu x = -1 \rightarrow \mu x = 2k\pi + \pi, \quad x = \frac{2k\pi}{\mu} + \frac{\pi}{\mu}$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$

۱۳۲- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_2(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ ، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-1, 2)$
 (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, 1)$

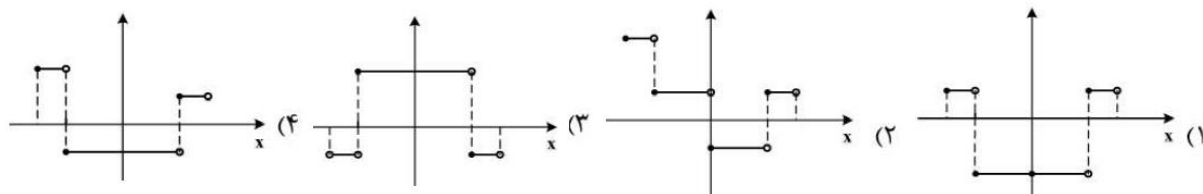
گزینه ۱

$x = 0$ بر گزینه های ۲ و ۴ غلط

فوب $x = -2$

گزینه ۳ غلط

۱۳۳- نمودار تابع $y = 2||3x|| - 1$ به ازای $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{3}$ ، کدام است؟



گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (2||3x|| - 1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (2||3x|| - 1) = 1$$

۱۳۴- فاصله نقطه تلاقی منحنی‌های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{3}$ ۲ (۲) $\sqrt{6}$ ۳ (۳) $2\sqrt{3}$ ۴ (۴) $\sqrt{15}$

$$x = \sqrt{2y}$$

گزینه ۴

$$x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3} = \sqrt{2y} \quad \text{با پیشم} \quad y = 3$$

$$\text{فاصله} = \sqrt{4+9} = \sqrt{15} \quad \text{نقطه} \left| \frac{\sqrt{4}}{3} \right.$$

۱۳۵- اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

گزینه ۲

$$\frac{3^x(1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243)}{2^x\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8\right)} = 52$$

$$\frac{3^x(7)}{2^x \frac{15}{4}} = 1 \rightarrow 3^x = 2^x \times \frac{9}{4} \quad x = 2$$

۱۳۶- نمودار تابع $y = 2^{|\sin x|}$ را ابتدا به اندازه $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[0, \pi]$ ، کدام است؟

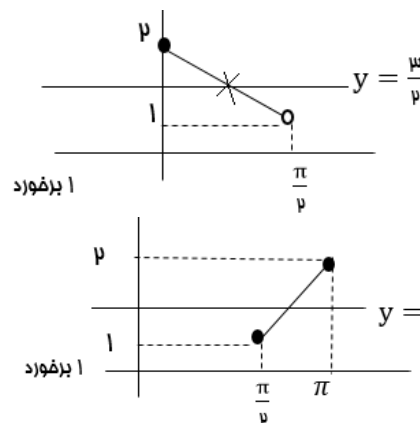
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

گزینه ۳

$$2^{|\sin(x-\frac{\pi}{2})|} - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow 2^{|\cos x|} = \frac{3}{2}$$

$$0 \leq x < \frac{\pi}{2} \quad 0 < \overbrace{\cos x}^{\text{نزولی}} \leq 1$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \quad -1 \leq \overbrace{\cos x}^{\text{نزولی}} \leq 0$$



۱۳۷- اگر تساوی $\log_x y - 2 \log_y x = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

(۱) $y = x^2$ (۲) $y = x^{\sqrt{x}}$ (۳) $y = \sqrt{x}$ (۴) $xy = 2$

گزینه ۱

$$\log_x y = \log_y x^p = 1$$

$$A - \frac{p}{A} = 1 \rightarrow A^p - p = A \rightarrow A^p - A - p = 0$$

$$A = -1 \rightarrow \log_x y = -1 \rightarrow y = \frac{1}{x}$$

$$A = p \rightarrow \log_x y = p \rightarrow y = x^p$$

۱۳۸- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} \right) = \sqrt{2}$$

۱۳۹- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x - 1]$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x] - 1 = [1^-] - 1 = -1$$

۱۴۰- قرینه نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور X ها و ۳ واحد در جهت منفی محور Y ها انتقال می دهیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۴

گزینه ۳

$$f(x) = (x-2)^2 + 1 = (x-4)^2 + 1 - 3 \rightarrow f(x) = (x-4)^2 - 2$$

۱۴۱- فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & x = \pm 1 \\ -1 & x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases} \quad \text{۲ نقطه}$$

۱۴۲- تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} |x^2-4|$ ، کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

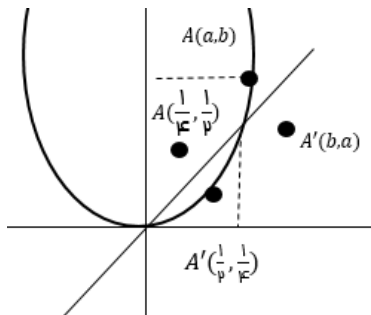
گزینه ۲

• $x=0$ ریشه زوج تکرار تابع است پس یک نقطه اکسترمم نسبی است. نقاط $x = \pm 2$ ، نقاط گوشه تابع با توجه به همواره مثبت بودن تابع در اطراف آنها نیز نقاط اکسترمم تابع می باشد. مشتق تابع نیز فقط ریشه $x=0$ را دارد.

۱۴۳- قرینه نقطه A واقع بر سهمی $f(x) = x^2$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را A' می نامیم. اگر طول نقطه A بین دو طول متوالی از محل بر تقاطع تابع f با خط نیمساز موردنظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط AA' ، کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۴)

گزینه ۳



$$\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

۱۴۴- فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ مقدار مشتق تابع fog در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند برابر

- $(-128\sqrt{2})$ است؟
-۴ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

گزینه ۴

$$g' \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) f' \left(g \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) \right)$$

$$g'(x) = \frac{-1}{\mu} (\mu x) (x^\mu - 1)^{-\frac{1}{\mu}} = \frac{-\mu x}{\mu \sqrt[\mu]{(x^\mu - 1)^\mu}} = \frac{-\mu}{\sqrt[\mu]{16}}$$

$$-16\sqrt{\mu} f'(\mu) = -\mu^4 \times \mu^4 \sqrt{\mu} = -16\sqrt{\mu}$$

$$f(x) = 16x^\mu + 1 = 16 \times (-128\sqrt{\mu})$$

$$f'(\mu) = 64$$

۱۴۵- فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ و $(a \neq 0)$ حد اکثر مقدار k به شرط $b + c = a$ ، کدام است؟
 $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$ باشد. اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد،

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

گزینه ۳

شرط پیوستگی: $ak^p + bk + c = pa + b$

شرط مشتق پذیری: $pak + b = pa \rightarrow b = pa - pak$

$a = b + c \quad c = -a + pak$

$ak^p + (pa - pak)k + c - pa = 0$

$k^p + pk - pk^p - p + pk = 0 \rightarrow k^p - pk + p = 0 \rightarrow k = 1, \quad \boxed{k = p \max}$

۱۴۶- حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع $4\sqrt{2}$ محاط می‌شود، کدام است؟

- (۱) 32π (۲) 64π (۳) $\frac{256\pi}{3}$ (۴) $\frac{512\pi}{3}$

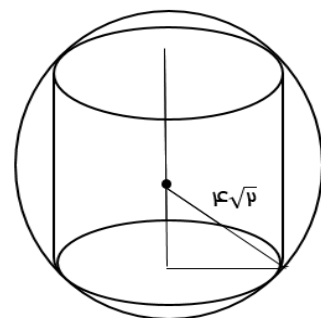
گزینه ۲

$S = 2\pi r h = 4\pi \sqrt{r^p} \sqrt{\frac{h^p}{4}}$

$r^p + \frac{h^p}{4} = 32, \quad pr^p = 32, \quad r = 4$

$\frac{r^p}{1} = \frac{h^p}{4} \quad r^p = \frac{h^p}{4}$
 $\frac{1}{p} = \frac{1}{p}$

$\boxed{S_{max} = 64\pi}$



۱۴۷- احتمال این که یک دانش آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد $\frac{9}{10}$ و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد $\frac{85}{100}$ است. اگر دانش آموز در امتحان دوم موفق باشد، احتمال این که امتحان قبلی نیز موفق شده باشد، کدام است؟

$$\frac{45}{47} \text{ (۴)} \quad \frac{17}{18} \text{ (۳)} \quad \frac{85}{94} \text{ (۲)} \quad \frac{8}{9} \text{ (۱)}$$

گزینه ۳

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.85}{0.9} = \frac{17}{18}$$

۱۴۸- فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه های هر معادله از حاصل ضرب ریشه های همان معادله، دو واحد بیشتر باشد؟

$$18 \text{ (۴)} \quad 16 \text{ (۳)} \quad 15 \text{ (۲)} \quad 14 \text{ (۱)}$$

گزینه ۳

$$C - b = 2a$$

$$C = 9 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \\ b = 7 \end{cases} \quad C = 8 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$C = 7 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \end{cases} \quad C = 6 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \end{cases} \quad C = 5 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases} \quad C = 4 \begin{cases} b = 2 \end{cases} \quad C = 3 \begin{cases} b = 1 \end{cases}$$

۱۴۹- در یک جلسه آموزشی میزگردی شامل ۴ دانش آموز کلاس پایه یازدهم و ۴ دانش آموز کلاس پایه دوازدهم تشکیل شده است. به چند حالت دانش آموزان در صندلی ها بنشینند، به طوری که در کنار هر دانش آموزی، دانش آموز هم پایه قرار نگیرد؟

$$1152 \text{ (۴)} \quad 276 \text{ (۳)} \quad 288 \text{ (۲)} \quad 144 \text{ (۱)}$$

گزینه ۱

$$3! \times 4! = 144$$

۱۵۰- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)} \quad \frac{3}{7} \text{ (۳)} \quad \frac{4}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{13}{21} \text{ (۱)}$$

گزینه ۴

تک (رقمی: ۵) تا دو (رقمی: ۲۰) تا سه (رقمی: ۶۰) تا چهار (رقمی: ۱۲۰) تا پنج (رقمی: ۱۲۰) تا

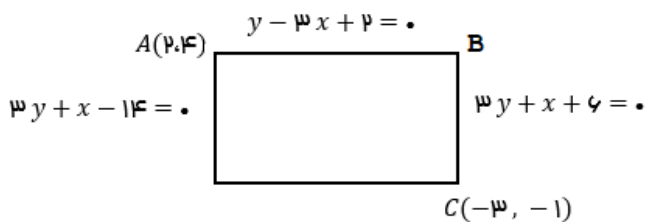
۱ مضرب ۴ تا ۴ تا مضرب ۴ تا ۱۲ تا مضرب ۴ تا ۲۴ تا مضرب ۴ تا ۲۴ تا مضرب ۴

$$\frac{۲۴ + ۲۴ + ۱۲ + ۴ + ۱}{۱۲۰ + ۱۲۰ + ۶۰ + ۲۰ + ۵} = \frac{۶۵}{۳۲۵} = \frac{۱۳}{۶۵} = \frac{۱}{۵}$$

۱۵۱- شیب نیم خطی با نقطه شروع $A(۲, ۴)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم، که نقطه B روی نیم خط فوق و رأس سوم آن $C(-۳, -۱)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

$$۲۴ \text{ (۱)} \quad ۱۸ \text{ (۲)} \quad ۶\sqrt{۱۰} \text{ (۳)} \quad ۳\sqrt{۱۰} \text{ (۴)}$$

گزینه ۳

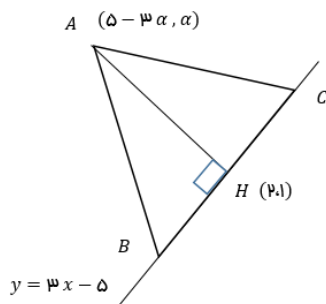


$$\text{محیط} : ۲ \left(\frac{۲۰}{\sqrt{۱۰}} + \frac{۱۰}{\sqrt{۱۰}} \right) = ۶\sqrt{۱۰}$$

۱۵۲- نقطه $H(۲, ۱)$ را روی خط $۳x - y = ۵$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم، به طوری که محیط مثلث $\sqrt{۲۷۰}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A ، کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{6} \right) \text{ (۴)} \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \text{ (۳)} \quad \left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2} \right) \text{ (۲)} \quad \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2} \right) \text{ (۱)}$$

گزینه ۲



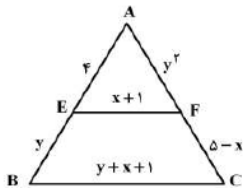
$$AH: ۳y + x - ۵ = 0, \quad AB = \frac{\sqrt{۲۷۰}}{۳} = \sqrt{۳۰}, \quad AH = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۲}$$

$$\frac{|\alpha - ۱۵ + ۹\alpha + ۵|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۳}{۲}\sqrt{۱۰} \rightarrow |\alpha - ۱| = \frac{۳}{۲} \rightarrow \alpha = \frac{۵}{۲}, \alpha = \frac{-۱}{۲}$$

۱۵۳- دایره‌های $x^2 + y^2 + 2x = 3$ و $x^2 + y^2 + 2y = 3$ متقاطع‌اند. معادله وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟
 (۱) $x = y$ (۲) $x = 1 + y$ (۳) $x = -y$ (۴) $x = 1 - y$

گزینه ۱

اگر معادلات دایره‌ها را در یک دستگاه بنویسیم، با حذف x^p و y^p از دستگاه هر آنچه بماند معادله وتر مشترک است.



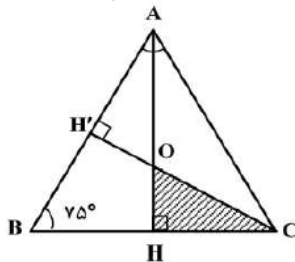
۱۵۴- در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ ، کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) -۲
- (۳) ۲
- (۴) ۴

گزینه ۱

با فرض $x = 3$ ، $y = 2$ جواب گزینه ۱ است.

۱۵۵- در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}}$
- (۴) $\frac{9}{7 + 4\sqrt{3}}$

گزینه ۴

$$OHC \cong AHC$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{p - \sqrt{3p}}}{p}, \quad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{p + \sqrt{3p}}}{p}$$

$$AH = 6 \cos 15^\circ = 3\sqrt{p + \sqrt{3p}} \quad HC = 6 \sin 15^\circ = 3\sqrt{p - \sqrt{3p}}$$

$$\frac{OH}{3\sqrt{p - \sqrt{3p}}} = \frac{3\sqrt{p - \sqrt{3p}}}{3\sqrt{p + \sqrt{3p}}} \quad OH = \frac{3(p - \sqrt{3p})}{\sqrt{p + \sqrt{3p}}} \quad S_{OHC} = \frac{1}{p} \left(3\sqrt{p - \sqrt{3p}} \right) \frac{3(p - \sqrt{3p})}{\sqrt{p + \sqrt{3p}}}$$

$$= \frac{9}{p(7 + 4\sqrt{3})}$$