

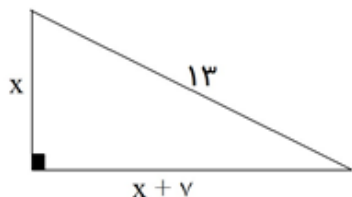
عنوان آزمون: فصل ۴ - معادله ها و نامعادله ها

نام و نام خانوادگی:

پایه تحصیلی: دهم تجربی

نام دبیر: سید علی موسوی

نام درس: ریاضی (۱)



۱ در شکل مقابل محیط مثلث کدام است؟

۲۹ (۱)

۳۰ (۲)

۲۸ (۳)

۲۷ (۴)

۲ اگر  $x = 2$  یک جواب معادله  $3x^2 + kx + 4 = 0$  باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

۳ اگر  $A = \{x : x^2 + 2x - 3 = 0\}$  آنگاه A با کدام مجموعه ذیل برابر است؟

$\{-1, -3\}$  (۴)

$\{-1, 3\}$  (۳)

$\{1, -3\}$  (۲)

$\{1, +3\}$  (۱)

۴ یکی از جوابهای معادله درجه دوم  $3x^2 + kx - 10 = 0$  برابر ۵ است، جواب دیگر این معادله کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

۵ برای آنکه  $x = 1$  ریشه معادله  $x^3 + a^2x^2 - 3ax + 1 = 0$  باشد، کدام مقدار است؟

$a = 1, a = 2$  (۴)

$a = 2, a = 0$  (۳)

$a = 1, a = -1$  (۲)

$a = 0, a = 1$  (۱)

۶ عدد  $\frac{2}{3}$  یکی از ریشههای معادله  $x^2 + bx - 4 = 0$  است ریشه دیگر کدام است؟

-۶ (۴)

-۳ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۷ اگر یک ریشه معادله  $7x^2 - ax + 357 = 0$  برابر ۱۷ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۸ اگر یکی از ریشههای معادله  $x^2 - (2a+4)x + (3a^2 + 6a + 3) = 0$  برابر ۲ باشد ریشه دیگر کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

۹ در معادله درجه دوم  $3x^2 + mx - 20 = 0$  یکی از ریشه‌ها برابر  $\frac{5}{3}$  است ریشه دیگر کدام است؟

- (۱)  $-4$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $4$

۱۰ اگر عبارت  $5x^2 + mx + 10$  به صورت توان دوم مجموع دو جمله باشد  $m$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $10\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

۱۱ اگر  $a > 0$  و معادله  $x^2 + 2x + a = 0$  و  $x^2 - x - 2a = 0$  دارای یک ریشه مشترک باشند، آنگاه این ریشه مشترک کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۱۲ منحنی (C) به معادله  $y^4 - 3xy + 2 = 0$  نیمساز ربع دوم را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) یک نقطه (۲) دونقطه (۳) چهار نقطه (۴) هیچ نقطه

۱۳ مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۹۲۵ است مجموع این دو عدد کدام است؟

- (۱)  $41$  (۲)  $43$  (۳)  $45$  (۴)  $47$

۱۴ حاصلضرب دو عدد فرد متوالی ۳۲۳ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

- (۱)  $32$  (۲)  $34$  (۳)  $35$  (۴)  $36$

۱۵ در یک دنباله هندسی جمله سوم مساوی است با جمله دوم بعلاوه دو برابر جمله اول، کدام دو عدد می‌توانند قدرنسبت این دنباله باشند؟

- (۱)  $-1$  و  $-2$  (۲)  $-1$  و  $2$  (۳)  $1$  و  $2$  (۴)  $1$  و  $-2$

۱۶ حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی از ۵ برابر عدد کوچکتر ۳۲ واحد بیشتر است مجموع آن دو عدد کدام است؟

- (۱)  $21$  (۲)  $19$  (۳)  $17$  (۴)  $15$

۱۷ حاصل ضرب یک عدد مثبت در خودش از سه برابر آن عدد، ۴۰ واحد بیشتر است. آن عدد کدام است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $7$  (۳)  $8$  (۴)  $9$

۱۸ در معادله درجه دوم  $x^2 + bx + c = 0$ ، با شرط  $b = c + 1$ ، یکی از ریشه‌های آن به کدام صورت است؟

- (۱)  $-c$  (۲)  $2b - 1$  (۳)  $\frac{b}{2}$  (۴)  $c$

۱۹ دو برابر مقدار مثبتی از ثلث مربع آن مقدار ۹ واحد کمتر است. این مقدار کدام است؟

- (۱)  $9$  (۲)  $12$  (۳)  $15$  (۴)  $18$



ریشه‌های معادله  $7x^2 + 6x + 4 = 3x^2 + 6x + 5$  کدام‌اند؟ ۲۰

(۱)  $\frac{1}{2}, -1$  (۲)  $-\frac{1}{2}, 1$  (۳)  $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

مجموعه  $\{x \mid x^4 - 3x^2 + 2 = 0, x \in \mathbb{R}\}$  با کدام مجموعه برابر است؟ ۲۱

(۱)  $\{-1, \sqrt{2}\}$  (۲)  $\{0, \pm\sqrt{3}\}$  (۳)  $\{+1, \sqrt{2}\}$  (۴)  $\{\pm 1, \pm\sqrt{2}\}$

معادله  $x^2 - 2mx + 6 - m = 0$  به ازای کدامیک از مقادیر  $m$  دارای دو ریشه مساوی است؟ ۲۲

(۱)  $3$  و  $-2$  (۲)  $2$  و  $-3$  (۳)  $1$  و  $\frac{3}{2}$  (۴)  $1$  و  $\frac{-3}{2}$

به ازای کدام مقدار عبارت  $4x^2 + mx + 9$  به صورت مربع مجموع دو جمله است؟ ۲۳

(۱)  $-6$  (۲)  $6$  (۳)  $8$  (۴)  $12$

اگر معادله  $x^2 + 2mx + m^2 + n = 0$  دارای دو ریشه مساوی باشد بین  $m$  و  $n$  کدام رابطه برقرار است؟ ۲۴

(۱)  $m - n = 0$  (۲)  $m + n = 0$  (۳)  $m = 0$  (۴)  $n = 0$

به ازای کدام مقدار  $a$  ریشه‌های معادله  $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0$  با هم برابرند؟ ۲۵

(۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

مجموع سه جمله اول یک دنباله هندسی نزولی  $5$  برابر جمله دوم است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟ ۲۶

(۱)  $3 - \sqrt{2}$  (۲)  $2 - \sqrt{3}$  (۳)  $2 + \sqrt{3}$  (۴)  $3 + \sqrt{2}$

به ازای کدام مقدار  $m$  عبارت  $x^2 - \frac{m}{4}x + 28$  مربع کامل است؟ ۲۷

(۱)  $\sqrt{7}$  (۲)  $28$  (۳)  $4\sqrt{7}$  (۴)  $8\sqrt{7}$

به ازای چه مقدار  $a$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 4x - a - 1 = 0$  مساوی‌اند؟ ۲۸

(۱)  $-5$  (۲)  $-3$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

معادله  $4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$  چند ریشه گویا دارد؟ ۲۹

(۱)  $0$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $4$



۳۰ اگر  $x = 1$  یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم  $5x^2 - 3x + k = 0$  باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

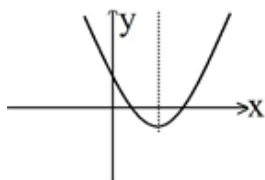
- (۱)  $-0.4$  (۲)  $-0.3$  (۳)  $0.3$  (۴)  $0.4$

۳۱ معادله درجه دوم  $x(2x - 5) = a$  به ازای یک مقدار  $a$  ریشه مضاعف دارد، مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۳۲ مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آن‌گاه حاصل ضرب پول‌های باقیمانده آن‌ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه‌ی اکرم، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۸۵ (۴) ۹۱



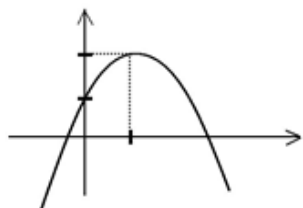
۳۳ شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟

(۱)  $y = -x^2 + 4x + 3$

(۲)  $y = x^2 + 4x + 3$

(۳)  $y = x^2 - 4x + 4$

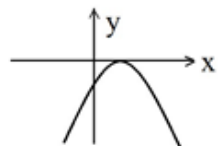
(۴)  $y = x^2 - 4x + 3$



۳۴ معادله سهمی با نمودار مقابل کدام است؟

(۱)  $y = -x^2 + 2x + 1$  (۲)  $y = x^2 - 2x + 1$

(۳)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$  (۴)  $y = x^2 - x + 2$



۳۵ به ازای کدام مقدار  $a$  شکل مقابل نمودار تابع  $y = -2x^2 + 4x + a$  است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $-1$

(۳)  $1$  (۴)  $2$

۳۶ اگر خط  $x = -\frac{1}{2}$  محور تقارن معادله  $y = x^2 + ax + 1$  باشد  $a$  کدام است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۳۷ کمترین مقدار عبارت  $x^2 - x + 2$  وقتی که  $x$  تغییر می‌کند، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{7}{4}$

۳۸ معادله محور تقارن منحنی نمایش تابع  $2x^2 + y - x - \frac{3}{2} = 0$  کدام است؟

(۱)  $x = -\frac{1}{2}$  (۲)  $x = \frac{-1}{4}$  (۳)  $x = \frac{1}{4}$  (۴)  $x = \frac{1}{2}$





۳۹ مختصات نقطه ماکزیمم یا می نیمم تابع  $y = -x^2 + 6x - 4$  کدام است؟  
 (۱)  $(3, 5)$  ماکزیمم (۲)  $(6, -4)$  ماکزیمم (۳)  $(3, 5)$  می نیمم (۴)  $(-3, -31)$  می نیمم

۴۰ محل تلاقی خط  $y = x$  و سهمی  $y = x^2$  کدام است؟  
 (۱)  $(0, 0)$  (۲)  $(1, -1)$  (۳)  $(1, 1)$  (۴)  $(1, 1)$  و  $(0, 0)$

۴۱ راس سهمی  $y = x^2 - 1$  کدام است؟  
 (۱)  $(-1, 0)$  (۲)  $(0, -1)$  (۳)  $(0, +1)$  (۴)  $(1, 0)$

۴۲ مختصات رأس سهمی به معادله  $y = x^2 - 2x - 3$  کدام است؟  
 (۱)  $(1, 4)$  (۲)  $(-1, -4)$  (۳)  $(1, -4)$  (۴)  $(-1, 4)$

۴۳ فاصله راس سهمی  $y = x^2 + 2x$  تا نقطه  $A(1, 1)$  کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{8}$  (۴)  $\sqrt{10}$

۴۴ فاصله نقطه  $(\frac{3}{2}, \frac{-5}{4})$  از راس سهمی  $y = x^2 + x + 1$ ، کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۴۵ در تابع  $y = 2x^2 + 4x - 1$  کمترین مقدار  $y$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۷ (۴) ۱

۴۶ اگر راس سهمی  $y = ax^2 + 2ax - 3$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد  $a$  چقدر است؟  
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۷ مختصات راس نمودار تابع درجه دوم  $y = x^2 + x + 1$  کدام است؟  
 (۱)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (۲)  $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2})$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$  (۴)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

۴۸ عرض نقطه راس سهمی به معادله  $y = x^2 + 2x + 2$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۴۹ راس سهمی به معادله  $y = -x^2 + 3x$  در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟  
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم



۵۰ سهمی  $y = ax^2 + bx$  مفروض است. اگر نقطه (۱ و ۱) رأس سهمی باشد،  $a$  و  $b$  کدام اند؟

$a = -1, b = 2$  (۲)  $a = -2, b = 3$  (۱)

$a = 2, b = -1$  (۴)  $a = 1, b = 0$  (۳)

۵۱ خط به معادله  $y = \frac{-5}{3}x - 3x + a$ ، محور تقارن تابع با ضابطه  $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + a$  را بر روی خود منحنی قطع می‌کند.  $a$  کدام

است؟

$-2$  (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)

۵۲ اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $y = 2x + b$  و  $y = ax^2 + bx - 3$  روی محور  $x$ ها در نقطه‌ای به طول  $-1$

متقاطع باشند  $a$  کدام است؟

$2$  (۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $5$  (۴)

۵۳ نمودار تابع  $y = x^2 - bx + 1$  روی محور  $ox$  دارای می‌نیم است،  $b$  کدام است؟

$1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $صفر$  (۱)

۵۴ فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ،  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

$(-1, 3)$  (۱)  $(-1, 4)$  (۲)  $(2, 9)$  (۳)  $(2, 15)$  (۴)

۵۵ فرض کنید  $p$  و  $q$  و  $r$  اعداد حقیقی و  $r < 0$ ،  $pq \neq 0$ ،  $pr > qr$  آنگاه همواره:

$-p > -q$  (۱)  $-p > q$  (۲)  $q > -p$  (۳)  $p > q$  (۴)

۵۶ اگر  $a > b$ ،  $c < 0$  آنگاه ....

$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ،  $ac^2 > bc^2$  (۱)  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ،  $ac^2 < bc^2$  (۲)

$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ،  $ac^2 < bc^2$  (۳)  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ،  $ac^2 > bc^2$  (۴)

۵۷ فرض کنیم  $a$  و  $b$  مختلف‌العلامه باشند و  $a < b$  در این صورت کدام نامساوی همواره برقرار است؟

$a^2 < b^2$  (۱)  $a^3 < b^3$  (۲)  $b^2 < a^3$  (۳)  $b^3 < a^3$  (۴)

۵۸ اگر  $0 < a < b < c < d < 0$ ، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

$ac > bd$  (۱)  $ac < bd$  (۲)  $ad < bc$  (۳)  $ad > bc$  (۴)

۵۹ اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند به طوری که  $0 < x < y$  آنگاه:

$\frac{-1}{x} < \frac{-1}{y}$  (۱)  $-x < -y$  (۲)  $-x + y < 0$  (۳)  $\frac{-1}{y} < \frac{-1}{x}$  (۴)



۶۰ اگر  $A = \{x \mid x > 5\}$  و  $B = \{x \mid x < -1\}$  آنگاه علامت عبارت  $x(x-2)(x-4)$  برحسب  $A$  و  $B$  کدام است؟

- (۱) برحسب  $A$  منفی و برحسب  $B$  مثبت  
 (۲) برحسب  $A$  مثبت و برحسب  $B$  منفی  
 (۳) برحسب  $A$  و  $B$  هر دو مثبت  
 (۴) برحسب  $A$  و  $B$  هر دو منفی

۶۱ عبارت  $(x-1)(2x+1)$  به ازای اعضای کدام مجموعه زیر مثبت است؟

- (۱)  $\left\{-\frac{1}{2} < x < 1\right\}$  (۲)  $\left\{x < -\frac{1}{2}\right\}$  (۳)  $\{x \mid 0 < x\}$  (۴)  $\{x \mid x < 0\}$

۶۲ مجموعه جوابهای حقیقی نامعادله  $x + x\sqrt{x} < \left(\frac{1}{3}x + 4\right)(1 + \sqrt{x})$  کدام است؟

- (۱)  $\{x : x > 0\}$  (۲)  $\{x : x > 8\}$  (۳)  $\{x : 6 < x < 8\}$  (۴)  $\{x : x > 6\}$

۶۳ در کدام فاصله نامساوی  $(x-1)(2-x) > 0$  برقرار است؟

- (۱)  $-2 < x < -1$  (۲)  $x < 1$  (۳)  $x > 2$  (۴)  $1 < x < 2$

۶۴ به ازای چه مقادیری از  $x$  نامعادله  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 2} < 0$  برقرار است؟

- (۱)  $-2 < x < 1$  (۲)  $1 < x < 2$  (۳)  $-1 < x < 2$  (۴)  $-2 < x < -1$

۶۵ مجموعه همه جوابهای نامعادله  $\frac{2\sqrt{x+2}}{3\sqrt{x+1}} > 1$  در کدام فاصله است؟

- (۱)  $(-\infty, 1]$  (۲)  $(-\infty, 1)$  (۳)  $(0, 1)$  (۴)  $[0, 1)$

۶۶ مجموعه جواب نامعادله  $\frac{(x+2)(x-1)}{x^2+x} > 1$  کدام است؟

- (۱)  $\{x : 0 < x < 1\}$  (۲)  $\{x : -1 < x < 0\}$  (۳)  $\{x : 1 < x < 2\}$  (۴)  $\{x : -1 < x < 1\}$

۶۷ مجموعه جواب دستگاه معادله  $\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ 2-3x > 0 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $\left\{x : x < \frac{2}{3}\right\}$  (۲)  $\left\{x : x > \frac{1}{2}\right\}$  (۳)  $\left\{x : x < \frac{1}{2}\right\}$  (۴)  $\left\{x : x > \frac{2}{3}\right\}$



۶۸ کدام مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} 3x - 1 > 2 \\ 4 - x > 1 \end{cases}$  است؟

- (۱)  $\{x \mid -3 < x < 1\}$  (۲)  $\{x \mid -1 < x < 1\}$   
 (۳)  $\{x \mid -1 < x < 3\}$  (۴)  $\{x \mid 1 < x < 3\}$

۶۹ مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} x - 1 > \frac{x}{2} \\ 2x - 4 < 2 - x \end{cases}$  ، کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $R$  (۳)  $\{x : x > 2\}$  (۴)  $\{x : x < 2\}$

۷۰ مجموعه جواب دستگاه نامعادله‌های  $\begin{cases} 5x - 2 > 3 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $\{x \mid x > 4\}$  (۲)  $\{x \mid x < 4\}$  (۳)  $\{x \mid x > 1\}$  (۴)  $\{x \mid 1 < x < 4\}$

۷۱ جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} < \frac{1}{2} \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $x < 3$  (۲)  $x < 1$  (۳)  $0 < x < 1$  (۴)  $1 < x < 2$

۷۲ در کدام یک از فاصله‌های زیر تغییر کند تا کسر  $\frac{(x^2 + 1)(1 - x)}{1 + x}$  همواره منفی باشد؟

- (۱)  $(-1, 1)$  (۲)  $(-1, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, 1)$  (۴)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۷۳ جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} \frac{(x+3)}{2} - \frac{(x-1)}{5} < -\frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - \frac{(2x-1)}{2} < \frac{1}{3} \end{cases}$  کدام است؟

- (۱) جواب ندارد (۲)  $-\frac{22}{3} < x, x < \frac{1}{4}$   
 (۳)  $x > \frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4} < x < \frac{22}{3}$



۷۴

کدام است؟ جوابهای دستگاه نامعادلات

$$\begin{cases} 2x - \frac{x}{3} < 1 \\ \frac{x}{2} - 2 < x \end{cases}$$

$$-4 < x < \frac{3}{5} \quad (4) \quad \frac{3}{5} < x < 4 \quad (3) \quad x < \frac{3}{5} \quad (2) \quad x > -4 \quad (1)$$

۷۵

کدام است؟ جواب دستگاه نامعادلات

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6} \\ x - \frac{1}{2}x < 2 \\ x - 2 < 1 \end{cases}$$

$$1 < x < 3 \quad (4) \quad 1 < x < 4 \quad (3) \quad 3 < x < 5 \quad (2) \quad 4 < x < 5 \quad (1)$$

۷۶

کدام مجموعه، جواب دستگاه نامعادلات است؟

$$\begin{cases} 10 - 5x < 0 \\ \frac{x}{2} + 2 > x \end{cases}$$

$$\{x: 5 < x < 10\} \quad (4) \quad \{x: 4 < x < 5\} \quad (3) \quad \{x: 2 < x < 5\} \quad (2) \quad \{x: 2 < x < 4\} \quad (1)$$

۷۷

کدام است؟ مجموعه جواب دستگاه نامعادلات

$$\begin{cases} x + 2 > 5 \\ x + 2 < 2x - 3 \end{cases}$$

$$\{x: x > 5\} \quad (4) \quad \{x: x > 3\} \quad (3) \quad \{x: 2 < x < 5\} \quad (2) \quad \{x: 3 < x < 5\} \quad (1)$$

۷۸

کدام است؟ مجموعه جواب دستگاه نامعادلات

$$\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 3 - 2x > 0 \end{cases}$$

$$\left\{x: -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}\right\} \quad (2) \quad \emptyset \quad (1)$$

$$\left\{x: x \neq \frac{3}{2}\right\} \quad (4) \quad \left\{x: -\frac{3}{2} < x < \frac{2}{3}\right\} \quad (3)$$



۷۹

مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} > \frac{7}{8} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{3} > \frac{x}{4} \end{cases}$  کدام است؟

$$\left\{ x : \frac{3}{4} < x < 4 \right\} \quad (2) \qquad \left\{ x : x > 4 \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ x : x < \frac{3}{2} \right\} \quad (4) \qquad \left\{ x : x > \frac{3}{2} \right\} \quad (3)$$

۸۰

مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} 1 - x > -2 \\ 2x > -1 \end{cases}$  عبارت است از:

$$\left\{ x | x \in \mathbb{R}, -\frac{1}{2} < x < 2 \right\} \quad (2) \qquad \left\{ x | x \in \mathbb{R}, -3 < x < \frac{1}{2} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ x | x \in \mathbb{R}, \frac{1}{2} < x < 3 \right\} \quad (4) \qquad \left\{ x | x \in \mathbb{R}, -\frac{1}{2} < x < 3 \right\} \quad (3)$$

۸۱

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2 - 4x + 5}{(x-1)(x^2+1)} > 0$  کدام است؟

$$\{x | x > 1\} \quad (4) \qquad \{x | x > 1\} \quad (3) \qquad \{x | x < 1\} \quad (2) \qquad \{x | x < 1\} \quad (1)$$

۸۲

اگر نامساوی‌های  $|x-1| < 1$  و  $A < 2x - 3 < B$  معادل باشند، آنگاه  $A + B$  کدام است؟

$$-1 \quad (4) \qquad -1/1 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad -2/1 \quad (1)$$

۸۳

به ازای هر  $x \in [1, +\infty)$  مقدار  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$  کدام است؟

$$x \quad (4) \qquad 3x - 2 \quad (3) \qquad 2 - 3x \quad (2) \qquad -x \quad (1)$$

۸۴

مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} |x| < 2 \\ (2x-1) < |x| \end{cases}$  کدام است؟

$$\{x : -2 < x < 1\} \quad (4) \qquad \{x : 0 < x < 2\} \quad (3) \qquad \{x : -2 < x < 2\} \quad (2) \qquad \{x : -1 < x < 1\} \quad (1)$$

۸۵

اگر  $a > b$  و  $b < 0 < a$  آنگاه حاصل عبارت  $|a+b| + |a| + |b|$  برابر کدام است؟

$$2b \quad (4) \qquad 2a \quad (3) \qquad -2a \quad (2) \qquad -2b \quad (1)$$





۸۶

به ازای کدام یک از مقادیر  $x$  عبارت  $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$  همواره برقرار است؟

(۱)  $-1 < x < 1$  (۲)  $x \leq 3$  (۳)  $x < 3$  (۴)  $x \geq 3$

۸۷

مجموعه جوابهای حقیقی نامعادله  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 > \frac{3}{4}x(x-1)^2$  کدام است؟

(۱)  $\{x : x > -3\}$  (۲)  $\{x : x < -1\}$  (۳)  $\{x : x < -2\}$  (۴)  $\{x : -3 < x < -1\}$

۸۸

از دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} x+y > x \\ 6 - \frac{1}{3}y > \frac{1}{3}x \end{cases}$  ، حدود تغییرات  $x$  کدام است؟

(۱)  $x > 12$  (۲)  $x > 6$  (۳)  $x < 6$  (۴)  $x < 12$

۸۹

اگر  $a$  و  $b$  متداول علامه و ناصفر باشند، حاصل عبارت  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4$  همواره کدام است؟

(۱) مثبت (۲) منفی (۳) کوچکتر یا مساوی صفر (۴) بزرگتر یا مساوی صفر

۹۰

مجموعه جوابهای نامعادله  $|x|(x^2 - 3x + 2) \leq 0$  کدام است؟

(۱)  $[1, 2]$  (۲)  $\{0\} \cup [1, 2]$  (۳)  $[-2, -1]$  (۴)  $\{0\}, [-2, -1]$

۹۱

مجموعه جوابهای  $x^4 - 1 \leq 0$  کدام است؟

(۱)  $(-\infty, +1]$  (۲)  $(-1, +1]$  (۳)  $[-1, +1]$  (۴)  $[-1, +\infty)$

۹۲

مجموعه جوابهای نامعادله  $(x^2 + \sqrt{2}x + 2)(x^2 - 4) \leq 0$  کدام است؟

(۱)  $[-2, 2]$  (۲)  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$  (۳)  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$

۹۳

جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \\ x(x-4) \leq x^2 - 16 \end{cases}$  کدام است؟

(۱)  $\{4\}$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{x : x > 4\}$  (۴)  $\{x : x < 4\}$



۹۴) حدود تغییرات  $x$  در نامعادله  $(x^2 + x + 1)(x^2 - 4x + 3) > 0$  کدام است؟

(۱)  $1 < x < 3$  (۲)  $-3 < x < -1$  (۳)  $x < 1$  یا  $x > 3$  (۴)  $x > -1$  یا  $x < -3$

۹۵) جواب نامعادله  $\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3}$  کدام است؟

(۱)  $x < \frac{2}{3}$  (۲)  $x > \frac{3}{4}$  (۳)  $x > \frac{7}{6}$  (۴)  $x < \frac{5}{4}$

۹۶) جواب نامعادله  $x^4 + x^2 < 4x^2 + 4$  کدام است؟

(۱)  $-4 < x < 4$  (۲)  $-2 < x < 2$  (۳)  $x < -2$  یا  $x > 2$  (۴)  $x < -4$  یا  $x > 4$

۹۷) منحنی به معادله  $y = (x-1)(x^2 - ax + a)$  محور  $x$  ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، مجموعه مقادیر  $a$  به کدام صورت است؟

(۱)  $-4 < a < 0$  (۲)  $0 < a < 2$  (۳)  $0 < a < 4$  (۴)  $a > 4$

۹۸) اگر عبارت  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$  به ازای هر مقدار  $x$  منفی باشد،  $a$  به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(۱)  $\{a: 1 < a < 5\}$  (۲)  $\{a: a < 1\}$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $R$

۹۹) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، خط به معادله  $y = mx$  نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{x+1}{1-x}$  را قطع نمی‌کند؟

(۱)  $3 - 2\sqrt{2} < m < 3 + 2\sqrt{2}$  (۲)  $3 - \sqrt{2} < m < 3 + \sqrt{2}$   
 (۳)  $2 - 3\sqrt{2} < m < 2 + 3\sqrt{2}$  (۴)  $2 - \sqrt{2} < m < 2 + \sqrt{2}$

۱۰۰) اگر به ازای همه مقادیر  $m$ ،  $4x^2 - 2mx + 4m^2 \geq 0$  باشد، آنگاه حدود  $m$  کدام است؟

(۱)  $R$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $|m| \leq 2$  (۴)  $|m| \geq 2$

۱۰۱) اگر معادله درجه دوم  $(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0$  دارای دو جواب حقیقی باشد، مقادیر  $m$  کدام است؟

(۱)  $-2 < m < 1$  (۲)  $1 < m < 2$  (۳)  $-2 < m < 2$  (۴)  $-3 < m < 2$

۱۰۲) به ازای کدام مقدار  $a$ ، عبارت  $ax^2 + 2x + 4a$  همواره مثبت است؟

(۱)  $a \geq \frac{1}{4}$  (۲)  $a < -\frac{1}{4}$  (۳)  $0 < a < \frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4} < a < \frac{1}{4}$

۱۰۳) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، عبارت  $a^2x^2 + x + 4$  مثبت است؟

(۱)  $-\frac{1}{4} < a < 1$  (۲)  $-1 < a < \frac{1}{4}$  (۳)  $a < -\frac{1}{4}$  یا  $a > \frac{1}{4}$  (۴)  $a < -\frac{1}{4}$  یا  $a > \frac{1}{4}$



۱۰۴ به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، هر نقطه از نمودار تابع  $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ ، در بالای محور

$x$ ها است؟

- (۱)  $a < -1$  (۲)  $a > 1$  (۳)  $a > 2$  (۴)  $1 < a < 2$

۱۰۵ به ازاء چه مقدار از  $m$  نامعادله  $m^3x^2 + mx + \frac{1}{m} < 0$  همواره برقرار است؟

- (۱)  $|m| < 3$  (۲)  $m < 0$  (۳)  $m > 0$  (۴)  $m \in \mathbb{R}$

۱۰۶ به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ ، فاقد ریشه حقیقی است؟

- (۱)  $-3 < m < 5$  (۲)  $-3 < m < 4$  (۳)  $-2 < m < 4$  (۴)  $-1 < m < 5$

۱۰۷ به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار تابع  $y = (m+2)x^2 - 2mx + 1$  همواره در بالای محور  $x$ ها است؟

- (۱)  $m > -2$  (۲)  $-2 < m < -1$  (۳)  $-2 < m < 2$  (۴)  $-1 < m < 2$

۱۰۸ به ازای کدام مقادیر  $m$ ، عبارت  $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه  $x$  مثبت است؟

- (۱)  $m < -2$  (۲)  $m > 2/5$  (۳)  $1 < m < 2$  (۴)  $1 < m < 2/5$

۱۰۹ به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، سهمی به معادله  $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$  همواره پایین محور  $x$ ها است؟

- (۱)  $1 < m < 5$  (۲)  $2 < m < 5$  (۳)  $2 < m < 4$  (۴)  $2 < m < 6$

۱۱۰ جواب نامعادله  $\frac{x-1}{x+1} > 2x$  کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\{x : x < -1\}$  (۲)  $\{x : x > -1\}$  (۳)  $\{x : -1 < x < 1\}$  (۴)  $\{x : -2 < x < -1\}$

۱۱۱ جوابهای نامعادله  $\frac{3x^2 - 3x}{x^3 - 1} > 1$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R} - \{1\}$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{x : x > 1\}$  (۴)  $\{x : x < 1\}$



مجموعه جواب نامعادله  $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3}$  به کدام صورت است؟ (۱۱۲)

(۱)  $x < 3$  (۲)  $1 < x < 3$  (۳)  $2 < x < 3$  (۴)  $-2 < x < 3$

مجموعه جواب نامعادله زیر کدام است؟ (۱۱۳)  $-1 < 3x - 2 < 1$

(۱)  $\frac{1}{3} < x < 1$  (۲)  $-1 < x < 1$  (۳)  $-1 < x < \frac{1}{3}$  (۴)  $-2 < x < 1$

مجموعه جواب مشترک دو نامعادله  $\frac{4x-1}{3} > 3x-2$  و  $\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$  به کدام صورت است؟ (۱۱۴)

(۱)  $-2 < x < 2$  (۲)  $-4 < x < 1$  (۳)  $-2 < x < 1$  (۴)  $-4 < x < 2$

مجموعه جواب نامعادله  $-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$ ، به کدام صورت است؟ (۱۱۵)

(۱)  $x < \frac{1}{2}$  (۲)  $x < 3$  (۳)  $-\frac{1}{2} < x < 3$  (۴)  $\frac{1}{2} < x < 3$

مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟ (۱۱۶)

(۱)  $R - [-6, 4]$  (۲)  $R - [-4, 6]$  (۳)  $x > 4$  (۴)  $x < -6$

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$  به صورت بازه، کدام است؟ (۱۱۷)

(۱)  $(-4, -2) \cup (1, 2)$  (۲)  $(2, 4)$   
(۳)  $(-1, 2) \cup (2, 4)$  (۴)  $(-1, 2)$

مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟ (۱۱۸)

(۱)  $(0/6, 1/5)$  (۲)  $(0/8, 1/2)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(0/8, 2)$

مجموعه جواب نامعادله  $-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$ ، کدام است؟ (۱۱۹)

(۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $(4, +\infty)$  (۳)  $R - [-4, 0]$  (۴)  $R - [-4, -1]$



فرض کنید مجموعه جواب نامعادله  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x+2})}{2x - 3} \geq 0$  به ازای  $x > \frac{3}{2}$ ، بازه  $[2, 4]$  باشد. مقدار  $m$ ، کدام است؟

(۱)  $-2$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴)  $2$

اگر  $|a| < |b|$  و  $b^3$  منفی باشد، آنگاه همواره:

(۱)  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  (۲)  $a < b$  (۳)  $a > b$  (۴)  $a^2 > b^2$

فرض کنید مجموعه  $y$  جواب نامعادله  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 3)}{x - 3\sqrt{x+2}} > 0$  فقط یک بازه باشد. مقدار  $m$ ، کدام است؟

(۱)  $-1$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $1$  (۴)  $\frac{7}{3}$

در بازه‌ای، مقادیر تابع با ضابطه  $y = x^2$  کمتر از مقادیر تابع با ضابطه  $y = |x - 2|$  است، آن بازه کدام است؟

(۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-1, 0)$  (۳)  $(-1, 1)$  (۴)  $(0, 1)$

اگر  $|-x + 1| < 2$ ، آنگاه  $x$  در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

(۱)  $-3 < x < -1$  (۲)  $-3 < x < 1$  (۳)  $-1 < x < 3$  (۴)  $1 < x < 3$

اگر  $x \geq 3$ ، مجموعه جوابهای نامعادله  $|x^2 - 2| \leq 21$  کدام است؟

(۱)  $\{x : 3 < x < 4\}$  (۲)  $\{x : 3 < x < 5\}$  (۳)  $\{x : x < 4\}$  (۴)  $\{x : x > 5\}$

مجموعه جواب نامعادله  $|3x + 5| < 2$  کدام است؟

(۱)  $\{x : \frac{-7}{3} < x < -1\}$  (۲)  $\{x : \frac{-7}{3} < x < 1\}$   
 (۳)  $\{x : \frac{-4}{3} < x < 1\}$  (۴)  $\{x : \frac{-4}{3} < x < -1\}$

مجموعه جواب نامعادله  $2x - |x - 1| > 8$  کدام است؟

(۱)  $\{x : x > 7\}$  (۲)  $\{x : x > 9\}$   
 (۳)  $\{x : x > 7 \text{ یا } x < 1\}$  (۴)  $\{x : x > 9 \text{ یا } x < 1\}$



۱۲۸ مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2| < x^2 - 2x$ ، به صورت کدام بازه است؟

- (۱)  $(-1, 1)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(1, 2)$

۱۲۹ مجموعه جوابهای معادله  $|x - 1| + |x - 3| = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $R$  (۳)  $[1, 3]$  (۴)  $R - (1, 3)$

۱۳۰ حاصل  $|2x - 1| + |2 - x|$  وقتی  $0 < x < 1$  باشد کدام است؟

- (۱)  $-3 - 3x$  (۲)  $3 - 3x$  (۳)  $-3 + 3x$  (۴)  $1 + x$

۱۳۱ معادله  $|x + 1| + |x - 3| = 3$  در دامنه اعداد حقیقی چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۳۲ تعداد جوابهای معادله  $|x + 1| + |x - 3| = 2$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۳ مجموعه جوابهای  $|x| + |x + 2| = 2$  چیست؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $\{-2, 0\}$  (۳)  $(-2, 0]$  (۴)  $[-2, 0]$

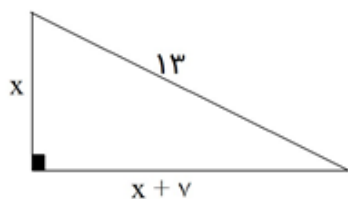
سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس







گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی فیثاغورث:

$$x^2 + (x+7)^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169 \Rightarrow$$

$$2x^2 + 14x - 120 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -12 \end{cases} \text{ غ.ق.}$$

از آنجا که  $x$  طول ضلع است و طول ضلع باید مثبت باشد،  $x = -12$  غیر قابل قبول است. پس:

$$x = 5 \Rightarrow x + 7 = 12 \Rightarrow \text{محیط} = 12 + 5 + 13 = 30.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 + kx + 4 = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 = \frac{4}{3} \\ x_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x_2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

مجموعه  $A$ ، مجموعه ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 3 = 0$  می‌باشد، پس:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1, -3$$

بنابراین  $A = \{1, -3\}$  بوده و در نتیجه گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با توجه به اینکه در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  حاصلضرب ریشه‌ها برابر  $\frac{c}{a}$  است پس:

$$x'' x' = \frac{c}{a} \Rightarrow \Delta x' = -\frac{10}{3} \Rightarrow x' = -\frac{2}{3}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۵

برای اینکه  $x = 1$  ریشه‌ای برای معادله باشد: باید  $f(1)$  برابر با صفر شود، پس:

$$f(x) = x^3 + a^2 x^2 - 3ax + 1 = 0 \Rightarrow f(1) = (1)^3 + a^2(1)^2 - 3a(1) + 1 = 0 \Rightarrow 1 + a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{3 + \sqrt{9 - 8}}{2} = 2 \\ a_2 = \frac{3 - \sqrt{9 - 8}}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۶

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در معادله درجه دو بصورت  $x^2 - sx + p = 0$  حاصل ضرب دو ریشه است، پس در معادله داده شده، حاصل ضرب دو ریشه برابر  $-4$  می‌باشد. بنابراین:

$$x_1 \times x_2 = -4 \Rightarrow x_1 \times \frac{2}{3} = -4 \Rightarrow x_1 = \frac{-4 \times 3}{2} \Rightarrow x_1 = -6$$

۷

می‌دانیم در معادله درجه دوم به فرم  $x^2 - sx + p = 0$  حاصل ضرب دو ریشه برابر با  $p$  می‌باشد. پس در این صورت برای یافتن ریشه دیگر کافی است که  $p$  را بر ریشه اول (۱۷) تقسیم نماییم. بنابراین ابتدا باید معادله به فرم گفته شده تبدیل شود، برای اینکار طرفین را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌نماییم:

$$vx^2 - ax + 357 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{a}{v}x + 51 = 0 \Rightarrow p = 51 \Rightarrow x_2 = \frac{51}{17} = 3$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۸

$x = 2$  را در معادله قرار داده و  $a$  را محاسبه می‌نماییم:

$$x = 2 \Rightarrow 4 - 8a - 8 + 3a^2 + 6a + 3 = 0 \Rightarrow 3a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} \Rightarrow a = 1, -\frac{1}{3}$$

با در نظر گرفتن  $a = 1$  معادله بصورت زیر می‌باشد:

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2, 6$$

بنابراین ریشه دیگر برابر ۶ بوده و گزینه ۴ صحیح است.

در صورتیکه  $a = -\frac{1}{3}$  در نظر گرفته شود، معادله تبدیل به  $3x^2 + 8x + 4 = 0$  می‌شود که یک ریشه آن ۲ و

دیگری  $\frac{2}{3}$  می‌باشد که جزء گزینه‌ها نیست. پس گزینه ۴ صحیح است.



طبق فرض یکی از ریشه‌ها  $\frac{5}{3}$  است پس  $x = \frac{5}{3}$  جواب معادله بوده و در نتیجه عبارت بر  $x - \frac{5}{3}$  بخش پذیر است،

بنابراین  $x - \frac{5}{3}$  یکی از عوامل تجزیه عبارت داده شده می‌باشد، پس:

$$\left(x - \frac{5}{3}\right)(3x + a) = 3x^2 + ax - 5x - \frac{5}{3}a = 3x^2 + mx - 20 \Rightarrow \frac{5}{3}a = 20 \Rightarrow a = \frac{20 \times 3}{5} = 12$$

پس:

$$\left(x - \frac{5}{3}\right)(3x + 12) = 0 \Rightarrow 3x + 12 = 0 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

روش دوم:

می‌دانیم در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  حاصل ضرب ریشه‌ها برابر با  $\frac{c}{a}$  است و از آنجا در این مسئله

که یک ریشه برابر با  $\frac{5}{3}$  است، پس:

$$\frac{5}{3} \times x_2 = \frac{-20}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{-20}{\frac{3}{5}} = -4$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله را بصورت زیر تبدیل می‌نماییم: ۱۰

$$5x^2 + mx + 10 = 5\left(x^2 + \frac{m}{5}x + 2\right)$$

اگر بخواهیم عبارت داخل پرانتز مربع کامل باشد، باید بصورت زیر باشد:

$$\left(x + \sqrt{2}\right)^2 = x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{m}{5} \Rightarrow m = 10\sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

راه حل دوم:

اگر عبارت درجه دوم  $5x^2 + mx + 10$  مربع کامل باشد یعنی باید  $\Delta = 0$  پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(5)(10) = 0 \Rightarrow m^2 - 200 = 0 \Rightarrow m^2 = 200 \Rightarrow m = \pm 10\sqrt{2}$$



۱۱

اگر ریشه مشترک  $x_1$  باشد، خواهیم داشت

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + a = 0 \\ x_1^2 - x_1 - 2a = 0 \end{cases}$$

از تفریق طرفین دو معادله داریم:

$$x_1^2 + 2x_1 + a - (x_1^2 - x_1 - 2a) = 0 \Rightarrow 3x_1 + 3a = 0 \Rightarrow x_1 = -a$$

با جایگزینی در یکی از معادلات داریم:

$$a^2 - a = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 1$$

با توجه به شرط  $a > 0$ ، جواب  $x_1 = -1$  درست است. لذا گزینه ۲ جواب صحیح می‌باشد.

۱۲

معادله نیمساز ربع دوم بصورت  $y = -x$  می‌باشد که با منحنی داده شده قطع می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} y = -x \\ y^2 - 3xy + 2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (-x)^2 - 3x(-x) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x^2 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = u \text{ : مجهول معاون}$$

$$u^2 + 3u + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = -1 \\ u = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = -2 \end{cases}$$

از آنجا که مربع یک عدد حقیقی، همواره عددی نامنفی است پس مقادیرهای  $x^2 = -1$ ،  $x^2 = -2$  جوابهای غیرقابل قبولی هستند، پس جوابی برای  $x$  و  $y$  وجود ندارد. بنابراین منحنی  $C$ ، نیمساز ربع دوم را قطع نمی‌کند و گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

۱۳

دو عدد متوالی را  $n$  و  $n+1$  فرض می‌کنیم فرض می‌کنیم طبق صورت مسئله داریم:

$$n^2 + (n+1)^2 = 925 \Rightarrow 2n^2 + 2n = 924 \Rightarrow n(n+1) = 462$$

عدد ۴۶۲ ضرب دو عدد  $22 \times 21$  می‌باشد پس  $n = 21$  می‌باشد و مجموع این دو عدد ۴۳ بوده پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $a$  و  $a+2$  دو عدد فرد متوالی باشند:

$$a(a+2) = 323 \Rightarrow a^2 + 2a - 323 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 17 \Rightarrow a+2 = 19 \Rightarrow a+(a+2) = 36 \\ a = -19 \text{ غیر قابل قبول است.} \end{cases}$$

۱۵

در یک دنباله هندسی می‌دانیم دنباله جمله‌ها بصورت  $a, aq, aq^2, \dots$  است، پس:

$$aq^2 = aq + 2a \Rightarrow q^2 - q - 2 = 0 \Rightarrow (q-2)(q+1) = 0 \Rightarrow q = 2, -1$$

بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح است.



۱۶ اگر عدد  $n$  را بگیریم رابطه سوال را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$n(n+1) = 5n + 32 \Rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = -4 \end{cases}$$

چون  $n$  طبیعی است پس  $-4$  غیر قابل قبول است.

$$n = 8 \Rightarrow n + (n+1) = 8 + 9 = 17$$

پس گزینه ۳ صحیح است

۱۷ اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم داریم:

$$x^2 = 3x + 40 \Rightarrow x^2 - 3x - 40 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2} = \begin{cases} x = 8 \\ x = -5 \end{cases}$$

که جواب  $x = 8$  است یعنی گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x^2 + bx + c = 0 \\ b = c + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 + (c+1)x + c = 0 \Rightarrow (x+c)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -c \\ x = -1 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح می‌باشد.

۱۹ اگر عدد مورد نظر را  $x$  فرض کنیم:

$$2x = \frac{1}{3}x^2 - 9 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -3 \end{cases} \text{ غ.ق.}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 7x^2 + 6x + 4 &= 3x^2 + 6x + 5 \Rightarrow (7x^2 + 6x + 4) - (3x^2 + 6x + 5) = 0 \\ \Rightarrow (7x^2 - 3x^2) + (6x - 6x) + (4 - 5) &\Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۲۱ کفایت جوابهای معادله  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$  را بدست آوریم. متغیر جدید  $Z = x^2$  را در نظر می‌گیریم:

$$Z^2 - 3Z + 2 = 0 \Rightarrow Z = 1, 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه مورد نظر برابر با  $\{\pm 1, \pm \sqrt{2}\}$  می‌باشد. لذا گزینه ۴ صحیح است.

۲۲ در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$ ، معادله وقتی دارای دو ریشه مساوی است که  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  باشد، پس:

$$x^2 - 2mx + 6 - m = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (-2m)^2 - 4(6 - m) = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow m = -3, 2$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.



۲۳) هنگامی یک معادله درجه دوم به صورت مربع کامل است که  $\Delta = 0$  باشد در این سوال داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 144 = 0 \Rightarrow m^2 = 12^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -12 \end{cases}$$

لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۴) برای اینکه معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  دارای دو ریشه مساوی باشد باید  $\Delta$  معادله صفر باشد یعنی

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow x^2 + 2mx + m^2 + n = 0 \text{ باید داشته باشیم:}$$

$$(2m)^2 - 4(m^2 + n) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4n = 0 \Rightarrow n = 0$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۲۵) در یک معادله درجه ۲ هنگامی دو ریشه مساوی است که  $\Delta$  در آن صفر باشد، پس:

$$x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (3a + 1)^2 - 4(2a^2 + 2) = 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \Rightarrow a = 1, -7$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۲۶) اگر جمله اول دنباله و  $r$  قدر نسبت تصاعد باشد  $(a_1, r \neq 0)$ ، داریم:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 5a_2 \Rightarrow a_1 + a_1 r + a_1 r^2 = 5a_1 \times r \Rightarrow 1 + r + r^2 = 5r \Rightarrow$$

$$r^2 - 4r + 1 = 0 \Rightarrow r = 2 \pm \sqrt{3}$$

چون دنباله نزولی است پس  $r < 1$  بوده و در نتیجه  $r = 2 - \sqrt{3}$  جواب درست بوده و گزینه ۲ صحیح است.

۲۷) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مربع کامل عبارت  $x^2 - \frac{m}{4}x + 28$  را می‌توان با در نظر گرفتن جذر جمله اول یعنی

$x^2$  و جذر ۲۸ به صورت زیر محاسبه نمود:

$$(x - \sqrt{28})^2 = x^2 - 2\sqrt{28}x + 28 \equiv x^2 - \frac{m}{4}x + 28 \Rightarrow \frac{m}{4} = 2\sqrt{28} \Rightarrow m = 4\sqrt{28} = 8\sqrt{7}$$

۲۸) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای این که یک معادله درجه ۲ دارای ریشه‌های مساوی باشد، باید  $\Delta$  در آن مساوی با صفر باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4(1)(-a - 1) = 0 \Rightarrow 16 + 4a + 4 = 0 \Rightarrow 4a = -20 \Rightarrow a = -5$$

۲۹) در معادله مورد بحث، مجموع ضرایب برابر صفر است، پس  $x = 1$  ریشه معادله است. همچنین مجموع جملات با درجه فرد برابر مجموع ضرایب جملات با درجه زوج است، پس  $x = -1$  نیز ریشه معادله است. بنابراین معادله

مذکور بر  $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$  بخش پذیر است. با انجام تقسیم:

$$4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(4x^2 + x + 1) = 0$$

پرانتر دوم دارای ریشه‌های گویا نیست. بنابراین عبارت فوق تنها دارای دو ریشه گویا است. لذا گزینه ۳ جواب صحیح است.





$$x = 1 \Rightarrow 5 - 3 + k = 0 \Rightarrow k = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۰)

$$\begin{cases} x' = 1 \\ x'' = \frac{c}{a} = \frac{-2}{5} = -0.4 \end{cases}$$

$$x(2x - 5) = a \Rightarrow 2x^2 - 5x - a = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۱)

در معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشه‌ی مضاعف برابر است با  $x = -\frac{b}{2a}$  بنابراین:

$$x = -\frac{-5}{2(2)} = \frac{5}{4}$$

$$A(\text{علی}) + B(\text{اکرم}) = 100 \Rightarrow A = 100 - B$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۲)

$$(A - 10)(B + 10) = 475 \Rightarrow AB + 10A - 10B - 10 = 475$$

$$B(100 - B) + 10(100 - B) - 10B = 575 \Rightarrow -B^2 + 100B + 1000 - 10B - 10B = 575$$

$$B^2 - 80B - 425 = 0 \Rightarrow B = 40 \pm \sqrt{1600 + 425} \Rightarrow B = 85$$

روش دوم: بررسی گزینه‌ها، اگر به گزینه‌های ۲ و ۳ دقت شود، به سادگی با بررسی گزینه ۳ به درستی آن می‌رسیم.

چون منحنی سهمی داده شده دارای می‌نیم می‌باشد (و یا به عبارت دیگر  $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$ )، پس (۳۳)

ضریب  $x^2$  باید مثبت باشد. لذا گزینه ۱ نمی‌تواند صحیح باشد. از طرفی در منحنی سهمی  $y = ax^2 + bx + c$

طول نقطه می‌نیم (ماکزیمم) از روابط  $x = -\frac{b}{2a}$  بدست می‌آید و با توجه به شکل، مشاهده می‌شود که طول نقطه

می‌نیم مثبت است. و گزینه ۲ نیز نمی‌تواند صحیح باشد. بنابراین یکی از دو گزینه ۳ یا ۴ می‌تواند صحیح باشد که در

این صورت طول نقطه می‌نیم برابر با  $x = \frac{4}{2} = 2$  خواهد شد. مقدار دو منحنی در نقطه می‌نیم به قرار زیر است:

$$\text{گزینه ۳: } x = 2 \Rightarrow y = (2)^2 - 4 \times 2 + 4 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\text{گزینه ۴: } x = 2 \Rightarrow y = (2)^2 - 4 \times 2 + 3 = -1 \Rightarrow y < 0$$

با توجه به شکل مشاهده می‌شود که مقدار منحنی در نقطه می‌نیم کوچکتر از صفر است. لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون سهمی محور  $x$ ها را در دو نقطه مثبت و منفی قطع کرده است، پس معادله سهمی دارای دو ریشه (۳۴)

مختلف‌العلامه می‌باشد، یعنی در معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ،  $\frac{c}{a} < 0$  می‌باشد و یا عبارت دیگر  $a$  و  $c$

مختلف‌العلامه هستند پس گزینه‌های ۲ و ۴ صحیح نمی‌باشند. بنابراین جواب گزینه ۱ یا ۳ می‌باشد راس سهمی در (۲، ۱) واقع شده است و این نقطه فقط در معادله گزینه ۱ صدق می‌کند، لذا گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون سهمی مماس بر محور  $x$ ها است، یک ریشه دارد، یعنی،  $\Delta = 0$ ، پس داریم: (۳۵)

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 16 + 8a = 0 \Rightarrow 8a = -16 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین گزینه ۱، پاسخ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در معادله  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = -\frac{b}{2a}$  محور تقارن است در این سوال، معادله

منحنی بصورت  $y = x^2 + ax + 1$  می باشد پس  $x = -\frac{a}{2}$  محور تقارن است که با توجه به فرض سوال  $a = 1$  درست است.

برای یافتن کمترین مقدار عبارت آن را تبدیل به مربع کامل می کنیم:

$$x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

کمترین مقدار عبارت وقتی بدست می آید که عبارت مربع کامل صفر شود. بنابراین مینیمم عبارت فوق  $\frac{7}{4}$  است. پس گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

معادله محور تقارن عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  خط  $x = -\frac{b}{2a}$  می باشد. پس:

$$2x^2 + y - x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow y = -2x^2 + x + \frac{3}{4} \Rightarrow \text{خط محور تقارن: } x = \frac{-(-1)}{2(-2)} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

می دانیم در منحنی درجه ۲،  $y = ax^2 + bx + c$  اگر  $a > 0$  می نیمم و اگر  $a < 0$  ماکزیمم باشد، طول نقطه ماکزیمم یا می نیمم برابر  $-\frac{b}{2a}$  می باشد پس:

$$\left. \begin{aligned} y = -x^2 + 6x - 4 \Rightarrow x = \frac{-6}{2(-1)} = 3 \\ x = 3 \Rightarrow y = -9 + 18 - 4 \Rightarrow y = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1 < 0 \Rightarrow \text{این نقطه ماکزیمم است}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله دو منحنی را قطع می دهیم:

$$\left. \begin{aligned} y = x \\ y = x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

بنابراین محل تلاقی دو نقطه  $(0, 0)$  و  $(1, 1)$  است. پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

معادله سهمی به صورت  $x^2 = y + 1$  است پس  $S(0, -1)$  می باشد و گزینه ۲ درست است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر معادله سهمی به صورت  $y = (x - a)^2 + b$  باشد نقطه  $(a, b)$  رأس سهمی می‌باشد. در این مثال ابتدا صورت مساله را به شکل فوق تبدیل می‌کنیم.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

نکته: اگر معادله بصورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، طول رأس  $x = -\frac{b}{2a}$  می‌باشد و با جایگذاری مقادیر، رأس سهمی حاصل می‌شود.

برای سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  طول رأس سهمی از رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  حاصل می‌شود. بنابراین برای

سهمی  $y = x^2 + 2x$  طول رأس برابر با  $x = -\frac{2}{2} = -1$  می‌باشد و در نتیجه عرض آن

$y = (-1)^2 + 2(-1) = -1$  می‌باشد. پس رأس سهمی نقطه  $(-1, -1)$  است. فاصله نقطه  $(x_1, y_1)$  از

$$(x_2, y_2) \text{ بصورت } d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \text{ می‌باشد، پس:}$$

$$d = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبه رأس سهمی از فرمول مربع کامل استفاده می‌نماییم. بنابراین:

$$y = x^2 + x + 1 \Rightarrow y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

با توجه به این معادله، نقطه  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  رأس سهمی می‌باشد. بنابراین فاصله دو نقطه مذکور برابر است با:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-5}{4} - \frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

برای بدست آوردن کمترین مقدار، از روش مربع کامل استفاده می‌نماییم:

$$y = 2x^2 + 4x - 1 \Rightarrow y = 2(x + 1)^2 - 3$$

کمترین مقدار  $(x + 1)^2$  برابر با صفر می‌باشد، پس کمترین مقدار تابع  $-3$  بوده و گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$y = ax^2 + 2ax - 3 = ax^2 + 2ax + a - a - 3 = a(x^2 + 2x + 1) - a - 3 = a(x + 1)^2 - a - 3$$

بنابراین رأس سهمی  $(-1, -a - 3)$  می‌باشد. چون این نقطه روی نیمساز اول و سوم یعنی خط  $y = x$  قرار دارد، پس:

$$-1 = -a - 3 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.



۴۷

می‌دانیم که اگر معادله سهمی بصورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، طول راس سهمی از رابطه  $\frac{-b}{2a}$  بدست می‌آید. بنابراین در این سوال طول راس سهمی برابر با  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$  می‌باشد. با جایگزینی در معادله سهمی، عرض آن محاسبه می‌شود، یعنی:

$$x = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right) + 1 = \frac{3}{4}$$

پس مختصات راس سهمی نقطه  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  بوده و گزینه ۳ صحیح است.

۴۸

می‌دانیم در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  طول راس سهمی از رابطه  $\frac{-b}{2a}$  محاسبه می‌گردد، بنابراین در سهمی  $y = x^2 + 2x + 2$  طول راس سهمی برابر با  $x = \frac{-2}{2} = -1$  می‌باشد. با جایگزین کردن آن در معادله سهمی، عرض آن نیز به دست می‌آید:

$$x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 + 2(-1) + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۴۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله سهمی را به صورت مربع کامل تبدیل می‌نماییم:

$$y = -x^2 + 3x \Rightarrow y = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

پس مختصات طول راس سهمی  $x = \frac{3}{2}$  می‌باشد. بنابراین:

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -1\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{3}{2}\right) = -1\left(\frac{9}{4}\right) + \frac{9}{2} = \frac{-9}{4} + \frac{9}{2} = \frac{-9}{4} + \frac{18}{4} = \frac{9}{4}$$

چون طول مثبت و عرض نیز مثبت شده است، پس نقطه در ناحیه اول مثلثاتی قرار گرفته و گزینه ۱ صحیح است.  
روش دوم:

می‌دانیم اگر معادله سهمی بصورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، راس آن از رابطه  $x = \frac{-b}{2a}$  محاسبه می‌شود. با جایگذاری و ادامه محاسبات مقادیر  $x$  و  $y$  حاصل می‌شود.

۵۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  راس سهمی  $x = \frac{-b}{2a}$  می‌باشد. از طرفی نقطه  $(1, 1)$  راس سهمی است و در معادله سهمی صدق می‌کند، پس:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 1 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$



محور تقارن منحنی با استفاده از رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  بدست می‌آید که برابر است با:  $x = -\frac{-3}{2\left(\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow x = 3$  (۵۱)

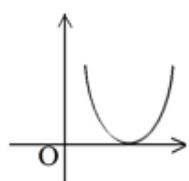
پس نقطه تلاقی که باید در مختصات تابع هم صدق کند بصورت  $\left(3, -\frac{5}{2}\right)$  است.

$$\Rightarrow \frac{9}{2} - 9 + a = -\frac{5}{2} \Rightarrow a = 2$$

پس گزینه ۴ درست است.

$\Delta \left| \begin{matrix} -1 \\ \cdot \end{matrix} \right. \in y = 2x + b \Rightarrow b = 2$  (۵۲) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$\Delta \left| \begin{matrix} -1 \\ \cdot \end{matrix} \right. \in y = ax^2 + 2x - 3 \Rightarrow 0 = a - 2 - 3 \Rightarrow a = 5$



چون منحنی دارای مینیمم روی محور  $OX$  است، پس بر محور  $X$  ها مماس است یعنی منحنی (۵۳)

دارای ریشه مضاعف بوده پس دلتای معادله درجه دوم صفر است.

$$y = x^2 + bx + 1$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها  $b = 2$  جواب است. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۴)

$$y = ax^2 + bx + c \begin{cases} (0, 5) \Rightarrow c = 5 \\ (1, 11) \Rightarrow a + b = 6 \\ (-2, 5) \Rightarrow 4a - 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2, b = 4$$

$$y = 2x^2 + 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow 2 - 4 + 5 = 3 \\ x = 2 \Rightarrow 8 + 8 + 5 = 21 \end{cases}$$

پس  $(-1, 3)$  صحیح است.

اگر طرفین یک نامساوی را در منفی ضرب یا تقسیم کنیم جهت آن تغییر می‌کند. پس در این سوال عدد  $\Gamma$  منفی می‌باشد. در نتیجه داریم:  $p < q \Rightarrow -p > -q$ . بنابراین گزینه ۱ صحیح است. (۵۵)

می‌دانیم اگر طرفین یک نامساوی در یک عدد مثبت ضرب شود، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند و همچنین اگر دو طرف یک نامساوی بر یک عدد منفی تقسیم شود، جهت آن تغییر می‌کند. طبق فرض  $a > b$  است، چون  $c^2$  مثبت است، پس  $ac^2 > bc^2$  و چند طبق فرض  $c$  منفی است، پس  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$  بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۵۶)

$a$  و  $b$  مختلف‌العلامه‌اند و  $a < b$  پس  $a < 0, b > 0$  بنابراین خواهیم داشت  $a^3 < 0, b^3 > 0$ . پس همواره  $a^3 < b^3$  می‌باشد و در نتیجه گزینه ۲ جواب صحیح است. (۵۷)





۵۸ می‌دانیم که اگر دو طرف نامساوی را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت آن عوض نمی‌شود. پس:

$$\left. \begin{array}{l} c < d \\ b > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow bc < bd \quad (1)$$

همچنین می‌دانیم که اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض می‌شود. پس:

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ c < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac < bc \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} ac < bc \\ bc < bd \end{cases} \Rightarrow ac < bd$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۵۹ می‌دانیم که اگر طرفین یک نامساوی را بر یک عدد مثبت ضرب یا تقسیم کنیم جهت نامساوی عوض نمی‌شود ولی

اگر در یک عدد منفی ضرب یا تقسیم نماییم، علامت نامساوی عوض می‌شود. پس:

$$x < y \Rightarrow \frac{x}{xy} < \frac{y}{xy} \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{-1}{y} > \frac{-1}{x}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

راه حل دوم:

یادآوری: اگر طرفین یک نامساوی را معکوس کنیم، اگر هر دو طرف نامساوی مثبت یا منفی باشد جهت نامساوی عوض می‌شود در غیر اینصورت جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$0 < x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{-1}{x} < \frac{-1}{y}$$

پس در این مسئله داریم:

۶۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به مجموعه A که در آن  $x > 5$  است،  $x$ ،  $x - 2$  و  $x - 4$  هر سه مثبتند در نتیجه

حاصلضرب آنها یعنی  $x(x - 2)(x - 4)$  مثبت خواهد بود پس عبارت  $x(x - 2)(x - 4)$  برحسب A مثبت است.

در B داریم  $x < -1$ ، در نتیجه  $x < 0$  و  $x - 2 < 0$  و  $x - 4 < 0$  می‌باشند. پس حاصلضرب آنها یعنی

$x(x - 2)(x - 4)$  منفی می‌باشد. بنابراین عبارت  $x(x - 2)(x - 4)$  برحسب B منفی است.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1
$x-1$	-	-	+
$2x+1$	-	+	+
$(x-1)(2x+1)$	+	-	+

۶۱ برای بدست آوردن علامت  $(x-1)(2x+1)$  ابتدا  $x-1$  و  $2x+1$

را تعیین علامت می‌کنیم و با استفاده از آنها علامت

$(x-1)(2x+1)$  را بدست می‌آوریم. عبارت  $x-1$  به ازای  $x > 1$

مثبت و به ازای  $x < 1$  منفی می‌باشد. عبارت  $2x+1$  به ازای

$x < -\frac{1}{2}$  منفی است. پس با توجه به جدول و اینکه می‌خواهیم

عبارت  $(x-1)(2x+1)$  مثبت باشد،  $x$  باید در یکی از فاصله‌های  $(-\infty, -\frac{1}{2})$  یا  $(1, +\infty)$  قرار داشته باشد که

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۲ پاسخ صحیح می‌باشد.





۶۲ می‌دانیم اگر طرفین یک نامساوی را بر یک مقدار مثبت تقسیم کنیم جهت عوض نمی‌شود.

$$\left(\frac{1}{3}x + 4\right)(1 + \sqrt{x}) < x + x\sqrt{x} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}x + 4\right)(1 + \sqrt{x}) < x(1 + \sqrt{x}) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}x + 4 < x \Rightarrow 4 < x - \frac{1}{3}x \Rightarrow 4 < \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{3}{2} \times 4 < x \Rightarrow x > 6$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x-1)(2-x) > 0 : \begin{matrix} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2-x=0 \Rightarrow x=2 \end{matrix}$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

x	$-\infty$	1	2
(۱) $x-1$	-	+	+
(۲) $2-x$	+	+	-
(۳) $(x-1)(2-x)$	-	+	-

با توجه به جدول مقابل ردیف شماره ۱ علامت  $x-1$  را به ازای  $x > 1$  و  $x < 2$  مشخص می‌کند. ردیف شماره ۲ علامت  $2-x$  را به ازای  $x < 2$  و  $x > 2$  معین می‌کند و ردیف شماره ۳ علامت  $(x-1)(2-x)$  را که از دو ردیف ۱ و ۲ حاصل می‌شود، معین می‌سازد. با توجه به اینکه می‌خواهیم  $(x-1)(2-x) > 0$  باشد، پس  $x$  باید در فاصله  $(1, 2)$  قرار داشته باشد، یعنی گزینه ۴ صحیح است.

۶۴ معادله صورت همواره مثبت می‌باشد زیرا  $\Delta = 0$  و ضریب  $x^2$  نیز مثبت می‌باشد. همچنین می‌توان توجه داشت:

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0$$

بنابراین برای تعیین علامت نامعادله، معادله مخرج را تعیین علامت می‌کنیم.

$$x^2 + x - 2 < 0$$

x	-2	1	
عبارت	+	-	+

ریشه‌های عبارت ۱ و -۲ می‌باشند. پس:

بنابراین  $1 < x < -2$  می‌باشد یعنی گزینه ۱ صحیح می‌باشد.



۶۵ برای اینکه  $\sqrt{x}$  تعریف شده باشد باید  $x \geq 0$  باشد. با توجه به اینکه  $3\sqrt{x} + 1$  عبارت مثبتی است (همواره بزرگتر از صفر است) و اینکه اگر دو طرف یک نامعادله در یک عبارت مثبت ضرب شود، جهت آن تغییر نمی‌کند، عبارت  $3\sqrt{x} + 1$  را در دو طرف معادله ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} + 1} > 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} + 2 > 3\sqrt{x} + 1 \Rightarrow 2 - 1 > 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x < 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x < 1 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in [0, 1)$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x^2+x} > 1 \Rightarrow \frac{x^2+x-2}{x^2+x} > 1 \Rightarrow 1 - \frac{2}{x^2+x} > 1 \Rightarrow -\frac{2}{x^2+x} > 0 \Rightarrow x^2+x < 0$$

$$\Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 0$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ 2 - 3x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x < 1 \\ 2 > 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

۶۷ پاسخ مسئله اشتراک دو ناحیه بدست آمده یعنی  $\{x \mid x < \frac{1}{2}\}$  می‌باشد، لذا گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 3x - 1 > 2 \\ 4 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 3 \\ -x > -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

۶۸ جواب مسئله، اشتراک دو ناحیه بدست آمده یعنی  $1 < x < 3$  می‌باشد. لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x - 1 > \frac{x}{2} \Rightarrow x - \frac{x}{2} > 1 \Rightarrow \frac{x}{2} > 1 \Rightarrow x > 2$$

۶۹ از نامعادله اول داریم:

$$2x - 4 < 2 - x \Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2$$

از نامعادله دوم داریم:

که اشتراک جوابها تهی می‌باشد. پس گزینه ۱ صحیح است.

۷۰ دستگاه داده شده را ساده می‌نماییم:

$$\begin{cases} 5x - 2 > 3 \\ 5 - x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x > 5 \\ -x < -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 4 \end{cases}$$

اشتراک دو ناحیه یعنی  $\{x \mid x > 4\}$  پاسخ مسئله می‌باشد. لذا گزینه ۱ صحیح است.



طرفین هر دو نامعادله را در عدد ۶ ضرب کرده و سپس آنرا ساده می‌کنیم: ۷۱

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} < \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2x < 5 \\ 3x - 2x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x < 5 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

جواب مسئله اشتراک دو ناحیه بدست آمده یعنی  $x < 1$  است، پس گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در کسر ذکر شده، عبارت  $x^2 + 1$  همواره مثبت است و به محدوده  $x$  بستگی ندارد، لذا در تعیین علامت کسر نقشی ندارد. پس برای اینکه کسر منفی باشد، کافی است که  $\frac{1-x}{1+x} < 0$  باشد. ۷۲

$$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$$

	x	-1	+1	
$\frac{1-x}{1+x}$	+	+	○	-
$\frac{1-x}{1+x}$	-	○	+	+
$\frac{1-x}{1+x}$	-	+	○	-

تعریف نشده

با توجه به جدول فوق، محدوده جواب مورد نظر  $(-\infty, -1) \cup (+1, +\infty)$  می‌باشد.

$$\begin{cases} \frac{(x+3)}{2} - \frac{(x-1)}{5} < -\frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - \frac{(2x-1)}{2} < \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x+15-2x+2}{10} < -\frac{1}{2} \\ \frac{2x-6x+3}{6} < \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x+17}{10} < -\frac{1}{2} \\ \frac{-4x+3}{6} < \frac{1}{3} \end{cases}$$

۷۳

$$\begin{cases} 3x+17 < 10 \left(-\frac{1}{2}\right) \\ -4x+3 < 6 \left(\frac{1}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+17 < -5 \Rightarrow 3x < -22 \Rightarrow x < -\frac{22}{3} \\ -4x+3 < 2 \Rightarrow -4x < -1 \Rightarrow \frac{-4x}{-4} > \frac{-1}{-4} \Rightarrow x > \frac{1}{4} \end{cases}$$

اشتراک دو ناحیه فوق تهی می‌باشد، بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



۷۴

$$\begin{cases} 2x - \frac{x}{3} < 1 \\ \frac{x}{2} - 2 < x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x}{3} < 1 \\ -2 < \frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{5} \\ x > -4 \end{cases}$$

اشتراک دو ناحیه فوق یعنی  $-\frac{3}{5} < x < 4$  پاسخ مسئله است. پس گزینه ۴ صحیح است.

نامعادله‌های داده شده را ساده می‌نماییم: ۷۵

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6} \\ x - \frac{1}{2}x < 2 \\ x - 2 < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2x > 1 \\ 2x - x < 4 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 4 \\ x < 3 \end{cases}$$

جواب مورد نظر اشتراک محدوده‌های بدست آمده است، پس محدود مشترک جوابهای بدست آمده برابر با  $1 < x < 3$  . بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

نامعادله داده شده را ساده می‌نماییم: ۷۶

$$\begin{cases} 10 - 5x < 0 \\ \frac{x}{2} + 2 > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 < 5x \\ 2 > \frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 < x \\ x < 4 \end{cases}$$

اشتراک دو ناحیه یعنی  $\{x | 2 < x < 4\}$  جواب مسئله می‌باشد. لذا گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دستگاه نامعادلات داده شده را ساده می‌نماییم: ۷۷

$$\begin{cases} x + 2 > 5 \\ x + 2 < 2x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -x < -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x > 5 \end{cases}$$

جواب مسئله اشتراک دو ناحیه بدست آمده یعنی  $\{x | x > 5\}$  می‌باشد. لذا گزینه ۴ درست است.

در عبارت  $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 3 - 2x > 0 \end{cases}$  ، مشاهده می‌شود که عبارت معادله دوم با ضرب یک منفی در معادله اول بدست می‌آید و چون جهت نامعادله عوض نشده، این دو نامعادله دارای جواب نخواهند بود، پس گزینه ۱ درست است. ۷۸



۷۹

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} > \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{7x}{12} > \frac{7}{8} \Rightarrow x > \frac{12}{8} \Rightarrow x > \frac{3}{2} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{3} > \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{4} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x}{12} > \frac{1}{3} \Rightarrow x > 4 \end{cases}$$

اگر  $x$  بزرگتر از ۴ باشد از  $\frac{3}{2}$  نیز بزرگتر است پس مجموعه جوابها به صورت  $\{x : x > 4\}$  بوده. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۸۰

اشتراک جوابهای دو نامعادله داده شده، پاسخ مسئله می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} 1 - x > -2 \\ 2x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -3 \\ 2x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 3 \Rightarrow \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, -\frac{1}{2} < x < 3 \right\}$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۸۱

برای تعیین علامت معادله درجه دوم باید ریشه‌های آن را بدست آوریم و اگر معادله ریشه نداشت، ضرب  $x^2$ ، علامت معادله خواهد بود. بنابراین:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \end{cases}, \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 1)(x^2 + 1)} > 0 \Rightarrow x - 1 > 0$$

پس  $x > 1$  بوده و گزینه ۴ جواب صحیح است.

۸۲

$$|x - 1| < 0.1 \Rightarrow -0.1 < x - 1 < 0.1 \Rightarrow -0.2 < 2x - 2 < 0.2 \Rightarrow -1/2 < 2x - 3 < -0.8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -1/2 \\ B = -0.8 \end{cases} \Rightarrow A + B = (-1/2) + (-0.8) = -2$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.



۸۳

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{4x^2 - 4x + 1} &= \sqrt{(2x - 1)^2} = |2x - 1| \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1} &= \sqrt{(x - 1)^2} = |x - 1| \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = |2x - 1| - |x - 1| \quad (I)$$

$$x \in [1, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x - 1| = 2x - 1 \\ |x - 1| = x - 1 \end{cases} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow |2x - 1| - |x - 1| = 2x - 1 - x + 1 = x$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) > 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases} \quad (ب) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (\text{ف: یادآوری})$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0, x < 2, 2x - 1 < x \Rightarrow x < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ x < 0, -x < 2 \Rightarrow x > -2, 2x - 1 < -x \Rightarrow 3x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{3} \Rightarrow -2 < x < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 < x < 1$$

۸۴

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۸۵ با توجه به تعریف قدر مطلق:

$$\left. \begin{aligned} a > 0 \Rightarrow |a| = a \\ b < 0 \Rightarrow |b| = -b \end{aligned} \right\} \Rightarrow |a| > |b| \Rightarrow a > -b \Rightarrow a + b > 0 \Rightarrow |a + b| = a + b$$

$$|a + b| + |a| + |b| = (a + b) + (-b) + a = 2a$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

$$86 \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که } \sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3| \text{ پس:}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{(x - 3)^2} &= 3 - x \\ \sqrt{(x - 3)^2} &= |x - 3| \end{aligned} \right\} \Rightarrow |x - 3| = 3 - x$$

با توجه به این که  $|x - 3|$  عددی مثبت است پس برای برقراری تساوی فوق،  $3 - x$  هم باید مثبت باشد. بنابراین:

$$3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$





با ساده‌سازی طرفین معادله، معادله مورد نظر به صورت زیر تبدیل می‌شود: ۸۷

$$(x-1)^3 > \frac{3}{4}x(x-1)^2 \Rightarrow x-1 > \frac{3}{4}x \Rightarrow x < -2$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا طرفین معادله دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم پس طرفین نامساوی را باهم جمع می‌کنیم داریم: ۸۸

$$12 + x > 2x \Rightarrow x < 12$$

لذا گزینه ۴ صحیح است.

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 2 = (a+b)\frac{a+b}{ab} - 2 = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} =$$
۸۹

$$\frac{a^2 + b^2 + 2ab - 2ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} > 0$$

با توجه به اینکه  $a$  و  $b$  متحدالعلامه هستند، پس  $ab > 0$  است، عبارت بدست آمده همواره بزرگتر یا مساوی صفر می‌باشد. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در حالت  $|x|(x^2 - 3x + 2) = 0$  داریم  $x = 0, 1, 2$ . برای  $|x|(x^2 - 3x + 2) < 0$  با توجه به اینکه قدر مطلق همواره مثبت است، باید  $(x^2 - 3x + 2) < 0$  باشد. بنابراین عبارت درجه ۲ را تعیین علامت می‌نماییم

$x$		1	2
$x^2 - 3x + 2$		+	-
		+	+

پس جواب نامعادله  $[1, 2] \cup \{0\}$  می‌باشد. بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$x^4 \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

بنابراین  $x$  در فاصله بسته  $[-1, 1]$  می‌باشد.

با توجه به اینکه در عبارت  $x^2 + \sqrt{2}x + 2$ ،  $\Delta < 0$  و علامت ضریب  $x^2$  مثبت است، پس این عبارت همواره ۹۲

مثبت است. بنابراین، با توجه به عبارت  $x^2 - 4$  نامعادله علامت‌گذاری می‌شود.

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$x$		$\infty$	-2	+2	$\infty$
$x^2 - 4$		+	-	-	+

پس  $x$  در فاصله  $[-2, 2]$  قرار می‌گیرد. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



$$\frac{2x+1}{3} > x-1 \Rightarrow 2x+1 > 3x-3 \Rightarrow 2x-3x > -1-3 \Rightarrow -x > -4 \Rightarrow x < 4 \quad (1)$$

۹۳

$$x(x-4) < x^2-16 \Rightarrow x^2-4x < x^2-16 \Rightarrow -4x < -16 \Rightarrow x > \frac{-16}{-4} \Rightarrow x > 4 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) = \{4\}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.

عبارت  $x^2+x+1$  ریشه ندارد ( $\Delta < 0$ ) و از آنجا که ضریب  $x^2$  مثبت است، پس مقدار آن همواره مثبت است. بنابراین علامت عبارت، برابر با علامت عبارت دوم می‌باشد.

۹۴

$$P = x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 1 & 3 & +\infty \\ p & & + & - & + \end{array}$$

بنابراین جواب  $x > 3$  یا  $x < 1$ . بنابراین گزینه ۳ جواب صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طرفین نامساوی را در عدد ۱۲ ضرب می‌کنیم داریم:

۹۵

$$12x + 18 - 9 > 16x + 4 \Rightarrow 4x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

۹۶

$$x^4 + x^2 < 4x^2 + 4 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 < 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) < 0$$

$x^2 + 1$  همواره مثبت است، پس باید  $x^2 - 4 < 0$  باشد، پس:

$$x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2$$

$$x^2 - ax + a = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید  $\Delta < 0$  و ضریب  $x^2$  منفی باشد.

۹۸

$$\Delta = b^2 - 4ac = (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0$$

$$\begin{array}{l} a-1 < 0 \\ \longrightarrow a-5 > 0 \Rightarrow a > 5, a < 1 \Rightarrow a \in \emptyset \end{array}$$

خطوط داده شده را تلاقی می‌دهیم:

۹۹

$$\frac{x+1}{1-x} = mx \Rightarrow -mx^2 + (m-1)x - 1 = 0$$

برای اینکه معادله جواب نداشته باشد، باید  $\Delta < 0$  باشد پس:

$$(m-1)^2 - 4(-m)(-1) < 0 \Rightarrow m^2 + 1 - 2m - 4m < 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 1 < 0 \Rightarrow m = \begin{cases} 3 + 2\sqrt{2} \\ 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

می‌دانیم علامت عبارت درجه ۲ در ناحیه بین دو ریشه مخالف علامت ضریب توان ۲ است پس باید  $m$  بین دو ریشه باشد یعنی در فاصله  $(3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2})$ . بنابراین گزینه ۱ درست است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای معادله  $ax^2 + bx + c$  با شرط  $\Delta \leq 0$  چند جمله‌ای همواره هم علامت  $a$  خواهد بود پس چون  $a > 0$  است یعنی  $4 > 0$  باید  $\Delta \leq 0$  قرار دهیم آن‌گاه:  $-60m^2 \leq 0$  که این شرط همواره برقرار است پس به ازاء هر مقدار از  $m$  نامساوی مسأله برقرار است.

از آنجا که در صورت سؤال، متمایز بودن جوابها قید نشده لذا ریشه‌های مضاعف معادله هم، به عنوان دو ریشه حقیقی در نظر گرفته می‌شود. پس:  
برای داشتن دو ریشه حقیقی، باید  $\Delta' > 0$  باشد، پس:

$$(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0 \Rightarrow 4 - (m+2)(m-1) > 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 < 0 \Rightarrow$$

$$(m+3)(m-2) < 0 \Rightarrow -3 < m < 2$$

مقادیری از  $m$  که در محدوده فوق باشند قابل قبول هستند. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

شرط آنکه رابطه درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  مثبت باشد، این است که:  $\Delta < 0$ ,  $a > 0$  با جایگذاری در این سوال:

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 4a^2 < 0 \Rightarrow a^2 > \frac{1}{4} \\ a > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a > \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

عبارت  $P = ax^2 + b'x + c'$  هنگامی مثبت است که:  $\Delta < 0$  و  $a' > 0$  پس:

$$P = a^2x^2 + x + 4 \Rightarrow \Delta = 1 - 16a^2 < 0 \left. \begin{array}{l} \\ a' = a^2 > 0 \text{ همواره} \end{array} \right\} \Rightarrow 16a^2 > 1 \Rightarrow a^2 > \frac{1}{16} \Rightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{4} \\ a < -\frac{1}{4} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$$

شرط این که نمودار تابع درجه‌ی ۲،  $f$  بالای محور  $x$ ها باشد، این است که  $\Delta < 0$  و ضریب  $x^2$  مثبت باشد.  
 $a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$

$$\Delta' = (\sqrt{2})^2 - a(a-1) = 2 - a^2 + a \xrightarrow{\Delta' < 0} 2 - a^2 + a < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2$$

با توجه به شرط  $a > 1$  پس  $a > 2$  صحیح است.



شرط آنکه  $ax^2 + bx + c < 0$  باشد این است که: (۱۰۵)

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0, \quad a < 0$$

پس:

$$\begin{cases} \Delta = m^2 - 4m^2 \left(\frac{1}{m}\right) < 0 \\ m^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3m^2 < 0 \\ m < 0 \end{cases}$$

پس گزینه ۲ جواب صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آنکه معادله درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0$  فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد، باید  $\Delta < 0$  باشد، پس داریم: (۱۰۶)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4(2)\left(\frac{1}{4}m + 2\right) < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 < 0$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow -3 < m < 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آنکه همواره  $y = ax^2 + bx + c > 0$  باشد، اولاً  $\Delta < 0$  و ثانیاً  $a > 0$  (۱۰۷)

$$y = (m+2)x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ \Delta = 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \end{cases} \quad \text{بنابراین:}$$

اشتراک  
 $\longrightarrow -1 < m < 2$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۸)

تابع درجه‌ی دوم  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت است هر گاه:  $\Delta < 0$ ,  $a > 0$ .

پس در عبارت  $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (6^2) - 4(2m+1)(m-1) < 0 \\ a > 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8m^2 - 4m - 40 > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - m - 10 > 0 \Rightarrow (m+2)(2m-5) > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -2 \cup m > \frac{5}{2} \\ m > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2/5$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۹

$$y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$$

$$\text{سهمی همواره پایین محور } x \text{ ها است.} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \sqrt{(m-3)^2} + \sqrt{(1-m)} < 0 \\ a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow 2 < m < 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۰

$$\frac{x-1}{x+1} > 2x$$

$$\frac{x-1}{x+1} - 2x > 0$$

$$\frac{-2x^2 - 2x + x - 1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 - x - 1}{x+1} > 0$$

توجه داریم که  $-2x^2 - x - 1 < 0$  و در نتیجه  $x + 1 < 0$  پس  $x < -1$ .روش دوم: آزمون عدد: اگر  $x = -2$  آن گاه  $-4 > 3$  و  $x = -2$  فقط در گزینه ۱ وجود دارد.

$$\frac{3x^2 - 3x}{x^3 - 1} > 1 \Rightarrow \frac{3x(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} > 1 \Rightarrow \frac{3x}{x^2+x+1} > 1$$

همچنین می‌دانیم که همواره  $x^2 + x + 1 > 0$  است (زیرا  $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ ) پس:

$$3x > x^2 + x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 < 0 \Rightarrow (x-1)^2 < 0$$

چون  $(x-1)^2$  مربع کامل است، هیچگاه کوچکتر از صفر نمی‌شود، پس گزینه ۲ درست است.

$$\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} > 0 \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)(x-3)} > 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Rightarrow 1 < x < 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۳

$$-1 < 3x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۴

$$\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$$

$$6\left(\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}\right) \Rightarrow 3(3x+5) - 2(2x-4) > 3$$

$$\Rightarrow 9x + 15 - 4x + 8 > 3 \Rightarrow 5x > -20 \Rightarrow x > -4$$

(۱)

$$\frac{4x-1}{3} > 3x-2$$

$$3\left(\frac{4x-1}{3} > 3x-2\right) \Rightarrow 4x-1 > 9x-6$$

$$\Rightarrow 4x - 9x > -6 + 1 \Rightarrow -5x > -5 \Rightarrow x < 1$$

(۲)

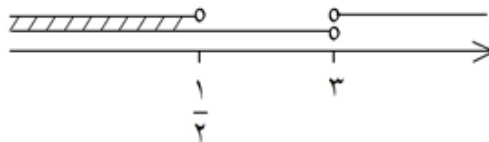
بین مجموعه جواب (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x > -4 \\ x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -4 < x < 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۵

$$-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x-3} < 3 \Rightarrow \frac{3x+1}{x-3} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{3x+1-3x+9}{x-3} < 0 \\ \Rightarrow \frac{10}{x-3} < 0 \Rightarrow x < 3 \quad (1) \\ \frac{3x+1}{x-3} > -1 \Rightarrow \frac{3x+1}{x-3} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x+1+x-3}{x-3} > 0 \\ \Rightarrow \frac{4x-2}{x-3} > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow x < \frac{1}{2}$$





گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: در این روش معادله مضاعف (توأم) را تبدیل به دو نامعادله جدا از هم کرده و سپس بعد از محاسبه جوابها از آنها اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-3-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (1) \\ \frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow x < -6 \text{ یا } x > 4 \Rightarrow R - [-6, 4]$$

روش دوم: در این روش از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$a < \frac{f(x)}{g(x)} < b \xrightarrow{g(x) \neq 0} (f(x) - ag(x))(f(x) - bg(x)) < 0$$

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3 \xrightarrow{x \neq -1} (2x-3-x-1)(2x-3-3x-3) < 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x-4)}_{x=4} \underbrace{(-x-6)}_{x=-6} < 0 \Leftrightarrow x < -6 \text{ یا } x > 4 \Leftrightarrow x \in R - [-6, 4]$$

روش سوم: در این روش از رد گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 6 \Rightarrow 1 < \frac{2(6)-3}{6+1} < 3 \Rightarrow 1 < \frac{9}{7} < 3 \Rightarrow$$

درست است بنابراین گزینه‌هایی که  $x = 6$  دارند می‌توانند درست باشند (گزینه‌های ۱ و ۳).

$$x = -7 \Rightarrow 1 < \frac{2(-7)-3}{-7+1} < 3 \Rightarrow 1 < \frac{17}{6} < 3 \Rightarrow$$

درست است بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1} - x(x+1)}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + \sqrt{x-1} - x}{(x-2)(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{-(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0 \xrightarrow{x \neq 2} -1 < x < 4, x \neq 2$$

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱۸

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

$$x = 1 \Rightarrow 1 < 2 < 3 \quad \checkmark \quad \text{گزینه ۳ رد می شود (۱, ۲)}$$

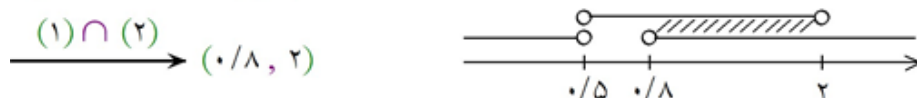
$$x = 1/7 \Rightarrow 1 < \frac{2/7}{2/4} < 3 \quad \checkmark \quad (0/8, 1/2), (0/6, 1/5) \text{ گزینه های ۱ و ۲ رد می شود}$$

پس گزینه ۴ (۰/۸, ۲) صحیح است.

روش دوم:

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0 \Rightarrow x < 0/5 \text{ یا } x > 0/8 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0 \Rightarrow 0/5 < x < 2 \quad (2)$$

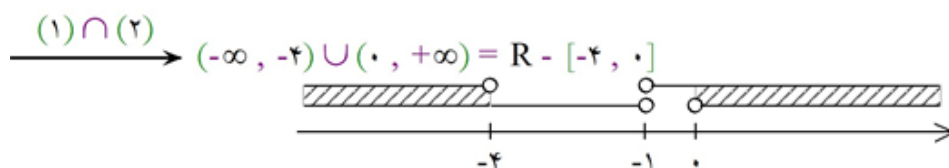


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۹

روش اول:

$$-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$$

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-1+x+1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{3x}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \quad (1) \\ \frac{2x-1}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-4}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > -1 \quad (2) \end{cases}$$

گزینه های ۲ و ۱ غلط  $x = -5$ :  $-1 < \frac{11}{4} < 3$  خوب

روش دوم:

گزینه ۴ غلط  $x = 0$ :  $-1 < -1 < 3$  بد

$$\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 2\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4) \overbrace{\frac{(x-1)}{\sqrt{x+1}}}^{\oplus} \overbrace{\frac{x-4}{\sqrt{x+2}}}^{\oplus}}{\underbrace{2x-3}_{\oplus}} \geq 0 \Rightarrow ((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 4) \geq 0$$

چون جواب بازه‌ی [۲, ۴] شده پس  $x = 2$ ، ریشه‌ی عبارت درجه ۲ است.

$$(m^2 - 1)(4) - 8m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4 - 8m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = 0 \Rightarrow \overbrace{(-x^2 + 4)}^{\oplus} (x - 4) \geq 0 \Rightarrow \overbrace{(+x + 2)(-x + 2)}^{\oplus} (x - 4) \geq 0$$

$$\Rightarrow (-x + 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \text{ قابل قبول است.}$$

$$m = 2 \Rightarrow (3x^2 - 8x + 4)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow (x - 2) \underbrace{(3x - 2)}_{\oplus} (x - 4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \text{یا} \\ x \leq 2 \end{cases}$$

غیر قابل قبول است.

$$\left. \begin{matrix} b^3 < 0 \Rightarrow b < 0 \\ |a| < |b| \end{matrix} \right\} \Rightarrow |a| < -b \Rightarrow -(-b) < a < -b \Rightarrow b < a < -b \Rightarrow a > b$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت بدون درجه را تعیین علامت می‌کنیم:

$$A = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x+2}} = \frac{2x-3}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x-2})} = \frac{(2x-3)(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})}{(x-1)(x-2)}$$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۲	۴	$+\infty$
A	-	-	+	○	-	+

حال عبارت  $((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)A$  را با توجه به گزینه‌ها تعیین علامت می‌کنیم:

①  $m = -1 \Rightarrow (4x+4)A \Rightarrow$  جدول تغییر نمی‌کند

پس جواب کسر اصلی، یک بازه نمی‌شود.

②  $m = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(-\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4\right)A = -\frac{1}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۲	۴	$+\infty$
A	-	-	+	○	-	+
$-\frac{1}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)$	+	+	+	○	-	-
	-	-	+	○	+	-

پاسخ  $\left(1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 4\right)$  است که دو بازه است.

③  $m = 1 \Rightarrow (-4x+4)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۲	۴	$+\infty$
A	-	-	+	○	-	+
$-4x+4$	+	○	-	-	-	-
	-	-	-	○	+	-

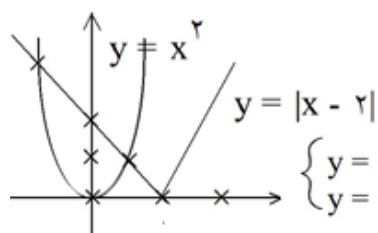
$\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

است که یک بازه است.

جواب بازه‌ی



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)



$$x < 2 \Rightarrow y = |x - 2| = -x + 2$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 = -x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \text{ نقاط دو منحنی}$$

$$|-x + 1| < 2 \Rightarrow -2 < -x + 1 < 2 \Rightarrow -3 < -x < 1 \Rightarrow 3 > x > -1$$

گزینه ۳ صحیح است. (۱۲۴)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۵)

چون  $x \geq 3$  پس  $3 - x \leq 0$  است بنابراین  $|3 - x| = -(3 - x)$  حال جایگزین می‌کنیم داریم:

$$x^2 - 2|3 - x| < 21 \Rightarrow x^2 + 2(3 - x) < 21 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ یا } x = -3$$

چون معادله درجه دوم در بین دو ریشه مخالف علامت ضریب  $x^2$  است بنابراین جواب  $\{x | -3 < x < 5\}$  است و چون طبق فرض  $x \geq 3$  می‌باشد بنابراین جواب  $\{x | 3 < x < 5\}$  خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۶)

$$|3x + 5| < 2 \Rightarrow -2 < 3x + 5 < 2 \Rightarrow -7 < 3x < -3 \Rightarrow \frac{-7}{3} < x < -1$$

$$2x - |x - 1| > 8 \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } x \geq 1: 2x - (x - 1) > 8 \Rightarrow x + 1 > 8 \Rightarrow x > 7 \\ \text{اگر } x < 1: 2x - (-(x - 1)) > 8 \Rightarrow 2x + (x - 1) > 8 \Rightarrow 3x > 9 \Rightarrow x > 3 \end{cases}$$

چون با فرض  $x < 1$  عبارت را ساده کردیم جواب  $x > 3$  قابل قبول نیست. پس جواب نامساوی،  $x > 7$  می‌باشد. لذا گزینه ۱ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۸)

$$x^2 - 2x < |x - 2| \Rightarrow x(x - 2) - |x - 2| < 0$$

$$\begin{cases} x < 2 \Rightarrow x(x - 2) + (x - 2) < 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2 \\ x > 2 \Rightarrow x(x - 2) - (x - 2) < 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow \text{جواب: } (-1, 2)$$

روش اول: می‌دانیم  $|x| + |y| \geq |x - y|$  پس خواهیم داشت  $|x - 1| + |x - 3| \geq |(x - 1) - (x - 3)| = 2$  (۱۲۹)لذا معادله  $|x - 1| + |x - 3| = 1$  همیشه نادرست است پس مجموعه جواب تهی خواهد بود یعنی گزینه (۱) روش دوم: با تعیین علامت

$$x < 1: |x - 1| + |x - 3| = 1 \Rightarrow -(x - 1) - (x - 3) = 1 \Rightarrow 2x = 3 \text{ نادرست}$$

$$1 < x < 3: (x - 1) - (x - 3) = 1 \Rightarrow 2 = 1 \text{ نادرست}$$

$$x \geq 3: (x - 1) + (x - 3) = 1 \Rightarrow 2x = 5 \text{ نادرست}$$

لذا مجموعه جواب تهی است یعنی گزینه ۱ صحیح است.



۱۳۰

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 1 > -x > 0 \Rightarrow 3 > 2 - x > 2 \Rightarrow |2 - x| = 2 - x$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow -2 < 2x < 0 \Rightarrow -3 < 2x - 1 < -1 \Rightarrow |2x - 1| = -(2x - 1) = -2x + 1$$

$$\Rightarrow |2 - x| + |2x - 1| = 2 - x - 2x + 1 = 3 - 3x$$

گزینه ۲ صحیح است.

۱۳۱

به ازای هر عدد حقیقی  $x$  و  $y$  داریم  $|x| + |y| \geq |x + y|$  پس:

$$|x + 1| + |x - 3| \geq |x + 1 - x + 3| \Rightarrow |x + 1| + |x - 3| \geq 4$$

لذا معادله  $|x + 1| + |x - 3| = 3$  غیرممکن است و تعداد جوابهای آن صفر است. پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۳۲

می‌دانیم  $|A| + |B| \geq |A + B|$  پس:

$$|x + 1| + |x - 3| \geq |x + 1 - (x - 3)| = 4 > 2$$

بنابراین عبارت سمت چپ معادله همواره بزرگتر از ۲ بوده و در نتیجه معادله دارای جواب نمی‌باشد. پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: چون مجموع دو عدد نامنفی برابر ۲ شده پس هیچ‌یک بیشتر از ۲ نیست. پس:

$$\left. \begin{array}{l} |x + 2| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x + 2 \leq 2 \xrightarrow{-2} -4 \leq x \leq 0 \\ |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 \leq x \leq 0$$

روش دوم:

داریم  $|x| + |y| \geq |x - y|$  و در این نامعادله شرط برقراری تساوی وقتی است که  $x$  و  $y$  مختلف‌العلامه باشند یعنی $xy \leq 0$  در این سؤال  $|x| + |x + 2| \geq |x + 2 - x| = 2$  و شرط تساوی برقرار شده پس باید داشته باشیم $x(x + 2) \leq 0$  در نتیجه داریم:  $-2 \leq x \leq 0$ .

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس

