

۱۳۱ - ترکیبی ۴

ابتدا خارج قسمت تقسیم ۵۷۵۹۸ بر ۲۳ را کاسه می کنیم.

مطابق تقسیم رو برو، خارج تقسیم ۷۶۵ است و برای این که باقیمانده عدد صفر باشد

داریم $a=1$ و عدد نهی رقم ۱۷۵۹۵ است. حال باید بینم این عدد از مربع کامل عدالت
چقدر کمتر است. اعداد مربع کامل نزدیک این عدد عبارتند از:

$$۱۳۰ \times ۱۳۰ = ۱۶۹۰۰$$

$$۱۳۱ \times ۱۳۱ = ۱۷۱۴۱$$

$$۱۳۲ \times ۱۳۲ = ۱۷۴۲۴$$

$$۱۳۳ \times ۱۳۳ = ۱۷۶۱۹$$

$$\Rightarrow ۱۷۶۱۹ - ۱۷۵۹۸ = ۲۱$$

$$\begin{array}{r}
 ۵۷۵۹۸ \\
 - ۱۶۵ \\
 \hline
 ۵۷۴۱۰ \\
 - ۱۳۸۰ \\
 \hline
 ۵۶۰۳۰ \\
 - ۱۶۱۰۰ \\
 \hline
 (a-1) ۰۰۰۰
 \end{array}$$

$\overline{) ۲۳}$
 یکان ۵
 دهگان ۶
 صدگان ۷

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \\ \frac{c}{d} = 2 \Rightarrow c = 2d \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ac + c^2}{bd + d^2} = \frac{2b \times 2d + 2d \times 2d}{b \times d + d \times d} = \frac{4bd + 4d^2}{bd + d^2} = 4$$

برای محاسبی حد اکثر مقدار مطلوب، باید توجه کنیم مقدار ممکن برای مقسوم علیه در نظر گرفته شود. از آنجا که باقیمانده ۱۵ است پس مقسوم علیه حداقل ۱۶ خواهد بود. بدین صورت مقسوم را محاسبی کنیم طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = 7 \times 17 + 18 = 127$$

حال اگر یک واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم و ۱۲۷ را بر ۱۷ تقسیم کنیم، خارج قسمت همچنان ۷ است.
 حتی اگر دو واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم و ۱۴۷ را بر ۱۷ تقسیم کنیم، خارج قسمت همچنان ۷ است.
 اما اگر سه واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم و ۱۶۷ را بر ۱۷ تقسیم کنیم، خارج قسمت تغییر می کند. مطلوب نیست.

طرفین را در x ضرب می کنیم. $x + \frac{1}{x} = 3 \rightarrow (x + \frac{1}{x}) \cdot x = 3x \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow x^2 = 3x - 1$

$x^2(x-1) = (3x-1)(x-1) = 3x^2 - 3x - x + 1 = 3x^2 - 4x + 1 = 3(3x-1) - 4x + 1$
 $= 9x - 3 - 4x + 1 = 5x - 2$

برای محاسبه $(1 - \frac{1}{x}) \cdot \frac{1}{x^2}$ فقط کافی است، در عبارت $x^2(x-1)$ به جای x قرار دهیم $\frac{1}{x}$. چرا که:

$x^2(x-1) \rightarrow (\frac{1}{x})^2 (\frac{1}{x} - 1) = \frac{-1}{x^3} (1 - \frac{1}{x})$

در نتیجه فقط کافی است در عبارت معادل $x^2(x-1)$ به جای x قرار دهیم $\frac{1}{x}$. (برعکس)

$\frac{-1}{x^3} (1 - \frac{1}{x}) = \frac{-1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$

حاصل عبارت نهایی $= 5x - 2 + \frac{-1}{x^3} + \frac{1}{x^4} = 5(x + \frac{1}{x}) - 4 = 5 \times 3 - 4 = 11$

در میان اعداد زوج یک رقمی صحیح رقم فردی وجود ندارد.

در میان اعداد زوج صفری، ۵ بار رقم یک، ۵ بار رقم سه، ۵ بار رقم پنج، ۵ بار رقم هفت و پنج بار رقم نه به کار رفته است. در رقم ۵ مرتبه است.
 در میان اعداد زوج از ۱۰ تا ۱۹۹ پس ۲۵ رقم بالار جایگاه دهگان تکراری شود و همچنین در نیمه کان رقم یک در صدگان به کار رفته است که تعدادشان ۵ مرتبه است.

در میان اعداد زوج از ۲۰ تا ۲۹۹، فقط ۳ مرتبه رقم فرد در اعداد ۲۰، ۲۱ و ۲۲ به کار رفته است.

$25 + 25 + 50 + 3 = 103$

۱۳۷ - گزینیه ۲

نسبت A = $\frac{75}{100} \times 28 = \frac{3}{4} \times 28 = 21$ →

نسبت B = $21 + \frac{1}{2} \times 21 = 21 + 10.5 = 31.5$ →

در نسیم A و B و C به ترتیب به نسبت ۲۱، ۳۱.۵ و ۳۲.۵ مقدار برابر نامناسب مقدار برابر می شود.

A	۲۸	۱۱۲	تعداد A
B	۲۱	۸۴	تعداد B
C	۲۴	۹۶	تعداد C
مجموع نسبت	۷۳	۲۹۲	در اصل

x 4

⇒ ۱۱۲ - ۹۶ = ۱۶

۱۳۸ - گزینیه ۳

سن علی را x و سن خواهر علی را y در نظر بگیریم.

وقتی علی به سن ۱۶ سالگی برسد، یعنی باید x - ۱۶ سال بگذرد. در این صورت سن خواهر علی y + ۱۶ خواهد بود که دو برابر سن علی یعنی ۳۲ است.

$y + 16 = 32 \Rightarrow y - x = 32 - 16 \Rightarrow y - x = 16$

اگر علی به دو برابر سن امین برسد، یعنی باید x سال زمان بگذرد و در این صورت سن خواهر علی y + x خواهد بود که طبق صورت سوال $y + x = 38$ است.

$\begin{cases} y - x = 16 \\ y + x = 38 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2y = 16 + 38 = 54 \Rightarrow y = 27$ سن خواهر علی

⇒ سن علی $x = 38 - y = 38 - 27 = 11$

بنابراین علی ۱۱ سال بزرگتر از امین است.

$$a + 10 + b = 3 \times 9 \Rightarrow a + b = 17$$

$$1 + c + 18 = 3a \Rightarrow c = 3a - 19$$

$$18 + d + 2 = 3b \Rightarrow d = 3b - 20$$

با توجه به این که $a + b = 17$ است، می توانیم با آزمون و خطا $a = 8$ و $b = 9$ در نظر بگیریم. در این صورت داریم:

$$c = 3a - 19 = 3 \times 8 - 19 = 5$$

$$d = 3b - 20 = 3 \times 9 - 20 = 7$$

در نتیجه اعداد a و b و c و d طبیعی بدرستی هستند و در فرآیند سوال صدق می کنند. بنابراین داریم:

$$ab = 8 \times 9 = 72$$

با توجه به جملی اول، کتاب به نسبت ۱ به ۱ تقسیم شوند، یعنی بر عدد ۲ تقسیم شوند، کتابی اضافه نمی آید و تعداد کتاب ۴ زوج است.

با توجه به جملی سوم صورت سوال، کتاب ۲ به ۱ نسبت ۳ تقسیم شوند، یعنی بر عدد ۵ تقسیم شوند، ۴ کتاب اضافه می آید. بنابراین

باقیمانده ۵ تقسیم کتاب ۲ به ۱ برابر ۴ است و این یعنی ۴ کتاب است.

بنابراین تعداد کتاب ۴، ۴، ۴ یا ۴، ۴، ۴ یا ۴، ۴ خواهد بود.

با توجه به جملی دوم صورت سوال، کتاب ۲ به ۱ نسبت ۱ به ۱ تقسیم شوند، یعنی بر عدد ۳ تقسیم بشود، ۱ کتاب اضافه می آید. بنابراین

باقیمانده ۱ تقسیم تعداد کتاب ۲ به ۱ برابر ۱ است. در نتیجه از میان اعداد فوق، تعداد کتاب ۴ است.

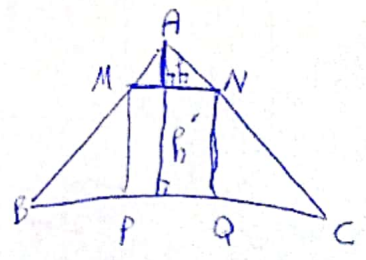
حال اگر ۴ کتاب به نسبت ۱ به ۱ تقسیم شود، یعنی بر ۶ تقسیم بشود، باقیمانده ۵ تقسیم معادل ۴ است.

$$AM = \frac{1}{3} MB \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{1}{4}$$

بنابراین نسبت مساحت های AMN و ABC برابر $\frac{1}{16}$ است که این معادل نسبت ارتفاع های فرمات نیز خواهد بود. داریم:

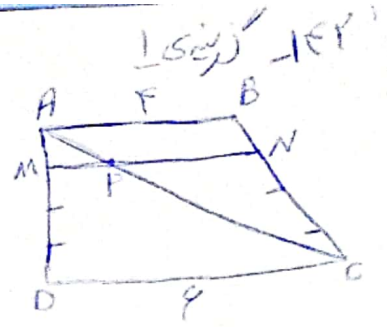
$$\frac{h}{h+h'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h'}{h+h'} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABC}} = \frac{MN \times h'}{\frac{1}{4} BC \times (h+h')} = 4 \times \frac{MN}{BC} \times \frac{h'}{h+h'} = 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$



در مثلث \$ABC\$ دو خط موازی \$PN \parallel AB\$ طبق قضیه فیثاغوس برقرار است:

$$\frac{PN}{AB} = \frac{CN}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow PN = \frac{3}{4} AB = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$



$$\frac{AM}{AD} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{ABNP}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times (AB+PN) \times AM}{\frac{1}{2} \times (AB+CD) \times AD} = \frac{(4+3) \times AM}{(4+4) \times AD} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{32} = \frac{17\%}{100}$$

۱۴۳ - ترکیبی ۲

در شکل ۱ مثلث با ابعاد ۲ و ۲ و ۲ و دو زاویه ۶۰ درجه به ابعاد ۳ و ۳ و ۳ و ۳ وجود دارد.

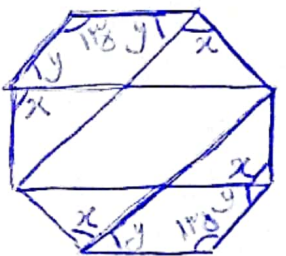
$$8 + 8 + 6 = 22$$

۱۴۴ - ترکیبی ۲

در هست صفحه مستطین طول پیرامونی اضلاع ۲ و پیرامونی زاویه برابر ۱۳۵ می باشد.

در نیم پاره ای با شعاع روده شامل دو لوزی کوچک و یک مثلث و یک لوزی بزرگ است.

زاویه یکی از لوزی های کوچک قطری زاویه ۱۳۵ می باشد و برابر ۴۵ - ۱۳۵ = ۱۱۰ می باشد.



زاویه یکی از اضلاع زاویه یکی از زاویه ۱۳۵ می باشد و برابر ۹۰ - ۴۵ = ۴۵ - ۱۳۵ می باشد.

در نیم پاره مثلث سفید قائم الزامی هستند از طرفی مثلث های مساوی الی این در بی طول

لان ۲ نیز هستند

$$S_{\text{مستطین}} = (2 + 2\sqrt{2}) a^2 = (2 + 2\sqrt{2}) \times 2^2 = 1 + 11\sqrt{2}$$

$$S_{\text{نمای سفید}} = 4 \times \left(\frac{2 \times 2}{2}\right) = 4$$

$$S_{\text{شکل خنجر خنجر}} = 1 + 11\sqrt{2} - 4 = 11\sqrt{2}$$

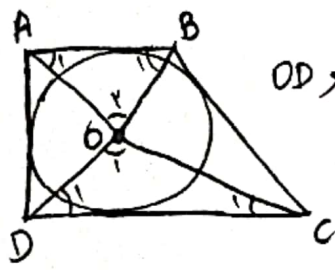
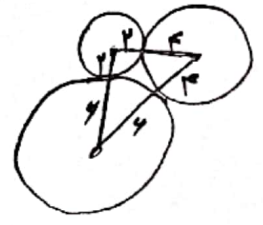
در شکل دو جانی مثلث رسم شده است. با ترسیم پرسم میانی مثلث، مثلث کوچکتر هم مساحت پدید می آید. در نتیجه نسبت مساحت های دو مثلث AHM و BHN برابر است.

اگر ربع دایره را به صورت کامل و ۳۶۰ حول شعاع آن دوران بدسیم، یک نیم کره ایجاد می شود. با دوران ۳۰، حجم شکل حاصل $\frac{30}{360} = \frac{1}{12}$ نیم کره به شعاع ۶ خواهد بود.

$$V = \frac{1}{12} V_{\text{نیم کره}} = \frac{1}{12} \left(\frac{2}{3} \pi R^3 \right) = \frac{\pi}{18} \times 6^3 = \frac{\pi}{18} \times 216 = 12\pi$$

با توجه به شکل، ابعاد مثلث برابر ۶، ۸ و ۱۰ خواهد بود. این مثلث قائم الزام است، چرا که در رابطه پیتاغورس صدق می کند. $(6^2 + 8^2 = 10^2)$ بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$



مرکز دایره می محاطی در واقع نقطه تلاقی نیمه های داخلی چهار ضلعی است. بنابراین پاره خط های OA، OB، OC، و OD، نیمه های داخلی چهار ضلعی هستند. با توجه در مثلث های OAB و OCD داریم:

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = \text{نصف مجموع زاویه های داخلی چهار ضلعی} = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 + \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \text{مجموع زاویه های داخلی دو مثلث} = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

تعداد قطر های n گون از هر رأس یک n ضلعی محدب برابر $(n-3)$ است. بنابراین از هر رأس ۵ ضلعی ۱۲-۳=۹ قطر می گذرد از طرفی از آنجا که دو رأس غیر مجاور هستند، بنابراین یک قطر مشترک دارند که این قطر در شمارش دو بار شمرده شده است.

$$2 \times 12 - 1 = 23$$

شکل محور تقارن ندارد اما مرکز تقارن دارد.

تعداد چوب کبریت ۴ و تعداد مثلث ۴ از الگوی دنباله‌ی حسابی پیروی می‌کند. در رسم جمله‌ی عمومی هر دو دنباله برای شکل n ام را می‌نویسیم. در

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد چوب کبریت ۴	۳	۷	۱۱	...	4n-1
تعداد مثلث ۴	۱	۳	۵	...	2n-1

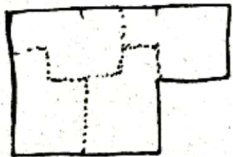
دنباله‌ی تعداد چوب کبریت ۴ قدر نسبت ۴ و در دنباله‌ی تعداد مثلث ۴ قدر نسبت ۲ است.

$$4n-1 = 211 \Rightarrow 4n = 212 \Rightarrow n = \frac{212}{4} = 53$$

در رسم در شکل شماره ۵۳، تعداد چوب کبریت ۴ برابر ۲۱۲ است. تعداد مثلث ۴ در این شکل برابر است با:

$$2n-1 = 2 \times 53 - 1 = 106 - 1 = 105$$

در شکل ۱ مثلث دیده می‌شود.



در شکل حداقل ۴ قطعه متساویه با قطعه‌ی اصلی قرار می‌گیرد.

در ردیف اول هیچ قطعه، در ردیف دوم در قطعه‌ی اول و آخر و در ردیف سوم سه قطعه وجود دارد که تنها از دو پهلو بسیار قطعات در تماس هستند.

در ردیف اول ۱۱ ماورده را در ردیف دیگر می‌کنیم اما ما شاهد می‌شود.

$$10 \times 10 + 11 = 111$$

تصویر چنان فرد در دست عدسی یعنی مجازی و بزرگتر است که این تصویر در عدسی و آنرا دیده می‌آید. عدسی را برای افراد نزدیک بین کاربرد دارد.

چنانچہ حرکت از کلید و وصل باشند، مدار کامل شدہ و الکترون با در جریان خواهند بود و لامپ روشن می شود. و مثل بدن هم زمان دو کلید بلا مانع است.

۱۵۸- گزینہ ۱

موج رادیو لوزی همان پرتو ایکس است که آکسیب رسان است. پرتو ایکس از جمله امواج الکترو مغناطیس است که با سرعت نور (3×10^{10}) حرکت می شود. اما موج سونوگرافی از جنبش فرا صوت است که با سرعت بسیار پایین تری نسبت به سرعت نور منتشر می گردد.

۱۵۹- گزینہ ۳

از آن جا که لولا در تعادل است، داریم:

$$W \times 100 = 120 \times 20 \Rightarrow W = \frac{120 \times 20}{100} = 24 \text{ N}$$

$$\Rightarrow W = mg = 10 \text{ m} = 24 \Rightarrow m = 2.4 \text{ kg}$$

۱۶۰- گزینہ ۱

رنگ مایه که در اثر تجزیه نور سفید روی پره شکلی می شود، به ترتیب از بالا به پایین عبارت است از:

قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی و بنفش.

۱۱۲- گزینہ ۳

چنانچہ $\frac{x}{100} \times 100 = \frac{x}{250}$ و عمر لاستیک های عقب در صد در صد

به صورت $\frac{x}{100} \times 100 = \frac{x}{150}$ خواهد بود. عمر باقیمانده لاستیک های عقب و جلو در صد به ترتیب $100 - \frac{x}{150}$ و $100 - \frac{x}{250}$

است. حال لاستیک های عقب و جلو را با هم می کنیم. از آنجا که نسبت سرعت باقی مانده لاستیک های عقب به جلو برابر $\frac{250}{150} = \frac{5}{3}$

$$\frac{100 - \frac{x}{150}}{100 - \frac{x}{250}} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3(100 - \frac{x}{150}) = 5(100 - \frac{x}{250}) \Rightarrow 500 - \frac{x}{30} = 300 - \frac{4x}{250}$$

$$\Rightarrow 500 - 300 = x \left(\frac{1}{30} - \frac{4}{250} \right) \Rightarrow 200 = x \left(\frac{25}{750} - \frac{12}{750} \right) \Rightarrow 200 = x \times \frac{13}{750}$$

$$\Rightarrow x = 200 \div \frac{13}{750} = 200 \times \frac{750}{13} = 9375$$