

پاسخ تشریحی تست های ریاضی کنکور ۱۴۰۱ (رشته تجربی)

توجه: تست ها مربوط به دفترچه A است.

مهندس فاطمه کمالی

شماره تماس: ۰۹۱۰۸۳۴۹۹۵۹

۱۰۱- حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟

۲/۲ (۴)

۲ (۳)

۲/۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۲

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{\frac{(1+\sqrt{7})^2}{(4+\sqrt{7})}} = \sqrt[4]{\frac{1+7+2\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}}$$

$$= \sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt{7})}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{2}$$

۱۰۲- اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

۱/۴ (۴)

۲/۴ (۳)

۹/۶ (۲)

۱۱/۶ (۱)

گزینه ۳

○ ○ ○ ○ ⑧ ○ ○ ○ ○ ⑤ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ?

$$t_5 = 8 \rightarrow a + 4d = 8$$

$$t_{10} = 5 \rightarrow a + 9d = 5$$

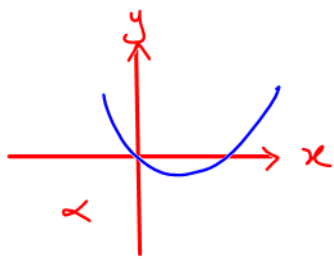
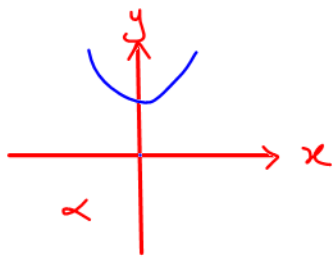
$$\Delta d = -3 \rightarrow d = \frac{-3}{5}$$

$$a = 8 - 4d = 8 - 4\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{52}{5}$$

$$a_{16} = a + 15(d) = \frac{52}{5} + 15\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{52 - 45}{5} = \frac{7}{5} = 1,4$$

۱۰۳- به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (2+2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟
 (۱) هیچ مقدار a (۲) تمام مقادیر a (۳) ۱ (۴) ۲

گزینه ۱



$a > 0$

در هر دو حالت باید ضریب x بزرگتر از صفر باشد.

از طرفی چون c یا عرض از مبدأ منفی است پس شال سمت چپ غیر قابل قبول است. پس فقط $\Delta > 0$

همین ضریب x با صفر و جمع x ها صفت می‌شود. $b = 0$ $p > 0$

$$p = 0 \rightarrow \frac{c}{a} = 0 \rightarrow \frac{2+2a}{a} = 0 \rightarrow a = -\frac{2}{2} = -1$$

غده

چون هیچ استه‌ای یکی بین جوابهای a وجود ندارد پس گزینه ۱ پاسخ درست است.

۱۰۴- اگر $\frac{2-2x}{3x+1} \geq 0$ باشد، مجموعه مقادیر x چند عضو دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

گزینه ۲

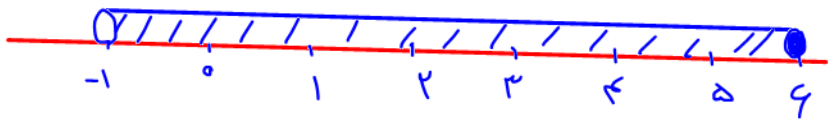
$$2 - 2x = 0 \rightarrow x = 1$$

$$3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

x	$-\frac{1}{3}$	1	
$2-2x$	+	+	-
$3x+1$	-	+	+
$\frac{2-2x}{3x+1}$	-	+	-

$$-\frac{1}{3} < x \leq 1$$

$$-1 < 3x \leq 6$$



۸ عدد صحیح ← چون فاصله صحیح اعداد بین $(-1, 6]$ هم برابر ۱- هستند پس ۱- را نیز می‌گیریم

۱۰۵- دو تابع $f(x) = b - 2ax$ و $g(x) = c - (2b - 2)x$ ثابت هستند. اگر $f + g = 5$ باشد، حاصل bc چقدر است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

گزینه ۳

تابع‌ها:
$$\begin{cases} -2a = 0 \rightarrow a = 0 \\ 2b - 2 = 0 \rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$c + b = 5$

$c = 4$

$bc = 1 \times 4 = 4$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4x - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

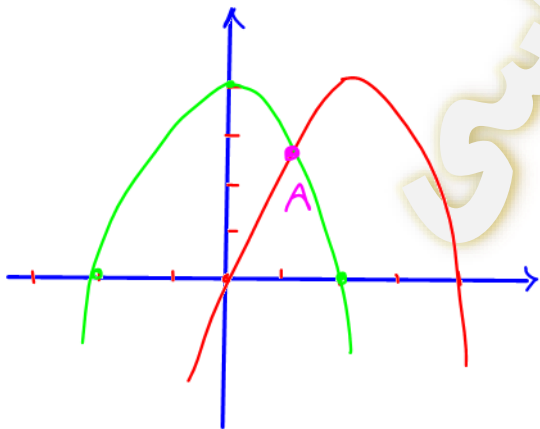
$\sqrt{10}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۴



$f(x) = 4x - x^2$

$x_{\text{راس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$

$y_{\text{راس}} = f(2) - 2^2 = 4$

$f(x) = -x^2 + 4x$

$= -(x^2 - 4x)$

$= -(x^2 - 4x + 4 - 4)$

$= -((x - 2)^2 - 4)$

$= -(x - 2)^2 + 4$

$f(x+2) = -((x+2)-2)^2 + 4$

$= -(x)^2 + 4$

$$\Rightarrow -(x-2)^2 + 4 = -x^2 + 4$$

$$\Rightarrow -(x^2 + 4 - 4x) = -x^2 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

فاصله نقطه تقاطع دو منحنی از مبدأ محضات : $A = \sqrt{1 + 3^2} = \sqrt{10}$

107- به ازای دو مقدار α ، یک ریشه معادله $3x^2 - \alpha x + 4 = 0$ سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار β ، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

گزینه ۳

$$\alpha = 3\beta \quad \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{a}{b} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow 3\beta^2 = \frac{4}{3} \rightarrow \beta^2 = \frac{4}{9} \rightarrow \beta = \pm \frac{2}{3}$$

$$2\beta = -\frac{a}{b} \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} = -\frac{a}{6} \rightarrow a = -8 \\ -\frac{4}{3} = -\frac{a}{6} \rightarrow a = 8 \end{cases} \rightarrow 8 - (-8) = 16$$

108- معادله $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + 3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3 - \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1} \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{(3 - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}) - (3 + \sqrt{x-1})\sqrt{x+1}}{9 - (x-1)} = \sqrt{x-1}$$

$$9 - (x-1)$$

$$\frac{-\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-1}}{10-x} = \sqrt{x-1}$$

$$\frac{-2\sqrt{x^2-1}}{10-x} = \sqrt{x-1}$$

$$\frac{-2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}{10-x} = \sqrt{x-1}$$

توجہ شود $x=1$ در دامن تابع نیست
 پس جزء را بیست

$$-2\sqrt{x+1} = 10-x$$

$$x^2 + 4 = 100 + x^2 - 20x$$

$$x^2 - 24x + 96 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 192$$

$$x_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{192}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + 3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3 - \sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\begin{aligned} x+1 &\geq 0 \\ x-1 &> 0 \end{aligned} \Rightarrow x > 1 \rightarrow D_1 = (1, \infty)$$

$$\sqrt{x-1} + 3 \neq 0 \rightarrow \sqrt{x-1} = -3 \rightarrow D_2 = \mathbb{R}$$

$$3 - \sqrt{x-1} \neq 0 \rightarrow 9 \neq x-1 \rightarrow x \neq 10 \rightarrow D_3 = \mathbb{R} - \{10\}$$

التهاب راضها : $D = (1, \infty) - \{10\}$

با این هر دو ریشه بدست آمده همیشه هستند و در دامنه قرار دارند.

۱۰۹- وارون تابع $y = x^2 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$

گزینه ۲

اگر نقطه (x, y) از تابع $f(x)$ بگذرد، نقطه (y, x) از تابع وارون $f^{-1}(x)$ می گذرد.

$$(-2, -1) \rightarrow -1 = -8 + 2 + 1 \quad \times$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{5}{8}) \rightarrow \frac{5}{8} = (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4} \quad \checkmark$$

$$(2, 1) \rightarrow 1 = 4 - 1 + 1 \quad \times$$

$$(-\frac{11}{8}, -\frac{1}{2}) \rightarrow \quad \times$$

۱۱۰- اگر $gof(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد کمترین مقدار $g(x-7)$ چقدر است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

$$g(f(x)) = 5x^2 + 11$$

گزینه ۴

$$g(2x) = 5x^2 + 11$$

$$2x = t \rightarrow x = \frac{t}{2}$$

$$g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11$$

$$g(x-7) = 5(x-7)^2 + 11$$

زمانی $g(x-7)$ کمینه می شود که $(x-7)^2$ برابر با ۰ صفر شود یعنی $x=7$ باشد:

$$g(x-7)_{\min} = 0 + 11 = 11$$

۱۱۱- تابع $f(x) = (-9+k^2)x^2 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k چقدر است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

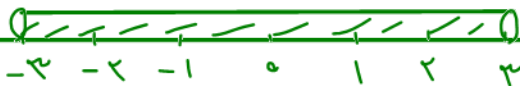
گزینه ۱

اگر ضریب x^2 در تابع درجه ۲ صفر نباشد تابع اکیداً نزولی است:

$$-9 + k^2 < 0 \rightarrow k = \pm 3$$

k	-3	3
$-9+k^2$	$+$	$-$

$$-3 < k < 3$$



$$\rightarrow (-2) + (-1) + (0) + 1 + 2 = 0$$

۱۱۲- اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(-1, 2) (۴)

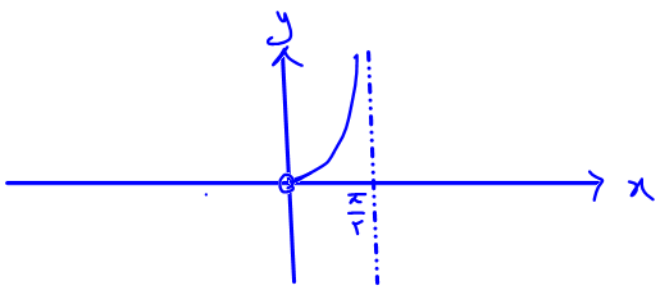
(-1, 2] (۳)

(-2, 1] (۲)

(-2, 1) (۱)

گزینه ۱

$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4} > -x > -\frac{\pi}{4} \rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$



بانی که زاویه ای مثل β بین 0 تا $\frac{\pi}{4}$ قرار دارد مقدار $\tan \beta$ از صفر بزرگتر است:

$\frac{1-m}{2+m} > 0 \rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$

m	-2	1
$1-m$	$+$	$+$
$2+m$	$-$	$+$
$\frac{1-m}{2+m}$	$-\infty$	$+$

$m \in (-2, 1)$

۱۱۳- اگر $2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{2}$ (۱)

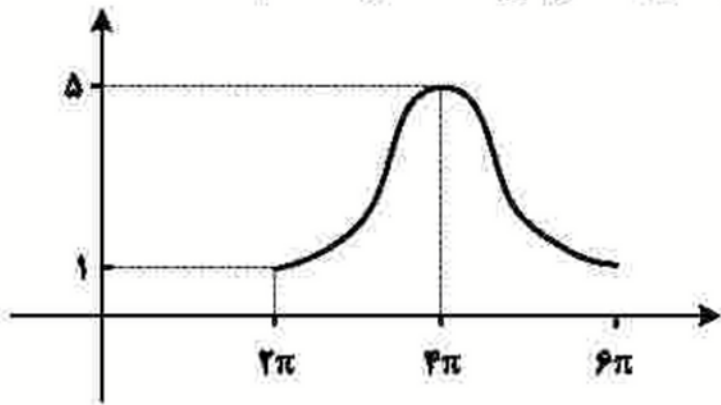
گزینه ۳

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$2(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x = \frac{4}{3} \rightarrow 2 - \cos^2 x = \frac{4}{3} \rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$

$\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$

۱۱۴- شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c \rightarrow 5 = |a| + c \\ \min &= -|a| + c \rightarrow 1 = -|a| + c \end{aligned} \rightarrow c = 3$$

گزینه ۳

۱۱۵- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\Lambda \cos x - \tan^2 x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۲ (۴)
- ۳ (۳)
- ۴ (۲)
- ۵ (۱)

گزینه ۴

$$\begin{aligned} \Lambda \cos x &= 1 + \tan^2 x \rightarrow \Lambda \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \\ \Lambda \cos^3 x &= 1 \rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \\ x &= 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} k=1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{4} \\ k=0 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

۱۱۶- اگر $\log_8 18 = m$ باشد، حاصل $\log_9 12$ کدام است؟

- $\frac{3m-1}{4}$ (۴)
- $\frac{3}{4}(m-1)$ (۳)
- $\frac{3m+1}{4}$ (۲)
- $\frac{3}{4}(m+1)$ (۱)

گزینه ۱

$$\log_8 18 = \log_{2^3} 2^2 \times 3^2 = \frac{1}{3} + \log_{2^3} 3^2 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \log_2 3 = m$$

$$\frac{2}{3} \text{Log}_2 8 = m - \frac{1}{3} \rightarrow \text{Log}_2 8 = \frac{3}{2} (m - \frac{1}{3}) \quad \text{⊗}$$

$$\text{Log}_2^3 x^4 = \text{Log}_2^3 + \text{Log}_2^4 = \frac{1}{2} \text{Log}_2^3 + 1$$

$$\text{⊗} \rightarrow \text{Log}_2^3 12 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} (m - \frac{1}{3}) + 1 = \frac{3}{4} m - \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4} m + \frac{3}{4}$$

117- تابع $f(x) = a + b(\frac{1}{2})^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

3 (4)

2 (3)

1 (2)

صفر (1)

گزینه 3

$$(0, 0) : f(0) = 0 \rightarrow 0 = a + b$$

$$(-1, -1) \in f \rightarrow f(-1) = -1 \rightarrow -1 = a + 2b$$

$$(-1, -1) \in f$$

$$\boxed{-1 = b}$$

$$\boxed{a = 1}$$

$$\boxed{a - b = 2}$$

118- 9 داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر +1 یا -1 و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است. انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (4)

$\frac{2}{3}$ (3)

$2\sqrt{2}$ (2)

$\sqrt{2}$ (1)

گزینه 4

واریانس همان میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین است.

$$s^2 = \frac{(x_1 - N)^2 + \dots + (x_N - N)^2}{N}$$

$$s^2 = \frac{(-1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (1)^2}{9} = \frac{8}{9}$$

$$s = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۱۹- داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین داده‌های جدید چقدر است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

گزینه ۱

وقتی به داده‌ها ۲ واحد اضافه کنیم به میانه و میانگین هم ۲ واحد اضافه می‌شود. بایک مثال می‌توان بررسی کرد:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \rightarrow \begin{cases} \text{میانگین اولیه } \bar{x}_1 = \frac{15}{5} = 3 \\ \text{میانه اولیه } m_1 = 3 \end{cases} \rightarrow 3 - 3 = 0$$

$$3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \rightarrow \begin{cases} \text{میانگین ثانویه } \bar{x}_2 = \frac{25}{5} = 5 \\ \text{میانه ثانویه } m_2 = 5 \end{cases} \rightarrow 5 - 5 = 0$$

۱۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^2]}$ کدام است؟

+∞ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

صفر (۱)

$$x \rightarrow 2^+ : [x^2] = 4$$

گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 4} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوسپیتال}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x}{3x^2} = \frac{1}{3}$$

۱۲۱- اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - 1)g(x) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 4 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|} = 2$$

چون پاسخ عدد درست آمده در حالی که جواب منفرد منفرد است پس صورت هم باید عامل $x-1$ داشته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{a(x-1)^2}}{|x-1|} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{a} |x-1|}{|x-1|} = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{a} |x-1|}{|x-1|} = 2$$

۱۲۲- اگر $f(x) = x \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{5x+9}} \right)^3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

$\frac{2}{14}$ (۴)

$\frac{2}{7}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

$\frac{1}{27}$ (۱)

نرسیده

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{5x+9}} \right)^3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{5x+9}} \right)^3 = \left(\sqrt{\frac{1}{9}} \right)^3 = \frac{1}{27}$$

۱۲۳- معادله خط مماس بر نمودار $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x+3}$ در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت $2y - 3x = n$

است. مقدار $m+n$ چقدر است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

$$y = \frac{m}{x} + \frac{n}{x^2}$$

گزینه ۴

$$y' = \frac{(2x+m)(x^2) - (x^2+mx+1)(2x)}{(x^2)^2}$$

$$\frac{m}{4} = \frac{(2+m)(4) - (1+m+1)(2)}{16} \rightarrow m = \frac{1+4m-2-m}{4}$$

$$12 = 3m+4 \rightarrow m = 2$$

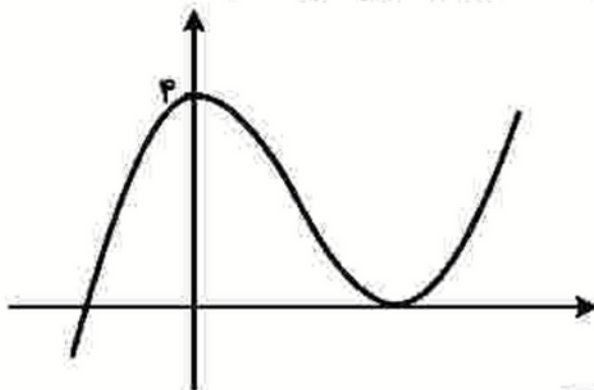
نقطه طول $x=1$ هم روی خط مماس بر منحنی قرار دارد هم روی منحنی :

$$y(1) = \frac{2+m}{4} \Rightarrow y(1) = \frac{2+2}{4} = 1 \Rightarrow (1, 1)$$

$$f(1) - y(1) = n \rightarrow n = 1$$

$$m + n = 2 + 1 = 3$$

۱۲۴- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



- ۱/۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳/۲ (۴)
- ۲ (۵)

گزینه ۲

$$f(0) = c \rightarrow c = 4$$

مشتق (یا سبب خط مماس بر منحنی) در $x=0$ برابر صفر است:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow f'(0) = 0 \rightarrow 3x^2 + 2ax + b = 0 \rightarrow b = 0$$

مسئله در نقطه x (min) هم صفر است:

$$0 = 3x^2 + 2ax \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2}{3}a \end{cases}$$

تابع اصلی هم در $x = -\frac{2}{3}a$ صفر است:

$$0 = x^3 + ax^2 + 4 \rightarrow \left(-\frac{2a}{3}\right)^3 + a\left(-\frac{2a}{3}\right)^2 + 4 = 0$$

$$\frac{-1a^3}{27} + \frac{4}{9}a^3 + 4 = 0 \rightarrow \frac{-1a^3 + 12a^3}{27} + 4 = 0$$

$$\frac{4a^3}{27} = -4 \rightarrow a^3 = -27 \rightarrow a = \boxed{-3}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{2}{3}(-3) = \boxed{2}$$

۱۲۵- از بین مخروط‌های حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه $2\sqrt{3}$ حول خط L به دست می‌آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

- ۶ (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)



$$h^2 + r^2 = 27$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi h(27 - h^2) = 9\pi h - \frac{\pi h^3}{3}$$

$$V' = 9\pi - \pi h^2 \rightarrow V' = 0 \rightarrow h = \boxed{3}$$

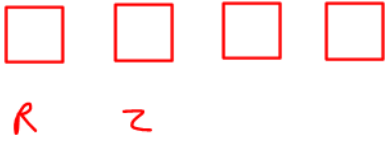
گزینه ۲

۱۲۶- کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آنهاست، در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست

انتخاب نشود؟

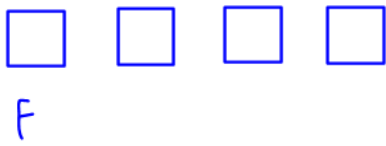
- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

گزینه ۳



اگر ریاضی انتخاب شود زسیت هم باید باشد و چون زسیت هست فنریک نباید باشد. پس ۲ جایگاه با ۴ کتاب داریم:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2} = \boxed{6}$$



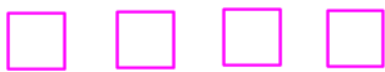
اگر ریاضی انتخاب نشود، می‌تواند زسیت هم انتخاب نشود. زسیت انتخاب نشود فنریک انتخاب می‌شود. پس ۳ جایگاه داریم ۴ کتاب:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! 1!} = \boxed{4}$$



اگر ریاضی انتخاب نشود، می‌تواند زسیت انتخاب شود. زسیت انتخاب شود فنریک انتخاب می‌شود. پس ۳ جایگاه و ۴ کتاب داریم:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! 1!} = \boxed{4}$$



اگر سه کتاب ریاضی، فنریک و زسیت هیچ کدام انتخاب نشوند. پس ۴ جایگاه و ۴ کتاب داریم:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! 0!} = \boxed{1}$$

$$6 + 4 + 4 + 1 = \boxed{15}$$

کل حالات

۱۲۷- احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر ۰/۰۸ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر ۰/۵ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد چند درصد است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۰/۰۴ (۲)

۰/۰۲ (۱)

گزینه ۴

احتمال شیوع بیماری در جامعه : $P(A) = \frac{1}{100}$

احتمال بهبودی فرد مبتلا : $P(B) = \frac{5}{10}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{4}{100}$

این احتمال ۴ درصد است.

۱۲۸- سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$, $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول

ارتفاع BH، کدام است؟

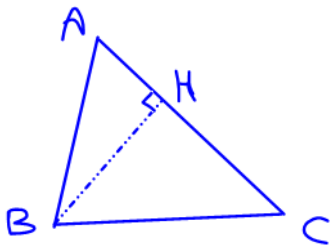
۱ (۴)

۲/۵ (۳)

۳ (۲)

۴/۴ (۱)

گزینه ۱



$BC: y = \frac{7x}{2} - \frac{19}{2}$

$AB: y = -2x + 7$

به کمک معادله‌های BC و AB، مختصات نقطه B را بدست می‌آوریم:

$AB = BC \rightarrow -2x + 7 = \frac{7x}{2} - \frac{19}{2}$

$-4x + 14 = 7x - 19$

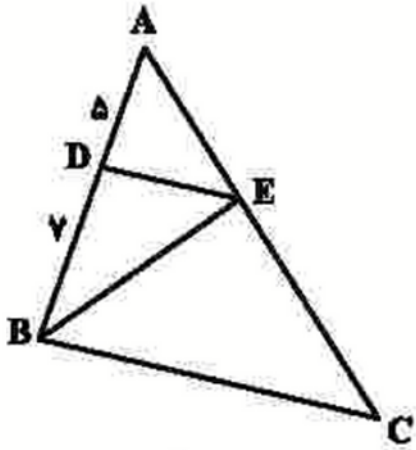
$33 = 11x$

$[3 = x, y = 1]$

$B(3, 1)$

$BH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-3(3) + 4(1) - 17|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{22}{5} = \frac{4}{1}$

۱۲۹- در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



۱/۵ (۱)

۱/۷ (۲)

۲/۱ (۳)

۲/۴ (۴)

گزینه ۴

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{h/2}{h} = \frac{1}{2} = \boxed{2,4}$$

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{1}{2} h \times BC}{\frac{1}{2} h \times DE} = \frac{BC}{DE} = \frac{2}{1} = \boxed{2,4}$$

۱۳۰- نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

۱/۸ (۴)

۱/۴ (۳)

۵/۸ (۲)

۵/۶ (۱)

گزینه ۲

$$2b = 18 \rightarrow b = \boxed{9}$$

$$c = \boxed{12}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 81 + 144$$

$$a = \sqrt{225} = \boxed{15}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{15} = \boxed{0,8}$$