

آزمون
۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه
۱۲

آزمون شماره ۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۱/۶/۲۸

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵ (تابع)	فصل ۲ (تابع)	فصل ۱ (تابع)
هندسه	—	—	فصل ۱
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۱، درس ۲ و درس ۳ تا سر معادله هم‌پهشتی) (صفحه ۲ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱- دامنه تابع $y = x + \sqrt{2 - |x|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

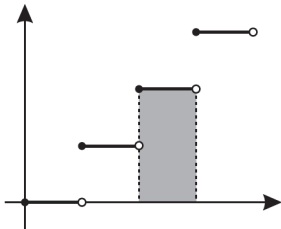
۲- اگر $f(x) = 3x^2 + (x+b)(ax-3)$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $f(2)$ چقدر است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) -۳

۳- اگر $f(x) = \frac{1}{4}x + 1$ و $g \circ f(x) = x^2 + 8x + 2$ باشد، ضابطه $g(x)$ کدام است؟

- (۱) $4x^2 - 8x - 10$ (۲) $4x^2 - 8x + 6$ (۳) $4x^2 + 8x + 6$ (۴) $4x^2 + 8x - 10$

۴- نمودار تابع $y = 2\left|\frac{x}{4}\right|$ به صورت زیر است. مساحت ناحیه رنگ شده چقدر است؟



- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

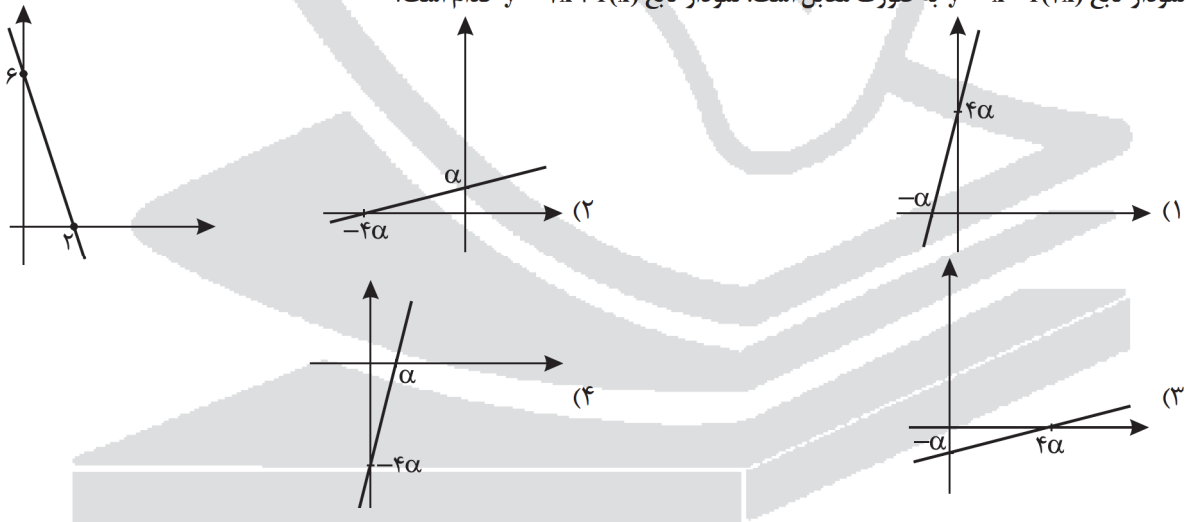
۵- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ و $(f^{-1} \circ g)(x) = f(x)$ باشد، ضابطه $g(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\Delta x - 1}{x + 10}$ (۲) $\frac{\Delta x + 1}{x + 10}$ (۳) $\frac{\Delta x + 1}{x - 10}$ (۴) $\frac{\Delta x - 1}{10 - x}$

۶- تابع $y = \frac{x+a}{x+b}$ نمودار وارون خود را فقط در نقاطی به طول ۴ و -۱ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

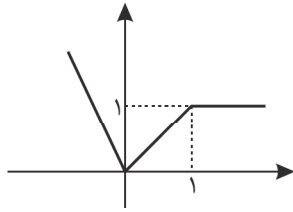
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) -۲

۷- نمودار تابع $y = x - f(2x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = 2x + f(x)$ کدام است؟



محل انجام محاسبه

۸- نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ به صورت مقابل است. تابع $y = f(-\frac{x}{4})$ در کدام بازه زیر یک به یک است؟



(۱) $(-4, 0)$

(۲) $(0, 4)$

(۳) $(2, 6)$

(۴) $(-6, -2)$

۹- تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x+4}$ را در نظر بگیرید. نمودار کدام تابع زیر محورهای مختصات را قطع نمی‌کند؟

(۲) $y = f(x+5) + 3$

(۱) $y = f(x-5) + 3$

(۴) $y = f(x-5) - 3$

(۳) $y = f(x+5) - 3$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x$ را سه واحد به راست و k واحد به بالا منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر خط $y = 2x$ مماس باشد، k کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۵

(۲) ۱۸

(۱) ۹

۱۱- دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب بازه‌های $[-2, 3]$ و $[-3, 2]$ است. اشتراک دامنه و برد تابع $y = 2 - f(\frac{1+x}{3})$ کدام است؟

(۴) $[-1, 2]$

(۳) $[2, 3]$

(۲) $[0, 5]$

(۱) $[0, 2]$

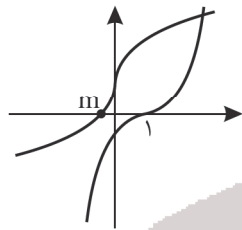
۱۲- نمودار توابع $f(x) = (x-a)^3$ و وارون آن به صورت مقابل است. مقدار m کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۸

(۳) -۲

(۴) -۴



۱۳- کدام تابع زیر در دامنه خود، اکیداً یکنواست؟

(۴) $y = x - \sqrt{x}$

(۳) $x\sqrt{1+x}$

(۲) $y = x + \sqrt{x}$

(۱) $x\sqrt{1-x}$

۱۴- اگر $g(x)$ خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^5 - 9x^3 + x^2 - x - 1$ بر $x - 3$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

(۴) -۹

(۳) $\frac{9}{2}$

(۲) -۱۴

(۱) ۷

محل انجام محاسبه

۱۵- اگر $f(x) = 1 + 2\sqrt{3-x}$ و $g(x) = x + \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ دامنه تعریف تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

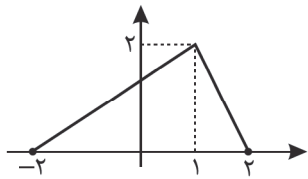
۱۶- با فرض $f(x) = x + 2\sqrt{x-1}$ هرگاه $f^{-1}(\alpha + f^{-1}(1)) = \frac{5}{4}$ مقدار α کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۷- اگر $f(x) = x^2 + kx$ باشد، به ازای کدام مقدار k نمودارهای توابع $y = f(x-4)$ و $y = f(2-x)$ بر هم منطبق خواهند شد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۸- اگر نمودار $y = f(2-x)$ شکل روبه‌رو باشد، مساحتی که نمودار $y = 3f(2x-1)$ با محور x ها می‌سازد چه عددی است؟



(۱) ۶

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۸

۱۹- هرگاه باقی‌مانده $f(x) = 2x^6 + ax^3 + bx^2 - 2x - 4$ بر $2x^2 - x - 1$ برابر $x - 1$ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۰- اگر $f(x) = x^3 + x - 2$ دامنه تعریف $y = \sqrt{f(\frac{1}{x}) - f(\frac{2}{x})}$ کدام است؟

(۱) $\{-2, 2\}$ (۲) $[2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2] \cup (0, 2]$ (۴) $(-2, 0) \cup [2, +\infty)$

۲۱- اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 9 & z-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ y+z & 5 \end{bmatrix}$ برابر باشند، در این صورت ماتریس $C = [c_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف

$$c_{ij} = \begin{cases} x+y-z & i=j \\ \frac{1}{i} & i>j \\ \frac{1}{j} & i<j \end{cases}$$

([] نماد جزء صحیح است) چگونه ماتریسی است؟

- (۱) ماتریس اسکالر (۲) ماتریس غیرقطری (۳) ماتریس همانی (۴) ماتریس صفر

۲۲- اگر A و B دو ماتریس اسکالر از مرتبه ۳ با درایه‌های اعداد طبیعی در رابطه $A - B = I$ صدق کنند، در این صورت مجموع درایه‌های ماتریس $B - A$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۳- اگر A ماتریس ستونی مرتبه ۳ با درایه‌های یک و B ماتریس سطری مرتبه ۳ با درایه‌های اعداد طبیعی متوالی باشند به گونه‌ای که مجموع درایه‌های AB برابر ۲۷ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس BA کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

۲۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه سطر سوم و ستون اول ماتریس $(A \times B) + (A \times C)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۶ (۴) صفر

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix}$ و $k \in \mathbb{R} - \{0\}$ باشد، آنگاه حاصل $A^{99} + A^{101}$ برابر با کدام است؟

- (۱) A (۲) I (۳) $-I$ (۴) $-A$

۲۷- اگر A ، B و C ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه بوده و روابط $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ و $2AB + 2BA = \bar{O}$ برقرار باشند، در این صورت حاصل عبارت $(2I + CA)(B + BA)$ برابر با کدام است؟

- (۱) $2B$ (۲) $2A$ (۳) $2I$ (۴) C

۲۸- در تساوی ماتریسی $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های قطر فرعی A برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۱ (۴) ۳

۲۹- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+2 & m \\ m+3 & m-1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = m^2 + m^3 \\ x + my = 4m - 2 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) یک جواب صفر (۲) یک جواب غیر صفر (۳) فاقد جواب (۴) بی‌شمار جواب

۳۰- اگر $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & -2 \\ -1 & c & d \\ e & 6 & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $\begin{vmatrix} e & b \\ c & d \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۵ (۳) -۱۱ (۴) -۵

۳۱- چندتا از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟

(الف) اگر A و B دو ماتریس ضرب‌پذیر باشند، آنگاه $|AB| = |A||B|$ است.

(ب) اگر $|A| = |B|$ باشد آنگاه دو ماتریس هم‌مرتبه A و B مساویند.

(ج) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ برابر ۴ است.

(د) هر ماتریس اسکالر، وارون‌پذیر است و وارون آن یک ماتریس اسکالر است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- اگر $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -5 & -7 \end{bmatrix}$ و $A + B = -2AB$ باشد، دترمینان ماتریس A^{-1} برابر با کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۵ (۳) ۲۱ (۴) ۳۳

۳۳- در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 7 & 9 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -3I$ ، دترمینان ماتریس $2A$ برابر با کدام است؟

- (۱) $-\frac{27}{8}$ (۲) $-\frac{27}{4}$ (۳) -۲۷ (۴) $-\frac{9}{8}$

۳۴- اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ و A ماتریس اسکالر از مرتبه ۳ باشد به طوری که $|A| = -3|B^2|$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A برابر با کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۹ (۳) -۳ (۴) -۲۷

۳۵- ماتریس مربعی A از مرتبه ۳ را در نظر بگیرید. حاصل $|A^3| |A^{-1}|$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۸ (۴) -۸

۳۶- کدام دو عدد مثال نقض گزاره «مجموع هر عدد اول با عدد غیراول عددی غیرمربع کامل است» می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۴ و ۲۵ (۲) ۸ و ۴۱ (۳) ۲۳ و ۴۱ (۴) ۱۰ و ۵۳

محل انجام محاسبه

۳۷- می‌خواهیم با استفاده از برهان خلف ثابت کنیم «اگر $a < 0$ آنگاه $a + \frac{1}{a} \leq -2$ » در این صورت به کدام شکل باید عمل کنیم؟

(۱) فرض می‌کنیم $a < 0$ و $a + \frac{1}{a} > -2$ و به تناقض $(a+1)^2 < 0$ می‌رسیم.

(۲) فرض می‌کنیم $a < 0$ و $a + \frac{1}{a} > -2$ و به رابطه همواره درست $(a+1)^2 \geq 0$ می‌رسیم.

(۳) فرض می‌کنیم $a < 0$ و $a + \frac{1}{a} \leq -2$ و به رابطه همواره درست $(a+1)^2 \geq 0$ می‌رسیم.

(۴) فرض می‌کنیم $a > 0$ و $a + \frac{1}{a} \leq -2$ و به تناقض $(a+1)^2 < 0$ می‌رسیم.

۳۸- اگر عدد $1 - 2^{2n+1}$ بر ۳۱ بخش‌پذیر است. آنگاه کدام گزینه همواره به $2/5$ بخش‌پذیر است؟

(۱) $4n^2 + 13n + 8$ (۲) $14n^2 + 19n + 5$ (۳) $4n^2 + 14n + 6$ (۴) $14n^2 + 18n - 1$

۳۹- چند عدد سه‌رقمی n وجود دارد به طوری که $n^2 | 288$ ؟

(۱) ۳۷ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۲۳

۴۰- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه برابر ۲۷ است. اگر بدون تغییر مقسوم‌علیه ۱۲۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم، خارج‌قسمت و باقیمانده

جدید به ترتیب برابر ۷ و ۲۳ می‌شوند. اختلاف مقسوم و خارج‌قسمت تقسیم اولیه کدام است؟

(۱) ۱۹۵ (۲) ۱۹۶ (۳) ۸۱ (۴) ۸۴

۴۱- باقیمانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۷ برابر ۱ و باقیمانده تقسیم عدد $2a$ بر ۱۱ برابر ۵ است. اگر اختلاف خارج‌قسمت‌های دو تقسیم برابر

۱۲ باشد، مجموع ارقام a کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۴۲- اگر $[a, b] = 6$ ، $(a, b) = 1$ ، $(a+b, a-b) = 1$ باشد، $a^2 - b^2$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) ۶۰ (۲) ۴۸ (۳) ۱۰۸ (۴) هر سه گزینه می‌تواند باشد.

۴۳- چند عدد طبیعی n وجود دارد که به‌ازای آن $(n+3, 18) = n-1$ ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۴- باقیمانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۱ است. باقیمانده تقسیم عدد $(a+2)^{1400} \times (a-2)^{1400}$ بر ۸ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۷

۴۵- دو عدد ۲۰ و ۱۸۱ متعلق به مجموعه $[a]_m$ هستند. اگر $(m, 7) = 1$ ، باقیمانده تقسیم عدد m^a بر ۱۳ کدام است؟ ($m > 1$)

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبه

۴۶- هر عدد صحیح k دقیقاً در یکی از هم‌نهشتی‌های $k \equiv 5$ ، $k \equiv 6$ ، $2k \equiv 0$ ، $7k \equiv 0$ و $k \equiv m$ صدق می‌کند. m کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) ۹۲ (۲) ۹۳ (۳) ۹۴ (۴) ۹۵

۴۷- اگر $A = \sum_{i=1}^n i!$ رقم یکان عدد A چند مقدار مختلف به‌ازای مقادیر مختلف طبیعی n ممکن است داشته باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۸- اگر $(a, b) = d$ و $dx \equiv dy$ چه تعداد از روابط $x \equiv y$ ، $x \equiv [a, b]y$ و $x \equiv \frac{d}{a}y$ الزاماً درست است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۹- چند عدد چهاررقمی به صورت $a\overline{b}bc$ وجود دارد به طوری که باقیمانده تقسیم دو عدد $a\overline{b}bc$ و $a\overline{b}b + c$ بر ۹۹ یکسان باشد؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴) ۶۰

۵۰- اگر سوم اردیبهشت سالی یکشنبه باشد، در کدام یک از ماه‌های زیر دقیقاً ۵ تا یکشنبه وجود دارد؟

- (۱) مهر (۲) آبان (۳) آذر (۴) دی



آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۶/۲۸

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۲۵	۵۱	۷۵	۳۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۷۶	۹۵	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	فصل ۱
شیمی	فصل‌های ۱ و ۲	—	فصل ۱ (تا صفحه ۱۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

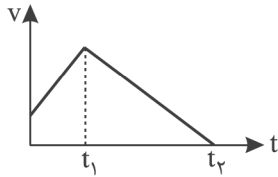
۵۱- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 9t^2 - 36t + 36$ است. بردار مکان این متحرک در $10s$ اول حرکت چند بار تغییر جهت داده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۵۲- ذره‌ای بر روی مسیر دایره‌ای به شعاع $8m$ با تندی ثابت $6 \frac{m}{s}$ در حال دوران می‌باشد. نسبت اندازه جابه‌جایی متحرک به مسافت طی شده آن در مدت $2s$ کدام است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۳- شکل مقابل نمودار سرعت-زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. چند تا از جملات زیر درست است؟



(الف) بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.

(ب) بردار سرعت یکبار تغییر جهت داده است.

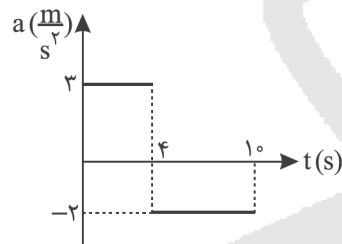
(ج) شتاب متوسط در کل حرکت منفی است.

(د) حرکت متحرک همواره تندشونده است.

(ه) مسافت پیموده شده از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۴- نمودار شتاب-زمان متحرکی که با تندی $5 \frac{m}{s}$ در جهت منفی محور روی خط راست شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در 10 ثانیه اول حرکت، چند ثانیه متحرک در جهت مثبت محور حرکت کرده است؟



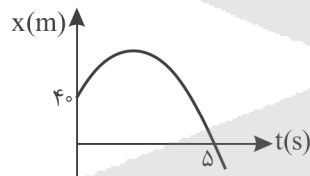
(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{15}{2}$

(۳) $\frac{25}{6}$

(۴) $\frac{25}{6}$

۵۵- سهمی شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. اگر تندی متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان ($x = 0$) برابر $20 \frac{m}{s}$ باشد، مدت زمان حرکت کندشونده چند ثانیه است؟



(۱) $\frac{5}{6}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{7}{6}$

(۴) ۲

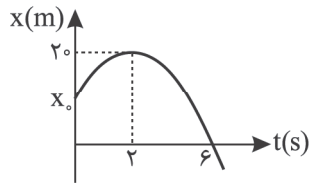
۵۶- متحرکی که با سرعت 7 در مسیر مستقیم در حال حرکت است، با شتابی به بزرگی a حرکت خود را کند می‌کند و در مدت زمان $20s$ متوقف می‌شود. نسبت جابه‌جایی متحرک در ثانیه اول حرکت کندشونده به جابه‌جایی در ثانیه آخر این حرکت کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۷ (۳) ۳۹ (۴) ۴۱

۵۷- معادله مکان-زمان در SI به صورت $x = -5t + 7$ داده شده است. تندی متوسط در بازه زمانی $t = 5.07s$ تا $t = 11.97s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) $2/5$ (۴) $-2/5$

۵۸- سهمی شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست است. تندی متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان چند $\frac{m}{s}$ است؟

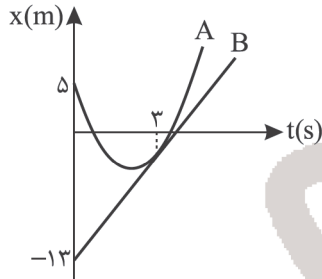


- است؟
 ۵ (۱)
 ۱۰ (۲)
 ۱۵ (۳)
 ۲۰ (۴)

۵۹- دو اتومبیل از فاصله ۱۱۲ متری با تندی‌های $40 \frac{m}{s}$ و $60 \frac{m}{s}$ به سمت هم روی خط راست در حال حرکت هستند. همزمان اولی با شتابی به بزرگی a و دومی با شتابی به بزرگی $3a$ ترمز می‌کنند. حداقل مقدار a چقدر باشد تا برخوردی رخ ندهد؟

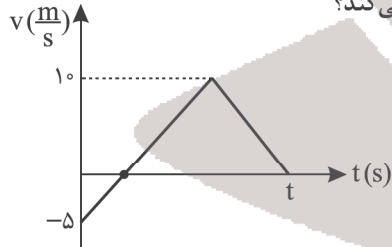
- $\frac{5}{4}$ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{125}{112}$ (۳) $\frac{112}{125}$ (۴)

۶۰- نمودار مکان - زمان دو متحرک در حرکت روی خط راست مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه این دو متحرک به ترتیب v_A و v_B باشد، حاصل $v_A - v_B$ چند واحد SI است؟ (حرکت متحرک A شتاب ثابت و حرکت متحرک B دارای حرکت سرعت ثابت است و در $t = 3$ ، منحنی B بر A مماس شده است.)



- ۱۲ (۱)
 -۱۲ (۲)
 ۶ (۳)
 -۶ (۴)

۶۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست، مطابق شکل است. اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی که در جهت محور حرکت می‌کند، چند برابر تندی متوسط بازه زمانی است که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند؟

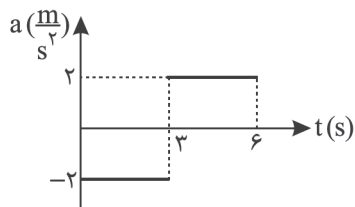


- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 $\frac{1}{2}$ (۳)
 $\frac{1}{3}$ (۴)

۶۲- دو چرخه‌سواری از مکان $x = -40 m$ با تندی ثابت شروع به حرکت کرده و در $t = 8 s$ به مبدأ می‌رسد. مدت زمان بین دو عبور متوالی از فاصله ۱۵ متری مبدأ مکان ($x = 0$) چند ثانیه است؟

- ۵ (۱) $\frac{5}{5}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴)

۶۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی که دارای سرعت اولیه $4 \frac{m}{s}$ است، مطابق شکل است. اندازه جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی که در خلاف



- جهت محور حرکت می‌کند، چند متر است؟
 ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۴ (۳)
 ۸ (۴)

محل انجام محاسبه

۶۴- قطاری دارای تندی ثابت $90 \frac{km}{h}$ است. مدت زمانی که طول می کشد تا این قطار کاملاً از جلوی یک تابلو بگذرد، $20s$ می باشد. وقتی این قطار از یک پل به طول $800m$ عبور می کند، چند ثانیه طول قطار کاملاً روی پل است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۵۲

۶۵- متحرکی از حال سکون روی خط راست با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت کرده و بعد از مدتی با شتاب $8 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کم می کند تا متوقف شود. اگر مدت زمان کل حرکت متحرک $12s$ باشد. تندی متوسط در این $12s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۶۶- معادله مکان - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست در SI به صورت $x = -t^2 + 16t - 32$ است. در لحظه ای که جهت حرکت متحرک عوض می شود، متحرک در چند متری مبدأ است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۶۷- متحرکی که با تندی ثابت بر روی خط راست حرکت می کند، در لحظه $t_1 = 2/3s$ در مکان $x_1 = 8/9m$ و در لحظه $t_2 = 5/7s$ در مکان $x_2 = -1/3m$ قرار دارد. تندی متوسط از لحظه شروع حرکت تا لحظه عبور از مبدأ چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۳ (۲) $3/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

۶۸- خودرویی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست از نقطه A به سمت نقطه B در فاصله $256m$ از A حرکت می کند و 112 متر آخر را در مدت 2 ثانیه طی می کند. تندی متوسط این متحرک در فاصله AB چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۴۸

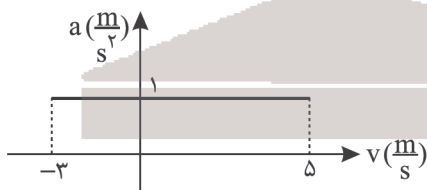
۶۹- متحرک A با تندی ثابت $90 \frac{km}{h}$ روی خط راست حرکت می کند. از 500 متر عقب تر از متحرک A متحرک B با تندی اولیه $72 \frac{km}{h}$ و شتاب ثابت a به دنبال متحرک A شروع به حرکت می کند. شتاب a چند $\frac{m}{s^2}$ باشد تا وقتی متحرک B به A می رسد، تندی حرکت B دو برابر تندی حرکت A باشد؟

- (۱) $0/3$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) چیزی اتفاق نمی افتد.

۷۰- سرعت متوسط متحرکی که با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ روی مسیر مستقیم حرکت می کند، در دو ثانیه سوم صفر است. تندی اولیه حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۷۱- نمودار شتاب - سرعت متحرکی در حرکت روی خط راست، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه جایی متحرک در مدتی که جسم حرکت شتابدار دارد، چند متر است؟



- (۱) ۴

- (۲) $4/5$

- (۳) ۸

- (۴) $12/5$

۷۲- از یک بلندی به ارتفاع h گلوله ای در شرایط خلأ از حال سکون در $t = 0$ رها می شود و در لحظه $t = 3s$ در فاصله 135 متری سطح زمین است. سرعت برخورد به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) $30\sqrt{2}$ (۴) $60\sqrt{2}$

محل انجام محاسبه

۷۳- در شرایط خلأ گلوله از ارتفاع h رها می‌شود و پس از مدتی به زمین می‌خورد. اگر این گلوله ۱۹٪ آخر مسیر را در $0.6s$ طی کند، مدت زمان سقوط چند ثانیه است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h بدون تندی اولیه رها می‌شود. اگر سرعت متوسط در دو ثانیه آخر حرکت، $35 \frac{m}{s}$ باشد، ارتفاع h

تقریباً چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

۷۵- گلوله‌ای از ارتفاع ۱۰۰ متری در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌شود. نسبت تندی متوسط در ثانیه اول به تندی متوسط در ۲

ثانیه دوم کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{7}$

شیمی

۷۶- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- (آ) جرم اتم‌ها را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد.
 (ب) الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همه نقاط اتم حضور می‌یابد.
 (پ) به کمک تعریف amu تنها می‌توان جرم اتمی عناصر را اندازه‌گیری کرد.
 (ت) انرژی لایه‌های الکترونی هر اتم به عدد اتمی آن وابسته است.
- (۱) فقط ت (۲) آ و ت (۳) آ، ب و ت (۴) پ و ت

۷۷- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی آرایش الکترونی یکسانی دارند.
 (ب) اگر یک اتم از فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر هیدروژن را بر روی ترازو قرار دهیم، ترازو دقیقاً عدد $1amu$ را نشان می‌دهد.
 (پ) خواص فیزیکی و شیمیایی عناصری که در یک گروه از جدول تناوبی جای گرفته‌اند، مشابه است.
 (ت) در میان عناصر موجود در جدول دوره‌ای، مدل اتمی بور فقط توانست طیف نشری خطی نخستین عنصر جدول دوره‌ای را توجیه کند.
- (۱) ب و پ (۲) آ و ت (۳) آ، ب و پ (۴) آ و ب

۷۸- کدام گزینه درست است؟

- (۱) درصد حجمی هلیوم در مخلوط گاز طبیعی، با درصد فراوانی ^{235}U در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم برابر است.
 (۲) یک نمونه طبیعی از فلز دوره سوم جدول دوره‌ای که با نور سفید می‌سوزد، شامل سه ایزوتوپ است.
 (۳) در دومین لایه هواکره، روند تغییرات دما و فشار با افزایش ارتفاع هم‌سو است.
 (۴) از فراوان‌ترین گاز سازنده هواکره می‌توان در جوشکاری استفاده کرد.

۷۹- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- در طیف نشری خطی هیدروژن با کاهش طول موج، فاصله میان دو خط متوالی نیز کاهش می‌یابد.
- رنگ شعله نخستین عنصر فلزی جدول دوره‌ای قرمز است.
- فراوان‌ترین شبه‌فلز موجود در سیاره زمین، در طبیعت به شکل سیلیس (SiO_2) یافت می‌شود.
- همه فلزها می‌توانند در شرایط مناسب با گاز اکسیژن واکنش دهند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- در چه تعداد از موارد زیر دو کمیت ذکر شده با یکدیگر رابطه معکوس دارند؟

- انرژی الکترون - فاصله الکترون از هسته
- شمار پروتون‌های موجود در هسته - شمار خطوط در طیف نشری خطی در ناحیه مرئی
- میزان CO_2 موجود در هواکره - مساحت برف در نیمکره شمالی
- میزان گازهای گلخانه‌ای - دمای کره زمین

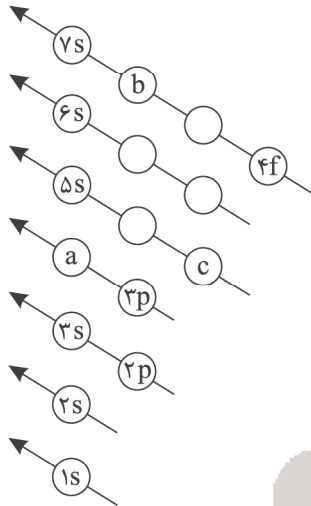
۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۸۱- کدام گزینه در ارتباط با زیرلایه‌های a، b و c در شکل زیر، نادرست است؟



(۱) زیرلایه c در عناصر دوره چهارم جدول الکترون می‌پذیرد.

(۲) زیرلایه b حداکثر گنجایش پذیرش ۶ الکترون را دارد.

(۳) آخرین زیرلایه در آرایش الکترونی تمامی عناصر دوره چهارم جدول تناوبی، زیرلایه a است.

(۴) مقدار $n+1$ برای زیرلایه‌های b و 4f یکسان است.

۸۲- عنصر A با جرم اتمی میانگین 61.3 amu دارای ۳ ایزوتوپ A_1 ، A_2 و A_3 است که فراوانی ۲ ایزوتوپ اول به ترتیب برابر ۱۰٪ و ۱۵٪ است. اگر اختلاف جرم هر دو ایزوتوپ متوالی برابر ۲ واحد باشد و اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در سبک‌ترین ایزوتوپ برابر ۲ باشد، عدد اتمی این عنصر کدام است؟

۲۸ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۴ (۱)

۸۳- شمار اتم‌های $60/8$ گرم از اکسید عنصر نیتروژن با فرمول کلی N_xO_m برابر 24×10^{23} است. شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه‌ای از این اکسید به جرم ۱۱۴ گرم، چند برابر شمار اتم‌های موجود در ۵ مول از گازی زردرنگ با خاصیت گندزدایی است؟

($N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۰/۷۵ (۴)

۱/۵ (۳)

۰/۹ (۲)

۰/۴۵ (۱)

۸۴- در یکی از لایه‌های هواکره به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا $3/4^\circ C$ کاهش می‌یابد. در صورتی که ارتفاع این لایه برابر 25 km باشد، اختلاف دمای ابتدا و انتهای لایه برابر با چند کلوین است؟

۷۹ (۴)

۳۵۲ (۳)

۸۵ (۲)

۳۵۸ (۱)

۸۵- نام و فرمول شیمیایی ترکیبات موجود در چند ردیف جدول زیر با یکدیگر مطابقت دارد؟

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی
۱	دی‌کلرو اکسید	Cl_2O
۲	پتاسیم (I) نیتريد	K_2N
۳	سیلیسیم تتراکلر	$SiCl_4$
۴	کروم (II) فسفید	Cr_3P_2
۵	اسکاندیم سولفید	Sc_3S_3

۱ (۱)

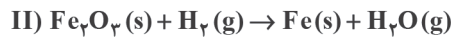
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبه

۸۶- پس از موازنه معادله واکنش‌های داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) ضرایب H_2O در معادله دو واکنش برابر هستند.

(۲) مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌های محلول در آب در واکنش (I) برابر ۱۲ است.

(۳) در معادله واکنش (II) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها برابر است.

(۴) ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده گازی در دو واکنش برابر است.

۸۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) ذرات سازنده برخی از ترکیبات شیمیایی مولکول‌ها هستند.

(ب) اگر اختلاف شمار n ها و e در ${}^A_Z X$ برابر ۷ باشد، این عنصر می‌تواند یون پایدار A^{3+} را تشکیل می‌دهد.

(پ) به طور عمده اکسیدهای سه‌اتمی عناصر نیتروژن و گوگرد، سبب ایجاد باران اسیدی می‌شوند.

(ت) گاز اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است و همواره ماده‌ای خطرناک و مضر شناخته می‌شود.

(۱) آ، ب و ت (۲) پ و ت (۳) ب و ت (۴) آ و ت

۸۸- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) گاز شهری به طور عمده از نوعی مولکول پنج اتمی تشکیل شده است.

(ب) گاز نیتروژن در صنعت کاربرد چندانی ندارد، زیرا واکنش‌پذیری آن بسیار ناچیز است.

(پ) واکنش تهیه سولفوریک اسید برخلاف نیتریک اسید، شامل چندین واکنش گازی متوالی است.

(ت) در دما و فشار ثابت، حجم یک نمونه گازی تنها به مقدار آن وابسته است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- اگر در واکنش موازنه نشده زیر، m گرم ماده $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ به طور کامل تجزیه شود و پس از انجام واکنش جرم مواد جامد موجود

در ظرف واکنش ۵۰ گرم کاهش یابد، m برابر کدام است؟ ($\text{Cr} = 52, \text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) ۱۲۶ (۲) ۱۳۲ (۳) ۲۵۲ (۴) ۲۴۱

۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند.

(۲) با گذشت زمان، شاخص امید به زندگی در مناطق توسعه یافته نسبت به مناطق کم‌برخوردار به میزان بیشتری افزایش یافته است.

(۳) خاکستر ماده‌ای مناسب برای زدودن چربی‌ها است.

(۴) با گذشت زمان، میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا کاهش یافته است.

۹۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) مولکول‌های اوره و عسل می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

(ب) ۴۰ درصد اتم‌های سازنده مولکول‌های ضدیخ را اتم‌های کربن تشکیل می‌دهند.

(پ) هگزان حلال مناسبی برای وازلین و روغن زیتون است.

(ت) نسبت شمار اتم‌ها در هر مولکول بنزین به شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار اوره برابر ۳ است.

(۱) فقط ت (۲) ب و پ (۳) ب و ت (۴) آ و ب

محل انجام محاسبه



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۴
۲۸ شهریور ۱۴۰۱



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	داریوش امیری - سینا پرهیزکار	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدیگی	داریوش امیری - مهرداد شریف
۳	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	مصطفی دیداری	داریوش امیری - مهرداد شریف
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	محمد مقدم - جواد قزوینیان	مهرداد شریف - امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی	علی شفیعی سروستانی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - سارا امیدنیا - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$2 - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow x = 0, \pm 1, \pm 2$$

دامنه، شامل ۵ عدد صحیح است.

(ریاضی دهم، صفحه ۱۰۱)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = 3x^2 + (ax^2 - 3x + abx - 3b) = (3+a)x^2 + (ab-3)x - 3b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3+a=0 \\ ab-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -3b = 3$$

$$f(2) = 3$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۱۰)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$g \circ f(x) = x^2 + 8x + 2$$

$$f(x) = t \Rightarrow g(t) = (2t-2)^2 + 8(2t-2) + 2 = 4t^2 + 8t - 10$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۷)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

محور xها را به صورت $[0, 2]$ و $[2, 4]$

و ... بازبندی می کنیم.

$$S = 2 \times 4 = 8$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$(f^{-1} \circ g)(x) = f(x) \Rightarrow g(x) = f \circ f(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{2(\frac{2x+1}{x-3}) + 1}{\frac{2x+1}{x-3} - 3} = \frac{\Delta x - 1}{-x + 10}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۷)

۶. گزینه ۲ صحیح است.

نقاط برخورد، روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.

$$f(-1) = -1 \Rightarrow \frac{-1+a}{-1+b} = -1 \Rightarrow -1+a = 1-b \Rightarrow a+b=2$$

$$f(4) = 4 \Rightarrow \frac{4+a}{4+b} = 4 \Rightarrow 4+a = 16+4b \Rightarrow a-4b=12$$

بنابراین $a=4$ و $b=-2$ ، پس $a-b=6$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

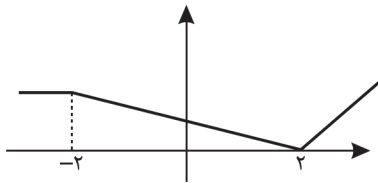
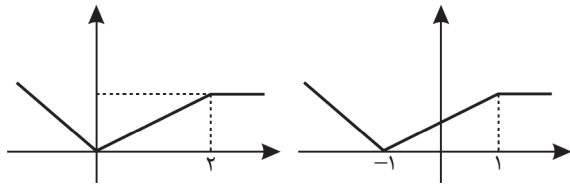
$$x - f(2x) = -3x + 6 \Rightarrow f(2x) = 4x - 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 6$$

$$y = 2x + f(x) = 4x - 6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۴)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

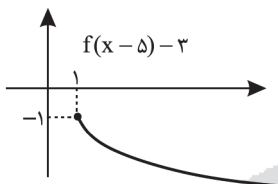
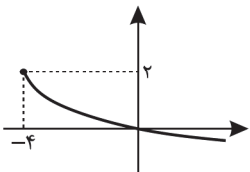


در بازه (۲, ۶) یک به یک است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۹. گزینه ۴ صحیح است.

اگر نمودار f را بیش از چهار واحد به راست و بیش از دو واحد به پایین منتقل کنیم، به ناحیه چهار منتقل می شود و محورها را قطع نمی کند.



(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f(x-3) + k = (x-3)^2 - 4(x-3) + k$$

$$= x^2 - 10x + 21 + k$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 21 + k = 2x \Rightarrow x^2 - 12x + 21 + k = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 144 - 84 - 4k = 0 \Rightarrow k = 15$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

به ترتیب زیر عمل می کنیم:

تابع	$f(x)$	$f(\frac{x}{2})$	$f(\frac{1+x}{2})$	$-f(\frac{1+x}{2})$	$2 - f(\frac{1+x}{2})$
دامنه	$[-2, 3]$	$[-4, 6]$	$[-5, 5]$	$[-5, 5]$	$[-5, 5]$
برد	$[-3, 2]$	$[-3, 2]$	$[-3, 2]$	$[-2, 3]$	$[0, 5]$

$$D \cap R = [0, 5]$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به نمودار، $a=1$ است.

$$f(x) = (x-1)^3$$

$$m = f(0) = -1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴)



۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x - 4 = \frac{(2x^3 - x - 1)q(x) + x - 1}{(x-1)(2x+1)}$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 4$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{8} - \frac{a}{8} + \frac{b}{4} - 3 = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b}{4} - \frac{a}{8} = \frac{11}{8}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 2b - a = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a - b = -6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

f تابعی صعودی اکید با دامنه \mathbb{R} است، پس:

$$f(\frac{1}{x}) - f(\frac{x}{4}) \geq 0 \Rightarrow f(\frac{1}{x}) \geq f(\frac{x}{4})$$

یعنی:

$$\frac{1}{x} \geq \frac{x}{4} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 ; x^2 \leq 4 \Rightarrow 0 < x \leq 2 \\ x < 0 ; x^2 \geq 4 \Rightarrow x \leq -2 \end{cases}$$

$$D_f = (0, 2] \cup (-\infty, -2]$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

هندسه

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 9 \\ z - 1 = 5 \Rightarrow z = 6 \\ y + z = 9 \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده این رابطه خودبه خود برقرار است.

در ماتریس مربعی C از مرتبه ۳، در درایه‌های بالای قطر اصلی $i < j$ است،

پس $[\frac{1}{j}] = 0$ و در درایه‌های پایین قطر اصلی $i > j$ و $[\frac{1}{i}] = 0$ است.

هر درایه روی قطر اصلی برابر با $x + y - z = 6 + 3 - 6 = 3$ است، پس:

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ماتریس } C, \text{ اسکالر است.}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

A و B اسکالر مرتبه ۳ با درایه‌های طبیعی اند پس:

$$A = kI \quad \text{و} \quad B = mI \Rightarrow A - B = kI - mI = I \Rightarrow (k - m)I = I$$

با توجه به این که $k, m \in \mathbb{N}$ هستند، پس:

k و m اعداد طبیعی متوالی اند.

$$k - m = 1$$

یعنی $k = n + 1$ و $m = n$ پس:

$$A = (n+1)I \quad \text{و} \quad B = nI$$

$$B - A = nI - (n+1)I = nI - nI - I = -I$$

بنابراین:

$$B - A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های $B - A$ برابر با -3 است.

دقت کنید! ساده‌تر هم حل می‌شود.

$$A - B = I \Rightarrow B - A = -I \Rightarrow B - A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۶)

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

تابع $y = x + \sqrt{x}$ در دامنه خود اکیداً صعودی است، پس یکنواست.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$R = f(3) = 3^5 - 3^5 + 9 - 3 - 1 = 5$$

$$f(x) = (x - 2)g(x) + 5$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = -2g(1) + 5 \Rightarrow -9 = -2g(1) + 5 \Rightarrow g(1) = 7$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\}$$

$$D_f = (-\infty, 2]$$

$$D_g = [-1, 2] \Rightarrow -1 \leq 1 + 2\sqrt{3-x} \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2\sqrt{3-x} \leq 2$$

بدیهی است

$$\sqrt{3-x} \leq 1 \Rightarrow 3-x \leq 1 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_{\text{gof}} = [2, 2]$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۷)

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$f^{-1}(\alpha + f^{-1}(1)) = \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \alpha + f^{-1}(1) = f(\frac{\alpha}{4})$$

$$\alpha + f^{-1}(1) = \frac{\alpha}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

از طرفی $f(1) = 1$ ، پس $f^{-1}(1) = 1$ لذا:

$$\alpha + 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

به شرطی این دو نمودار بر هم منطبق خواهند شد که

$$f(x - 4) = f(2 - x)$$

است. شرط اتحاد شدن آن این است که محور تقارن سهمی یعنی

$$x = \frac{-k}{p} \quad \text{در شرط} \quad \frac{x - 4 + 2 - x}{2} = \frac{-k}{p}$$

از توابع را نسبت به خط $x = \frac{-k}{p}$ قرینه کنیم تابع دیگر به دست آید.

$$\frac{-k}{p} = -1 \Rightarrow k = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳ و ۹)

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = f(2 - x)$$

ابتدا مساحتی که نمودار B تا محور x ها می‌سازد را به دست می‌آوریم.

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

دقت کنید هرگونه انتقال افقی در مساحت نقشی ندارد، پس ابتدا f یک

انقباض افقی با نسبت $\frac{1}{2}$ دارد و سپس یک انقباض عمودی با نسبت $\frac{1}{3}$

دارد، پس:

$$S = 3 \times \frac{1}{2} \times S_1 \Rightarrow S = \frac{3}{2} \times 4 = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰)



$$A^{11} = A^{99} \times A^2 = (-I) \times A^2 = -A^2$$

$$A^{99} + A^{11} = -I - A^2 = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -k \\ \frac{1}{k} & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & k \\ -\frac{1}{k} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ -\frac{1}{k} & -1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & -k \\ \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix} = -A$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

وقتی اتحاد مزدوج $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ برقرار است یعنی $AB = BA$ (A و B تعویض پذیر است) پس:

$$2AB + 3BA = \vec{0} \xrightarrow{AB=BA} 2AB + 3AB = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 5AB = \vec{0} \Rightarrow AB = \vec{0} \Rightarrow BA = \vec{0}$$

$$(2I + CA)(B + BA) = 2B + 2BA + CAB + CABA$$

با توجه به این که $AB = BA = \vec{0}$ است، پس:

$$(2I + CA)(B + BA) = 2B$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۱)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

برای به دست آوردن ماتریس A، طرفین تساوی داده شده را از سمت چپ

در وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ یعنی $\frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ضرب می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \times} A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & 4 \\ -1 & ? \end{bmatrix}$$

پس جمع درایه های قطر فرعی A برابر با $4 - 1 = 3$ است.

توجه کنید! فقط درایه های قطر فرعی A مورد نظر است، پس نیازی به محاسبه درایه های قطر اصلی نیست.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

ماتریس A وارون پذیر نیست، پس دترمینان A برابر صفر است.

$$|A| = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) - m(m+3) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - m + 2m - 2 - m^2 - 3m = 0 \Rightarrow -2m = 2$$

$$\Rightarrow m = -1$$

حالا که $m = -1$ شد، دستگاه داده شده به شکل $\begin{cases} -x + y = 0 \\ x - y = -6 \end{cases}$ در

می آید.

با توجه به اینکه $\frac{-1}{-1} = \frac{0}{-6} \neq \frac{0}{-6}$ است، دستگاه شامل دو خط موازی و

فاقد جواب است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۶)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

ماتریس $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ یک ماتریس 3×1 است و در A ضرب شده و حاصل ضربیک ماتریس 3×3 شده، پس ماتریس A از مرتبه 1×3 است.با فرض $A = [x \ y \ z]$ داریم:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} [x \ y \ z] = \begin{bmatrix} -2x & -2y & -2z \\ x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & -2 \\ -1 & c & d \\ e & 6 & f \end{bmatrix}$$

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B = [m \ m+1 \ m+2]$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [m \ m+1 \ m+2] = \begin{bmatrix} m & m+1 & m+2 \\ m & m+1 & m+2 \\ m & m+1 & m+2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های BA برابر ۲۷ است، پس:

$$3(3m+3) = 27 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow B = [2 \ 3 \ 4]$$

بنابراین:

$$BA = [2 \ 3 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [2+3+4] = [9]$$

دقت کنید! چون در BA صحبت مجموع درایه ها می باشد، درایه های A همگی یک هستند، به همین خاطر فرق نمی کند که درایه های ماتریس B چگونه چیده شود.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۷)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

برای به دست آوردن سطر سوم ماتریس A کافی است سطر سوم ماتریس اول را در دو ماتریس بعدی ضرب کنیم.

$$A \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های سطر سوم ماتریس A برابر با $3 = 7 + 1 - 5$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۸، سؤال ۱۴۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

با استفاده از ویژگی های ضرب ماتریس ابتدا از ماتریس A از سمت چپ فاکتور می گیریم.

$$(A \times B) + (A \times C) = A \times (B + C)$$

$$B + C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

برای یافتن درایه سطر سوم و ستون اول ماتریس $A \times (B + C)$ کافی است سطر سوم ماتریس A را در ستون اول ماتریس $B + C$ ضرب کنیم.

$$[2 \ -1] \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = 6 - 1 = 5$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۹)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -k \\ \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -k \\ \frac{1}{k} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ \frac{1}{k} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -k \\ \frac{1}{k} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{99} = (A^2)^{49} = (-I)^{49} = -I^{49} = -I$$



پس:

$$\begin{cases} -2z = -2 \Rightarrow z = 1 \\ x = -1 \\ 3y = 6 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2y = -4 \\ c = y = 2 \\ d = z = 1 \\ e = 3x = -3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{vmatrix} e & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 - (-8) = 5$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۲۷)

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

گزاره (الف) نادرست است. باید ذکر شود A و B ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه هستند.

گزاره (ب) نادرست است. به عنوان مثال $\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$ ولیماتریس‌های $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ برابر نیستند.

گزاره (ج) درست است. زیرا:

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{برحسب سطر سوم}} 2(-1)^6 \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 2(12 - 10) = 4$$

گزاره (د) نادرست است.

زیرا $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است اما وارون‌پذیر نیست. (چون دترمینان ماتریس صفر است.)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$|B| = 14 - 15 = -1, B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

طرفین رابطه $A + B = -2AB$ را ابتدا از چپ در A^{-1} و سپس از راست در B^{-1} ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A + B = -2AB &\xrightarrow{A^{-1} \times} A^{-1}A + A^{-1}B = -2A^{-1}AB \\ \Rightarrow I + A^{-1}B = -2B &\xrightarrow{\times B^{-1}} IB^{-1} + A^{-1}BB^{-1} = -2BB^{-1} \\ \Rightarrow B^{-1} + A^{-1} = -2I &\Rightarrow A^{-1} = -2I - B^{-1} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$A^{-1} = -2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1}| = 36 - 15 = 21$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} A + B = -2AB &\xrightarrow{A^{-1} \times} I + A^{-1}B = -2B \\ \Rightarrow A^{-1}B = -2B - I &= \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 14 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 10 & 13 \end{bmatrix} \\ \text{با دترمینان گرفتن از طرفین تساوی فوق داریم:} & \\ |A^{-1}B| = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 10 & 13 \end{vmatrix} &= |A^{-1}| \times (-1) = 39 - 60 = -21 \\ \Rightarrow |A^{-1}| = 21 & \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۳، ۲۷ و ۳۱)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم اگر A و B ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه باشند آنگاه $|AB| = |A||B|$ و همچنین اگر $A = B$ باشد آنگاه $|A| = |B|$ است. بنابراین کفایت از طرفین تساوی ماتریسی داده‌شده دترمینان بگیریم.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 7 & 9 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -3I$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 7 & 9 & 2 \end{bmatrix} |A| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = |-3I|$$

$$\Rightarrow 8|A| = (-3)^3 |I| \xrightarrow{|I|=1} |A| = \frac{-27}{8}$$

در نتیجه: $|2A| = 2^3 |A| = 8 \times \frac{-27}{8} = -27$

دقت کنید! عدد از دترمینان بیرون بیاید به توان مرتبه ماتریس می‌رسد. (هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا $|B|$ را برحسب سطر دوم به دست می‌آوریم.

$$|B| = 1(-1)^2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1(-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 4 = -3$$

اکنون فرض کنیم ماتریس اسکالر A به صورت زیر باشد:

$$A = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = m^3$$

از طرف دیگر بنا بر فرض سوال داریم:

$$|A| = -3|B| \Rightarrow m^3 = -3|B| \Rightarrow m^3 = -3(-3) = -27 \Rightarrow m = -3$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر با $3m = -9$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم اگر ماتریس A از مرتبه 3×3 باشد، آنگاه $|KA| = |K|^3 |A|$ و همچنین $|A^n| = |A|^n$ و $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ است.

$$|-|A^{-1}||A^3| = (-|A^{-1}|)^3 |A^3| = \frac{-1}{|A|^3} |A|^3 = -1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

ریاضیات گسسته

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

مثال نقض باید در فرض درست دربیاید اما حکم را رد کند، پس کافی است دو عدد که یکی اول و دیگری غیراول است پیدا کنیم که مجموع آنها مربع کامل باشد که فقط گزینه ۲ این شرایط را دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

در روش برهان خلف، خلاف حکم را در نظر گرفته و به تناقض با فرض یا امر بدیهی می‌رسیم. خلاف حکم یعنی فرض می‌کنیم $a < 0$ بوده

$$\text{ولی } a + \frac{1}{a} > -2 \text{ باشد. داریم:}$$

$$a + \frac{1}{a} > -2 \xrightarrow{\times a} a^2 + 1 < -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 < 0 \Rightarrow (a+1)^2 < 0$$

رابطه آخر همواره نادرست است (تناقض) پس خلاف حکم نادرست و خود حکم درست است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)



۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر $a^k - b^k \mid a^n - b^n$ آنگاه n بر k بخش پذیر است (تمام متغیرها طبیعی هستند)

$$31 = 2^5 - 1 \mid 2^{2n+1} - 1 \Rightarrow 5 \mid 2n + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 25 \mid 4n^2 + 4n + 1$$

$$\searrow 25 \mid 10n + 5$$

سمت راست دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$25 \mid 4n^2 + 14n + 6$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$288 = 2^5 \times 3^2 \Rightarrow n = 3^3 \times 3 \times k = 24k$$

دقت کنید n حداقل باید دارای عامل‌های 3^2 و 3 باشد تا n^2 دارای عامل 3^5 و 3^2 باشد، حالا داریم:

$$100 \leq 24k < 1000 \Rightarrow \frac{100}{24} \leq k < \frac{1000}{24} \Rightarrow 4 \leq k \leq 41$$

پس $37 = 41 - 5 + 1$ عدد سه رقمی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$a = 27q + r$$

$$0 \leq r < 27$$

$$a + 125 = 27(7) + 23 \Rightarrow a = 87$$

$$\Rightarrow 87 = 27q + r \begin{cases} q = 3 \Rightarrow 87 - 3 = 84 \\ r = 6 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 7q + 1 \\ 2a = 11q' + 5 \Rightarrow 2(7q + 1) = 11q' + 5 \\ 14q + 2 = 11q' + 5 \quad (*) \end{cases}$$

از طرفی $|q - q'| = 12$ پس دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$(1) \quad q - q' = 12 \quad \text{پس } q = q' + 12 \quad \text{با جایگذاری در } (*): \text{ داریم:}$$

$$14(q' + 12) + 2 = 11q' + 5 \Rightarrow 3q' = -165 \Rightarrow q' = -\frac{165}{3} = -55$$

$$(2) \quad q' - q = 12 \quad \text{پس } q' = q + 12 \quad \text{با جایگذاری در } (*): \text{ داریم:}$$

$$14q + 2 = 11(q + 12) + 5 \Rightarrow 3q = 135 \Rightarrow q = 45$$

چون a طبیعی است فقط حالت دوم قابل قبول است، پس:

$$a = 7(45) + 1 = 316 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 10$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر $(a, b) = d$ باشد $d \mid a$ و $d \mid b$ پس $d \mid a + b$ پس $(a, b) = d \mid (a + b)$. همچنین $d \mid [a, b]$ پس ب.م.م این دو عدد برابر d می‌شود، پس $d = 6$. حال $dq_1 = a$ و $dq_2 = b$ پس:

$$(6q_1)^2 - (6q_2)^2 = 36(q_1^2 - q_2^2)$$

حاصل باید مضرب ۳۶ باشد که در بین گزینه‌ها فقط 108 این ویژگی را دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به ویژگی ب.م.م داریم:

$$\begin{cases} n-1 \mid 7n+3 \\ n-1 \mid 18 \end{cases}$$

و داریم $n-1 > 0$ می‌باشد.

رابطه کمکی می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} n-1 \mid 7n+3 & \xrightarrow{\text{که}} n-1 \mid 10 \\ n-1 \mid 7(n-1) & = 7n-7 \end{aligned}$$

پس $n-1$ باید مقسوم‌علیه 10 و 18 باشد یعنی:

$$n-1=1 \Rightarrow n=2 \quad \checkmark$$

$$n-1=2 \Rightarrow n=3 \Rightarrow (24, 18) = 6 \quad (\text{صدق نمی‌کند})$$

دقت کنید که چون روابط یک‌طرفه هستند جواب‌های آخر باید بررسی شوند که آیا در رابطه اولیه صدق می‌کنند یا خیر.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

از طرفی داریم:

$$(a-2)^{1400} (a+2)^{1400} = (a^2-4)^{1400} = ((4k+1)-4)^{1400}$$

$$= (16k^2 + 8k + 1 - 4)^{1400} \equiv (0 + 0 + (-3))^{1400} = 3^{1400}$$

$$3^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 700} 3^{1400} \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

مجموعه $[a]_m$ شامل اعدادی است که در تقسیم بر m باقیمانده a دارند. $181 \equiv 20 \pmod{m}$ بنابراین:

$$m \mid 181 - 20 = 161 = 7 \times 23$$

اگر $m = 7$ یا 161 باشد $mx + 7y$ مضرب 7 می‌شود در صورتی که عدد 1 مضرب 7 نیست، پس فقط $m = 23$ می‌تواند باشد. از طرفی باقیمانده دو عدد 20 و 181 بر 23 همان 20 است، پس $a = 20$ کافی است باقیمانده تقسیم 23^{20} را بر 23 پیدا کنیم.

$$23^{20} \equiv (-3)^{20} = 3^{20}$$

$$3^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 10} 3^{20} \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

باقیمانده هر عدد در تقسیم بر 4 به صورت $0, 1, 2$ یا 3 است، پس هر عدد صحیح k دقیقاً در یکی از هم‌نهشتی‌های $k \equiv 0, k \equiv 1, k \equiv 2, k \equiv 3 \pmod{4}$

صدق می‌کند. از طرفی داریم:

$$k \equiv 5 \pmod{4} \text{ و } 2k \equiv 6 \pmod{4} \xrightarrow{(\cdot 2, \div 2)} k \equiv 3 \pmod{4}$$

$$7k \equiv 0 \pmod{4} \xrightarrow{(\cdot 7, \div 7)} k \equiv 0 \pmod{4}$$

پس هم‌نهشتی $k \equiv m$ باید طوری باشد که باقیمانده m بر 4 برابر 2 باشد $94 \equiv 2 \pmod{4}$ پس گزینه ۳ درست است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)



اگر ۳۰ روز جلو برویم به اول آبان می‌رسیم یعنی:

$$۳۰ + ۶ \equiv ۱ \rightarrow \text{اول آبان دوشنبه}$$

$$۳۰ + ۱ \equiv ۳ \rightarrow \text{اول آذر چهارشنبه}$$

$$۳۰ + ۳ \equiv ۵ \rightarrow \text{اول دی جمعه}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

فیزیک

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = 9t^2 - 36t + 36 = 0 \Rightarrow 9(t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

در این لحظه به مکان صفر می‌رسد ولی بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

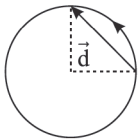
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$L = v \cdot \Delta t = 6 \times 2 = 12m$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 8 = 48m$$

$$\text{تعداد دور} = N = \frac{L}{\text{محیط}} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$



$$d = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}m$$

$$\frac{d}{L} = \frac{r\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ و ۳)

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ مکان اولیه مهم است.

(ب) نادرست؛ چون سرعت همواره مثبت است و تغییر علامت نداده است.

(ج) درست؛ چون $\Delta v < 0$ شده است.

(د) نادرست؛ ابتدا تندشونده سپس کندشونده است.

(ه) نادرست؛ چون مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت است، جابه‌جایی با مسافت برابر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۲)

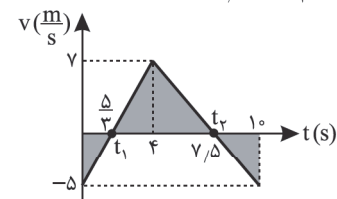
۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$v_s = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_f = 3 \times 4 - 5 = 7 \frac{m}{s}$$

$$0 = 3t_1 - 5 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{3}s$$

$$v_{1s} = -2 \times 6 + 7 = -5 \frac{m}{s}$$

$$0 = -2 \times \Delta t + 7 \Rightarrow \Delta t = 3.5s \Rightarrow t_2 = 7.5s$$



مدت زمانی که در جهت مثبت حرکت می‌کند، بازه زمانی است که در آن سرعت مثبت است.

$$\Delta t = 7.5 - \frac{5}{3} = \frac{15}{2} - \frac{5}{3} = \frac{45-10}{6} = \frac{35}{6}s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۲۰)

۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

رقم یکان هر عدد برابر است با باقیمانده تقسیم آن عدد بر ۱۰.

$$n = 1 \rightarrow 1! \equiv 1$$

$$n = 2 \rightarrow 1! + 2! \equiv 3$$

$$n = 3 \rightarrow 1! + 2! + 3! \equiv 9$$

$$n = 4 \rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 \equiv 3$$

اما اگر $n \geq 5$ باشد.

$$A = 1! + 2! + 3! + 4! + \underbrace{5! + \dots}_{\text{هم‌نهیست صفر}} \equiv 3$$

پس رقم یکان برابر ۱ یا ۳ یا ۹ می‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$[a, b] = \frac{|ab|}{(a, b)} \text{ همچنین } ca \equiv cb \pmod{d} \rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{d}{(c, m)}}$$

۱) $(d, ab) = d$ چون $d | ab$ پس پیمانه را نیز باید به d تقسیم کنیم یعنی رابطه $x \equiv y \pmod{\frac{ab}{d}}$ درست است.

$$۲) [a, b] = \frac{ab}{(a, b)} \text{ پس رابطه } x \equiv y \pmod{[a, b]} \text{ درست است.}$$

۳) به جای پیمانه می‌توانیم مقسوم‌علیه‌های آن را قرار دهیم چون $d | [a, b]$ پس رابطه سوم هم درست است.

پس دو تا از روابط درست هستند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۲)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

باقیمانده دو عدد بر ۹۹ یکسان است، پس دو عدد به پیمانه ۹۹ و مقسوم‌علیه‌های آن یعنی ۹ و ۱۱ نیز هم‌نهیست هستند:

$$\overline{a \delta b + c} \equiv \overline{a \delta b c}$$

$$\Rightarrow \overline{b - \delta + a + c} \equiv \overline{c - b + \delta - a} \Rightarrow 2a + 2b \equiv 10$$

$a + b = 5$	a	b	
$\Rightarrow a + b \equiv 5$	5	0	
	4	1	
	9	7	2
	7	9	2
	8	8	4

$$\overline{a \delta b + c} \equiv \overline{a \delta b c} \Rightarrow a + \delta + b + c \equiv a + \delta + b + c$$

چون c مقادیر ۰، ۱، ۲، ...، ۹ را می‌تواند انتخاب کند، پس برای هر a و b ده مقدار دارد، پس ۸۰ عدد یافت می‌شود.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

در ماه‌های ۳۰ روزه فقط در صورتی که روز اول یا دوم ماه یکشنبه باشد آن ماه دارای ۵ تا یکشنبه می‌شود (در غیر این صورت ۴ تا یکشنبه دارد) روز اول هر ماه را به دست می‌آوریم:

$$6 = 1 + 5 + 1 \equiv 7 \pmod{7} \rightarrow 4 \times 3 + 3 = 15 \rightarrow 15 - 3 = 12$$

اول مهرماه
↑
تا انتهای اردیبهشت
تا انتهای تابستان

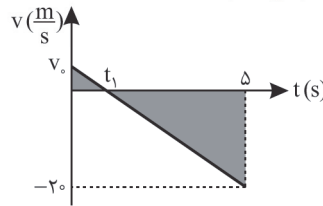
روز اول مهر شنبه و روز دوم مهر، یکشنبه است، پس همین گزینه درست است.



پایه دوازدهم . آزمون ۴ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



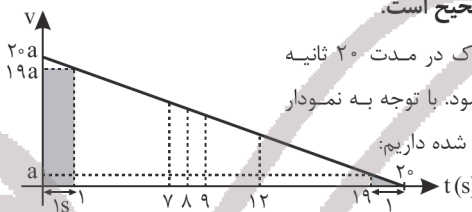
$$\begin{aligned} 0 < t < \Delta t \\ \Rightarrow \bar{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-40}{5} = -8 \frac{m}{s} \\ \bar{v} &= \frac{v_0 + v_f}{2} \\ \Rightarrow -8 &= \frac{-20 + v_0}{2} \\ \Rightarrow v_0 &= 4 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

با تشابه دو مثلث هاشورخورده داریم:

$$\frac{v_0}{t_1} = \frac{20}{5-t_1} \Rightarrow \frac{4}{t_1} = \frac{20}{5-t_1} \Rightarrow 5t_1 = 5-t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{6} s$$

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

چون متحرک در مدت ۲۰ ثانیه متوقف می‌شود. با توجه به نمودار $v-t$ رسم شده داریم:



$$\begin{aligned} t=0 &\Rightarrow v=20a \\ t=1s &\Rightarrow v=19a \\ t=19s &\Rightarrow v=a \\ t=20s &\Rightarrow v=0 \end{aligned}$$

$$\text{در ثانیه اول: } \Delta x_1 = \frac{19a + 20a}{2} = \frac{39}{2} a$$

$$\text{در ثانیه آخر: } \Delta x_2 = \frac{a + 0}{2} = \frac{1}{2} a$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{39}{2} a}{\frac{1}{2} a} = 39$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

چون حرکت روی خط راست با سرعت $v = -5 \frac{m}{s}$ است. تندی

متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت و برابر $5 \frac{m}{s}$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 6s$ داریم:

$$v_2 = 0, v_6 = ?$$

$$\Delta t = 4s$$

$$\Delta x = \left(\frac{v_2 + v_6}{2} \right) \Delta t \Rightarrow -20 = \left(\frac{v_6 + 0}{2} \right) \times 4$$

$$v_6 = -10 \frac{m}{s}$$

پس در $t = 6s$ تندی $10 \frac{m}{s}$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۵۹. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا جابه‌جایی هر یک از متحرک‌ها از لحظه ترمز تا توقف کامل را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow \begin{cases} 0 - 40^2 = 2a \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = -\frac{800}{a} \\ 0 - 60^2 = 2 \times 3a \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{600}{a} \end{cases}$$

حاصل جمع جابه‌جایی‌ها برابر با $1120m$ می‌شود:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 1120 \Rightarrow -\frac{800}{a} - \frac{600}{a} = 1120$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1400}{1120} \Rightarrow a = -\frac{5}{4} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از سرعت نسبی به راحتی مسئله حل می‌شود.

$$v_{\text{نسبی}} = v_A - v_B$$

$$v_{\text{نسبی}} = 0$$

$$a_{\text{نسبی}} = a_A$$

$$\Delta x = x_B - x_A = -18m$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow -18 = \frac{0 + v_{\text{نسبی}}}{2} \times 3 \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = -12 \frac{m}{s} = v_A - v_B$$

دقت کنید $v_A < 0$ و $v_B > 0$ است، پس $v_A - v_B < 0$ است.

راه حل دوم:

در $t = 3s$ سرعت و مکان دو متحرک یکسان است.

$$x_A = 5m \quad t = 3s \Rightarrow v_A = v_B = v_B$$

$$x_B = -13m \quad t = 3s \Rightarrow v_A = v_B = v_B$$

دقت کنید حرکت متحرک B یکنواخت و حرکت متحرک A با شتاب ثابت انجام شده است.

$$\Delta x_B = v_B t \quad t = 3s \Rightarrow x - (-13) = v_B \times 3$$

$$\Delta x_A = \left(\frac{v_A + v_0}{2} \right) t \quad t = 3s, v_A = v_B \Rightarrow x - 5 = \left(\frac{v_B + v_0}{2} \right) \times 3$$

اگر دو معادله بالا را از هم کم کنیم، داریم:

$$13 - (-5) = 3v_B - 3 \left(\frac{v_B + v_0}{2} \right)$$

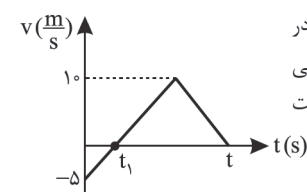
$$18 = 3 \left(v_B - \frac{v_B + v_0}{2} \right) \Rightarrow 6 = \frac{v_B - v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_B - v_0 = 12 \Rightarrow v_0 - v_B = -12 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۷)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

متحرک در بازه زمانی $(t_1 - t)$ در جهت محور و در محور بازه زمانی $(0 - t_1)$ خلاف جهت محور حرکت می‌کند.



$$\begin{cases} \bar{v}_{t_1-t} = \frac{10 \times (t-t_1)}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s} \\ \bar{v}_{0-t_1} = \frac{5 \times t_1}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{v}}{S} = \frac{5}{2,5} = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۹)



۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-40}{8} = -5 \frac{m}{s}$$

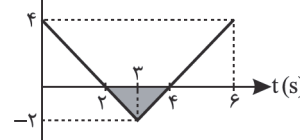
مسافت طی شده بین دو عبور متوالی از ۱۵ متری مبدأ ۳۰ متر است.

$$L = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{30}{5} = 6s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۰)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$v \left(\frac{m}{s} \right)$$



$$t = 0 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$t = 2s \Rightarrow v = 4 - 2 \times 2 = -2 \frac{m}{s}$$

$$t = 6s \Rightarrow v = -2 + 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$2 < t < 4 \Rightarrow |\Delta x| = S = \left| \frac{-2 \times 2}{2} \right| = |-2m| = 2m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = 90 \frac{km}{h} = 25 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = 25 \times 20 = 500m$$

$$L = 800 - 500 = 300m$$

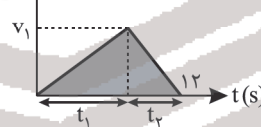
مسافتی که طول قطار کاملاً روی پل است.

$$L = v\Delta t \Rightarrow 300 = 25\Delta t \Rightarrow \Delta t = 12s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$v \left(\frac{m}{s} \right)$$



$$\frac{v_1}{t_1} = 4 \quad \text{و} \quad \frac{v_1}{t_2} = 8 \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

$$t_1 + t_2 = 12s \quad \text{و} \quad t_1 = 2t_2 \Rightarrow t_1 = 8s \quad \text{و} \quad t_2 = 4s$$

$$\frac{v_1}{t_1} = 4 \Rightarrow v_1 = 8 \times 4 = 32 \frac{m}{s}$$

$$\bar{S} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{(12 \times 32)}{12} = 32 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} x = -t^2 + 16t - 32 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 16 \frac{m}{s}, x_0 = -32m \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 16 \Rightarrow t = 8s$$

$$t = 8s \Rightarrow x = -2 \times 64 + 16 \times 8 - 32$$

$$x = -128 + 128 - 32 = -32m$$

$$\text{فاصله تا مبدأ: } L = |x| = 32m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

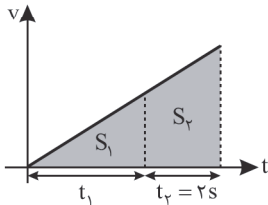
۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-13 - 8/9}{5/7 - 2/3} = -3 \frac{m}{s}$$

چون سرعت ثابت است پس تندی متوسط در تمام بازه‌های زمانی با تندی لحظه‌ای یکسان است. دقت کنید تندی عددی مثبت است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.



ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. می‌دانیم مساحت زیر این منحنی در یک بازه زمانی جابه‌جایی در آن بازه زمانی است.

$$S_1 = 256 - 112 = 144$$

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2} \right)^2 \Rightarrow \frac{144}{256} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2} \right)^2 \Rightarrow \frac{12}{16} = \frac{t_1}{t_1 + 2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{t_1}{t_1 + 2} \Rightarrow 3t_1 = 3t_1 + 6 \Rightarrow t_1 = 6s$$

$$\Rightarrow t_{\text{کل}} = 6 + 2 = 8s$$

$$S_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{256}{8} = 32 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از سرعت نسبی، مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = 500m$$

$$v_{\text{نسبی}} = 20 - 25 = -5 \frac{m}{s}$$

$$a_{\text{نسبی}} = a - 0 = a$$

$$v_{\text{نسبی}} = 50 - 25 = 25 \frac{m}{s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 25^2 - (-5)^2 = 2a \times 500 \Rightarrow a = 0.6 \frac{m}{s^2}$$

راه حل دوم:

$$v_A = 25 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 20 \frac{m}{s}, v_B = 50 \frac{m}{s}$$

$$(1) \Delta x_B = \left(\frac{v_B + v_{B0}}{2} \right) t = \left(\frac{50 + 20}{2} \right) t = 35t$$

$$(2) \Delta x_A = v_A t = 25t$$

$$(3) \Delta x_B = \Delta x_A + 500 \Rightarrow 35t = 25t + 500 \Rightarrow t = 50s$$

$$(4) a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 - 20}{50} = \frac{30}{50} = 0.6 \Rightarrow a = 0.6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

چون سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم ($4 < t < 6$) صفر است، پس در $t = 5s$ سرعت متحرک صفر است.

$$0 < t < 5 \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2 \times 5 + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_0| = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)



پایه دوازدهم . آزمون ۴ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های آ و ت صحیح هستند.
 بررسی عبارت‌های نادرست:
 (ب) الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته اتم حضور می‌یابد.
 (پ) با تعریف amu ، شیمی‌دان‌ها موفق شدند جرم اتمی دیگر عنصرها و همچنین جرم ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۴، ۲۴ و ۲۷)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های ب و پ نادرست هستند.
 (ب) ترازو عدد $1.08 amu$ را نشان می‌دهد.
 (پ) تنها خواص شیمیایی عنصرهایی که در یک گروه از جدول تناوبی جای گرفته‌اند، مشابه است.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۱۲، ۱۴ و ۲۴)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:
 (۱) حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد، در حالی که فراوانی U^{235} در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های آن از ۰.۷ درصد کمتر است.
 (۲) یک نمونه طبیعی از فلز منیزیم شامل سه ایزوتوپ Mg^{24} ، Mg^{25} و Mg^{26} است.
 (۳) برخلاف لایه اول، در دومین لایه هواکره با افزایش ارتفاع، دما افزایش می‌یابد و در تمامی لایه‌های هواکره با افزایش ارتفاع، فشار کاهش می‌یابد.
 (۴) فراوان‌ترین گاز سازنده هواکره نیتروژن است، در حالی که از گازهای نجیب He و Ar می‌توان در جوشکاری استفاده کرد.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۸ و ۴۷ تا ۵۱)

۷۹. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های اول، دوم و سوم صحیح هستند.
 • با توجه به طیف نشری خطی هیدروژن صحیح است.
 • نخستین عنصر فلزی جدول دوره‌ای لیتیم است که رنگ شعله آن قرمز است.
 • عنصر سیلیسیم (Si) فراوان‌ترین شبه‌فلز موجود در سیاره زمین است که به شکل سیلیس (SiO_2) در طبیعت وجود دارد.
 • اغلب فلزها در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۳، ۲۲، ۲۷، ۵۳ و ۵۶)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی موارد:
 • انرژی الکترون با افزایش فاصله آن از هسته افزایش می‌یابد.
 • دو کمیت ذکر شده رابطه‌ای با یکدیگر ندارند.
 • با افزایش میزان CO_2 موجود در هواکره، مساحت برف در نیمکره شمالی کاهش می‌یابد.
 • با افزایش میزان گازهای گلخانه‌ای، دمای کره زمین نیز افزایش می‌یابد.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۲۲، ۲۶ و ۶۷ تا ۶۹)

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

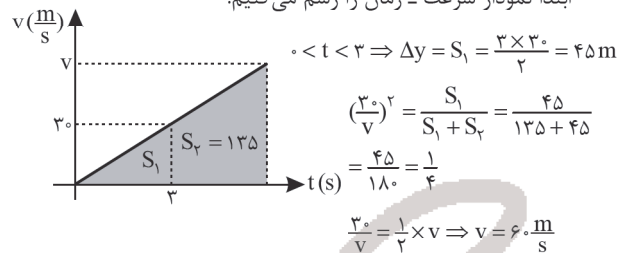
حرکت شتاب ثابت است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta^2 - (-3)^2 = 2 \times (1) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 8m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر کل زمان حرکت t فرض شود، زمان طی ۸۱ درصد اول مسیر $t - 0.6$ است. با استفاده از رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ داریم:

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \\ 0.81h = \frac{1}{2}g(t-0.6)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1.0}{81} = \frac{t^2}{(t-0.6)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t}{t-0.6} \Rightarrow 9t = 10t - 6 \Rightarrow t = 6s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر سرعت برخورد به زمین v باشد، دو ثانیه قبل سرعت $v - 20$ خواهد بود.

$$v_{av} = \frac{v + v - 20}{2} = 35 \Rightarrow v = 45 \frac{m}{s}$$

$$v^2 - 0 = 2g\Delta y \Rightarrow \Delta y = h = \frac{45 \times 45}{20} = 101.25m \Rightarrow h \approx 100m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا سرعت را در لحظات داده شده محاسبه می‌کنیم. با توجه به این که

$$a = g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 1s \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 2s \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

$$t = 4s \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

$$0 < t < 1s \Rightarrow v_{av_1} = \frac{0+10}{2} = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v_{av_1}}{v_{av_2}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$2s < t < 4s \Rightarrow v_{av_2} = \frac{20+40}{2} = 30 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

زیرلایه‌های a, b و c به ترتیب ۴s, ۶p و ۳d هستند.
در دوره چهارم جدول تناوبی، در آرایش الکترونی عناصر گروه‌های ۱ تا ۱۲، آخرین زیرلایه ۴s است، در حالی که در آرایش الکترونی عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ آخرین زیرلایه ۴p است.
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) زیرلایه ۳d در دوره چهارم جدول تناوبی الکترون می‌پذیرد.
(۲) حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه ۶p برابر ۶ است.
(۴)

$$6p: n+1=6+1=7$$

$$4f: n+1=4+3=7$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اطلاعات سؤال، ایزوتوپ‌های این عنصر به صورت زیر است:

$$A_1: M_1 = x, F_1 = 10\%$$

$$A_2: M_2 = x+2, F_2 = 15\%$$

$$A_3: M_3 = x+2+2 = x+4, F_3 = 75\%$$

اکنون با توجه به رابطه زیر، جرم سبک‌ترین ایزوتوپ را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_3 - M_1)$$

$$61.3 = x + \frac{15}{100}(2) + \frac{75}{100}(4) \Rightarrow x = 58 \text{ amu}$$

$$\Rightarrow n+p = 58$$

از طرفی می‌دانیم $n-p=2$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n+p=58 \\ n-p=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=30 \\ p=28 \end{cases}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

قسمت اول: ابتدا باید m را تعیین کنیم:

$$? \text{اتم} = 60.8 \text{ g } N_2O_m \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_m}{(28+16m) \text{ g } N_2O_m} \times \frac{(2+m) \text{ اتم}}{1 \text{ mol } N_2O_m}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = 24.08 \times 10^{23} \Rightarrow m = 3$$

قسمت دوم: اکنون نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.

دقت داشته باشید که گاز کلر (Cl_2) زرد رنگ بوده و دارای خاصیت گندزدایی است.

$$? O \text{ اتم} = 114 \text{ g } N_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_3}{76 \text{ g } N_2O_3} \times \frac{3 \text{ mol O اتم}}{1 \text{ mol } N_2O_3} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol O اتم}} = 4.5 N_A$$

$$? Cl \text{ اتم} = 5 \text{ mol } Cl_2 \times \frac{2 \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol } Cl_2} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = 10 N_A$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{4.5 N_A}{10 N_A} = 0.45$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ و ۴۰)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

تغییرات دما برحسب ارتفاع در این لایه از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$T_2 = T_1 - 3/4 h \Rightarrow T_1 - T_2 = 3/4 \times 25 = 18.75 \text{ K}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

نام صحیح ترکیب‌ها به صورت زیر است:

Cl_2O : دی‌کلرو مونوکسید

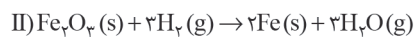
K_2N : پتاسیم نیتريد

$SiCl_4$: سیلیسیم تتراکلريد

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) بسیاری از ترکیب‌های شیمیایی در ساختار خود هیچ یونی ندارند و ذره‌های سازنده آنها مولکول‌ها هستند.

(ب)

$$\begin{cases} n+p=65 \\ n-p=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=36 \\ p=29 \end{cases}$$

عنصر با عدد اتمی ۲۹ فلز مس است که یون‌های پایدار Cu^{2+} و Cu^+ تشکیل می‌دهد.

(ت) گاز اوزون در لایه تروپوسفر نقش آلاینده‌ای خطرناک و مضر دارد، در حالی که در لایه استراتوسفر دارای نقش مفید و محافظتی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۴۰، ۵۴، ۶۰ و ۷۵)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های دوم و سوم نادرست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• هر چند گاز نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، اما امروزه در صنعت مواد گوناگونی از آن تهیه می‌کنند.

• واکنش تهیه سولفوریک اسید و نیتریک اسید شامل چندین واکنش گازی متوالی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۸۴)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



کاهش جرم به علت تولید ۱ مول $(28 \text{ g}) N_2(g)$ و ۴ مول $(4 \times 18 = 72 \text{ g}) H_2O(g)$ است.

$$? \text{ g } (NH_4)_2Cr_2O_7 = 50 \text{ g کاهش جرم} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7}{100 \text{ g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{252 \text{ g } (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7} = 126 \text{ g } (NH_4)_2Cr_2O_7$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

با گذشت زمان میزان افزایش شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار نسبت به نواحی برخوردار و توسعه یافته بیشتر بوده است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱ تا ۳)



۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های ب و ت نادرست است.

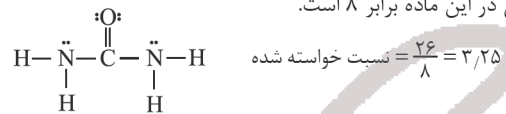
بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) فرمول مولکولی اتیلن گلیکول (ضدیخ) به صورت $C_2H_6O_2$ است که درصد اتم‌های کربن در آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\%C = \frac{\text{تعداد اتم‌های C}}{\text{تعداد کل اتم‌ها}} \times 100 = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

(ت) فرمول مولکولی بنزین به صورت C_8H_{18} بوده و هر مولکول آن دارای ۲۶ اتم است.

با توجه به ساختار لوویس اوره $(CO(NH_2)_2)$ شمار پیوندهای اشتراکی در این ماده برابر ۸ است.



(شیمی دوازدهم، صفحه ۴)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها نور را پخش می‌کنند و در نتیجه مسیر عبور نور در آنها قابل رؤیت است، در حالی که محلول‌ها نور را از خود عبور می‌دهند.

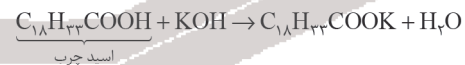
کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها، مخلوط‌هایی ناهمگن هستند.

ذره‌های سازنده کلوئیدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۷)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول کلی پاک‌کننده مورد نظر به صورت $R-\overset{\text{O}}{\parallel}{C}-OK$ می‌باشد که با توجه به صورت سؤال در بخش ناقطبی خود دارای ۲ پیوند دوگانه بوده و در نتیجه فرمول مولکولی آن $C_{18}H_{33}COOK$ است. معادله واکنش تولید این پاک‌کننده به صورت زیر است:



$$0,25 \text{ mol} = \frac{\text{اسید چرب}}{1 \text{ mol}} \times \frac{\text{صابون}}{232 \text{ g}} \times 83 \text{ g} = \text{صابون چرب} \text{ mol} ?$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

تنها عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

● جوهرنمک و سفیدکننده‌ها نوعی پاک‌کننده خورنده محسوب می‌شوند. این نوع پاک‌کننده‌ها افزون بر برهم‌کنش بین ذره‌ای، با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی نیز می‌دهند.

● در واکنش ذکر شده گاز هیدروژن (H_2) تولید می‌شود.

● پاک‌کننده‌های خورنده می‌توانند خاصیت اسیدی و یا بازی داشته باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های آ و ب درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) صابون‌های مایع می‌توانند نمک آمونیوم اسیدهای چرب ($RCOONH_4$) باشند که در این صورت فاقد اتم فلزی در ساختار خود هستند.

(ت) به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آنها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴، ۱۱ و ۱۲)