۱۰۱- گزینه چهارم

$\{a_n\}: 1, 2, 4, 8, 16$ $4, 8, 16, 32, 64$

$\quad\quad 1, 3, 9, 27, 81$ $5, 10, 20, 40, 80$

$\quad\quad 2, 4, 8, 16, 32$ $6, 12, 24, 48, 96$

$\quad\quad 3, 6, 12, 24, 48$

۱۰٦: گزینه اول

$$x = -3 \pm \sqrt{9-a}$$

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3\left(-3 - \sqrt{9-a}\right)^2 + 2\left(-3 - \sqrt{9-a}\right)^2 = 12\sqrt{2} + 85$$

$$3\left(9 + 9 - a + 6\sqrt{9-a}\right) + 2\left(9 + 9 - a - 6\sqrt{9-a}\right) = 12\sqrt{2} + 85$$

$$90 - 5a + 6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2} + 85 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

۱۰۷: گزینه سوم

$$\frac{2a^3}{(a^3+1)(a^3-1)} = 2 \Rightarrow a^6 - 1 = a^3 \Rightarrow \boxed{a^6 = a^3 + 1}$$

$$\left(\frac{2(a^3+1)}{(a^3+1)^2 - a^3}\right)^{1401} = \left(\frac{2(a^3+1)}{a^6 + 2a^3 + 1 - a^3}\right)^{1401} = \left(\frac{2(a^3+1)}{(a^3+1)(a^3+1)}\right)^{1401} = 1$$

۱۰۸: گزینه چهارم

$$f(x) = x^2|x| = \begin{cases} x^3 & : \ x > 0 \\ -x^3 & : \ x \le 0 \end{cases}$$

$$y = -x^3 \Rightarrow x^3 = -y \Rightarrow x = -\sqrt[3]{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt[3]{y} \quad D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

۱۰۹: گزینه اول

$$\begin{cases}(x+1)^2+(y-4)^2=25\\(x+3)^2+(y-2)^2=29\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+2x+1+y^2-8y+16=25\\x^2+6x+9+y^2-4y+4=29\end{cases}$$

$$4(x+y)=8\Rightarrow x+y=2$$

۱۱۰: گزینه اول

$$f(\sqrt{2})=\frac{2}{3\sqrt{2}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow f\left(f(\sqrt{2})\right)=f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$f\left(f\left(f(\sqrt{2})\right)\right)=f(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۱۱: گزینه سوم

$$5^x=10\Rightarrow x=log_5 10\quad,\quad f(x)=log_2 20$$

$$f(log_5 10)=log_2 20=1+log_2 10=1+\frac{1}{log 2}=1+\frac{1}{log\frac{10}{5}}=$$

$$1+\frac{1}{1-log 5}\Rightarrow f(t)=1+\frac{1}{1-\frac{1}{t}}=\frac{2t-1}{t-1}$$

۱۱۲: گزینه دوم

$$A=B+45\quad,\quad A+B+C=180$$

$$2sinBcosA-sinC=2\times\frac{1}{2}\left[sin(B+A)+sin(B-A)\right]-sinC=$$

$$sin(\pi-C)+sin(-45)-sinC=+sinC-\frac{\sqrt{2}}{2}-sinC=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

پاسخنامه تشریحی حسابان و ریاضیات پایه کنکور۱۴۰۱ — مهندس بهروز اسلامی

۱۱۳: گزینه اول

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4}\cos\left(\dfrac{3}{4}b+c\right) \\ \dfrac{1}{4}\cos\left(\dfrac{5}{4}b+c\right) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3}{4}b+c = \pi \\ \dfrac{5}{4}b+c = \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$b = \pi \ , \ c = \dfrac{\pi}{4} \ , \ a = \dfrac{1}{4} \ , \ \dfrac{ac}{b} = \dfrac{\dfrac{1}{4}\times\dfrac{\pi}{4}}{\pi} = \dfrac{1}{16}$$

۱۱۴: گزینه سوم

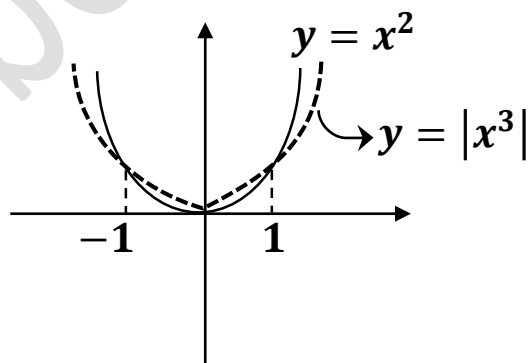$$sinx = \dfrac{sin60}{cos60}cosx = \sqrt{2} \Rightarrow sin(x+60) = sin\dfrac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi - \dfrac{\pi}{12} \\ x = 2k\pi + \dfrac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \text{جمع ریشه ها} = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{5\pi}{12} + 2\pi - \dfrac{\pi}{12} = \dfrac{9\pi}{4}$$

۱۱۵: گزینه چهارم

$$\lim_{x\to -1} \dfrac{\dfrac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \dfrac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \dfrac{1-\dfrac{3}{2}}{\dfrac{1}{3}} = -\dfrac{3}{2}$$

۱۱۶: گزینه سوم

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] : \ 0 < x < 1 \ \text{یا} -1 < x < 0 \\ 1 + cos\pi x : \ x = \pm 1 \\ [x^2] - [x] : \ x < -1 \ \text{یا} \ x > 1 \end{cases} \Rightarrow \text{در بی شمار نقطه ناپیوسته است}$$

۱۱۷: گزینه چهارم

$$p(-2) = 0 \Rightarrow 64 - 3 \times 32 + 16a = 0 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$n = 1 \Rightarrow p(x) = x^6 + 3x^5 + x^4 + 2x^3 + 32 \quad ; \quad (x-1)(x+3)$$

$$\begin{cases} p(1) = 39 \\ p(-3) = 59 \end{cases} \Rightarrow R = mx + n \Rightarrow \begin{cases} m + n = 39 \\ -3m + n = 59 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = -5 \;,\; n = 44 \Rightarrow \boxed{R = -5x + 44}$$

۱۱۸: گزینه سوم

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, \ldots\ldots, 12\}, \{13, \ldots\ldots, 24\}$$

$$1 \quad,\quad 2 \quad,\quad 3 \quad,\quad 6 \quad,\quad 12$$

$$a_{11} = a_1 q^{n-1} = 3 \times 2^{10} = 3072$$

آخرین عدد دسته‌ی سیزدهم $= 3072 \times 2 = 6144$

آخرین عدد دسته‌ی دوازدهم $= 1536 \times 2 = 3072$

اولین عدد دسته‌ی سیزدهم $= 3073 \leftarrow$

میانگین $= \dfrac{3073 + 6144}{2} = 4608/5$

۱۱۹: گزینه اول

$$x \to +\infty : \; -b = a + 2$$

$$x \to -\infty : \; b = a - 2 \qquad \Rightarrow a = 0 \;,\; b = -2$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{2x+1}{|x|-2} = -3$$

۱۲۰: گزینه دوم

$$\begin{cases} y = sinx + \frac{1}{2}cosx \\ y = \frac{3}{2}sinx \end{cases} \Rightarrow sinx = cosx \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$y' = cosx - \frac{1}{2}sinx \Rightarrow m = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow y - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = 0 \Rightarrow -3\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} - 3$$

۱۲۱: گزینه سوم

$$g'(x) = f'(x + 1) + 3f'(3x + 10)$$

$$g'(-2) = \frac{3}{2} + 3f'(4) = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6 \quad ; \quad f'(-1) = f'(4)$$

۱۲۲: گزینه دوم

$$\lim_{h \to 0} \frac{-2f'(5-h)f(5-h) + 3f'(5-h)}{-2h+5} = \frac{-2f'(5)f(5) + 3f'(-5)}{5} = \frac{-2 \times \frac{25}{12} \times 2 + 3 \times \frac{25}{12}}{5} = \frac{-5}{12}$$

۱۲۳: گزینه اول

$$y = -x^3 + 3ax^2 + b \Rightarrow y' = -3x^2 + 6ax$$

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \Rightarrow \\ f(-1) = 1 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} -3 - 6a = 0 \\ 1 = 1 + 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = -3$$

۱۲٤: گزینه چهارم

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{3} \Longrightarrow x_{Min} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1-a}{a+1} = -\frac{1}{3} \Longrightarrow a = 2 \Longrightarrow y = \frac{2x+3}{3x+1}$$

$$y = 0 \Longrightarrow x = -\frac{3}{2}$$