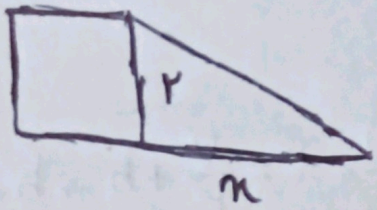
www.konkur.in

پاسخنامه ریاضی و آمار کنکور ۱۴۰۱ توسط آردین حسینی مولف کتاب های تلمیچی (جمعبندی سال اول و دوم، نوروز، چهارسطحی)

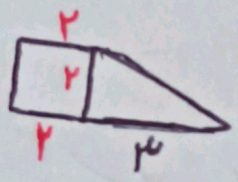
۱۰۱.



$$\text{مساحت مربع} = \frac{1}{3}(\text{مساحت مثلث}) + 3$$

$$\begin{cases} \text{مساحت مربع} = 2\times 2 = 4 \\ \text{قاعده مثلث} = x \Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \dfrac{2\times x}{2} = x \end{cases} \Rightarrow 4 = \frac{1}{3}(x) + 3 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1$$

$$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow \text{پس}$$



$$\Rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(2+5)\times 2}{2} = 7$$

۱۰۲.

$$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2 \xrightarrow{\times (x-2)(x+3)} x(x+3) - 3(x-2) = 2(x-2)(x+3)$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 3x + 6 = 2x^2 + 2x - 12 \Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -18 \end{cases} \Rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها } P = \frac{c}{a} = \frac{-18}{1} = -18$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

« ۱۰۳

نوشتن معادلهٔ خط

$$\begin{matrix}(1,-4)\\(-1,3)\end{matrix} \Rightarrow a=\frac{3-(-4)}{-1-1}=\frac{7}{-2}=-\frac{7}{2}$$

$$y=ax+b \xrightarrow[a=-\frac{7}{2}]{} y=-\frac{7}{2}x+b \xrightarrow{(-1,3)} 3=\frac{7}{2}+b \to b=-\frac{1}{2}$$

$$S_0 \Rightarrow y=-\frac{7}{2}x-\frac{1}{2} \xrightarrow{(-2,a)} f(-2)=a \Rightarrow -\frac{7}{2}(-2)-\frac{1}{2}=7-\frac{1}{2}$$

$$=6/5$$

« ۱۰۴

تابع از نظر زوج مرتب: اگر مؤلفهٔ اول تکراری باشد، مؤلفهٔ دوم نیز باید تکراری باشد، پس:

$$\begin{cases}x+y=5\\x-2y=-7\end{cases} \xrightarrow[\text{دستگاه}]{\text{حل}} 3y=+12 \Rightarrow y=4 \text{ , } x=1$$

نسبت خواسته شده:

$$\frac{x^2+y^2}{-x-4y}=\frac{(1)^2+(4)^2}{-1-4(4)}=\frac{17}{-17}=-1$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۰۵

$(f(x))$

تابع همانی $y=x \Rightarrow |a|-|b|=1$

ثابت $g(x) \Rightarrow b^2-1=0 \rightarrow b=\pm 1$

$|a|=2 \Rightarrow a=\pm 2$

$(f-g)_{(x)}=x+5 \xrightarrow[g(x)=(a^2+1)c]{f(x)=x} x-(a^2+1)c=x+5$

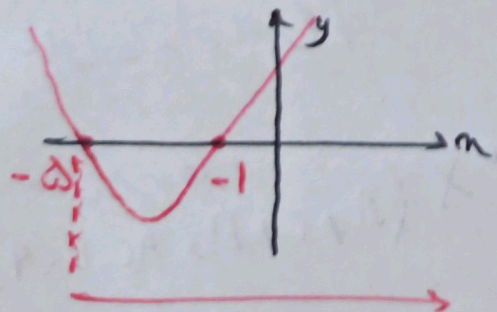
$\Rightarrow (a^2+1)c=-5 \Rightarrow c=\frac{-5}{a^2+1} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow c=\frac{-5}{5}=-1 \Rightarrow ac=-2 \\ a=-2 \rightarrow c=\frac{-5}{5}=-1 \Rightarrow ac=+2 \end{cases}$

گزینه ۲ صحیح است

«۱۰۶

برای آنکه طول نقاط مشترک دو نمودار نامنفی (مثبت یا صفر) باشند، ریشه‌های سمت چپ باید نامنفی باشند، پس:

$y=x^2+6x+5 \Rightarrow$ ریشه‌ها: $a+c=b \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-\frac{c}{a}=-5 \end{cases}$



۵ واحد به طرف راست.

پاسخ:

forum.konkur.in

www.konkur.in

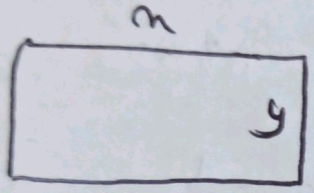
۱۰۷)

$$f(x)=[1-3x] \Rightarrow \begin{cases} f(-0/7)=[1-3(-0/7)]=[3/1]=3 \\ f(-0/07)=[1-3(-0/07)]=[1/21]=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-0/7)-f(-0/07)=3-1=2$$

---

۱۰۸)



$$2x+2y=30 \Rightarrow x+y=15$$

مشابه سالهای گذشته!

$$x.y_{max} \Rightarrow x=y=\frac{15}{2}=7/5$$

$$\Rightarrow \text{مساحت}=7/5\times 7/5=56/25$$

نکته‌ی تستی:

$$\begin{cases} \bigcirc+\square=\text{☁} \\ \bigcirc\times\square_{max} \end{cases} \Rightarrow \bigcirc=\square=\frac{\text{☁}}{2}$$

---

۱۰۹)

$$\bar{x}=\frac{A+B+C+D}{4}=\frac{9+A+C+D}{4}$$

میانگین می‌تواند عددی باشد.

گزینه‌ی ۱: $\Rightarrow \bar{x}=8 \Rightarrow 8=\frac{9+A+C+D}{4} \Rightarrow A+C+D=23$ ✗

بررسی گزینه‌ها: $(A\neq C\neq D,\ A,C,D<9)$

گزینه‌ی ۳: $\Rightarrow \bar{x}=3 \Rightarrow 3=\frac{9+A+C+D}{4} \Rightarrow A+C+D=3$ ✗

گزینه‌ی ۴: $\bar{x}=2 \Rightarrow 2=\frac{9+A+C+D}{4} \Rightarrow A+C+D=-1$ ✗

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۱۰

زاویهٔ بین هر دو شعاع متوالی = $\frac{۳۶۰}{\text{تعداد متغیرها}}$ $\xrightarrow{\text{زاویه} = ۴۵^\circ}$ $۴۵ = \frac{۳۶۰}{n} \Rightarrow n = ۸$

«۱۱۱

از شش گزینه‌ی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد، پس:

$((۳P \Rightarrow ۹) \wedge (P \Rightarrow ۳۹)) \Rightarrow P$

T F

پس P باید نادرست باشد، و گزینه‌ی مربوط به (P ، ۹ نادرست) جواب است، اما ادامهٔ حل را هم ببینید:

$(۳P \Rightarrow ۹) \wedge (P \Rightarrow ۳۹) \equiv T$ $\begin{cases} ۳P \Rightarrow ۹ \equiv T \\ P \Rightarrow ۳۹ \equiv T \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} P \equiv F \\ ۹ \equiv T \end{cases}$ ← پس P ، ۹ نادرست است.

«۱۱۲

اگر کل داده‌ها را در عددی ضرب کنیم میانگین و میانه نیز در آن عدد ضرب می‌شود، پس خط مقدر با استفاده از میانگین (a) و میانه (b) ، ۴ برابری شود.

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۱۳» سود شرکت $P(x) = ۲۰۵x - (x^۲ + ۲x + ۶۰۰) = -x^۲ + ۲۰۳x - ۶۰۰$

$P(x) = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲۰۳x + ۶۰۰ = ۰ \longrightarrow (x-۲۰۰)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲۰۰ \checkmark \\ x = ۳ \end{cases}$

$\Rightarrow R(x) = ۲۰۵x \xrightarrow{x=۲۰۰} R(۲۰۰) = ۲۰۵(۲۰۰) = ۴۱۰۰۰$

پ درآمد شرکت ۴۱ هزار ریال است.

«۱۱۴»

مرتب کردن داده‌ها و پیدا کردن چارک‌ها:

۲، ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰، ۱۲

Q_1 چارک اول — Q_2 میانه — Q_3 چارک سوم

$\Rightarrow$ اولیه $R = \max - \min = ۱۲ - ۲ = ۱۰$

حذف داده‌های کوچکتر از Q_1 و حذف داده‌های بزرگتر از Q_3 $\longrightarrow$ ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰ $\Rightarrow$ ثانویه $R = ۱۰ - ۲ = ۸$

درصد تغییرات $= \dfrac{\text{اولیه} - \text{ثانویه}}{\text{اولیه}} \times ۱۰۰ = \dfrac{۸ - ۱۰}{۱۰} \times ۱۰۰ = -۲۰\%$

یعنی ۲۰ درصد کاهش.

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۱۵»

می دانیم تعداد زیر مجموعه های ۲ عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{2}$ است،

از طرفی گفته شده، زیر مجموعه ۴ عضوی انتخابی شامل عدد ۸ باشد پس ما باید ۳ عدد دیگر

را انتخاب کنیم اما از میان $\{0,1,2,6,9\}$ چون گفته شامل ۴ نباشد،

$$\binom{5}{3} = 10$$

پس:

«۱۱۶»

$$n(S) = 5! = 120$$

$$n(A) = \begin{cases} \checkmark - - \checkmark - - = 3! \times 2! = 12 \\ \text{یا} \\ - \checkmark - - \checkmark = 3! \times 2! = 12 \end{cases}$$

دروازه بان و کاپیتان

$$\xrightarrow[+]{\text{اصل جمع}} n(A) = 24$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۱۷

$a_1 = 1$

$n=1 \rightsquigarrow a_2 = \frac{1}{1+a_1} = \frac{1}{2}$

$n=2 \rightsquigarrow a_3 = 1$

$n=3 \rightsquigarrow a_4 = \frac{1}{1+a_3} = \frac{1}{2}$

$n=4 \rightsquigarrow a_5 = 1$

$a_{\text{فرد}} = 1$

$a_{\text{زوج}} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow a_{100} = \frac{1}{2}$

«۱۱۸

$a_1 = 4$

$a_5 = 11 \Rightarrow a_5 - a_1 = 11 - 4 \Rightarrow 4d = 8 \Rightarrow d = 2$

$\Rightarrow a_{10} = a_5 + 5d = 11 + 5(2) = 21$

ب

(روش دوم) $a_n = 2n + 1 \Rightarrow a_{10} = 2(10) + 1 = 21$

forum.konkur.in

www.konkur.in

«۱۱۹

دنباله هندسی $\Rightarrow a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a_8}{a_4} = 81 \Rightarrow \frac{a_1 \times r^7}{a_1 \times r^3} = 81 \\ \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r = 3 \\ a_3 = -18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_3 = -18 \Rightarrow a_1 \times r^2 = -18 \Rightarrow a_1 \times (3)^2 = -18 \Rightarrow a_1 = -2$$

$\times 3$

جمله‌ها: $-2, -6, -18, -54, -162, -486, -1458$

a_5 ↓ , a_7 ↓

$$a_5 - a_7 = -162 - (-1458) = 1296$$

۱۲۰.

$$\sqrt[3]{216} + \sqrt{288} - \sqrt{36} - \sqrt{162}$$

$$= 6 + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

forum.konkur.in