

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۱۷



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۶۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	حسابان ۱	ریاضیات ۱
	۳۵	۲۱	۱۵	هندسه ۲	
	۵۰	۳۶	۱۵	آمار و احتمال	



## حسابان (۱)

- ۱- حداقل چند جمله اول دنباله  $1, 6, 10, \dots$  را جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟  
 (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴
- ۲- اگر مجموع چهار جمله اول یک دنباله هندسی برابر ۱۷۶ و مجموع هشت جمله اول آن برابر ۱۸۷ باشد، جمله اول چند برابر جمله سوم است؟  
 (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)  $\frac{1}{4}$
- ۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جوابهای معادله  $x^2 + 3x - 2 = 0$  باشند، حاصل  $|\alpha| - |\beta|$  کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{17} - 3$  (۲) ۳ (۳)  $\sqrt{17} + 3$  (۴)  $\sqrt{17}$
- ۴- مجموع ریشههای معادله  $\sqrt{1-x} + \sqrt{x+8} = 3$  کدام است؟  
 (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) -۷
- ۵- اگر در یک مستطیل با طول  $L$  و عرض  $W$  رابطه  $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$  برقرار و طول مستطیل  $2\sqrt{5} + 2$  باشد، محیط مستطیل کدام است؟  
 (۱)  $2\sqrt{5} + 6$  (۲)  $8\sqrt{5} + 16$  (۳)  $4\sqrt{5} + 12$  (۴)  $4\sqrt{5} + 8$
- ۶- دو برابر فاصله چه xهایی از ۴- بزرگتر از ۳ است؟  
 (۱)  $(-\frac{5}{2}, \frac{11}{2})$  (۲)  $(\frac{5}{2}, \frac{11}{2})$  (۳)  $(-\frac{11}{2}, -\frac{5}{2})$  (۴)  $(-\infty, -\frac{11}{2}) \cup (-\frac{5}{2}, +\infty)$
- ۷- سه رأس یک مثلث  $A(1, -1)$  و  $B(3, 7)$  و  $C(0, 5)$  است. امتداد میانه CM محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟  
 (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۸- اگر  $-\frac{1}{6} < x < \frac{3}{4}$  باشد، حاصل عبارت  $[x + \frac{1}{6}] + [x - \frac{3}{4}]$  چقدر است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)  
 (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲
- ۹- اگر  $f = \{(4, 1), (5, -1), (2, 2)\}$  و  $g = \{(4, 2), (5, 3), (2, a)\}$  و  $f - g = \{(a, -1), (5, 4b), (2, c)\}$  باشد، آن‌گاه مقدار  $abc$  چقدر است؟  
 (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) -۳
- ۱۰- اگر  $f(\frac{x-1}{x}) = \frac{x}{2x+1}$  باشد،  $f(2) + f^{-1}(\frac{1}{3})$  چقدر است؟  
 (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱
- ۱۱- چند مقدار طبیعی در نامعادله  $3^{x+2} - 9 < 3^{2x} - 3^x$  صدق می‌کند؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌نهایت
- ۱۲- اگر  $\log_p x + \log_p(x+1) = 3$  باشد، حاصل  $\log_p(3x^2 + 3x + 3)$  کدام است؟  
 (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳



-۱۳ اگر  $A = \left(\frac{1}{\log_9 12} + \frac{1}{\log_9 12}\right) \times 3^{\log_3 \sqrt{3}^5}$  مقدار A کدام است؟

- ۴۵ (۱)      ۷۵ (۲)      ۱۰۰ (۳)      ۵۰ (۴)

-۱۴ مقدار عبارت  $A = \sqrt{3} \cot \frac{10\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{79\pi}{4}$  چقدر است؟

- صفر (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      -۱ (۴)

-۱۵ اگر  $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$  باشد، مجموع مقادیر  $\tan \alpha$  چقدر است؟

- ۲ (۱)       $\frac{5}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{2}{5}$  (۴)

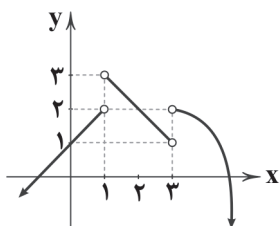
-۱۶ اگر  $\alpha$  حاده و  $\beta$  منفرجه و  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  و  $\cos \beta = \frac{-3}{5}$  باشد، حاصل  $\sin(\pi - \alpha - \beta)$  چقدر است؟

- $-\frac{56}{65}$  (۱)       $\frac{56}{65}$  (۲)       $-\frac{16}{65}$  (۳)       $\frac{16}{65}$  (۴)

-۱۷ بیشترین مقدار تابع  $y = \sin^2 x - |\sin x|$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۳)      صفر (۴)

-۱۸ با توجه به نمودار تابع  $f(x)$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{3})^+} f(\frac{1}{x}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x^2)$  کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

سایت کنکور

-۱۹ حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2} \sin x - 1}$  کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)      صفر (۲)      ۱ (۳)      -۱ (۴)

-۲۰ اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  پیوسته باشد،  $4a + 2b$  کدام گزینه است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

صفر (۱)      ۱ (۲)

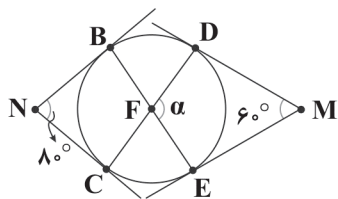
۲ (۳)      -۱ (۴)

محل انجام محاسبات



## هندسه (۲)

۲۱- در شکل زیر از نقاط  $N$  و  $M$  بر دایره مماس رسم شده است. اندازهی زاویه  $\alpha$  کدام است؟



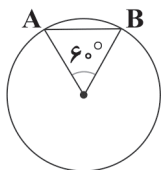
(۱)  $115^\circ$

(۲)  $110^\circ$

(۳)  $70^\circ$

(۴)  $75^\circ$

۲۲- در دایره‌ی زیر به شعاع ۴ واحد، اختلاف طول  $\widehat{AB}$  و وتر  $AB$  کدام است؟



(۲)  $4\left(\frac{\pi}{3}-1\right)$

(۱)  $4\left(1-\frac{\pi}{6}\right)$

(۴)  $4\left(\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\right)$

(۳)  $4\left(\frac{2\pi}{3}-1\right)$

۲۳- شعاع دو دایره‌ی خارج هم، به ترتیب ۲۳ و ۷ سانتی‌متر است. اگر زاویه‌ی بین مماس داخل و خط‌المركزین دو دایره  $60^\circ$  درجه باشد، طول

خط‌المركزین دو دایره کدام است؟

(۴)  $10\sqrt{3}$

(۳)  $10\sqrt{2}$

(۲)  $20\sqrt{3}$

(۱)  $20\sqrt{2}$

۲۴- در ربع دایره‌ای به شعاع ۸، دایره‌ای محاط شده است، مساحت آن دایره چقدر است؟

(۴)  $64\pi(\sqrt{2}-1)$

(۳)  $64\pi(1+\sqrt{2})$

(۲)  $64\pi(3-2\sqrt{2})$

(۱)  $64\pi(3+2\sqrt{2})$

۲۵- در مثلث  $ABC$  می‌دانیم که  $r_a = 4$ ،  $2p = 12$  و  $a = 4$  هست، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

(۴) ۶۴

(۳) ۳۲

(۲) ۱۶

(۱) ۸

۲۶- دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، یک چهارضلعی محاطی و محیطی است. اگر نسبت قاعده‌ی بزرگ به کوچک آن ۳ به ۱ و مجموع دو ساق آن ۴ باشد،

مساحت دوزنقه کدام است؟

(۴)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $4\sqrt{3}$

(۲) ۱۲

(۱)  $\sqrt{3}$

۲۷- اگر  $r_a$ ،  $r_b$ ،  $r_c$  شعاع‌های سه دایره‌ی محاطی خارجی مثلث  $ABC$  و  $h_a = \frac{1}{3}$ ،  $h_b = \frac{1}{4}$  و  $h_c = \frac{1}{5}$  ارتفاع‌های نظیر اضلاع آن باشند،

مقدار  $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$  چقدر است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۷

۲۸- نقطه‌ی  $A = (3, 4)$  را ابتدا  $90^\circ$  در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت و به مرکز مبدأ دوران می‌دهیم، سپس با بردار  $\vec{B} = (2, 2)$  انتقال

داده و در نهایت  $90^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و به مرکز مبدأ دوران می‌دهیم تا به نقطه‌ی  $C$  برسیم. فاصله‌ی  $A$  و  $C$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{29}$

(۳) ۸

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۱)  $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات





۲۹- اگر انتقال  $T$ ، خط  $y = 4x + 5$  را به خط  $y = 4x + 3$  تصویر کند، نقطه  $(1, -1)$  را به کدام یک از نقاط زیر می‌تواند تصویر کند؟

(۱)  $(1, 8)$

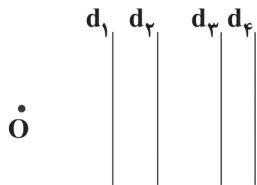
(۲)  $(5, 5)$

(۳)  $(-2, -3)$

(۴)  $(2, 13)$

۳۰- اگر فاصله نقطه  $O$  از خطوط  $d_1, d_2, d_3, d_4$  به ترتیب  $5/21, 6/21, 10/21$  و  $12/21$  واحد باشد و نقطه  $O$  را نسبت به خطوط

موازی  $d_1, d_2, d_3, d_4$  به طور متوالی بازتاب کنیم تا به نقطه  $O'$  برسیم، فاصله  $OO'$  چند واحد است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۳۱- دوران با چه زاویه‌هایی شیب خط را حفظ می‌کند؟

(۱)  $\frac{k\pi}{2}$

(۲)  $\frac{2k\pi}{3}$

(۳)  $k\pi$

(۴) هیچ زاویه‌ای

۳۲- نقطه  $A'(3, 1)$  مجانس نقطه  $A(-1, 2)$  و نقطه  $B'(0, 2)$  مجانس نقطه  $B(2, 1)$  است، مرکز تجانس کدام است؟

(۱)  $(0, \frac{3}{4})$

(۲)  $(-1, \frac{3}{4})$

(۳)  $(1, \frac{3}{4})$

(۴)  $(1, 0)$

۳۳- یک مثلث متساوی‌الساقین چند تبدیل تقارنی دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۶

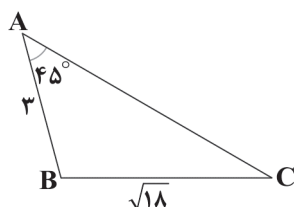
۳۴- در مثلث زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی  $B$  کدام است؟

(۱)  $75^\circ$

(۲)  $45^\circ$

(۳)  $30^\circ$

(۴)  $105^\circ$



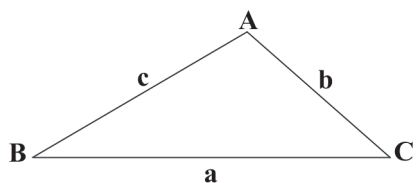
۳۵- در مثلث زیر، اگر  $a = 2b$  و  $c = \sqrt{2}b$  باشد، اندازه‌ی نیمساز زاویه‌ی  $B$  کدام است؟

(۱)  $(4 - \sqrt{2})b^2$

(۲)  $(4 - \sqrt{2})b$

(۳)  $\sqrt{4 - \sqrt{2}}b$

(۴)  $\sqrt{4 - \sqrt{2}}b^2$



محل انجام محاسبات



## آمار و احتمال

۳۶- نقیض گزاره‌ی سوری  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 1; x^4 < 1$  کدام است؟

(۱)  $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < 1; x^4 \geq 1$

(۲)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq 1; x^4 \geq 1$

(۳)  $\exists x \in \mathbb{R}, |x| \geq 1; x^4 \geq 1$

(۴)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 1; x^4 \geq 1$

۳۷- کدام گزینه برای خواندن گزاره مرکب  $q \Rightarrow p$  درست است؟

(۱) اگر  $p$  آن‌گاه  $q$

(۲) شرط کافی برای  $q$  است.

(۳) شرط لازم برای  $p$  است.

(۴) شرط لازم برای  $q$  است.

۳۸- هم‌ارز گزاره  $(\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow p$  کدام است؟

(۱)  $q \Rightarrow r$

(۲)  $T$

(۳)  $F$

(۴)  $p \Rightarrow r$

۳۹- اگر  $A = \{1, x+1, y-2\}$  و  $B = \{0, x, y\}$  با هم برابر باشند، حداکثر مقدار  $x+y$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) ۱

۴۰- اگر  $A = \{\{1, 2\}, \{\{1, 2\}\}, \{\{1\}, \{2\}\}\}$  و  $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ ، مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟

(۱) ۸

(۲) ۴

(۳) ۱۶

(۴) ۲

۴۱- از بین اعداد ۱۰۱ تا ۳۰۰ عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخابی بر ۵ یا ۶ بخش پذیر باشد ولی مضرب ۳۰ نباشد،

کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{8}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{88}$

۴۲- کیسه‌ای شامل ۴ مهره‌ی یکسان است (۲ قرمز و ۲ آبی). فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ مهره با هم از کیسه، چند عضو دارد؟

(۱)  $\binom{4}{2}$

(۲)  $2! \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$

(۳) ۴

(۴) ۳

۴۳- اگر  $S = \{a, b\}$  و  $\forall P(a) = 2P(b)$  باشد، حاصل  $\frac{P(b')}{2} + 3P(a')$  کدام است؟

(۱)  $\frac{22}{9}$

(۲)  $\frac{20}{9}$

(۳)  $\frac{20}{3}$

(۴)  $\frac{22}{3}$

۴۴- اگر  $P(A) = \frac{1}{4}$  و  $P(B') = \frac{2}{3}$  و  $P(A' \cap B') = \frac{11}{30}$  باشند، آن‌گاه  $P((A-B) | A)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۴۵- رضا، وحید و جواد با احتمال‌های قبولی به ترتیب ۸۰، ۷۰ و ۶۰ درصد در کنکور ۹۹ شرکت می‌کنند. با کدام احتمال حداقل یکی از آن‌ها قبول

می‌شوند؟

(۱)  $\frac{122}{125}$

(۲)  $\frac{125}{152}$

(۳)  $\frac{122}{1000}$

(۴)  $\frac{125}{1000}$

محل انجام محاسبات



۴۶- هر ویژگی از اعضای یک جامعه که مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرند و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند، چه نام دارد؟

- (۱) مشاهده (۲) مقدار متغیر (۳) متغیر (۴) اندازه جامعه

۴۷- اگر میانگین داده‌های  $a, a, a, a$  و  $a+1$  برابر  $\frac{3a}{4}$  باشد، میانگین داده‌های  $a, a+1, a+2, a+3$  و  $a+3$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۴۸- داده‌های آماری را به ترتیب صعودی به صورت  $14, x, 12, x-4, 7, x-8, 3$  مرتب کرده‌ایم، اگر چارک سوم، سه برابر چارک اول باشد، میان‌داده‌ها چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۴۹- فرض کنیم جامعه‌ی A، با حجم ۲۰ دارای واریانس برابر ۳۰، جامعه‌ی B، با حجم ۳۰ دارای واریانس برابر ۲۰ و میانگین دو جامعه برابر باشد. اگر دو جامعه‌ی A و B را ترکیب نماییم، انحراف معیار جامعه‌ی جدید کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{6}$  (۳)  $2\sqrt{6}$  (۴)  $\sqrt{3}$

۵۰- می‌خواهیم از بین کارمندان یک شرکت به روش نمونه‌گیری طبقه‌ای ۲۰ نفر را انتخاب کنیم. اگر این شرکت دارای ۳۰۰ کارمند باشد که ۹۰ نفر از آن‌ها زن هستند، چه تعداد مرد باید به تصادف انتخاب شوند؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

سایت کنکور

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۱۷



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه	تعداد سؤال: ۵۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

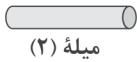
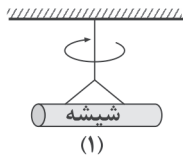
مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۳۵ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۲	۱
۳۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	شیمی ۲	۲



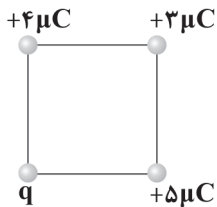
DriQ.com

## فیزیک

- ۵۱- در شکل زیر، میله شیشه‌ای که با پارچه ابریشمی مالش داده شده است، از نخ آویزان است. اگر میله (۲) را به آن نزدیک کنیم، نخ در جهت نشان داده شده می‌چرخد. کدام گزینه در ارتباط با میله (۲) درست است؟
- (۱) میله (۲) می‌تواند از جنس پلاستیک باشد که با پارچه پشمی مالش داده شده است.
  - (۲) بار میله (۲) می‌تواند منفی باشد.
  - (۳) بار میله (۲) می‌تواند مثبت باشد.
  - (۴) بار میله (۲) قطعاً مخالف بار میله شیشه‌ای است.



- ۵۲- دو ذره A و B به جرم‌های  $m_A$  و  $m_B$  و با بارهای الکتریکی  $q_A$  و  $q_B$  در مجاورت هم قرار دارند. این دو ذره تنها تحت تأثیر نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند، شتاب می‌گیرند. اگر شتاب ذره A بیشتر از شتاب ذره B باشد، کدام گزینه درست است؟
- (۱) قطعاً  $q_A > q_B$  است.
  - (۲) قطعاً  $m_A > m_B$  است.
  - (۳) قطعاً  $q_B > q_A$  است.
  - (۴) قطعاً  $m_B > m_A$  است.



- ۵۳- مطابق شکل زیر، در چهار رأس مربعی به ضلع a چهار بار الکتریکی نقطه‌ای قرار دارند. بار q چند میکروکولن باشد تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $+3\mu C$  از طرف بارهای دیگر صفر باشد؟
- (۱) -۱۵
  - (۲) -۲۴
  - (۳) -۲۷
  - (۴) مقدار q هرچقدر باشد، برآیند نیروها صفر نخواهد شد.

- ۵۴- در شکل زیر، اندازه برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه B چند برابر نقطه A است؟



$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

- ۵۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = +3\mu C$  و  $q_2 = +12\mu C$  در فاصله ۲۷ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. بار الکتریکی q را در نقطه‌ای قرار داده‌ایم که برآیند میدان‌های الکتریکی در محل هر سه بار صفر شود. بار الکتریکی q چند میکروکولن است؟

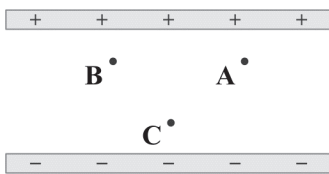
$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۱)$$

- ۵۶- مطابق شکل زیر، بین دو صفحه فلزی باردار بزرگ و موازی، بار الکتریکی نقطه‌ای q را یک‌بار در نقطه A، یک‌بار در نقطه B و یک‌بار در نقطه C قرار می‌دهیم. کدام گزینه در ارتباط با نیروی الکتریکی وارد بر بار q از طرف میدان الکتریکی بین دو صفحه درست است؟



(۱) این نیرو در هر سه نقطه هم‌اندازه و هم‌جهت است.

(۲) این نیرو در نقاط A و B هم‌اندازه و بیشتر از نقطه C است.

(۳) این نیرو در نقاط A و B هم‌اندازه و کم‌تر از نقطه C است.

(۴) این نیرو در هر سه نقطه هم‌اندازه است و جهت آن در نقاط A و B یکسان و عکس جهت آن در نقطه C است.

- ۵۷- خازن تختی را پس از پر شدن از باتری جدا می‌کنیم. اگر در اثر تخلیه،  $\frac{1}{3}$  از انرژی ذخیره شده در خازن کم شود، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن چند برابر می‌شود؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{4} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات



۵۸- مقاومت ویژه یک رسانا در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  برابر  $2 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  و ضریب دمایی مقاومت ویژه آن  $5 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$  است. در دمای  $100^{\circ}\text{C}$ ،

مساحت رسانایی از این جنس به طول  $100$  سانتی متر و مقاومت الکتریکی  $4/16 \times 10^{-3} \Omega$ ، برابر با چند میلی متر مربع است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2 \times 10^{-3}$  (۳) ۵ (۴)  $5 \times 10^{-3}$

۵۹- یک باتری با مقاومت درونی  $2$  اهم را یک بار به مقاومت  $6$  اهمی و بار دیگر به مقاومتی  $8$  اهمی می‌بندیم. جریان الکتریکی گذرنده از باتری

در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۶۰- در مدار شکل مقابل، با باز و بسته کردن کلید  $K$ ، عدد ولت‌سنج تغییر قابل توجهی نمی‌کند. این

مسئله نشان‌دهنده چیست؟ (ولت‌سنج را آرمانی در نظر بگیرید.)

(۱)  $R$  در مقایسه با  $r$  خیلی کوچک است.

(۲)  $r = R$

(۳)  $r$  در مقایسه با  $R$  خیلی کوچک است.

(۴) ولت‌سنج بدون توجه به  $R$  و  $r$  همواره برای  $\varepsilon$  یک عدد را نمایش می‌دهد.

۶۱- در شکل مقابل، نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان عبوری از آن نشان داده شده است. به

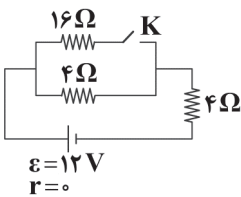
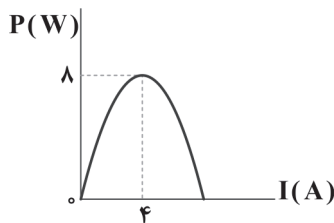
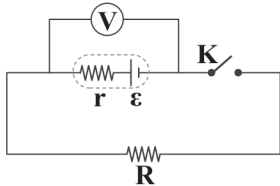
ازای جریان  $I = 2\text{A}$  توان خروجی این باتری چند وات است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸



۶۲- در مدار شکل زیر، با بستن کلید  $K$ ، توان مصرفی مدار چند وات و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱)  $3/2$  - افزایش

(۲)  $2$  - افزایش

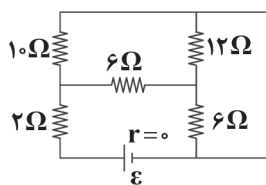
(۳)  $3/2$  - کاهش

(۴)  $2$  - کاهش

۶۳- با بستن یک مقاومت  $20$  اهمی به یک باتری با مشخصات  $\varepsilon = 40\text{V}$  و  $r = 0$ ، مشاهده می‌کنیم که باتری پس از  $10$  ساعت تخلیه می‌شود. اگر

به جای مقاومت  $20$  اهمی، یک مقاومت  $50$  اهمی را به همین باتری ببندیم، باتری پس از چند ساعت تخلیه می‌شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۵



۶۴- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل چند اهم است؟

(۱) ۷

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۹

۶۵- کدام گزینه در مورد مدار شکل زیر نادرست است؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی هستند.)

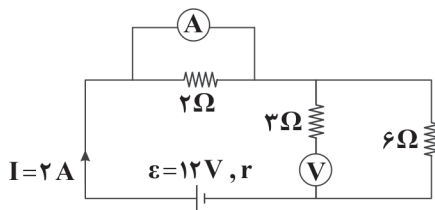
(۱) چون آمپرسنج آرمانی است، مقاومت  $2$  اهمی از مدار حذف می‌شود.

(۲) جریانی از مقاومت  $3$  اهمی نمی‌گذرد.

(۳) اگر جای آمپرسنج و ولت‌سنج را عوض کنیم، مقدار نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج

افزایش می‌یابد.

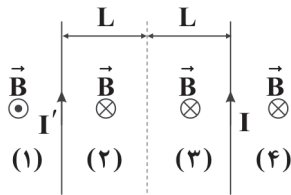
(۴) ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت  $6$  اهمی را نشان می‌دهد.



محل انجام محاسبات



۶۶- مطابق شکل زیر، دو سیم بلند حامل جریان‌های مساوی  $I$  و  $I'$  در فاصله  $2L$  از هم قرار دارند. جهت برابند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در کدام یک از نقاط به اشتباه نشان داده شده است؟



(۱) نقطه (۱)

(۲) نقطه (۲)

(۳) نقطه (۳)

(۴) نقطه (۴)

۶۷- در کدام یک از گزینه‌های زیر، اندازه میدان مغناطیسی نهایی سیملوله برابر با اندازه میدان مغناطیسی اولیه آن نخواهد بود؟

(۱) طول سیملوله و تعداد حلقه‌های آن را دو برابر کنیم.

(۲) طول سیملوله را دو برابر و تعداد حلقه‌های آن را نصف کنیم.

(۳) طول سیملوله و جریان گذرنده از آن را دو برابر کنیم.

(۴) طول سیملوله و جریان گذرنده از آن را نصف کنیم.

۶۸- سطح حلقه‌های پیچهای که دارای  $500$  حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که اندازه آن  $0.5\text{ T}$  است، قرار دارد. میدان

مغناطیسی در مدت  $0.1$  ثانیه به همان اندازه در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر مساحت هر حلقه پیچه  $20\text{ cm}^2$  باشد، بزرگی نیروی محرکه

القایی متوسط در پیچه، چند ولت است؟

(۴) ۱۰

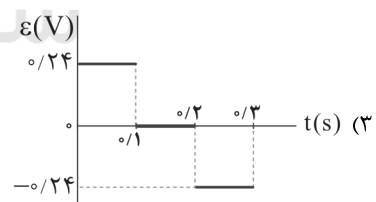
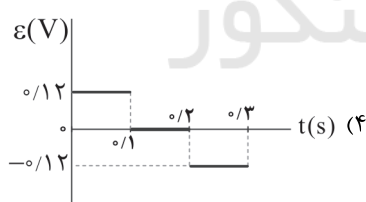
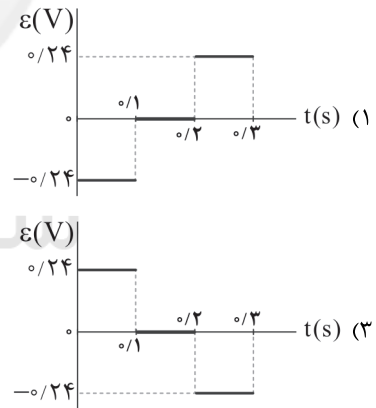
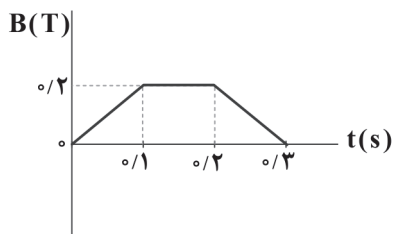
(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) صفر

۶۹- یک حلقه رسانا به شعاع  $20\text{ cm}$  عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی قرار دارد و این میدان مغناطیسی مطابق نمودار شکل زیر تغییر

می‌کند. نمودار نیروی محرکه القاشده متوسط در این حلقه برحسب زمان در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ( $\pi \approx 3$ )



۷۰- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد مواد دیامغناطیسی نادرست است؟

(۱) اتم‌های مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند.

(۲) اتم‌های مواد دیامغناطیسی، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

(۳) حضور میدان مغناطیسی خارجی نمی‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی (در خلاف سوی میدان خارجی) در مواد دیامغناطیسی شود.

(۴) مس، نقره و سرب همگی جزء مواد دیامغناطیسی هستند.

محل انجام محاسبات



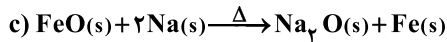
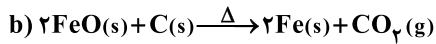
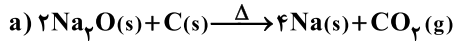




۷۸- آرایش الکترونی چه تعداد از یون‌های زیر شبیه هیچ گاز نجیبی نیست؟



۷۹- در کدام واکنش‌های زیر، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است؟



۱) فقط b                      ۲) a و b                      ۳) a و c                      ۴) b و c

۸۰- در یک نمونه خشک از نوعی کود شیمیایی درصد جرمی فسفر برابر با ۱۸/۶ است و تمام فسفر موجود در آن ناشی از  $\text{P}_2\text{O}_5$  است. اگر با جذب مقداری رطوبت، درصد آب موجود در کود برابر ۴/۷۵ شود، درصد  $\text{P}_2\text{O}_5$  موجود در کود مرطوب کدام است؟

( $\text{H}=1, \text{O}=16, \text{P}=31; \text{g.mol}^{-1}$ )

۱) ۳۷/۸                      ۲) ۴۰/۵                      ۳) ۴۴/۲                      ۴) ۴۷/۱

۸۱- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با سوخت هواپیما و نفت سفید درست است؟

۱) سوخت هواپیما به طور کامل از نفت سفید که مخلوطی از آلکان‌هاست تهیه می‌شود.

۲) نفت سفید شامل هیدروکربن‌هایی با ۲۲ تا ۳۲ اتم هیدروژن است.

۳) سوخت هواپیما از پالایش نفت خام در شرکت‌های پتروشیمی تولید می‌شود.

۴) تولید سوخت هواپیما یکی از صنایع مهم و ارزآور است که به دانش فنی بالایی نیز احتیاج ندارد.

۸۲- یک نمونه به جرم ۹/۰۵ گرم از یک اکسید فلزی با فرمول  $\text{M}_2\text{O}_3$  به ۶/۳ گرم سولفید این فلز با فرمول MS تبدیل می‌شود. اگر بازده این واکنش برابر با ۶۳٪ باشد، جرم مولی فلز M چند گرم است؟ (فراورده‌ها)ی دیگر واکنش، فاقد فلز M هستند.)

( $\text{O}=16, \text{S}=32; \text{g.mol}^{-1}$ )

۱) ۵۹                      ۲) ۶۴                      ۳) ۵۲                      ۴) ۸۸

۸۳- از سوختن کامل ۵/۰ مول از یک آلکان شاخه‌دار، ۲۵۷ گرم فراورده به دست آمده است. کدام یک از نام‌های زیر را می‌توان به این آلکان نسبت داد؟

۱) ۳- اتیل پنتان                      ۲) ۲، ۲، ۴- تری‌متیل پنتان                      ۳) ۳، ۲- دی‌متیل بوتان                      ۴) ۳- متیل اوکتان

۸۴- اگر شمار اتم‌های هیدروژن در آلکن X و آلکین Y با هم برابر باشد، تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول این دو هیدروکربن کدام است؟

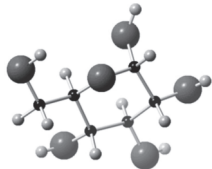
۱) ۲                      ۲) ۱                      ۳) ۴                      ۴) ۳

۸۵- نمونه‌ای از یک عنصر فلزی به جرم ۴۰۰g و دمای  $18^\circ\text{C}$  در مخلوطی از آب و یخ انداخته می‌شود. اگر ۸۰g از یخ ذوب شود و بقیه یخ به همان شکل باقی بماند، گرمای ویژه عنصر فلزی چند  $^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1}$  است؟ (آنتالپی ذوب یخ برابر  $6 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  است.) ( $\text{H}=1, \text{O}=16; \text{g.mol}^{-1}$ )

۱) ۰/۱۲۵                      ۲) ۰/۲۵                      ۳) ۰/۳۷                      ۴) ۰/۵۲

۸۶- ساختار مقابل مربوط به گلوکز است. با توجه به داده‌های جدول زیر، چند گرم گلوکز جامد باید بسوزد تا ۵۰۰ کیلوژول گرما آزاد شود؟ (آنتالپی

تصعید گلوکز ۶۶ کیلوژول بر مول است و ( $\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16; \text{g.mol}^{-1}$ )



پیوند	C-C	C=O	C-O	C-H	O=O	O-H
آنتالپی پیوند ( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	۳۴۸	۸۰۰	۳۸۰	۴۱۵	۴۹۵	۴۶۳

۱) ۲۲/۵                      ۲) ۴۵                      ۳) ۶۰                      ۴) ۲۶

محل انجام محاسبات





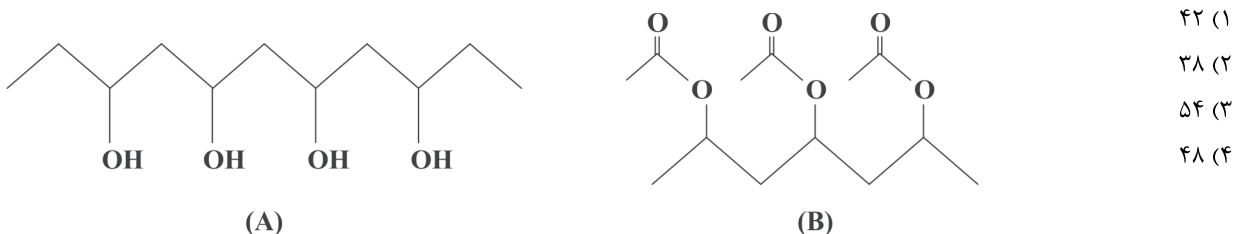
۹۴- انحلال پذیری چه تعداد از ترکیب‌های زیر در آب، مشابه انحلال پذیری ویتامین K در آب است؟

- |         |           |           |             |
|---------|-----------|-----------|-------------|
| • سلولز | • لیکوپین | • کلسترول | • ویتامین D |
| ۴ (۱)   | ۳ (۲)     | ۲ (۳)     | ۴ (۴) صفر   |

۹۵- مونومرهای سازنده یک پلی‌استر، ساده‌ترین دی‌اسید و ساده‌ترین دی‌الکل هستند. هر واحد تکرار شونده این پلی‌استر شامل چند اتم است؟

- |        |       |        |        |
|--------|-------|--------|--------|
| ۱۵ (۱) | ۹ (۲) | ۱۱ (۳) | ۱۲ (۴) |
|--------|-------|--------|--------|

۹۶- تفاوت جرم مولی مونومر سازنده پلیمرهای A و B چند گرم است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )



۹۷- اگر  $9/03 \times 10^{26}$  مولکول استیرین در واکنش پلیمری شدن شرکت کند و جرم پلی‌استیرین حاصل با جرم پلیمر A که در ساخت کیسه‌ی خون

به‌کار می‌رود، برابر باشد، نمونه‌ی پلیمر A از چند واحد تکرار شونده تشکیل شده است؟ ( $C=12, H=1, Cl=35/5, N=14: g.mol^{-1}$ )

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| ۳۷۱۴ (۴) | ۲۴۹۶ (۳) | ۴۲۳۶ (۲) | ۲۹۴۳ (۱) |
|----------|----------|----------|----------|

۹۸- چه تعداد از ویژگی‌های زیر، در مورد پلی‌اتن بدون شاخه درست است؟

• کدر است.

• چگالی آن کم‌تر از  $1g.cm^{-3}$  است.

• نیروهای بین مولکولی آن، قوی‌تر از پلی‌اتن شاخه‌دار است.

• با توجه به عدم وجود شاخه، فرمول مولکولی آن برخلاف پلی‌اتن شاخه‌دار، دقیق است.

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۹۹- چه تعداد از پلیمرهای زیر جزو پلی‌آمیدها طبقه‌بندی می‌شوند؟

• کولار

• مو

• شاخ‌گوزن

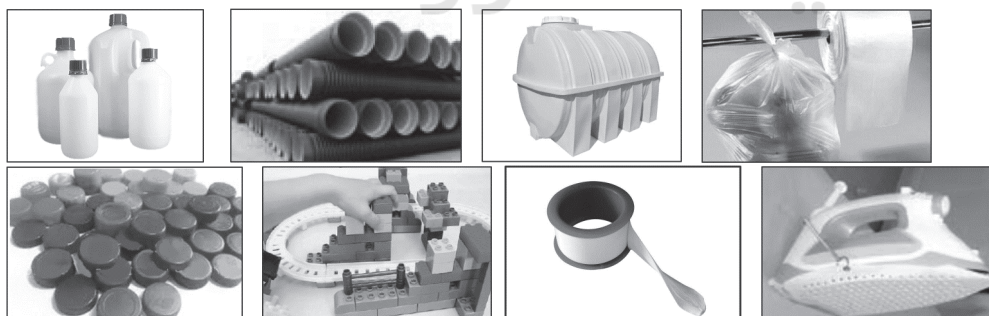
• پوست بدن

• پشم گوسفند

• ناخن

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۶ (۱) | ۵ (۲) | ۴ (۳) | ۳ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۰۰- چه تعداد از شکل‌های زیر کاربردهای پلی‌اتن را نشان می‌دهند؟



- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۵ (۳) | ۶ (۲) | ۷ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۱۷



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۳۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۱۰۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۶۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	حسابان ۱	۱
	۳۵	۲۱	۱۵	هندسه ۲	
	۵۰	۳۶	۱۵	آمار و احتمال	
۳۵ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۳۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	شیمی ۲	۳



۶ ۴ فاصله  $a$  از  $b$  برابر  $|a-b|$  است.

$$2|x - (-4)| > 3 \Rightarrow |x + 4| > \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + 4 > \frac{3}{2} \Rightarrow x > -\frac{5}{2} \\ \text{یا} \\ x + 4 < -\frac{3}{2} \Rightarrow x < -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{11}{2}) \cup (-\frac{5}{2}, +\infty)$$

۷ ۱

$$M = \frac{B+A}{2} = (2, 3)$$

$$CM = \frac{5-3}{0-2} = -1$$

$$CM \text{ معادله } y - 5 = -(x - 0) \xrightarrow{y=0} x = 5$$

۸ ۱

$$-\frac{1}{6} < x < \frac{3}{4} \xrightarrow{+\frac{1}{6}} 0 < x + \frac{1}{6} < \frac{11}{12} \Rightarrow [x + \frac{1}{6}] = 0$$

$$-\frac{1}{6} < x < \frac{3}{4} \xrightarrow{-\frac{3}{4}} -\frac{11}{12} < x - \frac{3}{4} < 0 \Rightarrow [x - \frac{3}{4}] = -1$$

مجموع مقادیر به دست آمده  $-1$  است.

۹ ۱

$$f - g = \{(4, -1), (5, -4), (2, 2-a)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ 4b = -4 \\ 2 - a = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow abc = 8$$

۱۰ ۴ برای محاسبه  $f(2)$  کافی است  $\frac{x-1}{x}$  را برابر ۲ قرار دهیم:

$$\frac{x-1}{x} = 2 \Rightarrow x-1 = 2x \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(2) = \frac{-1}{-2+1} = 1$$

برای محاسبه  $f^{-1}(\frac{1}{3})$  کافی است  $\frac{x}{2x+1}$  را برابر  $\frac{1}{3}$  قرار دهیم:

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = 2x+1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(\frac{1}{3}) = 1$$

$$f(2) + f^{-1}(\frac{1}{3}) = 1 + 0 = 1$$

پس:

۱۱ ۱ روش اول:

$$3^x + 3^{2x} < 9 + 3^{x+2} \Rightarrow 3^x(1+3^x) < 3^2(1+3^x) \xrightarrow{\div (1+3^x) > 0}$$

$$3^x < 3^2 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$$

## ریاضیات

۱ ۳ دنباله داده شده، دنباله‌های حسابی با جمله اول ۲ و

قدرنسبت ۴ است.

$$S_n > 300 \Rightarrow \frac{n}{2}[2 \times 2 + 4(n-1)] > 300$$

$$\Rightarrow 2n^2 > 300 \Rightarrow n^2 > 150 \Rightarrow n \geq 13$$

۲ ۳

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \\ S_f &= \frac{a_1(r^f - 1)}{r - 1} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_n}{S_f} = r^f + 1 = \frac{187}{176} \Rightarrow r^f = \frac{1}{16} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a_1}{a_3} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

۳ ۲ با توجه به این که در معادله  $x^2 + 3x - 2 = 0$  حاصل ضرب دو

ریشه برابر  $-2$  است، لذا دو ریشه مختلف‌العلامت هستند. با فرض  $\alpha > 0$

و  $\beta < 0$  داریم:

$$||\alpha| - |\beta|| = |\alpha + \beta| = |-\frac{b}{a}| = |-\frac{3}{1}| = |-3| = 3$$

۴ ۴ طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sqrt{1-x} + \sqrt{x+8})^2 = (3)^2 \Rightarrow 1-x+x+8+2\sqrt{1-x}\sqrt{x+8} = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-x}\sqrt{x+8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{قابل قبول } x = 1 \\ \text{قابل قبول } x = -8 \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها برابر  $-7$  است.

۵ ۳

$$\frac{L}{W} = \frac{W}{L} + \frac{L}{L} \xrightarrow{\frac{L}{W}=t} t = \frac{1}{t} + 1 \xrightarrow{\times t} t^2 = 1 + t$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \text{غ ق } t = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

نسبت طول به عرض باید مثبت باشد. بنابراین  $t = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$  غیر قابل قبول

است.

$$\frac{L}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{L=2\sqrt{5}+2} \frac{2\sqrt{5}+2}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2(\sqrt{5}+1)}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow W = 4$$

$$\text{محیط } P = 2(W+L) = 2(2\sqrt{5}+2+4) = 4\sqrt{5}+12$$



$$\frac{1}{x} \rightarrow 3^- \rightarrow x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+ \quad \text{چون } 2 \quad 18$$

$$\text{از طرفی } x^2 \rightarrow 1^- \text{ آن گاه } x \rightarrow (-1)^+$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} f\left(\frac{1}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x^2) = \lim_{t \rightarrow 3^-} f(t) + \lim_{m \rightarrow 1^-} f(m)$$

$$= 1 + 2 = 3$$

$$\text{این حد } \frac{0}{0} \text{ است.} \quad 4 \quad 19$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} \sin x - 1}$$

روش اول:

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4})(\sqrt{2} \sin x + 1)}{(\sqrt{2} \sin x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x)(\sqrt{2} \sin x + 1)}{2 \sin^2 x - 1} \times \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x)(\sqrt{2} \sin x + 1)}{-(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos x + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2} \sin x + 1)}{-(\cos x + \sin x)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1)}{-\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2}{-\sqrt{2}} = -1$$

روش دوم: قاعده هوییتال:

$$\text{HOP: } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} \cos x} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{شرط پیوستگی در } x = 0 \quad 1 \quad 20$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] - 2a) = -1 - 2a$$

$$\begin{cases} b - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ -1 - 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow -2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = 4\left(-\frac{3}{4}\right) + 2\left(\frac{3}{2}\right) = -3 + 3 = 0$$

$$3^x + (3^x)^2 - 9 - 3^2 \times 3^x < 0 \xrightarrow{3^x = t} t + t^2 - 9 - 9t < 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 9 \end{cases} \Rightarrow -1 < t < 9$$

$$-1 < 3^x < 9 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$$

$$4 \quad 12$$

$$\log_3 x(x+1) = 3 \Rightarrow x^2 + x = 8$$

$$\log_3 3(x^2 + x + 1) = \log_3 3 + \log_3 (x^2 + x + 1)$$

$$= 1 + \log_3 (8 + 1) = 1 + \log_3 9 = 1 + 2 = 3$$

$$4 \quad 13$$

$$\frac{1}{\log_9 12} + \frac{1}{\log_9 12} = \log_{12} 9 + \log_{12} 16 = \log_{12} 144 = 2$$

$$3^{\log \sqrt{3} 5} = 5^{\log \sqrt{3} 3} = 5^2 = 25$$

$$\Rightarrow A = 2 \times 25 = 50$$

$$2 \quad 14$$

$$A = \sqrt{3} \cot\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$A = \sqrt{3} \cot \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + 1 = 2$$

$$2 \quad 15$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow 2 + 2 \tan^2 \alpha = 5 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 \alpha - 5 \tan \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 2 \\ \tan \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

مجموع مقادیر  $\tan \alpha$  برابر است با:

$$\sin \alpha = \frac{12}{13} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \frac{5}{13}$$

$$3 \quad 16$$

$$\cos \beta = \frac{-3}{5} \xrightarrow{\text{منفرجه } \beta} \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin(\pi - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{12}{13} \times \frac{-3}{5} + \frac{5}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{-16}{65}$$

$$4 \quad 17$$

$$y = |\sin x|^2 - |\sin x| = (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$$

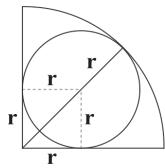
$$0 \leq |\sin x| \leq 1 \xrightarrow{-\frac{1}{2}} -\frac{1}{2} \leq |\sin x| - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 \leq (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4} \xrightarrow{-\frac{1}{4}} -\frac{1}{4} \leq (|\sin x| - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \leq 0$$

$$\Rightarrow \max(y) = 0$$



۲۴ اگر شعاع دایره را  $r$  فرض کنیم، آن‌گاه:



$$r + r\sqrt{2} = 8$$

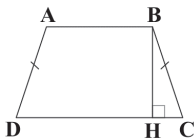
$$r(1 + \sqrt{2}) = 8 \Rightarrow r = \frac{8}{\sqrt{2} + 1}$$

$$S = \pi r^2 = \pi(64)(3 - 2\sqrt{2}) = 64\pi(3 - 2\sqrt{2})$$

۲۵ می‌دانیم که  $S = (p-a)r_a$ ، در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2p = 12 \Rightarrow p = 6 \\ a = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} p-a = 2 \\ r_a = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = 2 \times 4 = 8$$

۲۶ چون دوزنقه محیطی است، داریم:



$$AD + BC = AB + DC$$

$$\frac{DC}{AB} = 3 \Rightarrow DC = 3AB, AD + BC = 4$$

$$\Rightarrow 4 = AB + 3AB \Rightarrow 4AB = 4 \Rightarrow AB = 1, DC = 3$$

$$BH = \sqrt{AB \times DC} = \sqrt{3}$$

$$S = \frac{AB + DC}{2} \times BH = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

۲۷ اگر در مثلث ABC با اضلاع a، b و c، ارتفاع‌های نظیر

اضلاع،  $h_a, h_b, h_c$  و شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی،  $r_a, r_b, r_c$  باشند، آن‌گاه:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

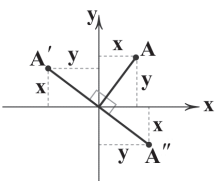
که در آن  $r$  شعاع دایره‌ی محاطی داخلی است، پس در این مسئله جواب برابر

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 3 + 4 + 5 = 12$$

است با:

۲۸ نکته: دوران نقطه‌ای مانند  $A(x, y)$  با زاویه‌ی  $90^\circ$ ، حول

مبدأ به صورت زیر است:



در خلاف جهت عقربه‌های ساعت:  $T_1(x, y) = (-y, x) = A'$

در جهت عقربه‌های ساعت:  $T_2(x, y) = (y, -x) = A''$

۲۱ با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \hat{M} = \frac{\widehat{DCE} - \widehat{DE}}{2} = 6^\circ \\ \hat{N} = \frac{\widehat{BEC} - \widehat{BC}}{2} = 8^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{DB} + \widehat{BC} + \widehat{CE} - \widehat{DE} = 12^\circ \\ \widehat{DB} + \widehat{DE} + \widehat{CE} - \widehat{BC} = 16^\circ \end{cases}$$

طرفین دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم، داریم:

$$\Rightarrow 2(\widehat{DB} + \widehat{CE}) = 28^\circ \Rightarrow \widehat{DB} + \widehat{CE} = 14^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CFE} = \frac{\widehat{DB} + \widehat{CE}}{2} = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 18^\circ - \widehat{CFE} = 18^\circ - 7^\circ = 11^\circ$$

۲۲ چون  $\hat{O} = 6^\circ$  و  $OA = OB = r$  است، پس  $\triangle OAB$

متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه:

$$AB = r = 4$$

برای محاسبه طول کمان، از فرمول  $l = r\theta$  کمک می‌گیریم که  $\theta$  زاویه‌ی کمان بر حسب رادیان،  $r$  شعاع و  $l$  طول کمان است.

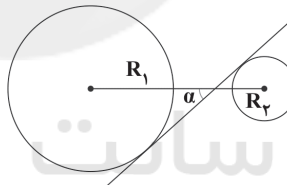
$$\hat{O} = 6^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$l = 4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow l - AB = \frac{4\pi}{3} - 4 = 4\left(\frac{\pi}{3} - 1\right)$$



۲۳

روش اول:

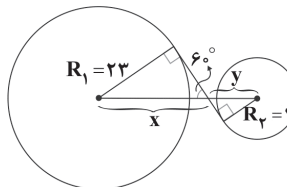


توجه: اگر  $\alpha$  زاویه‌ی بین مماس‌مشتک داخلی و خط‌المركزین باشد، داریم:

$$\sin \alpha = \frac{R_1 + R_2}{d}$$

$$\sin 6^\circ = \frac{23 + 7}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{d} \Rightarrow d = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$$

روش دوم:

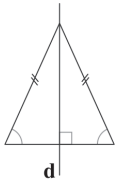


$$\sin 6^\circ = \frac{R_1}{x} = \frac{R_2}{y} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{46}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{14}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = x + y = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$$



۳۳ ۳ مثلث متساوی الساقین فقط دارای یک تقارن بازتابی تحت عمودمنصف ضلع متمایز است.



۳۴ ۴ از قضیه سینوسها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{18}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{36}}{2 \times 18} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

۳۵ ۳ اگر نیمساز زاویه ی B را رسم کنیم و نقطه ی برخورد آن با ضلع AC را D بنامیم، از قضیه ی نیمسازها داریم:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}b}{2b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AD+DC}{DC} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{DC} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow DC = \frac{2b}{2+\sqrt{2}} = (2-\sqrt{2})b$$

$$\Rightarrow AD = b - (2-\sqrt{2})b = (\sqrt{2}-1)b$$

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC$$

$$= \sqrt{2}b \times 2b - (\sqrt{2}-1)b \times (2-\sqrt{2})b$$

$$= 2\sqrt{2}b^2 - (2\sqrt{2}-2-\sqrt{2}+2)b^2 = (4-\sqrt{2})b^2$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{4-\sqrt{2}}b$$

۳۶ ۱ می دانیم که:  $\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$

بنابراین گزینه ی (۱) صحیح است.

۳۷ ۴ نکته: گزاره مرکب  $p \Rightarrow q$  (تالی  $\Rightarrow$  مقدم) به صورت های

زیر خوانده می شود:

۱- اگر مقدم آن گاه تالی

۲- مقدم شرط کافی برای تالی است.

۳- تالی شرط لازم برای مقدم است.

بنابراین  $p \Rightarrow q$  را می توان به صورت های زیر خواند:

(۱) اگر q آن گاه p

(۲) q شرط کافی برای p است.

(۳) p شرط لازم برای q است.

حال تبدیل های مسئله را به ترتیب روی نقطه ی A انجام می دهیم تا به نقطه ی C برسیم:

$$A = (3, 4) \xrightarrow{T_1} T_1(3, 4) = (-4, 3) \xrightarrow[\text{بردار } \vec{B}=(2, 2)]{\text{انتقال تحت}}$$

$$(-4+2, 3+2) = (-2, 5) \xrightarrow{T_2} T_2(-2, 5) = (5, 2) = C$$

$$C \text{ و } A \text{ فاصله ی } |AC| = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

۲۹ ۲ نقطه ی  $(-1, 1)$  روی خط  $y = 4x + 5$  است، در نتیجه

تصویر آن تحت T باید روی خط  $y = 4x + 3$  باشد، زیرا خط  $y = 4x + 3$  تصویر خط  $y = 4x + 5$  تحت T است.

بررسی گزینه ها:

۱)  $(1, 8) \Rightarrow 8 = 4 \times 1 + 3 \Rightarrow 8 \neq 7$  ✗

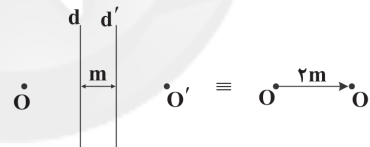
۲)  $(0/5, 5) \Rightarrow 5 = 4 \times 0/5 + 3 \Rightarrow 5 = 5$  ✓

۳)  $(-2, -3) \Rightarrow -3 = 4 \times (-2) + 3 \Rightarrow -3 \neq -5$  ✗

۴)  $(2, 13) \Rightarrow 13 = 4 \times 2 + 3 \Rightarrow 13 \neq 11$  ✗

۳۰ ۴ می دانیم که اگر یک نقطه را نسبت به دو خط موازی  $d$  و  $d'$ ،

به طور متوالی بازتاب کنیم این نقطه به اندازه ی  $2m$  انتقال می یابد که  $m$  فاصله ی  $2$  خط می باشد (بردار انتقال، عمود بر راستای دو خط و به سمت خط دوم است).



در نتیجه، بازتاب متوالی نسبت به خطوط  $d_1$  و  $d_2$ ، یک انتقال به اندازه ی  $2 = 2 \times (6/21 - 5/21) = 2$  واحد و بازتاب متوالی نسبت به  $d_4$  و  $d_5$  یک انتقال به اندازه ی  $4 = 2(12/21 - 10/21)$  واحد است.



$\Leftarrow$  فاصله ی  $OO'$  برابر با ۶ واحد است.

۳۱ ۳ اگر زاویه دوران  $k\pi$  یا  $k\pi$  باشد، شیب خط حفظ می شود

که حالت  $2k\pi$  زیرمجموعه حالت  $k\pi$  است، پس کامل ترین پاسخ  $k\pi$  است.

۳۲ ۳ نقطه برخورد  $AA'$  و  $BB'$  یا امتداد آن ها مرکز تجانس است.

$$AA': y - 1 = \frac{2-1}{-1-3}(x-3) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{4}(x-3)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

$$BB': y - 2 = \frac{2-1}{0-2}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

حال دو خط را با هم قطع می دهیم:

$$-\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} = -\frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\times 4} -x + 5 = -2x + 8 \Rightarrow x = 1, y = \frac{3}{4}$$

پس مرکز تجانس  $(1, \frac{3}{4})$  است.





۱ ۴۳

$$P(a) + P(b) = 1 \Rightarrow P(a) + \frac{y}{y} P(a) = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(a) = \frac{y}{9} \\ P(b) = \frac{y}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(a') = \frac{y}{9} \\ P(b') = \frac{y}{9} \end{cases} \Rightarrow 3P(a') + \frac{P(b')}{2} = 3 \times \frac{y}{9} + \frac{y}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{y}{3} + \frac{y}{18} = \frac{7y}{18}$$

۳ ۴۴

$$P(B') = \frac{y}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow \frac{11}{30} = 1 - P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{30}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{19}{30} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{19}{30} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P((A-B) | A) = \frac{P((A-B) \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A-B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۱ ۴۵ نکته: اگر A, B و C سه پیشامد مستقل باشند، آنگاه احتمال

رخ دادن حداقل یکی از سه پیشامد A, B و C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A') \times P(B') \times P(C')$$

قبولی رضا، وحید و جواد سه پیشامد مستقل می‌باشند، بنابراین:

A: پیشامد قبولی رضا

B: پیشامد قبولی وحید

C: پیشامد قبولی جواد

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A') \times P(B') \times P(C')$$

$$= 1 - 0/2 \times 0/3 \times 0/4 = 1 - \frac{24}{1000} = \frac{122}{125}$$

۳ ۴۶ طبق تعریف متغیر، این گزینه صحیح است.

۱ ۴۷

$$\text{میانگین داده‌های اولیه} = \frac{a+a+a+a+a+1}{5} = \frac{5a+1}{5} \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{a+a+1+a+2+a+3}{4} = \frac{4a+6}{4} = \frac{1}{9}$$

۲ ۳۸

$$p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \equiv p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r))$$

$$\equiv p \Rightarrow (p \vee \sim q \vee r) \equiv \sim p \vee (p \vee \sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee p) \vee \sim q \vee r$$

$$\equiv T \vee \sim q \vee r \equiv T$$

۲ ۳۹

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} x=1 \\ y=x+1 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow x+y=3$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} y=1 \\ x=y-2 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \Rightarrow x+y=0$$

$$\Rightarrow \max(x+y) = 3$$

۲ ۴۰

$$A - B = \{\{\}, \{\{1, 2\}\}\}$$

$$B - A = \{\{1, 2\}\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = \{\{1, 2\}, \{\{1, 2\}\}\}$$

می‌دانیم که تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی ( $k \leq n$ ) از

رابطه  $\binom{n}{k}$  به دست می‌آید. بنابراین زیرمجموعه‌های ۳ عضوی مجموعه

۴ عضوی مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  برابر  $\binom{4}{3} = 4$  است.

۳ ۴۱

A: پیشامد آن که عدد بر ۵ بخش پذیر باشد.

B: پیشامد آن که عدد بر ۶ بخش پذیر باشد.

$A \cap B$ : پیشامد آن که عدد بر ۵ و ۶ (یعنی ۳۰) بخش پذیر باشد.

$$P((A \cup B) - (A \cap B)) = P(A \cup B) - P((A \cup B) \cap (A \cap B))$$

$$= P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{([\frac{300}{5}] - [\frac{100}{5}]) + ([\frac{300}{6}] - [\frac{100}{6}]) - 2([\frac{300}{30}] - [\frac{100}{30}])}{200}$$

$$= \frac{60 - 20 + 50 - 16 - 2(10 - 3)}{200} = \frac{60}{200} = 0/3$$

نکته: تعداد اعداد بخش پذیر بر k در بازه  $[m, n]$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k \text{ تعداد اعداد بخش پذیر بر } k = [\frac{n}{k}] - [\frac{m-1}{k}]$$

۴ ۴۲

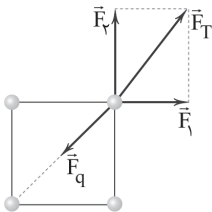
به دلیل آن که در صورت مسئله تأکید شده است که مهره‌ها

یکسان می‌باشند، بنابراین فقط رنگ مهره‌های بیرون آمده اهمیت دارد.

$$S = \{(قرمز, آبی), (قرمز, قرمز), (آبی, آبی)\} \Rightarrow n(S) = 3$$



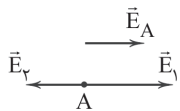
۵۳ ۴ نیروهای وارد بر بار  $+3\mu\text{C}$  از طرف بارهای  $+4\mu\text{C}$  و  $+5\mu\text{C}$  به شکل زیر است:



همان طور که در شکل بالا مشخص است، به دلیل این که  $4\mu\text{C} > 5\mu\text{C}$  است، برآیند این دو نیرو هم راستای قطر مربع نیست، اما نیروی وارد از طرف بار  $q$  به بار  $3\mu\text{C}$  بر روی قطر مربع منطبق است. در نتیجه هر مقداری داشته باشد، این دو نیرو نمی توانند هم را خنثی کنند.

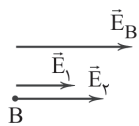
۵۴ ۱ با فرض این که  $q$  مثبت است، برآیند میدان های الکتریکی را در هر یک از نقاط  $A$  و  $B$  محاسبه می کنیم:

**نقطه A:** چون دو بار، مثبت هستند و نقطه  $A$  میان آن دو واقع شده است، پس  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در خلاف جهت هم هستند و از آن جا که فاصله بارهای  $q_1$  و  $q_2$  تا نقطه  $A$  برابر است و مقدار  $q_1$  بیشتر است، پس اندازه  $\vec{E}_1$  بزرگ تر از اندازه  $\vec{E}_2$  می باشد.



$$\begin{cases} E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = \frac{3kq}{r^2} \\ E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \end{cases} \Rightarrow E_A = \frac{3kq}{r^2} - \frac{kq}{r^2} = \frac{2kq}{r^2}$$

**نقطه B:** چون نقطه  $B$  خارج از دو بار است و دو بار همنام هستند، پس  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  هم راستا و هم جهت هستند:



$$\begin{cases} E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = \frac{3kq}{(3r)^2} = \frac{3kq}{9r^2} = \frac{kq}{3r^2} \\ E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \end{cases} \Rightarrow E_B = \frac{kq}{3r^2} + \frac{kq}{r^2} = \frac{kq + 3kq}{3r^2} = \frac{4kq}{3r^2}$$

در نتیجه:

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{\frac{4kq}{3r^2}}{\frac{2kq}{r^2}} = \frac{4kqr^2}{6kqr^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$3, \frac{x-1}{Q_1}, 7, \frac{x-4}{Q_2}, 12, \frac{x}{Q_3}, 14$$

$$\frac{Q_3}{Q_1} = 3 \Rightarrow \frac{x}{x-1} = 3 \Rightarrow 3x - 24 = x \Rightarrow x = 12$$

$$Q_2 = x - 4 = 12 - 4 = 8$$

۴۹ ۳ **نکته:** اگر جامعه  $A$  با حجم  $m$  دارای واریانس  $\sigma_A^2$  و

جامعه  $B$  با حجم  $n$  دارای واریانس  $\sigma_B^2$  باشد و میانگین دو جامعه برابر باشند، آن گاه واریانس ترکیب دو جامعه  $A$  و  $B$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma^2 = \frac{n \times \sigma_A^2 + m \times \sigma_B^2}{n + m}$$

$$\begin{cases} \sigma_A^2 = 30 \\ \sigma_B^2 = 20 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{20 \times 30 + 30 \times 20}{20 + 30} = \frac{1200}{50} = 24 \\ n = 20 \\ m = 30 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{درصد کارمندان مرد} = \frac{300 - 90}{300} = \frac{210}{300} = 0.7$$

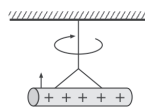
$$\Rightarrow \text{درصد کارمندان مرد} = 70\%$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کارمندان مرد که باید انتخاب شوند} = \frac{70}{100} \times 20 = 14$$

## فیزیک

۵۱ ۳ وقتی میله شیشه ای را با پارچه ابریشمی مالش می دهیم، میله

شیشه ای، بار مثبت پیدا می کند. از جهت چرخش نخ مشخص است که با نزدیک شدن میله (۲) به میله شیشه ای، نیروی رانشی بین میله ها ایجاد شده است، پس بار میله (۲) می تواند مثبت باشد.



۵۲ ۴ طبق قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی که دو ذره باردار به

یکدیگر وارد می کنند از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

بنابراین اندازه این نیروی الکتریکی به حاصل ضرب مقدار بارها بستگی دارد، بنابراین اندازه نیرویی که دو ذره بر هم وارد می کنند، یکسان است ( $F_A = F_B$ ). بنابراین  $q_A$  و  $q_B$  می توانند هر نسبتی داشته باشند و مقدار آن ها تأثیری در شتاب ندارد.

برای مقایسه شتاب دو جسم از قانون دوم نیوتون استفاده می کنیم:

$$F_A = F_B \Rightarrow m_A a_A = m_B a_B \xrightarrow{a_A > a_B} m_B > m_A$$



۵۸ ۳ ابتدا باید مقاومت ویژه رسانا در دمای  $100^\circ\text{C}$  را به دست

بیاوریم. به یاد داریم که  $\Delta T = \Delta \theta$  است، پس:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta \theta] \Rightarrow \rho = 2 \times 10^{-8} [1 + 5 \times 10^{-4} \times (100 - 20)]$$

$$\Rightarrow \rho = 2 \times 10^{-8} [1 + 0.04] = 2 \times 10^{-8} \times 1.04$$

$$\Rightarrow \rho = 2.08 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow A = \rho \frac{L}{R} \Rightarrow A = 2.08 \times 10^{-8} \times \frac{1}{4/16 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow A = 8.32 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 8.32 \text{ mm}^2$$

۵۹ ۲  $\varepsilon$  برای هر دو حالت یکسان است و مقادیر  $R_1$  و  $R_2$  را

داریم، پس:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_2+r}}{\frac{\varepsilon}{R_1+r}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1+r}{R_2+r}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{6+2}{8+2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

۶۰ ۳ زمانی که کلید K باز است:

$V_2 = \varepsilon - Ir$  وقتی کلید K بسته می‌شود:

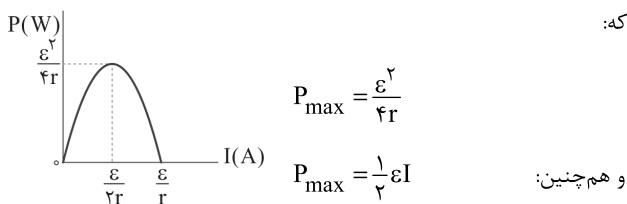
از آن جایی که  $V_1 = V_2$  است، پس:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow Ir = 0 \Rightarrow r = 0$$

۶۱ ۳ نکته: با مقایسه رابطه توان خروجی باتری با نمودار

سهمی شکل توان خروجی باتری بر حسب جریان عبوری از آن متوجه می‌شویم

که:



با توجه به نکته بالا نیروی محرکه باتری برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \varepsilon I \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \times \varepsilon \times 4 \Rightarrow \varepsilon = 4V$$

از طرف دیگر:

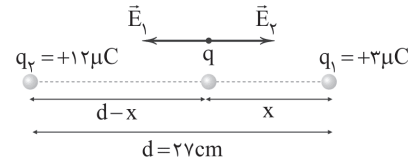
$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{4r} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \Omega$$

پس:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I=2A} P = (4 \times 2) - \left(\frac{1}{2} \times 4\right) \Rightarrow P = 6W$$

۵۵ ۲ بارهای  $q_1 = +3\mu\text{C}$  و  $q_2 = +12\mu\text{C}$  همانم هستند، پس

برای این‌که برابری میدان در محل بار  $q$  برابر صفر شود، بار  $q$  باید بین دو بار و نزدیک‌تر به بار کوچک‌تر قرار داشته باشد:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{12} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{x}{d-x}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{d-x} \Rightarrow d-x = 2x$$

$$\Rightarrow d = 3x \Rightarrow 27 = 3x \Rightarrow x = 9\text{cm}$$

حال از صفر بودن برابری میدان‌ها در محل بار  $q_1$  استفاده می‌کنیم:

$$E_2 = E_q \Rightarrow k \frac{|q_2|}{d^2} = k \frac{|q|}{x^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q|} = \left(\frac{d}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{9} = \left(\frac{27}{9}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{12}{9} = 9 \Rightarrow |q| = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

چون بار  $q_1$  خارج از محل بارهای  $q$  و  $q_2$  است، برای آن‌که برابری میدان‌های

الکتریکی وارد بر آن صفر شود، باید بارهای  $q$  و  $q_2$  ناهمنام باشند، پس:

$$q = -\frac{4}{3} \mu\text{C}$$

۵۶ ۱ چون دو صفحه فلزی، بزرگ و موازی هستند، میدان بین آن‌ها

(به دور از لبه‌ها) میدان الکتریکی یکنواخت است و در نتیجه بردار میدان در

تمام نقاط بین دو صفحه هم‌اندازه و هم‌جهت است. از آن‌جا که نیروی وارد بر

بار  $q$  از طرف میدان برابر با  $\vec{F} = q\vec{E}$  است، پس نیروی وارد بر یک بار هم در

تمام نقاط، هم‌اندازه و هم‌جهت است.

۵۷ ۴ خازن را از باتری جدا کرده‌ایم، پس مقدار بار روی آن (Q)

ثابت است:

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} QV_2}{\frac{1}{2} QV_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (I)$$

از طرفی:

$$U_2 = U_1 - \frac{1}{3} U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{2}{3} U_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{3} \quad (II)$$

بنابراین:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3}$$



## ۶۵ بررسی گزینه‌ها: ۳

(۱) آمپرسنج آرمانی، مقاومت بسیار پایینی دارد، پس اتصال کوتاه رخ می‌دهد و مقاومت ۲ اهمی از مدار حذف می‌شود.

(۲) ولت‌سنج آرمانی، مقاومت بسیار بالایی دارد، پس جریانی از مقاومت ۳ اهمی نمی‌گذرد.

(۳ و ۴) ولت‌سنج موجود، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۶ اهمی را نشان می‌دهد و اگر جای آن را با آمپرسنج عوض کنیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۲ اهمی را نشان می‌دهد. با داشتن جریان در حالت اول، مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

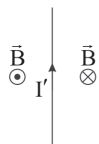
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{12}{6 + r} \Rightarrow 6 + r = 6 \Rightarrow r = 0$$

با تغییر مکان ولت‌سنج، مقاومت ۲ اهمی به مدار برمی‌گردد و مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با هم موازی خواهند بود. در این حالت جریان گذرنده از مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

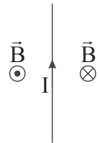
$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{12}{4 + 0} = 3A \Rightarrow V_p = RI' = 2 \times 3 = 6V$$

بنابراین ولت‌سنج مقدار کم‌تری را نسبت به حالت اول نشان می‌دهد.

۶۶ میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I'$  به شکل زیر است:



میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I$  به شکل زیر است:



چون جریان‌ها برابر هستند، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I$  در نقطه‌ای در فاصله بیش از  $L$  از آن (در فضای بین دو سیم)، کم‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان  $I'$  در همان نقطه است، پس در نقطه (۳) جهت برآیند میدان‌های مغناطیسی، برونسو است.

## ۶۷ ۲

با توجه به رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ ، نسبت بزرگی میدان نهایی ( $B_p$ ) به بزرگی

میدان اولیه ( $B_1$ ) را می‌توانیم به شکل زیر محاسبه کنیم:

$$\frac{B_p}{B_1} = \frac{N_p}{N_1} \times \frac{I_p}{I_1} \times \frac{l_1}{l_p}$$

## ۶۲ ۲ قبل از بستن کلید K:

$$V = \mathcal{E} - Ir = 12 - 0 = 12V$$

$$R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$

دو مقاومت ۴ اهمی متوالی‌اند، بنابراین:

بنابراین توان مصرفی در مدار برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow P = \frac{(12)^2}{8} = \frac{144}{8} = 18W$$

بعد از بستن کلید K:

دو مقاومت ۱۶ و ۴ اهمی موازی‌اند، بنابراین:

$$R' = \frac{4 \times 16}{4 + 16} = 3.2\Omega$$

این مقاومت با مقاومت ۴ اهمی متوالی است، بنابراین:

$$R'_{eq} = 3.2 + 4 = 7.2\Omega$$

بنابراین توان مصرفی در مدار برابر است با:

$$P' = \frac{V^2}{R'_{eq}} = \frac{(12)^2}{7.2} = 20W$$

پس توان مصرفی، ۲ وات افزایش یافته است.

۶۳ ۴ ابتدا انرژی که باتری به مدار داده است را محاسبه می‌کنیم:

$$r = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = V$$

$$W = P_1 t_1 \xrightarrow{P_1 = \frac{V^2}{R_1}} W = \frac{V^2}{R_1} t_1 = \frac{(40)^2}{20} \times 10 = 800 (W.h)$$

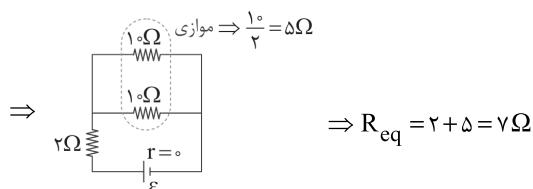
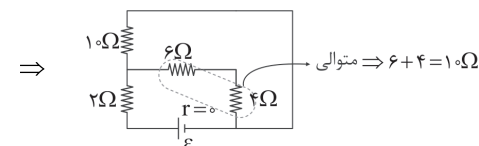
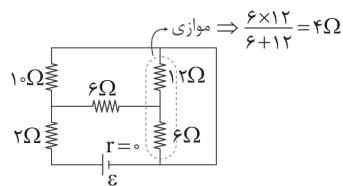
توان مصرف‌شده در مقاومت ۵۰ اهمی برابر است با:

$$P_p = \frac{V^2}{R_p} = \frac{(40)^2}{50} = 32W$$

$$W = P_p t_p \Rightarrow 800 = 32 \times t_p \Rightarrow t_p = 25h$$

بنابراین:

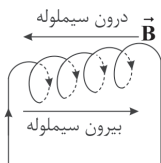
## ۶۴ ۱



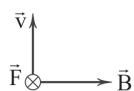


۷۲ ۴ ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی

را در درون و بیرون سیملوله مشخص کرده و با استفاده از رابطه سیملوله آرمانی اندازه میدان مغناطیسی را محاسبه می‌کنیم:



$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 30 \times 2}{60 \times 10^{-2}} = 1/2 \times 10^{-4} \text{ T}$$



حال با قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره از طرف این میدان را مشخص کرده و مقدار آن را به دست می‌آوریم.

$$F = |q| v B \sin \theta$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta = 1 \rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 4000 \times 1/2 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F = 96 \times 10^{-9} \text{ N} = 96 \text{ nN}$$

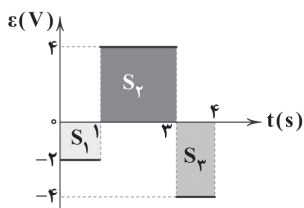
۷۳ ۴ از رابطه جریان داریم:

$$\begin{cases} I = I_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \Rightarrow I_m = 4 \text{ A} \\ I = 4 \sin(20\pi t) \end{cases}$$

انرژی ذخیره شده در القاگر زمانی حداکثر است که از آن جریان حداکثر عبور می‌کند، بنابراین:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} LI_m^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4)^2 = 0.16 \text{ J}$$

۷۴ ۳ طبق رابطه  $|\bar{\epsilon}| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  مساحت محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار  $|\bar{\epsilon}| \Delta t$  می‌باشد، معادل  $N \Delta\Phi$  است، بنابراین داریم:



$$N \Delta\Phi = S_2 - S_1 - S_3 = 8 - (2) - (4) = 2$$

$$\xrightarrow{N=100} 100 \Delta\Phi = 2 \Rightarrow \Delta\Phi = 0.02 \text{ Wb}$$

۷۵ ۱ از رابطه جریان القایی داریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \Rightarrow I = 5 \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \quad (\text{I})$$

حال باید T را محاسبه کنیم:

$$\frac{60 \text{ s}}{T} \left| \frac{9000}{1} \right. \Rightarrow T = \frac{60}{9000} = \frac{1}{150} \text{ s} \Rightarrow \frac{\gamma\pi}{T} = \frac{\gamma\pi}{1/150} = 300\pi \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \text{ و } (\text{II}) \Rightarrow I = 5 \sin(300\pi t)$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\frac{B_2}{B_1} = 2 \times 1 \times \frac{1}{4} \Rightarrow B_2 = B_1 \quad (*) \quad (1)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{4} \Rightarrow B_2 = \frac{1}{4} B_1 \quad (\checkmark) \quad (2)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = 1 \times 2 \times \frac{1}{4} \Rightarrow B_2 = B_1 \quad (*) \quad (3)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = 1 \times \frac{1}{4} \times 2 \Rightarrow B_2 = B_1 \quad (*) \quad (4)$$

پس در گزینه (۲) بزرگی میدان اولیه و نهایی یکسان نیستند.

$$68 \quad 4 \quad \bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{از قانون فاراده برای پیچه یا سیملوله داریم:}$$

که در آن  $\Delta\Phi$  برابر است با:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (AB \cos \theta_2 - AB \cos \theta_1)$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = (-0.5 - 0.5) \times 20 \times 10^{-4} = -20 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -500 \times \frac{-20 \times 10^{-4}}{0.1} \right| = 10 \text{ V}$$

بنابراین:

۶۹ ۱ برای پیچه از قانون فاراده داریم:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{A \cos \theta \Delta B}{\Delta t}$$

مقدار نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی صفر تا ۰/۱ ثانیه برابر است با:

$$\bar{\epsilon} = -1 \times \frac{3 \times (0.2)^2 \times \cos 0^\circ \times 0.2}{0.1} = \frac{-0.24}{0.1} = -0.24 \text{ V}$$

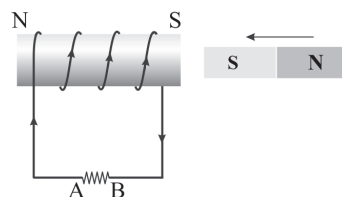
با بررسی گزینه‌ها می‌بینیم که تنها گزینه (۱) می‌تواند پاسخ درست باشد.

۷۰ ۳ اتم‌های مواد دپامغناطیسی، دارای دو قطبی مغناطیسی خالص

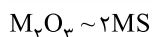
نیستند، با این وجود، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.

۷۱ ۲ در این‌گونه مسائل که یک آهنربا را به یک سیملوله درون مدار

نزدیک (یا دور) می‌کنیم، خود سیملوله را یک آهنربا در نظر می‌گیریم که (طبق قانون لنز) با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند. برای مثال در این سؤال چون قطب S آهنربا سمت مدار است و آهنربا به مدار نزدیک می‌شود، بنابراین سیملوله باید با این حرکت مخالفت کند، پس طرف نزدیک سیملوله به آهنربا نقش قطب S را بازی می‌کند و سمت دورتر نقش قطب N را.



با استفاده از قاعده دست راست، جهت جریان در سیملوله را به دست می‌آوریم که همان‌طور که در شکل بالا مشخص است، جهت این جریان در مقاومت از B به A می‌باشد.

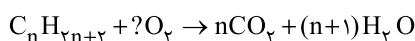


۳ ۸۲

$$\frac{M_p O_3 \text{ گرم} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{MS \text{ گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{9/05 \times \frac{63}{100}}{1 \times (2M + 48)} = \frac{6/3}{2 \times (M + 32)} \Rightarrow M = 52 \text{ g.mol}^{-1}$$

۲ ۸۳



$$\frac{\% \Delta \text{mol}}{1} = \frac{x \text{ g}}{n \times 44} = \frac{y \text{ g}}{(n+1) \times 18}$$

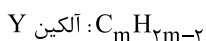
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 22n \text{ g } CO_2 \\ y = 9n + 9 \text{ g } H_2 O \end{cases} \Rightarrow 22n + 9n + 9 = 257 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین آلکان مورد نظر ۸ کربنه است و می‌توان نام ۲، ۴، ۶ - تری‌متیل پنتان را به آن نسبت داد.

۱ ۸۴



$$\Rightarrow 2n = 2m - 2 \Rightarrow m = n + 1$$



$$X \text{ شمار جفت الکترون های پیوندی} = \frac{n(4) + 2n(1)}{2} = 3n$$

$$Y \text{ شمار جفت الکترون های پیوندی} = \frac{(n+1)(4) + 2n(1)}{2} = 3n + 2$$

تفاوت دو مقدار  $3n$  و  $3n + 2$  برابر با ۲ است.

۸۵ ۳ از آن‌جا که مخلوط باقی‌مانده شامل آب و یخ است، می‌توان نتیجه

گرفت که دمای تعادل برابر  $0^\circ C$  است و تنها مقداری از یخ ذوب شده است.

گرما از دست داده شده توسط فلز = گرمای جذب‌شده توسط یخ

$$80 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{18 \text{ g}} \times \frac{6000 \text{ J}}{1 \text{ mol}} = 400 \text{ g} \times 180^\circ C \times c \Rightarrow c = 0.37 \text{ J.g}^{-1} .^\circ C^{-1}$$

۸۶ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش سوختن گلوکز گازی شکل به صورت



مطابق ساختار داده‌شده در هر مولکول گلوکز، ۷ پیوند C-H، ۷

پیوند C-O، ۵ پیوند C-C و ۵ پیوند O-H وجود دارد.

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [7\Delta H(C-H) + 7\Delta H(C-O)]$$

$$+ 5\Delta H(C-C) + 5\Delta H(O-H) + 6\Delta H(O=O)]$$

$$- [12\Delta H(C=O) + 12\Delta H(O-H)]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [7(415) + 7(380) + 5(348) + 6(495)]$$

$$- [12(800) + 7(463)] = [10275] - [12841] = -2566 \text{ kJ}$$

۷۶ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست‌اند.

### بررسی هر چهار عبارت:

(آ) نقطه ذوب و جوش عنصر A یا همان فلز لیتیم بالاتر از نقطه ذوب و جوش عنصر D یا همان گاز کلر است.

(ب) عنصر M جزو فلزهای دسته d بوده که چکش‌خوار است و قابلیت ورقه شدن دارد.

(پ) عنصر E یا همان شبه‌فلز ژرمانیم در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(ت) یکی از آلوتروپ‌های عنصر X یا همان فسفر به علت واکنش‌پذیری زیاد، دور از هوای آزاد نگهداری می‌شود.

۷۷ ۴ در هر دوره از جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی

برای فلزها (عنصرهای سمت چپ جدول) بیشتر از نافلزها (عنصرهای سمت راست جدول) است.

۷۸ ۲ به جز آرایش الکترونی یون  $Sr^{2+}$  که شبیه‌گاز

نجیب Kr است، آرایش الکترونی سایر یون‌ها شبیه هیچ گاز نجیبی نیست.

۷۹ ۴ به طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام

می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است. واکنش‌های (b) و (c) به طور طبیعی انجام می‌شوند.

۸۰ ۲ فرض می‌کنیم ۱۰۰g از نمونه خشک کود شیمیایی در

دسترس باشد:

$$? \text{ g } P_2 O_5 = 18/6 \text{ g P} \times \frac{1 \text{ mol P}}{31 \text{ g P}} \times \frac{1 \text{ mol } P_2 O_5}{2 \text{ mol P}} \times \frac{142 \text{ g } P_2 O_5}{1 \text{ mol } P_2 O_5} = 42/6 \text{ g } P_2 O_5$$

$$\text{جرم } H_2 O = \frac{\text{جرم } H_2 O}{\text{جرم نمونه خشک} + \text{جرم } H_2 O} \times 100$$

$$\Rightarrow 4/75 = \frac{x}{x+100} \times 100 \Rightarrow x = 5 \text{ g } H_2 O$$

$$\text{درصد } P_2 O_5 \text{ در نمونه مرطوب} = \frac{42/6}{5+100} \times 100 = 40/5$$

### ۸۱ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) سوخت هواپیما، به طور عمده از نفت سفید که مخلوطی از آلکان‌هاست تهیه می‌شود.

(۳) سوخت هواپیما از پالایش نفت خام در برج‌های تقطیر پالایشگاه‌ها تولید می‌شود.

(۴) تولید سوخت هواپیما یکی از صنایع مهم و ارزآور است که به دانش فنی بالایی نیز احتیاج دارد.



بنابراین با توجه به آنتالپی تصعید گلوکز،  $\Delta H$  واکنش سوختن گلوکز جامد برابر است با:

$$(-2566) + (66) = -2500 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

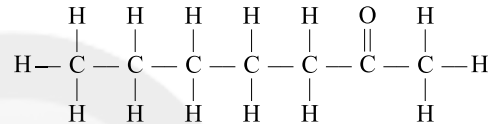
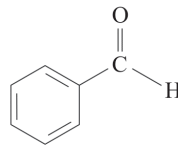
$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 500 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{2500 \text{ kJ}} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

$$= 36 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

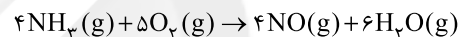
ساختار مولکول‌های بنز آلدهید ( $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ ) و ۲-هیپتانون

( $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$ ) در زیر آمده است.

با توجه به این ساختارها هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.



معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

واکنش (II) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش (I) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش (III) را در عدد ۳ ضرب کنیم.

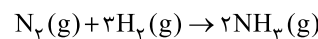
سپس این واکنش‌ها را باید با هم جمع کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = (-2\Delta H_{\text{II}}) + (2\Delta H_{\text{I}}) + (3\Delta H_{\text{III}}) = (-2(-92))$$

$$+ (2(+181)) + (3(-484)) = -906 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 6/8 \text{ NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{906 \text{ kJ}}{4 \text{ mol NH}_3} = 90/6 \text{ kJ}$$

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



سرعت متوسط تولید آمونیاک در ۲ دقیقه اول و ۲ دقیقه دوم واکنش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{R}_{\text{NH}_3[-2]} = \frac{\Delta[\text{NH}_3]}{\Delta t} = \frac{4/6}{2} = 2/3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{NH}_3[2-4]} = \frac{\Delta[\text{NH}_3]}{\Delta t} = \frac{7/8 - 4/6}{2} = 1/6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

از آنجا که سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و نیز سرعت تولید فرآورده‌ها با گذشت زمان کاهش می‌یابد، سرعت متوسط تولید  $\text{NH}_3$  در دقیقه سوم بیشتر از دقیقه چهارم است. در نتیجه سرعت متوسط تولید  $\text{NH}_3$  در دقیقه سوم بیشتر از  $1/6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  و کم‌تر از  $2/3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  است.

$$\frac{3}{2} \times 2/3 < \bar{R}_{\text{NH}_3[2-3]} < \frac{3}{2} \times 1/6 \Rightarrow (4) \text{ و } (2)$$

از طرفی سرعت متوسط تولید آمونیاک در ۶ دقیقه نخست واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{NH}_3[-6]} = \frac{\Delta[\text{NH}_3]}{\Delta t} = \frac{10/4}{6} = \frac{5/2}{3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

به همین ترتیب سرعت متوسط مصرف گاز  $\text{H}_2$  در ۶ دقیقه نخست واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{H}_2[-6]} = \frac{3}{2} \times \frac{5/2}{3} = 2/6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

به این ترتیب گزینه (۱) نیز حذف می‌شود، زیرا سرعت متوسط مصرف گاز  $\text{H}_2$  در دقیقه سوم باید بیشتر از ۶ دقیقه نخست واکنش باشد.

۲ ۹۰

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{HCl}}$$

$$\text{STP} \begin{cases} \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{1}{2} \times 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \\ \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{\Delta n}{3 \cdot \text{min}} \\ \Rightarrow \Delta n = 1/6 \text{ mol CO}_2 \\ ? \text{ L CO}_2 = 1/6 \text{ mol} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 3.3/6 \text{ L CO}_2 \end{cases}$$

$$\text{دما و فشار اتاق} \begin{cases} \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{1}{2} \times 0/12 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = 0/06 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \\ \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow 0/06 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{\Delta n}{3 \cdot \text{min}} \\ \Rightarrow \Delta n = 1/8 \text{ mol CO}_2 \\ ? \text{ L CO}_2 = 1/8 \text{ mol} \times \frac{44 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ L}}{1/8 \text{ g}} = 72 \text{ L CO}_2 \end{cases}$$

$$\Delta V = 72 - 33/6 = 38/4 \text{ L}$$

گرمای حاصل از سوختن  $13/2 \text{ g}$  پروپان برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 13/2 \text{ g C}_3\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{44 \text{ g C}_3\text{H}_8} \times \frac{2280 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} = 684 \text{ kJ}$$

اکنون می‌توان جرم آب را به دست آورد:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 684 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{570 \text{ kJ}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 42/2 \text{ g H}_2\text{O}$$





به این ترتیب فرمول شیمیایی پلیمر A به صورت  $(C_4H_6O)_n$  و پلیمر B به صورت  $(C_4H_6O_2)_n$  است.

$$C_4H_6O : 2(12) + 6(1) + 16 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$C_4H_6O_2 : 4(12) + 6(1) + 2(16) = 86 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$86 - 44 = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

فرمول پلی استیرین به صورت  $(C_8H_8)_n$  است و از

پلی وینیل کلرید؛  $(C_2H_3Cl)_n$  در ساخت کیسه‌ی خون استفاده می‌شود.

$$1 \text{ mol } C_8H_8 \times \frac{1 \text{ molecule}}{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}} = 9.03 \times 10^{26} \text{ molecule}$$

$$\times \frac{104 \text{ g } C_8H_8}{1 \text{ mol } C_8H_8} = 156000 \text{ g } C_8H_8$$

مطابق داده‌های سؤال جرم پلی وینیل کلرید برابر با  $156000 \text{ g}$  خواهد بود.

$$\text{جرم نمونه‌ی PVC} = \frac{\text{شمار واحد تکرارشونده در PVC}}{\text{جرم مولی مونومر}}$$

$$= \frac{156000 \text{ g}}{62/5 \text{ g}} = 2496$$

به جز مورد چهارم، سایر ویژگی‌های اشاره‌شده در مورد پلی اتن

بدون شاخه درست است.

تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است. به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

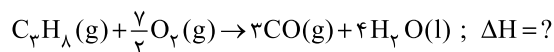
تمامی پلیمرهای اشاره‌شده، جزو پلی‌آمیدها طبقه‌بندی

می‌شوند. کولار یک پلیمر ساختگی و سایر پلیمرها طبیعی هستند.

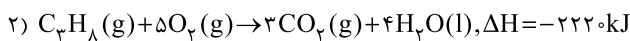
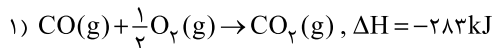
به جز دو شکل نوار چسب تفلون و محافظ کف اتو، سایر

شکل‌ها کاربردهای پلی‌اتن را نشان می‌دهند.

معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:



معادله‌ی واکنش‌های کمکی و  $\Delta H$  آن‌ها به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، کافیت واکنش (۲) را به همان صورت نوشته، واکنش (۱) را معکوس و ضرایب آن را در عدد ۳ ضرب کنیم و سپس هر دو واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H = (-2220) + (-3(-283)) = -1371 \text{ kJ}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) لیکوپن دارای ۱۳ گروه عاملی آلکنی ( $C=C$ ) است.

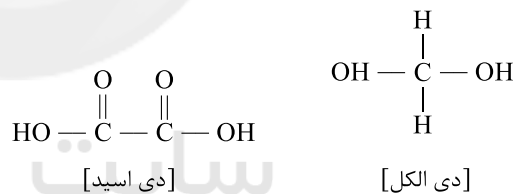
(۲) تمام شاخه‌های فرعی لیکوپن از نوع متیل هستند.

(۳) مصرف خوراکی‌های محتوی لیکوپن سبب می‌شود که رادیکال‌ها به دام بیفتند تا با کاهش مقدار آن‌ها از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود.

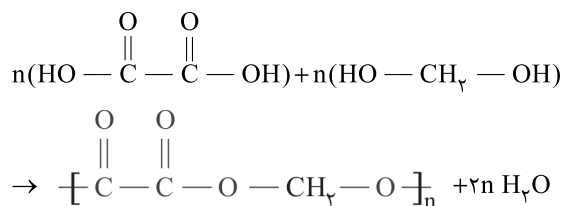
ویتامین K همانند چهار ترکیب پیشنهاد شده، در آب حل

نمی‌شود.

در زیر ساختار ساده‌ترین دی‌اسید و ساده‌ترین دی‌الکل آمده است:



هنگامی که این دو ترکیب در واکنش تشکیل پلی‌استر شرکت می‌کنند، خواهیم داشت:



هر واحد تکرار شونده از این پلی‌استر؛  $\left[ \text{COCOCH}_2\text{O} \right]_n$  شامل

۹ اتم است.

پلیمرهای A و B را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد:

