

## مثلثات ماورا ( قسمت دوم)

رشته علوم تجربی و ریاضی فیزیک

با سبکی متفاوت و روان

نویسنده: پویان بامری

ایمیل: pouyanbameri@gmail.com

تماس: ۰۹۱۵۴۶۵۸۱۸۵

هشدار: این روش ها فقط مختص کنکور و سوالات تستی است. یه هیچ عنوان در آزمون های نهایی و داخلی استفاده نشود

## سخن ابتدایی

خوب دیگه بالاخره رسیدیم قسمت دوم:

اون هم پر دردسر ترین مبحث مثلثات!!!!!!

کافیه از گزینه ها کمک بگیریم و عدد گذاری کنیم:

واسه همین گفتم این روش ها فقط مختص سوالات تستی هست

این بخش رو مستقیم میرم سراغ سوالات و درسنامه رو همونجا میگویم:

اما اول کار همینجا مطلب مهمی رو بگم: این روش رو میتونیم برای سوالاتی از معادلات مثلثاتی بکار ببریم که تو گزینه ها مجهول  $k$  داشته باشیم. سوالات این بخش به حالت های مختلفی آمده ، اما این هم یک نوعی از سوالات معادلات مثلثاتی هست که میخوام در موردش بحث کنم.

منظورم این سوالاته.....

(کنکور تجربی ۹۹)

جواب های معادله مثلثاتی  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  با شرط  $x \neq k\pi$  ، که در آن  $k$  یک عدد صحیح است ، کدام است؟

$$۴) \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$۳) \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$$

$$۲) \frac{2k\pi}{3}$$

$$۱) \frac{k\pi}{3}$$

حل: کافیه به جای  $k$  عدد بزاریم و تمام!!!!!!

به جای  $k$  یکبار ۱ و بار دیگه ۲ قرار میدم (واسه هر گزینه این کار رو انجام میدیم)

$$۱) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{3} = 60$$

$$\text{و} \quad k = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 120$$

$$۲) k = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 120$$

$$\text{و} \quad k = 2 \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = 240$$

$$۳) k = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = 90$$

$$\text{و} \quad k = 2 \Rightarrow \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} = 210$$

$$۴) k = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} = 150$$

$$\text{و} \quad k = 2 \Rightarrow \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} = 270$$

حالا باید حاصل هر گزینه رو به جای  $x$  معادله قرار بدیم، ببینیم طرفین با کدوم برابر میشه:

مثلا ۱۲۰ درجه تو گزینه ی ۱ و ۲ مشترکه پس فعلا اون رو قرار میدم تا در نهایت دو گزینه حذف بشن:

$$\sin(2(120) - 45) = \cos(120 + 45)$$

$$\sin(195) = \cos(165)$$

$$\sin(180 + 15) = \cos(180 - 15)$$

$$-\sin(15) = -\cos(15)$$

مشخصه که همچنین چیزی امکان ندارد ، لذا زاویه ۱۲۰ درجه نمیتونه جواب باشه، (گزینه ۱ و ۲ حذف شد)

بریم ببینیم دیگه کدوم گزینه رو میشه حذف کرد؟؟

بین گزینه ۳ و ۴ زاویه ۹۰ درجه رو انتخاب می کنیم و میرم واسه جایگزاری..... (هیچ فرقی نمیکرد، میتونستیم زاویه ۲۱۰ یا ۱۵۰ و یا حتی ۲۷۰ رو انتخاب کنیم)

$$\sin(2(90) - 45) = \cos(90 + 45)$$

$$\sin(135) = \cos(135)$$

در صورتی میتونه این اتفاق بیوفته که دو زاویه متمم هم باشن ولی اینطور نیست.

پس ۹۰ هم نمیتونه جواب باشه.

تمام شد دیگه!!!!!!

گزینه ۳ هم رد شد و جواب میشه گزینه ۴

(تجربی ۹۷): جواب کلی معادله مثلثاتی  $\tan x \tan 3x = 1$  کدام است؟

$$۴) \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$۳) \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$$

$$۲) \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$۱) \frac{k\pi}{4}$$

بریم به جای  $k$  عدد قرار بدیم:

$$1) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 45$$

$$و \quad k = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{4} = 90$$

$$2) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} = 112/5$$

$$و \quad k = 2 \Rightarrow \frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{17\pi}{8} = 382/5$$

$$3) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{8} = \frac{7\pi}{8} = 157/5$$

$$و \quad k = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{2} + \frac{3\pi}{8} = \frac{11\pi}{8} = 247/5$$

$$4) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} = 67/5$$

$$و \quad k = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{4} + \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} = 112/5$$

میبینید که گزینه ها اعشاری شدن!!!!!!

مشکلی نیست ، چون فاصله ها زیاد میتونیم تقریب بزنییم و حل کنیم:

اول میرم سراغ مقدار مشترک که بین گزینه های ۲ و ۴ هست (یعنی ۱۱۲/۵) که ما هممون ۱۱۲ در نظر میگیریم:

جایگزاری کنیم ببینیم چطور میشه:

$$\tan(112) \cdot \tan(3(112)) = 1$$

$$\tan(112) \cdot \tan(336) = 1$$

$$\tan(90 + 22) \cdot \tan(270 + 66) = 1$$

$$-\cot(22) \times -\cot(66) = 1$$

هرچند میدونیم ضرب این دو مقدار ۱ همیشه ولی با این وجود با روش هایی که تو قسمت ۱ مثلثات گفتیم تقریباً همیشه مقادیر رو بدست آورد:

$$-2/5 \times -0/5 = 1/...$$

عجب!!!!

درست شد. پس ۱۱۲ میتونه جواب باشه ، لذا گزینه ۱ و ۳ حذف شدن چون ۱۱۲ رو قبول نداشتن.

میخوام زاویه ۶۷/۵ روهم جایگزاری کنم و یک گزینه ی دیگه رو هم حذف کنم و به جواب برسم.

( تقریباً فرض کنیم ۷۰ )

$$\tan(70) \times \tan(210) = 1$$

$$\tan(70) \times \tan(270 - 60) = 1$$

$$\tan(70) \times \cot(60) = 1$$

$$2/5 \times 0/5 = 1/....$$

این هم تقریباً شد ۱ و نشون میده عدد ۷۰ هم میتونه جواب معادله باشه .

تمام شد دیگه گزینه ۴ همیشه جواب سوال.

(تجربی ۹۶): جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$  کدام است؟

۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

حل:

مشابه سوالات قبل شروع می کنیم:

$$1) k = 1 \Rightarrow 2\pi \pm \frac{\pi}{3} = 420 \text{ و } 120 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 4\pi \pm \frac{\pi}{3} = 780 \text{ و } 660$$

$$2) k = 1 \Rightarrow 2\pi \pm \frac{2\pi}{3} = 480 \text{ و } 240 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 4\pi \pm \frac{2\pi}{3} = 840 \text{ و } 600$$

$$3) k = 1 \Rightarrow \pi \pm \frac{\pi}{3} = 240 \text{ و } 120 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 2\pi \pm \frac{\pi}{3} = 420 \text{ و } 120$$

$$4) k = 1 \Rightarrow \pi \pm \frac{\pi}{6} = 210 \text{ و } 150 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 2\pi \pm \frac{\pi}{6} = 390 \text{ و } 330$$

اختلاف نظر پیدا کنیم:

من ۱۲۰ رو در نظر گرفتم که گزینه ۱ و ۳ با این عدد موافقن:

$$\begin{aligned} \cos 2(120) + 2 \cos^2(120) &= \cos 240 + 2 \cos^2(120) = \cos(270 - 30) + 2 \cos^2(180 - 60) \\ &= -\sin(30) - 2 \cos^2(60) = -0.5 + 2(0.5)^2 = -0.5 + 0.5 = 0 \end{aligned}$$

درسته!!!!

پس ۱۲۰ عدد خوبی بود. یعنی گزینه ۲ و ۴ که با ۱۲۰ مخالف بودن حذف میشن.

حالا بریم بین گزینه ۱ و ۳ اختلاف نظر پیدا کنیم.

من ۲۴۰ رو در نظر گرفتم که گزینه ۳ با این عدد موافقه ولی گزینه ۱ خیر.

$$\begin{aligned} \cos 2(240) + 2 \cos^2(240) &= \cos 480 + 2 \cos^2(240) = \cos(360 + 120) + 2 \cos^2(180 + 60) \\ &= \cos(120) + 2 \cos^2(60) = \cos(180 - 60) + 2(0.5)^2 = -\cos(60) + 0.5 = -0.5 + 0.5 = 0 \end{aligned}$$

پس عدد ۲۴۰ هم عدد خوبی بود.

تمام شد شد دیگه گزینه ۱ هم حذف شد و فقط موند گزینه ۳ که جواب هست.

## خداییش چی از این بهتر؟؟؟

پس دعا کنیم تو کنکور پیش رو معادلات مثلثاتی بیاد و گزینه هاش هم ضریب  $k$  داشته باشن

(تجربی خارج ۹۸) : جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 3x + \cos x = 0$  با شرط  $\cos x \neq 0$  کدام است؟

الف:  $\frac{2k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$       ب:  $k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$       ج:  $k\pi - \frac{\pi}{4}$       د:  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

حل:

سعی کن اول خودت حل کنی!!!!

$$1) k = 1 \Rightarrow \pi - \frac{\pi}{3} = 180 - 60 = 120 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 2\pi - \frac{\pi}{3} = 300$$

$$2) k = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = 135 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow \pi + \frac{\pi}{4} = 225$$

$$3) k = 1 \Rightarrow \pi - \frac{\pi}{4} = 135 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 2\pi - \frac{\pi}{4} = 315$$

$$4) k = 1 \Rightarrow \pi + \frac{\pi}{4} = 225 \quad \text{و} \quad k = 2 \Rightarrow 2\pi + \frac{\pi}{4} = 405$$

اول سعی کنیم عددی رو انتخاب کنیم که باعث بشه بعضی گزینه ها حذف بشن، مثلا من اومدم و ۱۳۵ رو انتخاب کردم که فقط گزینه های ۲ و ۳ با اون موافق هستن.

بریم ۱۳۵ رو تو معادله جایگزین کنیم:

$$\cos 3(135) + \cos(135) = \cos(405) + \cos(135) = \cos(360+45) + \cos(90+45) =$$

$$\cos(45) - \sin(45) = 0.7 - 0.7 = 0$$

نتیجه این شد که ۱۳۵ عدد خوبییه پس گزینه های ۱ و ۴ حذف میشن.

بین گزینه ۲ و ۳ اومدم و ۲۲۵ رو انتخاب کردم که فقط گزینه ۲ با این عدد موافقه:

$$\cos 3(225) + \cos(225) = \cos(675) + \cos(225) = \cos(360+315) + \cos(270-45) =$$

$$\cos(315) - \sin(45) = \cos(360-45) - \sin(45) = \cos(45) - \sin(45) = 0$$

پس ۲۲۵ هم عدد خوبی بود لذا گزینه ۳ هم حذف شد و جواب گزینه ۲ هست.

به نظرم همینقدر برای این مبحث کافیه.بقیه سوالات رو خودتون پیدا و حل کنید .

در پایان مجدد نیاز به عرض میبینم که این جزوه مطالبی رو در بر گرفته که غالب سوالات مربوط به این مباحث رو بتونید بدون معلومات خاص و با ضریب اطمینان بالا حل کنید.

یعنی وقتی داری روش وقت میزاری میدونی که اخرش نتیجه خواهی گرفت.

## سخن پایانی:

دوستان هیچ جزوه ای خالی از اشکال نیست.جزوه پیش روی شما هم از این مورد مستثنی نخواهد بود.لذا خواهشمندم جهت بهبود این مهم نظرات خود را با شماره هایی که در اختیار تان قرار می گیرد درمیان بگذارید.

بیش از اندازه محتاج دعای شما هستم.منتظر جزوه های بعدی باشید

## خداوند یار و نگهدار شما