

۱۳۰- در مثلث متساوی الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمود منصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می کند.

اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{MNB} چند درجه است؟

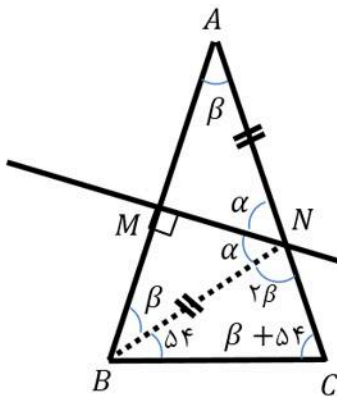
۷۸ (۴)

۶۶ (۳)

۵۶ (۲)

۴۸ (۱)

حل: گزینه ۳



ΔBNC : مجموع زاویه های مثلث $2\beta + 54 + \beta + 54 = 180$.

$$\Rightarrow \beta = 24 \Rightarrow \alpha = 90 - 24 = 66$$

۱۳۱- در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند $2/5$ و $14/4$

سانتی متر است طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی متر است؟

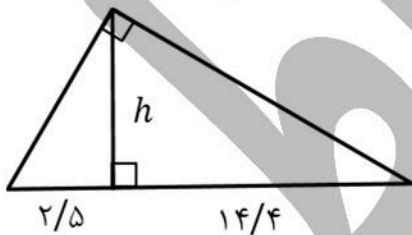
۸ (۴)

۷/۲ (۳)

۶ (۲)

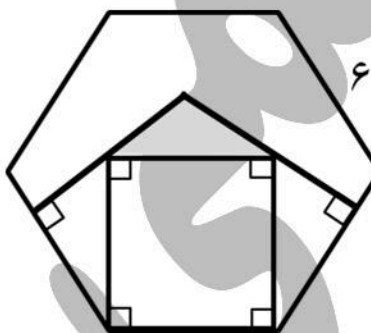
۴/۸ (۱)

حل: گزینه ۲



روابط طولی: $h^2 = 2/5 \times 14/4 \Rightarrow h^2 = \frac{25}{10} \times \frac{144}{10} \Rightarrow h = \frac{5 \times 12}{10} = 6$

۱۳۲- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



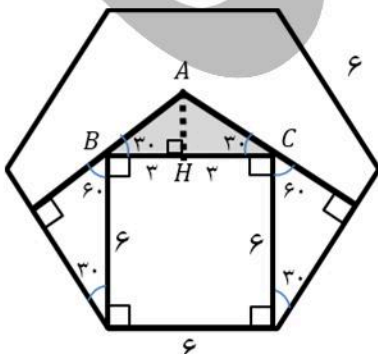
۳√۳ (۱)

۲√۳ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

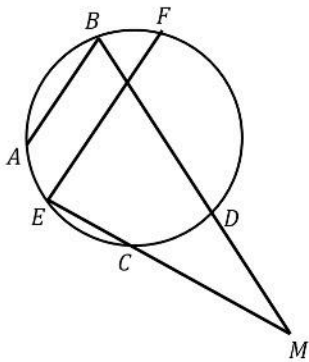
حل: گزینه ۱



مثلث قائم الزاویه ΔABH : $\tan 30^\circ = \frac{AH}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}$

مثلث $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 3\sqrt{3}$

۱۳۳- در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازه کمان های $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است. اگر $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه اگر \widehat{ABD} چند درجه است؟



(۱) $71/25$

(۲) 74

(۳) 75

(۴) $78/75$

حل: گزینه ۴

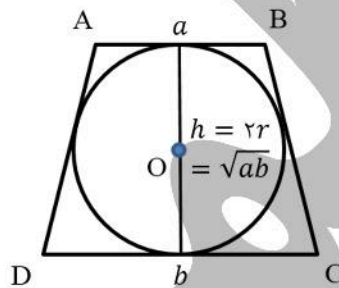
کمان دایره: $x + 15 + 100 + y + 80 + 15 = 360 \Rightarrow x + y = 150$ (۱)

$\widehat{M} = \frac{\widehat{BE} - \widehat{CD}}{2} \Rightarrow 20 = \frac{x + 15 - y}{2} \Rightarrow x - y = 25$ (۲)

(۱), (۲) $\Rightarrow \boxed{x = 87/5}, \boxed{y = 62/5}$

$\widehat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{15 + 80 + 62/5}{2} = \boxed{78/75}$

۱۳۴- در دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده های a و 6 واحد، بر دایره ای به مساحت 15π محیط است. مقدار a کدام است؟



(۴) 10

(۳) $\frac{22}{3}$

(۲) 8

(۱) $\frac{25}{3}$

$S = \pi r^2 = 15\pi \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{15}}$

حل: گزینه ۴

می دانیم $h = 2r = \sqrt{ab} \Rightarrow 2\sqrt{15} = \sqrt{6a} \Rightarrow \boxed{a = 10}$

۱۳۵- طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی $3/5$ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 21π سانتی متر مربع است. شعاع دایره کوچک چند سانتی متر است؟

(۴) $2/75$

(۳) $2/25$

(۲) $1/75$

(۱) $1/25$

حل: گزینه ۱

مماس درون $\boxed{r - r' = 3/5 = \frac{y}{2}}$ (۱)

$S = \pi r^2 - \pi r'^2 = 21\pi \Rightarrow r^2 - r'^2 = 21 \Rightarrow \underbrace{(r - r')}_{\frac{y}{2}} (r + r') = 21 \Rightarrow \boxed{r + r' = 6}$ (۲)

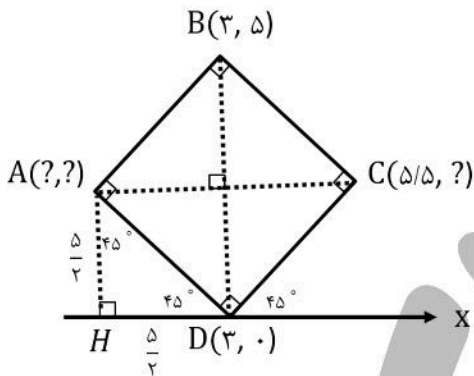
(۱), (۲) $\Rightarrow \boxed{r = \frac{19}{4} = 4/75} \Rightarrow \boxed{r' = \frac{5}{4} = 1/25}$

۱۳۶- در مربع $ABCD$ ، نقطه $(3, 5)$ راس B و طول راس های C و D به ترتیب $5/5$ و 3 است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور X ها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه C نسبت به قطر BD از مبدا مختصات چقدر است؟

۲ (۴)

 $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{6/5}$ (۲)

۲/۵ (۱)



حل: گزینه ۲

$$\text{قطر} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{ضلع مربع}$$

$$AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times BD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 5 = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$AH = HD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}$$

$$A = \left(3 - \frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right) \Rightarrow |OA| = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{5}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{26}{4}} = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

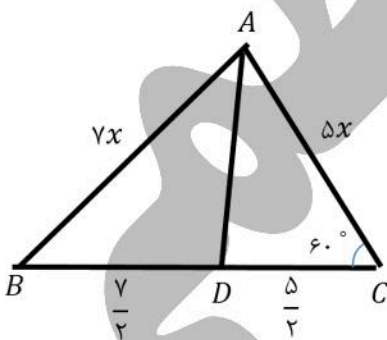
۱۳۷- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC ، ضلع مقابل را به پاره خطهای $3/5$ و $2/5$ واحدی تقسیم کرده است اگر اندازه زاویه C برابر 60° درجه باشد، ضلع کوچک تر مثلث چند واحد است؟

۵/۲۵ (۴)

۴/۷۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۳/۷۵ (۱)



حل: گزینه ۱

$$\text{قضیه نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \Rightarrow AB = 7x, AC = 5x$$

$$\text{قضیه کسینوسها} \Rightarrow (7x)^2 = (5x)^2 + 6^2 - 2(5x)(6) \cos 60^\circ$$

$$49x^2 = 25x^2 + 36 - 30x \Rightarrow 24x^2 + 30x - 36 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow AC = 3/75$$

۱۴۰- به ازای هر m ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی دایره C باشد محیط دایره C کدام است؟

$$2\sqrt{2}\pi \quad (4)$$

$$3\pi \quad (3)$$

$$2\pi \quad (2)$$

$$2\sqrt{2}\pi \quad (1)$$

حل: گزینه ۱

$$\begin{cases} m = 2 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3 \\ m = -1 \Rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow O(-2, 3)$$

$$r = |OA| = \sqrt{(-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{محیط دایره} = 2\pi(\sqrt{2}) = \boxed{2\sqrt{2}\pi}$$

۱۴۱- در سهمی \cdot $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$ ، نقطه $(-1, 1)$ راس سهمی است. مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

حل: گزینه ۱

$$\overset{\div 2}{\Rightarrow} y^2 - ay + 4x + \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow y^2 - ay = -4x - \frac{b}{2} \Rightarrow y^2 - ay + \frac{a^2}{4} = -4x - \frac{b}{2} + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = -4\left(x + \frac{b}{4} - \frac{a^2}{16}\right)$$

$$S = \left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{16} - \frac{b}{4}\right) = (-1, 1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \\ \frac{a^2}{16} - \frac{b}{4} = 1 \Rightarrow b = -6 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}}$$

۱۴۲- سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$ و $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ و \vec{c} غير واقع در يك صفحه و $\vec{h} = (x, y, 4)$ بردار ارتفاع متوازي الاسطوح حاصل از اين سه بردار است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ و $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$ باشد، اندازه بردار \vec{c} کدام است؟

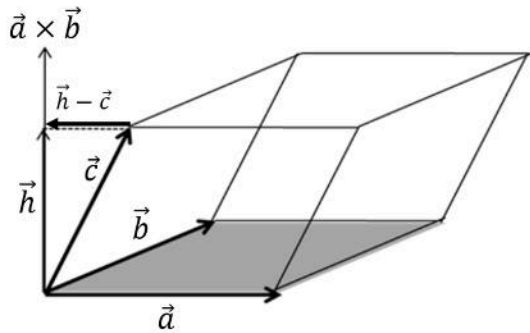
$$\sqrt{21} \quad (4)$$

$$\sqrt{19} \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

حل: گزینه ۴



فرض کنیم $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ باشد

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{c} = 1 \Rightarrow c_1 + c_2 = 1 \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 5 \Rightarrow -c_1 + 2c_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow c_1 = -1 \text{ و } c_2 = 2 \Rightarrow \boxed{\vec{c} = (-1, 2, c_3)}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (1, 1, 0) \\ \vec{b} &= (-1, 2, 0) \end{aligned} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (0, 0, 3)$$

$$\frac{z}{x} = \frac{z}{y} = \frac{z}{3} \Rightarrow x = 0, y = 0$$

بردارهای \vec{h} و $\vec{a} \times \vec{b}$ همراستا هستند پس مضربی از یکدیگرند

همچنین بردارهای \vec{h} و $\vec{h} - \vec{c}$ بر هم عمودند:

$$(\vec{h} - \vec{c}) \perp \vec{h} \Rightarrow (\vec{h} - \vec{c}) \cdot \vec{h} = 0 \Rightarrow (0, 0, 4 - c_3) \cdot (0, 0, 4) = 0 \Rightarrow 16 - 4c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = 4$$

$$\Rightarrow \vec{c} = (-1, 2, 4) \Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{1 + 4 + 16} = \boxed{\sqrt{21}}$$

۱۴۳- دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است با هم زاویه 60° درجه می سازند. زاویه بین بردار بزرگتر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

$$120 \quad (4)$$

$$60 \quad (3)$$

$$45 \quad (2)$$

$$30 \quad (1)$$

حل: گزینه ۱

$$|\vec{a}| = 2|\vec{b}|, \quad \theta = 60^\circ \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos 60^\circ = 2|\vec{b}||\vec{b}| \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 4|\vec{b}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{b}|^2 = 3|\vec{b}|^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{b}|}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a}||\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{4|\vec{b}|^2 - |\vec{b}|^2}{2|\vec{b}| \times \sqrt{3}|\vec{b}|} = \frac{3|\vec{b}|^2}{2\sqrt{3}|\vec{b}|^2} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 30^\circ}$$