

پانچنامہ کنکور علوم تجربی

خارج کشور ۱۴۰۱

سایت کنکور

Konkur.in

۱۰۱- حاصل عبارت $(\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{31+\sqrt{5}})$ کدام است؟ $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right)$

- (۱) -۱ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

گزینه (۱) درست

کافی است عبارت را به توان ۲ برسانیم

$$A^2 = \frac{2+5+2\sqrt{10}}{10+4+4\sqrt{10}} \times \sqrt{9-5}$$

$$A^2 = \frac{7+2\sqrt{10}}{2(7+2\sqrt{10})} \times 2 = 1 \Rightarrow A = \pm 1$$

بین انتخاب +۱ یا -۱ اگر دقت کنیم متوجه می شویم صورت سوال عددی منفی است بنابراین -۱ جواب مسئله است.

۱۰۲- اعداد ۱۴ و $17/2$ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگ

ترین درجه جمله عمومی، برابر $\frac{1}{70}$ قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

- (۱) ۲ (۲) $3/4$ (۳) $4/6$ (۴) ۵

گزینه ۴ درست

$$a = an^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} a_5 = 25a + 5b + c = 14 \\ a_7 = 49a + 7b + c = 17/2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{70}(-a_5) \\ a = \frac{1}{70}(-14) = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

باید در معادله جایگذاری شود.

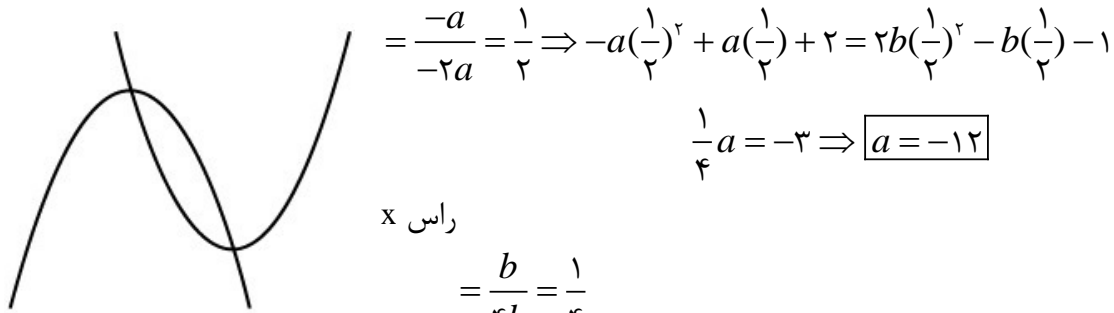
$$\begin{cases} 5b + c = 19 \\ 7b + c = 27 \end{cases} \Rightarrow \boxed{b=4}, \boxed{c=-1}$$

$$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{-\frac{1}{5}(15)^2 + 4(15) - 1}{-\frac{1}{5} + 4 - 1} = 5$$

۱۰۳- راس سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و بر عکس. مقدار $b-a$ چقدر است؟
 ۱۸ (۴) -۱۸ (۳) ۶ (۲) -۶ (۱)

گزینه ۲ درست

منظور نموداری مثل روبرو هست باید به ازای x راس ۲ معادله را برابر قرار دهیم.



$$= \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow -a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2b\left(\frac{1}{2}\right)^2 - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$\frac{1}{4}a = -3 \Rightarrow \boxed{a = -12}$$

راس x

$$= \frac{b}{4b} = \frac{1}{4}$$

راس x

$$-a\left(\frac{1}{4}\right)^2 + a\left(\frac{1}{4}\right) = 2b\left(\frac{1}{4}\right)^2 - b\left(\frac{1}{4}\right) - 1$$

در معادله بالا مقدار $a = -12$ جایگذاری می‌شود و مقدار $b = -6$ می‌شود در نتیجه $b - a = +6$ می‌شود.

۱۰۴- اگر $0 < \frac{1-3x}{x+1} < 2$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{2}\right]$ چند عضو دارد؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

بهتر است ضریب x را مثبت کنیم

آموزش این قسمت بصورت ویدئویی بارگذاری خواهد شد. (@lopekalam : تلگرام)

$$0 < \frac{3x-1}{x+1} < +2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3x-1}{x+1} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}} \\ \frac{3x-1}{x+1} = 2 \rightarrow \boxed{x = 3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} < x < 3 \rightarrow \frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \\ \left[\frac{x}{2}\right] = \{0, 1\} \end{array} \right.$$

۱۰۵- اگر $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$ ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع f کدام است؟

$$\frac{4}{7} \quad (۴) \qquad -\frac{4}{7} \quad (۳) \qquad \frac{2}{7} \quad (۲) \qquad -\frac{2}{7} \quad (۱)$$

گزینه (۳) درست

تابع نباید هیچ x ایی داشته باشد. بنابر این معادله را مرتب کرده و ضرایب x را صفر می کنیم.

$$f(x) = abx - ax^2 + 2b - 2x = 7x^2$$

$$f(x) = -(a + 7)x^2 + (ab - 2)x + 2b$$

$$\begin{cases} a + 7 = 0 \\ ab - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2b = -\frac{4}{7}$$

۱۰۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، 1 واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت

به محور x ها را در امتداد محور y ها، 2 واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله نقطه های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدا مختصات، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad (۴) \qquad \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (۳) \qquad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۲) \qquad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

گزینه (۴) درست

$$-\frac{1}{x-1} - 2 = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} = -2$$

رابطه بالا را مخرج مشترک گرفته و ساده می کنیم. جواب $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ می شود که عرض این نقاط با

جاگذاری در $y = \frac{1}{x}$ برابر $y = \pm\sqrt{2}$ می شود که با کمک فرمول فاصله $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ادامه سوال را حل می کنیم.

$$\sqrt{\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}} - 0\right)^2 + \left(\pm\sqrt{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۱۰۷- اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۲

پاسخ

سوال ابتکاری است. مجهول سوال مجموع ریشه ها s هست.

$$x^2 + \underbrace{(a^2 + b^2 - 12)}_{s = \frac{-b}{a}}x + \underbrace{a + b - 1}_{p = ab} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 12 = \frac{-b}{a} \Rightarrow \boxed{s^2 - 2p - 12 = s} & (1) \\ s + b - 1 = ab \Rightarrow \boxed{s - 1 = p} & (2) \end{cases}$$

حالا معادله (۱) و (۲) را ترکیب کرده و p را حذف می کنیم.

$$s^2 - 2(s-1) - 12 = s$$

$$s^2 - 3s - 10 = 0 \rightarrow (s+2)(s-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} s = -2 \\ s = 5 \end{cases}$$

با توجه به اینکه a و b اعداد طبیعی و مثبت هستند بنابراین گزینه (۲) پاسخ تست خواهد بود.

۱۰۸- معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x} + 2} - \frac{1}{2 - \sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

گزینه (۱) درست

برنده این سبک سوالات کسی است که به خوبی ساده سازی انجام دهد.

$$\frac{1}{\sqrt{2-x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{2-x} - 2} = \frac{(\sqrt{2-x})^2}{5\sqrt{2-x}}$$

$$\frac{2\sqrt{2-x}}{2-x-4} = \frac{\sqrt{2-x}}{5} \Rightarrow -x - 2 = 10 \Rightarrow \boxed{x = -12}$$

یک ریشه منفی دارد بنابراین ریشه مثبت ندارد.

۱۰۹- وارون تابع $y = -3x^3 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱) $(9, -2)$ (۲) $(2, -31)$ (۳) $(-1, 10)$ (۴) $(-12, -1)$

پاسخ

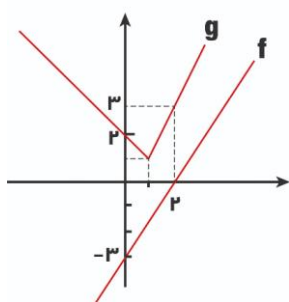
اگر $\left| \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \right. \in f$ باشد می توان نتیجه گرفت $\left| \begin{matrix} b \\ a \end{matrix} \right. \in f^{-1}$ عضو تابع اصلی خواهد بود بنابراین جای x و y را عوض

کرده و درون تابع جاگذاری می کنیم که با این حساب فقط گزینه (۱) جواب مساله هست.

$$\left| \begin{matrix} 9 \\ -2 \end{matrix} \right. \in f^{-1} \Rightarrow \left| \begin{matrix} -2 \\ 9 \end{matrix} \right. \in f \Rightarrow y = -3(-2)^3 + 2(-2) - 11 = 9$$

سایر گزینه ها با جاگذاری غلط می شوند.

۱۱۰- با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$ کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) ۴
(۳) -۴ (۴) -۶

گزینه (۲) درست

از روی نمودار ضابطه های لازم بدست می آوریم.

$$g \circ g(0) = g(g(0)) = g(2) = 3$$

$$f \text{ ضابطه } \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x - 3$$

$$g \circ f^{-1}(-2) = g(f^{-1}(-2)) = g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

$$f^{-1} \text{ ضابطه } \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3}(x + 3)$$

$$g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0) = \frac{4}{3} \times 3 = 4$$

$$g \text{ ضابطه } \Rightarrow g(x) = -x + 2$$

۱۱۱- تابع f روی \mathbb{R} اکیدا نزولی است. اگر $f(3) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$ شامل چند

عدد صحیح نامنفی است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

گزینه ۴ درست

با توجه به نزولی بودن تابع ساخته شکل روبرو متوجه می شویم

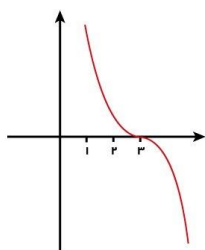
$$\begin{cases} x > 3 \Rightarrow f(x) < 0 \\ x \leq 3 \Rightarrow f(x) \geq 0 \end{cases}$$

بنابراین با توجه به اینکه عبارت x^2 زیر رادیکال همواره

مثبت است دامنه تابع $\sqrt{x^2 f(x)}$ کوچکتر مساوی ۳ خواهد بود.

$$\{0, 1, 2, 3\}$$

بنابراین $\{0, 1, 2, 3\}$ چهار عدد صحیح نامنفی خواهیم داشت.



۱۱۲- اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(۱) $(-1, 5)$ (۲) $(-1, 5]$ (۳) $(-1, 1]$ (۴) $(-1, 1)$

گزینه (۲) جواب مساله هست.

بازه کمان Soh را درون دایره مثلثاتی در نظر می گیریم تا MAX و min آن را بدست آوریم.

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \frac{-\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6}$$

$$\begin{cases} \text{ابتدای بازه هست} \\ \min \rightarrow \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بین بازه هست} \\ \max \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = +1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4 \Rightarrow -1 < m \leq 5$$

۱۱۳- اگر $(\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5}$ باشد، حاصل $\tan x$ کدام عدد می تواند باشد؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 3

گزینه (۳) درست

طرفین را به توان ۲ می رسانیم.

$$\sin x + \cos x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$1 + \sin 2x = \frac{9}{5} \rightarrow \sin 2x = \frac{4}{5} \rightarrow \cos 2x = \frac{3}{5}$$

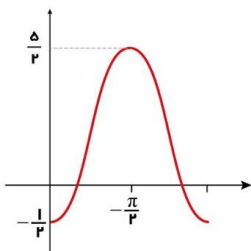
$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{A}{1 - A^2}$$

$$3A = 2 - 2A^2 \Rightarrow 2A^2 + 3A - 2 = 0$$

زیرا \sin و \cos هر ۲ مثبت هستند بنابراین غ ق ق هست.

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -2 & \text{غ ق ق} \\ A = +\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۱۱۴- شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می دهد. مقدار ac کدام است؟

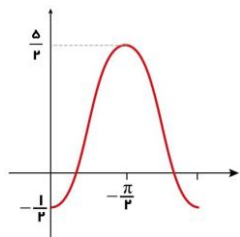


(۱) -5 (۲) -3

(۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

گزینه (۴)

cos رو به پایین هست بنابراین a منفی است.



$$\begin{cases} f(x) = \frac{-1}{2} \rightarrow c + a = \frac{-1}{2} \\ MAX = \frac{5}{2} \rightarrow c - a = \frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow ca = -\frac{3}{2}$$

۱۱۵- تعداد جواب های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{6})\cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

گزینه (۲) درست

با توجه به اینکه cos منفی را جذب می کند جای $\frac{\pi}{3}$ و x را عوض می کنیم.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \pm 1$$

در بازه $[0, 2\pi]$ دو جواب دارد.

۱۱۶- اگر $\log_3 3 = a$ و $\log_3 b = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، حاصل $\log(3b-8)$ کدام است؟

- ۲/۵ (۴) ۲ (۳) ۱/۵ (۲) ۱ (۱)

گزینه (۳) درست

$$\log_3^3 = a \Rightarrow \log_3^b = \frac{2}{3}(1 + \log_3^3)$$

$$\log_3^b = \frac{2}{3}(\log_3^3 + \log_3^3) \Rightarrow \frac{1}{3} \log_3^b = \frac{2}{3}(\log_3^6)$$

$$\log_3^b = \log_3^6 \Rightarrow \boxed{b = 36}$$

۱۱۷- تابع $f(x) = \sqrt[3]{2^{ax+b}}$ از نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ عبور می کند. اگر $f^{-1}(8) = 5$ باشد، حاصل $a-b$ چقدر

است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

گزینه (۱) درست

$$\begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \\ f^{-1}(8) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 = 2 \\ f(5) = 8 = 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[2]{2^{\frac{1}{2}a+b}} = 2 \\ \sqrt[2]{2^{\frac{1}{2}5a+b}} = 2^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a + b = 0 \\ 5a + b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$a - b = 2 - (-1) = 3$$

۱۱۸- انحراف معیار شش داده آماری ۲ و اختلاف آنها از میانگین برابر a ، ۰، -۱ و b ، -۱، ۳ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار b کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} 3 & (1) & 2 & (2) \\ -2 & (3) & -3 & (4) \end{array}$$

جمع اختلاف اعداد از میانگین اعداد صفر می‌شود.

$$3 + (-1) + b + (-1) + 0 + a = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

$$\sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \Rightarrow \frac{3^2 + (-1)^2 + b^2 + (-1)^2 + 0^2 + a^2}{6} = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 = 13}$$

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -b - 1 \\ (-b - 1)^2 + b^2 = 13 \Rightarrow b^2 + 2b + 1 + b^2 = 13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2b^2 + 2b - 12 = 0 \Rightarrow b^2 + b - 6 = 0 \Rightarrow (b - 2)(b + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -3 \end{cases} \text{ غ ق}$$

با توجه به رابطه $a + b = -1$ اگر $a > 0$ باشد بنابراین b باید منفی باشد.

۱۱۹- چارک دوم تعدادی داده آماری برابر ۳ است. قرینه میانگین داده های کوچک تر از میانه، ۶ واحد کوچک تر از میانگین داده های بزرگ تر از میانه است. اگر تعداد داده ها زوج باشد، میانگین داده ها کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} 6 & (1) & 4/5 & (2) \\ 3 & (3) & 1/5 & (4) \end{array}$$

گزینه (۳) صحیح

برای راحتی کار فرض می‌کنیم ۴ عدد داریم (تعداد اعداد مهم نیست فقط طبق فرض سوال مهم این است تعداد آن زوج باشد یعنی ۲، ۴، ۶ و... قابل قبول هست).

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = 6 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{2} = 6$$

بنابراین طبق فرمول میانگین باید جمع اعداد را تقسیم بر میانگین کنیم تا میانگین بدست آید.

$$\bar{x} = \frac{12}{4} = 3 \text{ (گزینه ۳ درست است.)}$$

۱۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x+1| + [x]}{x - [x]}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

گزینه (۴) درست

جزء صحیح را مقدار دهی و قدر مطلق را تعیین علامت می کنیم.

$$x \rightarrow 1^+ \simeq x = -0.9 \Rightarrow \begin{cases} |x+1| = x+1 \\ [-1.9] = -1 \\ [-(-0.9)] = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-1}{x-0} = \frac{x}{x} = 1$$

۱۲۱- اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] f(x)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

گزینه (۱) درست

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x+2} = \frac{\sqrt{ax}}{x} = \sqrt{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

تابع $\frac{1}{x}$ نزولی است بنابراین $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] = [-1^+] = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1} -\sqrt{\frac{1}{4}(-1)^2 - 1 + 1} = \frac{-1}{2}$$

۱۲۲- اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

گزینه (۲) درست

$$\div \Rightarrow \text{Hop} \Rightarrow \frac{2f'(1)}{2} = f'(1)$$

با رفع ابهام حد متوجه می شویم باید مشتق تابع را در $x=1$ بدست آوریم.

$$f(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2x^2 + x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{3}{2}(2+1-1) - (4+1)(1)}{(2+1-1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

۱۲۳- اگر $y = 2x + b$ بر نمودار $y = \frac{x+a}{ax+1}$ در نقطه ای به طول واحد مماس باشد، مقدار $a-b$ کدام

است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

گزینه (۳) درست

هم مشتق و هم مقدار تابع باید با هم برابر باشند.

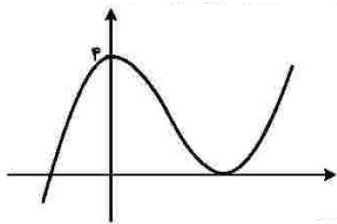
$$\text{مشتق تابع } f'(1) = g'(1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \Rightarrow \frac{(1-a)(1+a)}{(1+a)^2} = 2 \Rightarrow 2a+2=1-a \\ \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

$$\text{مقدار تابع } f'(1) = g(1) \Rightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{3} = 2(1) + b \Rightarrow b = -1 \\ -\frac{1}{3} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = \frac{2}{3}$$

۱۲۴- نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقاطی به طول صفر و ۲- دارای اکسترمم نسبی است.

فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{10}$

گزینه (۱) درست

به خاطر پیوسته بودن تابع $f'(x) = 0$ (اکسترمم) می شود.

$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$$

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \\ f'(-2) = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \\ f'(-2) = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

تابع بازنویسی و عرض نقاط را بدست می آوریم.

$$y = x^3 + 3x^2 - 4 \begin{cases} f(0) = -4 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases} \\ f(-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۱۲۵- در ساخت قوطی های حلبی در باز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟

- ۸ (۴) ۱۰ (۳) ۱۲ (۲) ۱۴ (۱)

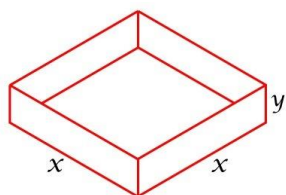
گزینه (۲) درست

تست شود سطح مقطع مربع شکل هست و مساحت جانبی باید min شود.

$$V = x^2 y = 4 \Rightarrow y = s = x^2 + 4xy = \frac{4}{x^2}$$

تابعی که باید min یا max شود باید تک متغیره باشد یعنی فقط بر حسب متغیر x یا y مرتب شود.

$$s = x^2 + 4x\left(\frac{4}{x^2}\right) = x^2 + \frac{16}{x} \Rightarrow s' = 2x - \frac{16}{x^2} = 0$$



$$\Rightarrow \boxed{x=2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{4}{2^2} = 1} \Rightarrow s = 2^2 + 4 \times 2 \times 1 = 12$$

$$\Rightarrow \boxed{s=12}$$

۱۲۶- ۴ کتاب متمایز با موضوع ریاضی و ۲ کتاب متمایز با موضوع آمار را به چند طریق می توان در یک قفسه کنار هم قرار داد، به طوری که موضوع دو کتاب مجاور هر کتاب (بجز کتاب اول و آخر)، متفاوت باشد؟

- ۲۴ (۴) ۴۸ (۳) ۷۲ (۲) ۹۶ (۱)

گزینه (۱) درست

منطقاً برای اینکه کتاب های هم موضوع کنار هم نباشند کتاب های گوشه باید ردیف باشد.

$$\underline{\underline{RRARAR}}$$

$$\underline{\underline{R}} \underline{\underline{?}} \underline{\underline{?}} \underline{\underline{?}} \underline{\underline{?}} \underline{\underline{R}} \Rightarrow \text{یا}$$

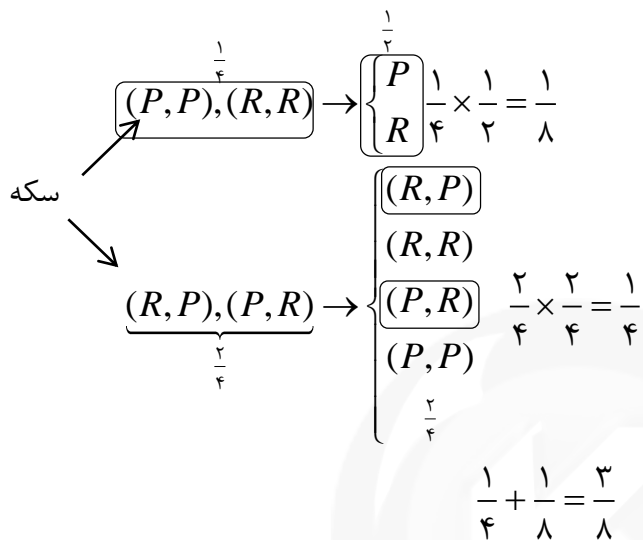
$$\underline{\underline{RARARR}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4! \times 2! = 48 \\ 4! \times 2! = 48 \end{cases} \rightarrow 48 + 48 = 96$$

۱۲۷- دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟

$$\frac{3}{8} \text{ (۴)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۱)}$$

پاسخ:



۱۲۸- طول ارتفاع AH در مثلثی با رئوس های $A(1, 9)$ ، $B(3, 3)$ و $C(7, 11)$ کدام است؟

$$6 \text{ (۴)} \quad 2\sqrt{5} \text{ (۳)} \quad \sqrt{10} \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

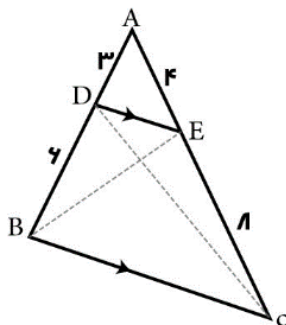
گزینه (۳) درست

معادله خط BC را بدست می‌آوریم و بعد از آن از فرمول فاصله نقطه و خط استفاده می‌کنیم.

$$y - 3 = 2(x - 3) \Rightarrow y - 2x + 3 = 0$$

$$A \left| \frac{|9 - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \right| = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

۱۲۹- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE کدام است؟



$$\frac{2}{3} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۱)} \\ 1 \text{ (۴)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

گزینه (۴) درست

ارتفاع و قاعده‌ها یکسان هستند بنابراین مساحت‌ها برابر هست.

۱۳۰- دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y = 2$ ، نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟
 (۱) مماس بیرون (۲) متقاطع (۳) متخارج (۴) متداخل

گزینه (۲) درست

تابع فاصله مراکز دایره O, O' را با مجموع $R + R'$ مقایسه کنیم.

$$x^2 + (y - 1)^2 = 3 \rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{3} \\ O \end{cases}$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 \rightarrow \begin{cases} R' = \sqrt{5} \\ O' = \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$R + R' = \sqrt{3} + \sqrt{5} \simeq 1/7 + 2/2 = 3/9$$

$$OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \simeq 2/8$$

$$OO' < R + R'$$

۲ دایره متقاطع هستند.

دانش آموز گرامی

برای درک بهتر سوالات پاسخ ویدئویی سوالات به تدریج
درون سایت و کانال تلگرامی مهندس رضا منصف بارگزاری
خواهد شد. برای کسب اطلاعات بیشتر از طریق واتساپ یا
تلگرام به شماره ۹۱۱۷۶۳۶۲۶۸ - پیام دهید.

تلگرام: @lopekalam

سایت کنکور
Konkur.in