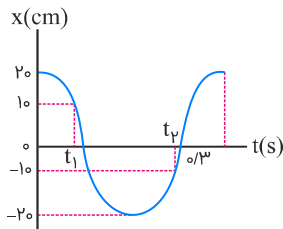


۱ شکل زیر نمودار مکان- زمان نوسانگری را که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، نشان می‌دهد. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟



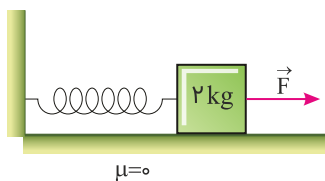
۴ (۱)

۲ (۲)

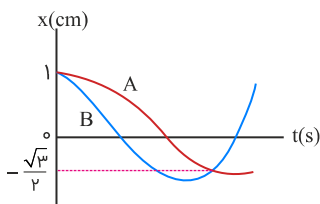
۴۰ (۳)

۲۰ (۴)

۲ در شکل زیر، مجموعه را توسط نیروی کشیده‌ایم و وزنه ۲ کیلوگرمی، روی سطح افقی در حال سکون است. نیروی \vec{F} را حذف می‌کنیم و مجموعه روی سطح افقی شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند. اگر در طول نوسان، کمترین و بیشترین طول فنر به ترتیب ۱۵ cm و ۵۵ cm شود، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا فنر از حالتی که طول آن ۴۵ سانتی‌متر است، به حالتی برود که طول آن ۲۵ سانتی‌متر است؟ ($\pi^2 = ۱۰$) و ثابت فنر را ۳۲۰ N/m در نظر بگیرید

 $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۳ نمودار مکان- زمان دو نوسانگر که دارای حرکت هماهنگ ساده هستند، مطابق شکل زیر است. دوره تناوب نوسانگر A چند برابر دوره تناوب نوسانگر B است؟

 $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳)

۲ (۴)

۴ نوسانگری بر روی یک خط راست به طول ۸ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و تندی متوسط آن در یک بازه زمانی ۲۰ ثانیه‌ای برابر با ۴ cm/s است. بیشینه تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = ۳$)

۶ (۲)

۰/۰۶ (۱)

۱۲ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۵ معادله مکان- زمان نوسانگر جرم و فنری در SI به صورت $x = A \cos \omega t$ است و ۲ ثانیه طول می‌کشد تا متحرک پس از لحظه صفر برای دومین بار به نقطه $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ برسد. اگر جرم و زنۀ متصل به فنر را ۱۹ درصد کاهش دهیم، دوره تناوب آن چند ثانیه خواهد شد؟

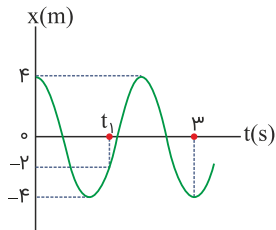
(۱) ۰/۹

(۲) ۲/۷

(۳) ۱/۸

(۴) ۵/۴

۶ نمودار مکان- زمان نوسانگری که روی محور x نوسان می‌کند، مطابق شکل زیر است. بردار شتاب نوسانگر در لحظه t_1 برحسب cm/s^2 کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)



(۱) $4\vec{i}$

(۲) $-4\vec{i}$

(۳) $2\vec{i}$

(۴) $-2\vec{i}$

۷ دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B که معادله حرکت آن‌ها در SI به صورت $x_A = A \cos \pi t$ و $x_B = A \cos 2\pi t$ است، به طور هم‌زمان روی یک خط شروع به نوسان می‌کنند. چند ثانیه بعد از شروع نوسان، دو نوسانگر برای اولین بار به هم می‌رسند؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۸ وزنه‌ای به جرم ۲۵ کیلوگرم به فنر سبکی با ثابت 100 N/m بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دامنه نوسان‌های آن برابر با ۵ cm باشد، تندی وزنه در نقطه تعادل چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱

(۲) ۰/۱

(۳) ۱۰

(۴) ۱۰۰

۹ در یک حرکت هماهنگ ساده، دامنه نوسان ۶ cm و دوره تناوب آن ۸ s است. کمینه تندی متوسط نوسانگر در یک بازه زمانی دلخواه ۲ ثانیه‌ای، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)

(۱) ۲/۱

(۲) ۱/۸

(۳) ۳/۸

(۴) ۴/۲

۱۰ متحرکی روی پاره‌خطی به طول ۴ cm و حول مبدأ مختصات، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر مدت‌زمان دو عبور متوالی از نقطه 1 cm (–) برابر ۵/۵ s باشد، دوره حرکت چند ثانیه است؟

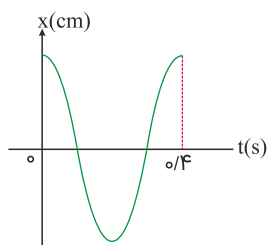
(۱) ۱/۵

(۲) ۳

(۳) ۱/۵ یا ۷/۵

(۴) ۱/۵ یا ۰/۶

۱۱ نمودار مکان- زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط آن در ۰/۴ ثانیه اول حرکت برابر 5 cm/s باشد، اندازه جابه‌جایی نوسانگر در مدت‌زمان ۰/۳ ثانیه اول چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۱/۵

(۲) ۱

(۳) ۰/۵

(۴) صفر

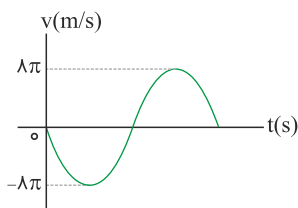
در یک حرکت هماهنگ ساده، اگر برای اولین بار مسافت طی شده توسط متحرک در ثانیه‌های پنجم و ششم برابر باشد، دوره تناوب این حرکت چند ثانیه است؟

۱۲

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

نمودار سرعت-زمان سامانه جرم و فنری مطابق شکل زیر بوده و در لحظه $t = \frac{3}{\lambda}$ s، متحرک برای دومین بار از مبدأ عبور می‌کند. اگر بیشترین نیروی وارد بر فنر 480 N باشد، ثابت این فنر چند نیوتون بر متر است؟

۱۳



- (۱) ۱۴۴۰
(۲) ۹۶۰
(۳) ۱۲۸۰
(۴) ۲۴۰

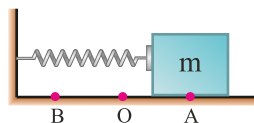
نوسانگری که در لحظه $t = 0$ در مکان بیشینه خود قرار دارد، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در لحظه $t = 0.75 \text{ s}$ برای اولین بار از مرکز نوسان عبور کند، در بازه زمانی صفر تا 1.0 s ، چند ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده است؟

۱۴

- (۱) $4/75$
(۲) ۵
(۳) $5/25$
(۴) $5/5$

همانند شکل نوسانگر جرم- فنر روی پاره خط AB حول نقطه O حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر جرم وزنه را کاهش دهیم، کدام کمیت سامانه جرم- فنر افزایش می‌یابد؟

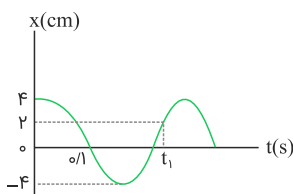
۱۵



- (۱) مسافت طی شده در مدت یک دوره تناوب
(۲) انرژی مکانیکی
(۳) بیشینه تندی نوسانگر
(۴) دوره تناوب

شکل زیر نمودار مکان-زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده را نشان می‌دهد. لحظه t_1 برحسب ثانیه مطابق با کدام گزینه است؟

۱۶



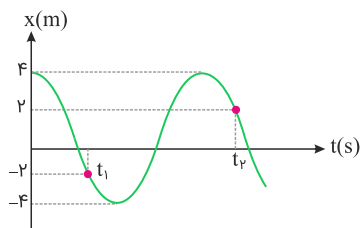
- (۱) $\frac{1}{30}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{4}{10}$
(۴) $\frac{1}{120}$

بسامد یک نوسانگر هماهنگ ساده با دامنه 2 cm برابر با 4 Hz است. مسافت طی شده توسط این نوسانگر در مدت ۲ ثانیه چند سانتی‌متر است؟

۱۷

- (۱) ۱۶
(۲) ۶۴
(۳) ۲
(۴) ۱

نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ سادهٔ وزنه- فنری مطابق شکل زیر است. اگر ثابت فنر $10\pi^2 \text{ N/m}$ و جرم وزنه 400 g باشد، حاصل $t_2 - t_1$ بر حسب ثانیه کدام است؟



$$(1) \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{1}{15}$$

$$(3) \frac{1}{12}$$

$$(4) \frac{1}{3}$$

وزنه‌ای به جرم 240 g را به فنر بدون جرمی با ثابت k وصل کرده و با دامنهٔ کم در راستای افق به نوسان درمی‌آوریم. چند گرم به جرم وزنه اضافه کنیم تا دورهٔ نوسانات آن ۲۵ درصد افزایش یابد؟

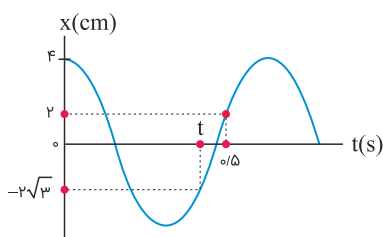
$$(2) 635$$

$$(1) 375$$

$$(4) 135$$

$$(3) 1200$$

نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. شتاب این نوسانگر در لحظهٔ t چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)



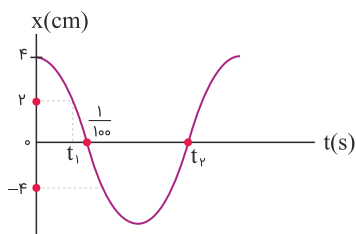
$$(1) \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$(2) \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

$$(3) \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) \frac{10\sqrt{3}}{9}$$

نمودار مکان- زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟



$$(1) \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$(2) \frac{6}{\sqrt{7}}$$

$$(3) \frac{30}{\sqrt{7}}$$

$$(4) \frac{60}{\sqrt{7}}$$

نوسانگری با دامنهٔ A روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دورهٔ تناوب این نوسانگر برابر با $1/100$ ثانیه باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+\frac{A}{4}$ به مکان $-\frac{A}{4}$ برسد؟

$$(2) \frac{1}{60}$$

$$(1) \frac{1}{30}$$

$$(4) \frac{1}{40}$$

$$(3) \frac{1}{20}$$

جسمی به جرم 900 g را از فنری با جرم ناچیز و ضریب سختی 100 N/m در راستای قائم آویزان کرده و از طول عادی رها می‌کنیم. پس از گذشت $1/8 \text{ s}$ مسافتی که جسم پیموده است، چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $\pi = \sqrt{10}$)

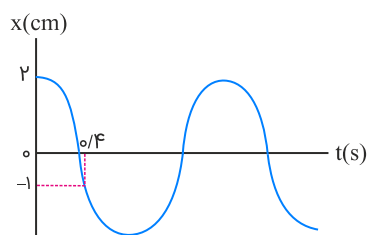
$$(2) 108$$

$$(1) 198$$

$$(4) 189$$

$$(3) 27$$

نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ بیشینه تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است و در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تندی نوسانگر برای دومین بار بیشینه می‌شود؟



$$(1) \quad 0.3, \frac{20\pi}{3}$$

$$(2) \quad 0.3, \frac{\pi}{30}$$

$$(3) \quad 0.9, \frac{20\pi}{3}$$

$$(4) \quad 0.9, \frac{\pi}{30}$$

در حرکت یک نوسانگر ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، شتاب نوسانگر چگونه است؟

(۱) مثبت است.

(۲) منفی است.

(۳) از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد.

(۴) از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد.

وزنه‌ای به جرم m را که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، به فنری با ثابت k متصل کرده و به نوسان درمی‌آوریم. اگر با ثابت ماندن دامنه و ثابت فنر، جرم وزنه را نصف کنیم، اندازه نیروی وارد بر نوسانگر در انتهای مسیر چندبرابر می‌شود؟

$$(1) \quad 1$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) \quad \frac{1}{4}$$

معادله مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.02 \cos 100\pi t$ است. در بازه زمان صفر تا $\frac{1}{150}$ s، چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک در خلاف جهت هم بوده‌اند؟

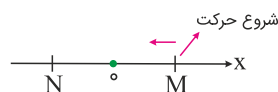
$$(1) \quad \frac{1}{200}$$

$$(2) \quad \frac{1}{600}$$

$$(3) \quad \frac{1}{300}$$

$$(4) \quad \frac{1}{150}$$

مطابق شکل زیر نوسانگری روی پاره‌خط MN و حول مبدأ مختصات با دوره حرکت T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در زمانی که حرکت نوسانگر کندشونده و مکان نوسانگر منفی است، نوسانگر در کدام بازه زمانی قرار دارد؟



$$(1) \quad \text{صفر تا } \frac{T}{4}$$

$$(2) \quad \frac{T}{2} \text{ تا } \frac{T}{4}$$

$$(3) \quad \frac{3T}{4} \text{ تا } \frac{T}{2}$$

$$(4) \quad T \text{ تا } \frac{3T}{4}$$

دو نوسانگر A و B با دوره‌های تناوب $\frac{3}{6}$ s و $\frac{4}{8}$ s هم‌زمان و از یک نقطه شروع به نوسان‌های هماهنگ ساده می‌کنند. پس از چند ثانیه از شروع حرکت، نوسانگر A، ۳ نوسان کامل بیشتر از نوسانگر B انجام می‌دهد؟

$$(1) \quad 31/6$$

$$(2) \quad 24/2$$

$$(3) \quad 43/2$$

$$(4) \quad 48/6$$

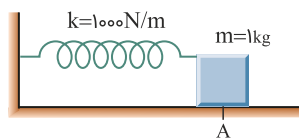
ذره‌ای روی محور x و حول مبدأ مختصات با دامنه 4 cm و بسامد 5 Hz در حال نوسان هماهنگ ساده است. اگر این ذره در لحظه t_1 در مکان $x = -4 \text{ cm}$ قرار داشته باشد، 2 s پس از این لحظه به ترتیب از راست به چپ، مسافت طی شده توسط ذره چند سانتی‌متر است و ذره در چه مکانی برحسب سانتی‌متر قرار دارد؟

۳۰

- (۱) $-4,8$ (۲) $+4,8$
(۳) $+4,16$ (۴) $-4,16$

در شکل زیر، جسم روی سطح افقی بدون اصطکاکی در نقطه A در حال سکون قرار دارد. اگر جسم را به اندازه 10 cm به سمت راست کشیده و رها کنیم، بعد از لحظه رها کردن، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا جسم به نقطه A برگردد؟ ($\pi^2 = 10$)

۳۱



- (۱) $\frac{1}{10}$
(۲) $\frac{1}{15}$
(۳) $\frac{1}{20}$
(۴) $\frac{1}{35}$

معادله حرکت متحرکی که حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $x = 0,04 \cos(5\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه برای دومین بار متحرک از مکان $x = +2 \text{ cm}$ عبور می‌کند؟

۳۲

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{10}$
(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

در یک حرکت نوسانی ساده، در مدتی که حرکت نوسانگر کندشونده است، بردارهای مکان و سرعت متحرک و بردارهای مکان و شتاب هستند.

۳۳

- (۱) هم‌جهت - هم‌جهت (۲) خلاف جهت - خلاف جهت
(۳) هم‌جهت - خلاف جهت (۴) خلاف جهت - هم‌جهت

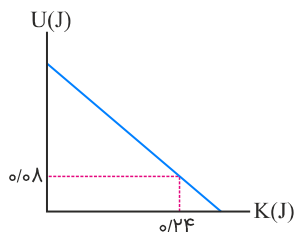
نوسانگری روی پاره‌خطی به طول 1 cm ، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر از ابتدا تا انتهای این پاره‌خط را بدون تغییر جهت در مدت $5/5 \text{ s}$ طی کند، تندی آن هنگام عبور از مرکز نوسان چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟

۳۴

- (۱) $0,01\pi$ (۲) π
(۳) $0,02\pi$ (۴) 2π

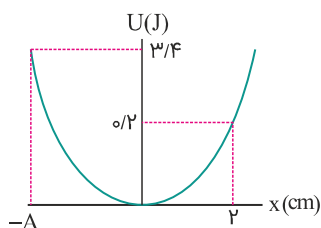
شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر 100 g و بسامد آن 2 Hz باشد، معادله حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

۳۵



- (۱) $x = 0,2 \cos(4\pi t)$
(۲) $x = 2 \cos(20\pi t)$
(۳) $x = 0,2 \cos(20\pi t)$
(۴) $x = 2 \cos(4\pi t)$

نمودار انرژی پتانسیل یک نوسانگر وزنه - فنر بر حسب مکان آن به صورت شکل زیر است. اگر جرم وزنه برابر با ۴۰۰ گرم باشد، سرعت نوسانگر هنگامی که در مکان $x = +2 \text{ cm}$ قرار داشته و بزرگی سرعت آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟ (از تمام اصطکاکها صرف نظر شود)



(۱) +۱۶

(۲) -۱۶

(۳) +۴

(۴) -۴

دوره تناوب دو آونگ ساده کم دامنه به طولهای L_1 و L_2 به ترتیب برابر با ۳ s و ۴ s است. دوره تناوب آونگ ساده‌ای به طول $(L_1 + L_2)$ چند ثانیه است؟ ($g = \pi^2 (m/s^2)$)

(۲) ۱

(۱) ۳/۵

(۴) ۷

(۳) ۵

جسمی به جرم ۵۰۰ g به فنری با ثابت k متصل است و روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در مدت ۵ ثانیه ۲۰ بار طول پاره‌خط را بپیماید، اندازه انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۲) ۰/۰۱

(۱) ۱۰

(۴) ۰/۱

(۳) ۱۰۰

طول یک آونگ ساده کم دامنه چگونه تغییر کند تا ۳۰ درصد بر دوره نوسانهای آن افزوده شود؟

(۲) ۶۹ درصد افزایش یابد.

(۱) ۶۹ درصد کاهش یابد.

(۴) ۵۱ درصد کاهش یابد.

(۳) ۵۱ درصد افزایش یابد.

دوره نوسان آونگ ساده‌ای در یک مکان معین برابر با ۲ ثانیه است و در مدت ۲/۶ دقیقه، n نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد کاهش یا افزایش دهیم تا در همان مدت و در همان مکان، $n - 18$ نوسان کامل انجام دهد؟

(۲) ۶۹ درصد افزایش

(۱) ۶۹ درصد کاهش

(۴) ۳۱ درصد افزایش

(۳) ۳۱ درصد کاهش

اگر در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل نوسانگر J ۱۸/۰ باشد، مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

(۲) ۰/۳۶

(۱) ۰/۷۲

(۴) ۰/۵۴

(۳) ۰/۲۴

وزنه‌ای به جرم ۲۰ گرم به فنری با ثابت 800 N/m متصل است و در راستای افقی با دامنه ۴ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر نسبت به سرعت آن در مرکز نوسان ۲۵ درصد کاهش یافته است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول است؟ (از نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود)

(۲) ۰/۱۷۵

(۱) ۰/۶۲

(۴) ۰/۳۵

(۳) ۰/۲۸

در یک مکان معین و در بازه زمانی مشخصی، تعداد نوسان‌های آونگ ساده A برابر با ۱۲ نوسان و آونگ ساده B برابر با ۵ نوسان است. اگر در همین مکان، آونگ ساده‌ای قرار دهیم که طول آن برابر با مجموع طول دو آونگ A و B باشد، در همان مدت‌زمان، چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۴۳

(۲) ۱۷

(۱) ۱۳

(۴) $\frac{۶۰}{۱۷}$

(۳) $\frac{۶۰}{۱۳}$

یک ساعت دیواری آونگ‌دار در سطح زمین به‌درستی کار می‌کند. اگر این ساعت را به سطح سیاره‌ای منتقل کنیم که جرم آن ۴ برابر جرم زمین و چگالی آن $\frac{1}{6}$ برابر چگالی زمین باشد، در هر ۱۲ ساعتی که روی سطح زمین سپری می‌شود، این ساعت چه مدت‌زمانی عقب و یا جلو می‌افتد؟

۴۴

(۲) ۳ ساعت عقب می‌افتد.

(۱) ۳ ساعت جلو می‌افتد.

(۴) ۶ ساعت عقب می‌افتد.

(۳) ۶ ساعت جلو می‌افتد.

دوره تناوب آونگ ساده‌ای در سطح زمین ۲ ثانیه است. اگر طول آونگ را نصف کرده و آن را به سیاره دیگری که جرم و شعاع آن، هرکدام نصف جرم و شعاع زمین است، ببریم، دوره تناوب آونگ چند ثانیه خواهد شد؟

۴۵

(۲) ۱

(۱) ۲

(۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

(۳) $\frac{1}{۲}$

آونگ‌های ساده A و B را در یک مکان و از یک وضعیت به نوسان درمی‌آوریم. اگر بسامد نوسان‌های آونگ B، $\frac{9}{10}$ برابر بسامد نوسان‌های آونگ A باشد و بعد از ۳ دقیقه، آونگ A، ۱۰ نوسان بیشتر از آونگ B انجام داده باشد، دوره تناوب آونگ‌های A و B به ترتیب از راست به چپ چند ثانیه است؟

۴۶

(۲) ۲ و $1/8$

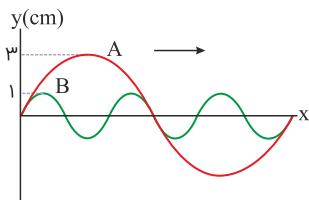
(۱) 1 و $9/10$

(۴) 4 و $3/6$

(۳) 3 و $2/7$

دو موج پیش‌رونده در دو ریسمان مشابه منتشر می‌شود. اگر تصویر این دو موج در یک لحظه مطابق شکل زیر باشد و نیروی کشش دو ریسمان یکسان باشد، مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در موج B چندبرابر موج A است؟

۴۷



(۱) ۱

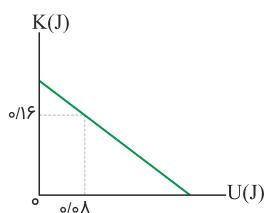
(۲) ۹

(۳) $\frac{1}{9}$

(۴) $\frac{1}{3}$

نمودار انرژی جنبشی برحسب انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق با شکل زیر است. اگر ثابت فنر برابر با 300 N/m باشد، طی یک نوسان کامل، این نوسانگر چه مسافتی را برحسب سانتی‌متر طی می‌کند؟

۴۸



(۱) ۲۴

(۲) ۸

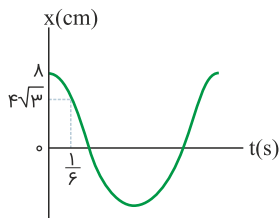
(۳) ۱۶

(۴) ۴

کدامیک از عبارتهای زیر درباره حرکت هماهنگ ساده نادرست است؟

- (۱) نوع حرکت نوسانگر، زمانی که به مرکز نوسان نزدیک می‌شود، تندشونده است.
- (۲) حرکت نوسانی ساده، حرکتی با شتاب متغیر است.
- (۳) هرگاه مکان و سرعت نوسانگر مختلف‌العلامت باشند، حرکت نوسانگر کندشونده است.
- (۴) وقتی نوسانگر به انتهای مسیر نوسان نزدیک می‌شود، انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر نصف انرژی مکانیکی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه خواهد بود؟



$$(1) 16\pi \times 10^{-3}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{25}\pi$$

$$(3) 16\pi$$

$$(4) \frac{\sqrt{2}}{5}\pi$$

معادله حرکت ذره‌ای به جرم 20 g که حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد در $x = 0.04 \cos(200t)$ است. در لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x = +1\text{ cm}$ می‌گذرد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟

$$(1) 16$$

$$(2) 0.32$$

$$(3) 48$$

$$(4) 0.64$$

دوره تناوب آونگ ساده کم‌دامنه‌ای در سطح سیاره A برابر با 4 s است. اگر چگالی سیاره B، 2 برابر چگالی سیاره A و شعاع آن 4 برابر شعاع سیاره A باشد، دوره تناوب این آونگ در سطح سیاره B چند ثانیه است؟

$$(1) \sqrt{2}$$

$$(2) 2$$

$$(3) 2\sqrt{2}$$

$$(4) 1$$

نوسانگری به جرم 300 g به انتهای فنری با جرم ناچیز متصل شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در یک لحظه انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر به ترتیب 4 mJ و 8 mJ باشد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن است، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟

$$(1) 0.2$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{15}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{3}}{15}$$

$$(4) 0.2\sqrt{2}$$

اگر طول آونگ ساده‌ای را که نوسان‌های کم‌دامنه انجام می‌دهد، 22 cm افزایش دهیم، دوره نوسان‌های آن 20% درصد تغییر می‌کند. طول اولیه آونگ چند سانتی‌متر بوده است؟

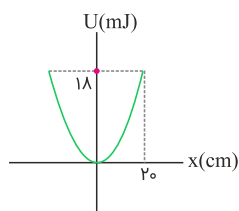
$$(1) 20$$

$$(2) 28$$

$$(3) 50$$

$$(4) 72$$

در شکل زیر، نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 100 g نشان داده شده است. بسامد زاویه‌ای نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi = 3$)



(۱) ۰/۵

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۹

نوسانگری روی پاره‌خطی به طول 6 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دقیقه 240 cm باشد، بیشینه تندی نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(۲) 18π (۱) 4π (۴) 12π (۳) 2π

آونگی به طول L روی سطح زمین حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر طول آونگ 96 درصد افزایش یابد، دوره تناوب آونگ چندبرابر می‌شود؟

(۲) $\frac{25}{49}$ (۱) $\frac{49}{25}$ (۴) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{7}{5}$

اگر در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل نوسانگر $0/18\text{ J}$ باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

(۲) $0/36$ (۱) $0/72$ (۴) $0/54$ (۳) $0/24$

نوسانگری حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظاتی که بردارهای مکان و سرعت نوسانگر با یکدیگر هم‌جهت هستند، اندازه شتاب و انرژی جنبشی نوسانگر با گذشت زمان به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

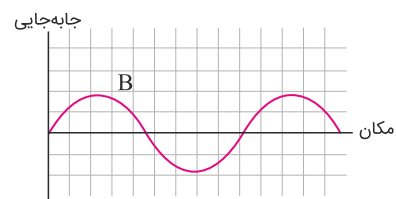
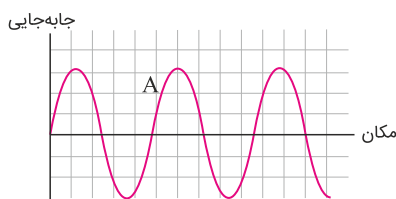
(۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

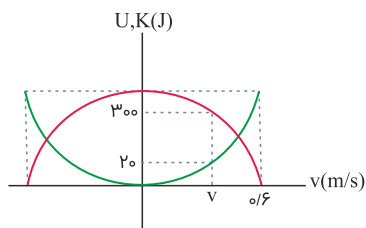
(۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

شکل زیر نقش دو موج عرضی را در دو طناب هم‌جنس A و B با سطح مقطع یکسان که تحت نیروهای کشش F_A و F_B قرار دارند، نشان می‌دهد. اگر بیشینه تندی ذرات دو طناب با یکدیگر برابر باشد، کدام گزینه در مورد مقایسه نیروی کشش و اندازه بیشینه شتاب ذرات دو طناب صحیح است؟

(۱) $|a_{\max,A}| > |a_{\max,B}|, F_A > F_B$ (۲) $|a_{\max,A}| = |a_{\max,B}|, F_A > F_B$ (۳) $|a_{\max,A}| = |a_{\max,B}|, F_A < F_B$ (۴) $|a_{\max,B}| > |a_{\max,A}|, F_A < F_B$

نمودار انرژی پتانسیل کشسانی و جنبشی بر حسب سرعت برای یک نوسانگر وزنه- فنر مطابق شکل زیر است. v چند متر بر ثانیه است؟

۶۱



(۱) ۰/۰۵

(۲) ۰/۱۵

(۳) ۰/۵

(۴) ۰/۷۵

در یک ساعت کوکی از یک نوسانگر وزنه- فنر برای جلوگیری از خوردن نان استفاده شده است، به طوری که در هر یک نوسان کامل وزنه- فنر، عقربهٔ ثانیه‌شمار یک ثانیه جلو می‌رود. کدام گزینه در مورد این ساعت درست است؟

۶۲

(۱) اگر جرم وزنه را افزایش دهیم، ساعت جلو می‌افتد.

(۲) اگر ضریب سختی فنر را کاهش دهیم، ساعت جلو می‌افتد.

(۳) اگر جرم وزنه را کاهش دهیم، ساعت عقب می‌افتد.

(۴) اگر ضریب سختی فنر را کاهش دهیم، ساعت عقب می‌افتد.

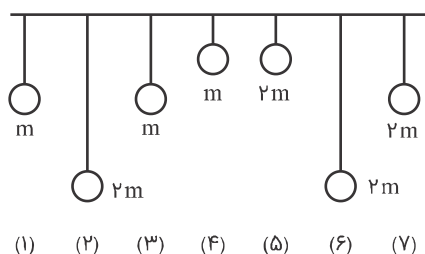
دو آونگ ساده A و B در سطح زمین حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. طول آونگ A، 2 برابر طول آونگ B و بیشینهٔ نیروی وارد بر آونگ A، نصف بیشینهٔ نیروی وارد بر آونگ B است. اگر انرژی جنبشی آونگ A در هنگام عبور از وضع تعادل، 3 برابر انرژی جنبشی آونگ B هنگام عبور از وضع تعادل باشد، بیشینهٔ شتاب آونگ A چند برابر بیشینهٔ شتاب آونگ B است؟

۶۳

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) 3 (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) 12

مطابق شکل زیر، هفت آونگ از یک میلهٔ افقی آویزان شده‌اند. اگر آونگ شمارهٔ یک با دامنهٔ کم شروع به نوسان کند، کدام آونگ یا آونگ‌ها با آونگ شمارهٔ یک به حالت تشدید درمی‌آید؟

۶۴



(۱) آونگ‌های ۲ و ۵

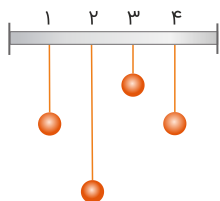
(۲) آونگ‌های ۳ و ۶

(۳) فقط آونگ ۳

(۴) آونگ‌های ۳ و ۷

مطابق شکل چهار آونگ ساده با جرم یکسان را به یک میلهٔ افقی آویخته‌ایم. اگر آونگ (۴) را از وضع تعادل خارج کنیم، کدام گزینه درست است؟

۶۵



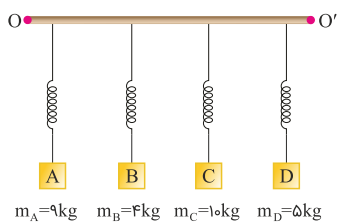
(۱) فقط آونگ (۱) به حرکت درمی‌آید.

(۲) هر سه آونگ (۳)، (۲) و (۱) با یک دامنه به نوسان درمی‌آیند.

(۳) آونگ شمارهٔ (۲) با بیشترین دامنه و آونگ شمارهٔ (۳) با کمترین دامنه به نوسان درمی‌آیند.

(۴) آونگ شمارهٔ (۱) با بیشترین دامنه به نوسان درمی‌آید.

مطابق شکل زیر، چهار سامانه جرم- فنر با ثابت فنر یکسان 36 N/m به میله OO' وصل شده‌اند. اگر میله با بسامد زاویه‌ای $\omega_{OO'} = 3 \text{ rad/s}$ در راستای قائم شروع به نوسان کند، بیشینه انرژی مکانیکی ذخیره شده در کدام سامانه از بقیه بیشتر است؟



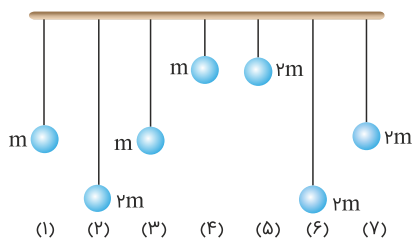
(۱) D

(۲) C

(۳) B

(۴) A

مطابق شکل زیر، هفت آونگ از یک میله افقی آویزان شده‌اند. اگر آونگ شماره (۱) با دامنه کم شروع به نوسان کند، کدام آونگ یا آونگ‌ها با آونگ شماره (۱) به حالت تشدید درمی‌آید؟



(۱) آونگ‌های ۲ و ۵

(۲) آونگ‌های ۳ و ۶

(۳) فقط آونگ ۳

(۴) آونگ‌های ۳ و ۷

در سطح زمین، نوسانات دستگاه جرم- فنری، آونگ ساده کم‌دامنه‌ای را تشدید می‌کند. اگر جرم متصل به فنر را دو برابر کنیم و هر دو دستگاه را به ارتفاع $h = 3R_e$ از سطح زمین ببریم، طول آونگ را چند برابر کنیم تا مجدداً تشدید رخ دهد؟ (R_e : شعاع کره زمین)

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) ۸

(۳) $\frac{1}{8}$

رابطه سرعت با مکان برای یک نوسانگر ساده در SI به صورت $4\pi^2 x^2 + 4v^2 = 4\pi^2$ داده شده است. دوره حرکت نوسانگر چند ثانیه است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

معادله مکان- زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.1 \cos\left(\frac{5\pi t}{12}\right)$ داده شده است. نوع حرکت این نوسانگر در ثانیه سوم حرکت چگونه است؟

(۲) تندشونده

(۱) کندشونده

(۴) اول تندشونده سپس کندشونده

(۳) اول کندشونده سپس تندشونده

مسافت طی شده توسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow d = |-20 - 10| + |-10 + 20| = 30 + 10 = 40 \text{ cm} = 0.4:$$

حال با استفاده از نمودار، معادله مکان-زمان نوسانگر را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{2\pi T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.2 \cos(5\pi t)$$

سپس زمان‌های t_1 و t_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$10 = 20 \cos 5\pi t_1 \Rightarrow 5\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{15} \text{ s}$$

$$-10 = 20 \cos 5\pi t_2 \Rightarrow 5\pi t_2 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{4}{15} \text{ s}$$

در نهایت با استفاده از تعریف تندی متوسط، داریم:

$$s = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.4}{\frac{4}{15} - \frac{1}{15}} = 2 \text{ m/s}$$

کمترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x = -A$ و بیشترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x = +A$ قرار می‌گیرد. اختلاف این دو مقدار معادل $2A$ است، پس:

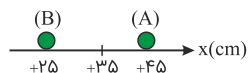
$$2A = 55 - 15 = 40 \Rightarrow A = 20 \text{ cm}$$

همچنین وسط این دو حالت، نقطه تعادل (طول آزاد فنر یا مبدأ مختصات) است، پس:

$$\text{طول آزاد فنر} = \frac{55 + 15}{2} = 35 \text{ cm}$$

هنگامی که طول فنر 45 cm است، یعنی نسبت به حالت آزاد خود (مبدأ مختصات) 10 cm کشیده‌تر شده (حالت (A)) و همچنین هنگامی که طول فنر 25 cm است، یعنی نسبت به حالت آزاد خود 10 cm فشرده‌تر شده است. (حالت (B)).

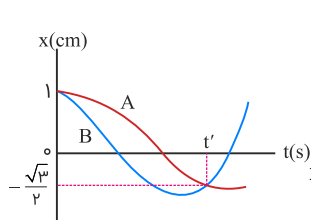
اگر معادله مکان-زمان را بنویسیم، داریم:



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{320}{2}} = \sqrt{160} = \sqrt{16\pi^2} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_1 = 0/1 \text{ m}}{0/1} = 0/2 \cos(4\pi t) \Rightarrow \cos(4\pi t) = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow t_1 = \frac{1}{12} \text{ s} \\ \frac{x_2 = -0/1 \text{ m}}{-0/1} = 0/2 \cos(4\pi t) \Rightarrow \cos(4\pi t) = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow t_2 = \frac{1}{6} \text{ s} \end{cases}$$

کمترین زمان حرکت از نقطه $x_1 = 10 \text{ cm}$ تا $x_2 = -10 \text{ cm}$ معادل با $t_2 - t_1 = \frac{1}{12} \text{ s}$ است.



باتوجه به نمودار، در لحظه t' متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار در مکان $x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ هستند، بنابراین داریم:

$$x_A = A_A \cos(\omega_A t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_A t') \Rightarrow \omega_A t' = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x_B = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_B t') \Rightarrow \omega_B t' = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\omega_B t'}{\omega_A t'} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{\omega = \frac{v}{T}} \frac{T_A}{T_B} = \frac{7}{5}$$

طبق رابطه تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{F} = \frac{\ell}{\mathcal{V}_0} \Rightarrow \ell = \lambda_0 \text{ cm}$$

از آنجاکه در هر نوسان کامل مسافتی معادل دو برابر طول پاره‌خط نوسان (یعنی $\mathcal{V} \times \lambda = 16 \text{ cm}$) طی می‌شود و در این بازه مسافت $\lambda_0 \text{ cm}$ طی شده است، پس در این بازه ۵ نوسان کامل صورت گرفته است. در نتیجه داریم:

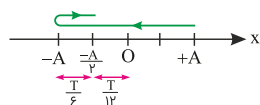
$$\mathcal{V}_0 = \omega T \Rightarrow T = \mathcal{F} s$$

$$\omega = \frac{\mathcal{V}\pi}{T} = \frac{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}{\mathcal{F}} \Rightarrow \omega = 1/\omega \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{L}{\mathcal{V}} = \frac{\lambda}{\mathcal{V}} = \mathcal{F} \text{ cm} = \mathcal{F} \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$v_{\max} = A\omega = \mathcal{F} \times 10^{-2} \times 1/\omega = \mathcal{E} \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

باتوجه به معادله، متحرک در لحظه $t = 0$ در $+A$ قرار دارد.



برای اینکه متحرک از A به $-A$ برسد $\frac{T}{\mathcal{V}}$ و از $-A$ تا $-\frac{A}{\mathcal{V}}$ ، $\frac{T}{\mathcal{E}}$ طول می‌کشد؛ بنابراین:

$$t = \frac{T}{\mathcal{V}} + \frac{T}{\mathcal{E}} \Rightarrow \mathcal{V} = \frac{\mathcal{V}T}{\mathcal{V}} \Rightarrow T = \mathcal{V} s$$

دوره تناوب نوسانگر جرم و فنر برابر است با:

$$T = \mathcal{V}\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[k_1=k_{\mathcal{V}}]{m_{\mathcal{V}}=0/\lambda m_1} \frac{T_{\mathcal{V}}}{T_1} = \sqrt{\frac{m_{\mathcal{V}}}{m_1}} \Rightarrow \frac{T_{\mathcal{V}}}{T_1} = 0/9$$

$$\Rightarrow T_{\mathcal{V}} = 0/9 \times \mathcal{V} = \mathcal{V}/9 s$$

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$T + \frac{T}{\nu} = \frac{3T}{\nu} = 3s \Rightarrow T = 2s$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

شتاب نوسانگر در هر لحظه به صورت زیر قابل محاسبه است. داریم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ma \\ F &= -kx \end{aligned} \right\} \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = \frac{-k}{m}x = -\omega^2 x$$

در لحظه t_1 ، مکان نوسانگر برابر با (-2 cm) است؛ بنابراین:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\substack{\omega = \pi \text{ rad/s} \\ x = -2 \text{ cm}}]{\omega = \pi \text{ rad/s}} a = -\pi^2 \times (-2) = 2\pi^2 = 20 \text{ cm/s}^2$$

در نهایت چون در لحظه t_1 ، نوسانگر در مکانی منفی قرار دارد و در حال نزدیک شدن به مبدأ نوسان است، بنابراین شتاب آن مثبت است و بردار شتاب به صورت $\vec{a} = +20\vec{i} \text{ cm/s}^2$ است.

در لحظه‌ای که دو نوسانگر به هم می‌رسند، در یک مکان قرار می‌گیرند؛ بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow A \cos \pi t = A \cos 2\pi t$$

$$\Rightarrow \cos \pi t = \cos 2\pi t \Rightarrow \begin{cases} \pi t = 2\pi t \Rightarrow t = 0 \\ \pi t = 2\pi - 2\pi t \end{cases}$$

غ.ق.ق (بعد از شروع نوسان) $t = 0$

$$\Rightarrow 3\pi t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[\substack{k=100 \text{ N/m} \\ m=0.25 \text{ kg} \text{ kg}=\frac{1}{4} \text{ kg}}]{k=100 \text{ N/m}} \omega = \sqrt{\frac{100}{\frac{1}{4}}} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

چون در نقطه تعادل، تندی بیشینه است، تندی بیشینه وزنه را می‌یابیم:

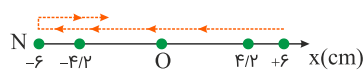
$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow[A=5 \text{ cm}=\frac{0.05}{1} \text{ m}]{A=5 \text{ cm}=\frac{0.05}{1} \text{ m}} v_{\max} = 0.05 \times 20 = 1 \text{ m/s}$$

می‌دانیم کمینه تندی متوسط نوسانگر در حالتی است که مسافت طی شده کمینه باشد؛ بنابراین چون کمترین مسافت در حالتی است که تندی نوسانگر در حال کاهش باشد، لذا باتوجه به اینکه در هنگام نزدیک شدن نوسانگر به نقطه بازگشت (انتهای مسیر) تندی آن در حال کاهش است، کافی است مدت زمان ۲s را به دو بازه زمانی ۱s تقسیم کنیم و مسافت طی شده را برای این دو بازه زمانی که یکی قبل از رسیدن به نقطه بازگشت و دیگری بعد از عبور از آن نقطه است، به دست آورده و باهم جمع کنیم. چون نوسانگر از نقطه $x = +6 \text{ cm}$ شروع به حرکت می‌کند، مکان آن در لحظه $t = 1 \text{ s}$ برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=1\text{s}} \omega = \frac{2\pi}{1} = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\substack{A=6\text{cm} \\ t=1\text{s}}} x = 6 \cos \frac{\pi}{\frac{1}{2}} \times 1 \Rightarrow x = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{2}=1/\frac{1}{2}} x = 3 \times 1/\frac{1}{2} = 4/2 \text{ cm}$$



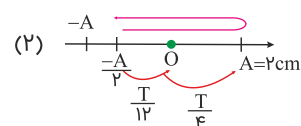
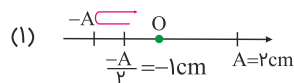
باتوجه به اینکه نوسانگر در لحظه $t = 0$ در مکان $x = +6 \text{ cm}$ و در لحظه $t = 1 \text{ s}$ در مکان $x = 4/2 \text{ cm}$ قرار دارد، جابه‌جایی آن در مدت ۱s برابر با $\Delta x = 6 - 4/2 = 1/8 \text{ cm}$ است. از طرف دیگر، کمترین مسافت طی شده در مدت ۲ ثانیه، دو برابر اندازه این جابه‌جایی است؛ بنابراین کمترین مسافت برابر است با:

$$d_{\min} = 2|\Delta x| = 2 \times 1/8 \Rightarrow d_{\min} = 3/6 \text{ cm}$$

و کمینه تندی متوسط برابر است با:

$$(s_{\text{av}})_{\min} = \frac{d_{\min}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=2\text{s}} (s_{\text{av}})_{\min} = \frac{3/6}{2} = 1/8 \text{ cm/s}$$

باتوجه به اینکه طول پاره‌خطی که جسم روی آن نوسان می‌کند برابر ۴ cm است، دامنه نوسان برابر با ۲ cm است.



نوسانگر یکی از مسیرهای شکل (۱) یا (۲) را طی کرده است. مدت زمان دو عبور متوالی در شکل (۱) برابر است با:

$$2\left(\frac{T}{6}\right) = 0/5 \Rightarrow T = 1/5 \text{ s}$$

و در شکل (۲) برابر است با:

$$2\left(\frac{T}{12} + \frac{T}{6}\right) = 0/5 \Rightarrow T = 0/75 \text{ s}$$

با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط می‌توان نوشت:

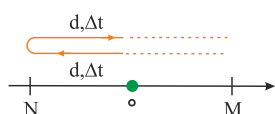
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = s_{av} \Delta t = \omega \times \frac{\circ}{4} = ۲ \text{ cm}$$

باتوجه به نمودار متحرک در مدت‌زمان $\frac{\circ}{4}$ ثانیه، مسافتی به اندازهٔ $۴A$ را پیموده است. بنابراین داریم:

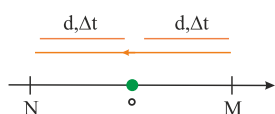
$$l = ۴A \Rightarrow ۲ = ۴A \Rightarrow A = \frac{\circ}{5} \text{ cm}$$

چون دورهٔ متحرک برابر با $\frac{\circ}{4}$ ثانیه است، پس در $t = \frac{۳}{۴}T = \frac{\circ}{۳} \text{ s}$ در مکان $x = \circ$ قرار دارد و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر با $\frac{\circ}{5} \text{ cm}$ است.

در حرکت هماهنگ ساده در بازه‌های زمانی یکسان متوالی، زمانی مسافت طی‌شده یکسان است که یا در نقاط بازگشتی باشیم (حرکت به صورت رفت و برگشت) که مطابق شکل زیر است:



و یا اینکه هنگام عبور از نقطهٔ تعادل این اتفاق می‌افتد که مطابق شکل زیر است:



چون برای اولین بار مسافت طی‌شده در دو ناحیهٔ متوالی یکسان است، مطابق حالت دوم، نوسانگر در هنگام عبور از نقطهٔ تعادل است. در نتیجه در انتهای ثانیهٔ پنجم متحرک در نقطهٔ تعادل است، پس داریم:

$$\frac{T}{۴} = \omega \Rightarrow T = ۲\circ \text{ s}$$

نوسانگر در $t = \frac{۳T}{۴}$ برای دومین بار از مبدأ عبور می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$t = \frac{۳}{۴}T = \frac{۳}{۸} \Rightarrow T = \frac{۱}{۲} \text{ s}$$

برای بسامد زاویه‌ای داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi \text{ rad/s}$$

ازطرفی چون بیشینهٔ نیروی وارد بر فنر برابر با $mA\omega^۲$ است، خواهیم داشت:

$$F_{\max} = mA\omega^۲ \xrightarrow{v_{\max}=A\omega} F = mv_{\max}\omega$$

$$\Rightarrow ۴\lambda\circ = m \times \lambda\pi \times ۴\pi \Rightarrow m = \frac{۱\omega}{\pi^۲} \text{ kg}$$

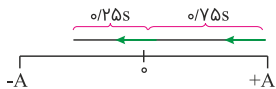
بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۴\pi = \sqrt{\frac{k}{\frac{۱\omega}{\pi^۲}}} \Rightarrow k = ۲۴\circ \text{ N/m}$$

چون نوسانگر از $+A$ حرکت هماهنگ ساده خود را آغاز کرده و برای اولین بار در $t = \frac{\pi}{\omega} s$ از مرکز نوسان عبور کرده است، داریم:

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow T = 4s$$

بازه زمانی صفر تا $1.5s$ شامل سه دوره تناوب به علاوه یک ثانیه است. می‌دانیم در هر دوره تناوب، نصف مدت دوره، حرکت نوسانگر کندشونده (مجموع زمان‌هایی که متحرک از نقطه تعادل دور می‌شود) و نصف مدت دوره، حرکت نوسانگر تندشونده (مجموع زمان‌هایی که متحرک به نقطه تعادل نزدیک می‌شود) است؛ بنابراین در 9 ثانیه ابتدایی حرکت، مجموعاً $4/5$ ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده است. حرکت نوسانگر در ثانیه آخر مطابق با شکل زیر است:



باتوجه به شکل، در ثانیه آخر، تنها $0.25s$ حرکت نوسانگر کندشونده است؛ بنابراین کل مدت زمانی که نوسانگر طی بازه زمانی صفر تا $1.5s$ دارای حرکت کندشونده است، برابر است با:

$$\Delta t = 4/5 + 0.25 \Rightarrow \Delta t = 4/5 s$$

(۱) با کاهش جرم وزنه، دامنه نوسان ثابت می‌ماند؛ بنابراین مسافت طی شده در یک دوره که برابر با $4A$ است، ثابت می‌ماند.

(۲) طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ با کاهش جرم وزنه، چون مقدار دامنه و ثابت فنر تغییر نمی‌کند، در نتیجه انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

(۳) طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ با کاهش جرم وزنه، مقدار بسامد زاویه‌ای افزایش یافته و باتوجه به رابطه $v_{max} = A\omega$ ، بیشینه تندی نوسانگر نیز افزایش می‌یابد.

(۴) طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ با کاهش جرم وزنه، دوره تناوب سامانه جرم-فنر کاهش می‌یابد.

باتوجه به نمودار داریم:

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{\omega} s$$

پس می‌دانیم:

$$x = A \cos \omega t$$

$$\frac{A}{3} = A \cos \omega t$$

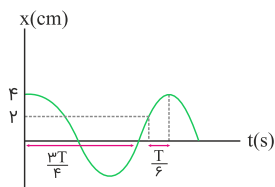
$$\Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$t = \frac{\pi}{3\omega}$$

$$\xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{T}} t = \frac{\pi T}{3 \times 2\pi} = \frac{T}{6} s$$

$$t_1 + \frac{T}{6} = T \Rightarrow t_1 = \frac{5T}{6} \xrightarrow{T = \frac{\pi}{\omega}} t_1 = \frac{1}{3} s$$



گزینه ۲

۱۷

ابتدا تعداد نوسان‌های کاملی که نوسانگر در مدت ۲ ثانیه انجام می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} n = tf \xrightarrow{t=2s, f=4Hz} n = 8 \text{ نوسان}$$

مسافتی که نوسانگر در هر نوسان کامل طی می‌کند، ۴ برابر دامنه نوسان است؛ بنابراین مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در ۸ بار نوسان کامل برابر است با:

$$\ell = 8 \times 4A = 32A \xrightarrow{A=2 \text{ cm}} \ell = 64 \text{ cm}$$

گزینه ۴

۱۸

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=10\pi^2 \text{ N/m}} \omega = \sqrt{\frac{10\pi^2}{0.4}} = 5\pi \text{ rad/s}$$

اکنون با توجه به رابطه مکان-زمان، t_1 و t_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4 \text{ cm}, \omega=5\pi \text{ rad/s}} x = 4 \cos 5\pi t$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{x_1 = -2 \text{ cm}} \cos 5\pi t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 5\pi t_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \xrightarrow{x_2 = 2 \text{ cm}} \cos 5\pi t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 5\pi t_2 = 2\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2}{15} \text{ s} \quad (*) \Rightarrow t_2 = \frac{13}{15} \text{ s} \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{13}{15} - \frac{2}{15} = \frac{11}{15} \text{ s}$$

گزینه ۴

۱۹

باتوجه به اینکه دوره نوسانات ۲۵ درصد افزایش می‌یابد، می‌توان نوشت:

$$T_2 = T_1 + \frac{25}{100} T_1 = \frac{5}{4} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4}$$

با استفاده از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ و ثابت ماندن k می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{m_2}{240}} \Rightarrow m_2 = 375 \text{ g}$$

یعنی باید به اندازه $\Delta m = 375 - 240 = 135 \text{ g}$ به جرم وزنه قبلی اضافه کنیم. دقت شود چون واحدها یکسان است، در نسبت‌گیری نیازی به تبدیل واحد نیست.

در لحظه $t = ۰/۵$ s، نوسانگر برای دومین بار از مکان $x = +۲$ cm عبور می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow ۲ = ۴ \cos\left(\frac{۲\pi}{T} \times ۰/۵\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{T}\right) = \cos\left(\frac{\Delta\pi}{۳}\right) \Rightarrow T = ۰/۶$$
 s

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۶} \Rightarrow \omega = \frac{۱۰\pi}{۳} \text{ rad/s}$$

بنابه قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F = ma \Rightarrow k|x| = ma \Rightarrow a = \frac{k|x|}{m} = \omega^2|x|$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{۱۰\pi}{۳}\right)^2 \times \left|\frac{-۲\sqrt{۳}}{۱۰۰}\right| \Rightarrow a = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۹} \text{ m/s}^2$$

باتوجه به نمودار مکان- زمان، دوره تناوب برابر است با:

$$\frac{T}{۴} = \frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow T = ۰/۴$$
 s

بنابراین لحظه $t_۲$ برابر است با:

$$t_۲ = \frac{۳}{۴}T = \frac{۳}{۴} \times ۰/۴ \Rightarrow t_۲ = \frac{۳}{۱۰۰}$$
 s

ازطرفی داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۴} \Rightarrow \omega = ۵\pi \text{ rad/s}$$

بنابراین برای محاسبه لحظه $t_۱$ ، می‌توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow ۲ = ۴ \cos(\Delta\pi t_۱)$$

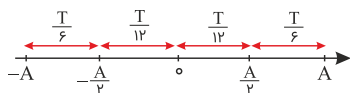
$$\Rightarrow \cos(\Delta\pi t_۱) = \cos \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \Delta\pi t_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۱۵۰}$$
 s

در بازه زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ ، مسافت طی شده توسط متحرک، برابر است با:

$$l = ۲ + ۴ + ۴ = ۱۰ \text{ cm} = ۰/۱ \text{ m}$$

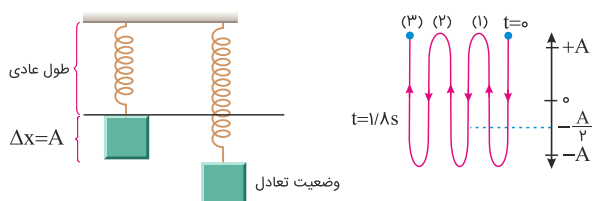
بنابراین تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۰/۱}{\frac{۳}{۱۰۰} - \frac{۱}{۱۵۰}} \Rightarrow s_{av} = \frac{۳۰}{۷} \text{ m/s}$$



حداقل زمان لازم مربوط به حالتی است که نوسانگر بدون تغییر جهت از مکان $x = +\frac{A}{2}$ به مکان $x = -\frac{A}{2}$ برود. باتوجه به شکل، کمترین زمان لازم برای رسیدن نوسانگر از زمان $+\frac{A}{2}$ به مکان $-\frac{A}{2}$ برابر با $\frac{1}{6}$ s با $\frac{2T}{12} = \frac{2 \times 0.1}{12} = \frac{1}{6}$ s است.

اگر جسم را از طول عادی رها کنیم، $mg = F_e$ بیشترین تغییر طول فنر برابر با دامنه نوسان خواهد بود.



$$\Rightarrow mg = k\Delta x, \quad \Delta x = A \xrightarrow{\Delta x = A} 0.9 \times 10 = 100 A \Rightarrow A = 9 \text{ cm}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.9}{100}} = \frac{2\pi \times 3}{10\sqrt{10}} = 0.6 \text{ s}$$

$$\Delta t = 1/8 \text{ s} \xrightarrow{T=0.6 \text{ s}} 1/8 \Rightarrow 3T$$

$$3 \times 4 A = 3T \leftarrow \text{سه نوسان کامل} \leftarrow \text{مسافت}$$

$$d = 12 A = 12 \times 9 = 108 \text{ cm}$$

ابتدا با استفاده از معادله مکان-زمان، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم.

$$x = A \cos(\omega t) \xrightarrow[t=0.4 \text{ s}, x=-1 \text{ cm}]{A=2 \text{ cm}} -1 = 2 \cos(0.4\omega)$$

$$\Rightarrow \cos(0.4\omega) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0.4\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s}$$

حال بیشینه تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم. داریم:

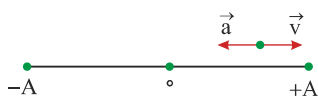
$$v_{\max} = A\omega = 2 \times 10^{-2} \times \frac{5\pi}{3} \Rightarrow v_{\max} = \frac{\pi}{30} \text{ m/s}$$

در حرکت هماهنگ ساده، تندی زمانی بیشینه می‌شود که نوسانگر از مبدأ نوسان عبور کند و این اتفاق برای دومین بار در لحظه $t = \frac{3}{4} T$ رخ می‌دهد. داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1.2 \text{ s}$$

$$t = \frac{3}{4} T \xrightarrow{T=1.2 \text{ s}} t = \frac{3}{4} \times 1.2 = 0.9 \text{ s}$$

باتوجه به شکل زیر، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر می‌کند، نوسانگر در $x = +A$ است؛ بنابراین در این لحظه جهت شتاب به طرف منفی است. دقت کنید جهت شتاب نوسانگر همواره به طرف نقطه تعادل است.



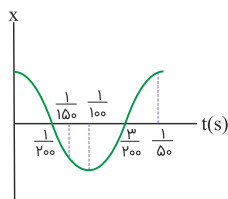
نیروی وارد بر نوسانگر در انتهای مسیر نوسان بیشینه است، بنابراین داریم:

$$F_{\max} = kA \Rightarrow \frac{(F_{\max})_2}{(F_{\max})_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{k_2}{k_1} = 1$$

باتوجه به رابطه مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده $x = A \cos \omega t$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

نمودار مکان- زمان را رسم می‌کنیم:



لحظه $\frac{1}{150}$ s در نمودار نشان داده شده است. باتوجه به اینکه در بازه زمانی که سرعت و شتاب متحرک خلاف جهت هم باشند، حرکت کندشونده است و متحرک از مرکز نوسان دور می‌شود، این بازه برابر است با:

$$\Delta t = \frac{1}{150} - \frac{1}{200} = \frac{1}{600} \text{ s}$$

نوسانگر در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ در مکان‌های منفی قرار دارد. در بازه $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ سرعت منفی و شتاب مثبت است، پس حرکت کندشونده و مکان هم منفی است.

اگر متحرکی n نوسان کامل را در مدت t انجام دهد، دوره تناوب آن برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T}$$

بنابراین:

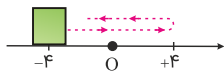
$$\Rightarrow n_A = \frac{t}{3/6} , n_B = \frac{t}{4/8}$$

$$\Rightarrow n_A - n_B = 3 \Rightarrow \frac{t}{3/6} - \frac{t}{4/8} = 3 \Rightarrow t = 43/2 \text{ s}$$

ابتدا دوره حرکت نوسان‌های ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega / \Delta = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

نوسانگر در مدت یک دوره، چهار برابر دامنه نوسان را طی می‌کند و دوباره در مکان اولیه خود قرار خواهد گرفت. بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر طی مدت ۲ ثانیه بعد از لحظه t_1 برابر با $4 \times 4 = 16 \text{ cm}$ است و نوسانگر در مکان $x = -4 \text{ cm}$ قرار خواهد داشت.



دوره تناوب حرکت برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{1000}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\sqrt{10}} = 0.2 \text{ s}$$

حداقل $\frac{T}{4}$ ثانیه طول می‌کشد تا فنر از حداکثر کشیدگی به نقطه A برگردد، پس داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0.2}{4} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

با استفاده از معادله مکان-زمان داریم:

$$x = 0.04 \cos(\omega t) \xrightarrow{x=2 \text{ cm}=0.02 \text{ m}} 0.02 = 0.04 \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = 2n\pi \mp \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{2}{5}n \mp \frac{1}{15}$$

برای دومین بار داریم: $t = \frac{1}{3} \text{ s}$

در حرکت نوسانی ساده، زمانی که نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، حرکت آن کندشونده خواهد بود. در این حالت بردارهای مکان و سرعت نوسانگر هم‌جهت با یکدیگر هستند. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده مطابق رابطه $a = -\omega^2 x$ همواره بردارهای مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

تندی نوسانگر هماهنگ ساده در هنگام عبور از مرکز نوسان (نقطه تعادل)، بیشینه مقدار ممکن است. از طرفی باتوجه به اینکه نوسانگر در هر دوره، دو بار طول پاره‌خط نوسان را به‌طور کامل می‌پیماید، دوره نوسان‌های نوسانگر برابر با یک ثانیه خواهد بود؛ لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{2} = \omega / \Delta \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

$$A = \frac{L}{\Delta} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm}$$

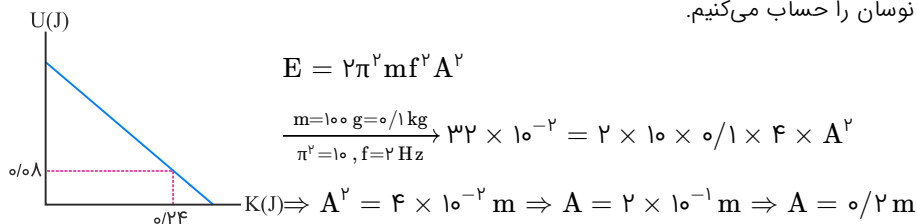
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A\omega = 0.5 \times 2\pi = \pi \text{ cm/s}$$

برای محاسبه معادله حرکت باید در رابطه $x = A \cos(\omega t)$ به جای A و ω مقدار هریک را قرار دهیم؛ بنابراین ابتدا از رابطه $E = U + K$ انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$E = U + K \xrightarrow[\substack{K=0/24J \\ U=0/08J}]{\substack{U=0/08J \\ K=0/24J}} E = 0/08 + 0/24 \Rightarrow E = 0/32 J$$

سپس با استفاده از رابطه $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$ دامنه نوسان را حساب می‌کنیم.



در نهایت ω را حساب می‌کنیم و معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=2Hz} \omega = 2\pi \times 2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0/2 \cos(4\pi t)$$

باتوجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$U_{\max} = E = 3/4 J$$

هنگامی که جسم در مکان $x = +2 \text{ cm}$ قرار دارد، انرژی پتانسیل آن $0/2 J$ است، پس:

$$E = K + U \Rightarrow 3/4 = K + 0/2 \Rightarrow K = 3/2 J$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 32 \times 10^{-1} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-1}v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow |v| = 4 \text{ m/s}$$

طبق نمودار در این لحظه، نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار دارد و چون بزرگی سرعت آن در این لحظه در حال کاهش است، پس حرکت آن کندشونده بوده و نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ مختصات است، پس حرکت آن در جهت محور بوده و $v > 0$ است؛ بنابراین سرعت نوسانگر معادل $+4 \text{ m/s}$ است.

روش اول:

با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده، طول‌های L_1 و L_2 را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 3s \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 9 = 4\pi^2 \times \frac{L_1}{g} \Rightarrow L_1 = 2/25 \text{ m} \\ T_2 = 4s \Rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 16 = 4\pi^2 \times \frac{L_2}{g} \Rightarrow L_2 = 4 \text{ m} \end{cases}$$

مجموع طول دو آونگ را به دست آورده و دوره آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$L = L_1 + L_2 = 2/25 + 4 \Rightarrow L = 6/25 \text{ m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{6/25}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{6/25}{g} \Rightarrow T^2 = 25 \Rightarrow T = 5 \text{ s}$$

روش دوم:

اگر دو آونگ به طول‌های L_1 و L_2 و دوره‌های تناوب T_1 و T_2 داشته باشیم و آونگی به طول $(L_1 + L_2)$ درست کنیم، دوره تناوب آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \xrightarrow[T_2=4s]{T_1=3s} T = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} \Rightarrow T = 5 \text{ s}$$

سعی کنید رابطه فوق را اثبات کنید و آن را به خاطر بسپارید.

نوسانگر بر روی پاره‌خطی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و طول پاره‌خط دو برابر دامنه است.

$$L = 2A \Rightarrow 10 = 2A \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

هرگاه نوسانگر، دو بار طول پاره‌خط را طی کند، یک نوسان کامل انجام داده است؛ بنابراین در مدت ۵ s، ده نوسان کامل انجام می‌دهد و داریم:

$$T = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 4\pi = \sqrt{\frac{k}{0.5}} \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

از طرفی انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2} \times 80 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \Rightarrow E = 0.1 \text{ J}$$

دورهٔ یک آونگ ساده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{T_2=1/3T_1}{L_1} \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = (1/3)^2 = 1/69$$

بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات طول آونگ: } \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right) \times 100 = (1/69 - 1) \times 100 = 69\%$$

ابتدا تعداد نوسان‌های آونگ اول و دوم را با استفاده از رابطهٔ $T = \frac{t}{n}$ به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[t=2s]{t=2/6 \text{ min}=2/6 \times 60 \text{ s}} n = \frac{2/6 \times 60}{2} \Rightarrow n = 10$$

$$n' = n - 10 \xrightarrow[n=10]{n=10} n' = 10 - 10 \Rightarrow n' = 0$$

اکنون دورهٔ نوسان آونگ دوم را حساب می‌کنیم:

$$T' = \frac{t'}{n'} \xrightarrow[n'=60]{t'=2/6 \times 60 \text{ s}} T' = \frac{2/6 \times 60}{60} \Rightarrow T' = 2/6 \text{ s}$$

در آخر برای محاسبهٔ تغییر طول آونگ با استفاده از رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow[g=\text{ثابت}]{T'} \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\frac{T'=2/6 \text{ s}}{T=2 \text{ s}} \rightarrow \frac{2/6}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow 1/3 = \sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\Rightarrow 1/69 = \frac{L'}{L} \Rightarrow L' = 1/69 L$$

$$\Delta L = L' - L = 1/69 L - L \Rightarrow \Delta L = 69 L \Rightarrow \Delta L = 69\% L$$

بنابراین باید طول آونگ را ۶۹ درصد افزایش دهیم.

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر، $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر $\frac{3}{4}$ انرژی مکانیکی آن خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$U = \frac{3}{4} E \xrightarrow[U=0/18 \text{ J}]{U=0/18 \text{ J}} 0/18 = \frac{3}{4} E \Rightarrow E = 0/24 \text{ J}$$

سرعت نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه سرعت است و از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید:

$$v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.04 \times \sqrt{\frac{100}{0.02}} = 1 \text{ m/s}$$

در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر نسبت به v_{\max} به اندازه ۲۵ درصد کاهش یافته است، داریم:

$$E = K + U, \quad E = K_{\max}$$

بنابراین از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$U = K_{\max} - K = \frac{1}{2}m(v_{\max}^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 0.02 \times (1 - 0.25) = 0.0075 \text{ J}$$

اگر بازه زمانی مشخص را t فرض کنیم، تعداد نوسان‌های کامل هر آونگ برابر است با:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{N} \Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{t}{13} \\ T_B = \frac{t}{8} \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \Rightarrow \begin{cases} L_A = \frac{T_A^2 g}{4\pi^2} \\ L_B = \frac{T_B^2 g}{4\pi^2} \end{cases}$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L_A + L_B}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{T_A^2 g}{4\pi^2} + \frac{T_B^2 g}{4\pi^2}}{g}} \Rightarrow T' = \sqrt{T_A^2 + T_B^2}$$

$$\Rightarrow T' = \sqrt{\left(\frac{t}{13}\right)^2 + \left(\frac{t}{8}\right)^2} \Rightarrow T' = \frac{13t}{8}$$

بنابراین تعداد نوسان‌های کامل آونگ جدید برابر است با:

$$N' = \frac{t}{T'} = \frac{8}{13}$$

با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{6}} = 4 \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3 \Rightarrow \frac{R_e}{R'} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

حال با استفاده از رابطه شتاب گرانشی، داریم:

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4}$$

در نهایت با استفاده از رابطه دوره تناوب یک آونگ ساده، داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{T'}{T} = 2$$

دوره تناوب آونگ ساعت در سطح کره موردنظر، دو برابر دوره تناوب آن در سطح زمین است؛ بنابراین در هر یک ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازه ۵/۵ ساعت عقب می‌افتد. در نتیجه در هر ۱۲ ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازه ۶ ساعت عقب خواهد ماند.

ابتدا شتاب گرانش را در سطح سیاره موردنظر محاسبه می‌کنیم. سیاره موردنظر را x و سیاره زمین را e می‌نامیم. داریم:

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \times \left(\frac{r_e}{r_x}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 2^2 \Rightarrow \frac{g_x}{g_e} = 2$$

اکنون به کمک رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{L_x}{L_e} \times \frac{g_e}{g_x}} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{T_x}{T_e} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_x = 1s$$

اگر تعداد نوسان‌های آونگ A در مدت ۳ دقیقه را با n_A و آونگ B را با n_B نشان دهیم، داریم:

$$n_A - n_B = 10 \Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = 10 \Rightarrow \frac{3 \times 60}{T_A} - \frac{3 \times 60}{T_B} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} = \frac{1}{18} \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$f_B = \frac{9}{10} f_A \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \frac{1}{T_B} = \frac{9}{10} \frac{1}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{9}{10} T_B \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10}{9 T_B} - \frac{1}{T_B} = \frac{1}{18} \Rightarrow T_B = 2s \xrightarrow{(2)} T_A = 1/8 s$$

می‌دانیم مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در یک موج سینوسی با مربع بسامد و مربع دامنه نسبت مستقیم دارد ($P_{av} \propto f^2 \times A^2$)؛ بنابراین کافی است دامنه و بسامد دو موج را تعیین کنیم. باتوجه به شکل $A_A = 3 \text{ cm}$ ، $A_B = 1 \text{ cm}$ و $\frac{\lambda_A}{\nu} = 3 \times \frac{\lambda_B}{\nu}$ است. چون نیروی کشش در دو ریسمان مشابه یکسان است، طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی انتشار موج در ریسمان‌های A و B یکسان خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \xrightarrow{v_A=v_B, \lambda_A=3\lambda_B} \frac{f_A}{f_B} = 1 \times \frac{\lambda_B}{3\lambda_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{3}$$

در آخر داریم:

$$P_{av} \propto f^2 \times A^2 \Rightarrow \frac{P_{avB}}{P_{avA}} = \left(\frac{f_B}{f_A} \times \frac{A_B}{A_A}\right)^2 = \left(3 \times \frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{avB}}{P_{avA}} = 1$$

در هر حرکت نوسانی هماهنگ ساده، مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل در هر نقطه ثابت و برابر با انرژی مکانیکی مجموعه است. داریم:

$$E = K + U = 0.16 + 0.08 \Rightarrow E = 0.24 \text{ J}$$

از طرفی داریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 0.24 = \frac{1}{2} \times 300 \times A^2 \Rightarrow A = 4 \times 10^{-2} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

طی یک نوسان کامل، نوسانگر به اندازه $4A$ مسافت طی می‌کند، بنابراین:

$$d = 4A = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

در مرکز نوسان، نوسانگر دارای بیشترین تندی است؛ بنابراین هنگامی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده خواهد بود. چون نیروی وارد بر نوسانگر هماهنگ ساده متغیر است ($F_e = kx$)، بنابراین حرکت نوسانی ساده، حرکتی با شتاب متغیر است. هرگاه مکان و سرعت نوسانگر مختلف‌العلامت باشند، نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است و حرکت آن تندشونده است. وقتی نوسانگر به انتهای مسیر نوسان نزدیک می‌شود، چون تندی آن کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی جنبشی آن نیز کاهش خواهد یافت.

با استفاده از معادله نوسان داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 4\sqrt{3} = 8 \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\omega t}{2} \Rightarrow t = \frac{T}{12} \xrightarrow{t=\frac{1}{2}s} \frac{1}{6} = \frac{T}{12} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 0.5 \text{ Hz}$$

در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر نصف انرژی مکانیکی آن است، داریم:

$$E = K + U \xrightarrow{U=\frac{E}{2}} K = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2\pi^2mA^2f^2)$$

$$\Rightarrow v = \pi Af\sqrt{2} = \pi \times 0.08 \times 0.5\sqrt{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{25}\pi \text{ m/s}$$

در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی همواره ثابت است، بنابراین داریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

$$\frac{m=20 \text{ g}=2 \times 10^{-2} \text{ kg}}{A=0.04 \text{ m}, \omega=200 \text{ rad/s}} \rightarrow E = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^4 = 0.64 \text{ J}$$

با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده کم‌دامنه و همچنین اندازه شتاب گرانشی در سطح یک سیاره، می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow[g = G \frac{M}{r^2}]{M = \rho \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)} T = 2\pi \sqrt{\frac{3L}{4\pi\rho Gr}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \Rightarrow \frac{T_B}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow T_B = \sqrt{2} \text{ s}$$

با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر می‌توان نوشت:

$$E = K + U = 4 + 8 = 12 \text{ mJ}$$

برای هنگامی که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با یکدیگر برابر هستند، داریم:

$$E = K' + U' \xrightarrow{K'=U'} E = 2K' \Rightarrow 12 = 2K'$$

$$\Rightarrow K' = 6 \text{ mJ} = 6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K' = \frac{1}{2} m v'^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.3 v'^2 \Rightarrow v' = 0.2 \text{ m/s}$$

باتوجه به رابطه دوره نوسان‌های آونگ ساده‌ای که نوسان‌های کم‌دامنه انجام می‌دهد $(T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}})$ ، با افزایش طول آونگ، دوره نوسان‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{L_2=L_1+22 \text{ (cm)}}{T_2=1/2 T_1} \rightarrow 1/2 = \sqrt{\frac{L_1+22}{L_1}} \Rightarrow L_1 = 50 \text{ cm}$$

باتوجه به نمودار:

$$\begin{cases} A = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \\ U_{\max} = 18 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \\ m = 0.1 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 18 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \omega^2 \times 0.04$$

$$\omega^2 = 9 \Rightarrow \omega = 3 \text{ rad/s}$$

ابتدا دامنه نوسان نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\ell = 6 \text{ cm} \xrightarrow{A = \frac{\ell}{2}} A = 3 \text{ cm}$$

باتوجه به اینکه نوسانگر در هر دقیقه مسافتی به اندازه ۲۴۰ را طی کرده است، از طرفی در هر نوسان کامل نوسانگر مسافتی به اندازه ۴A را می‌پیماید، بنابراین تعداد نوسان کاملی که توسط نوسانگر در هر دقیقه انجام می‌شود برابر است با:

$$n = \frac{d}{4A} \xrightarrow{\substack{d=240 \text{ cm} \\ A=3 \text{ cm}}} n = \frac{240}{12} = 20 \text{ نوسان}$$

بنابراین دوره تناوب نوسان برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{\substack{n=20 \\ t=60 \text{ s}}} T = 3 \text{ s}$$

باتوجه به رابطه بیشینه تندی نوسانگر داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\substack{\omega = \frac{2\pi}{T}, T=3 \text{ s} \\ A=3 \text{ cm}}} v_{\max} = 2\pi \text{ cm/s}$$

مطابق رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{L_2 = 1/96 L_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1/96} = 1/4 = \frac{7}{5}$$

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر $\frac{3}{4}$ انرژی مکانیکی آن خواهد بود، بنابراین داریم:

$$U = \frac{3}{4} E \xrightarrow{U=0.18 \text{ J}} 0.18 = \frac{3}{4} E \Rightarrow E = 0.24 \text{ J}$$

باتوجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ بردار مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند؛ بنابراین در لحظه‌هایی که بردار سرعت و مکان نوسانگر با یکدیگر هم‌جهت هستند، بردار سرعت و شتاب خلاف جهت یکدیگرند و لذا نوع حرکت نوسانگر کندشونده و در حال دور شدن از مرکز نوسان است؛ بنابراین انرژی جنبشی آن در این لحظه‌ها، با گذشت زمان کاهش می‌یابد و مطابق رابطه $|a| = |-\omega^2 x|$ با افزایش x اندازه شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

باتوجه به شکل صورت سؤال داریم: $\lambda_B > \lambda_A$, $A_B < A_A$
مطابق رابطهٔ بیشینهٔ تندی ذرات خواهیم داشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{(v_{\max})_A = (v_{\max})_B} A_A \omega_A = A_B \omega_B$$

$$\frac{\omega = 2\pi f}{A_B < A_A} \rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{A_B}{A_A} < 1 \Rightarrow f_A < f_B$$

اکنون باتوجه به رابطهٔ تندی انتشار موج داریم:

$$v = \lambda f \xrightarrow{\lambda_A < \lambda_B} v_A < v_B \xrightarrow{\mu_A = \mu_B} F_A < F_B$$

همچنین برای مقایسهٔ اندازهٔ بیشینهٔ شتاب باتوجه به رابطهٔ آن داریم:

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} a_{\max} = v_{\max} \omega \xrightarrow{\omega_A < \omega_B} |a_{\max,A}| < |a_{\max,B}|$$

باتوجه به نمودار، حداکثر سرعت نوسانگر $v_{\max} = 0.6 \text{ m/s}$ است و در سرعت v ، انرژی جنبشی 20 J و انرژی پتانسیل 300 J است.

$$E = U + K \Rightarrow E = 300 + 20 = 320 \text{ J}$$

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} \Rightarrow \frac{20}{320} = \left(\frac{v}{0.6}\right)^2 \Rightarrow v = \frac{0.6}{4} = 0.15 \text{ m/s}$$

در یک ساعت اگر عقربه کندتر از حالت معمول حرکت کند، ساعت عقب می‌افتد و اگر عقربه تندتر از حالت معمول حرکت کند، ساعت جلو می‌افتد.
اگر دورهٔ نوسان‌های وزنه- فنر کاهش یابد، نوسان سریع‌تر انجام می‌شود؛ بنابراین عقربهٔ ثانیه‌شمار تندتر حرکت می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.
اگر دورهٔ نوسان‌های وزنه- فنر افزایش یابد، نوسان کندتر انجام می‌شود؛ بنابراین عقربهٔ کندتر حرکت می‌کند و ساعت عقب می‌افتد.

در نوسانگر وزنه- فنر $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ است؛ بنابراین:

گزینهٔ "۱" غلط است؛ m افزایش یابد \Leftarrow ساعت عقب می‌افتد.

گزینهٔ "۲" غلط است؛ k کاهش یابد \Leftarrow ساعت عقب می‌افتد.

به همین ترتیب گزینهٔ "۳" غلط است و گزینهٔ "۴" صحیح است.

انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E = \frac{1}{2}mAv^2 \omega^2 \xrightarrow{a_{\max} = A\omega^2} E = \frac{1}{2}F_{\max}A$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} = \frac{1}{2} \frac{(F_{\max})_B}{E_A = 2E_B}} \omega = \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 6$$

اکنون باتوجه به رابطهٔ شتاب بیشینه داریم:

$$a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}} \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{l_B}{l_A}\right)$$

$$\xrightarrow{\frac{l_B}{l_A} = \frac{1}{2}} \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

آونگ‌هایی با آونگ یک تشدید می‌کنند که دوره یا به‌عبارت‌دیگر بسامد زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای آونگ یک داشته باشند، باتوجه‌به اینکه $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ است و g برای تمامی آونگ‌ها یکسان است. فقط آونگ‌هایی با آونگ یک تشدید می‌شوند که طولی برابر با طول آن داشته باشند. یعنی آونگ‌های ۳ و ۷. دقت کنید که جرم آونگ تأثیری در دوره نوسان‌های کم‌دامنه آن ندارد.

با نوسان آونگ شماره (۴) به هر سه آونگ انرژی منتقل می‌شود. می‌دانیم بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می‌شود و چون آونگ‌های (۱) و (۴) هم‌طول هستند، لذا طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ هم‌دوره هستند و پدیده تشدید در آونگ (۱) رخ می‌دهد.

بسامد زاویه‌ای طبیعی هر یک از سامانه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{۳۶}{۹}} = ۲ \text{ rad/s}$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} = \sqrt{\frac{۳۶}{۴}} = ۳ \text{ rad/s}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} = \sqrt{\frac{۳۶}{۱۰}} = \sqrt{۳/۶} \text{ rad/s}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k_D}{m_D}} = \sqrt{\frac{۳۶}{۵}} = \sqrt{۷/۲} \text{ rad/s}$$

تنها سامانه‌ای که با نوسان میله دچار تشدید می‌شود، B است؛ بنابراین جسم B با دامنه‌ای خیلی بزرگ‌تر از سه جسم دیگر نوسان می‌کند. در نتیجه طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ ، انرژی مکانیکی ذخیره‌شده در آن از بقیه بیشتر است.

آونگ‌هایی با آونگ (۱) تشدید می‌کنند که دوره یا به‌عبارت‌دیگر بسامد زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای آونگ (۱) داشته باشند. باتوجه‌به اینکه $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ است و g برای تمامی آونگ‌ها یکسان است، فقط آونگ‌هایی با آونگ (۱) تشدید می‌شوند که طولی برابر با طول آن داشته باشند، یعنی آونگ‌های (۳) و (۷). دقت کنید که جرم آونگ تأثیری در دوره نوسان‌های کم‌دامنه آن ندارد.

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم.

$$g = G \frac{M_e}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{h=3R_e} \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{4R_e} \right)^2 = \frac{1}{16} \quad (1)$$

دوره تناوب دستگاه جرم- فنر را با T_1 و دوره تناوب آونگ را با T_2 نمایش می‌دهیم. دوره تناوب دستگاه جرم- فنر در مکان جدید برابر است با:

$$\text{دوره تناوب جرم- فنر} : T'_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m'}{k}} \xrightarrow{m'=2m} T'_1 = \sqrt{2} T_1$$

شرط تشدید هر دو دستگاه این است که دوره تناوب دستگاه جرم- فنر و آونگ ساده در محل جدید باهم برابر باشد؛ بنابراین داریم:

$$\text{دوره آونگ} : T'_2 = \sqrt{2} T_2 \Rightarrow \frac{T'_2}{T_2} = \sqrt{2} \xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} \frac{T'_2}{T_2} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times \frac{g}{g'}}$$

$$\xrightarrow{(1)} \sqrt{2} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times 16} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{1}{4} \Rightarrow L' = \frac{1}{4} L$$

نکته ۱: در حرکت هماهنگ ساده، وقتی $x = 0$ است (یعنی نوسانگر از نقطه تعادل می‌گذرد) اندازه سرعت بیشینه است.

نکته ۲: وقتی نوسانگر در $x = \pm A$ است، سرعت آن برابر با صفر است.

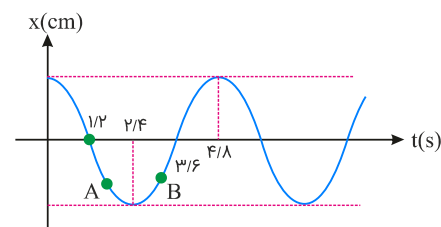
باتوجه به این نکات برای رابطه داده شده داریم:

$$36\pi^2 x^2 + 4v^2 = 4\pi^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0, v = v_{\max} \Rightarrow 4v_{\max}^2 = 4\pi^2 \Rightarrow v_{\max} = \pi \xrightarrow{v_{\max}=A\omega} A\omega = \pi & (1) \\ v = 0, x = A \Rightarrow 36\pi^2 A^2 = 4\pi^2 \Rightarrow A = \frac{1}{3} \text{ m} & (2) \end{cases}$$

$$(1) : A\omega = \pi \xrightarrow{(2)} \frac{1}{3} \times \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = \frac{2}{3} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} = 1/2 \text{ s}$$



ثانیاً سوم بازه زمانی $2 \leq t \leq 3$ است که طبق شکل نوسانگر در لحظات $t = 2$ و $t = 3$ در مکان‌های A و B قرار دارد. در بازه $2/4 \leq t \leq 3$ حرکت کندشونده و از $2/4 \leq t \leq 3$ حرکت تندشونده است؛ یعنی حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.