

آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۲ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۵/۲۱

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

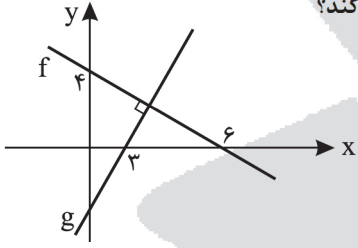
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵	فصل ۲ (درس‌های ۲، ۱ و ۴)	فصل ۱ (درس ۱)
هندسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن) (صفحه ۲۲ تا ۲۶)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

- ۱- اگر  $f = \{(1, -1), (2, 0), (3, 1), (0, 2)\}$ ، جمع اعضای برد تابع  $f \circ f + f^2$  کدام است؟
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳
- ۲- نمودار سهمی  $y = f(x)$  در نقطه  $x = 2$  بر محور  $x$  مماس است. اگر تابع  $y = f(x+1) - f(x+3)$  همانی باشد، مقدار  $f(1)$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$
- ۳- هرگاه  $f(x) = ax^2 - 3x$  و  $g(x) = \frac{2x - |x|}{2x}$  به طوری که  $f \circ g(x)$  تابعی ثابت باشد، مقدار  $a$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$
- ۴- توابع  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  و  $g(x) = 3 - [x]$  مفروض اند. اگر دامنه تابع  $(fg)(x)$  بازه  $y = (fg)(x)$  بازه  $[-2, 0)$  باشد، برد آن کدام است؟
- (۱)  $(-4, 0] \cup [10, 25)$  (۲)  $(-4, 25] \cup [0, -12)$  (۳)  $(-12, 25]$  (۴)  $(-4, 10]$
- ۵- اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = 1 + \frac{x}{4}$  باشد، کمترین مقدار سهمی  $y = f(x)$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{8}$
- ۶- با فرض  $f(x) = (x+1)^2(x+3)^2$ ، حاصل  $f(2-x) - f(2+x)$  کدام است؟
- (۱)  $-8x(x^2 + 8)$  (۲)  $-16x(x^2 + 14)$  (۳)  $-16x(x^2 + 15)$  (۴)  $-32x(x^2 + 15)$
- ۷- هرگاه نمودار  $f$  و  $g$  به شکل مقابل باشد، نمودار تابع  $f \circ g$  محور طول ها را با کدام طول قطع می کند؟
- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹
- 
- ۸- مخروطی قائم به ارتفاع  $h$  درون کره ای به شعاع ۶ محاط شده است. اگر حجم مخروط را به صورت تابعی از  $h$  بنویسیم، ضابطه این تابع کدام است؟
- (۱)  $V(h) = \frac{\pi}{3}(12 - h^2)h$  (۲)  $V(h) = \frac{\pi}{3}(12 - h)h^2$   
 (۳)  $V(h) = \frac{\pi}{3}(6 - h^2)h$  (۴)  $V(h) = \frac{\pi}{3}(6 - h)h^2$

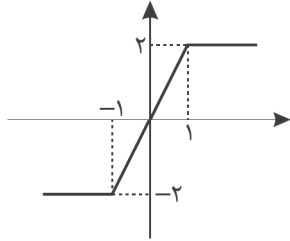
۹- دو تابع  $f(x) = |x| + a - 3$  و  $g(x) = b|x + 4| + 3$  در بازه  $(0, -4)$  با هم برابر هستند.  $g(a) + f(b)$  کدام است؟

- (۱)  $-4$  (۲)  $-3$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۰- با فرض  $f(x) = 3x - 2|x - 1|$ ،  $f(a) = 4$ ،  $f(b) = 1 + a$ ، مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۱- نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. اگر برد تابع  $f(x) - 2x = y$ ،  $\mathbb{R}$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟



(۱)  $-1 < a < 1$

(۲)  $a < 1$

(۳)  $a \in \mathbb{R}$

(۴)  $a < -1$

۱۲- نمودار  $y = 2 - f(2 - x)$  را ابتدا نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به راست انتقال می‌دهیم. با کدام انتقال به نمودار  $f$  می‌رسیم؟

- (۱) ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم.  
 (۲) ۴ واحد به سمت بالا انتقال دهیم.  
 (۳) ۲ واحد به سمت پایین انتقال دهیم.  
 (۴) ۴ واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

۱۳- نمودار  $y = \frac{2x + 6}{x + 3}$  را  $k$  واحد در راستای افقی به سمت راست انتقال می‌دهیم. تابع به دست آمده را  $g$  می‌نامیم. اگر  $g \circ g(x) = x$  باشد، مقدار  $k$  چه عددی است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $5$  (۳)  $4$  (۴)  $3$

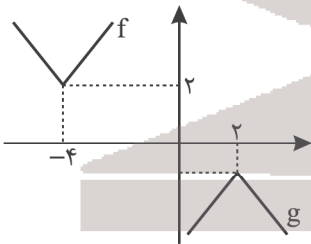
۱۴- اگر دامنه تعریف تابع  $y = 3 - 2f(-2x)$ ،  $[-2, 3]$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = 3f\left(\frac{1-x}{2}\right)$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱)  $18$  (۲)  $19$  (۳)  $20$  (۴)  $21$

۱۵- اگر  $S = \left\{ \frac{4}{p} \right\}$  رأس سهمی  $y = f(x)$  باشد، به طوری که رأس دو سهمی  $y = f(4 - x)$  و  $y = \alpha - f(x + \beta)$  بر هم منطبق شود، مقدار  $\alpha\beta$  کدام است؟

- (۱)  $12$  (۲)  $-12$  (۳)  $-16$  (۴)  $16$

۱۶- نمودار توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت زیر است، به طوری که رابطه  $f(a - x) + bg(x) = 1$  برای هر  $x$  برقرار است. اگر تابع  $g(x)$  فقط با تبدیلات انتقال و قرینه از روی  $f(x)$  به دست آمده باشد،  $a + b$  کدام است؟



(۱)  $1$

(۲)  $-2$

(۳)  $-1$

(۴)  $2$

محل انجام محاسبه

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{4-x}$  را نسبت به خط  $x = k$  قرینه کرده و سپس ۶ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. اگر نمودار به دست

آمده تابع  $y = f(x)$  را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کند، مقدار  $k$  چه عددی است؟

- (۱) ۲- (۲) ۴- (۳) ۳- (۴) صفر

۱۸- نقطه  $A(-1, 4)$  روی نمودار  $y = 3 - f(2-x)$  به نقطه  $A'(\alpha, \beta)$  روی نمودار  $y = 2 + f(-\frac{x}{3})$  تبدیل شده است. مقدار  $\beta - \alpha$  چه

عددی است؟

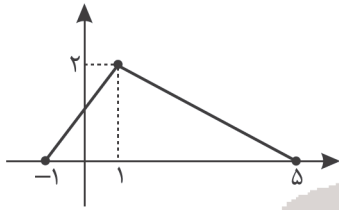
- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۱۰

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = (3-2x)^2$  را نسبت به خط  $x = k$  قرینه کرده‌ایم. به طوری که شکل حاصل نمودار  $f$  را در نقطه‌ای به طول ۲-۲

قطع کرده است. مقدار  $k$  چه عددی است؟

- (۱) ۲ یا  $\frac{3}{4}$  (۲) ۲ یا  $\frac{3}{4}$  (۳) ۲ یا  $\frac{3}{4}$  (۴) ۲ یا  $\frac{3}{4}$

۲۰- نمودار  $f$  به شکل زیر است. اگر نمودار تابع  $y = f(k-x)$  از ناحیه اول عبور نکند، حداکثر مقدار  $k$  چه عددی است؟



(۱) ۱-

(۲) ۲-

(۳) ۱/۵-

(۴) ۲/۵-

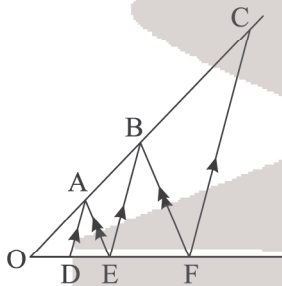
۲۱- اگر  $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{3}$ ، آنگاه عدد  $b$  چه کسری از  $a+b+c$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

۲۲- اگر میانگین هندسی دو عدد  $2x+3$  و ۲ برابر ۴ باشد، آنگاه واسطه هندسی بین  $4x^2$  و  $x^2 - \frac{9}{4}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۲۰

۲۳- در شکل زیر، اگر  $2OA = 2EF = BC = 4$  باشد، مجموع طول پاره‌خط‌های  $AB$  و  $DE$  چقدر است؟



(۱) ۱

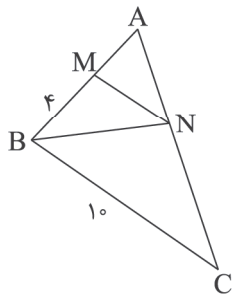
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴)  $3\sqrt{3} - 1$

محل انجام محاسبه

۲۴- در شکل زیر چهارضلعی  $BMNC$  دوزنقه و نقطه  $N$  از اضلاع  $AB$  و  $BC$  به یک فاصله است. طول ضلع  $AB$  برابر کدام است؟



(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲) ۵

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴) ۶

۲۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )،  $AB = 6$  و  $AC = 8$  است. نقطه  $M$  روی کوچک‌ترین ضلع قائم به گونه‌ای قرار دارد که

$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$  و نقطه  $N$  روی ضلع قائم دیگر به گونه‌ای واقع است که  $AN = \frac{16}{5}$  است. اندازه  $MN$  چقدر است؟

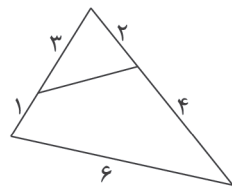
(۴) ۵

(۳)  $\frac{8}{5}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱) ۴

۲۶- در شکل زیر محیط چهارضلعی برابر کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴

۲۷- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر روی وتر ایجاد می‌کند،  $\frac{6}{4}$  و  $\frac{3}{6}$  سانتی‌متر است. نسبت محیط

این مثلث به ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

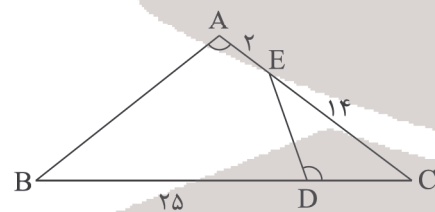
(۴) ۱۰

(۳)  $\frac{14}{5}$

(۲) ۵

(۱)  $\frac{24}{5}$

۲۸- در شکل زیر  $\hat{BAC} = \hat{EDC}$  است. در این صورت نسبت فاصله نقطه  $D$  از  $EC$  به فاصله نقطه  $A$  از  $BC$  برابر کدام است؟



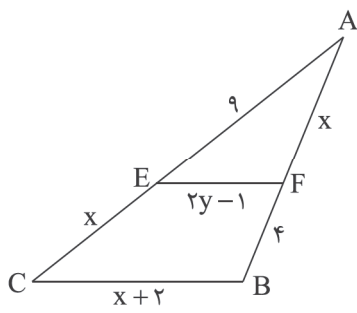
(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{7}{16}$

(۳)  $\frac{5}{14}$

(۴)  $\frac{14}{25}$

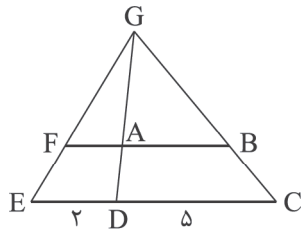
محل انجام محاسبه



۲۹- اگر  $EF \parallel BC$  باشد، آنگاه نسبت مساحت ذوزنقه به مساحت مثلث کوچک تر کدام است؟

- (۱)  $\frac{16}{9}$
- (۲)  $\frac{16}{25}$
- (۳)  $\frac{9}{25}$
- (۴)  $\frac{9}{16}$

۳۰- در شکل زیر  $DG = 3DA$  و اندازه پاره‌های  $DE$  و  $DC$  به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند. اگر مساحت مثلث  $AFG$  برابر با ۸ واحد



مربع باشد، مساحت مثلث  $GEC$  چند واحد مربع است؟

- (۱) ۴۵
- (۲) ۵۴
- (۳) ۶۳
- (۴) ۷۲

۳۱- اگر وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ m & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$  باشد،  $m$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۱۰
- (۳) -۲
- (۴) ۴

۳۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، کوچک‌ترین درایه ماتریس  $((A^{-1})^{-1})^{-1} + (((I^{-1})^{-1})^{-1})^{-1}$  کدام گزینه است؟

- (۱) -۶
- (۲) -۵
- (۳) ۳
- (۴) -۱

۳۳- اگر ماتریس‌های  $A$  و  $I + A$  وارون هم باشند، از رابطه  $AX = A^2 + A$ ، ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $A + 2I$
- (۲)  $A - I$
- (۳)  $A^{-1}$
- (۴)  $A^{-1} - I$

۳۴- ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} x+y & 1-x \\ y+z & 2 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 4-y & 1 \\ x+3 & x+2z \end{bmatrix}$  در روابط  $AB = I$  و  $CA = I$  صدق می‌کنند. حاصل

$3x - y + \frac{z}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$
- (۲) صفر
- (۳)  $-\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

۳۵- به ازای چند مقدار  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} (m-1)x + y = m \\ 3x + (m+1)y = 2 \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبه

۳۶- مجموع باقی مانده و خارج قسمت تقسیم  $1401 -$  بر  $17$  کدام است؟

- (۱)  $-89$  (۲)  $-72$  (۳)  $-73$  (۴)  $-84$

۳۷- ب.م.م دو عدد  $2n+1$  و  $n-1$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۳۸- حاصل  $\frac{[a^3, (a^2, b^5)]}{(a^2, [a^3, b^2])}$  کدام است؟

- (۱)  $|a|$  (۲)  $|b|$  (۳)  $|ab|$  (۴)  $1$

۳۹- چه تعداد از گزاره های زیر درست می باشد؟ ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )

الف) اگر  $a|b$ ، آنگاه  $|b| \geq |a|$ .

ب) اگر  $a|b$  و  $m \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه  $ma|mb$ .

ج) اگر  $a|b$ ، آنگاه  $a^n|b^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

د) اگر  $a|b$ ، آنگاه  $(a, b) = a$ .

- (۱)  $4$  (۲)  $3$  (۳)  $2$  (۴)  $1$

۴۰- باقی مانده تقسیم عدد صحیح  $a$  بر  $9$  و  $10$  به ترتیب  $8$  و  $1$  می باشد. باقی مانده  $a$  بر  $90$ ،  $r$  می باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $7|r+1$  (۲)  $11|r+1$  (۳)  $16|r+1$  (۴)  $8|r+1$

۴۱- کدام گزاره در مورد اعداد اول درست است؟ ( $n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}$ )

(۱) هر عدد به صورت  $6k \pm 1$  اول است.

(۲) مربع هر عدد اول به صورت  $24k+1$  است.

(۳) هر عدد اول بزرگتر از  $3$  به صورت  $6k+1$  یا  $6k+5$  است.

(۴) هر عدد به صورت  $2^{n-1}+1$  عددی اول است.

۴۲- اگر  $(a, 15) = 1$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم  $a^2$  بر  $15$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۴۳- در یک تقسیم، با اضافه کردن  $63$  واحد به مقسوم، به خارج قسمت  $5$  واحد و به باقی مانده  $3$  واحد اضافه می شود. مقسوم علیه کدام

است؟

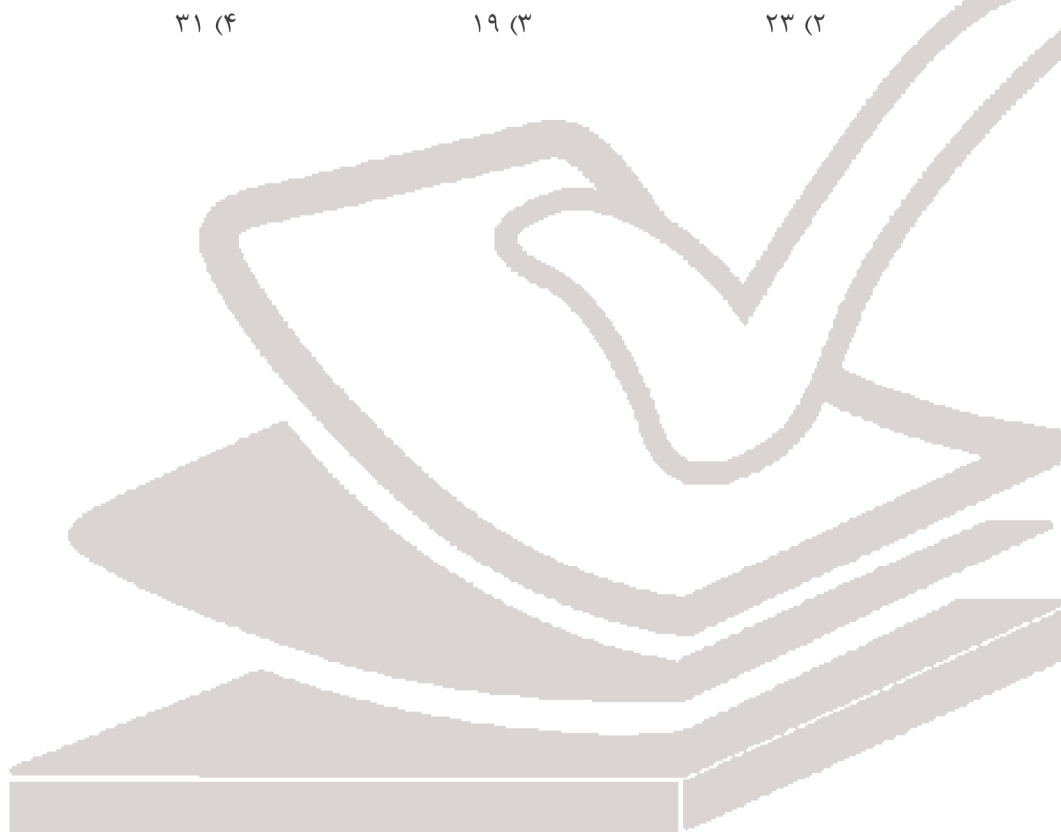
- (۱)  $13$  (۲)  $12$  (۳)  $11$  (۴)  $15$

۴۴- معادله  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{7} = 0$  در اعداد صحیح چند جواب دارد؟

- (۱)  $5$  (۲)  $6$  (۳)  $4$  (۴)  $7$

محل انجام محاسبه

- ۴۵- چند عدد طبیعی  $d$  وجود دارد به طوری که  $d \mid 1200 + d$  و  $d \mid 12 + d$ ؟  
 (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵
- ۴۶- از رابطه  $1 - 6k \mid 7$  می توان رابطه  $mk - 41 + 36k^2 + 49$  را نتیجه گرفت. اولین عدد طبیعی دورقمی  $m$  کدام است؟  
 (۱) ۴۴ (۲) ۴۵ (۳) ۴۹ (۴) ۱۱
- ۴۷-  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی هستند به طوری که  $144m = 96n$ ، آنگاه برای  $n$  چند مقدار دورقمی وجود دارد؟  
 (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴) ۳۰
- ۴۸- در تقسیم عدد  $1402$  بر عدد اول  $b$ ، خارج قسمت  $29$  و باقی مانده  $r$  شده است. حاصل  $r + b$  کدام است؟  
 (۱) ۸۷ (۲) ۸۶ (۳) ۶۸ (۴) ۶۹
- ۴۹- فرض کنید  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد طبیعی باشند و  $(a, b) = 1$  و  $c \mid a - b$  و حاصل  $[ab, c]$  کدام است؟  
 (۱)  $abc$  (۲)  $ab$  (۳)  $\frac{1}{c}abc$  (۴)  $bc$
- ۵۰- فرض کنید  $(3n + 4, 5n + 3) \neq (7n + 4, 5n + 3)$  مقدار  $d = (3n - 1, n^3 + 5n - 1)$  برقرار باشد؛ مقدار  $d$  کدام است؟  
 (۱) ۱۷ (۲) ۲۳ (۳) ۱۹ (۴) ۳۱





آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۲ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۵/۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۲۵	۵۱	۷۵	۳۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۷۶	۹۵	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سر فصل دهم	سر فصل یازدهم	سر فصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۲	—	فصل ۱ (تا ابتدای حرکت با شتاب ثابت و نمودار $v - t$ )
شیمی	فصل ۲	—	—

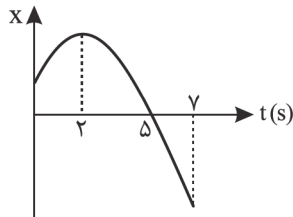
تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## فیزیک

۵۱- سهمی شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور  $x$  در حرکت است. در چه بازه‌ای، حرکت در جهت مثبت محور  $x$ ها و تندشونده است؟



(۱) ۲ ثانیه اول

(۲) از  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 5s$

(۳) از  $t_1 = 5s$  تا  $t_2 = 7s$

(۴) در هیچ بازه‌ای، این اتفاق رخ نداده است.

۵۲- چند مورد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) بردار سرعت در هر نقطه، برداری است مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک در آن نقطه.

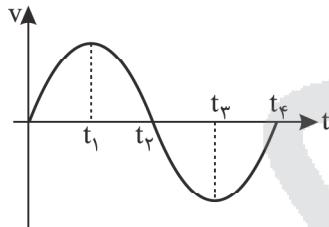
ب) بردار سرعت متوسط، همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی متحرک است.

ج) اندازه شتاب در هر لحظه، برابر است با اندازه شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه.

د) مقدار مسافت طی شده توسط یک متحرک در یک بازه مشخص هیچ‌گاه کمتر از جابه‌جایی آن متحرک در همان بازه نخواهد شد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه زمانی هر دو بردار سرعت و شتاب در خلاف جهت محور  $x$  است؟



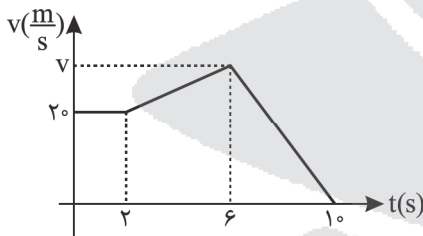
(۱)  $t_1$  تا  $t_2$

(۲)  $t_2$  تا  $t_3$

(۳)  $t_3$  تا  $t_4$

(۴)  $t_4$  تا  $t_5$

۵۴- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، در بازه صفر تا  $10s$  مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب در مرحله‌ای که تندی رو به کاهش است، ۳ برابر بزرگی شتاب در مرحله‌ای باشد که تندی رو به افزایش باشد، بیشترین مقدار سرعت در این  $10$  ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۶۰

(۴) ۵۰

۵۵- متحرکی در حرکت روی خط راست در مبدأ زمان در نقطه  $A$  واقع در  $10$  متری مبدأ  $O$  قرار دارد و بعد از گذشت  $2$  ثانیه با سرعت ثابت خود را به مبدأ می‌رساند. معادله مکان - زمان این متحرک در SI کدام است؟



(۱)  $x = -5t + 10$

(۲)  $x = 5t + 10$

(۳)  $x = 2t + 10$

(۴)  $x = -2t - 10$

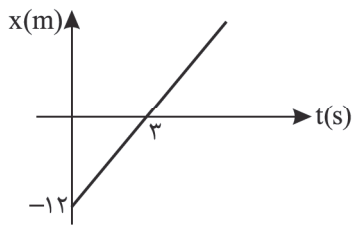
۵۶- یک صف از دانش‌آموزان به طول  $200$  متر با تندی  $2 \frac{m}{s}$  در جاده‌ای مستقیم در حرکت هستند. در یک لحظه علی از انتهای صف با تندی  $4 \frac{m}{s}$  به طرف ابتدای صف رفته و بلافاصله با تندی  $6 \frac{m}{s}$  به انتهای صف بازمی‌گردد. تندی متوسط علی در کل این حرکت چند  $\frac{m}{s}$  است؟

(۱)  $2/4$  (۲)  $4/2$  (۳)  $4/4$  (۴)  $5/2$

۵۷- ذره‌ای که در صفحه  $xOy$  حرکت می‌کند، در مدت  $10$  ثانیه از نقطه  $M(-5m, 5m)$  به نقطه  $N(15m, -10m)$  می‌رود. بزرگی سرعت متوسط این ذره در این بازه زمانی چند کیلومتر بر ساعت است؟

(۱)  $2/5$  (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۵۸- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این ذره در بازه زمانی



تا  $t_1 = 5/02s$  تا  $t_2 = 8/41s$  چند متر بر ثانیه است؟

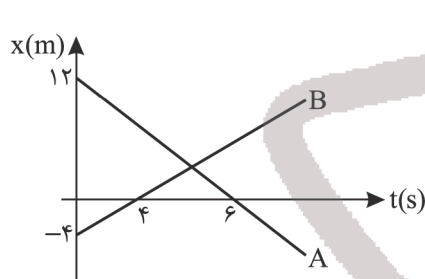
- (۱) ۴  
(۲) ۴/۹۲  
(۳) ۴/۸۵  
(۴) ۴/۵۵

۵۹- اتومبیل A در حرکت روی خط راست ساعت ۸ صبح با تندی ثابت  $72 \frac{km}{h}$  از یک مکان می‌گذرد. اتومبیل B ساعت هشت و پنج

دقیقه با تندی ثابت  $108 \frac{km}{h}$  از همان مکان در جهت حرکت اتومبیل A می‌گذرد. اگر دو اتومبیل همواره در یک جهت حرکت کرده باشند، در چه ساعتی به هم می‌رسند؟

- (۱) هشت و ده دقیقه (۲) هشت و ربع (۳) هشت و بیست دقیقه (۴) هشت و نیم

۶۰- نمودار مکان - زمان دو متحرک روی خط راست مطابق شکل است. این دو متحرک در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$ ، در فاصله ۱۴ متری از

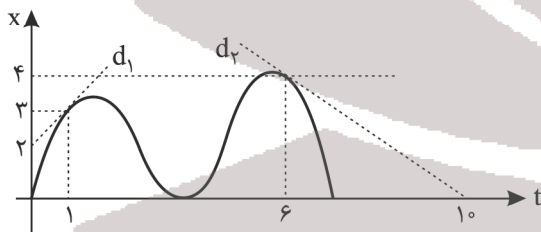


هم قرار می‌گیرند،  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۹  
(۳)  $\frac{5}{3}$   
(۴) ۱۵

۶۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی

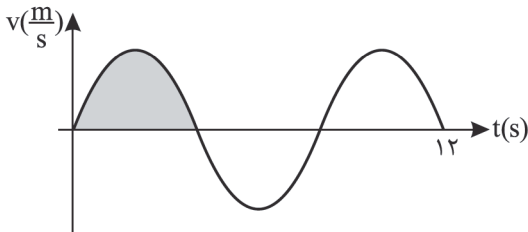
تا  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 6s$  چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ( $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب خطوط مماس بر منحنی در لحظات  $t = 1s$  و  $t = 6s$  هستند)



- (۱) ۰/۴  
(۲) -۰/۴  
(۳) صفر  
(۴)  $\frac{1}{3}$

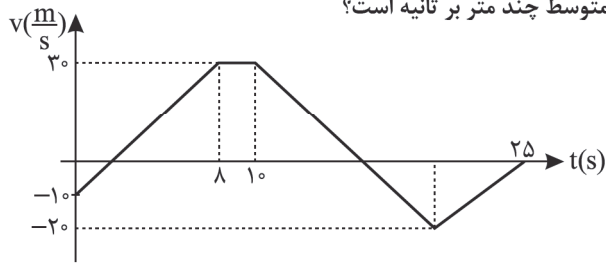
۶۲- نمودار سرعت - زمان ذره‌ای که بر روی محور X حرکت می‌کند سینوسی مطابق شکل است. اگر مساحت قسمت رنگی برابر ۱۰ واحد

SI باشد و ذره در لحظه  $t = 0$  از مکان  $x = -5m$  بگذرد، در بازه صفر تا ۱۲s جهت بردارهای مکان، سرعت و شتاب از راست به چپ چند بار تغییر می‌کند؟



- (۱) ۲، ۳، ۲  
(۲) ۳، ۳، ۳  
(۳) ۳، ۲، ۳  
(۴) ۳، ۲، ۲

۶۳- نمودار سرعت- زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر بازه زمانی که حرکت ذره تندشونده و در جهت منفی محور xها است، ۴ ثانیه باشد، در ۲۵ ثانیه اول حرکت متوسط چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۴/۶

(۲) ۵/۶

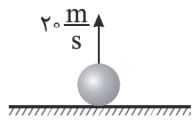
(۳) ۵/۸

(۴) ۶

۶۴- معادله سرعت- زمان ذره‌ای که بر روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت  $v = t^2 - 6t + 8$  است. در چه بازه زمانی حرکت کندشونده در جهت منفی محور مکان است؟

(۱) ثانیه دوم (۲) ثانیه سوم (۳) ثانیه چهارم (۴) ثانیه پنجم

۶۵- گلوله‌ای را مطابق شکل در راستای قائم با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و گلوله پس از ۵s با تندی  $15 \frac{m}{s}$  به زمین باز می‌گردد. بزرگی شتاب متوسط گلوله چند متر بر مجذور ثانیه است؟



(۱) ۱

(۲) ۷

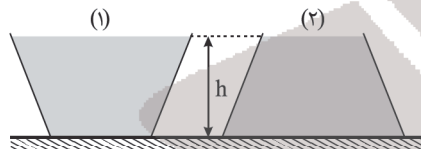
(۳) ۳/۵

(۴) ۵

۶۶- مساحت پرده گوش یک شناگر  $1 \text{ cm}^2$  است. این شناگر در عمق چند متری از سطح آب دریاچه شنا کند تا نیروی وارد بر سطح خارجی پرده گوش او  $15 \text{ N}$  باشد؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$ ,  $g = 10 \frac{N}{\text{kg}}$ ,  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ )

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۵ (۴) ۲/۵

۶۷- دو ظرف با جرم ناچیز مطابق شکل با جرم مساوی از آب تا یک ارتفاع پر شده‌اند. اگر فشار وارد بر سطح افقی از طرف ظرف (۱) و (۲) به ترتیب  $P_1$  و  $P_2$  باشد، چند است  $\frac{P_1}{P_2}$ ؟ (شعاع قاعده ظرف (۲)، ۳ برابر ظرف (۱) است)



(۱) ۱

(۲) ۱/۳

(۳) ۱/۹

(۴) ۹

۶۸- کدام یک از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

(الف) سطح قطره‌ای که آزادانه سقوط می‌کند، تمایل به کمیته کردن مساحتش دارد.

(ب) افزایش دما سبب افزایش نیروی هم‌چسبی می‌شود.

(ج) در اثر اضافه کردن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کم می‌شود.

(د) پلاسما همواره در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید.

(ه) فاصله مولکول‌های هوا در شرایط معمولی ۱ تا ۳ آنگستروم است.

(۱) الف، ج و د (۲) ب، ج، د و ه (۳) الف، ج و ه (۴) الف و ج

۶۹- کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

(۱) در یک لوله موئین هر چه قطر لوله کمتر باشد، ارتفاع ستون مایع در آن بیشتر است.

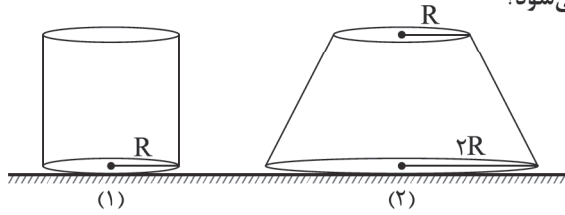
(۲) در مایعاتی که خاصیت ترکندگی با لوله موئین خود دارند، سطح مایع در لوله موئین بالا می‌رود.

(۳) اگر دگرچسبی بین مولکول‌های یک جامد و مایع کمتر از هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع باشد، مایع جامد را تر می‌کند.

(۴) در یک لوله موئین شیشه‌ای که در آب قرار دارد اگر طول لوله بیرون آب کم باشد، امکان خارج شدن آب از بالای لوله وجود دارد.

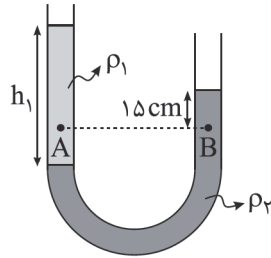
۷۰- مطابق شکل یک جسم استوانه‌ای شکل و یک جسم مخروطی ناقص توپر و همگن فلزی با چگالی‌های یکسان روی سطح افقی قرار دارند. فشار متوسط وارد از طرف آنها بر سطح افقی یکسان است، اگر جسم مخروطی شکل را ذوب کرده و سپس از آن استوانه‌ای به

شعاع مقطع  $\frac{R}{4}$  بسازیم، فشار آن بر سطح افقی چند برابر حالت قبل می‌شود؟



- ۴ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۶ (۴)

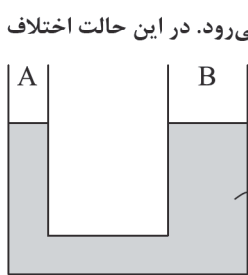
۷۱- مطابق شکل درون یک لوله U شکل دو مایع مخلوط‌نشده با چگالی  $\rho_1 = 1 \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_2 = 3 \frac{g}{cm^3}$  قرار دارد. اگر اختلاف فشار نقطه



A و B برابر ۲۰۰ پاسکال باشد، عمق مایع  $\rho_1$  (مقدار  $h_1$ ) چند سانتی‌متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۲۵ (۱)
- ۴۵ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۸۵ (۴)

۷۲- مطابق شکل درون لوله U شکل جیوه قرار دارد. شعاع شاخه B، ۲ برابر شعاع شاخه A است. در شاخه A آنقدر مایع به چگالی



$\rho = 3/4 \frac{g}{cm^3}$  می‌ریزیم تا کاملاً این شاخه پر شود. در این حالت سطح جیوه در شاخه A، ۸ cm پایین می‌رود. در این حالت اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع چند سانتی‌متر می‌شود؟ (مایع از درون ظرف بیرون نمی‌ریزد)

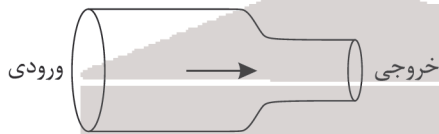
- ۳۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۵ (۴)

۷۳- ظرفی محتوی مایعی با چگالی  $3/4 \frac{g}{cm^3}$  روی سطح افقی زمین قرار دارد. اگر فشار کل ناشی از هوا و مایع در عمق ۲۳ cm مایع برابر

۸۰ cmHg باشد، فشار کل در عمق ۴۳ cm چند سانتی‌متر جیوه است؟

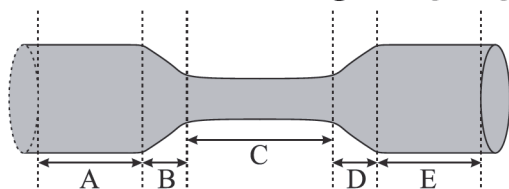
- ۸۳ (۱)
- ۸۵ (۲)
- ۸۷ (۳)
- ۸۹ (۴)

۷۴- در شکل زیر، آب در لوله جریانی یکنواخت دارد. اگر تندی مایع در مقطع خروجی نسبت به تندی آن در مقطع ورودی ۴۴ درصد تغییر کند، شعاع مقطع خروجی چند برابر شعاع مقطع ورودی است؟



- $\frac{25}{36}$  (۱)
- $\frac{5}{6}$  (۲)
- $\frac{14}{5}$  (۳)
- $\frac{\sqrt{14}}{5}$  (۴)

۷۵- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل زیر، آب از چپ به راست در جریان است. روی این لوله ۵ قسمت A، B، C، D و E نشان داده شده است. در کدام یک از قسمت‌های لوله در طول لوله، تندی آب، به ترتیب افزایش، کاهش و ثابت می‌ماند؟



- E و C, B (۱)
- C و D, B (۲)
- D و C, B (۳)
- C و B, D (۴)

۷۶- در کدام گزینه ویژگی ذکر شده و نام گاز با یکدیگر همخوانی ندارد؟

- ۱) گاز نجیب، بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی است: گاز آرگون
- ۲) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، تهیه این گاز به صورت خالص دشوار است: گاز اکسیژن
- ۳) حدود ۷ درصد جرمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد: گاز هلیوم
- ۴) جانداران ذره‌بینی این گاز را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند: گاز نیتروژن

۷۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ۰/۸ مول گاز نیتروژن در دمای  $50^{\circ}\text{C}$  مثالی از یک نمونه گاز است.
- اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است و با همه عناصرها و مواد واکنش می‌دهد.
- فلز آلومینیم به شکل بوکسیت ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  خالص) در طبیعت وجود دارد.
- نخستین عنصر جدول تناوبی، فراوان‌ترین عنصر در جهان است.

۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۲      ۴) ۱

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- آ) رنگ شعله حاصل از سوختن سدیم و منیزیم به ترتیب زرد و سفید است.
- ب) چگالی فراورده گازی کربن‌دار حاصل از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها بیشتر از هوا است.
- پ) رنگ آبی شعله اجاق گاز نشان‌دهنده این است که اکسیژن به مقدار کافی در محیط واکنش وجود دارد.
- ت) در اثر واکنش سریع یک ماده با گاز اکسیژن، همه انرژی شیمیایی آن به صورت نور و گرما آزاد می‌شود.

۱) ب و ت      ۲) آ و پ      ۳) آ و ب      ۴) فقط ت

۷۹- کدام گزینه درست است؟

- ۱) رطوبت هوا متغیر بوده و میانگین بخار آب در هوا، حدود ۱٪ درصد است.
- ۲) تغییر شیمیایی همواره با تشکیل رسوب، آزادسازی گاز و تغییر رنگ همراه است.
- ۳) در فشار ثابت، بین حجم یک نمونه گاز و دمای آن رابطه معکوس وجود دارد.
- ۴) پلاستیک‌های سبز، پلیمرهایی زیست‌تخریب‌پذیر هستند.

۸۰- چند مورد از عبارتهای زیر به درستی بیان شده است؟

- شمار اتم‌ها در هر واحد فرمولی مس (II) برمید و کربن دی‌سولفید برابر است.
- سومین گاز نجیب جدول دوره‌ای، در میان اجزای هواکره، از نظر فراوانی در رتبه سوم قرار دارد.
- در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع ابتدا  $\text{CO}_2$  و سپس  $\text{H}_2\text{O}$  به حالت جامد از هوا جدا می‌شوند.
- $\text{C}_x\text{H}_y$ ،  $\text{CO}_2$ ،  $\text{NO}_2$  و  $\text{NO}$  از جمله آلاینده‌هایی هستند که در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی وارد هواکره می‌شود.

۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۸۱- در چند مورد نام و فرمول شیمیایی ترکیب ذکر شده با یکدیگر مطابقت دارد؟

- $\text{Cu}_2\text{S}$ : مس (II) سولفید
- $\text{FeCl}_3$ : آهن (III) کلرید
- $\text{SiCl}_4$ : مونوسیلیسیم تتراکلرید
- $\text{N}_2\text{O}_3$ : دی‌نیتروژن تری‌اکسید
- $\text{MgBr}_2$ : منیزیم دی‌برمید
- $\text{Na}_2\text{O}$ : سدیم (I) اکسید

۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۸۲- ویژگی بیان‌شده برای چند واکنش زیر درست است؟

- $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \xrightarrow{\text{Pt(s)}} 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ : در این واکنش از فلز پالادیم به عنوان کاتالیزگر استفاده شده است.
- $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \xrightarrow{450^{\circ}\text{C}} 2\text{NH}_3(\text{g})$ : پس از انجام واکنش دما به  $450^{\circ}\text{C}$  می‌رسد.
- $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + 3\text{O}_2(\text{g}) \longrightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ : در این واکنش قانون پایستگی جرم رعایت شده است.
- $\text{SiO}_2(\text{s}) + 2\text{C}(\text{s}) \xrightarrow{\Delta} \text{Si}(\text{l}) + 2\text{CO}(\text{g})$ : این واکنش برای آغاز شدن نیاز به گرما دارد.

۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۸۳- در چند مورد از واکنش‌های زیر، پس از موازنه ضریب عنصر آزاد شرکت‌کننده در واکنش عددی فرد است؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- اگر در ساختار داده‌شده، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی تبعیت کنند،  $q_1$  کدام است؟ (اتم X متعلق به گروه ۱۶ جدول تناوبی است.)



۸۵- در ساختار مولکول  $\text{XO}_3$  اتم مرکزی فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است، در حالی که در مولکول  $\text{YCl}_3$  اتم مرکزی دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است. در کدام گزینه، در هر دو مولکول شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی برابر است؟ (در همه ساختارها، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی تبعیت می‌کنند)

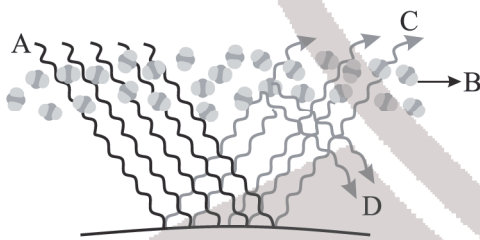


۸۶- با افزایش مقدار کمیت X، کمیت Y کاهش می‌یابد. مفاهیم ذکرشده در چند مورد به ترتیب می‌توانند به جای X و Y قرار بگیرند؟

- ارتفاع از سطح زمین - دمای بخشی از هواکره که ما در آن زندگی می‌کنیم.
- میزان کربن دی‌اکسید هواکره - میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد
- فشار گاز در دمای ثابت - فاصله میان مولکول‌های گاز
- ارتفاع از سطح زمین - غلظت گازهای سازنده هواکره

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۸۷- با توجه به شکل داده‌شده، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) در ساختار لوویس مولکول‌های B، نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی برابر یک است.
- (۲) پرتوهای A نسبت به پرتوهای C انرژی بیشتر و طول موج کوتاه‌تری دارند.

(۳) وجود گازهای گلخانه‌ای در هواکره سبب ایجاد پرتوهای D می‌شود.

(۴) زمین بخش قابل توجهی از پرتوهای خورشیدی جذب‌شده را به صورت پرتوهای C از دست می‌دهد.

۸۸- در ارتباط با آلوتروپ‌های اکسیژن، کدام موارد درست هستند؟

- (آ) مقدار گاز اوزون در هواکره زیاد بوده و این گاز همانند پوششی کره زمین را احاطه کرده است.
- (ب) اوزون دارای مولکول‌های سه‌اتمی بوده و نسبت به اکسیژن در دمای بالاتری می‌جوشد.
- (پ) نقش مفید و یا زیانبار مولکول‌های اوزون به محل قرارگیری آنها در هواکره وابسته است.
- (ت) اکسیژن نسبت به اوزون واکنش‌پذیرتر است و در نتیجه پایداری کمتری دارد.

(۱) آ، ب، پ (۲) ب، ت (۳) ب، پ (۴) آ، پ

۸۹- کدام یک از عبارتهای زیر در ارتباط با شیمی سبز نادرست است؟

- (آ) به کمک شیمی سبز می‌توان کیفیت زندگی را افزایش داد و از طبیعت نیز محافظت کرد.
- (ب) کربن دی‌اکسید تولیدشده در مراکز صنعتی را به مواد آلی  $\text{CaCO}_3$  و  $\text{MgCO}_3$  تبدیل می‌کنند.
- (پ) در ساختار سوخت سبز و پلاستیک‌های سبز اتم اکسیژن وجود دارد.
- (ت) میدان‌های گازی و چاه‌های نفتی در حال استخراج، محل مناسبی برای دفن  $\text{CO}_2$  هستند.

(۱) ب و ت (۲) آ و پ (۳) فقط ت (۴) پ و ت

۹۰- کدام موارد از عبارتهای زیر به درستی بیان شده‌اند؟

(آ) واکنش  $\text{NO}_2 + \text{O}_3 \rightarrow \text{NO} + \text{O}_3$ ، مربوط به تولید اوزون تروپوسفری است.

(ب) گازها همانند مایعات و برخلاف جامدات تراکم پذیر هستند.

(پ) میان میزان  $\text{CO}_2$  هواکره و مساحت برف در نیمکره شمالی رابطه مستقیم وجود دارد.

(ت) در صورت عدم وجود هواکره، میانگین دمای کره زمین  $18^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

(۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) فقط آ (۴) پ و ت

۹۱- برای تولید روزانه  $50\text{kWh}$  برق، می‌توان از دو منبع زغال‌سنگ و انرژی خورشیدی استفاده کرد. در یک ماه، اختلاف میزان  $\text{CO}_2$  تولیدشده با استفاده از دو منبع مختلف تولید برق برابر چند کیلوگرم است؟ (هر ماه را  $30$  روز در نظر بگیرید.)

منبع تولید برق	زغال‌سنگ	انرژی خورشیدی
مقدار $\text{CO}_2$ تولیدشده (برحسب کیلوگرم) به ازای هر کیلووات ساعت	۰/۹	۰/۰۵

(۱) ۱۱۵۲

(۲) ۱۲۷۵

(۳) ۱۳۵۰

(۴) ۱۴۲۵

۹۲- در دما و فشار معین  $3/55$  گرم گاز  $\text{Cl}_2$ ،  $1/2$  لیتر حجم دارد. در این شرایط از تجزیه  $0/8$  مول آلومینیم سولفات  $(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3)$ ،

چند لیتر گاز تولید می‌شود؟ ( $\text{Cl} = 35/5\text{g.mol}^{-1}$ ) (واکنش موازنه شود)  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3(\text{s}) \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3(\text{s}) + \text{SO}_2(\text{g})$

(۱)  $19/2$  (۲)  $57/6$  (۳)  $46/3$  (۴)  $38/4$

۹۳- اگر  $10/2$  گرم گاز آمونیاک با مقدار کافی گاز  $\text{N}_2\text{O}$ ، مطابق معادله موازنه‌نشده زیر واکنش دهد، چند لیتر گاز با چگالی  $1/2\text{g.L}^{-1}$  تولید می‌شود؟ ( $\text{N} = 14, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )

$\text{NH}_3(\text{g}) + \text{N}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

(۱) ۵۶ (۲) ۳۴ (۳) ۲۸ (۴) ۱۷

۹۴- حجم گاز تولیدشده از واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید (واکنش I)، دو برابر حجم گاز تولیدشده در واکنش فلز آلومینیم با هیدروکلریک اسید (واکنش II) در شرایط یکسان است. نسبت جرم هیدروژن پراکسید مصرفی به جرم آلومینیم مصرفی به تقریب

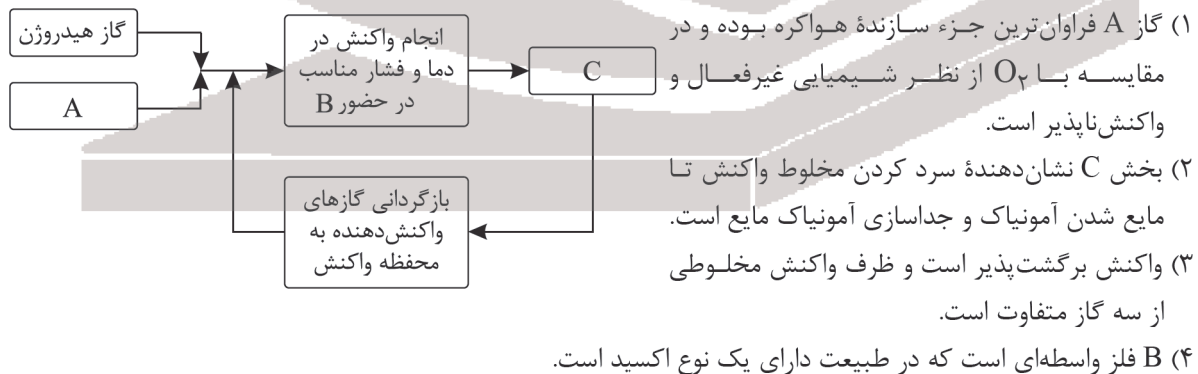
کدام است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Al} = 27; \text{g.mol}^{-1}$ )

I واکنش‌ها موازنه شوند:  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$ ؛ واکنش I

II واکنش:  $\text{Al}(\text{s}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{AlCl}_3(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$

(۱)  $0/13$  (۲)  $0/26$  (۳)  $3/77$  (۴)  $7/55$

۹۵- با توجه به شکل زیر که مربوط به تولید آمونیاک در صنعت به روش هابر است، کدام گزینه نادرست است؟







# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۲  
۲۱ مرداد ۱۴۰۱

دوازدهم  
ریاضی

## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	سینا پرهیزکار - نیکا موسوی
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	داریوش امیری - سینا پرهیزکار
۳	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - کیوان دارابی	سینا پرهیزکار - نیکا موسوی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	سیدمحمد مهدی شریفی - مرتضی میرخانی	مهرداد شریف - امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - محمدحسن محمدزاده مقدم	علی شفیعی سروستانی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)  
 زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = (x+1)^2(x+3)^2 = (x^2 + 4x + 3)^2$$

۲-x و ۲+x را در تابع f جایگزین می کنیم:

$$f(2-x) = (x^2 - 4x + 4 + 8 - 4x + 3)^2 = (x^2 - 8x + 15)^2$$

$$f(x+2) = (x^2 + 4x + 4 + 4x + 8 + 3)^2 = (x^2 + 8x + 15)^2$$

$$f(2-x) - f(x+2) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (x^2 - 8x + 15 + x^2 + 8x + 15)$$

$$\times (x^2 - 8x + 15 - x^2 - 8x - 15)$$

$$\Rightarrow \text{حاصل نهایی} = 2(x^2 + 15)(-16x) = -32x(x^2 + 15)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۷)

۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$m = -\frac{4}{6} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{6}x + 4 \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$m' = -\frac{1}{m} \Rightarrow m' = \frac{3}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$$

$$f \circ g(x) = 0 \Rightarrow f(g(x)) = f\left(\frac{3}{2}x - \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x - \frac{9}{4} = 6 \Rightarrow x = 7$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

اگر ارتفاع و شعاع قاعده مخروط را به ترتیب h و r در نظر بگیریم، آنگاه:

$$V_{\text{مخروط}} = V(r, h) = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

اما در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

$$\Rightarrow 36 = (h-6)^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = 36 - (h^2 + 36 - 12h)$$

$$\Rightarrow r^2 = 12h - h^2 \Rightarrow V(h) = \frac{\pi}{3} (12h - h^2)h$$

$$\Rightarrow V(h) = \frac{\pi}{3} (12 - h)h^2$$

ضابطه به دست آمده حجم مخروط را بر حسب ارتفاع آن به صورت یک تابع معرفی می کند.

(ریاضی دهم، صفحه ۱۰۸)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

با رسم نمودار تابع f(x) متوجه می شویم که این تابع یک به یک است.

$$-4 < x < 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + a - 3 \\ g(x) = b(x+4) + 3 = bx + 4b + 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} \begin{cases} b = -1 \\ a - 3 = 4b + 3 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$g(a) = g(2) = -|6| + 3 = -3 \Rightarrow g(2) + f(-1) = -3$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۲)

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = 3x - 2|x - 1| \Rightarrow f(2) = 6 - 2 = 4 \xrightarrow{\frac{f(a)=f(2)}{\text{تابع یک به یک}}} a = 2$$

حسابان

۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$f \circ f = \{(2, 3), (3, -1), (0, 1)\}$$

$$f^2 = \{(1, 1), (2, 0), (3, 1), (0, 9)\}$$

$$y = f \circ f + f^2 = \{(2, 3), (3, 0), (0, 10)\}$$

$$R_y = \{3, 0, 10\} \Rightarrow \text{جمع اعضا} = 13$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

۲. گزینه ۲ صحیح است.

چون تابع f(x) در x=2 بر محور x ها مماس است، پس:

$$f(x) = a(x-2)^2$$

$$\Rightarrow y = f(x+1) - f(x+3) = a(x-1)^2 - a(x+1)^2$$

$$y = a(x^2 + 1 - 2x - x^2 - 1 - 2x) \Rightarrow y = -4ax$$

برای آن که تابع y همانی باشد، باید  $a = -\frac{1}{4}$ .

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{4}(1-2)^2 = -\frac{1}{4}$$

پس داریم:

(ریاضی دهم، صفحه ۱۱۰)

۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} & x > 0 \\ \frac{5}{2} & x < 0 \end{cases}$$

برای آن که fog تابعی ثابت باشد، باید  $f\left(\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{5}{2}\right)$ ، یعنی  $x=2$

محور تقارن سهمی f باشد، یعنی:

$$\frac{3}{2a} = 2 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f(x)g(x) = (x+1)(x-3)(3-[x]); -2 \leq x < 0$$

$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \Rightarrow y = (x+1)(x-3) \times 5 \Rightarrow y(-1) < y \leq y(-2) \\ \Rightarrow 0 < y \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow y = (x+1)(x-3) \times 4 \Rightarrow y(0) < y \leq y(-1) \\ \Rightarrow -12 < y \leq 0 \end{cases}$$

$$R_{f \circ g} = (-12, 25]$$

دقت کنید در هر ۲ سهمی رأس خارج بازه داده شده است. پس می توانیم ابتدا و انتهای بازه را قرار دهیم و در هر بازه برد را به دست آوریم.

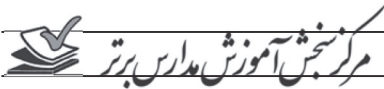
(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$f\left(1 + \frac{x}{y}\right) = x^2 - x \Rightarrow \text{با فرض } 1 + \frac{x}{y} = t \Rightarrow x = y(t-1) = yt - y$$

$$f(t) = (yt - y)^2 - (yt - y) \Rightarrow f(t) = 4t^2 - 8t + 4 - yt + y = 4t^2 - 10t + 6$$

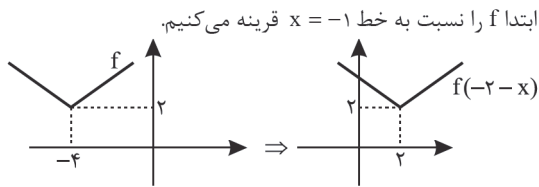
$$f_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(100 - 96)}{16} = -\frac{1}{4}$$



$$\left. \begin{aligned} 4 - \beta = 0 &\Rightarrow \beta = 4 \\ \alpha - 2 = 2 &\Rightarrow \alpha = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha\beta = 16$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.



حال  $f$  را نسبت به خط افقی  $y = \frac{1}{4}$  قرینه می‌کنیم زیرا باید  $b = 1$

باشد، به این ترتیب:

$$g(x) = 1 - f(-2 - x) \Rightarrow g(x) + f(-2 - x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

قرینه  $f(x) = \sqrt{4-x}$  نسبت به خط  $x = k$  به صورت

$$y = \sqrt{4 - (2k - x)} = \sqrt{4 - 2k + x}$$

انتقال می‌دهیم، پس:

$$y = \sqrt{4 - 2k + (x - 6)} = \sqrt{-2 - 2k + x}$$

$$\sqrt{-2 - 2k + x} = \sqrt{4 - x} = 1$$

پس:

$$-2 - 2k + 3 = 1 \Rightarrow k = 0 \quad x = 3 \text{ ریشه آن است. بنابراین:}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$A(-1, 4) \in y \Rightarrow 4 = 2 - f(2 - (-1)) \Rightarrow 4 = 2 - f(3)$$

$$\Rightarrow f(3) = -1 \Rightarrow A \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \in f(x)$$

$$-\frac{\alpha}{3} = 3 \Rightarrow \alpha = -9 \Rightarrow \beta = 2 + f(3)$$

$$\Rightarrow \beta = 2 + (-1) = 1 \Rightarrow A \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix} \in 2 + f\left(-\frac{\alpha}{3}\right)$$

$$\beta - \alpha = 10 \text{ پس}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰)

۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

تابع را نسبت به خط  $x = k$  قرینه می‌کنیم، آنگاه  $x \rightarrow 2k - x$ ، یعنی باید  $x$  را به  $2k - x$  تبدیل کنیم.

$$y = (3 - 2(2k - x))^2 = (3 - 4k + 2x)^2$$

نمودار حاصل تابع اولیه را در  $x = -2$  قطع کرده است، پس:

$$y(-2) = f(-2) \Rightarrow (3 - 4k - 4)^2 = 7^2$$

$$\begin{cases} -1 - 4k = 7 \Rightarrow 4k = -8 \Rightarrow k = -2 \\ -1 - 4k = -7 \Rightarrow 4k = 6 \Rightarrow k = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

برای رسم  $f(k-x)$  می‌توانیم نمودار  $f$  را نسبت به خط  $x = \frac{k}{2}$  قرینه

کنیم و اگر قرار باشد از ناحیه اول عبور نکند، آنگاه می‌توانیم  $\frac{k}{2} = -\frac{1}{2}$  قرار

دهیم به طوری که کمترین مقدار  $x$  برابر  $-1$  است و وقتی نسبت به خط

$$\Rightarrow f(b) = 2 - \frac{f(b)-f(1)}{\text{تابع یک به یک}} \rightarrow b = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۱۱)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = |x+1| - |x-1| = \begin{cases} 2 & x \geq 1 \\ 2x & -1 \leq x < 1 \\ -2 & x < -1 \end{cases}$$

$$y = 2x - af(x) = \begin{cases} 2x - 2a & x \geq 1 \\ (1-a)2x & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 2a & x < -1 \end{cases}$$

برای آنکه برد تابع  $\mathbb{R}$  باشد، باید هر دو ضابطه اول و سوم به دست

آمده همزمان با شیب مثبت یا همزمان با شیب منفی باشند که حالت

دوم منتفی است، پس:

$a \in \mathbb{R}$  (حسابان یازدهم، صفحه ۶۶)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = 2 - f(2-x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -2 + f(2+x)$$

$$\xrightarrow{2 \rightarrow} y = -2 + f(x)$$

اگر ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم به ضابطه  $f$  می‌رسیم.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$g(x) = \frac{2(x-k)+6}{x-k+3} = \frac{2x+6-2k}{x+3-k}$$

می‌دانیم در تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  شرط آن که

$fof(x) = x$  باشد آن است که  $a+d=0$ ، پس:

$$2+2-k=0 \Rightarrow k=5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنیم  $D_f = [\alpha, \beta]$

$$\Rightarrow y = 2 - 2f(-2x) \Rightarrow \alpha \leq -2x \leq \beta \Rightarrow D_y = \left[-\frac{\beta}{2}, -\frac{\alpha}{2}\right]$$

$$\begin{cases} -\frac{\beta}{2} = -2 \Rightarrow \beta = 4 \\ -\frac{\alpha}{2} = 3 \Rightarrow \alpha = -6 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-6, 4]$$

$$\Rightarrow -6 \leq \frac{1-x}{2} \leq 4 \Rightarrow -12 \leq 1-x \leq 8$$

$$\Rightarrow -8 \leq x-1 \leq 12 \Rightarrow D_g = [-7, 13]$$

تعداد اعداد صحیح ۲۱ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

اگر  $S \Big|_p^4$  رأس سهمی  $y = f(x)$  باشد، آنگاه رأس سهمی

نقطه  $S \Big|_p^0$  و رأس سهمی  $y = f(4-x)$  نقطه  $y = \alpha - f(x+\beta)$

است.  $S \Big|_{\alpha-2}^{4-\beta}$  چون دو رأس بر هم منطبق هستند، پس:



پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

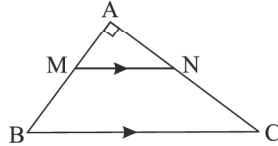
$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} \frac{AB-AM}{AB} = \frac{5-2}{5} \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = \frac{20}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)



۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

به کمک فیثاغورس داریم:

$$BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$AN = \frac{16}{5} \Rightarrow NC = AC - AN = 8 - \frac{16}{5} = \frac{24}{5}$$

$$\frac{AN}{NC} = \frac{\frac{16}{5}}{\frac{24}{5}} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

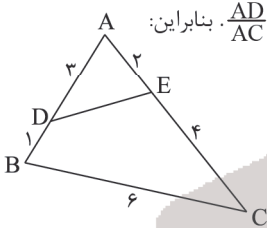
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{MN}{10} \Rightarrow MN = 4$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

توجه کنید  $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  و  $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  بنابراین:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{دو ضلع متناسب و زاویه بین مساوی}} \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{DE}{6} \Rightarrow DE = 3$$

در نتیجه:

$$BDEC \text{ محیط چهارضلعی} = BD + DE + EC + CB = 3 + 3 + 4 + 6 = 16$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

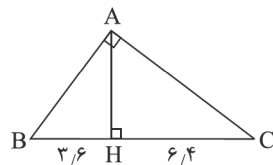
۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

در شکل، AH ارتفاع وارد بر وتر

مثلث قائم الزاویه ABC است. با

استفاده از روابط طولی در مثلث

قائم الزاویه می‌نویسیم:



$$AB^2 = BH \times BC = 3.6 \times 10 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

$$AC^2 = CH \times BC = 6.4 \times 10 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

$$AH^2 = BH \times CH = 3.6 \times 6.4 = \frac{36}{10} \times \frac{64}{10} \Rightarrow AH = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$$

بنابراین:

$$\frac{\text{محیط مثلث}}{\text{ارتفاع وارد بر وتر}} = \frac{AB + AC + BC}{AH} = \frac{6 + 8 + 10}{\frac{24}{5}} = \frac{24}{\frac{24}{5}} = 5$$

$\frac{1}{2}$  فرینه می‌شود، آنگاه در ناحیه اول قرار نمی‌گیرد، پس  $k = -1$  البته

اگر  $k < -1$ ، باز هم نمودار از ناحیه اول عبور نخواهد کرد، پس  $k \leq -1$ .

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

هندسه

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

با استفاده از ویژگی‌های تناسب می‌نویسیم:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{3} \Rightarrow \frac{a+b+c}{4+5+3} = \frac{b}{5} \Rightarrow b = \frac{5}{12}(a+b+c)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

میانگین هندسی دو عدد  $2x+3$  و  $2$  برابر  $4$  است، پس:

$$4^2 = (2)(2x+3) \Rightarrow 8 = 2x+3 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

بنابراین  $25 = 4\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4x^2$  و  $4x^2 - \frac{9}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 4$  است، در

نتیجه واسطه هندسی بین  $25$  و  $4$  مساوی  $10 = \sqrt{4 \times 25}$  است.

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

به کمک تالس جزء به جزء داریم:

$$\left. \begin{array}{l} DA \parallel EB \Rightarrow \frac{OD}{DE} = \frac{OA}{AB} \\ EB \parallel FC \Rightarrow \frac{OE}{EF} = \frac{OB}{BC} \\ EA \parallel FB \Rightarrow \frac{OE}{EF} = \frac{OA}{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OD}{DE} = \frac{OE}{EF} = \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BC} \quad (1)$$

$$2OA = 2EF = 4 \Rightarrow OA = EF = 2, BC = 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cdot (2)} \frac{OD}{DE} = \frac{OE}{2} = \frac{2}{AB} = \frac{2+AB}{4} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2)} \frac{2}{AB} = \frac{2+AB}{4} \Rightarrow 8 = 2AB + (AB)^2 \Rightarrow (AB)^2 + 2AB - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (AB+4)(AB-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} AB = -4 \text{ غ.ق.} \\ AB = 2 \end{cases}$$

با توجه به  $AB = 2$  و رابطه (۳) داریم:

$$\frac{OD}{DE} = \frac{OE}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow OE = 2 \text{ و } OD = DE$$

D وسط OE قرار دارد، پس:

$$OD = DE = 1$$

$$AB + DE = 2 + 1 = 3$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

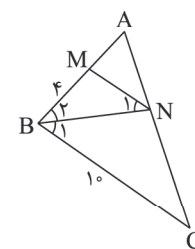
۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه N از اضلاع AB و BC به یک فاصله است. پس N روی نیمساز

زاویه B واقع است؛ یعنی BN نیمساز زاویه B است. بنابراین  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$

است. از طرف دیگر چهارضلعی BMNC دوزنقه است، پس

$MN \parallel BC$  است، بنابراین:



$$\left\{ \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ \text{مورب BN} \end{array} \right. \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{N}_1 \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{N}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow MN = BM = 4$$



$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle GED}} = \left(\frac{AG}{GD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad (1)$$

دو مثلث  $\triangle GED$  و  $\triangle GEC$  دارای ارتفاع مشترک از رأس  $G$  هستند. پس نسبت مساحت‌های آنها برابر نسبت قاعده‌هایشان است.

$$\frac{S_{\triangle GED}}{S_{\triangle GEC}} = \frac{ED}{EC} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{\triangle GED} = \frac{2}{5} S_{\triangle GEC} \quad (2)$$

حال از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$S_{\triangle AFG} = \frac{4}{9} S_{\triangle GED} = \frac{4}{9} \left(\frac{2}{5} S_{\triangle GEC}\right) = \frac{8}{45} S_{\triangle GEC}$$

$$\frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle GEC}} = \frac{8}{45} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle GEC}} = \frac{8}{45}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۸، ۴۶ و ۴۷)

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  به صورت

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ است.}$$

پس:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ m & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1-2m} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -m & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-2m} & -\frac{2}{1-2m} \\ -\frac{m}{1-2m} & \frac{1}{1-2m} \end{bmatrix}$$

بنا بر فرض مسئله:

$$\frac{-m}{1-2m} = -2 \Rightarrow m = 20 - 4m \Rightarrow m = 4$$

بنابراین:

دقت کنید! فقط درایه سطر دوم و ستون اول دو ماتریس را با هم برابر قرار دادیم تا مقدار  $m$  مشخص شود.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم:

$$1) (A^{-1})^{-1} = A$$

$$2) I^{-1} = I$$

بنابراین:

$$((A^{-1})^{-1})^{-1} = A^{-1}$$

$$(((I^{-1})^{-1})^{-1})^{-1} = I$$

پس:

$$(((A^{-1})^{-1})^{-1})^{-1} + (((I^{-1})^{-1})^{-1})^{-1} = A^{-1} + I$$

$$A^{-1} + I = \frac{1}{-6+5} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

کوچک‌ترین درایه ماتریس  $A^{-1} + I$  برابر با  $-5$  است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون  $A$  و  $I+A$  وارون یکدیگر هستند، پس:

$$|I+A| \neq 0, |A| \neq 0 \quad (1)$$

$$A(I+A) = I \quad (2)$$

$$A(I+A) = I \Rightarrow A + A^2 = I \Rightarrow A^2 = I - A$$

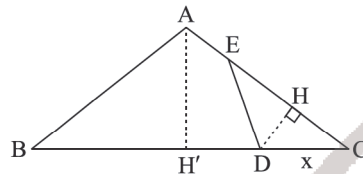
(هندسه دهم، صفحه ۴۲)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle EDC$  متشابه هستند، زیرا دارای دو زاویه مساوی با هم هستند.

$$\begin{cases} \hat{BAC} = \hat{EDC} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{زج}} \triangle ABC \sim \triangle EDC \quad (1)$$

در ضمن فاصله نقطه  $D$  از  $EC$  ارتفاع  $DH$  و فاصله نقطه  $A$  از  $BC$  ارتفاع  $AH'$  است و می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت دو ارتفاع، برابر با نسبت تشابه است. با فرض  $DC = x$  داریم:



$$\xrightarrow{(1)} \frac{CE}{BC} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{14}{25+x} = \frac{x}{16} \Rightarrow 25x + x^2 = 14 \times 16$$

$$x^2 + 25x - 7 \times 32 = 0 \Rightarrow (x+32)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -32 \text{ غ.ق.} \\ x = 7 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1)} \frac{DH}{AH'} = \frac{CE}{BC} = \frac{14}{25+7} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۶)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا  $x$  را پیدا می‌کنیم.

$$EF \parallel CB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

اکنون داریم:

$$EF \parallel CB \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEF \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AF}{AB}\right)^2 = \left(\frac{x}{x+4}\right)^2 = \left(\frac{6}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{100}{36} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{100 - 36}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EFBC}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

دقت کنید! محاسبه  $y$  در این سؤال لازم نیست و دو فرض  $BC = x+2$  و  $EF = 2y-1$  اضافه هستند.

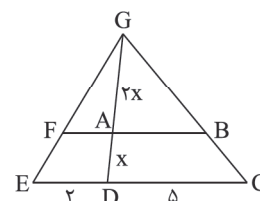
(هندسه دهم، صفحه ۴۷)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

با فرض  $DA = x$  و با توجه به

$$AG = 2x, DG = 3AD$$

بنابراین:



$$AF \parallel ED \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AFG \sim \triangle GED$$





پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

$$a^x || [a^x, b^x] \Rightarrow a^x || [a^x, b^x] \Rightarrow (a^x, [a^x, b^x]) = a^x$$

$$\frac{|a^x|}{a^x} = |a| \quad \text{بنابراین عبارت خواسته شده برابر است با:}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

مورد الف درست نمی باشد. اگر  $a = 5$  و  $b = 0$  باشد، اما  $|a| > |b|$  است. بقیه موارد طبق کتاب درسی درست است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۹ و ۱۲)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 9q + 8 \xrightarrow{\times 10} 10a = 90q + 80 \xrightarrow{\text{کم کنید}} a = 90(q - q') + 71 \\ a = 10q' + 1 \xrightarrow{\times 9} 9a = 90q' + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = 71$$

هر عدد دلخواه  $a$  که  $r+1 = 72$  برقرار است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

هر عدد دلخواه  $a$  به یکی از ۶ صورت زیر است.

$$a = 6k \Rightarrow 6 | a \Rightarrow a \text{ مرکب است.}$$

$$a = 6k + 1$$

$$a = 6k + 2 \Rightarrow 2 | a \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a \text{ مرکب است}$$

$$a = 6k + 3 \Rightarrow 3 | a \Rightarrow a = 3 \text{ یا } a \text{ مرکب است}$$

$$a = 6k + 4 \Rightarrow 2 | a \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a \text{ مرکب است}$$

$$a = 6k + 5$$

بنابراین اگر  $a \neq 2$  و  $a \neq 3$ ، آنگاه تنها در صورتی که به صورت  $6k+1$

یا  $6k+5$  باشد، می تواند عدد اول باشد، در غیر این صورت قطعاً مرکب است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$(a, 15) = 1 \Rightarrow (a, 3) = 1, (a, 5) = 1$$

$$(a, 3) = 1 \Rightarrow a = 3k \pm 1 \Rightarrow a^2 = 9k^2 \pm 6k + 1 = 3q + 1$$

$$(a, 5) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 5k \pm 1 \Rightarrow a^2 = 25k^2 \pm 10k + 1 = 5k' + 1 \\ a = 5k \pm 2 \Rightarrow a^2 = 25k^2 \pm 20k + 4 = 5k'' + 4 \end{cases}$$

حال:

$$\begin{cases} a^2 = 3q + 1 \Rightarrow a^2 = 15q' + 1 \\ a^2 = 5k' + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 3q + 1 \Rightarrow a^2 = 15q'' + 4 \\ a^2 = 5k' + 4 \end{cases}$$

پس باقی مانده بر ۱۵، ۱ یا ۴ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$a = bq + r \Rightarrow a + 63 = b(\delta + q) + r + 3$$

$$\Rightarrow bq + r + 63 = \delta b + bq + r + 3 \Rightarrow \delta b = 60 \Rightarrow b = 12$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

دقت کنید  $x \neq 0$  و  $y \neq 0$  است.

$$AX = A^x + A = (I - A) + A = I$$

$$\frac{A^{-x}}{|A| \neq 0} \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}I \Rightarrow X = A^{-1}$$

راه دیگر این است که از اول طرفین رابطه را از چپ در  $A^{-1}$  ضرب کنیم.

$$A^{-1}AX = A^{-1}A^x + A^{-1}A \Rightarrow X = A + I$$

چون  $A$  و  $I + A$  وارون هم هستند، پس:

$$A^{-1} = A + I \Rightarrow X = A^{-1}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۲ و ۲۵)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

از رابطه های  $CA = I$  و  $AB = I$  نتیجه می گیریم ماتریس های  $B$  و  $C$  وارون ماتریس  $A$  هستند. از طرف دیگر می دانیم بنابر قضیه یکتایی وارون، وارون ماتریس منحصر به فرد است، پس  $B = C$  است.

$$B = C \Rightarrow \begin{bmatrix} x+y & 1-x \\ y+z & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-y & 1 \\ x+3 & x+2z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=4-y \xrightarrow{(1)} y=2 & (2) \\ 1-x=1 \Rightarrow x=0 & (1) \\ y+z=x+3 \xrightarrow{(1),(2)} z=1 & \end{cases}$$

$$3x - y + \frac{z}{2} = 0 - 2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

بنابراین:

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  بی شمار جواب دارد، هرگاه

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  باشد. بنابراین شرط بی شمار جواب داشتن دستگاه داده شده عبارت است از:

$$\frac{m-1}{3} = \frac{1}{m+1} = \frac{m}{2} \Rightarrow m^2 - 1 = 2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -2$$

اگر  $m = 2$ ، آنگاه تناسب  $\frac{m-1}{3} = \frac{1}{m+1} = \frac{m}{2}$  نادرست می شود، زیرا به صورت  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{2}$  درمی آید.

اگر  $m = -2$ ، آنگاه تناسب  $\frac{m-1}{3} = \frac{1}{m+1} = \frac{m}{2}$  درست می شود، زیرا به صورت  $\frac{-1}{3} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{2} = -1$  درمی آید.

پس به ازای  $m = -2$  دستگاه داده شده بی شمار جواب دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۶)

ریاضیات گسسته

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا  $1401$  را بر  $17$  تقسیم می کنیم.

$$1401 = 17 \times 82 + 7 \Rightarrow -1401 = 17(-82) - 7 + 17 - 17$$

$$\Rightarrow -1401 = 17(-82) + 10 \Rightarrow \begin{cases} r = 10 \\ q = -82 \end{cases} \Rightarrow r + q = -72$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$(fn - 1, 6n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | fn - 1 \Rightarrow d | 12n - 3 \\ d | 6n + 2 \Rightarrow d | 12n + 4 \end{cases} \Rightarrow d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$(a^x, b^5) | a^x \rightarrow (a^x, b^5) | a^x \rightarrow [a^x, (a^x, b^5)] = |a^x|$$



(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۵)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا  $d'(7n+4, 5n+3) = d'$  را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} d'|7n+4 \xrightarrow{\times 5} d'|35n+20 \\ d'|5n+3 \xrightarrow{\times 7} d'|35n+21 \end{cases} \rightarrow d'|1 \xrightarrow{d' > 0} d' = 1$$

پس  $d \neq 1$  است.

$$\begin{cases} d|3n-1 \xrightarrow{\times n^2} d|3n^3-n^2 \\ d|n^3+5n-1 \xrightarrow{\times 2} d|2n^3+10n-2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{کم کنید}} \begin{cases} d|n^3+15n-3 \xrightarrow{\times 2} d|2n^3+45n-9 \\ d|3n-1 \xrightarrow{\times n} d|3n^2-n \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{کم کنید}} \begin{cases} d|46n-9 \xrightarrow{\times 2} d|138n-27 \\ d|3n-1 \xrightarrow{\times 46} d|138n-46 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{کم کنید}} d|19 \xrightarrow{\frac{d > 0}{d \neq 1}} d = 19$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۶)

## فیزیک

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

در ۲ ثانیه اول، حرکت در جهت مثبت محور  $x$ ها است. زیرا سرعت مثبت است (مماس‌ها به نمودار روبه بالا می‌شوند و شیبشان مثبت است) اما چون مقدار شیب در حال کاهش است، تندی کم می‌شود بنابراین حرکت کندشونده است.

در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 5s$ ، حرکت در خلاف جهت محور  $x$ هاست (در جهت منفی محور  $x$ هاست) زیرا سرعت منفی است. ولی مقدار شیب در حال افزایش است، بنابراین تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

در بازه  $t_3 = 5s$  تا  $t_4 = 7s$  نیز مانند بازه قبلی، حرکت در خلاف جهت محور  $x$ هاست؛ زیرا سرعت منفی است، حرکت تندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۰)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

الف) گزاره صحیح نیست زیرا بردار سرعت، بردای است مماس بر مسیر حرکت.

ب) صحیح است.

ج) صحیح است.

د) صحیح است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

برای منفی بودن  $v$ ، کافی است نمودار پایین محور  $t$  باشد و برای منفی بودن  $a$  (از روی نمودار  $(v-t)$ ) نیز باید دنباله‌های  $v$  باشیم که مماس‌ها بر نمودار رو به پایین باشد. بنابراین تنها در بازه  $t_4$  تا  $t_3$  است که هر دو شرط فوق اتفاق می‌افتد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow y = \frac{-yz}{x+z}$$

برای اینکه  $y \in \mathbb{Z}$  باشد، باید  $x+y | -yx$ .

$$\Rightarrow x+y | -yx \Rightarrow x+y | 49 \Rightarrow x+y = \pm 1 یا \pm 7 یا \pm 49$$

برای  $x$ ، مقدار به دست می‌آید.

$$x \in \{-6, -8, 0, -14, 42, -56\}$$

که  $x=0$  قابل قبول نیست و مقادیری که برای  $y$  با جایگذاری  $x$ ها هم به دست می‌آید صحیح می‌باشد؛ پس معادله در اعداد صحیح ۵ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$12|d+12 \Rightarrow 12|d \Rightarrow d=12k$$

$$d|1200+d \Rightarrow d|1200 \Rightarrow 12k|1200 \Rightarrow k|100$$

$$\Rightarrow k \in \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

بنابراین ۹ عدد طبیعی با این شرایط وجود دارد:

$$d = 12, 24, 48, 60, 120, 240, 300, 600, 1200$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} 7|6k-1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 7^2|36k^2-12k+1 \\ 7|6k-1 \xrightarrow{\times 7} 7^2|42k-7 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} \begin{cases} 49|36k^2-54k+8 \\ 49|-49 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} \begin{cases} 49|36k^2-54k-41 \\ 49|49k \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} \begin{cases} 49|36k^2-54k-41 \\ 49|49k \end{cases}$$

$$\Rightarrow 49|36k^2+44k-41$$

پس اولین  $m$  طبیعی دورقمی، ۴۴ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۶)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$144m = 96n \xrightarrow{\div 48} 3m = 2n \Rightarrow 3|2n \xrightarrow{(2,3)=1} 3|n \Rightarrow n = 3k$$

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 3k \leq 99 \Rightarrow 4 \leq k \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = 33 - 4 + 1 = 30$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$1402 = 29b + r, 0 \leq r < b$$

پس داریم:  $r = 1402 - 29b$  و از  $0 \leq r < b$  استفاده می‌کنیم.

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 1402 - 29b < b \Rightarrow \frac{1402}{30} < b \leq \frac{1402}{29}$$

$$\Rightarrow 46.7 < b \leq 48.3 \Rightarrow b = 47 \text{ یا } 48$$

چون  $b$  عدد اول است، پس  $b = 47$  است و  $1402 = 47 \times 29 + 39$  و  $r = 39$  می‌باشد و حاصل  $b+r = 86$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید  $(a, c) = m > 0$  باشد.

$$\begin{cases} m|a \Rightarrow m|a \\ m|c \Rightarrow m|c \end{cases} \xrightarrow{\text{کم کنید}} \begin{cases} m|b \\ m|a \end{cases} \Rightarrow m|1$$

پس  $(a, c) = 1$ ؛ به همین ترتیب ثابت می‌شود  $(b, c) = 1$ ، پس  $c$  با  $a$  و  $b$  و ضرب آنها عامل مشترک ندارد. پس  $[ab, c] = abc$ .



## پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به سؤال باید نسبت مقدار شیب نمودار در بازه  $t = ۶s$  تا  $t = ۱۰s$  را ۳ برابر مقدار شیب نمودار در بازه  $t = ۲s$  تا  $t = ۶s$  قرار دهیم، بنابراین داریم:

$$\frac{v-0}{10-6} = 3 \left( \frac{v-2}{6-2} \right) \Rightarrow \frac{v}{4} = 3 \left( \frac{v-2}{4} \right) \Rightarrow \frac{v}{4} = \frac{3v}{4} - 1.5$$

$$\Rightarrow \frac{2v}{4} = 1.5 \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۳)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

(۱) چون حرکت در خلاف جهت محور  $x$  است، سرعت منفی است.  
 (۲) مکان اولیه متحرک نیز  $+۱۰m$  است.  
 (۳) با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت سرعت ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow x = -5t + 10 \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۳)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

از مفهوم سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. در مسیر رفت صف را ثابت فرض می‌کنیم و سرعت نسبی تفاضل سرعت‌ها یعنی  $۲ \frac{m}{s}$  است.

$$d = vt \Rightarrow 200 = 2t \Rightarrow t = 100s$$

$$L_1 = vt = 4 \times 100 = 400m$$

$$\text{در مسیر برگشت: } v_{\text{نسبی}} = 6 + 2 = 8 \frac{m}{s}$$

$$d = vt \Rightarrow 200 = 8t \Rightarrow t = 25s$$

$$L_2 = vt = 6 \times 25 = 150m$$

مسافت مسیر برگشت:

$$\bar{v} = \frac{L_1 + L_2}{\Delta t} = \frac{400 + 150}{100 + 25} = \frac{550}{125} = \frac{110}{25} = \frac{22}{5} \frac{m}{s} = 4.4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} = (15 - (-5))\vec{i} + (-10 - 5)\vec{j}$$

$$\vec{d} = 20\vec{i} - 15\vec{j}$$

$$d = \sqrt{(20)^2 + (-15)^2} = \sqrt{625} = 25m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{25}{10} = 2.5 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = 2.5 \times \frac{3}{6} = 1.25 \frac{km}{h}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۳)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

چون نمودار مکان - زمان یک خط راست شیبدار است حرکت با سرعت ثابت بر خط راست است در این حرکت داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

یعنی سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای است.

$$v_{av, 3} = \frac{0 - (-12)}{3 - 0} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

اگر مکان اولیه حرکت در اتومبیل را مبدأ محور مکان بگیریم و فرض کنیم هر دو متحرک در جهت محور مکان در حرکت باشند، داریم:

$$x_A = x_B$$

$$v_A t = v_B (t - t')$$

$$72t = 108(t - \frac{1}{12})$$

$$72t = 108t - 9 \Rightarrow 36t = 9 \Rightarrow t = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}h$$

$$t = \frac{1}{4} \times 60 = 15 \text{ min}$$

بنابراین دو متحرک ساعت هشت و ربع به هم می‌رسند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۶۰. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا معادلات مکان - زمان هر متحرک را می‌نویسیم:

$$A: \begin{cases} x_0 = 12m \\ v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{6 - 0} = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -2t + 12 \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} x_0 = -4m \\ v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-4)}{4 - 0} = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = t - 4 \end{cases}$$

برای پیدا کردن لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  باید از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$|x_A - x_B| = 14 \Rightarrow x_A - x_B = \pm 14$$

$$-2t + 12 = \pm 14 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{2}{3}s \\ t_2 = 10s \end{cases} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{15}{2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۴)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

شیب خط مماس بر نمودار  $x - t$ ، سرعت متحرک را در آن لحظه نشان می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow v_1 = \tan \alpha \Rightarrow v_1 = \tan \alpha = \frac{1}{1} = 1 \frac{m}{s} \\ t_2 = 6 \Rightarrow v_2 = \tan \beta = -\frac{4}{4} = -1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

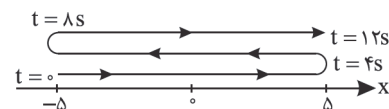
$$\Rightarrow |a_{av}| = \left| \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \right| = \left| \frac{(-1) - (1)}{6 - 1} \right| = \frac{2}{5} = 0.4 \frac{m}{s^2}$$

شیب خط: تانژانت زاویه خط با راستای افق

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۰)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل نمودار مسیر حرکت به صورت زیر است.



بنابراین در این بازه، ذره ۳ بار از مکان  $x = 0$  عبور کرده است یعنی ۳ بار جهت بردار مکان تغییر کرده است.

در این بازه، ۲ بار علامت سرعت یعنی جهت بردار سرعت تغییر کرده است.

در لحظه‌هایی که شیب نمودار صفر می‌شود یعنی لحظه‌هایی که بزرگی سرعت بیشینه است شیب نمودار تغییر علامت می‌دهد، بنابراین ۳ بار جهت بردار شتاب تغییر کرده است.





۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

اگر از جرم طرف‌ها صرف‌نظر شود، چون جرم آب در دو ظرف یکی است، نیروی وارد بر سطح افقی، از طرف طرف‌ها یکسان است و با توجه به اینکه شعاع قاعده ظرف (۲) سه برابر ظرف (۱) است، پس سطح مقطع ظرف (۲)، نه برابر ظرف (۱) است و از رابطه  $P = \frac{mg}{A}$  فشار  $P_1$  باید ۹ برابر  $P_2$  باشد. دقت کنید رابطه  $P = \rho gh$  فشار وارد از طرف مایع‌ها بر قسمت داخلی کف ظرف‌ها بوده و برای این سؤال قابل استفاده نیست.

(فیزیک دهم، صفحه ۵۰)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

گزاره ب نادرست است زیرا افزایش دما سبب کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شود. گزاره د نادرست است زیرا پلاسما اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید. فاصله مولکول‌های هوا در شرایط معمولی در حدود  $۲.۵ \text{ \AA}$  است، پس مورد ه نیز غلط است و تنها موارد الف و ج درست است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۶، ۲۹ و ۳۰)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

مورد ۱ مربوط به مایعاتی است که لوله موئین خود را تر می‌کنند. مورد ۲ درست است.

در مورد ۳ باید بیان می‌شد که مایع جامد را تر نمی‌کند.

در مورد ۴، در یک لوله موئین شیشه‌ای که در آن آب قرار دارد هرگاه طول قسمت بیرونی لوله کمتر از ارتفاع آبی باشد که باید در لوله بالا رود، آب کل لوله را پر می‌کند و بیرون نمی‌ریزد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

فشار یک جسم جامد ساکن بر سطح افقی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$P = \frac{mg}{A} \quad \text{و} \quad A = \pi R^2$$

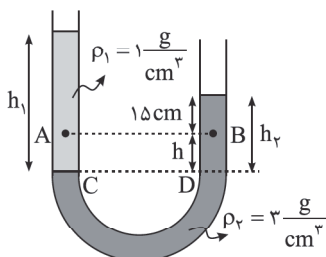
$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{m_1 g}{A_1} = \frac{m_2 g}{A_2} \Rightarrow \frac{m_1}{A_1} = \frac{m_2}{A_2} \Rightarrow m_2 = 4m_1$$

$$R_2 = \frac{1}{2} R_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4} A_1 \quad \text{در حالت جدید:}$$

$$P_2 = \frac{m_2 g}{A_2} = \frac{4m_1 g}{\frac{1}{4} A_1} = \frac{16m_1 g}{A_1} = 16P_1 = 16P_2$$

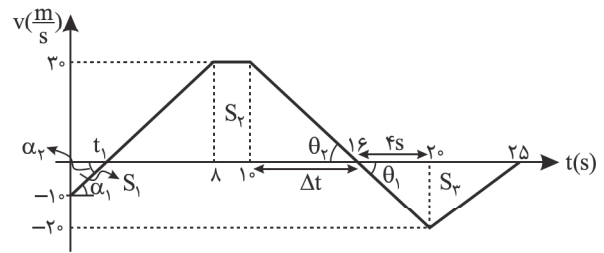
(فیزیک دهم، صفحه ۳۳)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \tan \alpha_1 = \tan \alpha_2 \Rightarrow \frac{40}{\lambda} = \frac{10}{t_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s$$

$$\theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \tan \theta_1 = \tan \theta_2 \Rightarrow \frac{20}{\Delta t} = \frac{30}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 6s$$

$$S_1 = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10m$$

$$S_2 = \frac{(14+2) \times 30}{2} = 240m$$

$$S_3 = \frac{-20 \times 9}{2} = -90m$$

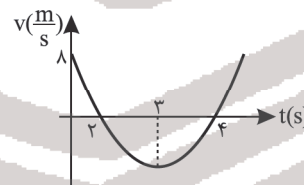
$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 = -10 + 240 + (-90) = 140m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{140}{25} = 5.6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۲۸)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار سرعت - زمان را که سهمی شکل است رسم می‌کنیم.



$$v = t^2 - 6t + 8 = (t-2)(t-4)$$

$$v = 0 \Rightarrow t = 2s, t = 6s$$

با توجه به نمودار در ثانیه چهارم حرکت کندشونده و سرعت منفی است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

شتاب متوسط برابر  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  است، بنابراین:

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{30}{5} = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۰)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$F = P \cdot A = (P_0 + \rho gh)A \Rightarrow 15 = (10^5 + 10^3 \times 10 \times h) \times 10^{-4}$$

$$15 = 10 + h \Rightarrow h = 5m$$

(فیزیک دهم، صفحه ۳۶)



پایه دوازدهم . آزمون ۲ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

در قسمت B چون سطح مقطع در حال کاهش است، تندی در حال افزایش، در قسمت D چون سطح مقطع در حال افزایش است، تندی در حال کاهش و در قسمت C چون سطح مقطع تغییر نمی‌کند، تندی نیز تغییر نمی‌کند.

(فیزیک دهم، صفحه ۵۱)

شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد. البته به این نکته توجه داشته باشید که مقدار هلیوم در میدان‌های گازی گوناگون متفاوت است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

موارد اول، دوم و سوم نادرست هستند. مورد اول: برای توصیف یک نمونه گاز، افزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد.

مورد دوم: اکسیژن با اغلب عنصرها و مواد واکنش می‌دهد. مورد سوم: بوکسیت،  $Al_2O_3$  به همراه ناخالصی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۳، ۵۶، ۷۲ و ۷۸)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) چگالی گاز CO کمتر از هوا است.

(ت) در واکنش سوختن، بخشی از انرژی شیمیایی ماده به صورت نور و گرما آزاد می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) میانگین بخار آب در هوا، حدود یک درصد است.

(۲) تغییر شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، آزادسازی گاز و تشکیل رسوب همراه باشد.

(۳) در فشار ثابت، بین حجم یک نمونه گاز و دمای آن رابطه مستقیم وجود دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۹، ۶۱، ۷۱ و ۷۸)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی موارد:

● در هر واحد فرمولی  $CuBr_2$  و  $CS_2$ ، شمار اتم‌ها برابر ۳ است.

● گاز آرگون، سومین گاز فراوان سازنده هواکره است.

● در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، ابتدا رطوبت هوا به صورت یخ از آن جدا می‌شود و سپس با کاهش بیشتر دما، گاز کربن دی‌اکسید به حالت جامد درمی‌آید.

● در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انواع آلاینده‌ها وارد هواکره می‌شود که عبارتند از:  $CO_2$ ،  $CO$ ،  $SO_2$ ،  $NO$ ،  $NO_2$ ،  $C_xH_y$

در لوله‌های U شکل اگر نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن باشند، هم‌فشارند و اگر این نقاط در ۲ مایع باشند، فشار نقطه واقع در مایع با چگالی کمتر، بیشتر خواهد بود، یعنی:

$$P_C = P_D \quad \text{و} \quad P_A > P_B$$

$$P_A - P_B = 2000 \text{ Pa}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = gh(\rho_2 - \rho_1) \Rightarrow 2000 = 10h(3000 - 1000)$$

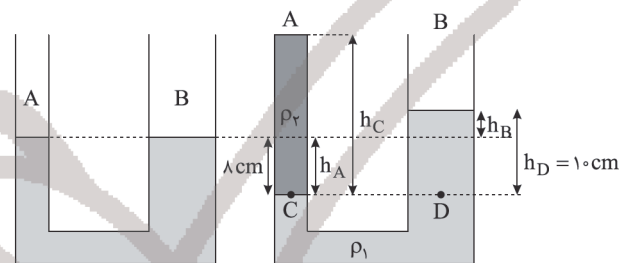
$$h = \frac{1}{4} m = 10 \text{ cm}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P_1 = \rho_2 gh_2 + P_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow 1 \times h_1 = 3 \times 25 \Rightarrow h_1 = 75 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۸ و ۵۰)

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.



حجم مایع جابه‌جا شده در ۲ شاخه یکسان است.

$$V_B = V_A \Rightarrow A_B = 4A_A$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow A_A \times h_A = A_B \times h_B, \quad h_A = 8 \text{ cm}$$

$$A_A \times 8 = 4A_A \times h_B \Rightarrow h_B = 2 \text{ cm}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_2 gh_C = \rho_1 gh_D$$

$$3/4 h_C = 13/6 \times 10 \Rightarrow h_C = 40 \text{ cm}$$

$$\Delta h = 40 - 10 = 30 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۸ و ۵۰)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا اختلاف فشار این دو نقطه از مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{3/4}{13/6} (43 - 22) = \frac{1}{4} \times 20 = 5 \text{ cm}$$

پس اختلاف فشار بین این دو نقطه  $5 \text{ cmHg}$  است.

$$P_2 = 80 + 5 = 85 \text{ cmHg}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

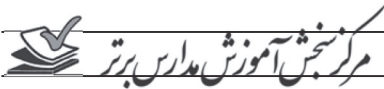
چون سطح مقطع خروجی کوچک‌تر است، بنابراین تندی آب در مقطع خروجی ۵۰ درصد بیشتر شده است.

$$V_{\text{ورودی}} = 1/44 V_{\text{خروجی}}$$

$$\frac{v}{v_{\text{ورودی}}} = \frac{A}{A_{\text{خروجی}}} = \left( \frac{R_{\text{ورودی}}}{R_{\text{خروجی}}} \right)^2 \Rightarrow \frac{1/44}{1} = \left( \frac{R_{\text{ورودی}}}{R_{\text{خروجی}}} \right)^2$$

$$\frac{R_{\text{ورودی}}}{R_{\text{خروجی}}} = 1/2 = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{R_{\text{خروجی}}}{R_{\text{ورودی}}} = \frac{5}{6}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۴۵)



با افزایش میزان  $CO_2$ ، میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد افزایش می‌یابد.

با افزایش فشار گاز در دمای ثابت، حجم گاز و در نتیجه فاصله میان مولکول‌های گاز کاهش می‌یابد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۷، ۴۸، ۶۷ و ۷۷)

### ۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

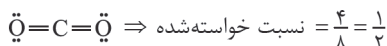
A: پرتوهای فرابنفش خورشید

B: مولکول‌های  $CO_2$

C: پرتوهای فرورسرخ گسیل‌شده از زمین

D: بازتابش پرتوهای فرورسرخ از مولکول‌های  $CO_2$

بررسی گزینه ۱: ساختار لوویس مولکول  $CO_2$  به شکل زیر است که دارای ۴ جفت‌الکترون پیوندی و ۸ الکترون ناپیوندی است.



(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۵، ۵۶، ۶۸ و ۶۹)

### ۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) اوزون در لایه استراتوسفر مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده است اما مقدار این گاز در هواکره ناچیز است.

(ت) اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است و در نتیجه پایداری کمتری دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

### ۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب)  $CO_2$  تولیدشده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند و آنها را به مواد معدنی  $CaCO_3$  و  $MgCO_3$  تبدیل می‌کنند.

(ت) میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن این گاز هستند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

### ۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) گازها برخلاف جامدات و مایعات تراکم‌پذیر هستند.

(پ) با افزایش میزان  $CO_2$  هواکره، مساحت برف در نیم‌کره شمالی کاهش می‌یابد.

(ت) اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به  $18^\circ C$  - کاهش می‌یافت.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۷، ۶۹، ۷۶ و ۷۷)

### ۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا مقدار  $CO_2$  حاصل با استفاده از هر یک از منابع تولید برق را محاسبه می‌کنیم:

$$1350 \text{ kg } CO_2 = \frac{50 \text{ kWh}}{1 \text{ kWh}} \times \frac{9 \text{ kg } CO_2}{1 \text{ kWh}} \times \frac{50 \text{ kWh}}{1 \text{ ماه}} \times \frac{30 \text{ روز}}{1 \text{ ماه}} \times 1 \text{ ماه} = 1350 \text{ kg } CO_2$$

$$750 \text{ kg } CO_2 = \frac{50 \text{ kWh}}{1 \text{ kWh}} \times \frac{9 \text{ kg } CO_2}{1 \text{ kWh}} \times \frac{50 \text{ kWh}}{1 \text{ ماه}} \times \frac{30 \text{ روز}}{1 \text{ ماه}} \times 1 \text{ ماه} = 750 \text{ kg } CO_2$$

اختلاف مقدار  $CO_2$  تولیدی  $1350 - 750 = 1275 \text{ kg}$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۵۳ تا ۵۵ و ۶۵)

### ۸۱. گزینه ۲ صحیح است.

نام صحیح ترکیبات به صورت زیر است:

$Cu_2S$ : مس (I) اکسید

$MgBr_2$ : منیزیم برمید

$SiCl_4$ : سیلیسیم تتراکلرید

$Na_2O$ : سدیم اکسید

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

### ۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

در واکنش اول از فلز پلاتین به عنوان کاتالیزگر استفاده شده است.

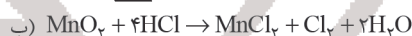
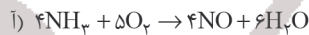
واکنش دوم در دمای  $450^\circ C$  انجام می‌شود.

توجه داشته باشید که چون واکنش سوم موازنه شده است، قانون پایستگی جرم در آن رعایت شده است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

### ۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

معادله موازنه‌شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

### ۸۴. گزینه ۳ صحیح است.



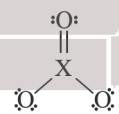
(مجموع شماره الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار ظرفیت اتم‌ها) - (مجموع شماره الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار ظرفیت اتم‌ها)

$$q_1 = (4 \times 6) - (26) = -2$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

### ۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اطلاعات سوال، ابتدا شماره الکترون‌های ظرفیت اتم‌های X و Y را به دست می‌آوریم:

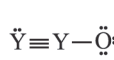
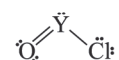
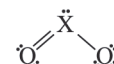
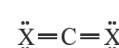


$$\Rightarrow X + 3 \times 6 = 24 \Rightarrow X = 6$$

(مجموع شماره الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار ظرفیت اتم‌ها) = (مجموع شماره الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار ظرفیت اتم‌ها)

$$\Rightarrow Y + 3 \times 7 = 26 \Rightarrow Y = 5$$

اکنون ساختار لوویس مولکول‌های موجود در گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

### ۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دمای لایه تروپوسفر و غلظت گازهای سازنده هواکره کاهش می‌یابد.



(شیمی دهم، صفحه ۶۶)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا حجم مولی گازها را در شرایط ذکر شده به دست می آوریم:

$$? \text{ mol Cl}_2 = 3/55 \text{ g Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{71 \text{ g Cl}_2} = 0.05 \text{ mol Cl}_2$$

$$\text{حجم مولی} = \frac{V}{n} = \frac{1/2 \text{ L}}{0.05 \text{ mol}} = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

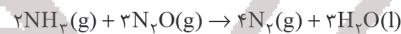
اکنون حجم گاز  $\text{SO}_2$  تولید شده را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} ? \text{ L SO}_2 &= 0.1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{3 \text{ mol SO}_2}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{24 \text{ L SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} \\ &= 57.6 \text{ L SO}_2 \end{aligned}$$

(شیمی دهم، صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



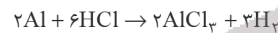
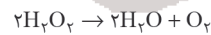
$$? \text{ L N}_2 = 1.2 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{4 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NH}_3} \times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ L N}_2}{1.2 \text{ g N}_2} = 28 \text{ L}$$

(شیمی دهم، صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا واکنشها را موازنه می کنیم:

جرم مصرفی  $\text{H}_2\text{O}_2$  را با فرض تولید ۲V لیتر گاز با حجم مولی a

محاسبه می کنیم:

$$2V \text{ L O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{a \text{ L O}_2} \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{34 \text{ g H}_2\text{O}_2}{1 \text{ mol H}_2\text{O}_2} = \frac{4 \times 24V}{a} \text{ g H}_2\text{O}_2$$

جرم مصرفی Al برابر است با:

$$V \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{a \text{ L H}_2} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol H}_2} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = \frac{18V}{a} \text{ g Al}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{جرم H}_2\text{O}_2}{\text{جرم Al}} = \frac{4 \times 24V}{a} \times \frac{a}{18V} \approx 7/55$$

(شیمی دهم، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

A، گاز نیتروژن است که در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش ناپذیر است. واکنش میان گازهای  $\text{H}_2$  و  $\text{N}_2$  یک واکنش برگشت پذیر است که در دما و فشار مناسب و در حضور ورقه آهنی به عنوان کاتالیزگر انجام می شود. در این فرایند برای جداسازی آمونیاک، مخلوط واکنش را تا مایع شدن آمونیاک سرد می کنند. دقت کنید که فلز آهن در طبیعت دارای دو نوع اکسید  $\text{FeO}$  و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  است.

(شیمی دهم، صفحه های ۵۳، ۸۱ و ۸۲)