

۱۰۱- حاصل عبارت  $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$  کدام است؟

۲ $\sqrt{2}$  (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$  (۲) ✓

۱ (۱)

$$(4+\sqrt{7})^{-1} = \frac{1}{4+\sqrt{7}} \times \frac{4-\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}} = \frac{4-\sqrt{7}}{9} = \frac{8-2\sqrt{7}}{18} = \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{18}$$

$$\sqrt[4]{\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{18}} = \frac{\sqrt{\sqrt{7}-1}}{\sqrt[4]{18}} \Rightarrow \frac{\sqrt{\sqrt{7}-1}}{\sqrt[4]{18}} \times \sqrt{1+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[4]{18}} = \sqrt{2}$$

۱۰۲- اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

۱/۴ (۴) ✓

۲/۴ (۳)

۹/۶ (۲)

۱۱/۶ (۱)

$$\begin{cases} a_5 = 8 \\ a_{16} = 5 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{52}{5}, d = \frac{-3}{5} \Rightarrow a_{16} = \frac{52}{5} + 15\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{7}{5} = 1/4$$

۱۰۳- به ازای چند مقدار  $a$ ، سهمی  $y = ax^2 + (3+2a)x$  از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی گذرد؟

۲ (۴)

۱ (۳)

(۲) تمام مقادیر  $a$

(۱) هیچ مقدار  $a$  ✓

چون از ربع سوم نباید بگذرد، پس  $a > 0$  و چون یکی از ریشه ها صفر است باید ریشه دیگر مثبت باشد، یعنی:

$$\text{پس چون جواب ها اشتراک ندارند، به ازای هیچ مقداری از ناحیه سوم نمیگذرد.} \quad x = \frac{-(3+2a)}{a} \xrightarrow{a>0} 3+2a < 0 \rightarrow a < \frac{-3}{2}$$

نمیگذرد.

۱۰۴- اگر  $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$  باشد، مجموعه مقادیر  $[3x]$  چند عضو دارد؟

۸ (۴) ✓

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{3} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 3x \leq 6$$

$$[3x] = -1, 0, 1, \dots, 6$$

۱۰۵- دو تابع  $f(x) = b - 3ax$  و  $g(x) = c - (3b - 3)x$  ثابت هستند. اگر  $f + g = 5$  باشد، حاصل  $bc$  چقدر است؟

(۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۴ ✓ (۴) ۶

تابع ثابت نباید  $x$  داشته باشد، پس:  $a = 0, b = 1$  چون  $f + g = 5 \Rightarrow b + c = 5 \xrightarrow{b=1} c = 4$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4x - x^2$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$  از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{10}$  ✓ (۴) ۱۰

$$4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4$$

$$4x - x^2 = -x^2 + 4 \rightarrow x = 1 \quad \text{نقطه تلاقی } (1, 3) \quad OA = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

۱۰۷- به ازای دو مقدار  $a$ ، یک ریشه معادله  $3x^2 - ax + 4 = 0$  سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ ✓ (۴) ۱۸

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \rightarrow \frac{a^2}{12} = \frac{16}{3} \rightarrow a^2 = 64 \rightarrow a = \pm 8$$

۱۰۸- معادله  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$  چند ریشه مثبت دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ ✓ (۴) ۳

$$\frac{(3-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}) - (\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1}+3)}{(3-\sqrt{x-1})(3+\sqrt{x-1})} = \sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{-2\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}}{-x+10} = \sqrt{x-1}$$

$$-2\sqrt{x+1} = -x+10 \Rightarrow x^2 - 24x + 96 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-16) = 0 \Rightarrow x = 6, x = 16$$

۱۰۹- وارون تابع  $y = x^3 - x + 1$  از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$

گزینه ۱:  $f^{-1}(-1) = -2 \Rightarrow f(-2) = -1 \Rightarrow -8 + 2 + 1 \neq -1$

گزینه ۲:  $f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{8}$

۱۱۰- اگر  $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$  و  $f(x) = 2x$  باشد، کمترین مقدار  $g(x-7)$  چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

$g(2x) = 5x^2 + 11 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11$  (است و اگر ۷ واحد هم به سمت راست برود باز همان است).

۱۱۱- تابع  $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$  اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح  $k$  چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

اکیداً نزولی یعنی:  $k < -3, k > 3 \Rightarrow 9 - k^2 < 0$  پس مجموع آنها صفر است.

۱۱۲- اگر  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$  و  $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$  باشد، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-2, 1]$  (۳)  $(-1, 2]$  (۴)  $(-1, 2)$

پس کمان مورد نظر در ربع اول است در این بازه تانژانت مثبت است.  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$

پس:  $\frac{1-m}{2+m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1$

۳) اگر  $2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$  باشد، حاصل  $\tan^2 x$  کدام است؟ ( $x \neq 0$ )

۱)  $\frac{1}{4}$

۲)  $\frac{1}{2}$  ✓

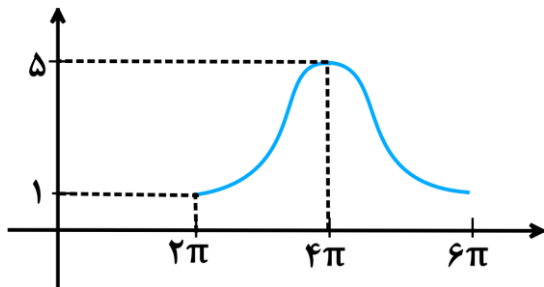
۳)  $\frac{2}{3}$

۴)  $\frac{3}{2}$

تمام جملات را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$2 \tan^2 x + 1 = \frac{4}{3} (1 + \tan^2 x) \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

۴) شکل زیر، نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد، مقدار  $c$  کدام است؟



۱) ۵

۲) ۴

۳) ۳ ✓

۴) ۱

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = 5 \\ \min = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} c - a = 1 \\ c + a = 5 \end{cases} \Rightarrow c = 3$$

۵) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی  $\lambda \cos x - \tan^2 x = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۱) ۲ ✓

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

$$\lambda \cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \lambda \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\lambda}$$

۱۱۶- اگر  $\log_8^{18} = m$  باشد، حاصل  $\log_{\frac{1}{4}}^{12}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3m-1}{4}$      
  (۳)  $\frac{3}{4}(m-1)$      
  (۲)  $\frac{3m+1}{4}$      
  (۱)  $\frac{3}{4}(m+1)$  ✓

$$\log_8^{18} = \frac{\log 18}{\log 8} = \frac{2 \log 3 + \log 2}{3 \log 2} = m \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{3m-1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}^{12} = 1 + \log_{\frac{1}{4}}^2 = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{3m-1}{2} \right) = \frac{3(m+1)}{4}$$

۱۱۷- تابع  $f(x) = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^x$  از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر  $f^{-1}(-1) = -1$  باشد، حاصل  $a - b$  چقدر است؟

صفر (۱)     
  (۲)     
  (۳) ۲ ✓     
  (۴) ۳

$$\left. \begin{array}{l} (0,0) \Rightarrow a + b = 0 \\ (-1,-1) \Rightarrow a + 2b = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

۱۱۸- ۹ داده آماری را در نظر بگیرید، اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر ۱ یا -۱ و اختلاف یک داده از

میانگین برابر صفر است، انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

(۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  ✓     
  (۳)  $\frac{2}{3}$      
  (۲)  $2\sqrt{2}$      
  (۱)  $\sqrt{2}$

$$\delta^2 = \frac{1+1+\dots+1+0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \delta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۱۹- داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد

بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین داده‌های جدید چقدر است؟

صفر (۱) ✓     
  (۲)     
  (۳) ۲     
  (۴) ۴

چون همه داده‌ها ۲ واحد اضافه شده پس میانگین و میانه هم ۲ واحد اضافه می‌شود.

۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$  کدام است؟

+∞ (۴)

(۳)

 $\frac{1}{3}$  (۲) ✓

(۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2 + 4 + 2x)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۲۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$  و  $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳) ✓

(۲)

-۱ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1} (4 - 1) \times \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x-1} = 6 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = 2(x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

۲۲- اگر  $f(x) = x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

 $\frac{3}{14}$  (۴) $\frac{2}{7}$  (۳) $\frac{1}{9}$  (۲) $\frac{1}{27}$  (۱) ✓

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^2 = \frac{1}{27}$$

۱۲۳- معادله خط مماس بر نمودار  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$  در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت  $4y - 3x = n$  است. مقدار  $m + n$  چقدر است؟

۳(۴) ✓

۲(۳)

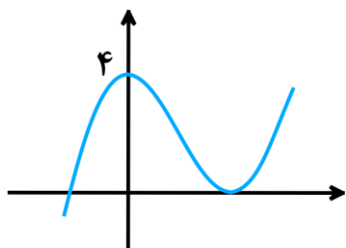
-۲(۲)

-۳(۱)

$$y' = \frac{(2+m)(4) - (2+m)}{16} = \frac{3(2+m)}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 2 \quad \leftarrow \text{نقطه مورد نظر } (1, \frac{2+m}{4})$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{n}{4} = \frac{2+m}{4} \Rightarrow m - n = 1 \xrightarrow{m=2} n = 1$$

۱۲۴- نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. طول نقطه میانی نسبتی تابع، کدام است؟

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۲(۲) ✓

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۳(۴)

$$y' = 3x^2 + 2ax + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$x(3x + 2a) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2a}{3}$$

$$\frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 4 = 0 \Rightarrow a^3 = -27 \Rightarrow a = -3$$

$$x = \frac{-2a}{3} = 2$$

۱۲۵- از بین مخروط‌های حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه  $۳\sqrt{۳}$  حول خط L به دست می‌آیند، ارتفاع

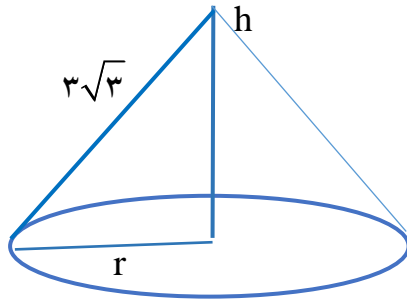
مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

$\sqrt{۳}$  (۴)

$۲\sqrt{۳}$  (۳)

$۳$  (۲) ✓

۶ (۱)



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (27 - h^2) h = \frac{\pi}{3} (27h - h^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 27 - 3h^2 = 0 \Rightarrow h = 3$$

۱۲۶- ۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آنهاست، در اختیار داریم. به چند طریق

می‌توان ۴ کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب

شود، زیست انتخاب نشود؟

۱۶ (۴) ✓

۱۵ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$\binom{1}{1} \binom{1}{1} \binom{4}{2} + \binom{1}{1} \binom{5}{3} = 6 + 10 = 16$$

۱۲۷- احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر ۰/۰۸ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر

۰/۵ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۰/۰۴ (۲) ✓

۰/۰۲ (۱)

$$0.08 \times 0.5 = 0.04$$



۱۲۸- سه ضلع یک مثلث به معادلات  $AB: y + 2x = 7$ ،  $AC: 4y - 3x = 17$ ، و  $BC: 2y - 7x = -19$  هستند. طول ارتفاع BH، کدام است؟

۱) ۴

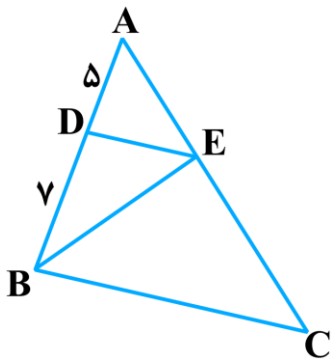
۲) ۵/۳

۳) ۲

۴) ۴/۴ ✓

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \quad AH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4.4 : AB, BC \text{ اضلاع محل تلاقی}$$

۱۲۹- در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



است؟

۱) ۵

۲) ۷/۱

۳) ۲/۱

۴) ۴/۲ ✓

چون دو مثلث ارتفاع برابر دارند پس نسبت مساحت ها با نسبت قاعده ها برابر است:

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2.4$$

۱۳۰- نقطه  $(-12, 0)$  یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات

مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

۱) ۸/۴

۲) ۴/۱

۳) ۸/۰ ✓

۴) ۶/۰

$$c = 12, 2b = 18 \rightarrow b = 9 \Rightarrow a = 15$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{15} = 0.8$$