

۱ مجموعه $\{اعداد طبیعی فرد\} \cap \{X : X < 10\}$ چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴)

۲ می‌دانیم R مجموعه اعداد حقیقی و Z مجموعه اعداد صحیح و N مجموعه اعداد طبیعی است. کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

- $N \subset Z \subset R$ (۱) $R \subset Z \subset N$ (۲) $R \subset N \subset Z$ (۳) $Z \subset R \subset N$ (۴)

۳ در یک دنباله‌ی حسابی مجموع دو جمله‌ی اول برابر $\frac{7}{5}$ و مجموع جملات سوم و چهارم برابر $\frac{5}{5}$ است، قدر نسبت آن کدام است؟

- $-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۴ اگر جمله دوازدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ برابر ۳۴ باشد، جمله هجدهم آن کدام است؟

- ۴۶ (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴)

۵ جمله هفتم در یک دنباله حسابی ۲۰ و جمله پانزدهم آن ۳۰ است قدر نسبت کدام است؟

- $\frac{3}{5}$ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۶ کدام دسته از اعداد زیر تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند؟

- $\frac{3}{5}, \frac{9}{5}, \frac{27}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}, 1, \frac{5}{3}$ (۲) $\sqrt{5}, 1, \frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

۷ اگر در یک دنباله عددی جمله اول آن ۲ و قدر نسبت آن ۴ باشد، جمله یازدهم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

- ۱۹ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۴۲ (۴)

۸ در دنباله حسابی $\dots, \frac{7}{3}, 2$ جمله چندم برابر ۶ است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۹ جمله هفتم یک دنباله عددی ۱۵ و جمله نهم آن ۱۹ است. جمله دوازدهم کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴)

۱۰ بین دو عدد ۲ و ۱۲ سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی بدهد. جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (۲، جمله اول است)

۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۴/۵ (۳) ۱۵/۵ (۴)

۱۱ جمله دهم دنباله حسابی ... ۸، ۵، ۲ کدام است؟

۲۷ (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

۱۲ در یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۵ جمله دوازدهم برابر ۶۲ می‌باشد جمله اول آن کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۱۳ جمله پانزدهم دنباله‌ی عددی ... ۶، ۲، -۲ کدام است؟

۵۲ (۱) ۵۴ (۲) ۵۶ (۳) ۵۸ (۴)

۱۴ در یک دنباله هندسی جمله‌ی سوم ۲ برابر جمله‌ی اول است. جمله‌ی نهم چند برابر جمله‌ی اول است؟

۳۲ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

۱۵ کدام دسته اعداد ۴ جمله متوالی از دنباله‌ی هندسی‌اند؟

۸، ۱۲، ۱۸، ۲۷ (۴) ۴، ۶، ۹، ۱۳ (۳) ۴، ۶، ۹، ۱۲ (۲) $\frac{2}{3}$ ، ۱، ۳، ۹ (۱)

۱۶ در یک دنباله هندسی تفاضل دو جمله پنجم و سوم $\frac{1}{33}$ است. اگر قدر نسبت برابر $\frac{1}{3}$ باشد، جمله اول کدام است؟

$\frac{-2}{3}$ (۱) $\frac{-1}{6}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۷ در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم $\frac{1}{5}$ برابر مجموع جملات دوم و چهارم است، قدر نسبت جملات کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۸ واسطه هندسی دو عدد $\sqrt{15}$ و $\sqrt{240}$ کدام است؟

$3\sqrt{13}$ (۱) $2\sqrt{13}$ (۲) $3\sqrt{15}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴)

۱۹ اگر جمله پنجم یک دنباله هندسی برابر $\frac{16}{9}$ و جمله دوم آن ۶ باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۲۰ واسطه هندسی بین جمله هشتم و چهاردهم دنباله ... ۱۲، ۸، ۴ کدام است؟

$16\sqrt{7}$ (۱) $32\sqrt{7}$ (۲) ۴۴ (۳) ۵۶ (۴)



۲۱) اگر جملات پنجم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۸ و ۱۶ باشد، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴)

۲۲) در یک دنباله هندسی جمله چهارم ۲۴ و جمله هفتم ۱۹۲ است، جمله اول کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۳) جمله عمومی یک دنباله هندسی $\frac{2}{(3 \times 2^n)}$ است. قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۲۴) جمله پنجم در دنباله هندسی $9, -6, 4, \dots$ کدام است؟

- $-\frac{71}{4}$ (۱) $-\frac{51}{4}$ (۲) $\frac{81}{4}$ (۳) $\frac{61}{4}$ (۴)

۲۵) در یک دنباله هندسی جمله دوم بیست و هفت برابر جمله پنجم است نسبت جملات متوالی در این دنباله کدام است؟

- $\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴)

۲۶) جمله پنجم یک دنباله هندسی $-\frac{1}{16}$ است اگر قدر نسبت آن $-\frac{1}{4}$ باشد جمله اول کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۲۷) واسطه هندسی بین اعداد $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{16}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{5}{16}$ (۳) $\frac{5}{32}$ (۴)

۲۸) در دنباله (رشته) اعداد $\dots, 0, X, 12$ بجای عدد X کدام مقدار قرار می‌گیرد تا حاصل یک دنباله حسابی گردد؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۲۹) اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟

- صفر (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۳۰) در یک دنباله هندسی جمله دوم هشت برابر جمله پنجم است قدر نسبت دنباله کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)



۳۱ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ آنگاه (d, c, b, a مخالف صفرند.)

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (۴) $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ (۳) $\frac{b}{a} \neq \frac{d}{c}$ (۲) $\frac{b}{c} = \frac{a}{b}$ (۱)

۳۲ در یک دنباله هندسی حاصلضرب جمله چهارم و هشتم برابر ۸ است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

۳۳ در یک دنباله حسابی $a_{11} - a_7 = 12$ ، قدر نسبت کدام است؟

+۳ (۴) +۲ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

۳۴ بین اعداد ۱۲- و ۵۲ سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

۷۲ (۴) ۶۸ (۳) ۶۴ (۲) ۶۰ (۱)

۳۵ چندمین جمله از دنباله عددی $\dots, 8, 5, 2$ برابر با ۵۶ است؟

۲۱ (۴) ۲۰ (۳) ۱۹ (۲) ۱۸ (۱)

۳۶ جمله عمومی یک دنباله حسابی $2x + 1$ است. مجموع سه جمله اول این دنباله کدام است؟

۱۸ (۴) ۱۷ (۳) ۱۶ (۲) ۱۵ (۱)

۳۷ واسطه‌های هندسی بین دو عدد $2^3 \times 5 \times 7^2$ و $2^3 \times 5^3 \times 11^2$ کدام است؟

۸۷۰۰ (۴) ۸۵۰۰ (۳) ۷۸۰۰ (۲) ۷۷۰۰ (۱)

۳۸ مجموع سه عدد زوج متوالی همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

۱۰ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)

۳۹ در یک دنباله حسابی، $t_1 = 4$ و $t_n + 1 = t_n + 3$ ، جمله n ام آن چیست؟

$2n - 1$ (۴) $2n + 3$ (۳) $2n + 1$ (۲) $n + 5$ (۱)

۴۰ اگر $a + 14, 21, a$ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی با جمله اول a باشد، جمله چهارم آن کدام است؟

۴۹ (۴) ۴۳ (۳) ۳۵ (۲) ۲۸ (۱)

۴۱ بین اعداد ۸ و $\frac{81}{4}$ سه واسطه هندسی درج کرده‌ایم، جمله دوم این دنباله کدام است؟

۱۸ (۴) ۱۶ (۳) ۱۴ (۲) ۱۲ (۱)

۴۲ در یک دنباله حسابی جملات اول و نهم و چهل و نهم به ترتیب جملاتی متوالی از یک دنباله هندسی هستند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)



۴۳ در یک دنباله هندسی حاصلضرب جمله چهارم و ششم برابر جمله دهم است. تفاضل جمله اول از قدر نسبت کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴ واسطه هندسی عدد $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}$ کدام عدد است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۴۵ قدر نسبت دو دنباله هندسی برابر و جمله اول یکی دو برابر جمله اول دیگری است. جمله n ام دنباله اول چند برابر جمله n ام دنباله دوم است؟

- (۱) ۲ (۲) $2n$ (۳) 2^n (۴) n^2

۴۶ در یک دنباله هندسی با جمله عمومی $\frac{2}{3^n}$ جمله چهارم چند برابر جمله ششم است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۴۷ در دنباله حسابی $\dots, y, 35, x, 125, y$ عدد y کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۵ (۳) ۰ (۴) ۵

۴۸ پنج عدد $\frac{5}{3}, a, b, c$ به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله‌ی هندسی هستند، b کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۹ اگر جملات چهارم و ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۰ مجموع دو جمله n ام و $(n-1)$ ام دنباله‌ی \dots و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ کدام است؟

- (۱) $4n - 2$ (۲) $4n - 1$ (۳) $4n$ (۴) $4n + 1$

۵۱ اعداد $5p - 1, 3p + 4, 2p + 3$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله عددی هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۵۲ تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک دنباله عددی ۵ و مجموع جمله‌ی دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله‌ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) $\frac{37}{5}$ (۴) $\frac{38}{5}$



۵۳ در یک دنباله حسابی $a_1 = 5$ و $a_3 = 9$ ، آنگاه $a_7 + a_8 + a_9$ چه قدر است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۳۸ (۳) ۵۷ (۴) ۷۶

۵۴ جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی، می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۵۵ اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی از دنباله هندسی‌اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۵۶ در یک دنباله عددی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از دنباله هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۵۷ در یک دنباله عددی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله‌ی این دنباله، صفر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۵۸ در یک دنباله حسابی $a_6 + a_8 = 3$ و $a_5 + a_9 = -2$ ، حاصل $a_{13} + a_{15}$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{55}{6}$ (۲) $-\frac{37}{6}$ (۳) $-\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{67}{6}$

۵۹ در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴) ۶۱

۶۰ در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ می‌باشد. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۱ در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه‌دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۶۲ در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲



۶۳ اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟
 $B \cap A' = \phi$ (۴) $A \cap B' = \phi$ (۳) $A - B' = A$ (۲) $B - A' = A$ (۱)

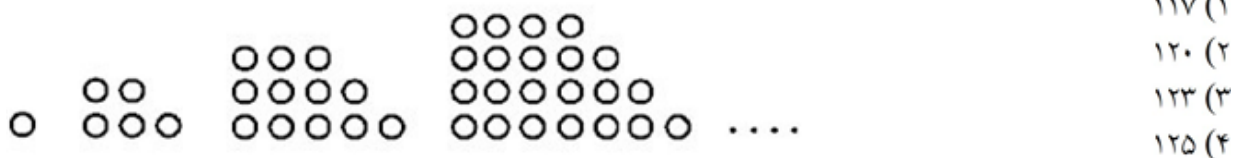
۶۴ مجموعه‌ی $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه، برابر است؟
 B' (۴) A (۳) $A \cap B'$ (۲) $A \cup B'$ (۱)

۶۵ فرض کنید A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه‌ی مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟
 $(A \cup B)' = \phi$ (۴) $A \cap B' = A$ (۳) $A - B' = \phi$ (۲) $A \subset B'$ (۱)

۶۶ مجموعه‌ی $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه، برابر است؟
 B' (۴) A' (۳) B (۲) A (۱)

۶۷ اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$. در این صورت جمله‌ی آخر واقع در دسته‌ی شماره‌ی چهل، کدام است؟
 1651 (۴) 1639 (۳) 1589 (۲) 1563 (۱)

۶۸ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



۶۹ در یک دنباله‌ی اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، حاصل $a_8 - a_7$ ، کدام است؟
 64 (۴) 56 (۳) 48 (۲) 32 (۱)

۷۰ در یک دنباله‌ی اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ، جمله‌ی هشتم این دنباله، کدام است؟
 255 (۴) 247 (۳) 159 (۲) 127 (۱)

۷۱ فرض کنید جمله‌ی صدم دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$ ، برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله‌ی نود و هشتم

دنباله کدام است؟
 $\frac{2m-k}{k-m}$ (۴) $\frac{k-m}{k-2m}$ (۳) $\frac{k-2m}{k-m}$ (۲) $\frac{k-m}{2m-k}$ (۱)

۷۲ جمله‌ی چهاردهم دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با فرض $a_{16} = \frac{1597}{987}$ ، کدام است؟

$\frac{610}{377}$ (۴) $\frac{377}{233}$ (۳) $\frac{377}{610}$ (۲) $\frac{233}{377}$ (۱)



۷۳ جمله‌ی دهم دنباله‌ی بازگشتی $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ کدام است؟

$$\frac{89}{55} \quad (4)$$

$$\frac{610}{377} \quad (3)$$

$$\frac{144}{89} \quad (2)$$

$$\frac{55}{34} \quad (1)$$



۷۴ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟

$$34 \quad (1)$$

$$36 \quad (2)$$

$$38 \quad (3)$$

$$40 \quad (4)$$

۷۵ در دنباله‌های حسابی «... ۲۳، ۱۶، ۹، ۲» و «... ۲۷، ۲۲، ۱۷، ۱۲» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ موجود است؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۷۶ مجموع ۱۰ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی ۲۶- و نسبت جمله‌ی پانزدهم به جمله‌ی ششم دنباله ۶ است. جمله‌ی یازدهم دنباله، کدام است؟

$$-16/8 \quad (4)$$

$$-15/6 \quad (3)$$

$$-14/8 \quad (2)$$

$$-13/6 \quad (1)$$

۷۷ با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

$$0/25 \quad (4)$$

$$0/24 \quad (3)$$

$$0/18 \quad (2)$$

$$0/15 \quad (1)$$

۷۸ اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\dots, \{2, 3, 4\}$ ، $\{1\}$. در دسته‌ی نهم، واسطه‌ی حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

$$74 \quad (4)$$

$$73 \quad (3)$$

$$72 \quad (2)$$

$$71 \quad (1)$$

۷۹ اگر $Z, X+2, X, X-1, Y$ ، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار XYZ ، کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۸۰ اگر $4X, Z, X, Y$ و $X - \frac{3}{2}$ ، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار $|X| + |Y| + |Z|$ ، کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۸۱ جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله‌ی حسابی، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی، هستند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$



۸۲ جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه‌ی هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است.

اگر جمله‌ی پنجم دنباله ۷ باشد، جمله‌ی صد و یکم دنباله، کدام است؟

۲۰۰ (۱) ۱۷۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۲۵ (۴)

۸۳ دنباله‌ی $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰

جمله‌ی اول این دنباله ۱۹ باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سی‌ام دنباله، کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

$\frac{-43}{6}$ (۱) -۷ (۲) ۵۱۲ (۳) ۱۰۲۴ (۴)

۸۴ دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله‌ی اول دنباله، کدام

است؟
-۲۰۱ (۱) -۱۹۹ (۲) -۱۹۷ (۳) ۱۹۷ (۴)

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس



$$\{x: x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

اشتراک مجموعه فوق با مجموعه اعداد طبیعی فرد، اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۰ بصورت $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ می باشد که دارای ۵ عضو است. پس گزینه ۱ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم هر عدد طبیعی، عددی صحیح است بنابراین $N \subset Z$. همچنین هر عدد صحیح، حقیقی نیز هست پس $Z \subset R$ بنابراین $N \subset Z \subset R$ و گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم در یک دنباله حسابی $S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$ می باشد که a_1 جمله اول و d قدر نسبت است.

$$\begin{cases} a_1 + a_7 = 7/5 \Rightarrow S_7 = 7/5 \Rightarrow \frac{7(2a_1 + 6d)}{2} = 7/5 \Rightarrow 2a_1 + 6d = 7/5 \\ S_4 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = 7/5 + 5/5 = 12 \Rightarrow \frac{4(2a_1 + 3d)}{2} = 12 \Rightarrow 2a_1 + 3d = 6/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2d = -1 \Rightarrow d = -\frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲، پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

جمله n ام از یک دنباله حسابی با قدر نسبت r برابر با $a_n = a_1 + (n-1)r$ است. پس:

$$\left. \begin{aligned} a_{12} = a_1 + 11r = 34 \\ r = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 34 = a_1 + 11 \times 2 = a_1 + 22 \Rightarrow a_1 = 12$$

$$a_{18} = a_1 + 17r = 12 + 17 \times 2 \Rightarrow 12 + 34 = 46$$

جمله n ام از یک دنباله حسابی با قدر نسبت r و جمله اول t_1 برابر $t_n = t_1 + (n-1)r$ می باشد. پس:

(t_1 جمله اول دنباله است.)

$$\left. \begin{aligned} t_7 = t_1 + 6r \\ t_{15} = t_1 + 14r \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_{15} - t_7 = (t_1 + 14r) - (t_1 + 6r) = 8r \Rightarrow 30 - 20 = 10 = 8r \Rightarrow r = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

پس گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶ برای اینکه a و b و c تشکیل دنباله حسابی بدهند باید $a + c = 2b$ باشد. از بین گزینه‌ها، فقط گزینه ۳ دارای این شرط است که در آن $2 \times \frac{6}{5} = \frac{3}{5} + \frac{9}{5}$. بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۷ در یک دنباله عددی با جمله اول a_1 و قدر نسبت t جمله n ام بصورت $a_n = a_1 + (n - 1)t$ می‌باشد، پس:

$$\frac{a_{11}}{a_1} = \frac{a_1 + 10t}{a_1} = \frac{2 + 10 \times 4}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تفاضل دو جمله اول، قدر نسبت دنباله را مشخص می‌کند که برابر با $\frac{1}{3} - 2 = \frac{1}{3}$

می‌باشد. جمله n ام در دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n - 1)d$ بدست می‌آید. پس:

$$t_n = 6 \Rightarrow 6 = 2 + (n - 1)\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{(n - 1)}{3} = 4 \Rightarrow n - 1 = 12 \Rightarrow n = 13$$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جمله عمومی یک دنباله عددی بصورت $t_n = t_1 + (n - 1)d$ می‌باشد. پس:

$$\begin{cases} t_1 + 6d = 15 \\ t_1 + 8d = 19 \end{cases} \Rightarrow 2d = 4 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow t_1 + 12 = 15 \Rightarrow t_1 = 3$$

بنابراین جمله دوازدهم برابر خواهد بود با:

$$t_{12} = t_1 + 11d = 3 + (11 \times 2) = 3 + 22 = 25$$

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به صورت مسئله، عدد ۱۲ جمله پنجم دنباله حسابی می‌باشد. همچنین می‌دانیم جمله عمومی دنباله حسابی از رابطه $t_n = t_1 + (n - 1)d$ به دست می‌آید، پس:

$$n = 5 \Rightarrow 12 = 2 + (5 - 1)r \Rightarrow 12 = 2 + 4r \Rightarrow 4r = 10 \Rightarrow r = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

برای یافتن جمله هفتم از فرمول عمومی فوق استفاده می‌کنیم:

$$n = 7 \Rightarrow t_7 = t_1 + (7 - 1) \times \frac{5}{2} \Rightarrow t_7 = 2 + \left(6 \times \frac{5}{2}\right) = 2 + 15 = 17$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دنباله حسابی تفاضل دو جمله متوالی برابر قدر نسبت است. پس:

$$r = 5 - 2 = 3 \text{ . همچنین در دنباله حسابی جمله عمومی بصورت } t_n = t_1 + (n - 1)r \text{ می‌باشد. پس:}$$

$$t_{10} = 2 + (10 - 1) \times 3 = 2 + 27 = 29$$

۱۲ در دنباله حسابی، جمله عمومی بصورت $t_n = t_1 + (n - 1)r$ می‌باشد که در آن جمله اول دنباله می‌باشد.

$$t_{12} = 62 \Rightarrow t_1 + 11r = 62 \Rightarrow 62 = t_1 + 11 \times 5 = t_1 + 55 \Rightarrow t_1 + 55 = 62 \Rightarrow t_1 = 62 - 55 = 7$$

لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۱۳ دنباله داده شده یک دنباله عددی با قدر نسبت ۴ (اختلاف دو جمله متوالی) است. می‌دانیم جمله عمومی دنباله عددی بصورت $t_n = t_1 + (n-1)r$ می‌باشد، پس:

$$t_{15} = t_1 + (14 \times 4) \Rightarrow t_{15} = (-2) + 56 \Rightarrow t_{15} = 54$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_q = a_1 q^4$$

طبق تعریف جمله n ام برابر است با:

طبق فرض سؤال داریم:

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 = 2a_1 \Rightarrow q^2 = 2 \Rightarrow a_q = a_1 q^4 = a_1 (q^2)^2 = a_1 (2)^2 = 4a_1$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4 : \text{ دنباله هندسی} \Rightarrow a_1, a_1 q, a_1 q^2, a_1 q^3$$

یعنی، هر جمله از ضریب یک عدد ثابت در جمله قبلی حاصل می‌شود، که گزینه ۴ دارای چنین شرطی است. مقدار عدد ثابت (قدر نسبت) در دنباله داده شده در گزینه ۴، برابر $q = 1/5$ است. بنابراین گزینه ۴، پاسخ صحیح است.

۱۶ اگر جمله اول یک دنباله هندسی a_1 و قدر نسبت آن q باشد جمله n ام این دنباله برابر $a_n = a_1 q^{n-1}$ می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} a_5 = a_1 q^4 \\ a_3 = a_1 q^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5 - a_3 = a_1 q^4 - a_1 q^2 = a_1 (q^4 - q^2) = a_1 \left(\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right) = \frac{1}{32}$$

$$\Rightarrow a_1 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4} \right) = \frac{-3}{16} a_1 = \frac{1}{32} \Rightarrow a_1 = \frac{-1}{6}$$

پس گزینه ۲ درست است.

$$a_1 + a_3 = 1/5(a_2 + a_4) \Rightarrow a_1 + a_1 q^2 = \frac{1}{5}(a_1 q + a_1 q^3) \Rightarrow a_1(1 + q^2) = \frac{1}{5}(a_1 q(1 + q^2))$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{5}q \Rightarrow q = \frac{1}{5}$$

بنابراین گزینه ۳، پاسخ صحیح است.

۱۸ اگر m واسطه هندسی بین دو عدد a و b باشد در اینصورت $m^2 = ab$ یا $m = \sqrt{ab}$ بنابراین این واسطه هندسی بین

$\sqrt{15}$ و $\sqrt{240}$ برابر است با:

$$m = \sqrt{\sqrt{240} \times \sqrt{15}} = \sqrt{\sqrt{16 \times 15 \times 15}} = \sqrt{4 \sqrt{15} \times \sqrt{15}} = \sqrt{4 \times 15} = 2\sqrt{15}$$

یعنی گزینه ۴ صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۹)

می‌دانیم جمله n ام از یک دنباله هندسی با قدر نسبت r برابر است با: $a_n = a_1 \times r^{n-1}$. پس:

$$\begin{cases} a_5 = \frac{16}{9} \\ a_7 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_5 = a_1 \times r^4 = \frac{16}{9} \\ a_7 = a_1 \times r^6 = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_5}{a_7} = \frac{a_1 \times r^4}{a_1 \times r^6} = r^2 = \frac{\frac{16}{9}}{6} = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جملات هشتم و چهاردهم دنباله را حساب می‌کنیم. می‌دانیم جمله عمومی دنباله حسابی با استفاده از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ محاسبه می‌شود. همچنین در دنباله داده شده، جمله اول (a_1) برابر با ۴ و قدر نسبت نیز ۴ می‌باشد، بنابراین:

$$a_8 = 4 + 7 \times 4 = 32, \quad a_{14} = 4 + 13 \times 4 = 56$$

واسطه هندسی دو جمله فوق برابر است با:

$$(a_8 \times a_{14})^{\frac{1}{2}} = 32 \times 56 \Rightarrow \text{واسطه هندسی} = \sqrt{32 \times 56} = \sqrt{4 \times 8 \times 7 \times 8} = 8 \times 2\sqrt{7} = 16\sqrt{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دنباله هندسی، جمله n ام به صورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ می‌باشد که q قدر نسبت است. ابتدا جمله اول و قدر نسبت را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_5 = t_1 q^4 \\ t_7 = t_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 q^4 = 8 \\ t_1 q^6 = 16 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 2, t_1 = 2$$

$$\Rightarrow t_{11} = t_1 q^{10} = t_1 (q^2)^5 = 2 \times ((2)^5) = 64$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جمله n ام در دنباله هندسی بصورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ می‌باشد، پس:

$$\begin{cases} t_4 = 24 \\ t_7 = 192 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^3 = 24 \\ t_1 r^6 = 192 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1 r^6}{t_1 r^3} = \frac{192}{24} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$t_1 \times (2)^3 = 24 \Rightarrow t_1 = \frac{24}{8} \Rightarrow t_1 = 3$$



۲۳ برای پیدا کردن قدرنسبت در یک دنباله هندسی کافی است دو جمله متوالی را بر هم تقسیم نماییم. ساده‌ترین جملات، جملات اول و دوم هستند، پس:

$$t_n = \frac{2}{3 \times 2^n} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} \\ n=2 \Rightarrow t_2 = \frac{2}{3 \times (2)^2} = \frac{2}{12} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2}{12}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{2}$$

پس گزینه ۳ درست است.

۲۴ ابتدا قدرنسبت را با تقسیم دو جمله متوالی محاسبه می‌نماییم:

$$q = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

جمله عمومی در دنباله هندسی بصورت $t_n = t_1 \times q^{n-1}$ می‌باشد. پس:

$$t_5 = t_1 \times q^4 = 4 \left(\frac{-3}{2} \right)^4 = 4 \times \frac{81}{16} = \frac{81}{4}$$

پس گزینه ۳ درست است.

۲۵ جمله عمومی یک دنباله هندسی از رابطه $t_n = t_1 q^{n-1}$ بدست می‌آید. لذا $t_5 = t_1 q^4$ و $t_2 = t_1 q^1$ و با توجه به فرض مسأله:

$$t_2 = 27t_5 \Rightarrow t_1 q = 27t_1 q^4 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۲۶ می‌دانیم جمله عمومی یک دنباله هندسی از رابطه $t_n = t_1 q^{n-1}$ بدست می‌آید که در آن جمله اول دنباله می‌باشد. پس:

$$t_5 = t_1 q^4 \Rightarrow -\frac{1}{16} = t_1 \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \Rightarrow -\frac{1}{16} = t_1 \times \frac{1}{16} \Rightarrow t_1 = -1$$

پس گزینه ۲ درست است.



۲۷) واسطه هندسی بین دو عدد a و b برابر با $\sqrt{a \cdot b}$ می باشد، پس:

$$\text{واسطه هندسی} = \sqrt{\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

۲۸) اگر قدر نسبت دنباله حسابی را r در نظر بگیریم، با توجه به جمله های دنباله، داریم:

$$\left. \begin{aligned} 12 + r &= x \\ x + r &= 0 \Rightarrow r = -x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12 - x = x \Rightarrow 12 = 2x \Rightarrow x = 6$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۲۹) می دانیم جمله عمومی هر دنباله حسابی از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)r$ بدست می آید، پس جمله پنجم برابر با

$$a_5 = a_1 + 4r$$

اگر به r ، 2 واحد اضافه نماییم، جمله پنجم برابر با $a'_5 = a_1 + 4(r+2)$ خواهد بود پس:

$$a'_5 = a_1 + 4r + 8 \Rightarrow a'_5 - a_5 = (a_1 + 4r + 8) - (a_1 + 4r) = 8$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

۳۰) در یک دنباله هندسی جمله n ام بصورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ می باشد. پس:

$$t_7 = 8t_5 \Rightarrow t_1 q^6 = 8t_1 q^4 \Rightarrow q = 8q^4 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۳۱) می دانیم که اگر دو عدد با هم مساوی باشند، معکوس آنها نیز با هم برابر است، پس:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

لذا گزینه ۴ صحیح است.

۳۲) در دنباله هندسی، جمله n ام برابر است با $t_n = t_1 \times q^{n-1}$. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} t_4 &= t_1 \times q^3 \\ t_8 &= t_1 \times q^7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_4 \times t_8 = t_1^2 \times q^{10} = (t_1 \times q^5)^2 = (t_6)^2 \Rightarrow$$

$$(t_6)^2 = 8 \Rightarrow t_6 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۳۳) گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جمله n ام در دنباله حسابی با قدر نسبت d به این صورت است:

$$(a_1 + 6d) - (a_1 + 10d) = 12 \Rightarrow -4d = 12 \Rightarrow d = -3$$



ابتدا قدر نسبت را با توجه به جملات اول و پنجم محاسبه می‌کنیم: ۳۴

$$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow 52 = -12 + 4d \Rightarrow d = 16$$

$$-12, 4, 20, 36, 52$$

پس دنباله مذکور بصورت زیر می‌باشد:

یعنی جملات مذکور ۴، ۲۰، ۳۶ بوده که حاصل جمع آنها ۶۰ می‌باشد. لذا گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

جمله اول $a = 2$ و قدر نسبت $d = 3$ می‌باشد پس برای محاسبه a_n داریم: ۳۵

$$\left. \begin{array}{l} d = 3 \\ a_1 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 56 = 2 + (n-1)3 \Rightarrow 3n = 57 \Rightarrow n = 19$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$t_x = 1 + 2x \Rightarrow t_1 = 1 + 2 = 3, t_2 = 1 + 4 = 5, t_3 = 1 + 6 = 7$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 + t_3 = 3 + 5 + 7 = 15$$

گزینه ۱ صحیح است. ۳۶

یادآوری: x واسطه هندسی دو عدد a و b است به شرطی که $x = \sqrt{ab}$ و یا $x^2 = ab$ باشد. در این سؤال: ۳۷

$$x^2 = (2^3 \times 5 \times 7^2) \times (2 \times 5^3 \times 11^2) = 2^4 \times 5^4 \times 11^2 \times 7^2 \Rightarrow x = 2^2 \times 5^2 \times 11 \times 7 = 7700$$

گزینه ۱ جواب صحیح است.

سه عدد زوج متوالی را می‌توان بصورت $2n-2, 2n, 2n+2$ نشان داد، پس مجموع آنها ۳۸

$$2n-2 + 2n + 2n+2 = 6n$$

$$d = t_n + 1 - t_n = 3$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$$

بنابه تعریف دنباله حسابی داریم: ۳۹

بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح است.

می‌دانیم اگر X و Y و Z سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، $2Y = X + Z$ است. پس در این سؤال: ۴۰

$$42 = 2a + 14 \Rightarrow a = 14$$

بنابراین دنباله حسابی به صورت $\dots, 14, 21, 28, 35, \dots$ می‌باشد. لذا گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا قدر نسبت را محاسبه می‌کنیم چون t_1, t_5 داده شده پس برای جمله پنجم داریم: ۴۱

$$t_n = t_1 q^{n-1} \Rightarrow 8q^4 = \frac{81}{2} \Rightarrow q^4 = \frac{81}{16} \Rightarrow |q| = \frac{3}{2}$$

$$\text{حاله دوم دنباله} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

حال که قدر نسبت محاسبه گردید، جمله دوم را محاسبه می‌کنیم:



۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سه عدد a و b و c جملات متوالی از تصاعد هندسی باشند، داریم: $b^2 = a \cdot c$. بنابراین در این سؤال که a و $a + 8d$ و $a + 48d$ سه جمله تصاعد هندسی هستند:

$$(a + 8d)^2 = a(a + 48d) \Rightarrow 64d^2 = 32ad \Rightarrow a = 2d \Rightarrow \text{جملات: } 2d, 10d, 50d$$

بنابراین قدر نسبت برابر ۵ بوده و گزینه ۳ صحیح است.

روش دوم: اگر a_m, a_n, a_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می دهند آن گاه

$$q = \frac{p - n}{n - m} \text{ است.}$$

$$a_1, a_9, t_{49} \Rightarrow q = \frac{49 - 9}{9 - 1} = \frac{40}{8} = 5$$

۴۳

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

در دنباله هندسی جمله n ام برابر است با:

$$t_4 = t_1 \times q^3$$

$$t_6 = t_1 \times q^5$$

$$t_4 \times t_6 = t_{10} \Rightarrow (t_1)^2 \times q^8 = t_1 \times q^9 \Rightarrow \underline{t_1 = q} \Rightarrow t_1 - q = 0$$

$$t_{10} = t_1 \times q^9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۴

عدد x را واسطه هندسی دو عدد a و b گویند اگر $x^2 = ab$ پس:

$$x^2 = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۵

چون قدر نسبت دو دنباله با یکدیگر برابر است، پس نسبت دو جمله مقداری ثابت است زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} a_n = aq^{n-1} \\ a'_n = a'q^{n-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a'_n}{a_n} = \frac{a'q^{n-1}}{aq^{n-1}} \Rightarrow \frac{a'_n}{a_n} = \frac{a'}{a} \left. \begin{array}{l} \frac{a'_n}{a_n} = \frac{a'}{a} \\ a' = 2a \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a'_n}{a_n} = \frac{2a}{a} = 2$$

بنابراین نسبت جمله n ام یک دنباله ۲ برابر جمله n ام دنباله دیگر است. پس گزینه ۱ درست است.



طبق فرض سوال داریم: ۴۶

$$\left. \begin{array}{l} t_4 = \frac{2}{3^4} \\ t_6 = \frac{2}{3^6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{t_4}{t_6} = \frac{\frac{2}{3^4}}{\frac{2}{3^6}} = 3^2 = 9$$

پس جمله‌ی چهارم ۹ برابر جمله‌ی ششم می‌باشد یعنی گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۲۵, x, ۳۵, y, ...

جمله اول = ۱۲۵ $\Rightarrow a_1 = 125$

جمله سوم = ۳۵ $\Rightarrow a_3 = 35$

$a_3 = a_1 + 2d$

$$\Rightarrow 35 = 125 + 2d \Rightarrow -90 = 2d \Rightarrow d = -45$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$\Rightarrow y = 35 - 45 = -10$$

جمله چهارم $y = a_3 + d$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{5}{3} \\ a_5 = \frac{5}{12} = a_1 \cdot q^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{5}{3} \times q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{2}$$

$$b = a_3 = a_1 \cdot q^2 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۹)

$$a_4, a_6, a_{12} \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} a_6^2 = a_4 \times a_{12}$$

$$\Rightarrow q = \frac{a_6}{a_4} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + 3d} = \frac{-2d + 5d}{-2d + 3d} = 3 \quad (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 25d^2 = a_1^2 + 14a_1d + 33d^2$$

$$\Rightarrow 4a_1d = -8d^2 \Rightarrow a_1 = -2d$$

روش دوم: اگر a_m, a_n, a_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می دهند آن گاه $q = \frac{p-n}{n-m}$ است.

$$a_4, a_6, a_{12} \Rightarrow q = \frac{12-6}{6-4} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دنباله‌ی فوق یک دنباله حسابی با جمله‌ی اول ۲ و قدرنسبت ۲ می‌باشد پس: (۵۰)

$$\left. \begin{aligned} a_n &= 2 + 2(n-1) \\ a_{n-1} &= 2 + 2(n-2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_n + a_{n-1} = 4 + 2(n-1 + n-2) = 4n - 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۵۱)

روش اول: شرط این که سه عدد a و b و c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله عددی باشند باید $d = b - a = c - b$ باشد. بنابراین:

$$(3p + 4) - (2p + 3) = (5p - 1) - (3p + 4)$$

$$p + 1 = 2p - 5 \Rightarrow p = 6$$

$$d = (3p + 4) - (2p + 3) = p + 1 \xrightarrow{p=6} d = 6 + 1 = 7$$

روش دوم: شرط این که سه عدد a و b و c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله عددی باشند باید:

$$2(3p + 4) = (2p + 3) + (5p - 1) \Rightarrow p = 6 \Rightarrow 15, 22, 29 \Rightarrow d = 7$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۵۲)

$$\begin{cases} a_{12} - a_{10} = 5 \\ a_{12} + a_{10} = 25 \end{cases} \Rightarrow a_{12} = 15, a_{10} = 10 \Rightarrow d = \frac{a_{12} - a_{10}}{12 - 10} = \frac{5}{2}$$

$$d = \frac{a_{21} - a_{10}}{21 - 10} \Rightarrow a_{21} = a_{10} + 11d = 10 + 11\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$$



۵۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا بر اساس داده‌های تست، قدرنسبت دنباله را به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \Rightarrow d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = \frac{9 - 5}{2} \Rightarrow d = 2$$

از طرفی می‌دانیم a_8 واسطه‌ی حسابی a_7 و a_9 است و در نتیجه $a_7 + a_9 = 2a_8$ ، بنابراین:

$$a_7 + a_8 + a_9 = 2a_8 + a_8 = 3a_8 = 3(a_1 + 7d) = 3(5 + 7(2)) = 3 \times 19 = 57$$

۵۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a + d, a + 4d, a + 11d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2$$

$$4ad = 5d^2 \Rightarrow d = \frac{4}{5}a \Rightarrow a + \frac{4}{5}a, a + 4 \times \frac{4}{5}a \Rightarrow q = \frac{\frac{9}{5}a}{\frac{9}{5}a} = \frac{7}{3}$$

$$q = \frac{12 - 5}{5 - 2} = \frac{7}{3}$$

راه دوم:

$$q = \frac{p - m}{m - n} \quad \text{نکته: اگر } a_n, a_m, a_p \text{ از یک دنباله‌ی حسابی سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه:}$$

۵۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a + b = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 5/2$$

۵۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$t_5^2 = t_1 t_{11} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = t_1(t_1 + 10d) \Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 16d^2 = t_1^2 + 10t_1 d$$

$$2d(8d - t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = 8d \Rightarrow t_1 = 8d, t_5 = 12d, t_{11} = 18d$$

$$\Rightarrow q = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: اگر t_m, t_n, t_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می‌دهند آن‌گاه

$$q = \frac{p - n}{n - m} \text{ است.}$$

$$t_1, t_5, t_{11} \Rightarrow q = \frac{11 - 5}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر t_3 و t_7 و t_9 جملات دنباله حسابی و a_1 ، a_3 ، a_9 جملات متوالی دنباله هندسی باشند. در این صورت:

$$\begin{aligned} a_9^2 &= a_1 a_3 \Rightarrow t_9^2 = t_3 t_3 \Rightarrow (t_1 + 8d)^2 = (t_1 + 2d)(t_1 + 8d) \Rightarrow \\ &\Rightarrow t_1^2 + 16t_1 d + 64d^2 = t_1^2 + 10t_1 d + 16d^2 \\ &\Rightarrow 6t_1 d + 48d^2 = 0 \Rightarrow 6d(t_1 + 8d) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} t_1 + 8d = 0 \Rightarrow t_{11} = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$\begin{cases} a_5 + a_6 = 3 \\ a_8 + a_9 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d + a_1 + 5d = 3 \\ a_1 + 7d + a_1 + 8d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 9d = 3 \\ 2a_1 + 15d = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \frac{-5}{6}, a_1 = \frac{21}{4}$$

$$a_{13} + a_{15} = a_1 + 12d + a_1 + 14d = 2(a_1 + 13d) = 2\left(\frac{21}{4} - \frac{65}{6}\right) \Rightarrow a_{13} + a_{15} = \frac{-67}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۹

$$\begin{cases} 2, 7, 12, 17, 22, \dots \Rightarrow d_1 = 5 \\ 8, 11, 14, 17, 20, \dots \Rightarrow d_2 = 3 \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک عدد ۱۷ است و کم‌قدرنسبت‌ها یعنی عدد ۱۵ قدرنسبت دنباله‌ی مشترک است.

$$C_n = C_1 + (n-1)d_3$$

$$C_n = 17 + (n-1)(15) = 15n + 2$$

$$100 < 15n + 2 < 999 \xrightarrow{-2} 98 < 15n < 997 \xrightarrow{\div 15} 6/5 < n < 66/4$$

$$\Rightarrow n = 7, 8, 9, \dots, 66$$

تعداد این جملات برابر است با: $66 - 7 + 1 = 60$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: ۶۰

$$a + aq + aq^2 = 19$$

$$a^3 q^3 = 216 \Rightarrow aq = 6$$

$$a + 6 + 6q = 19 \Rightarrow a + 6q = 13 \Rightarrow \frac{6}{q} + 6q = 13 \Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

$$a = 4 \text{ یا } a = 9 \Rightarrow aq^2 - a = 9 - 4 = 5$$

روش دوم: در یک دنباله هندسی اگر a, b, c سه جمله متوالی باشند، آن‌گاه داریم: $b^2 = ac$

$$\begin{cases} a+b+c=19 \\ abc=216 \end{cases} \xrightarrow{b^2=ac} b^2 \times b = 216 \Rightarrow b^3 = 216 \Rightarrow b = 6$$

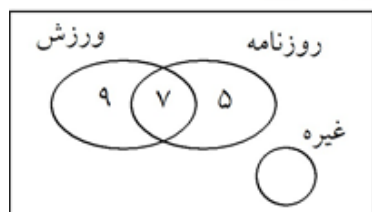
بنابراین به جای b عدد ۶ قرار می‌دهیم و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} a+b+c=19 \\ abc=216 \end{cases} \xrightarrow{b=6} \begin{cases} a+6+c=19 \\ a \times 6 \times c = 216 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+c=13 \\ a \times c = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ c=9 \end{cases}$$

$$4, 6, 9 \Rightarrow c - a = 9 - 4 = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$M = 39$$



$$\text{غیره} = \text{کل} - \text{اجتماع ورزش و روزنامه} = 39 - [9 + 5 - 7] = 18$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(\text{کل}) - n(A \cup B) \\ &= n(\text{کل}) - \underbrace{[n(A) + n(B) - n(A \cap B)]}_{\text{فقط ورزش}} = 39 - [12 + 9] = 18 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۲

مجموعه‌ای که «اعضای آن عضو هیچ گروهی نیستند»، متمم مجموعه‌ای است که «اعضا آن حداقل در یکی از گروه‌ها هستند». بنابراین داریم:

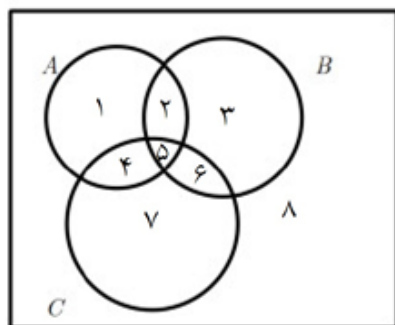
$$\begin{aligned} \text{تعداد افرادی که حداقل در یک گروه هستند} &= n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 15 + 12 - 7 = 20 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد افرادی که در هیچ گروهی نیستند} = 42 - 20 = 22$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واضح است که سه گزینه‌ی دیگر درست هستند. ۶۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۴



$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) \\ = \{1, 4\} \cup \{1, 4, 7, 8\} = B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \neq \emptyset$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$A - (A - B) = A \cap B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$B \cap (A \cap B)' = B \cap (A' \cup B') = (B \cap A') \cup (B \cap B') = (B - A) \cup \emptyset = B - A$$

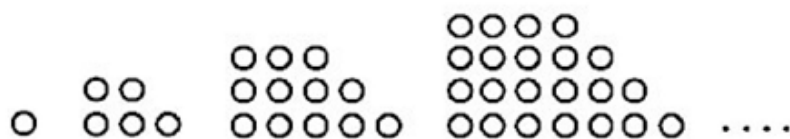
$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B - A) = B$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$\text{عدد آخر دسته ها } 1, 5, 11, 19, \dots \Rightarrow a_n = n^2 + n - 1$$

$$\xrightarrow{n=40} a_{40} = 40^2 + 40 - 1 = 1600 + 39 = 1639$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۸



$$1^2 + 0, 2^2 + (1 + 0), 3^2 + (2 + 1 + 0), 4^2 + (3 + 2 + 1 + 0), \dots$$

$$a_n = n^2 + (1 + 2 + \dots + (n-1)) = n^2 + \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow a_9 = 9^2 + \frac{9 \times 8}{2} = 81 + 36 = 117$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$3, 4, 6, 10, 18, 34, 66, 130, \dots \Rightarrow a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$a_3 = 2a_2 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$a_4 = 2a_3 + 1 = 15 \quad a_5 = 2 \times 15 + 1 = 31 \quad a_6 = 2 \times 31 + 1 = 63 \quad a_7 = 2 \times 63 + 1 = 127$$

$$a_8 = 2 \times 127 + 1 = 254 + 1 = 255$$



$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۷۱

$$a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1} \Rightarrow a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{1}{\frac{k-m}{m}} = \frac{m}{k-m}$$

$$\Rightarrow a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{1}{\frac{m-k+m}{k-m}} = \frac{k-m}{2m-k}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۲

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 15: a_{16} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \Rightarrow \frac{1597}{987} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \Rightarrow \frac{1}{a_{15}} = \frac{1597}{987} - 1 = \frac{610}{987} \Rightarrow a_{15} = \frac{987}{610} \\ n = 14: a_{15} = \frac{1}{a_{14}} + 1 \Rightarrow \frac{987}{610} = \frac{1}{a_{14}} + 1 \Rightarrow \frac{1}{a_{14}} = \frac{987}{610} - 1 = \frac{377}{610} \Rightarrow a_{14} = \frac{610}{377} \end{array} \right.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۳

$$a_2 = 2$$

$$\begin{array}{l} a_3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \quad a_6 = \frac{13}{8} \\ a_4 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \Rightarrow a_7 = \frac{21}{13} \Rightarrow a_9 = \frac{55}{34} \\ a_5 = \frac{8}{5} \quad a_8 = \frac{34}{21} \quad a_{10} = \frac{89}{55} \end{array}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۷۴

$$\text{دنباله حسابی: } \begin{cases} a_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دنباله جملات مشترک دو دنباله حسابی اولین جمله مشترک، جمله اول و ک م م قدرنسبت ها، قدرنسبت دنباله مشترک می باشد.

۷۵

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n: 2, 9, 16, 23, 30, \textcircled{37} \\ b_n: 12, 17, 22, 27, 32, \textcircled{37} \end{array} \right. \Rightarrow \text{اولین جمله مشترک}$$

$$d = [5, 7] = 35 \Rightarrow c_n = 37 + (n-1)(35) \Rightarrow c_n = 35n + 2$$

$$100 \leq 35n + 2 < 300 \Rightarrow 98 \leq 35n < 298$$

$$\Rightarrow \frac{98}{35} \leq n < \frac{298}{35} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 3 \leq n \leq 8$$

بنابراین ۶ عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است.



$$r^2 = \frac{a_5}{a_3} = \frac{4x}{x} = 4 \Rightarrow r = \pm 2 \Rightarrow r = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = ry, z = rx \Rightarrow z = 2x, y = \frac{x}{2}$$

متغیر y واسطه‌ی هندسی x و $x - \frac{3}{2}$ است:

$$y^2 = x \left(x - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow \frac{x^2}{4} = x^2 - \frac{3x}{2} \xrightarrow{\times 4} x^2 = 4x^2 - 6x \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ غ ق ق} \\ x = 2 \Rightarrow y = 1, z = 4 \Rightarrow |x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7 \end{cases}$$

$$a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 10d \quad (1) \text{ رابطه}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} b^2 = ac \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 10d)$$

روش اول:

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 20d^2 \Rightarrow 16d^2 = 0 \Rightarrow d(16d) = 0$$

$$a_1 = \frac{6}{5}d \xrightarrow{\text{در رابطه (1)}} \frac{16}{5}d, \frac{36}{5}d, \frac{16}{5}d \Rightarrow q = \frac{36d}{16d} = \frac{9}{4}$$

$$a_3, a_7, a_{16} \Rightarrow q = \frac{9}{4}$$

روش دوم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$a + 2d, a + 4d, a + 8d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 8d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2$$

$$= a^2 + 10ad + 16d^2 \Rightarrow 2ad = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 0, a_5 = 7$$

$$d = \frac{7-0}{5-1} = \frac{7}{4} \Rightarrow a_{1,1} = a_1 + 10d = 7 \times 2.5 = 17.5$$

$$r = \frac{9-5}{5-3} = 2, a_3, a_5, a_9 \Rightarrow a_9 = ra_5 = 14$$

روش دوم:

$$\Rightarrow d = \frac{14-7}{9-5} = \frac{7}{4} \Rightarrow \dots$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع جملات a_n تا a_9 را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + \dots + a_9 &= (a_0 + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8) \\ &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + (1 + a + 1 + a + 2 + a) \\ &= 25 + 3a = 19 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \begin{cases} a_{30} = 2^{10} = 1024 \\ a_{29} = \left[\frac{29}{9+2} \right] - 2 = 2 - 2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات } 29 \text{ و } 30 = \frac{a_{29} + a_{30}}{2} = \frac{2^{10}}{2} = 2^9 = 512$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چند جمله‌ای اول دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n: -1, 3, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \frac{11}{9}, \dots = \frac{+1}{-1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2n-1}{2n-3} \Rightarrow a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{199}$$

$$= (-1) \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{197}{195} \times \frac{199}{197} = (-1) \times 199 = -199$$

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس

