

عنوان آزمون: توان های گویا - عبارت های
جبری

نام و نام خانوادگی:
پایه تحصیلی: دهم تجربی
نام دبیر: سید علی موسوی
نام درس: ریاضی (۱)

۱ جذر عدد $5+2\sqrt{6}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ (۴) $2+\sqrt{3}$

۲ اگر $x = \frac{(\sqrt{2}-2)}{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $x^3 - 5x$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

۳ حاصل عبارت $\sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{72} - \sqrt{8}$ کدام است؟

(۱) $14\sqrt{2}$ (۲) $16\sqrt{2}$ (۳) $10\sqrt{2}$ (۴) $22\sqrt{2}$

۴ حاصل عبارت $(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3}$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{8}$

۵ خلاصه شده عبارت $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| - \sqrt{3} |1 - \sqrt{3}|$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $5 - 2\sqrt{3}$

۶ اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}}$ کدام است؟

(۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) $1/2$ (۴) $1/4$

۷ حاصل عبارت $\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) + \sqrt{50} - \frac{6}{\sqrt{3}}$ برابر کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{8}$ (۴) $\sqrt{12}$

۸ خلاصه شده عبارت $\left(\sqrt{\frac{2}{4}} - \sqrt{\frac{2}{9}}\right)\sqrt{\frac{4}{50}}$ کدام است؟

- $\frac{2}{15}$ (۴) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۱)

۹ حاصل عبارت $\sqrt[3]{(-x)^3} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(-2)^2}$ وقتی که $x > 0$ کدام است؟

- ۲ (۴) $2x + 2$ (۳) -2 (۲) $-2x - 2$ (۱)

۱۰ حاصل $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۴ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

۱۱ حاصل عبارت $\sqrt[3]{2 + 2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6 - 4\sqrt{2}}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۲) ۱ (۱)

۱۲ حاصل $\sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ کدام است؟

- ۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۳ اگر $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ باشد، x^2 برابر است با :

- ۲ (۴) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

۱۴ حاصل $\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۴) ۱ (۳) -1 (۲) $-\sqrt{2}$ (۱)

۱۵ حاصل $\sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)



۱۶ حاصل عبارت $\left[6^{\frac{1}{2}} + (12)^{\frac{1}{2}}\right] 3^{-\frac{1}{2}}$ کدام است؟

(۱) $-(2 + \sqrt{2})$ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $-2 + \sqrt{2}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$

۱۷ ساده‌ترین عبارت جبری که در $\sqrt[3]{4a^2}$ ضرب شود، تا حاصل مربع کامل گردد، کدام است؟

(۱) $(2a)^{\frac{2}{3}}$ (۲) $(2a)^{\frac{4}{3}}$ (۳) $a(2a)^{\frac{1}{3}}$ (۴) $2(2a)^{\frac{1}{3}}$

۱۸ حاصل $3 \times 6^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{216}$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

۱۹ در تجزیه عبارت $4x^2 - 4x - 24$ کدام عامل وجود دارد؟

(۱) $x - 6$ (۲) $x - 2$ (۳) $x + 2$ (۴) $x + 3$

۲۰ عبارت $3x^2 - 11x + 10$ به حاصلضرب دو عبارت تجزیه شده است. یکی از عوامل تجزیه کدام است؟

(۱) $3x + 5$ (۲) $3x - 5$ (۳) $3x + 2$ (۴) $3x - 2$

۲۱ کدام مقدار A ، عبارت $9x^2y^2 + x^4 + A$ را به صورت توان دوم یک دو جمله‌ای در می‌آورد؟

(۱) $-3x^2y$ (۲) $-6x^2y$ (۳) $3x^2y^2$ (۴) $6x^2y^2$

۲۲ ساده شده عبارت $\frac{2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} + 2^{\frac{3}{2}}$ کدام است؟

(۱) -4 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 4

۲۳ اگر $x = 1 - \sqrt{2}$ آنگاه x^{-2} کدام است؟

(۱) $-(3 + 2\sqrt{2})$ (۲) $-3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $3 - 2\sqrt{2}$ (۴) $3 + 2\sqrt{2}$



۲۴ حاصل $\frac{\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{150}$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۲۵ $\frac{2}{\sqrt[5]{4}}$ برابر است با:

 $\sqrt[5]{16}$ (۴) $\sqrt[5]{8}$ (۳) $\sqrt[5]{6}$ (۲) $\sqrt[5]{2}$ (۱)

۲۶ کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ برابر با کدام عبارت است؟

$$\frac{\sqrt[3]{2}+2}{3} \quad (۲)$$

$$(\sqrt[3]{4}+1)^2 \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{3} + 1 \quad (۱)$$

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \quad (۳)$$

۲۷ حاصل $\frac{(8 \times (\sqrt{5}-1))}{(\sqrt{5}+1)} - \frac{(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

۲۸ کدام عامل ضرب در تجزیه عبارت $X^3 - 7X^2 + 6X$ وجود دارد؟

 $X + 6$ (۴) $X + 3$ (۳) $X - 3$ (۲) $X - 6$ (۱)

۲۹ گویا شده کسر $\frac{1}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ کدام است؟

$$\frac{1}{5}(2\sqrt{3}-\sqrt{2}) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{5}(2\sqrt{3}+\sqrt{2}) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{10}(2\sqrt{3}-\sqrt{2}) \quad (۴)$$

$$\frac{1}{10}(2\sqrt{3}+\sqrt{2}) \quad (۳)$$



۳۰ پس از گویا کردن $\frac{1}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}$ ، منخرج کسر کدام است؟

۸ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۳۱ اگر $X = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{2}}$ باشد، مقدار $X^3 - 3X$ کدام است؟

 $2\sqrt{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

۳۲ حاصل عبارت $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}}$ کدام است؟

 $\sqrt{2}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

- $\sqrt{2}$ (۱)

۳۳ اگر $x < 0$ باشد، حاصل $2\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{x^4}$ کدام است؟

-۳x (۴)

-x (۳)

x (۲)

۳x (۱)

۳۴ حاصل عبارت $(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

 $2\sqrt{3}$ (۴) $1 + \sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{3}$ (۱)

۳۵ حاصل عبارت $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$ کدام است؟

۶ (۴)

 $2\sqrt[3]{9}$ (۳) $3\sqrt[6]{32}$ (۲) $6\sqrt[6]{2}$ (۱)

۳۶ اگر $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$ باشند حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$

 $7\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$ (۳)

۸ (۲)

کدام است؟
۶ (۱)



۳۷

اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)^{-1/5}}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{1/2}$ ، کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۸

فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ، کدام

است؟

- ۴ (۱) $(2 + \sqrt{3})^2$ ۴ (۲) $(2 - \sqrt{3})^2$ ۱۶ (۳) $(2 + \sqrt{3})^2$ ۱۶ (۴) $(2 - \sqrt{3})^2$

۳۹

اگر $A = x^{t+1}$ و $B = x^{1/t}$ (تفاوت $t \neq 0$, $t \neq -1$) کدام رابطه بین A و B برقرار است؟

$$A^{1/t} = B^{t+1} \quad (۲) \qquad A^{t+1} = B^{1/t} \quad (۱)$$

$$A^{t+1} = B^{1/t+1} \quad (۴) \qquad A^{1/t+1} = B^{t+1} \quad (۳)$$

۴۰

اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times (2 + \sqrt{3})^{2/3} \times (2 - \sqrt{3})^{2/3}$ ، به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

- ۲ (۱) $\sqrt{3} - 1$ ۲ (۲) $\sqrt{3}$ ۲ (۳) 2 ۲ (۴) $\sqrt{3} + 1$

۴۱

اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2/3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-1/3}$ ، کدام است؟

- ۰/۲۵ (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴)

۴۲

کدام عدد زیر یک مقسوم علیه عدد $(35)^3 + (37)^3$ است؟

- ۱۲۷۱ (۱) ۱۲۸۱ (۲) ۱۲۸۹ (۳) ۱۲۹۹ (۴)



۴۳ حاصل مقدار $\frac{1}{(3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3})}$ کدام است؟

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۱)

۴۴ در تجزیه عبارت $x^2 + x(-2y - 1) + (-2y + 1)(y - 2)$ کدام عامل وجود دارد؟

$x + y - 2$ (۴) $x + y + 2$ (۳) $x - y + 2$ (۲) $x - y - 2$ (۱)

۴۵ اگر $\begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 97 \end{cases}$ مقدار $|x - y|$ چقدر است؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۴۶ عبارت $x^2 + (x - 1) \times (y + 1) - x$ را به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کرده‌ایم. یکی از دو عبارت کدام است؟

$x + y + 1$ (۴) $x + y - 1$ (۳) $x - y - 1$ (۲) $x - y + 1$ (۱)

۴۷ در تجزیه عبارت $x^4 + 2x^3 - x - 2$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x - 1$ (۴) $x + 2$ (۳) $x^2 + x + 1$ (۲) $x^2 - x + 1$ (۱)

۴۸ از رابطه $(a - 2b)^2 + (b - 2c)^2 = 0$ مقدار $\frac{(b + c - a)^3}{abc}$ کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$ (۳) ۸ (۲) -۸ (۱)

۴۹ فرض کنیم به ازاء هر x ، $1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x - 2) + b(x - 2)^2 - (x - 2)^3$ در این صورت $a + b$ برابر کدام است؟

۷ (۴) ۵ (۳) -۵ (۲) -۷ (۱)

۵۰ در تجزیه عبارت $a^2(1 - x) + (b^2 + c^2 + 2bc)(x - 1)$ کدام عامل وجود ندارد؟

$x - 1$ (۴) $b + c - a$ (۳) $a + b + c$ (۲) $a + b - c$ (۱)

۵۱ اگر $2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 1 = 0$ حاصل $a + b$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۱)



۵۲ اگر $xy^2 = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $(x + 3y^2)^2 - (x - 3y^2)^2$ کدام است؟

- ۱۸ (۴) ۱۶ (۳) ۱۲ (۲) ۸ (۱)

۵۳ اگر $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$ آنگاه مقدار c چقدر است؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (۱)

۵۴ در تجزیه عبارت $4a^2 - 4a - b^2 - 4b - 3$ کدام عامل وجود دارد؟

- $2a + b + 1$ (۴) $2a + b - 3$ (۳) $2a - b + 1$ (۲) $2a + b + 3$ (۱)

۵۵ اگر $c - d = -7$ و $c^2 - d^2 = 77$ مقدار $(c + d)^2$ کدام است؟

- ۱۴۴ (۴) ۱۲۱ (۳) ۸۱ (۲) ۶۴ (۱)

۵۶ اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد، حاصل $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ۲۶۴ (۴) ۲۴۴ (۳) ۲۳۸ (۲) ۲۱۶ (۱)

۵۷ حاصل $\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12})}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- $2\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۱)

۵۸ حاصل کسر $\frac{(2\sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})}$ کدام است؟

- $3 + \sqrt{3}$ (۴) $3 - \sqrt{3}$ (۳) $-(3 + \sqrt{3})$ (۲) $-3 + \sqrt{3}$ (۱)

۵۹ حاصل $\frac{\sqrt{2}}{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})}$ کدام است؟

- $1 + \frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$ (۳) $2 - \frac{\sqrt{6}}{6}$ (۲) $2 + \frac{\sqrt{6}}{6}$ (۱)



۶۰ حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{25}}$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)

۶۱ خلاصه شده عبارت $\frac{(4)^{0/25}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + 9^{0/25}$ کدام است؟

$1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۲) $\sqrt{2} - 1$ (۱)

۶۲ حاصل $\frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} + (1 + 4\sqrt{5})(1 - \sqrt{20})$ کدام است؟

-۳۴ (۴) -۳۶ (۳) -۴۴ (۲) -۴۵ (۱)

۶۳ حاصل عبارت $\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2}$ کدام است؟

$(x + y + z)$ (۴) $\frac{1}{2}(x + y + z)$ (۳) $-(x + y + z)$ (۲) $-\frac{1}{2}(x + y + z)$ (۱)

۶۴ حاصل عبارت $\frac{1}{3 - \sqrt{6}} - \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{27}}$ کدام است؟

۲ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

۶۵ حاصل عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{48}$ برابر کدام است؟

۷ (۴) $3\sqrt{3}$ (۳) ۵ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱)



۶۶ حاصل عبارت $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

- ۰ (۴) -۱ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

۶۷ حاصل عبارت $\sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{80}$ کدام است؟

- ۳ - ۲√۵ (۴) -۱ - ۲√۵ (۳) -۳ (۲) -۴ (۱)

۶۸ حاصل $\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

- ۲√۲ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۲√۲ (۱)

۶۹ حاصل $\frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

۷۰ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ کدام است؟

- √۲ - ۲√۳ (۴) ۱ - √۲ (۳) -۱ + √۲ (۲) ۱ + √۳ (۱)

۷۱ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})^{-1}$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۱ + √۳ (۳) ۲√۳ (۲) ۱ + ۲√۳ (۱)



فرض کنید $a = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$ مقدار $\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ کدام است؟

۴۹ (۴)

۲۵ (۳)

۱۶ (۲)

۹ (۱)

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس



عبارت داده شده را می توان تبدیل به مربع کامل نمود:

$$5 + 2\sqrt{6} = 2 + 3 + 2\sqrt{2 \times 3} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$x = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{2} = 1 - \sqrt{2}$$

با جایگذاری خواهیم داشت:

$$x^3 = (1 - \sqrt{2})^3 = 1 - 3\sqrt{2} + 6 - 2\sqrt{2} = 7 - 5\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$x^3 - 5x = 7 - 5\sqrt{2} - 5(1 - \sqrt{2}) = 7 - 5\sqrt{2} - 5 + 5\sqrt{2} = 7 - 5 = 2$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{72} - \sqrt{8} = \sqrt{16 \times 2} - 2\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{36 \times 2} - \sqrt{4 \times 2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

عبارت را ساده و فاکتورگیری می نمایم:

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) = \sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3} = 8\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 8$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم $\sqrt{3} \approx 1/7$ پس $2 - \sqrt{3} > 0$ و $1 - \sqrt{3} < 0$ می باشد. بنابراین:

$$|2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} \text{ و } |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$$

$$\Rightarrow (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3}(1 - \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با جای گذاری $x = 7 - 2\sqrt{6}$ در عبارت سؤال داریم:

$$\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}} \Rightarrow x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}}$$

عبارت $\frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}$ را گویا می کنیم: (صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم).

$$\frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{49 - 24} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}$$

بنابراین در عبارت اصلی خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2 + 7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 5\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} &= \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{6} \\ \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{50}} &= \frac{2}{\sqrt{50 \times 2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right) \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{15}$$

می دانیم ریشه سوم یک عدد جبری، هم علامت با خود عدد می باشد و همچنین $\sqrt{x^2} = |x|$ پس:

$$\sqrt[3]{(-x)^3} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(-2)^2} = -x + |x| + |-2| \Rightarrow \text{عبارت} = -x + x + 2 = 2$$

$x > 0$

بنابراین گزینه ۴ صحیح می باشد.



عبارت زیر رادیکال دوم تبدیل به مربع کامل می‌شود و با عدد فرجه ساده می‌شود پس داریم: ۱۰

$$\begin{aligned} \sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt{6+4\sqrt{2}} &= \sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \sqrt{2(4-2)} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\begin{aligned} \sqrt{2+2\sqrt{2}} \times \sqrt{6-4\sqrt{2}} &= \sqrt{2+2\sqrt{2}} \times \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2+2\sqrt{2}} \times \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{\sqrt{2}(4-2)} = \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

ابتدا رادیکالها را هم فرجه نموده و سپس با توجه به اتحادها ساده می‌نماییم: ۱۲

$$\text{حاصل} = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{49-48} = 1$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

$$x = \sqrt{2\sqrt{2}} \Rightarrow x = \sqrt{\sqrt{2^2} \times 2} \Rightarrow x = \sqrt{\sqrt{2^3}} = \sqrt{2^3} \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = 2$$
۱۳

پس گزینه ۴ صحیح است.
راه حل دوم:

$$x = \sqrt{2\sqrt{2}} \Rightarrow x^2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow (x^2)^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^4 = 8 \Rightarrow \sqrt{x^4} = \sqrt{8} \Rightarrow x^2 = 2$$

مقدار زیر رادیکال دوم را می‌توان بصورت مربع کامل نوشت: ۱۴

$$\begin{aligned} \sqrt{2-\sqrt{5}} \times \sqrt{9+4\sqrt{5}} &= \sqrt{2-\sqrt{5}} \times \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} \\ \sqrt{2-\sqrt{5}} \times \sqrt{2+\sqrt{5}} &= \sqrt{2^2-5} = \sqrt{-1} = -1 \end{aligned}$$

پس گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۱۵) زیر رادیکال اول را مربع کامل می‌نویسیم:

$$4 + 2\sqrt{3} = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} + 1)^2$$

پس:

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4} &= \sqrt[6]{(\sqrt{3} + 1)^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt{3} + 1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{(\sqrt{3})^2 - 1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{6} + 12 \frac{1}{6} \right] \times 3^{\frac{-1}{2}} &= \frac{\left[\frac{1}{6} + 12 \frac{1}{6} \right]}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{6^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} + \frac{12^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{6}{3} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{12}{3} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} + 2 \\ &= \sqrt{2} + 2 \end{aligned}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۷) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

عبارت $(4a^2)^{\frac{1}{3}}$ را در نظر می‌گیریم، برای اینکه این عبارت مربع کامل شود باید آن را در $(4a^2)^{\frac{2}{3}}$ ضرب کنیم زیرا:

$$(4a^2)^{\frac{1}{3}} \times (4a^2)^{\frac{2}{3}} = (4a^2)^1 = 4a^2 \text{ مربع کامل است}$$

بنابراین:

$$(4a^2)^{\frac{1}{3}} = ((4a^2)^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = (2a)^{\frac{2}{3}}$$

$$3 \times 6^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{216} = 3 \times \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{216} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{216} = 3 \sqrt{\frac{216}{6}} = 3 \sqrt{36} = 3 \times 6 = 18$$

پس گزینه ۲ صحیح است.



۱۹

$$4(x^2 - x - 6) = 4(x - 3)(x + 2)$$

عبارت را تجزیه می‌کنیم داریم:
پس گزینه ۳ صحیح است.

۲۰

$$(3x^2 - 11x + 10) = (3x - 5)(x - 2)$$

به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:
بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۱

$$9x^2y^2 + x^2 + A = (3xy)^2 + (x^2)^2 + A \Rightarrow A = \pm 2(x^2)(3xy) = \pm 6x^3y$$

با توجه به گزینه‌ها گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۲

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

برای حل این مسئله از روابط روبرو استفاده می‌کنیم:

$$\frac{2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{2}{2} = \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} + 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{1 - (\sqrt{2})^2} + 2 \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}(\sqrt{2})}{1 - 2} + 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} + 4}{-1} + 2\sqrt{2} = -2\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{2} = -4$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۲۳

$$x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(1 - \sqrt{2})^2} = \frac{1}{1 + 2 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} =$$

$$\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} \times \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 + 2\sqrt{2}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.



۲۴

$$\frac{\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{150} = \frac{\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} - 5\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}-25\sqrt{6}+2 \times 5 \times 6}{5-2\sqrt{6}} = \frac{60-24\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{12(5-2\sqrt{6})}{5-2\sqrt{6}} = 12$$

بنابراین گزینه ۴، پاسخ صحیح است.

۲۵

عبارت مورد نظر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{4}} = \frac{\sqrt[5]{25}}{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[5]{\frac{25}{4}} = \sqrt[5]{\frac{25}{2^2}} = \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8}$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۲۶

اتحاد تفاضل مکعبات بصورت $(a-b)(a^2+b^2+ab) = a^3-b^3$ می‌باشد. بنابراین برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج آن را در قسمت دوم اتحاد ضرب می‌نماییم.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}+1+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}+1+\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}+1+\sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{2})^3-1^3} = \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{1} = \sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا هریک از کسرهای عبارت را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1} = \frac{1(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1} \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{1(\sqrt{5}-1)^2}{5-1} = \frac{1(\sqrt{5}-1)^2}{4}$$

$$2(5-2\sqrt{5}+1) = 10-4\sqrt{5}+2 = 12-4\sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \times \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{5-4} = 5-4\sqrt{5}+4 = 9-4\sqrt{5}$$

بنابراین:

$$\text{عبارت} = (10-4\sqrt{5}+2) - (5-4\sqrt{5}+4) = 3$$

عبارت داده شده در سوال را تجزیه می‌نماییم، پس:

$$x^3 - 7x^2 + 6x = x(x^2 - 7x + 6) = x(x-1)(x-6)$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۱ درست است.

برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج آن را در مزدوج مخرج ضرب می‌نماییم:

$$\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12-2} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{10}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای گویا کردن کسر، صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم، پس

مخرج کسر گویا به صورت زیر خواهد بود:

$$(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18-12 = 6$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $a = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}$ و $b = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ فرض کنیم خواهیم داشت

$x = a - b$ و نیز می‌دانیم $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} x^3 - 3x &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ ab &= \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} = \sqrt[3]{-1} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^3 - 3x = a^3 - b^3 + 3(a - b) - 3(a - b)$$

$$= a^3 - b^3 = 1 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$ پس:

$$\sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} = -(\sqrt{2} - 1)^{\frac{1}{3}} (\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{3}} = -(2 - 1)^{\frac{1}{3}} = -1$$

می‌دانیم اگر $x < 0$ باشد $|x| = -x$ خواهد بود پس:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[4]{x^4} &= |x| = -x \\ \sqrt[3]{x^3} &= x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{x^4} = 2x - x = x$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۴)

راه اول:

$$x = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4 - 3}) \cdot 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 6 \times 2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

راه دوم:

$$x = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2}\sqrt{2} = \sqrt{4} \text{ توجه:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۵)

$$\sqrt[12]{12^2} \times \sqrt[12]{54^3} \times \sqrt[12]{2^4} \times 6 = \sqrt[12]{(2^2 \times 3)^2} \times \sqrt[12]{(3^3 \times 2)^3} \times \sqrt[12]{2^4 \times 2 \times 3}$$

$$\sqrt[12]{2^4 \times 3^2} \times \sqrt[12]{3^9 \times 2^3} \times \sqrt[12]{2^5 \times 3} = \sqrt[12]{2^{12} \times 3^{12}} = 2 \times 3 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۶)

$$\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4}$$

$$\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4} \Rightarrow (\alpha^4 + \beta^4 - \alpha\beta)(\alpha^4 + \beta^4 + \alpha\beta) = (\alpha^4 + \beta^4)^2 - \alpha^4\beta^4$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^4\beta^4 - \alpha^4\beta^4 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^4\beta^4$$

$$= \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4} \right)^4 + \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4} \right)^2 \left(\sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4} \right)^2$$

$$= 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{(3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)} = 6\sqrt{2} + \sqrt{18 - 16}$$

$$= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)^{-1/5}} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times 12^{-\frac{1}{5}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{2}} \times 12^{-1}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{(2^2)^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 3}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 + \sqrt{6})^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$(a-b)^4 (a+b)^4 \Rightarrow (a^2 - b^2)^4$$

$$\left(\sqrt{\sqrt{6}+2} - \sqrt{\sqrt{6}-2}\right)^4 = \left(\sqrt{6}+2 + \sqrt{6}-2 - 2\sqrt{2}\right)^2 = \left(2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}\right)^2$$

$$= 4(6+2 - 4\sqrt{3}) = 8(4 - 2\sqrt{3}) = 16(2 - \sqrt{3})$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در به توان رساندن اعداد نمایی با استفاده از این خاصیت: ۳۹

$$A = x^{\frac{t+1}{t}} \Rightarrow A^{\frac{t}{t+1}} = \left(x^{\frac{t+1}{t}}\right)^{\frac{t}{t+1}} = x^{\frac{t+1}{t} \times \frac{t}{t+1}} = x$$

$$B = x^{\frac{1}{t+1}} \Rightarrow B^{t+1} = \left(x^{\frac{1}{t+1}}\right)^{t+1} = x^{\frac{1}{t+1} \times (t+1)} = x$$

$$\left. \begin{array}{l} A^{\frac{t}{t+1}} = x \\ B^{t+1} = x \end{array} \right\} \Rightarrow A^{\frac{t}{t+1}} = B^{t+1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$\sqrt[6]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt[6]{(2 - \sqrt{3})^4 (2 + \sqrt{3})^4 (\sqrt{2})^2} = \sqrt[6]{((2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}))^4 (2 - \sqrt{3})(2)}$$

$$= \sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \Rightarrow A = \sqrt{3}-1$$



۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ پس:

$$x^4 + 2x^3 - x - 2 = x^3(x + 2) - (x + 2) = (x + 2)(x^3 - 1) = (x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

سه عامل بدست آمده در گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ موجود است. پس عامل تعریف شده در گزینه ۱ وجود ندارد.

۴۸

چون مجموع مربعات دو مقدار برابر صفر شد. پس هرکدام از آنها صفر می‌باشند یعنی:

$$\begin{cases} a - 2b = 0 \\ b - 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = 2c \end{cases} \Rightarrow a = 4c$$

$$\frac{(b + c - a)^3}{abc} = \frac{(2c + c - 4c)^3}{4c \times 2c \times c} = \frac{-c^3}{8c^3} = -\frac{1}{8}$$

حال با جایگذاری داریم:

یعنی گزینه ۳ صحیح است.

۴۹

روش اول: به جای x عددی قرار می‌دهیم تا ضرایب a و b برابر ۱ شود (چون مقدار $a + b$ مورد نظر است). با قرار دادن $x = 3$:

$$1 + 3 + 2 \times 3^2 - 3^3 = 3 + a + b - 1 \Rightarrow a + b = -7$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش دوم: با در نظر گرفتن اینکه عبارت داده شده یک اتحاد است، ضرایب توانهای مختلف x را برابر قرار داده واز اینجا a و b قابل محاسبه می‌باشند.
روش سوم:

$$1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x - 2) + b(x - 2)^2 - (x - 2)^3 \xrightarrow[\text{مشتق می‌گیریم}]{\text{از طرفین تساوی}}$$

$$\left. \begin{aligned} * 1 + 2x - 3x^2 &= a + 2b(x - 2) - 3(x - 2)^2 \\ x = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 + 8 - 12 = a + 0 - 0 \Rightarrow a = -3 \quad (I)$$

برای بدست آوردن b از تساوی فوق (*) یکبار دیگر مشتق می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} 2 - 6x &= 2b - 6(x - 2) \\ x = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 - 6 \times 2 = 2b - 0 \Rightarrow 2b = -8 \Rightarrow b = -4 \quad (II)$$

$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow a + b = -3 - 4 = -7$$

۵۰

با تجزیه عبارت داده شده به عوامل اول خواهیم داشت:

$$a^2(1 - x) + (b^2 + c^2 + 2bc)(x - 1) = a^2(1 - x) - (b + c)^2(1 - x) = (1 - x)[a^2 - (b + c)^2]$$

$$= (1 - x)[(a - b - c)(a + b + c)]$$

پس فقط عبارت $a + b - c$ وجود ندارد. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



۵۱

عبارت را بصورت جمع دو مربع کامل می‌نویسیم:

$$2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a^2 + 2b^2 - 2ab) + (a^2 - 2a + 1) = 0 \Rightarrow (a - 2b)^2 + (a - 1)^2 = 0$$

چون جمع دو مربع کامل صفر است، پس هر کدام باید صفر باشد:

$$\begin{cases} (a - 2b)^2 = 0 \\ (a - 1)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۵۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 4y^2 + 6xy^2 - x^2 - 4y^2 + 6xy^2 = 12xy^2 = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

۵۳

عبارت را بصورت مجموع مربعات کامل می‌نویسیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c) \Rightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 = 0$$

مجموع سه عدد نامنفی وقتی صفر است که هر سه صفر باشند، پس:

$$a - 1 = 0, b - 1 = 0, c - 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 1, c = 1$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۵۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{2a^2 - b^2}_{(2a+b)(2a-b)} - 6a - 2b + 2a - b - 3 = (2a - b)(2a + b) - 3(2a + b) + (2a - b - 3)$$

$$= (2a + b)(2a - b - 3) + (2a - b - 3) = (2a - b - 3)(2a + b + 1)$$

$$2a^2 - 2a + 1 - b^2 - 2b - 4 = (2a - 1)^2 - (b + 2)^2$$

راه دوم:

$$= (2a - 1 + b + 2)(2a - 1 - b - 2) = (2a + b + 1)(2a - b - 3)$$

۵۵

با توجه به اتحاد مزدوج عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(c - d)(d + c) = 11 \xrightarrow{c - d = -7} d + c = -11 \Rightarrow (d + c)^2 = 121$$

پس گزینه ۳ صحیح است

۵۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 = S^2 - 2SP = 7^2 - 2(7 \times 5) = 49 - 70 = -21$$

$$S = x + y$$

$$P = xy$$



۵۷

$$\frac{(\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12})}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{3^2} + \sqrt{2^2 \times 3}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۵۸

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج مخرج کسر، کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}+6}{1-3} = \frac{2\sqrt{3}+6}{-2} = \frac{2(\sqrt{3}+3)}{-2} = -(\sqrt{3}+3)$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۵۹

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج مخرج کسر را گویا می‌نماییم:

$$\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{6-2\sqrt{6}}{18-12} = \frac{6-2\sqrt{6}}{6} = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۶۰

ابتدا مخرج هر یک از کسرها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{11}-\sqrt{4}}{11-4} + \frac{\sqrt{18}-\sqrt{11}}{18-11} + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{18}}{25-18} = \frac{\sqrt{11}-\sqrt{4} + \sqrt{18}-\sqrt{11} + \sqrt{25}-\sqrt{18}}{7} = \frac{3}{7}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.



۶۱) مخرج کسر را گویا می‌کنیم برای اینکار مخرج را دسته‌بندی کرده سپس ساده می‌کنیم داریم.

$$\frac{(2^2)^{1/75}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + (2^2)^{1/25} = \frac{2^{\frac{2}{75}}}{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}} + 2^{\frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} + \sqrt{3}$$

$$\frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + 2 + 2\sqrt{2} - 3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۶۲) گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \times \frac{2 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5} + 5}{2 - 5} = -2\sqrt{5} - 5$$

$$\xrightarrow{+} -44$$

$$(1 + 4\sqrt{5})(1 - 2\sqrt{5}) = 1 - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 20 = 2\sqrt{5} - 19$$

۶۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به اتحاد مربع کامل داریم:

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2} = \frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)}$$

وجود ضریب ۲ در مخرج کسر و اینکه $\frac{x^3}{2} = x$ و مقارن بودن عبارت نسبت به x و y و z جواب صحیح را

می‌توان $\frac{1}{2}(x + y + z)$ انتخاب کرد که گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

راه حل دوم:

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2} = \frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)}$$

$$= \frac{(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)}{2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)} = \frac{x + y + z}{2}$$

یادآوری: برای حل این مسئله از اتحاد اویلری معروف زیر استفاده شده:

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)$$



۶۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا کسر اول را گویا و کسر دوم را ساده می‌کنیم.

$$\frac{1}{3-\sqrt{6}} \times \frac{3+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} = \frac{3+\sqrt{6}}{9-6} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{\sqrt{9 \times 3}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

حال خواهیم داشت:

$$\frac{3+\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3+\sqrt{6}-\sqrt{6}}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{48} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3}+4\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}+8\sqrt{3}+12}{2+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{14+7\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{7(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = 7$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح سوال است.

۶۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2}-3$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 4 \times \sqrt{\frac{6}{12}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = 2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2} = -3$$

۶۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{24} \times \sqrt{9} + \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} - \sqrt{10} = 2\sqrt{3} \times \sqrt{9} + \frac{(2-\sqrt{5})^2}{4-5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 2 \times 3 + \frac{4+5-4\sqrt{5}}{-1} - 2\sqrt{5} = 6-9+4\sqrt{5}-2\sqrt{5} = -3$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} + \frac{1}{1-\sqrt{2}} = |1-\sqrt{2}| + \left(\frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \right) =$$

$$= -1 + \sqrt{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{-1} = -1 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\frac{2}{2+\sqrt{6}} \times \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{2(2-\sqrt{6})}{-2} = \sqrt{6}-2 \quad (1)$$

$$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2\sqrt{3}\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\sqrt{2} - 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 6 = -\sqrt{6} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2(\sqrt{9}-1)^{-1} = \frac{(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(5+\sqrt{6})}{(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6})} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$\sqrt{3^2-1} = \sqrt{3}-1$$

$$= \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{3}+15\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19\sqrt{2}+19\sqrt{3}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{19} - \sqrt{3}-1$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} - 1$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۷۱)

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{13} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۷۲)

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 \right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 - 2 \right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + 2 = 9 - 4\sqrt{3} + \frac{7 + 4\sqrt{3}}{49 - 48} = 16$$

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس

