



۱۰۱- حاصل عبارت $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10+2}}\right) (\sqrt{2-\sqrt{5}}-\sqrt{2+\sqrt{5}})$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴) ۱ (۳) $-\sqrt{2}$ (۲) -۱ (۱)

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10+2}}$ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2-\sqrt{5}}-\sqrt{2+\sqrt{5}}}$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5+1})}$ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5-1}-\sqrt{5+1})}$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{6}}$ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{4}-\sqrt{6})}$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{6}}$ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}(2-\sqrt{6})}$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{6}}$ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}(2-\sqrt{6})}$

I, $\frac{\cancel{5\sqrt{5}}-\cancel{2\sqrt{2}}+\cancel{5\sqrt{2}}-\cancel{2\sqrt{5}}}{7} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

II, $\frac{\sqrt{\frac{(1-\sqrt{5})^2}{7-\sqrt{5}}} - \sqrt{\frac{(1+\sqrt{5})^2}{7+\sqrt{5}}}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1-1-\sqrt{5}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

۱۰۲- اعداد ۱۴ و ۱۲/۲ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگترین درجه جمله عمومی، برابر ۱/۵۰ قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

$a_n = an^2 + bn + c$

$a = \frac{1}{50}n - 14$

$a = -1/50$ (۴) ۴/۶ (۳) ۲/۴ (۲) ۲ (۱)

I, $25a + 5b + c = 14$

II, $49a + 7b + c = 14/2$

$a = -1/50$

$-5b + c = -14$

$7b + c = 27$

$2b = 41$

$b = 41/2$

$-9 + 7 \cdot b + 1 \cdot c = 14/2$

$c = -1$

$a_n = -1/50 n^2 + fn - 1$

$n=1 \rightarrow -1/50 + f - 1 = 14/50$

$n=15 \rightarrow -25 + 7 \cdot f - 1 = 14$

$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{14}{14/50} = 50$

$-7 + 12 = 5$

-103 رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس. مقدار $b - a$ چقدر است؟

18 (F)

-18 (F)

6 (F)

-6 (F)

I, $ax = 1/2 \rightarrow (1/2, 9/4 + 2)$

$ys = -\frac{a}{4} + \frac{a}{2} + 2 = \frac{a}{4} + 2$

$9/4 + 2 = \frac{b}{4} - \frac{b}{2} - 1 \rightarrow a = -12$

II $ax = 1/4 \rightarrow (1/4, -1/4b - 1)$
 $ys = -1/4b - 1$

$-1/4b - 1 = 12 \times \frac{1}{16} - 12 \times \frac{1}{4} + 2 \rightarrow -2b - 16 = -3 + 22$
 $-2b = 12 \rightarrow b = -6$

-104 اگر $-2 < \frac{1-3x}{x+1} < 0$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{2} \right]$ چند عضو دارد؟

4 (F)

3 (F)

2 (F)

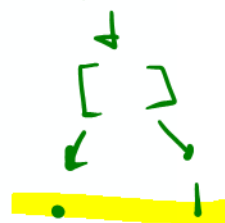
1 (F)

I $1 - 2a = 0 \rightarrow a = 1/2$

II $-2a - 2 = 1 - 2a \rightarrow a = 2$

$(1/2, 2)$

$\rightarrow \div 2 \rightarrow (1/4, 1)$



۱۰۵- اگر $f(x) = (ax+2)(b-x) - vx^2$ ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع f کدام است؟

$$\frac{f}{y} \text{ (۴)}$$

$$\frac{f}{y} \text{ (۳)}$$

$$\frac{y}{y} \text{ (۲)}$$

$$\frac{y}{y} \text{ (۱)}$$

$$f(x) = abx - ax^2 + 2b - 2bx - vx^2 \rightarrow f(x) = 2b - vx^2$$

$I, a = -v$

$$-vb - 2 = 0 \rightarrow b = -2/v$$

۱۰۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس تقریباً آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم / فاصله نقطه های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۱)}$$

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{II} -\frac{1}{x-1} \xrightarrow{IV} -\frac{1}{x-1} - 2$$

$$-\frac{1}{x-1} - 2 = \frac{1}{x} \rightarrow -x - 2(x)(x-1) = x-1$$

$$-2x^2 = -1 \rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

فاصله از مبدأ = $\sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

107 - اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

12 (۴) 9 (۳) 5 (۲) 2 (۱)

$I, \quad ab = a + b - 1$

$II, \quad a + b = a^2 + b^2 - 12 \quad \xrightarrow{+rab - rab} \quad a + b = (a + b)^2 - 2(a + b) + 2 - 12$

$\downarrow S$
 $a + b = a$

$a, b \in \mathbb{N}$

$t = t^2 - 2t - 10$
 $t^2 - 2t - 10 = 0 \quad \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases}$

108 - معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x+2}} + \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2-x}}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

2 (۴) 2 (۳) 1 (۲) 0 (۱) صفر

$\sqrt{2-x} = a$

$\rightarrow \frac{\sqrt{2-x}}{2-a-2} = \frac{\sqrt{2-x}}{5}$

$1 = -a - 2 \rightarrow a = -12$

۱۰۹- وارون تابع $y = -2x^2 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

(۴) $(-12, -1)$

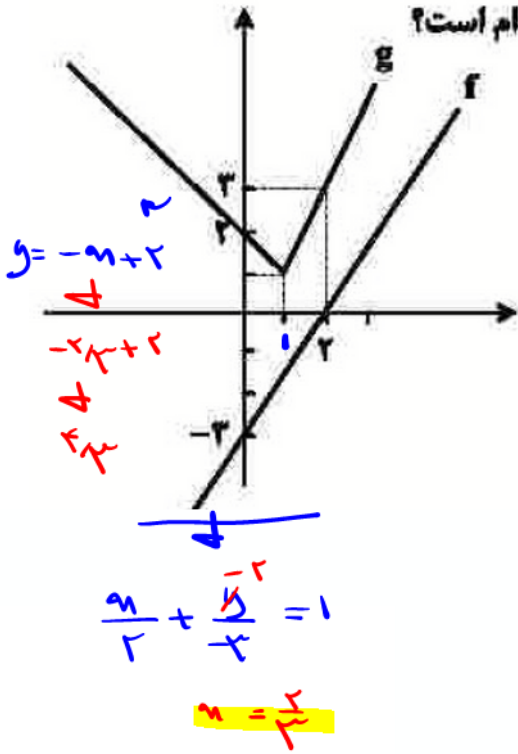
(۳) $(-1, 10)$

(۲) $(2, -21)$

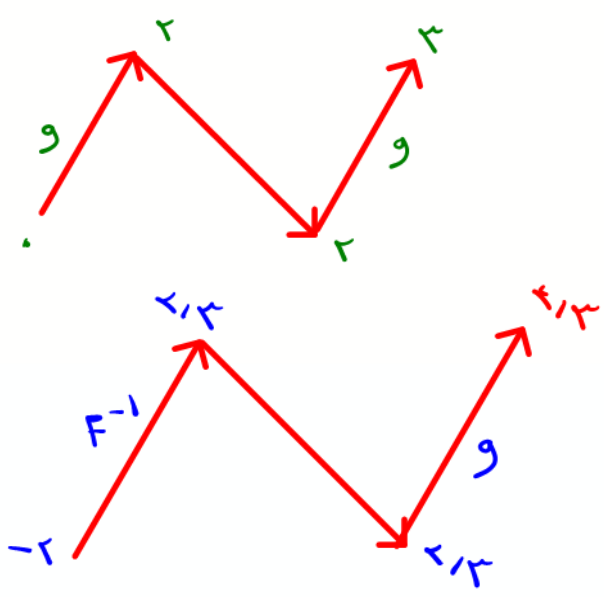
(۱) $(9, -2)$

$$\begin{aligned} D_f &= R_{f^{-1}} \\ R_f &= D_{f^{-1}} \end{aligned}$$

۱۱۰- با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$ کدام است؟

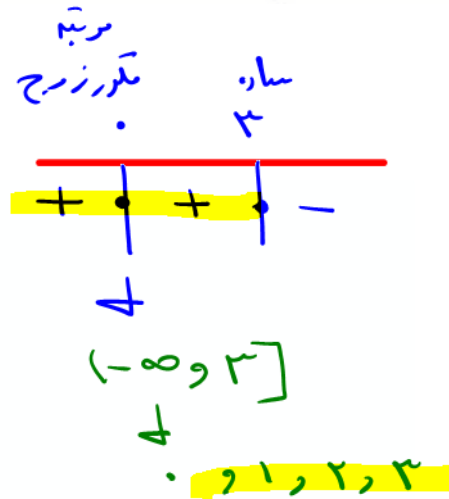
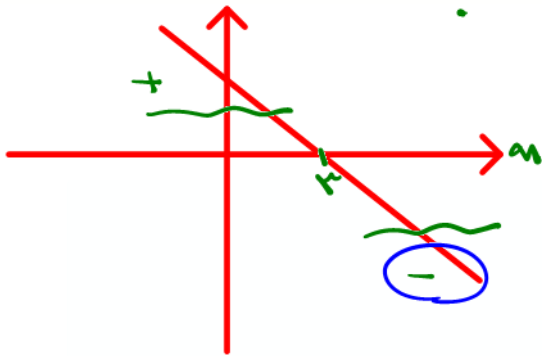


$$\frac{1}{2} \times 2 = 1$$



- (۱) 6
- (۲) 4
- (۳) -4
- (۴) -6

۱۱۱- تابع f روی \mathbb{R} اکیدا نزولی است. اگر $f(2) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x} f(x)$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۱۱۲- اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $(-1, 5)$ (۲) $(-1, 5]$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(-1, 1]$

$x \rightarrow$

$$-\frac{\pi}{12} < 2x < \frac{5\pi}{12}$$

$$-\frac{1}{2} < \sin 2x \leq 1$$

$$-2 < m-1 \leq 4 \xrightarrow{+1} -1 < m \leq 5$$



۱۱۳- اگر $(\sin x + \cos x) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند باشد؟

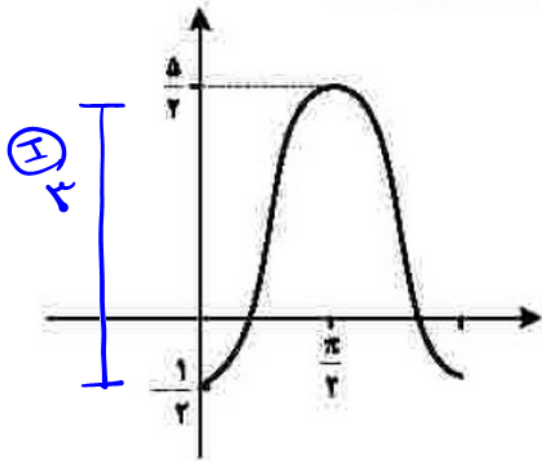
$$\begin{aligned} & \rightarrow \sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow \text{طرفین را توان ۲} \\ & 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{5} \\ & \sin 2x = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

① $\sin 2x = \frac{1}{5}$

$$\rightarrow \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{5} (1 + \tan^2 x) - 2 \tan x = 0 \rightarrow \tan x = \frac{1}{2} \text{ یا } \tan x = 2$$

۱۱۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می دهد. مقدار ac کدام است؟



ارتفاع $2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2} \leq a \cos bx \leq \frac{3}{2}$

$+1 = c$

$-\frac{1}{2} \leq c + a \cos bx \leq \frac{5}{2}$

- ۵ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{5}{2}$ (۳)
- $\frac{3}{2}$ (۴)
- $-\frac{1}{2}$ (۵)

$a \cdot c = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

۱۱۵- تعداد جواب‌های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

(I)

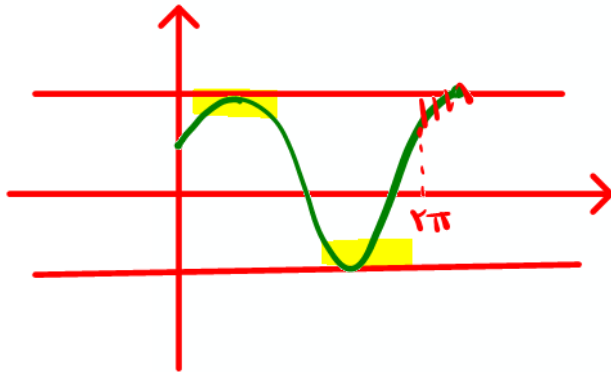
۲ (۲)

۱ (۱)

(II)

→ I, $\sin(\frac{\pi}{6} + (a - \frac{\pi}{3})) = 1 \Rightarrow (a - \frac{\pi}{3})$

→ II, $\cos^2(a - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos(a - \frac{\pi}{3}) = \pm 1$



۱۱۶- اگر $\log_2 3 = a$ و $\log_8 b = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\log(2b-8)$ کدام است؟

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

→ $\frac{1}{2} \log_2 b = \frac{2}{3} (1 + \log_2 3) \Rightarrow \log_2 b = \frac{4}{3} (1 + \log_2 3) \Rightarrow b = 2^{\frac{4}{3}(1 + \log_2 3)}$

→ $2^{\frac{4}{3}(1 + \log_2 3)} - 8 = 1 \Rightarrow 1 - 1 = 0$

۱۱۷- تابع $f(x) = \sqrt[3]{2^{ax+b}}$ از نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ عبور می کند. اگر $f^{-1}(1) = 5$ باشد، حاصل $a-b$ چقدر است؟

۴ (صفر)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

$$\rightarrow 1 = \sqrt[3]{2^{a+b}} \rightarrow \sqrt[3]{2^{a+b}} = 1 \rightarrow a = -2b \quad \text{I}$$

$$\rightarrow f^{-1}(1) = 5 \rightarrow (1, 5) \in f^{-1} \rightarrow (5, 1) \in f$$

$$\sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^{5a+b}} \quad \text{II}$$

$$a - b = 2 - (-1) = 3$$

$$\sqrt[3]{2^9} = \sqrt[3]{2^{-9b}} \rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0$$

۱۱۸- آنحراف معیار شش داده آماری ۲ و اختلاف آنها از میانگین برابر ۸، ۰، -۱، ۱، ۲ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار

۱۱ کدام است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

$$h=7 \rightarrow b=2 \rightarrow 6^2=36$$

$$\text{I} \rightarrow \begin{cases} a+b = -1 \end{cases}$$

$$36 \times \frac{2}{7} = 11 + a^2 + b^2$$

$$13 = a^2 + b^2 \rightarrow \begin{cases} 1 - 2ab \end{cases}$$

$$\text{P} \rightarrow \begin{cases} ab = -7 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 1$$

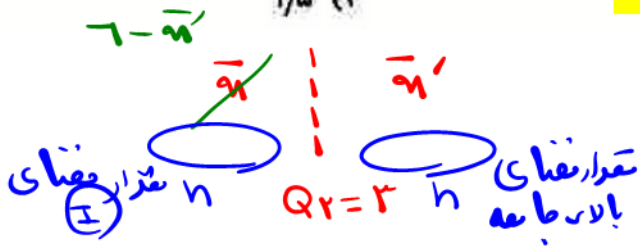
$$a^2 + b^2 = 1 - 2ab$$

I, II

$$a^2 + |a| - 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} -2 = b \\ +2 = a \end{cases}$$

۱۱۹- چارک دوم تعدادی داده آماری برابر ۳ است. قرینه میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه، ۶ واحد کوچک‌تر از میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

- ۱/۵ (۴) ۳ (۳) ۴/۵ (۲) ۶ (۱)



$$-\bar{x} = \bar{x}' - 6$$

$$\bar{x} = 6 - \bar{x}'$$

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i}{n} \rightarrow \sum a_i = 6n - \bar{x}' \cdot n$$

$$\bar{x}' = \frac{\sum a_i}{n} \rightarrow \sum a_i = \bar{x}' \cdot n$$

$$\bar{x}' = \frac{6n}{2n} = 3$$

۱۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x+1| + [x]}{x - [-x]}$ کدام است؟

- ۱/۲ (۴) ۱ (۳) صفر (۲) $-\infty$ (۱)

$$\rightarrow \frac{x+1-x}{2} = 1$$

چقدر است؟ $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] f(x)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$ و $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ اگر -۱۲۱

-1 (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

$\rightarrow a \rightarrow +\infty$
Max $\frac{\sqrt{a|a|}}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{a} = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{4}$

$\rightarrow \lim_{n \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{1}{(-1)^-} \right] \times f(n) \rightarrow -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(-1)^2 + (-1) + 1} = -\frac{1}{2}$

کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)-1}{2(x-1)}$ باشد، حاصل $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2+x-1}$ اگر -۱۲۲

1 (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۱)

$\rightarrow \therefore \rightarrow H \rightarrow P \frac{f'(x)}{x} \rightarrow f'(1) = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times 1 - (1 \times 1) \times 1}{2}$
 $\frac{1-1}{2} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

۱۲۳- اگر $y = 2x + b$ بر نمودار $y = \frac{x+a}{ax+1}$ در نقطه‌ای به طول واحد معیار باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

I, $(1, 2+b)$

II, $f'(1) = 2$

$$y'_r = \frac{1 - a^2}{(a+1)^2} = 2$$

↓

$$2a^2 + 4a + 2 = 1 - a^2$$

$$3a^2 + 4a + 1 = 0$$

عوامل
 $a = -1$ $-1/3 = a$
 (III)

III, I → $2+b = \frac{1 + (-1/3)}{-1/3 + 1} \rightarrow b = -1$

$$a - b = -1/3 - (-1) = 2/3$$

۱۲۴- نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2x - 4$ در نقاطی به طول صفر و -۲ دارای اکسترمم نسبی است. فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟

(۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{101}$

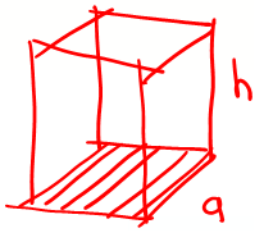
چون
 کمی از اکترم ما
 $u = 0$ طول

$b = 0 \rightarrow f' = 3u^2 + 2au \xrightarrow{u=-2} 12 - 4a = 0$
 $a = 3$

$$f(u) = u^3 + 3u^2 - 4$$

$(0, -4)$ و $(-2, 0)$ → فاصله = $\sqrt{\frac{3+16}{2}} = 2\sqrt{5}$

۱۲۵- در ساخت قوطی‌های حلبی در باز به شکل مکعب‌مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟



۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

$$V = 4 \rightarrow a^2 \cdot h = 4 \rightarrow h = \frac{4}{a^2}$$

$$S = a^2 + 4ah$$

$$\hookrightarrow a^2 + 4a \times \frac{4}{a^2} \rightarrow S = a^2 + \frac{16}{a}$$

$$\rightarrow S' = 2a - \frac{16}{a^2} \quad S' = 0 \rightarrow 2a^2 = 16 \rightarrow a = 2$$

$$h = \frac{4}{2^2} = 1$$

$$S = 4 + 4(2)(1) = 12$$

۱۲۶- ۴ کتاب متمایز با موضوع ریاضی و ۲ کتاب متمایز با موضوع آمار را به چند طریق می‌توان در یک قفسه کنار هم قرار داد، به طوری که موضوع دو کتاب مجاور هر کتاب (بجز کتاب اول و آخر)، متفاوت باشد؟

۲۴ (۴)

۴۸ (۳)

۷۲ (۲)

۹۶ (۱)

$$2 \times \cancel{4!}^2 \times \cancel{4!}^2 = 96$$

Ⓘ

۱۲۷- دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیر

این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟

	$\frac{2}{8}$ (۴)	$\frac{2}{4}$ (۳)	$\frac{1}{2}$ (۲)	$\frac{1}{4}$ (۱)
--	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

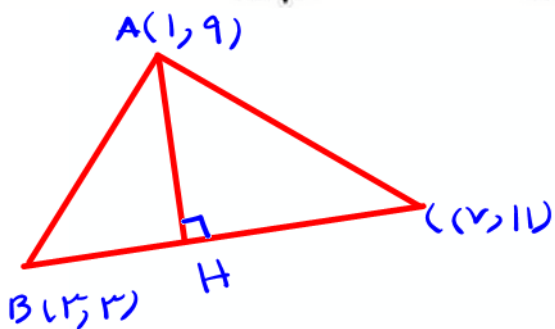
I سکه

II سکه

Handwritten notes include: "کمی سوم", "رو رو رو", "X", and a calculation: $\frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

۱۲۸- طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های A(۱, ۹), B(۳, ۳) و C(۷, ۱۱) کدام است؟

- ۶ (۴)
- $2\sqrt{5}$ (۳)
- $\sqrt{10}$ (۲)
- ۲ (۱)



$$I, m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11-3}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y - 3 = 2(x - 3)$$

$$2x - y - 3 = 0$$

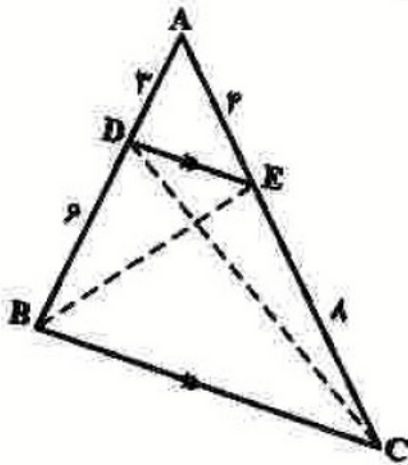
خط BC

فاصله A از خط BC

$$d = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$



۱۲۹- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE کدام است؟



- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{2}{3}$ (۲)
- $\frac{2}{4}$ (۳)
- $\frac{3}{4}$ (۴)
- $\frac{1}{3}$ (۵)

۱۳۰- دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y - 4x = 0$ نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

I, $0 \mid -1$

متداخل (۴)
 $R = \frac{1}{2} \sqrt{0+4+16}$
 $R = \sqrt{5}$

(۱) مماس بیرون (۲) متقاطع
 $R + R' = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
 $|R - R'| = \sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$

II, $0 \mid 1$

متخارج (۳)
 $R' = \frac{1}{2} \sqrt{0+4+16}$
 $R' = \sqrt{5}$

$|90^\circ| = \sqrt{5} < 1, 4$

$|R - R'| < 1, 4 < R + R'$

