

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۸

جمعه ۱۴۰۱/۰۷/۲۲



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

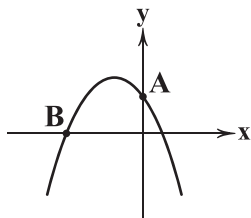
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶		۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱		۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶		۱۰	آمار و احتمال	



حسابان (۲)

- ۱- نمودار تابع $f(x) = 4x - x^2$ را ابتدا چهار واحد در جهت x های منفی، سپس ۵ واحد در راستای y های مثبت انتقال می دهیم. نمودار تابع به دست آمده به صورت زیر است. فاصله دو نقطه A و B کدام است؟



(۱) $5\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۴) $5\sqrt{3}$

- ۲- نمودار تابع $f(x) = |x+2|$ را k واحد به سمت راست در جهت محور x ها انتقال می دهیم سپس طول نقاط نمودار حاصل را نصف می کنیم تا تابع $g(x)$ به دست آید. اگر اختلاف طول نقاط برخورد f و g برابر ۶ باشد، $f(k)$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۹

(۱) ۲

- ۳- نقطه $A(3, 2)$ روی تابع f قرار دارد. اگر نقطه متناظر با A پس از تبدیل تابع $f(x)$ به تابع $g(x) = 2 - 3f(x+1)$ به صورت $B(a+b, a-b)$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

- ۴- نمودار دو تابع $\sin 2x$ و $\cos x$ در بازه $[0, \pi]$ در چند نقطه متقاطع اند؟

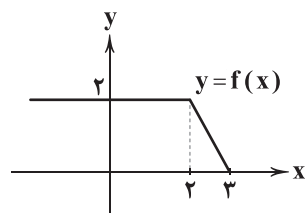
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

- ۵- تابع $f(x)$ به شکل زیر و تابع $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ مفروض است. تابع $g(x)$ را ابتدا $\frac{1}{4}$ واحد به سمت پایین (در راستای محور y ها)، سپس یک واحد در راستای محور x ها در جهت منفی انتقال می دهیم. تابع حاصل و تابع $f(x)$ در دو نقطه متقاطع اند، فاصله این دو نقطه چقدر است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۶

- ۶- اگر برد دو تابع $f(x)$ و $g(x) = \frac{k}{k+1}f(x)$ به ترتیب $[8, -4]$ و $[-6, 12]$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) -۲

- ۷- تابع پیوسته $f(x)$ با دامنه \mathbb{R} محور x ها را در سه نقطه ۴ و ۲ و a قطع کرده است. اگر مجموع صفرهای تابع $f(\frac{2x}{3})$ برابر ۶ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۱

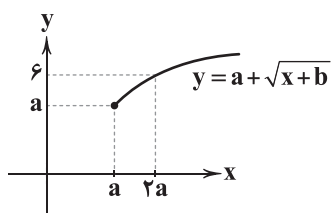
(۲) -۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات



۸- نمودار زیر مربوط به تابع $y = a + \sqrt{x+b}$ است. مقدار b کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) -۴
(۳) ۲
(۴) -۳

۹- اگر دامنه و برد تابع $f(x)$ به ترتیب $[a, b-1]$ و $(2, b]$ و همچنین دامنه و برد تابع $2f(2x)$ به ترتیب $(2, a-1]$ و $[c, d]$ باشد، مقدار $a+b+c+d$ چقدر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰/۵ (۴) ۲۱

۱۰- نمودار تابع $f(x) = (2x+1)^2$ را ابتدا نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، سپس دو واحد در راستای محور y ها به بالا منتقل می‌کنیم. تابع حاصل با تابع $f(x)$ در چند نقطه مشترک‌اند؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

ریاضیات گسسته

۱۱- در بین گزاره‌های زیر، چند مورد دارای مثال نقض می‌باشد؟

- (الف) اگر a اول و b غیراول باشد، ab غیراول است.
(ب) مجموع هر سه عدد گنگ متمایز، گنگ است.
(پ) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم‌علیه اول دارد.
(ت) برای اعداد حقیقی a و b همواره $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲- برای اثبات گزاره درست $P(n)$ بر روی اعداد طبیعی به روش در نظر گرفتن همه حالت‌ها، n را به صورت کدام گزینه می‌توان در نظر گرفت؟

- (۱) n های اول و n های مرکب
(۲) n های بزرگ‌تر از ۵ و n های کوچک‌تر از ۵
(۳) n های بزرگ‌تر از ۶ و n های کوچک‌تر از ۷
(۴) n های مربع کامل و n های مکعب کامل

۱۳- برای اثبات گزاره $(\sim p(x) \Rightarrow (\sim q(x) \vee r(x)))$ به روش خلف، گزاره‌های $p(x)$ ، $q(x)$ و $r(x)$ را به ترتیب چگونه در نظر بگیریم تا بتوانیم نشان دهیم فرض خلف باطل است؟

- (۱) درست - درست - درست (۲) درست - نادرست - نادرست (۳) نادرست - درست - نادرست (۴) نادرست - نادرست - درست

۱۴- چندتا از گزاره‌های زیر هم‌ارز با گزاره « $3n+51$ فرد است.» می‌باشد؟

- (الف) $5n$ زوج است.
(ب) $(n+1)^4$ فرد است.
(پ) $4n - n^2$ زوج است.
(ت) $5n - n^2$ زوج است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- برای اثبات درستی نامساوی $5 - (x+2y) - 2x^2y^2 \geq x^2y^2(x^2+y^2)$ به روش بازگشتی، به کدام نامساوی بدیهی زیر می‌رسیم؟

- (۱) $(x^2-1)^2 + (y^2-2)^2 \geq 0$
(۲) $(x^3y^2-1)^2 + (x^2y^2-2)^2 \geq 0$
(۳) $(x^2y^3-1)^2 + (x^3y^2-2)^2 \geq 0$
(۴) $(x^2+y^3)^2 + (x^3-y^2)^2 + 5 \geq 0$

۱۶- اگر $a-3 \mid 4n-1$ و $a-3 \mid 4n+7$ ، چند مقدار طبیعی برای a یافت می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات



۱۷- دستگاه $\begin{cases} n-3 | n^2 - n - 6 \\ n-2 | n+2 \end{cases}$ چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۸- کدام عدد زیر اول است؟

- (۱) $51 + 50!$ (۲) $1 + (15! + 1) \dots (11! + 1) (10! + 1) (9! + 1)$

- (۳) $7^6 - 8$ (۴) $4^8 + 1$

۱۹- اگر $x^F = yz + 16$ آن‌گاه کدام گزینه قطعاً درست است؟

- (۱) $x^2 - 4 | z$ (۲) $x + 2 | xyz$ (۳) $y + 4 | x^A$ (۴) $x^F - 4 | x^F + 4$

۲۰- اگر $n^2 - n | 67$ آن‌گاه n کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۶۷۶۸ (۲) ۶۷۷۰ (۳) ۶۷۷۲ (۴) ۶۷۷۶

هندسه (۲)

۲۱- اگر $A = [i^3 - j]_{3 \times 3}$ و $B = [j^3 + i]_{3 \times 3}$ دو ماتریس مربعی باشند، حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $C = A + B$ کدام است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

۲۲- اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x+y & 1 & -3 \\ 3 & x-y & y \end{bmatrix}$ و $B = [b_{ij}]_{x \times y}$ با هم برابر باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $A - 2B$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۸ (۳) -۱۰ (۴) -۱۱

۲۳- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & a+2b-2 & 0 \\ 0 & a+b & a+c \\ c-1 & 0 & a-b \end{bmatrix}$ قطری باشد، حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۲۵ (۴) -۲۵

۲۴- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه واقع بر سطر ۳ و ستون ۳ ماتریس $A^2 + 2AB + A + 2B$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^F کدام است؟

- (۱) ۲۸۱ (۲) ۲۸۹ (۳) ۳۲۱ (۴) ۳۳۱

محل انجام محاسبات



۲۷- برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ رابطه $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ برقرار است. مقدار $x+y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ و $A^3 = xA + yI$ باشد، $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۶۳ (۲) ۵۷ (۳) ۶۱ (۴) ۶۵

۲۹- A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه هستند. اگر $A^2 = 2A$ و $A - 2B = I$ باشد، ماتریس B^6 کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}I$ (۲) $\frac{1}{32}I$ (۳) $\frac{1}{64}I$ (۴) $\frac{1}{128}I$

۳۰- مجموع درایه‌های ماتریس A که در رابطه $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۲

ریاضی (۱)

۳۱- چه تعداد از ضوابط زیر ضابطه یک تابع را نشان می‌دهد؟

(ب) $1 + \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y}$

(الف) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2$

(د) $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{y} = 0$

(ج) $xy^3 - 2xy^2 = x - 1$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- فرض کنید تابع $f(x) = 3x - 1$ باشد. حاصل $\frac{1}{f(1)f(2)} + \frac{1}{f(2)f(3)} + \dots + \frac{1}{f(99)f(100)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{297}{598}$ (۲) $\frac{297}{299}$ (۳) $\frac{99}{598}$ (۴) $\frac{101}{598}$

۳۳- مجموع مقادیر a چقدر باشد تا تابع $f(x) = \frac{(a-1)x+1}{(a+1)x+a}$ به یک تابع ثابت تبدیل شود؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) -۲

۳۴- به ازای چه محدوده‌ای از k خط $y = k$ نمودار تابع $f(x) = x^2 - |x| - 2$ را در دو نقطه قطع می‌کند؟

(۱) $(-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$ (۲) $[-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$

(۳) $[-\frac{9}{4}, -2]$ (۴) $(-\frac{9}{4}, -2)$

۳۵- اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ باشد، حاصل $f^2(\tan x)$ کدام است؟

(۱) $2 \sin^2 x \cos^2 x$ (۲) $1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

(۳) $1 - 4 \sin^2 x \cos^2 x$ (۴) $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

محل انجام محاسبات



حسابان (۱)

۳۶- در تابع $f: A \rightarrow B$ اگر $A = \{0, 1, 2\}$ و $B = \{1, 2a^2 + 2, 3a - b\}$ ، مقدار $a^2 - b^2$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۲۰- (۲) ۲۲- (۳) ۲۳- (۴) ۲۴-

۳۷- اگر دو تابع $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ ، $f(x) = \frac{a+bx}{3-2x}$ ، $g = \{(1, -1), (2, a+c), (3, b+c)\}$ برابر باشند، مقدار $a+2b+3c$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۸- برای تابع $f: [0, 3] \rightarrow [-4, 3]$ کدام یک از نمایش های زیر قابل قبول است؟

- (۱) $f: [0, 3] \rightarrow [-4, 1]$ $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ (۲) $f: [0, 4] \rightarrow [-3, 1]$ $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ (۳) $f: [0, 3] \rightarrow [-3, 1]$ $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ (۴) $f: [0, 3] \rightarrow [-3, 1]$ $f(x) = x^2 - 4x + 3$

۳۹- اگر $f(x) = \frac{3-4x-2x^2}{(x-2)^2 + (x+2)^2 + 4\sqrt{5}}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{5}-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۰- اگر برای هر $x \in \mathbb{R}$ داشته باشیم $-2x^2 - x - 3 = 3f(2x-1) - xf(-3)$ ، مقدار $f(1)$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

هندسه (۱)

۴۱- چند متوازی الاضلاع با یک ضلع $\frac{3}{2}$ و اقطار $\frac{2}{8}$ و $\frac{3}{6}$ می توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۴۲- اگر $2x+1$ و $x+1$ و $-3x+4$ طول سه ضلع یک مثلث باشد و حدود مقادیر ممکن (a, b) باشد، حداکثر $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

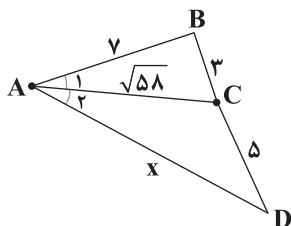
۴۳- در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۱۱

(۴) ۱۲



۴۴- اگر M نقطه ای روی محیط متوازی الاضلاع به غیر از رأس های آن باشد و همواره فاصله آن از محل تقاطع قطرهای ثابت باشد، مقدار جواب های

M کدام عدد نمی تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



- ۴۵- در مثلث ABC عمود منصف ضلع BC از رأس A عبور می‌کند و $AB = 4/5$ و نقطه M از سه ضلع مثلث به یک فاصله می‌باشد. اگر پاره خط PQ ، گذرا از M موازی ضلع BC باشد، محیط مثلث APQ چقدر است؟
- (۱) $7/5$ (۲) 8 (۳) $8/5$ (۴) 9

آمار و احتمال

- ۴۶- کدام گزاره زیر هم‌ارز منطقی گزاره $r \Rightarrow (p \vee q)$ است؟
- (۱) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (۲) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (۳) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow r$ (۴) $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
- ۴۷- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، آنگاه $x \notin A \vee x \in B$ با کدام عبارت زیر هم‌ارز است؟
- (۱) $x \notin A \vee x \notin B$ (۲) $x \in (B - A)$ (۳) $x \notin (A - B)$ (۴) $x \notin A \wedge x \notin B$
- ۴۸- نقیض گزاره سوری $\forall x(F(x) \Rightarrow \sim G(x))$ کدام است؟
- (۱) $\exists x(G(x) \Rightarrow F(x))$ (۲) $\exists x(\sim F(x) \Rightarrow G(x))$ (۳) $\exists x(\sim F(x) \wedge G(x))$ (۴) $\exists x(F(x) \wedge G(x))$
- ۴۹- جملات زیر را در نظر بگیرید.
- P : سامان باهوش است.
 q : سامان ثروتمند است.
 r : سامان راستگو است.
- نقیض جمله «سامان باهوش و دروغگو است اگر و فقط اگر سامان ثروتمند باشد» کدام است؟
- (۱) $\sim(q \Leftrightarrow (p \wedge \sim r))$ (۲) $\sim q \Leftrightarrow \sim p \wedge r$ (۳) $\sim(p \wedge \sim r) \Leftrightarrow q$ (۴) $\sim p \wedge (q \Leftrightarrow \sim r)$
- ۵۰- کدام عبارت زیر هم‌واره درست است؟
- (۱) $p \wedge (p \vee q)$ (۲) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$ (۳) $p \vee (p \wedge q)$ (۴) $q \Rightarrow [p \wedge (p \Rightarrow q)]$
- ۵۱- با توجه به جملات زیر کدام گزینه صحیح است؟
- $A: (p \Leftrightarrow \sim q) \sim \sim q$ هم‌ارز $p \Leftrightarrow q$ است.
 $B: (p \Leftrightarrow \sim q): \sim$ یک عبارت هم‌واره درست است.
- (۱) A درست و B درست است.
(۲) A درست و B نادرست است.
(۳) A نادرست و B درست است.
(۴) A نادرست و B نادرست است.
- ۵۲- X در جدول ارزش مقابل نمایش کدام گزاره است؟
- (۱) $X: (p \vee q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$
(۲) $X: (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
(۳) $X: \sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$
(۴) $X: (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- ۵۳- هم‌ارز منطقی عبارت $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \vee q$ کدام است؟
- (۱) p (۲) q (۳) $\sim p$ (۴) T
- ۵۴- هم‌ارز منطقی عبارت $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge \sim q) \wedge r$ کدام است؟
- (۱) p (۲) q (۳) r (۴) $p \vee q$
- ۵۵- اگر ارزش دو عبارت $p \Rightarrow r$ و $q \Rightarrow p \wedge r$ نادرست باشد، ارزش گزاره $p \Rightarrow q \vee \sim r$ کدام است؟
- (۱) نادرست (۲) درست (۳) وابسته به ارزش r (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

p	q	X
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۸

جمعه ۱۴۰۱/۰۷/۲۲



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰
مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۹۰ دقیقه	تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه	مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی		ردیف
		تا	از			فیزیک	شیمی	
۵۵ دقیقه	۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	۱	
		۹۰	۸۱	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱		
		۱۰۰	۹۱		۱۰	فیزیک ۲		
۳۵ دقیقه	۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	اجباری	۱۵	شیمی ۳	۲	
		۱۲۵	۱۱۶	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱		
		۱۳۵	۱۲۶		۱۰	شیمی ۲		

** داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند، به تمامی سوالات زوج درس پاسخ دهند.



DriQ.com

فیزیک

۵۶- معادله مکان - زمان حرکت جسمی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^3 - bt - 10$ است. اگر سرعت متوسط متحرک

در ۲ ثانیه اول حرکتش در خلاف جهت محور x باشد، محدوده b در SI برابر کدام گزینه است؟

(۴) $b < 8$

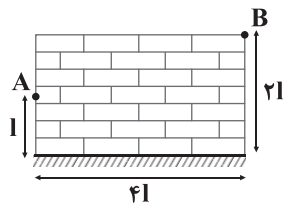
(۳) $b > 8$

(۲) $b < 4$

(۱) $b > 4$

۵۷- متحرکی بر روی دیوار نشان داده شده، با تندی ثابت v از نقطه A به سطح زمین رفته و از آن جا به نقطه B منتقل شود. بیشترین اندازه

سرعت متوسط متحرک برای انجام این جابه‌جایی چند برابر v است؟



(۲) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

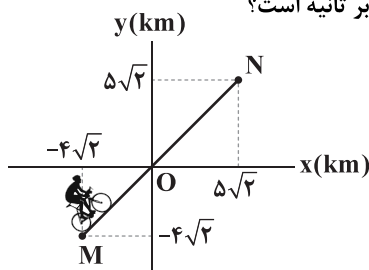
(۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{17}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{17}}{5}$

۵۸- مطابق شکل، دوچرخه‌سواری بر روی خط نشان داده شده، فاصله نقطه M تا O را در مدت $1/5$ ساعت و فاصله نقطه O تا N را در مدت

$0/5$ ساعت طی کرده است. اندازه سرعت متوسط این دوچرخه‌سوار در کل مسیر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۹

(۲) $2/5$

(۳) $16/3$

(۴) $46/3$

۵۹- متحرکی $1/4$ زمان حرکت خود را در جهت محور x و باقیمانده زمان حرکتش را در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. اگر اندازه سرعت

متوسط متحرک در مدت زمانی که در جهت محور x حرکت می‌کند، دو برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی که در خلاف جهت

محور x حرکت می‌کند، باشد، سرعت متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکتش چند برابر سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی است که در

جهت محور x حرکت می‌کند؟

(۴) $-\frac{1}{8}$

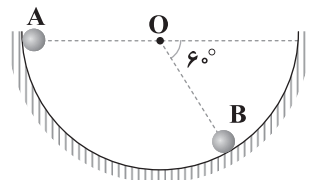
(۳) -8

(۲) ۸

(۱) $\frac{1}{8}$

۶۰- مطابق شکل، گلوله‌ای از نقطه A بر روی مسیر دایره‌ای شکل حرکت کرده و تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی، اندازه سرعت

متوسط گلوله چند برابر تندی متوسط آن است؟



(۲) $\frac{3}{\sqrt{3}\pi}$

(۱) $\frac{3}{2\sqrt{3}\pi}$

(۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$

محل انجام محاسبات



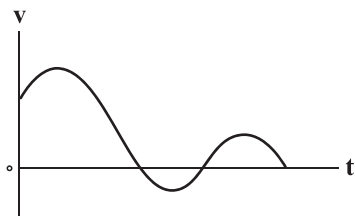
۶۱- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^2 + 5t - 6$ است. بردار مکان این متحرک یک ثانیه قبل

از آن که بردار مکانش برای اولین بار تغییر جهت دهد در SI برابر کدام گزینه است؟

- (۱) \vec{i} (۲) $2\vec{i}$ (۳) $-\vec{i}$ (۴) $-2\vec{i}$

۶۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در این حرکت، جهت حرکت و جهت بردار شتاب

متحرک به ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر کرده است؟



(۱) ۳ - ۳

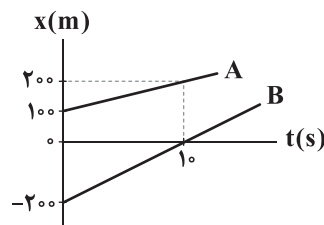
(۲) ۲ - ۲

(۳) ۲ - ۳

(۴) ۳ - ۲

۶۳- نمودار مکان - زمان دو اتومبیل A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در این مسیر به مدت چند ثانیه فاصله دو

اتومبیل از هم بیشتر از ۱۰۰ متر و کم‌تر از ۲۰۰ متر است؟



(۱) ۵

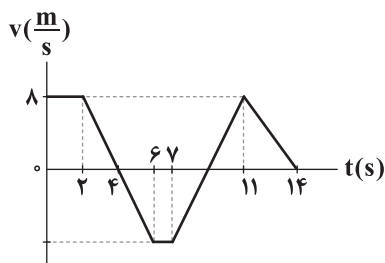
(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۴۰

۶۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی داده شده در کدام گزینه حرکت

متحرک در خلاف جهت محور x است؟



(۱) $t = 0$ تا $t = 7$ s

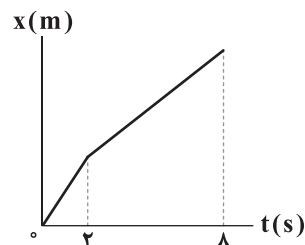
(۲) $t = 2$ تا $t = 6$ s

(۳) $t = 7$ تا $t = 10$ s

(۴) $t = 6$ تا $t = 14$ s

۶۵- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که دو حرکت با سرعت‌های ثابت $10 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ را انجام داده است. سرعت متوسط

این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1$ s تا $t_2 = 5$ s چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۲/۵

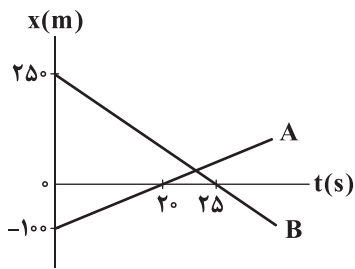
(۳) ۱۴

(۴) ۱۷/۵

محل انجام محاسبات



۶۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور X حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌های t و t' فاصله دو متحرک از



یکدیگر برابر ۵۰ متر می‌شود. نسبت $\frac{t'}{t}$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{6}{5}$

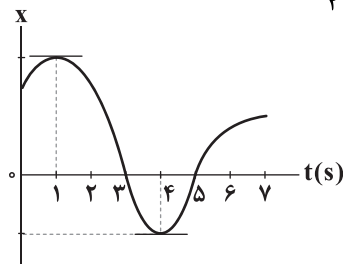
(۴) $\frac{8}{5}$

۶۷- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 5t + 8$ می‌باشد. در کدام لحظه متحرک از مکان اولیه‌اش عبور می‌کند؟

(۱) پایان ثانیه سوم حرکت (۲) پایان ثانیه چهارم حرکت (۳) پایان ثانیه پنجم حرکت (۴) پایان ثانیه ششم حرکت

۶۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مدت زمانی که متحرک در جهت محور X حرکت کرده را

با t_1 و مدت زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور X بوده را با t_2 نشان می‌دهیم. نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ برابر کدام گزینه است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۶۹- معادله سرعت - زمان متحرکی بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -t^2 + 4t + 12$ است. در ۸ ثانیه اول حرکت،

بیشترین تندی حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

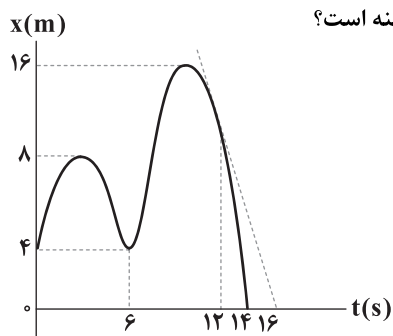
(۴) ۲۰

(۳) ۱۶

(۲) ۱۲

(۱) ۲

۷۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط این متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکتش



برابر با $\frac{13}{6} \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط این متحرک در ۶ ثانیه دوم حرکتش در SI برابر با کدام گزینه است؟

(۱) $-\frac{5}{6}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۳) $-\frac{5}{12}$

(۴) $+\frac{5}{12}$

محل انجام محاسبات



۷۱- اتومبیلی با تندی متوسط $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ از شهر A به شهر B می‌رود و با تندی متوسط $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ نصف مسافت رفت را برمی‌گردد. تندی متوسط اتومبیل در کل حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۱/۲۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

۷۲- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 8t + 7$ است. تندی متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۱/۷ (۴)

۱/۵ (۳)

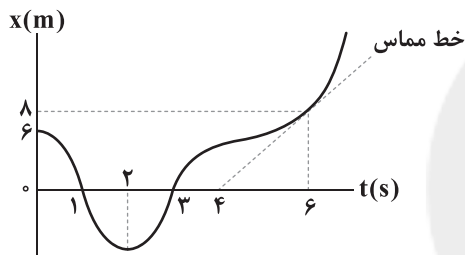
۳/۴ (۲)

۳ (۱)

۷۳- بردار شتاب متوسط متحرکی در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 10\text{s}$ در SI برابر با $-8\vec{i}$ و بردار شتاب متوسط همین متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 5\text{s}$ در SI برابر با $4\vec{i}$ است. بردار شتاب این متحرک در بازه زمانی $t = 5\text{s}$ تا $t = 10\text{s}$ در SI کدام گزینه است؟

 $20\vec{i}$ (۴) $-20\vec{i}$ (۳) $+5\vec{i}$ (۲) $-5\vec{i}$ (۱)

۷۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل است و خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6\text{s}$ رسم شده است. اگر تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت، برابر تندی متحرک در لحظه $t = 6\text{s}$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در



خلاف جهت محور X چند متر است؟

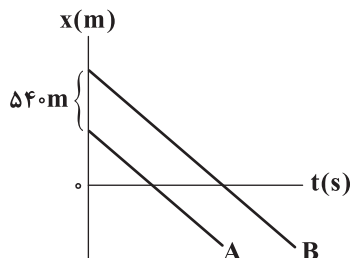
۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۷۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با تندی‌های یکسان $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر روی محور X در حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. فاصله زمانی که دو



متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کنند، برابر چند ثانیه است؟

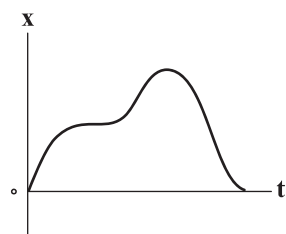
۳۰ (۱)

۶۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

۷۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کل زمان حرکت، به ترتیب از راست به چپ، متحرک چند بار تغییر جهت داده و چند بار بردار مکان آن تغییر جهت داده است؟



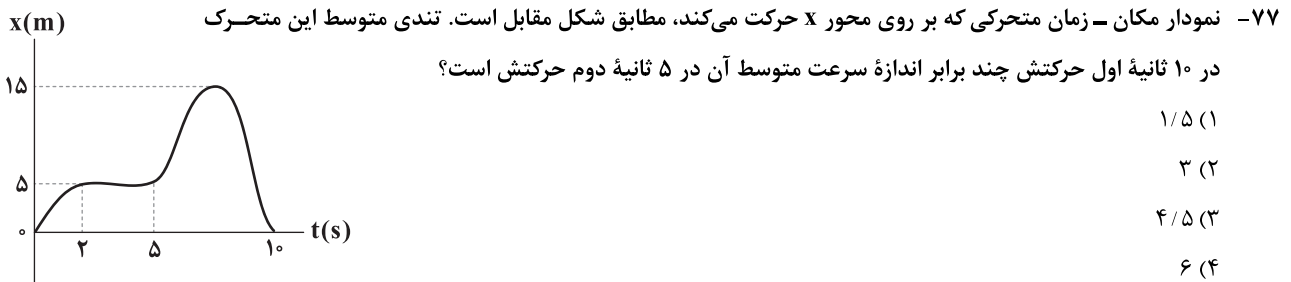
۱ - صفر (۱)

۲ - صفر (۲)

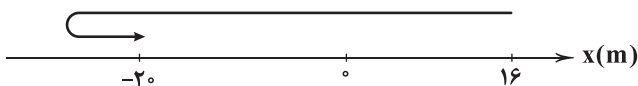
۱ - ۱ (۳)

۱ - صفر (۴)

محل انجام محاسبات



۷۸- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در مدت 10 ثانیه از $x = +16\text{m}$ تا $x = -20\text{m}$ جابه جا می‌شود. اگر تندی متوسط آن در این حرکت برابر با $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در این حرکت چند متر است؟



- (۱) 50
- (۲) 27
- (۳) 20
- (۴) 16

۷۹- قایقی در حال حرکت در رودخانه است. اگر فاصله بین دو نقطه را در مسیر آب حرکت کند، t ثانیه طول می‌کشد و اگر خلاف جهت حرکت آب رودخانه فاصله همان دو نقطه را حرکت کند، $\frac{1}{3}t$ طول خواهد کشید. اندازه سرعت قایق چند برابر اندازه سرعت آب رودخانه است؟

- (۱) $\frac{5}{11}$
- (۲) $\frac{11}{5}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{3}{8}$

۸۰- دو خودروی A و B به ترتیب با تندی‌های ثابت $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ که در فاصله 400 متری از هم هستند به طرف یک‌دیگر شروع به حرکت می‌کنند. اگر خودروی A از مکان $x = 8\text{m}$ در جهت محور x ها شروع به حرکت کند، در چه مکانی (برحسب متر) دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند؟

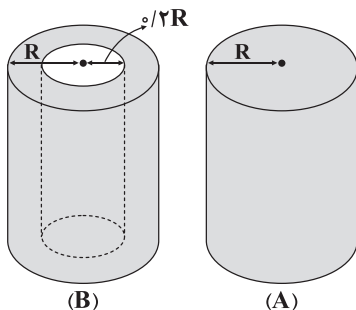
- (۱) 240
- (۲) 248
- (۳) 300
- (۴) 308

داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)



۸۱- مطابق شکل زیر، استوانه فلزی A با ارتفاع h و استوانه فلزی B با ارتفاع $2h$ را در اختیار داریم. اگر جرم استوانه B ، نصف جرم استوانه A باشد، چگالی استوانه A ، چند برابر چگالی استوانه B است؟ (استوانه A توپر است.)

- (۱) $1/28$
- (۲) $3/84$
- (۳) $2/56$
- (۴) $0/64$

محل انجام محاسبات



۸۲- نیروی وارد بر متحرکی در یک بازه زمانی خاص به کمک رابطه $F = \sqrt{A} t^{-1}$ قابل محاسبه است. یکای فرعی A در SI کدام است؟ (F نشان دهنده نیرو و t نشان دهنده زمان است.)

(۱) $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (۲) $\text{kg}^2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ (۴) $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

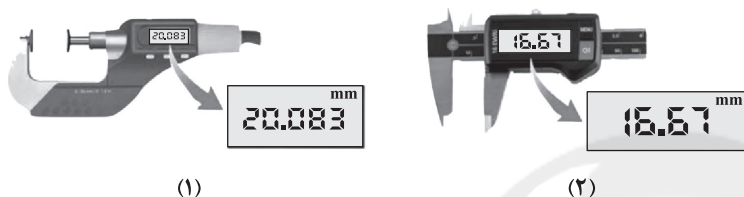
۸۳- در شکل‌های زیر، دو وسیله اندازه‌گیری به همراه اعدادی که گزارش کرده‌اند، نشان داده شده است. کدام یک از عبارتهای زیر در مورد این دو شکل درست است؟

(الف) شکل (۱)، یک ریزسنج با دقت اندازه‌گیری $1 \mu\text{m}$ است.

(ب) شکل (۱)، یک کولیس است که دقت اندازه‌گیری آن برابر با 10^{-3}mm است.

(ج) شکل (۲)، یک ریزسنج با دقت اندازه‌گیری 10^{-2}mm است.

(د) شکل (۲)، یک کولیس است و رقم ۷ در اندازه‌گیری می‌تواند تغییر کند.



(۱) «ب» و «ج»

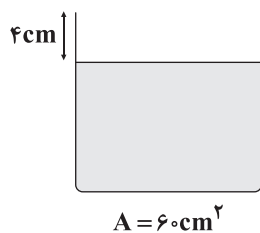
(۲) «الف» و «د»

(۳) فقط «د»

(۴) فقط «ب»

۸۴- مطابق شکل زیر، درون یک ظرف استوانه‌ای شکل الکل ریخته شده است. یک گوی آهنی با چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و جرم 2kg را که دارای حفره‌ای بسته

است، داخل ظرف می‌اندازیم و 80g الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. حجم حفره موجود در داخل گوی آهنی، چند دسی‌متر مکعب



است؟ ($\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۰/۰۷

(۲) ۷۰

(۳) ۰/۰۹

(۴) ۹۰

۸۵- در یک مخزن به مساحت 10cm^2 ، آب و جیوه با جرم‌های یکسان ریخته شده است و مجموع ارتفاع دو مایع 146cm است. اندازه نیروی

وارد بر ته مخزن از طرف این دو مایع چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۴) ۶/۸

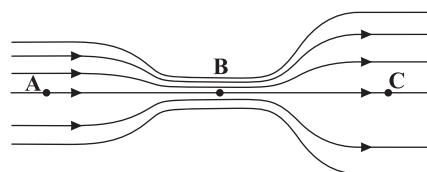
(۳) ۱۴/۶

(۲) ۲۷/۲

(۱) ۱۳/۶

۸۶- جریان لایه‌ای آب، داخل لوله از چپ به راست برقرار است. کدام گزینه صحیح است؟ (P بیانگر فشار در نقطه مورد نظر و v بیانگر تسندی آب

در نقطه مورد نظر است.)



(۱) $\frac{v_A}{v_C} < 1$ ، $\frac{P_A}{P_C} < 1$

(۲) $\frac{v_C}{v_B} > 1$ ، $\frac{P_B}{P_A} < 1$

(۳) $\frac{v_B}{v_C} > 1$ ، $\frac{P_A}{P_C} > 1$

(۴) $\frac{v_B}{v_A} > 1$ ، $\frac{P_C}{P_B} > 1$

محل انجام محاسبات



۸۷- جسم A به جرم 2 kg روی سطح آب شناور است و جسم B هم جرم با جسم A در کف ظرف قرار دارد. کدام گزینه در ارتباط با نیروی شناوری وارد شده به جسم A و نیروی شناوری وارد شده به جسم B درست تر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

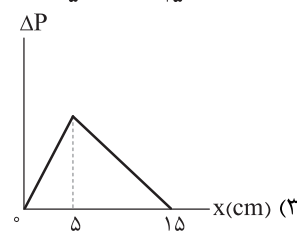
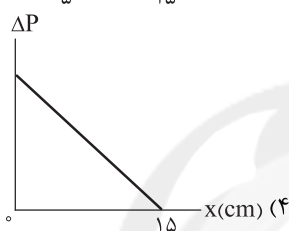
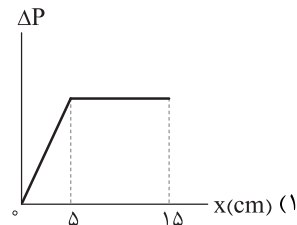
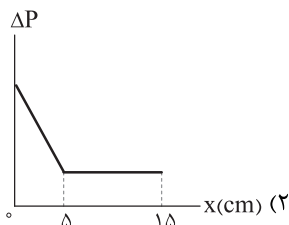
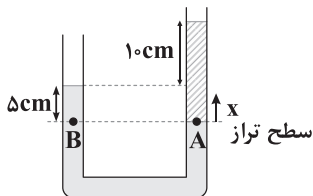
$$0 < \frac{F_B}{F_A} < 1 \quad (4)$$

$$\frac{F_B}{F_A} < 1 \quad (3)$$

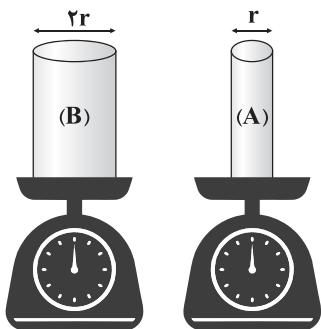
$$\frac{F_B}{F_A} > 1 \quad (2)$$

$$1 < \frac{F_B}{F_A} < 2 \quad (1)$$

۸۸- در شکل زیر، سطح تراز رسم شده را از $x = 0$ تا $x = 15\text{ cm}$ بالا می‌بریم. نمودار داده شده در کدام گزینه $P_A - P_B$ را بر حسب x درست نشان می‌دهد؟



۸۹- دو ظرف با جرم‌های برابر روی ترازو قرار گرفته‌اند. داخل ظرف (۱)، آب و داخل ظرف (۲) نفت می‌ریزیم. باز هم دو ترازو عدد یکسانی را نشان می‌دهند. فشار پیمانه‌ای وارد بر کف ظرف (۲) چند برابر فشار پیمانه‌ای وارد بر کف ظرف (۱) است؟ ($\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \rho_{\text{آب}}$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



$$3/2 \quad (1)$$

$$1/4 \quad (2)$$

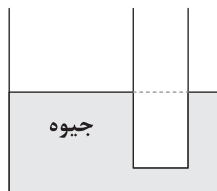
$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

سایت کنکور

۹۰- در لوله U شکل زیر، قطر مقطع لوله بزرگ تر، 6 cm و قطر مقطع لوله کوچک تر، 2 cm است. چند گرم نفت به لوله سمت راست اضافه کنیم تا جیوه موجود در لوله U شکل، ۱ سانتی متر در لوله بزرگ تر بالا برود؟

(سطح مقطع لوله‌ها را دایره‌ای شکل در نظر بگیرید و $\pi = 3$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



$$432 \quad (1)$$

$$68 \quad (2)$$

$$540 \quad (3)$$

$$204 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- مجموع بار الکترون‌های موجود در چند گرم سدیم کلرید برابر با $-9/6C$ است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$ جرم مولی سدیم کلرید برابر

با $\frac{g}{mol}$ 60 و عدد آووگادرو برابر با 6×10^{23} و عدد اتمی سدیم برابر (۱) و عدد اتمی کلر برابر ۱۸ است.)

(۱) $1/68 \times 10^{-5}$ (۲) $2/15 \times 10^{-4}$ (۳) $1/68 \times 10^{-2}$ (۴) $2/15 \times 10^{-7}$

۹۲- ذره‌ای با بار $4 \mu C$ در نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی 10 ولت، انرژی جنبشی $0/4 mJ$ دارد. اگر ذره به نقطه‌ای با پتانسیل 20 ولت منتقل شود،

انرژی جنبشی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) $0/36$ - افزایش (۲) $0/36$ - کاهش (۳) $0/04$ - افزایش (۴) $0/04$ - کاهش

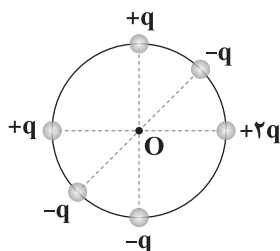
۹۳- در اثر انتقال بار $q = -50 \mu C$ از نقطه A تا نقطه B، $1/5$ میلی‌ژول انرژی آزاد می‌شود. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با -80 ولت

باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

(۱) -110 (۲) -50 (۳) 20 (۴) 50

۹۴- در شکل زیر، به ترتیب اندازه و جهت برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای واقع بر محیط دایره‌ای به شعاع a ، در

مرکز آن کدام است؟



(۱) $\sqrt{5} k \frac{|q|}{a^2}$ (↙)

(۲) $\sqrt{5} k \frac{|q|}{a^2}$ (↘)

(۳) $2k \frac{|q|}{a^2}$ (→)

(۴) $\sqrt{2} k \frac{|q|}{a^2}$ (↙)

۹۵- چگالی سطحی بار کره رسانایی با شعاع 10 cm که روی پایه عایقی قرار دارد، برابر با $\frac{4}{8} \frac{\mu C}{m^2}$ است، اگر پایه عایق را برداریم تا کره با زمین

در تماس شود، چند الکترون با زمین مبادله می‌شود؟ $(\pi = 3, e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

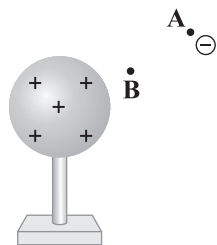
(۱) $7/2 \times 10^{12}$ (۲) $7/2 \times 10^{19}$ (۳) $3/6 \times 10^{12}$ (۴) $3/6 \times 10^{19}$

۹۶- در شکل زیر، یک بار الکتریکی نقطه‌ای را از حالت سکون با سرعت ثابت از نقطه A به سمت یک کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد،

نزدیک می‌کنیم و در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی، علامت کار نیروی الکتریکی بر روی این بار و علامت کاری که ما بر

روی این بار در این جابه‌جایی انجام می‌دهیم، است و انرژی پتانسیل الکتریکی این بار الکتریکی نقطه‌ای می‌یابد، هم‌چنین

پتانسیل الکتریکی نقطه A از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.



(۱) مثبت - منفی - کاهش - کم‌تر

(۲) مثبت - منفی - کاهش - بیشتر

(۳) منفی - مثبت - افزایش - بیشتر

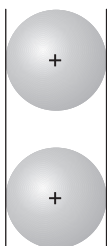
(۴) منفی - مثبت - افزایش - کم‌تر

محل انجام محاسبات



۹۷- مطابق شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $7/5g$ و بار یکسان $+q$ در فاصله 10 سانتی متری از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت

معلق باقی مانده است. اگر مساحت سطح مقطع لوله 30cm^2 باشد، فشار وارد بر انتهای لوله برابر چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۱۰

(۲) ۲۵

(۳) ۵۰

(۴) ۱۰۰

۹۸- دو گلوله فلزی کوچک و مشابه، دارای بارهای الکتریکی q_1 و q_2 هستند، به گونه‌ای که $|q_1| < |q_2|$. این دو گلوله در فاصله 60 سانتی متری

از یکدیگر، نیروی جاذبه‌ای به اندازه 4 نیوتون به یکدیگر وارد می‌کنند. اگر دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر یک 6

میکروکولن می‌شود. q_1 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۴) ۲۰-

(۳) ۸

(۲) ۸-

(۱) ۲۰

۹۹- دو ذره با بارهای $+4q$ و $-4q$ در فاصله r از یکدیگر، نیرویی به بزرگی F را به هم وارد می‌کنند. اگر 20 درصد از بار یکی از ذره‌ها را

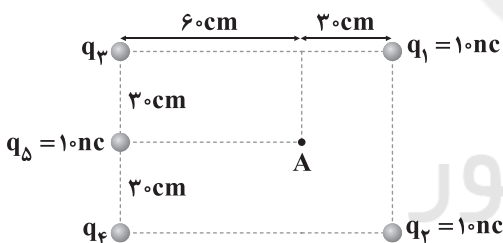
برداشته و به دیگری اضافه کنیم و بارها را مجدداً در همان فاصله r نسبت به یکدیگر قرار دهیم، اندازه نیروی بین دو بار در حالت دوم چند

برابر F می‌شود؟

(۴) $\frac{25}{9}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۲) $\frac{16}{25}$ (۱) $\frac{9}{25}$

۱۰۰- مطابق شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از پنج بار در نقطه A برابر صفر است. اگر بارهای q_1 و q_2 را برداریم، بزرگی برایند

میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار دیگر در نقطه A چند واحد SI خواهد بود؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



(۱) ۵۰۰

(۲) $500\sqrt{2}$

(۳) ۱۰۰۰

(۴) $1000\sqrt{2}$



۱۰۱- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) صابون مراغه افزودنی شیمیایی بازی دارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.
 (ب) صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت استفاده می‌شود.
 (پ) برای از بین بردن قارچ‌های پوستی از صابون‌های شامل نمک‌های فسفات می‌توان استفاده کرد.
 (ت) مصرف زیاد شوینده‌ها و تنفس بخار آن‌ها، عوارض پوستی و بیماری‌های تنفسی ایجاد می‌کند.
- (۱) «آ»، «ب» (۲) «ب»، «پ» (۳) «ب»، «ت» (۴) «آ»، «پ»

۱۰۲- دلیل این‌که لکه عسل به راحتی با آب شسته و در آن پخش می‌شود در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) عسل یک مادهٔ ناخالص و حاوی شمار زیادی ترکیب یونی است.
 (۲) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود، هر کدام یک یا دو گروه هیدروکسیل دارند.
 (۳) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.
 (۴) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود تعدادی گروه کربوکسیل دارند.

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با پاک‌کننده‌های غیرصابونی درست است؟

- قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در مقایسه با صابون‌ها بیشتر است.
 - ساختار آن‌ها و نحوه پاک‌کنندگی آن‌ها مشابه صابون‌هاست.
 - می‌توان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد.
 - می‌توان آن‌ها را از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش‌های ساده در صنعت تولید کرد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- روغن زیتون به عنوان یک استر ۳ عاملی، آبکافت شده و طی آن اسید چرب A و یک الکل ($C_3H_8O_3$) به دست می‌آید. در هر واحد

فرمولی از صابون مایع X که نمک اسید چرب A است، چند جفت الکترون پیوندی وجود دارد؟ (صابون مایع X فاقد عنصر فلزی است.)

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۶ (۳) ۵۷ (۴) ۵۸

۱۰۵- در یک صابون مایع، درصد جرمی کربن، ۶ برابر درصد جرمی اکسیژن است. اگر در ساختار هر واحد از این صابون، دو پیوند دوگانه وجود

داشته باشد، درصد جرمی هیدروژن، چند برابر درصد جرمی نیتروژن است؟ ($C=12, H=1, O=16, N=14: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲/۰۷ (۲) ۲/۳۵ (۳) ۲/۲۱ (۴) ۱/۹۳

۱۰۶- اوره و اتیلن گلیکول در چه تعداد از موارد زیر یکسانند؟

- نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن
- نامحلول بودن در هگزان
- امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۱۰۷- مقداری صابون با فرمول $C_{14}H_{27}COOK$ با نمونه‌ای از آب سخت که شامل یون‌های کلسیم بوده واکنش داده و طی آن $77/7$ گرم رسوب تشکیل شده است. با فرض این‌که فقط 60% صابون با آب سخت واکنش داده باشد، جرم صابون مابعد چند گرم بوده است؟

($C=12, H=1, O=16, K=39, Ca=40:g.mol^{-1}$)

۱۳۹ (۱) ۹۲ (۲) ۱۵۹ (۳) ۱۹۲ (۴)

۱۰۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) افزودن آنزیم به صابون همانند افزایش دما، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- (۲) کاتیون صابون نقشی در پاک‌کنندگی آن ندارد.
- (۳) در شرایط یکسان، لکه روی پارچه نخی راحت‌تر از پارچه پلی‌استری توسط صابون پاک می‌شود.
- (۴) نقطه ذوب نمک پتاسیم اسید چرب، بالاتر از نمک سدیم همان اسید چرب است.

۱۰۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- کلوئیدها همانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون‌ها، مخلوط‌هایی ناهمگن هستند.
- ذره‌های سازنده شیر برخلاف شربت خاکشیر، نور را پخش می‌کنند.
- نیمی از مخلوط‌های «زله، رنگ پوششی، هوای پاک، سرم فیزیولوژی» همگن هستند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۰- با فرض این‌که زنجیر هیدروکربنی در پاک‌کننده غیرصابونی سیرشده باشد، کدام یک از گزینه‌ها می‌تواند جرم مولی یک پاک‌کننده

غیرصابونی جامد (برحسب $g.mol^{-1}$) باشد؟ ($C=12, H=1, S=32, O=16, Na=23:g.mol^{-1}$)

۳۴۶ (۱) ۳۶۹ (۲) ۳۵۵ (۳) ۳۶۲ (۴)

۱۱۱- اگر نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در بنزین و وازلین را به ترتیب با a و b نشان دهیم، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۰/۹۲ (۱) ۱/۰۸ (۲) ۱/۲۱ (۳) ۰/۷۹ (۴)

۱۱۲- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- آب پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند شربت آلبیمو و چای شیرین است.
- اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با چند گروه عاملی کربوکسیل هستند.
- چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر دانست.
- نیروی بین مولکولی در چربی‌ها، تماماً از نوع وان‌دروالسی است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۳- ذره‌های سازنده سوسپانسیون و کلوئیدها در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).

- (۱) ذره‌های ریز ماده، توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان
- (۲) ذره‌های ریز ماده، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت
- (۳) توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان، ذره‌های ریز ماده
- (۴) توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت، ذره‌های ریز ماده

محل انجام محاسبات



۱۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- نقطه انجماد اتیلن گلیکول بالاتر از نقطه انجماد آب بوده و به عنوان ضدیخ به کار می‌رود.
- بخش قطبی و ناقطبی صابون با پیوند یونی به هم متصل هستند.
- مخلوط آب و روغن ناهمگن بوده و با اضافه کردن مقداری صابون به آن، همگن می‌شود.
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابون‌ها با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند.

(۱) ۱ (۱) (۲) ۲ (۲) (۳) ۳ (۳) (۴) ۴ (۴)

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ذره‌های موجود در کلئوئید درشت‌تر از محلول‌اند.
- (۲) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب چشمه، بیشتر از آب دریا است.
- (۳) روغن زیتون، نارگیل و پیه برای تهیه صابون جامد مناسب هستند.
- (۴) آب آشامیدنی، جزو آب‌های سخت نبوده زیرا فاقد یون‌های منیزیم و کلسیم است.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- ایزوتوپ‌های آهن – ۵۵ و آهن – ۵۶ در چه تعداد از موارد زیر مشابه هم هستند؟

- شمار الکترون‌ها
- چگالی
- نقطه ذوب
- جرم مولی
- سرعت واکنش با هیدروکلریک اسید
- شکل ظاهری

(۱) ۱ (۱) (۲) ۲ (۲) (۳) ۳ (۳) (۴) ۴ (۴)

۱۱۷- رادیو ایزوتوپ‌های A و B به ترتیب پایدارترین و ناپایدارترین رادیو ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن هستند. نسبت شمار نوترون‌های هسته A به شمار نوترون‌های هسته B کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- تبدیل ایزوتوپ‌های پایدار به ایزوتوپ‌های ناپایدار یک عنصر را غنی‌سازی ایزوتوپی می‌گویند.
- شمار عنصرهایی که در طبیعت یافت می‌شود، بیش از $\frac{3}{5}$ برابر شمار عنصرهایی است که تاکنون ساخته شده‌اند.
- مولکول‌های ید با یونی که حاوی تکنسیم – ۹۹ است، اندازه مشابهی دارد.
- گوگرد و اکسیژن، جزو عنصرهای مشترک سیاره‌های زمین و مشتری هستند.

(۱) ۱ (۱) (۲) ۲ (۲) (۳) ۳ (۳) (۴) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۱۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با هیدروژن و لیتیم درست است؟

- طیف نشری خطی هر کدام از این دو عنصر در ناحیه مرئی شامل ۴ نوار رنگی است.
- رنگ شعله لیتیم و همه ترکیبهای آن به رنگ سرخ است.
- هیدروژن فراوانترین عنصر سازنده سیاره مشتری است.
- شمار ایزوتوپهای طبیعی آنها با هم برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۰- تفاوت عدد جرمی و عدد اتمی یون X^{2+} برابر ۱۲۵ و تفاوت شمار الکترون و نوترونهای این یون برابر ۴۵ است. در هسته اتم X چند ذره زیراتمی وجود دارد؟

۲۰۳ (۱) ۲۰۵ (۲) ۲۰۷ (۳) ۲۰۹ (۴)

۱۲۱- طول موج کدام دو پرتو تفاوت کمتری با هم دارد؟

- (۱) گاما و ایکس
- (۲) فرسرخ و فرابنفش
- (۳) ریزموجها و امواج رادیویی
- (۴) ایکس و فرابنفش

۱۲۲- کدامیک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نسبت شمار نوترونها به شمار پروتونها در نخستین عنصر ساخت بشر بیش از ۱/۵ است.
- (۲) دود قلیان همانند دود سیگار مقدار قابل توجهی مواد پرتوزا دارد.
- (۳) درصد فراوانی نخستین (فراوانترین) عنصر سازنده سیاره مشتری بیشتر از مجموع درصد فراوانی سایر عنصرهای سازنده این سیاره است.
- (۴) درون ستارهها همانند خورشید در دماهای بسیار بالا، واکنشهای هسته‌ای رخ می‌دهد.

۱۲۳- شمار اتمها در ۴ میلی‌گرم گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) به تقریب، نصف شمار اتمها در چند گرم از فلز کادمیم است؟

(C=۱۲, O=۱۶, Cd=۱۱۲: g.mol⁻¹)

۰/۰۰۸ (۱) ۰/۰۸۷ (۲) ۰/۰۰۶ (۳) ۰/۰۶۱ (۴)

۱۲۴- نمونه‌ای از عنصر مولیبدن شامل چهار ایزوتوپ ^{92}Mo ، ^{94}Mo ، ^{95}Mo و ^{96}Mo است. اگر فراوانی ایزوتوپ دوم، سه برابر ایزوتوپ اول و نصف ایزوتوپ آخر و فراوانی ایزوتوپ آخر، ۰/۶ ایزوتوپ سوم باشد، جرم اتمی میانگین این نمونه چند amu است؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)

۹۵/۰۰ (۱) ۹۵/۲۰ (۲) ۹۵/۳۵ (۳) ۹۴/۹۰ (۴)

۱۲۵- جرم اتم کربن = ۱۲ و جرم نشان داده شده کربن در جدول دوره‌ای بر حسب amu در کدام گزینه آمده است؟

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)
الکترون	${}_{-1}e$	-۱	۰/۰۰۰۵
پروتون	${}_{+1}p$	+۱	۱/۰۰۷۳
نوترون	${}_{0}n$	۰	۱/۰۰۸۷



۱۲۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در دوره سوم جدول دوره‌ای با چشم‌پوشی از گاز نجیب، فقط یک عنصر قادر به تشکیل یون تک‌اتمی نیست.
- در دما و فشار اتاق، دو هالوژن نخست با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.
- در دوره سوم جدول دوره‌ای، شمار عنصرهایی که سطح صیقلی دارند برابر با شمار عنصرهایی است که جریان برق را از خود عبور می‌دهند.
- فلزهای قلیایی همانند فلزهای قلیایی خاکی شامل ۶ عنصر هستند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۲۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- به طور کلی هر چه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر است.
- هیچ کدام از عنصرهای سازنده نمک خوراکی به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شوند.
- اگر شمار لایه‌های الکترونی اتم A بیشتر از اتم X باشد، در این صورت شعاع اتمی X کوچک‌تر از شعاع اتمی A است.
- در مجموعه فلزهای «مس، سرب، قلع، طلا، نقره» شمار فلزهای واسطه بیشتر از فلزهای اصلی است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۸- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ممکن است یک عنصر رسانای الکتریکی کمی داشته باشد، اما رسانایی گرمایی آن بالا باشد.
- تنها فلز واسطه دوره چهارم که نماد آن تک حرفی است، کاتیون‌های X^{2+} و X^{3+} تشکیل می‌دهد.
- فلزهای واسطه‌ای که فقط یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند، قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند.
- تفاوت شعاع اتمی Al و Si بیشتر از تفاوت شعاع اتمی Na و Mg و نیز بیشتر از تفاوت شعاع اتمی S و Cl است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۹- واکنش موازنه نشده $CO(g) + H_2(g) \rightarrow CH_3OH(g)$ با ۸ مول گاز CO و ۱۶ مول گاز H_2 در یک ظرف دربسته آغاز شده است. اگر

شمار مول‌های فراورده، ۵۵/۵٪ مجموع شمار مول‌های باقی‌مانده از واکنش‌دهنده‌ها باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟

۴۷/۵ (۱) ۶۲/۵ (۲) ۷۰ (۳) ۸۲/۵ (۴)

۱۳۰- نیتینول آلیاژی از نیکل و تیتانیوم است. اگر درصد خلوص نیکل در این آلیاژ برابر ۳۰ باشد، نسبت شمار اتم‌های تیتانیوم به شمار اتم‌های

نیکل در این آلیاژ کدام است؟ ($Ni = 59, Ti = 48 : g.mol^{-1}$)

۲/۸۷ (۱) ۲/۳۳ (۲) ۱/۸۹ (۳) ۱/۳۴ (۴)

۱۳۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- واکنش ترمیت نشان می‌دهد که آهن (III) اکسید پایدارتر از آلومینیم اکسید است.
- فلز واسطه آهن، بیشترین مصرف سالانه را در سطح جهان در بین صنایع گوناگون دارد.
- آهن دو اکسید با فرمول‌های FeO و Fe_2O_3 دارد که هر دوی آنها طبیعی هستند.
- هر سه گونه آهن، آهن (II) اکسید و آهن (III) اکسید با هیدروکلریک اسید واکنش داده و طی آنها، آهن (III) کلرید تولید می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۳۲- از تجزیه کامل ۲۰۰ گرم پتاسیم پرمنگنات، طبق واکنش موازنه نشده زیر، ۱۸۷/۲ گرم ماده جامد در ظرف باقی می‌ماند. درصد خلوص

واکنش‌دهنده کدام است؟ ($K = ۳۹, Mn = ۵۵, O = ۱۶: g.mol^{-1}$)



۷۱/۴ (۴)

۶۳/۲ (۳)

۵۱/۴ (۲)

۴۶/۸ (۱)

۱۳۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- نخستین فلز واسطه در جدول دوره‌ای در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.
- استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌بار زیست‌محیطی بر جای می‌گذارد.
- بر اثر اکسایش گلوکز و نیز تخمیر بی‌هوازی آن، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.
- روش گیاه پالایی برای استخراج فلزهای روی و مس، مقرون به صرفه نیست.

۴ (۴)

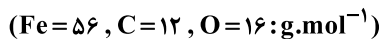
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۴- اگر در واکنش مربوط به استخراج آهن در شرکت فولاد مبارکه، ۲/۸ تن آهن تولید شود و جرم سنگ معدن هماتیت مصرف شده، ۱۲/۵

برابر جرم مصرفی واکنش‌دهنده دیگر باشد، درصد خلوص آهن (III) اکسید در سنگ معدن کدام است؟



۷۱/۱ (۴)

۶۴/۱ (۳)

۸۲/۱ (۲)

۹۱/۱ (۱)

۱۳۵- برای سوختن کامل ۴۰۰ میلی‌لیتر استون (CH_3COCH_3) با چگالی $۰.۷۲۵ g.mL^{-1}$ و با خلوص ۷۵ درصد، چند متر مکعب هوا لازم

است؟ (چگالی گاز اکسیژن $۱.۲۸ g.L^{-1}$ و ۲۰٪ حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد.) ($C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱: g.mol^{-1}$)

۲/۲۲۵ (۴)

۰/۸۷۵ (۳)

۱/۲۲۵ (۲)

۱/۸۷۵ (۱)

سایت کنکور



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درسورا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۸

جمعه ۱۴۰۱/۰۷/۲۲

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۱۰	۲۱	۳۰	
		۵	۳۱	۳۵	
		۵	۳۶	۴۰	
		۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	۲۵	۵۶	۸۰	۵۵ دقیقه
		۱۰	۸۱	۹۰	
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۳۵ دقیقه
		۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۱)	محمد رضا سیاح
	حسابان (۲)	سیروس نصیری
	هندسه (۳)	مفید ابراهیم پور
	ریاضی (۱)	مهدی وارسته
	گسسته	علی اکبر علیزاده
	هندسه (۱)	علی ایمانی
	آمار و احتمال	هایده جواهری
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خونی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	حسین زین‌العابدین زاده سارا دانایی کجانی مروارید شاه‌حسینی
	شیمی	پویا الفتی
		ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی - میثم کیانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



ریاضیات

۱ | ۱

نمودار مورد نظر $g(x) = f(x+4) + 5$ خواهد بود.

$$g(x) = 4(x+4) - (x+4)^2 + 5 = -x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = 1, -5 \Rightarrow B(-5, 0)$$

$$g(0) = 5 \Rightarrow A(0, 5)$$

$$|AB| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

۲ | ۲ اگر $f(x)$ را k واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس طول نقاط را نصف کنیم، ضابطه آن به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$f(x) \rightarrow f(x-k) \rightarrow f(2x-k)$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow |2x-k+2| = |x+2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-k+2 = x+2 \Rightarrow x=k \\ 2x-k+2 = -x-2 \Rightarrow x = \frac{k-4}{3} \end{cases}$$

$$|k - \frac{k-4}{3}| = 6 \Rightarrow |2k+4| = 18 \Rightarrow \begin{cases} k=7 \checkmark \\ k=-11 \times \end{cases}$$

$$f(k) = f(7) = |7+2| = 9$$

$$f(3) = 2$$

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

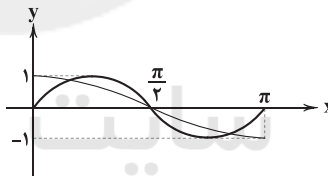
$$g(2) = 2 - 3f(3) = 2 - 3 \times 2 = -4$$

$$\Rightarrow (2, -4) \in g \Rightarrow B(2, -4)$$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=-4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

۱ | ۳

۳ | ۴ نمودار $\sin 2x$ از فشرده شدن دو برابری $\sin x$ در راستای محور x ها رسم می‌شود.



نمودار دو تابع در سه نقطه متقاطع‌اند.

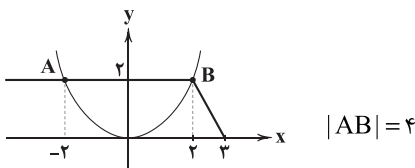
۳ | ۵

مراحل تبدیل $g(x)$ به صورت زیر است:

$$g(x) \rightarrow g(x) - \frac{1}{p} \rightarrow g(x+1) - \frac{1}{p}$$

$$g(x+1) - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}(x+1)^2 - (x+1) + 1 - \frac{1}{p}$$

$$= \frac{1}{p}(x^2 + 2x + 1) - x - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}x^2$$



۴ | ۶

برد تابع $g(x)$ از $\frac{3}{p}$ برابر شدن برد $f(x)$ به دست آمده

است پس:

$$\frac{k}{k+1} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2k = 3k+3 \Rightarrow k = -3$$

۷ | ۲

اگر صفرهای تابع $f(x)$ اعداد ۴، ۲ و a باشند، آن‌گاه صفرهای تابع $f(\frac{2x}{3})$ برابر $\frac{3}{2} \times 4$ ، $\frac{3}{2} \times 2$ و $a \times \frac{3}{2}$ خواهد بود.

$$4 \times \frac{3}{2} + 2 \times \frac{3}{2} + a \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}(4+2+a) = 6 \Rightarrow 6+a=4 \Rightarrow a=-2$$

ریشه زیر رادیکال a است.

۸ | ۲

$$x+b=0 \xrightarrow{-x=a} b=-a \Rightarrow y=a+\sqrt{x-a}$$

$$f(2a)=6 \Rightarrow 6=a+\sqrt{a} \Rightarrow a=4 \Rightarrow b=-4$$

اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[a, b-1]$ باشد، دامنهتابع $2f(2x)$ برابر $[\frac{a}{2}, \frac{b-1}{2}]$ خواهد بود، بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} = a-1 \Rightarrow a=2 \\ \frac{b-1}{2} = 2 \Rightarrow b=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{2} = a-1 \Rightarrow a=2 \\ \frac{b-1}{2} = 2 \Rightarrow b=5 \end{cases}$$

برد تابع $f(x)$ برابر $[2, b]$ است پس برد تابع $2f(2x)$ برابر $[4, 2b]$ خواهد بود پس:

$$\begin{cases} c=4 \\ d=2b=10 \end{cases}$$

$$a+b+c+d=2+5+4+10=21$$

$$-f(-x)+2=f(x) \Rightarrow (2x+1)^2 = -(-2x+1)^2+2 \quad 10 | ۲$$

$$\Rightarrow 4x^2+4x+1+4x^2-4x+1=2 \Rightarrow 8x^2=0 \Rightarrow x=0$$

دو تابع در $x=0$ مشترک هستند.

۱۱ | ۴ برای مورد «الف»، $a=2$ و $b=1$ مثال نقض است. برای مورد

«ب» اعداد $\sqrt{2}$ و $1+\sqrt{2}$ و $5-2\sqrt{2}$ مثال نقض است. عدد ۱ برای مورد «پ» مثال نقض محسوب می‌شود. برای مورد «ت» هم $a=-2$ و $b=-3$ مثال نقض است.

۱۲ | ۳ باید گزینه‌ای انتخاب شود که تمام اعداد طبیعی در آن آمده

باشد. در گزینه (۱)، عدد «۱» و در گزینه (۲)، عدد «۵» وجود ندارد. در گزینه (۴) هم اعداد زیادی مثلاً ۲ و ۳ و ۵ و ... وجود ندارند، اما گزینه (۳) تمام اعداد طبیعی را شامل می‌شود.

۱۳ | ۳ در اثبات به روش خلف، فرض مسئله، یعنی $p \sim$ باید درست

در نظر گرفته شود. بنابراین p باید نادرست باشد. هم‌چنین حکم مسئله در روش خلف، نادرست در نظر گرفته می‌شود، یعنی ارزش $q \vee r \sim$ باید نادرست باشد پس باید q درست و r نادرست باشد.

۱۴ | ۳ چون $2n+51$ فرد است، پس $2n$ زوج و در نتیجه n زوج

است. حال باید در گزینه‌ها بررسی کنیم که کدامها معادل زوج بودن n هستند. موارد «الف» و «ب» به وضوح معادل زوج بودن n می‌باشند. در مورد «پ» عبارت $n(n-4)$ زوج است و چون n و $n-4$ به لحاظ زوج و فرد بودن یکسان‌اند پس نتیجه می‌شود n زوج است. در مورد «ت» عبارت n^2-5n به‌ازای هر مقدار دلخواه n زوج می‌شود، بنابراین معادل با زوج بودن n نیست.

$$x^2 y^4 (x^2 + y^2) \geq 2x^2 y^2 (x+2y) - 5 \quad 15 | ۲$$

$$\Leftrightarrow x^6 y^4 + x^4 y^6 \geq 2x^3 y^2 + 4x^2 y^3 - 5$$

$$\Leftrightarrow x^6 y^4 - 2x^3 y^2 + 1 + x^4 y^6 - 4x^2 y^3 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 y^2 - 1)^2 + (x^2 y^3 - 2)^2 \geq 0$$



$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-5}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25}{4} \end{bmatrix}$$

$$\text{اصلی قطرهای ضرب درایه‌ها} = 16 \times \frac{1}{4} \times \frac{25}{4} = 25$$

۴ ۲۴

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 2x+3 & x+1 \\ 1 & 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2x + 3 + x + 1 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه‌ها} = x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = (-6)^2 - 2(4) = 28$$

۴ ۲۵

$$A^2 + 2AB + A + 2B = A(A+2B) + A + 2B = (A+I)(A+2B)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

۴ ۲۶ ابتدا ماتریس A^2 را حساب می‌کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ -2 & 11 & 7 \\ 6 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ -2 & 11 & 7 \\ 6 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ -2 & 11 & 7 \\ 6 & 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 151 & 150 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های ستون دوم} = 331$$

۳ ۲۷ چون اتحاد جبری برای دو ماتریس A و B برقرار است

بنابراین دو ماتریس تعویض پذیرند.

$$AB = BA$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & y \\ 3x-1 & 3y \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3y & 2x-y \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{4}{3}$$

۴ ۲۸

$$A^2 = (a+d)A - (ad-bc)I \text{ رابطه در ماتریس } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

برقرار است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = 7A + 2I \xrightarrow{-7A} A^2 - 7A = 2I$$

$$= 7(7A + 2I) + 2A = 51A + 14I$$

$$x = 51, y = 14 \Rightarrow x + y = 65$$

$$\begin{cases} a-3 \mid 4n+7 \\ a-3 \mid 4n-1 \end{cases} \Rightarrow a-3 \mid (4n+7) - (4n-1) \Rightarrow a-3 \mid 8$$

$$\Rightarrow a-3 = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$$

اما چون $4n-1$ فرد است، پس $a-3$ باید فرد باشد:

$$a-3=1 \Rightarrow a=4 \text{ یا } a-3=-1 \Rightarrow a=2$$

بنابراین تنها دو مقدار طبیعی برای a یافت می‌شود.

۲ ۱۷

رابطه $n^2 - n - 6 \mid n - 3$ را به صورت $(n-3) \mid (n-3)(n+2)$ می‌نویسیم. چون سمت راست مضربی از $n-3$ است، پس رابطه به‌مازای تمام n های طبیعی برقرار است. هم‌چنین:

$$n-2 \mid n+2, n-2 \mid n-2 \Rightarrow n-2 \mid (n+2) - (n-2)$$

$$\Rightarrow n-2 \mid 4 \Rightarrow n-2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1, 3, 4, 6$$

بنابراین اشتراک جواب‌های دو معادله به صورت $\{1, 3, 4, 6\}$ خواهد بود.

۴ ۱۸

همان‌طور که در متن کتاب درسی آمده، عدد $2^{16} + 1$ که همان $4^8 + 1$ است، اول می‌باشد. گزینه (۱) بر ۳ بخش پذیر است، پس اول نیست. گزینه (۲) بیانگر عددی زوج است بنابراین اول نیست. عدد گزینه (۳) هم به صورت زیر تجزیه می‌شود، پس اول نیست:

$$7^6 - 8 = 49^3 - 2^3 = (49-2)(49^2 + 98 + 4)$$

۲ ۱۹

$$x^4 = yz + 16 \Rightarrow x^4 - 16 = yz \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 4) = yz$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+2)(x^2+4) = yz \Rightarrow x+2 \mid yz \Rightarrow x+2 \mid xyz$$

۱ ۲۰ می‌دانیم اگر $p \mid ab$ و p عددی اول باشد، آن‌گاه $p \mid a$ یا $p \mid b$

$$67 \mid n(n-1) \xrightarrow{67 \text{ اول است}} 67 \mid n \text{ یا } 67 \mid n-1$$

$$\Rightarrow n = 67q \text{ یا } n = 67q + 1$$

یعنی n یا باید مضربی از ۶۷ باشد و یا یک واحد بیشتر از مضرب ۶۷ باشد که در بین گزینه‌ها ۶۷۶۸ در تقسیم بر ۶۷ باقی‌مانده ۱ دارد.

۳ ۲۱

عناصر قطر اصلی دو ماتریس را تشکیل داده و با هم جمع می‌کنیم.

$$c_{11} = a_{11} + b_{11} = (1^3 - 1) + (1^3 + 1) = 2$$

$$c_{22} = a_{22} + b_{22} = (2^3 - 2) + (2^3 + 2) = 16$$

$$c_{33} = a_{33} + b_{33} = (3^3 - 3) + (3^3 + 3) = 54$$

$$\text{جمع درایه‌های قطر اصلی} = 54 + 16 + 2 = 72$$

۲ ۲۲

$$A_{2 \times 3} = B_{3 \times 2} \Rightarrow x=2, y=3 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A = B \Rightarrow A - 2B = -A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = -8$$

۳ ۲۳

$$\begin{cases} c-1=0 \Rightarrow c=1 \\ a+c=0 \Rightarrow a=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+2b-2=0 \Rightarrow -1+2b-2=0 \Rightarrow b=\frac{3}{2} \end{cases}$$



۳ ۳۵

$$f(\tan x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\begin{aligned} f^2(\tan x) &= (\cos^2 x - \sin^2 x)^2 \\ &= \cos^4 x + \sin^4 x - 2\sin^2 x \cos^2 x \\ &= 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 4\sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$$

۴ ۳۶ ابتدا از روی ضابطه و دامنه، برد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(1) = 1 \\ f(2) = -8 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{4, 1, -8\}$$

R_f باید زیرمجموعه‌ای از B باشد بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2a^2 + 2 = 4 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ 3a - b = -8 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \rightarrow b=11 \Rightarrow a^2 - b^2 = -12 \\ a=-1 \rightarrow b=5 \Rightarrow a^2 - b^2 = -24 \end{cases} \end{cases}$$

دامنه دو تابع برابر است. برای برابری دو تابع f و g داریم:

۱ ۳۷

$$f(1) = g(1) \Rightarrow \frac{a+b}{1} = -1 \Rightarrow a+b = -1 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(2) = g(2) &\Rightarrow \frac{a+2b}{-1} = a+c \Rightarrow a+2b = -a-c \\ &\Rightarrow 2a+2b+c = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

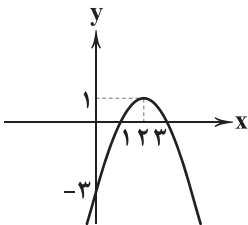
$$\begin{aligned} f(3) = g(3) &\Rightarrow \frac{a+3b}{-3} = b+c \Rightarrow a+3b = -3b-3c \\ &\Rightarrow a+6b+3c = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad &a+b = -1 \\ (2) \quad &2a+2b+c = 0 \Rightarrow 2(-1)+c = 0 \Rightarrow c = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad &a+b = -1 \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 0 \end{cases} \\ (3) \quad &a+6b = -6 \end{aligned}$$

$$a+2b+3c = 0 + 2(-1) + 3(2) = 4$$

۳ ۳۸ ابتدا تابع f(x) را رسم می‌کنیم. در بازه [0, 3] برد تابع برابر [-3, 1] خواهد بود.



در تابع $f: A \rightarrow B$ مجموعه A دقیقاً دامنه تابع و مجموعه B هم‌دامنه است و برد تابع باید زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه باشد.
در گزینه (۱) برد تابع زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه نیست.
در گزینه (۲) دامنه تابع تغییر کرده است.
در گزینه (۴) ضابطه تابع تغییر کرده است.
در گزینه (۳) ضابطه و دامنه‌ها یکی است و برد تابع زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه است و می‌تواند معرف تابع اصلی باشد.

$$A - 2B = I \Rightarrow 2B = A - I \xrightarrow{\text{توان } 2}$$

۳ ۲۹

$$\begin{aligned} 4B^2 &= A^2 - 2A + I \xrightarrow{A^2 = 2A} 4B^2 = I \\ \Rightarrow B^2 &= \frac{1}{4}I \Rightarrow B^6 = (B^2)^3 = \left(\frac{1}{4}I\right)^3 = \frac{1}{64}I \end{aligned}$$

۲ ۳۰

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+2b+4c=3 \quad (1) \\ 3a+3b+c=3 \quad (2) \\ 2a+b+c=4 \quad (3) \end{cases}$$

طرفین رابطه‌های (۱)، (۲) و (۳) را با هم جمع می‌کنیم.

$$6a+6b+6c=10 \Rightarrow a+b+c = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های ماتریس } = a+b+c = \frac{5}{3}$$

۳ ۳۱

بررسی ضوابط:

$$\begin{aligned} \text{الف) } \frac{x^2+y^2}{yx} &= -2 \Rightarrow x^2+y^2 = -2xy \Rightarrow x^2+y^2+2xy = 0 \\ &\Rightarrow (x+y)^2 = 0 \Rightarrow y = -x \Rightarrow \text{تابع است.} \end{aligned}$$

(ب) به ازای $x = -1$ بی‌شمار y وجود دارد. بنابراین تابع نیست.

$$\text{ج) } y^3 - 2y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{به ازای } x = 1 \text{ داریم:}$$

$$\text{د) } x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

بنابراین موارد (الف) و (د) تابع هستند.

۳ ۳۲

$$\begin{aligned} &\frac{1}{3} \left(\frac{3}{f(1)f(2)} + \dots + \frac{3}{f(99)f(100)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{f(2)-f(1)}{f(1)f(2)} + \frac{f(3)-f(2)}{f(2)f(3)} + \dots + \frac{f(100)-f(99)}{f(99)f(100)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{f(1)} - \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(2)} - \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(99)} - \frac{1}{f(100)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{f(1)} - \frac{1}{f(100)} \right) = \frac{1}{3} \frac{f(100)-f(1)}{f(1)f(100)} = \frac{1}{3} \times \frac{297}{2 \times 299} = \frac{99}{598} \end{aligned}$$

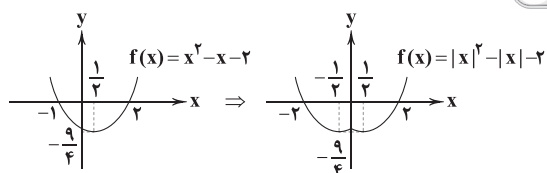
$$\frac{a-1}{a+1} = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 - a = a+1$$

۲ ۳۳

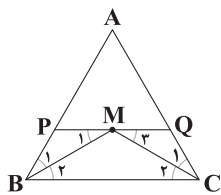
$$\Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 + \sqrt{2} \\ a_2 = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 2$$

۱ ۳۴



اگر $k \in (-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$ انتخاب شود، خط $y = k$ نمودار $f(x)$ را در دو نقطه قطع می‌کند.



عمودمنصف BC از A می‌گذرد پس $AB = AC$ ، M از سه ضلع به یک فاصله است پس محل همرسی نیم‌سازهاست.

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2, PQ \parallel BC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_1 \Rightarrow PM = PB$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2, PQ \parallel BC \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C}_2 = \hat{C}_1 \Rightarrow QM = QC$$

$$\begin{aligned} \Delta APQ = \text{محیط} &= AP + AQ + PQ = AP + AQ + PM + MQ \\ &= AP + PB + AQ + QC = AB + AC = 2AB = 9 \end{aligned}$$

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv \sim(p \vee q) \vee r$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$$

$$\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$

$$\equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$x \notin A \vee x \in B \equiv \sim(x \in A \wedge x \notin B)$$

$$\equiv \sim(x \in A - B)$$

$$\equiv x \notin (A - B)$$

$$\sim[\forall x(F(x) \Rightarrow \sim G(x))]$$

$$\equiv \sim[\forall x(\sim F(x) \vee \sim G(x))]$$

$$\equiv \sim[\forall x \sim(F(x) \wedge G(x))]$$

$$\equiv \exists x(F(x) \wedge G(x))$$

جمله «سامان باهوش و دروغگو است. اگر و فقط اگر سامان

ثروتمند باشد» $q \Leftrightarrow (p \wedge r)$ بنابراین نقیض این عبارت، گزینه (۱) است.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F	T	F	T

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim(p \Leftrightarrow \sim q)$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۴ ۴۵

۲ ۳۹ ابتدا ضابطه تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{-2(x+1)^2 + 5}{2x^2 + 8 + 4\sqrt{5}} \Rightarrow f(\sqrt{5}-1) = \frac{-2(\sqrt{5})^2 + 5}{2(\sqrt{5}-1)^2 + 8 + 4\sqrt{5}} \\ &= \frac{-5}{2(6-2\sqrt{5}) + 8 + 4\sqrt{5}} = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

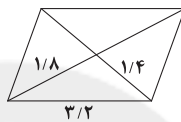
۴ ۴۰ ابتدا به ازای $x = -1$ داریم:

$$3f(-3) + f(-3) = -2 + 1 - 3 \Rightarrow 4f(-3) = -4 \Rightarrow f(-3) = -1$$

حالا به ازای $x = 1$ داریم:

$$3f(1) - (-1) = -2 - 1 - 3 \Rightarrow 3f(1) = -7 \Rightarrow f(1) = -\frac{7}{3}$$

۱ ۴۱ اگر مسئله را حل شده فرض کنیم با توجه به این که در متوازی‌الاضلاع قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند شکل زیر به دست خواهد آمد که طبق نامساوی مثلث چنین شکلی وجود ندارد و مسئله دارای جواب نیست.



۱ ۴۲ طبق نامساوی مثلث جمع هر دو ضلع، از ضلع سوم بزرگتر است.

$$2x + 1 + x + 1 > -3x + 4 \Rightarrow 6x > 2 \Rightarrow x > \frac{1}{3} \quad (1)$$

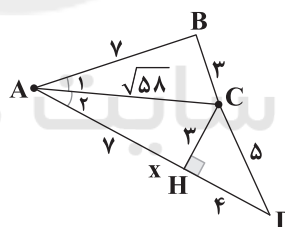
$$-3x + 4 + 2x + 1 > x + 1 \Rightarrow 2x < 4 \Rightarrow x < 2 \quad (2)$$

$$-3x + 4 + x + 1 > 2x + 1 \Rightarrow 4x < 4 \Rightarrow x < 1 \quad (3)$$

اشتراک جواب‌های سه دست آمده $(\frac{1}{3}, 1)$ است. بنابراین بیشترین

مقدار $b - a$ برابر $\frac{2}{3}$ است.

۳ ۴۳



$$\begin{aligned} AC^2 &= BC^2 + AB^2 \\ \Rightarrow \hat{B} &= 90^\circ, \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{aligned}$$

چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است پس AC نیم‌ساز \hat{A} است و C روی نیم‌ساز قرار دارد.

$$\Rightarrow CH = CB = 3 \Rightarrow AH = 7, DH = 4$$

$$\Rightarrow AD = x = 11$$

۴ ۴۴ محل تقاطع دایره‌ای به مرکز تقاطع قطرهای و محیط

متوازی‌الاضلاع جواب مسأله است.

(۱) اگر متوازی‌الاضلاع مربع باشد و طول فاصله ثابت برابر نصف طول ضلع

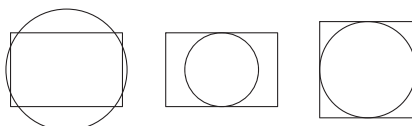
مربع باشد، ۴ جواب دارد.

(۲) اگر متوازی‌الاضلاع مستطیل باشد و طول فاصله ثابت برابر نصف عرض

مستطیل باشد، ۲ جواب دارد.

(۳) اگر متوازی‌الاضلاع مستطیل باشد و طول فاصله ثابت بزرگتر از نصف عرض

و کوچکتر از نصف طول باشد، ۸ جواب دارد.





$$B \text{ تا } A' \text{ فاصله} = \sqrt{(31)^2 + (41)^2} = 51$$

$$\Delta t_{\min} = \frac{l_{\min}}{v} = \frac{\Delta l}{v} \quad \text{بنابراین:}$$

بیشترین اندازه سرعت متوسط متحرک در این جابه‌جایی برابر است با:

$$(v_{\text{av}})_{\max} = \frac{d}{\Delta t_{\min}} = \frac{\sqrt{17}l}{\frac{\Delta l}{v}} = \frac{\sqrt{17}}{\Delta} v$$

۵۸ ۲ در صورتی که یک حرکت در چند مرحله انجام شود، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکت برابر است با:

$$v_{\text{av کل}} = \frac{\text{جابه‌جایی کل}}{\text{کل زمان جابه‌جایی}}$$

برای این سؤال داریم:

$$\begin{cases} d_1 = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8 \text{ km} = 8 \times 10^3 \text{ m} \\ \Delta t_1 = 1/5 \text{ h} = 1/5 \times 3600 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_2 = 5\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 10 \text{ km} = 10 \times 10^3 \text{ m} \\ \Delta t_2 = 0/5 \text{ h} = 0/5 \times 3600 \text{ s} \end{cases}$$

$$|v_{\text{av}}| = \frac{d_{\text{کل}}}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{(8+10) \times 10^3}{(1/5 + 0/5) \times 3600} = \frac{18 \times 10^3}{2 \times 3600} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow |v_{\text{av}}| = \frac{10^3}{400} = \frac{10}{4} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت کنید: توجه شود که d (جابه‌جایی) فاصله بین محل شروع حرکت (M) و محل پایان حرکت (N) است که برابر $d_1 + d_2$ است. در واقع چون حرکت روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت انجام شده است، جابه‌جایی و مسافت طی شده هم‌اندازه هستند.

۵۹ ۴ سرعت متوسط مرحله دوم (حرکت در خلاف جهت محور X) را

$-v$ و سرعت متوسط مرحله اول (حرکت در جهت محور X) را $2v$ در نظر می‌گیریم. طبق رابطه سرعت متوسط، سرعت متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1 \times \Delta t_1 + v_2 \times \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

اگر مدت‌زمان کل حرکت را t در نظر بگیریم، مدت‌زمان حرکت در مرحله اول $\frac{t}{4}$ و در مرحله دوم $\frac{3t}{4}$ می‌باشد، بنابراین:

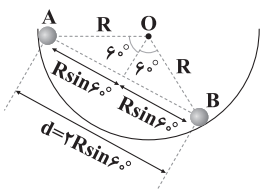
$$v_{\text{av}} = \frac{2v \times \frac{t}{4} - v \times \frac{3t}{4}}{\frac{t}{4} + \frac{3t}{4}} = \frac{\frac{2vt}{4} - \frac{3vt}{4}}{t} = -\frac{v}{4}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{v_{\text{av}}}{v_{\text{av}_1}} = \frac{-\frac{v}{4}}{2v} = -\frac{1}{8}$$

۶۰ ۴ این گلوله وقتی از نقطه A تا نقطه B حرکت می‌کند، مسافتی

به اندازه $\frac{1}{3}$ محیط دایره را طی می‌کند.



۵۲ ۱ به راحتی می‌توان بررسی کرد گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست و جدول

ارزش گزینه (۴) به صورت $\begin{matrix} T \\ F \\ F \\ T \end{matrix}$ است. جدول ارزش گزینه (۱) را رسم می‌کنیم.

$p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	(۱)
T	F	T	T
T	F	T	T
T	T	T	T
F	T	F	F

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

$$((p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)) \vee q$$

$$\equiv (\sim q \vee (p \wedge \sim p)) \vee q$$

$$\equiv \sim q \vee F \vee q$$

$$\equiv (\sim q \vee q) \vee F \equiv T \vee F \equiv T$$

$$\sim p \wedge (\sim q \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$$

$$\equiv [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee [(q \vee p) \wedge r]$$

$$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r]$$

$$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \vee p)] \wedge r$$

$$\equiv [(\sim(p \vee q)) \vee (p \vee q)] \wedge r$$

$$\equiv T \wedge r \equiv r$$

۵۵ ۲ چون ارزش دو عبارت $q \Rightarrow p \wedge r$ و $p \Rightarrow r$ نادرست است

پس در هر دو عبارت، مقدم درست و تالی نادرست است یعنی p و q ارزش درست و r ارزش نادرست دارد پس ارزش $\sim r$ درست است بنابراین در عبارت $p \Rightarrow q \vee \sim r$ ارزش تالی درست است پس ارزش کل عبارت درست است.

فیزیک

۵۶ ۳ برای آن که سرعت متوسط در خلاف جهت محور X باشد، کافی

است جابه‌جایی، منفی باشد. در ادامه نشان می‌دهیم که در دو ثانیه اول حرکت، چگونه جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد.

$$x = 2t^3 - bt - 10$$

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m} \\ t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 6 - 2b \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 16 - 2b$$

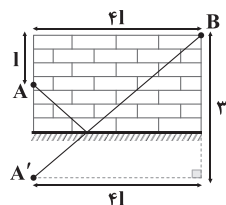
$$\Delta x < 0 \Rightarrow 16 - 2b < 0 \Rightarrow b > 8$$

۵۷ ۳ جابه‌جایی متحرک از A تا B مقدار مشخصی داشته و برابر است با:

$$d = AB = \sqrt{1^2 + (41)^2} = \sqrt{171}$$

از طرفی در حالتی سرعت متوسط این حرکت بیشینه می‌شود که متحرک در کم‌ترین زمان ممکن از A به زمین رفته و سپس به B منتقل شود و برای این منظور باید کم‌ترین مسافت ممکن را طی کند.

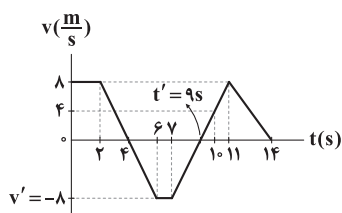
کم‌ترین مسافت در حالتی رخ می‌دهد که تصویر نقطه A نسبت به زمین (یعنی A') با نقطه B در یک امتداد واقع شوند (چرا؟)





پس از آن که دو متحرک به هم رسیده و از هم عبور می‌کنند نیز دوباره به دلیل تقارن در شکل نمودارها مدت زمانی که فاصله متحرک B از A، ۱۰۰ متر تا ۲۰۰ متر می‌شود، همان ۱۰ ثانیه است، پس کل زمانی که فاصله این دو از هم بین ۱۰۰ متر تا ۲۰۰ متر است، ۲۰ ثانیه خواهد بود.

۶۴ ۳ از آن جا که سرعت متحرک در مدت ۲ ثانیه از $8 \frac{m}{s}$ به صفر رسیده (بازه زمانی $t=2s$ تا $t=6s$) و در همین مدت هم با همان شیب به سرعت v' رسیده (بازه زمانی $t=6s$ تا $t=4s$) می‌توان گفت که v' برابر $-8 \frac{m}{s}$ است. هم‌چنین می‌بینیم که سرعت متحرک در مدت ۴ ثانیه از v' به $8 \frac{m}{s}$ رسیده است (بازه زمانی $t=4s$ تا $t=11s$)، پس می‌توان گفت که لحظه t' برابر ۹s است. یعنی دقیقاً در وسط این خط قرار دارد.



برای آن که حرکت متحرک در خلاف جهت محور X باشد باید مقدار Δx ، منفی باشد که از طریق مساحت‌های زیر نمودار $v-t$ به دست می‌آید:

بررسی گزینه‌ها:

$$1) t=7s \text{ تا } t=0: \Delta x = \frac{(4+2) \times 8}{2} - \frac{(3+1) \times 8}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 24 - 12 = 12m \quad (\times)$$

$$2) t=6s \text{ تا } t=2s: \Delta x = \frac{2 \times 8}{2} - \frac{2 \times 8}{2} = 0 \quad (\times)$$

$$3) t=10s \text{ تا } t=7s: \Delta x = \frac{-2 \times 8}{2} + \frac{1 \times 4}{2} = -6m \quad (\checkmark)$$

$$4) t=14s \text{ تا } t=6s: \Delta x = \frac{-(3+1) \times 8}{2} + \frac{5 \times 8}{2} = 4m \quad (\times)$$

۶۵ ۲ ابتدا با توجه به بخش‌های مختلف نمودار متوجه می‌شویم که سرعت متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=2s$ برابر $20 \frac{m}{s}$ و در بازه زمانی

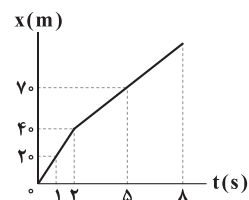
$t=2s$ تا $t=8s$ برابر $10 \frac{m}{s}$ بوده است، پس مکان متحرک در

$$\text{لحظه } t=2s \text{ برابر است با: } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t = 20 \times 2 = 40m$$

در قسمت دوم حرکت که سرعت متحرک $10 \frac{m}{s}$ است، در هر ثانیه متحرک ۱۰ متر از مبدأ دور می‌شود، پس در لحظه $t=5s$ متحرک به اندازه ۳۰ متر حرکت کرده و به مکان $x=70m$ می‌رسد.

هم‌چنین مشخص است که در لحظه $t=1s$ ، مکان متحرک برابر با $x=20m$ بوده است، پس داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70-20}{5-1} = 12.5 \frac{m}{s}$$



$$l = 120^\circ \times \frac{\text{محیط دایره}}{360^\circ} = \frac{1}{3} \times 2\pi R = \frac{2}{3}\pi R$$

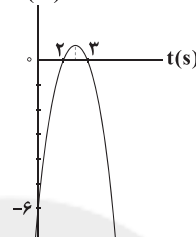
$$d = 2R \sin 6^\circ = \sqrt{3}R$$

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{l} = \frac{\sqrt{3}R}{\frac{2}{3}\pi R} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۶۱ ۴ ابتدا ریشه‌های معادله مکان - زمان را پیدا کرده و نمودار آن را رسم می‌کنیم تا تشخیص بدهیم اولین بار در چه لحظه‌ای بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

x(m)



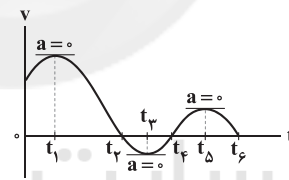
$$-t^2 + 5t - 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=3s \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید بردار مکان متحرک در ابتدا در جهت منفی است و در لحظه $t=2s$ تغییر جهت می‌دهد و مثبت می‌شود. پس سؤال بردار مکان را در لحظه $t=1s$ از ما می‌خواهد، بنابراین داریم:

$$t=1s \Rightarrow x = -1^2 + 5 - 6 = -2m \Rightarrow \bar{x} = -2\hat{i} (m)$$

۶۲ ۴ در نمودار سرعت - زمان، جهت حرکت زمانی تغییر می‌کند که سرعت متحرک از مثبت به منفی و یا برعکس از منفی به مثبت تغییر کند. این اتفاق فقط در لحظه‌های t_1 و t_2 رخ داده است. هم‌چنین جهت شتاب همان شیب نمودار سرعت - زمان است. این شیب در لحظه‌های t_1 ، t_3 و t_5 تغییر کرده است.



۶۳ ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، مشخص است که دو متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده‌اند.

$$\text{سرعت متحرک A برابر است با: } v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{200-100}{10} = 10 \frac{m}{s}$$

معادله مکان - زمان متحرک A برابر است با:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \quad \frac{v_A = 10 \frac{m}{s}}{x_{0A} = 100m} \rightarrow x_A = 10t + 100$$

$$\text{سرعت متحرک B برابر است با: } v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0-(-200)}{10} = 20 \frac{m}{s}$$

معادله مکان - زمان متحرک B برابر است با:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \quad \frac{v_B = 20 \frac{m}{s}}{x_{0B} = -200m} \rightarrow x_B = 20t - 200$$

از آن جایی که متحرک A در ابتدا جلوتر از متحرک B است، پس ابتدا فاصله آن در یک بازه زمانی بین ۱۰۰ متر تا ۲۰۰ متر از متحرک B خواهد بود، پس:

$$\begin{cases} x_A - x_B = 200 \Rightarrow 10t + 100 - 20t + 200 = 200 \Rightarrow t_1 = 10s \\ x_A - x_B = 100 \Rightarrow 10t + 100 - 20t + 200 = 100 \Rightarrow t_2 = 20s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = 10s$$

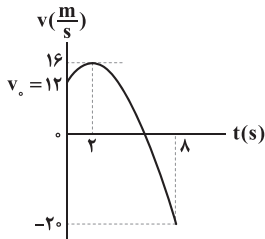


۶۹ با توجه به معادله سرعت - زمان داده شده، نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$v = -t^2 + 4t + 12 = -t^2 + 4t - 4 + 4 + 12 = -(t^2 - 4t + 4) + 16$$

$$\Rightarrow v = -(t-2)^2 + 16$$

$$\text{نقاط کمکی: } \begin{cases} t=0 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{m}{s} \\ t=2s \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s} \\ t=8s \Rightarrow v = -(8)^2 + 4 \times 8 + 12 = -20 \frac{m}{s} \end{cases}$$



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، اندازه سرعت در لحظه $t = 8s$ بیشتر از سایر لحظه‌هاست و در نتیجه بیشترین تندی متحرک در 8 ثانیه اول حرکت، در انتهای حرکت می‌باشد که برابر $20 \frac{m}{s}$ است.

۷۰ ابتدا با استفاده از رابطه تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک در 12 ثانیه اول حرکتش و مکان آن در لحظه $t = 12$ را محاسبه می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{13}{6} = \frac{l}{12} \Rightarrow l = 26 \text{ m}$$

$$l = |8-4| + |4-8| + |16-4| + |16-4| = 26$$

$$\Rightarrow 4+4+12+16 - x_{12} = 26 \Rightarrow x_{12} = 10 \text{ m}$$

سرعت متحرک در لحظات $t = 6s$ و $t = 12s$ برابر است با:

$$t = 6s \Rightarrow v_6 = 0 \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = 0$$

$$t = 12s \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = \frac{0-10}{6} = -\frac{5}{3} \frac{m}{s} \Rightarrow v_{12} = -\frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_6}{12 - 6} = \frac{-\frac{5}{3} - 0}{6} = -\frac{5}{18} \frac{m}{s^2} \quad \text{در نتیجه:}$$

۷۱ طول مسیر بین دو شهر را L در نظر می‌گیریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \frac{36}{3/6} = \frac{L}{\Delta t_{\text{رفت}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{رفت}} = \frac{L}{10} \\ \frac{54}{3/6} = \frac{L}{\Delta t_{\text{برگشت}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{برگشت}} = \frac{L}{30} \end{cases}$$

کل مسیر حرکت $\frac{3L}{4}$ و مدت‌زمان کل حرکت برابر $\frac{4L}{30}$ است، بنابراین:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{\frac{3L}{4}}{\frac{4L}{30}} = \frac{3}{4} \times \frac{30}{4} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4} \frac{m}{s}$$

۷۲ چون معادله مکان - زمان متحرک، درجه ۲ است، بنابراین

شیب خط مماس بر نمودار در رأس سهمی برابر صفر است، پس در این لحظه، سرعت متحرک صفر می‌شود، بنابراین متحرک تغییر جهت می‌دهد، بنابراین

لحظه تغییر جهت این متحرک برابر است با:

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{\lambda}{2} = 4s$$

۶۶ ۱ با توجه به نمودار داده شده مشخص است که سرعت دو متحرک A

و B ثابت است. ابتدا سرعت هر کدام از متحرک‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{0 - (-100)}{20} = 5 \frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - 250}{25} = -10 \frac{m}{s}$$

حال با توجه به فرم کلی معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، معادله مکان - زمان هر کدام از متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \quad \frac{v_A = 5 \frac{m}{s}}{x_A = -100 \text{ m}} \rightarrow x_A = 5t - 100$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \quad \frac{v_B = -10 \frac{m}{s}}{x_{0B} = 250 \text{ m}} \rightarrow x_B = -10t + 250$$

بار اول که فاصله دو متحرک 50 متر می‌شود زمانی است که متحرک B جلوتر از متحرک A است، پس:

$$x_B - x_A = 50 \Rightarrow -10t + 250 - 5t + 100 = 50$$

$$\Rightarrow -15t = 50 - 350 \Rightarrow t = 20s$$

بار دوم متحرک A جلوتر از متحرک B است و داریم:

$$x_A - x_B = 50 \Rightarrow 5t' - 100 + 10t' - 250 = 50 \Rightarrow 15t' - 350 = 50$$

$$\Rightarrow 15t' = 400 \Rightarrow t' = \frac{400}{15} = \frac{80}{3}$$

حال می‌توانیم نسبت $\frac{t'}{t}$ را به دست آوریم:

$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{80}{3}}{20} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$$

۶۷ ۲ با قرار دادن $t = 0$ در معادله مکان - زمان، مکان اولیه متحرک

به دست می‌آید:

$$\text{معادله حرکت: } x = t^2 - 5t + 8$$

$$\xrightarrow{t=0} x = (0)^2 - 5 \times 0 + 8 = 8 \text{ m}$$

حال برای محاسبه لحظه عبور دوباره متحرک از $x = 8 \text{ m}$ ، می‌توان نوشت:

$$x = t^2 - 5t + 8 \quad \xrightarrow{x=8 \text{ m}} t^2 - 5t + 8 = 8 \Rightarrow t^2 - 5t = 0$$

$$\Rightarrow t(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5s \end{cases}$$

بنابراین متحرک در پایان ثانیه پنجم از حرکت، مجدداً از مکان اولیه عبور می‌کند.

۶۸ ۱ حرکت متحرک زمانی در جهت محور X است که شیب خط

مماس بر نمودار، مثبت باشد. این اتفاق در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 1s$ و در بازه زمانی $t = 4s$ تا $t = 7s$ افتاده است که مجموعاً ۴ ثانیه می‌شود، یعنی $t_1 = 4s$.

همچنین بردار مکان متحرک زمانی در خلاف جهت محور X است که نمودار مکان - زمان زیر محور زمان باشد. این اتفاق در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 5s$ رخ

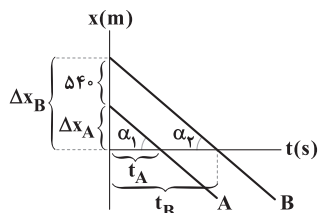
داده است که مجموعاً ۲ ثانیه می‌شود، یعنی $t_2 = 2s$.

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{2} = 2$$



۷۵ ۳ حرکت دو متحرک، یکنواخت است و هر دو متحرک خلاف جهت محور X حرکت می‌کنند، بنابراین سرعت آن‌ها برابر $-\frac{m}{s}$ است. از طرفی می‌دانیم که شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متحرک است. در نتیجه با توجه به شکل زیر داریم:

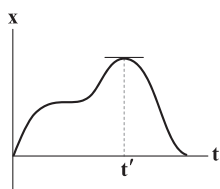


$$\begin{cases} \tan \alpha_1 = 6 \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{t_A} = 6 \Rightarrow t_A = \frac{\Delta x_A}{6} \\ \tan \alpha_2 = 6 \Rightarrow \frac{\Delta x_B}{t_B} = 6 \Rightarrow t_B = \frac{\Delta x_B}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_B - t_A = \frac{\Delta x_B}{6} - \frac{\Delta x_A}{6} = \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{6}$$

$$\frac{\Delta x_B - \Delta x_A = 540 \text{ m}}{\rightarrow} t_B - t_A = \frac{540}{6} = 90 \text{ s}$$

۷۶ ۴ در نمودار مکان - زمان، جهت بردار مکان، زمانی تغییر می‌کند، که نمودار محور t را قطع کرده و از آن عبور کند، بنابراین بردار مکان این متحرک تغییر نکرده است. متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعت لحظه‌ای آن صفر شود، یعنی در لحظه‌ای که شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه صفر باشد، متحرک تغییر جهت می‌دهد، بنابراین در لحظه t' متحرک متوقف شده و تغییر جهت داده است.



۷۷ ۲ ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک را در 10 ثانیه اول حرکتش به دست می‌آوریم:

$$l = 15 + 15 = 30 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جابه‌جایی متحرک در 5 ثانیه دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x = x_1 - x_2 = 0 - 5 = -5 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{5}{5} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

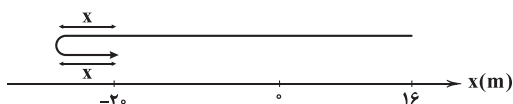
بنابراین نسبت خواسته شده برابر است:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{3}{1} = 3$$

۷۸ ۲ مسافت طی شده توسط متحرک در مدت 10 ثانیه برابر است با:

$$l = s_{av} \times \Delta t = 5 \times 10 = 50 \text{ m}$$

نمایش حرکت روی محور X به صورت زیر است:



$$16 + 20 + x + x = 50 \Rightarrow 36 + 2x = 50 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

بنابراین بیشترین فاصله متحرک از مبدأ برابر با 27 متر است.

پس مکان متحرک در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 4 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 7 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow x_4 = 16 - 32 + 7 = -9 \text{ m}$$

$$t = 5 \text{ s} \Rightarrow x_5 = -8 \text{ m}$$

بنابراین مسافت طی شده در کل برابر با 17 متر است، بنابراین تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{17}{5} = 3.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۳ ۳ شتاب متوسط از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} -8 = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{1} \Rightarrow \vec{v}_1 - \vec{v}_0 = -8 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) & (1) \\ 4 = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_0}{5} \Rightarrow \vec{v}_5 - \vec{v}_0 = 20 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) & (2) \end{cases}$$

با استفاده از دو معادله (۱) و (۲)، اختلاف سرعت متحرک در لحظات $t = 5 \text{ s}$ و $t = 10 \text{ s}$ برابر است با:

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_5 = -10 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

در نتیجه:

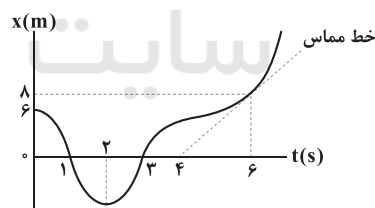
$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_5}{10 - 5} = \frac{-10 \vec{i}}{5} = -2 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = -2 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۷۴ ۳ این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبه سرعت متحرک در لحظه $t = 6 \text{ s}$:

$$t = 6 \text{ s} : v = \text{شیب خط مماس} = \frac{\lambda}{6-4} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

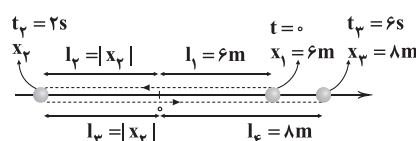


بنابراین چون تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $0 < t < 6 \text{ s}$ برابر تندی

در لحظه $t = 6 \text{ s}$ است، تندی متوسط در بازه $0 < t < 6 \text{ s}$ برابر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

گام دوم: محاسبه مسافت طی شده در بازه زمانی $0 < t < 6 \text{ s}$:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{l}{6} \Rightarrow l = 30 \text{ m}$$



$$30 = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 \Rightarrow 30 = 6 + |x_2| + |x_2| + 8 \Rightarrow |x_2| = 8 \text{ m}$$

از طرفی باید دقت شود که در $t = 2 \text{ s}$ عملاً متحرک در خلاف جهت محور X، بیشترین فاصله از مبدأ را دارد و این فاصله همان 8 m است.



۸۳ ۲ شکل (۱) مربوط به یک ریزسنج با دقت اندازه‌گیری 10^{-3} mm یا $1 \mu\text{m}$ است.

شکل (۲) مربوط به یک کولیس با دقت اندازه‌گیری 10^{-2} mm می‌باشد و رقم γ غیرقطعی است و می‌تواند تغییر کند. بنابراین عبارت‌های «الف» و «د» درست هستند.

۸۴ ۳ گام اول: حجم الکل بیرون ریخته شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{\lambda}{V} \Rightarrow V = 100 \text{ cm}^3$$

گام دوم: در ابتدا 240 cm^3 از بالای ظرف خالی است و با انداختن گلوله در مایع، 100 cm^3 الکل بیرون ریخته است، بنابراین حجم ظاهری گلوله برابر $240 + 100 = 340 \text{ cm}^3$ است با:

گام سوم: محاسبه حجم حفره با توجه به جرم گلوله:

$$m = \rho(V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}}) \Rightarrow 2000 = 8 \times (340 - V_{\text{حفره}})$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = 90 \text{ cm}^3 = 0.09 \text{ Dm}^3 \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 0.09 \text{ Dm}^3$$

تذکر:

$$1 \text{ Dm} = 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ Dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow 1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ Dm}^3$$

۸۵ ۲ با توجه به برابر بودن جرم آب و جیوه داریم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{جیوه}} \xrightarrow{m = \rho V} \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} V_{\text{جیوه}}$$

$$\xrightarrow{V = Ah} \rho_{\text{آب}} A h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} A h_{\text{جیوه}}$$

$$\xrightarrow{\text{سطح مقطع‌ها برابر هستند}} \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} = 13/6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 13/6 h_{\text{جیوه}} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم مجموع ارتفاع دو مایع برابر با 146 cm است، بنابراین:

$$h_{\text{آب}} + h_{\text{جیوه}} = 146 \text{ cm} \quad (2)$$

بنابراین با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$13/6 h_{\text{جیوه}} + h_{\text{جیوه}} = 146 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h_{\text{آب}} = 136 \text{ cm}$$

فشار کل ناشی از فشار آب و جیوه است:

$$\begin{cases} P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} \\ P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = 1000 \times 10 \times 136 \times 10^{-2} = 13600 \text{ Pa} \\ P_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} = 13600 \times 10 \times 10 \times 10^{-2} = 13600 \text{ Pa} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\text{کل}} = 13600 + 13600 = 27200 \text{ Pa}$$

بنابراین اندازه نیروی وارد بر ته مخزن از طرف دو مایع برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 27200 \times 10 \times 10^{-4} = 272 \text{ N}$$

۸۶ ۴ آهنگ شارش حجمی شاره در طول لوله همواره مقدار ثابتی

است، بنابراین با افزایش سطح مقطع لوله (A)، تندی شاره کاهش می‌یابد، در نتیجه داریم:

$$A_B < A_A < A_C \Rightarrow v_B > v_A > v_C$$

هم‌چنین با افزایش v، P کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$P_B < P_A < P_C$$

۷۹ ۲ مسافتی که قایق در هر دو حالت طی می‌کند، یکسان است اما سرعت آن متفاوت خواهد بود.

$$\text{قایق } v = v_{\text{آب}} + v \quad \text{در جهت آب}$$

$$\text{آب } v = v_{\text{قایق}} - v_{\text{آب}} \quad \text{در خلاف جهت آب}$$

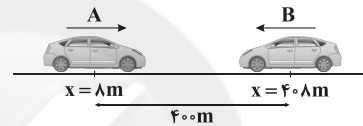
بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = (v_{\text{آب}} + v) t \\ \Delta x_2 = (v_{\text{قایق}} - v_{\text{آب}}) \frac{\Delta t}{\gamma} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_{\text{آب}} + v = \frac{\Delta t}{\gamma} v_{\text{قایق}} - \frac{\Delta t}{\gamma} v_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{3} v_{\text{آب}} = \frac{5}{3} v_{\text{قایق}} \Rightarrow \frac{v_{\text{قایق}}}{v_{\text{آب}}} = \frac{11}{5}$$

۸۰ ۲ خودروی A از مکان $x = 8 \text{ m}$ در جهت محور x در مبدأ زمان شروع به حرکت می‌کند، بنابراین خودروی B از مکان $x = 40.8 \text{ m}$ در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می‌کند، پس داریم:



$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3t + 8 \\ x_B = -2t + 40.8 \end{cases}$$

وقتی دو خودروی A و B به هم می‌رسند، مکان آن با هم برابر می‌شود. حال دو معادله را برابر می‌گذاریم تا لحظه رسیدن دو خودرو به هم را به دست بیاوریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 3t + 8 = -2t + 40.8 \Rightarrow 5t = 40 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

بنابراین مکان رسیدن دو متحرک به هم برابر است با:

$$x_B = x_A = x = 3t + 8 \Rightarrow x = 3 \times 8 + 8 \Rightarrow x = 24.8 \text{ m}$$

۸۱ ۲ ابتدا داده‌های سؤال را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{cases} h_A = h \text{ و } h_B = 2h \\ m_B = \frac{1}{\gamma} m_A \Rightarrow m_A = \gamma m_B \\ \left[V_A = \pi R^2 h \text{ و } V_B = [\pi R^2 - \pi(\frac{R}{2})^2] \times (2h) \right] \end{cases}$$

با توجه به رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{\gamma m_B}{m_B} \times \frac{[\pi R^2 - \pi(\frac{R}{2})^2] \times (2h)}{\pi R^2 h}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \gamma \times \frac{0.96 R^2 \times 2}{R^2} = 3/84$$

۸۲ ۳ ابتدا کمیت A را بر حسب F و t محاسبه می‌کنیم:

$$F = \sqrt{A} t^{-1} \Rightarrow \sqrt{A} = \frac{F}{t^{-1}} = Ft \Rightarrow A = (Ft)^2$$

ابتدای یکای فرعی F را به دست می‌آوریم:

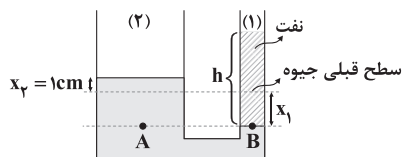
$$F = ma \Rightarrow [F] = [m][a] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین:

$$[A] = ([F][t])^2 \xrightarrow{\frac{[F] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{[t] = \text{s}}} [A] = (\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{s})^2 = \frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$



۹۰ | ۱ با اضافه کردن نفت به لوله سمت راست، جیوه در همین لوله پایین می‌رود و به همان حجم، جیوه در لوله مقابل بالا می‌رود.



با توجه به تفاوت سطح مقطع‌های دو لوله، ارتفاع جیوه جابه‌جا شده در دو لوله متفاوت بوده و از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 x_1 = A_2 x_2$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{x_2}{x_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x_1 = 9x_2$$

$$\xrightarrow{x_2 = 1\text{cm}} x_1 = 9\text{cm}$$

خط هم‌ترازی را رسم می‌کنیم:

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = P_0 + \rho_{\text{نفت}} gh$$

$$\Rightarrow 12/6 \times 10^3 = 0.8 \times h \Rightarrow h = 170\text{cm}$$

حجم ستون نفت اضافه‌شده در لوله سمت راست برابر است با:

$$V = Ah = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow V = 3 \times 10^{-2} \times 170 = 540\text{cm}^3$$

$$m = \rho V$$

بنابراین جرم ستون نفت اضافه‌شده برابر است با:

$$\Rightarrow m = 0.8 \times 540 = 432\text{g}$$

۹۱ | ۲ ابتدا تعداد کل الکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{9/6}{1/6 \times 10^{-19}} = 6 \times 10^{19}$$

هر سدیم کلرید شامل ۲۸ الکترون است، پس تعداد سدیم کلرید برابر است با:

$$N = \frac{6 \times 10^{19}}{28}$$

حال به سراغ محاسبه جرم آن می‌رویم:

$$\frac{m}{M} = \frac{N}{Na}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{60} = \frac{28}{6 \times 10^{23}} \Rightarrow m = 0.215 \times 10^{-3} \text{g} = 2.15 \times 10^{-4} \text{g}$$

۹۲ | ۴

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow (20 - 10) = \frac{\Delta U_E}{4 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 4 \times 10^{-5} \text{J} = 0.04 \text{mJ}$$

می‌دانیم:

$$\Delta U_E = -W_E$$

$$\xrightarrow{W_E = \Delta K} \Delta U_E = -\Delta K = K_2 - K_1 = -0.04 \text{mJ}$$

پس انرژی جنبشی 0.04mJ کاهش می‌یابد.

۹۳ | ۲ از رابطه پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B + 80 = \frac{-1.5 \times 10^{-3}}{-50 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B = -80 + 30 = -50 \text{V}$$

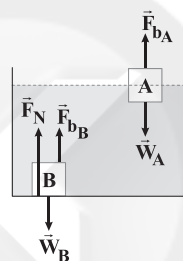
$$1) \left\{ \begin{array}{l} v_A > v_C \Rightarrow \frac{v_A}{v_C} > 1 \quad (*) \\ P_A < P_C \Rightarrow \frac{P_A}{P_C} < 1 \quad (\checkmark) \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} v_C < v_B \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} < 1 \quad (*) \\ P_B < P_A \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} < 1 \quad (\checkmark) \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} v_C < v_B \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} > 1 \quad (\checkmark) \\ P_A < P_C \Rightarrow \frac{P_A}{P_C} < 1 \quad (*) \end{array} \right.$$

۸۷ | ۴ ابتدا شکل ساده‌ای برای درک بهتر سؤال می‌کشیم و نیروهای

وارد بر هر جسم را رسم می‌کنیم:



$$\text{جسم A: } F_{bA} = W_A$$

$$\Rightarrow F_{bA} = 20 \text{N}$$

$$\text{جسم B: } F_{bB} = W_B - F_N$$

$$\Rightarrow F_{bB} = 20 - F_N$$

در جسم A نیروی شناوری و وزن با هم برابر هستند اما در جسم B نیروی شناوری به اندازه F_N از نیروی وزن کمتر است، پس نتیجه می‌شود که:

$$F_{bA} > F_{bB}$$

هم گزینه (۳) صحیح است، هم گزینه (۴)، اما گزینه (۴) جواب دقیق‌تری به ما می‌دهد. در گزینه (۳) این نسبت می‌تواند منفی هم بشود که خلاف قوانین است.

۸۸ | ۳ جابه‌جایی سطح تراز،

شامل دو قسمت است، یکی تا

ارتفاع 5cm و دیگری از ارتفاع 5cm

تا 10cm . در قسمت اول حرکت، اختلاف

فشار از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_A - P_B = \Delta \rho \times g \times x$$

بنابراین اختلاف فشار بین دو نقطه A و B به صورت خطی افزایش می‌یابد. در

ادامه حرکت، فشار نقطه B برابر P_0 می‌شود، بنابراین اختلاف فشار به تدریج

کاهش می‌یابد تا به صفر برسد، زیرا در ارتفاع 15cm فشار در نقاط A و B

هر دو P_0 می‌شوند.

۸۹ | ۲ از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ ، با توجه به برابر بودن جرم آب و نفت

می‌توان نوشت:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



نیروی وارد بر انتهای لوله شامل نیروی \vec{F} و $m\vec{g}$ است، پس اندازه نیروی وارد بر انتهای لوله برابر است با:

$$F_{\text{وارد بر لوله}} = F + mg = 7/5 \times 10^{-2} + 7/5 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow F_{\text{وارد بر لوله}} = 15 \times 10^{-2} \text{ N} = 1/5 \times 10^{-1} \text{ N}$$

حال می توان فشار وارد بر انتهای لوله را حساب کرد:

$$P = \frac{F_{\text{وارد بر لوله}}}{A} = \frac{1/5 \times 10^{-1}}{3 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^2 \text{ Pa}$$

با توجه به قانون کولن می توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1| |q_2|}{(0.6)^2}$$

$$\Rightarrow 1/44 = 9 \times 10^9 \times |q_1| |q_2| \Rightarrow |q_1| |q_2| = 1/6 \times 10^{-11} \text{ C}$$

$$\Rightarrow |q_1| |q_2| = 160 (\mu\text{C})^2 \quad (1)$$

پس از تماس دو گلوله و طبق قانون پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$\frac{q_1 + q_2}{2} = 6 \Rightarrow q_1 + q_2 = 12 \mu\text{C} \Rightarrow q_1 = 12 - q_2 \quad (2)$$

با توجه به روابط (1) و (2) می توان نوشت:

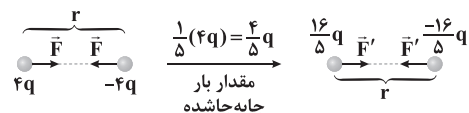
$$(12 - q_2) \times q_2 = -160 \Rightarrow 12q_2 - q_2^2 = -160 \Rightarrow q_2^2 - 12q_2 - 160 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_2 = 20 \mu\text{C} & (\checkmark) \Rightarrow q_1 = -8 \mu\text{C} \\ q_2 = -8 & (\times) \end{cases}$$

شکل های زیر، شرایط سؤال را در هر دو حالت به خوبی نشان

۹۹

می دهند:



با توجه به قانون کولن داریم:

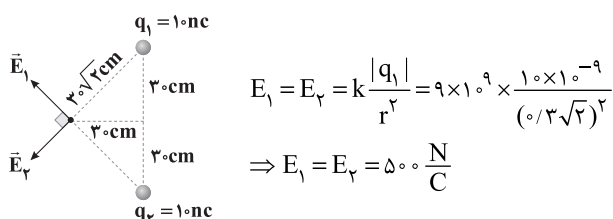
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'| |q_2'|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1/5 q \times 1/5 q}{4q \times 4q} \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{25}$$

با توجه به آن که ابتدا برآیند میدان ها در نقطه A صفر است، با

۱۰۰

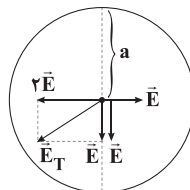
برداشتن بارهای q_1 و q_2 ، میدان الکتریکی در نقطه A ناشی از سه بار الکتریکی دیگر، هم اندازه میدان برآیند حاصل از بارهای q_1 و q_2 و در جهت مخالف آن خواهد بود، بنابراین کافی است برآیند میدان های حاصل از بارهای q_1 و q_2 را محاسبه کنیم و سایر بارها اهمیتی ندارند.



بنابراین بزرگی برآیند میدان های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 برابر است

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 500 \sqrt{2} \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad \text{با:}$$

برآیند میدان های الکتریکی هر یک از دو بار مشابه که مقابل یکدیگر قرار دارند، در مرکز دایره برابر با صفر است و برآیند میدان های الکتریکی حاصل از کل بارها در مرکز دایره، برابر است با:



$$E_T = \sqrt{(\sqrt{2}E)^2 + E^2} = \sqrt{3}E$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \rightarrow E_T = \sqrt{3} k \frac{|q|}{a^2}$$

با استفاده از رابطه چگالی سطحی بار، اندازه بار الکتریکی موجود روی کره را محاسبه می کنیم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \sigma = 4/8 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}, \pi = 3$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{4/8 \times 10^{-6}}{4 \times \pi r^2}, r = 1 \text{ cm} \Rightarrow Q = \frac{4/8 \times 10^{-6}}{4 \times 3 \times (10 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow 4/8 \times 10^{-6} = \frac{Q}{1/2 \times 10^{-1}} \Rightarrow Q = 5/76 \times 10^{-7} \text{ C}$$

تعداد الکترون های موجود روی کره برابر است با:

$$q = ne \rightarrow q = 5/76 \times 10^{-7} \text{ C} \rightarrow 5/76 \times 10^{-7} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

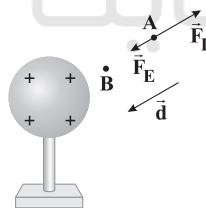
$$\Rightarrow n = 3/6 \times 10^{12}$$

جهت خطوط میدان الکتریکی حاصل از کره باردار به سمت خارج از کره است، بنابراین حرکت ذره با بار منفی از نقطه A تا نقطه B در خلاف جهت میدان الکتریکی است. در نتیجه نیروی الکتریکی که از طرف میدان بر این بار وارد می شود، هم جهت با جابه جایی و نیروی ما در خلاف جهت جابه جایی بر بار وارد می شود، طبق رابطه $W = Fd \cos \alpha$ ، علامت کار نیروی الکتریکی، مثبت و علامت کار ما، منفی است.

$$W_E = F_E d \cos 0^\circ \Rightarrow W_E > 0$$

$$W_L = F_L d \cos 180^\circ \Rightarrow W_L < 0$$

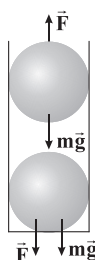
طبق رابطه $\Delta U_E = -W_E$ و با توجه به این که $W_E > 0$ است، پس $\Delta U_E < 0$ می شود.



پتانسیل الکتریکی نقطه A کم تر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است، زیرا از نقطه A به نقطه B در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت می کنیم و می دانیم که اگر در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط افزایش می یابد.

دو گوی در حالت تعادل هستند، پس نیروی الکتریکی وارد بر

گوی بالا توسط نیروی وزن آن خنثی می شود:



$$F = mg \rightarrow \frac{m = 7/5 \times 10^{-3} \text{ kg}}{g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$F = 7/5 \times 10^{-2} \times 10 = 7/5 \times 10^{-2} \text{ N}$$



شیمی

۱۰۱ ۳

بررسی عبارتهاک نادرست:

(آ) صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد.

(پ) صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

۱۰۲ ۳

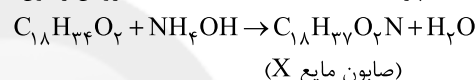
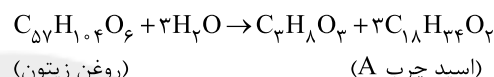
دلیل این‌که لکه غسل به راحتی با آب شسته و در آن پخش می‌شود این است که غسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.

۱۰۳ ۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود.

۱۰۴ ۴

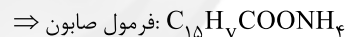


$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{18(4) + 37(1) + 2(2) + 1(3)}{2} = 58$$

۱۰۵ ۲

فرمول کلی صابون مورد نظر به صورت $C_xH_yCOONH_4$ است. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{\%C}{\%O} = 6 \Rightarrow \frac{(x+1) \times 12}{2 \times 16} = 6 \Rightarrow x = 15$$

مطابق متن سؤال، دو پیوند دوگانه در ساختار صابون وجود دارد که یکی $C=O$ و آن یکی $C=C$ خواهد بود. در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن زنجیر کربنی برابر است با:

$$\frac{\%H}{\%N} = \frac{(29+4) \times 1}{1 \times 14} = 2/35$$

۱۰۶ ۱

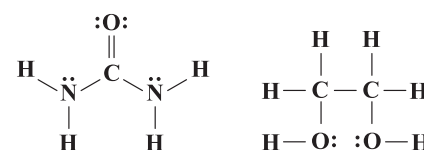
فرمول شیمیایی اوره و اتیلن گلیکول به ترتیب به صورت $C_2H_4(OH)_2$ و $CO(NH_2)_2$ است.

در هر دو ترکیب نسبت شمار اتم‌های C به O برابر با ۱ است.

هر دو ترکیب در هگزان نامحلول هستند.

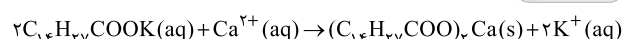
به دلیل وجود پیوندهای N—H و O—H در ساختار آن‌ها، هر دو ترکیب می‌توانند با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

در ساختار هر کدام از این دو ترکیب، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



۱۰۷ ۱

معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$\frac{mg \times \frac{60}{100}}{2 \times 278} = \frac{77/7g}{1 \times 518} \Rightarrow m = 139g$$

۱۰۸ ۴

نمک پتاسیم اسید چرب، صابون مایع بوده در حالی‌که نمک سدیم اسید چرب، صابون جامد است. واضح است که نقطه ذوب صابون مایع، پایین‌تر از صابون جامد است.

۱۰۹ ۳

به جز عبارت سوم، سایر عبارتها درست هستند.

شربت خاکشیر همانند شیر، نور را پخش می‌کند.

۱۱۰ ۴

جرم مولی یک پاک‌کننده غیر صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده که شامل n اتم کربن است برابر است با: $14n + 18$
 $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na : 12n + 2n + 1 + 72 + 4 + 32 + 48 + 23 = 14n + 18$ تنها در گزینه (۴) مقدار داده‌شده به ازای عدد صحیح n برابر با $14n + 18$ است.
 $362 = 14n + 18 \Rightarrow n = 13$

۱۱۱ ۲

$$\text{بنزین: } C_8H_{18} \Rightarrow a = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\text{وازلین: } C_{25}H_{52} \Rightarrow b = \frac{52}{25}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{52}{25}} = \frac{9}{4} \times \frac{25}{52} = \frac{225}{208} = 1.08$$

۱۱۲ ۲

عبارت‌های دوم و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

- اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند.
- نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

۱۱۳ ۲

ذره‌های سازنده سوسپانسیون، ذره‌های ریزماده و برای کلئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

۱۱۴ ۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارتها نادرست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

نقطه انجماد اتیلن گلیکول، پایین‌تر از نقطه انجماد آب بوده و به همین دلیل به عنوان ضدیخ به کار می‌رود.

بخش‌های قطبی ($-COO^-$) و ناقطبی ($R-$) صابون با پیوند کووالانسی به هم متصل هستند.

مخلوط آب و روغن و مقداری صابون، کلئید بوده و ناهمگن است.

۱۱۵ ۴

منظور از آب سخت، آبی است که حاوی مقادیر چشم‌گیری از یون‌های منیزیم و کلسیم است.

۱۱۶ ۳

ایزوتوپ‌های یک عنصر در شمار الکترون‌ها، سرعت واکنش با یک ماده خاص و شکل ظاهری، مشابه هم هستند.

۱۱۷ ۴

رادیو ایزوتوپ‌های A و B به ترتیب 5_1H و 7_1H هستند.شمار نوترون‌های 5_1H و 7_1H به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است:
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

۱۱۸ ۲

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

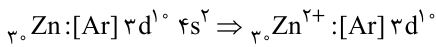
افزایش درصد یک ایزوتوپ خاص در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر را غنی‌سازی ایزوتوپی می‌گویند.

یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم - ۹۹ است، اندازه مشابهی دارد.



۱ ۱۲۸ فقط عبارت سوم نادرست است.

فلز واسطه Zn فقط یک کاتیون تک‌اتمی (Zn^{2+}) تشکیل می‌دهد و قاعدهٔ هشت‌تایی را نیز رعایت نمی‌کند.



۲ ۱۲۹

CO + 2H ₂ ⇌ CH ₃ OH			
مول آغازی	۸	۱۶	۰
مول نهایی	۸-x	۱۶-۲x	x

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{x}{(8-x)+(16-2x)} = \frac{0.555}{0.445} \Rightarrow \frac{x}{24-3x} = \frac{5}{9} \Rightarrow x = 5$$

مقدار مصرف شدهٔ یک واکنش دهنده = $\frac{5}{8} \times 100 = 62.5\%$
مقدار اولیه همان واکنش دهنده

$$= \frac{5}{8} \times 100 = 62.5\%$$

۱ ۱۳۰ مطابق داده‌های سؤال به‌ازای ۱۰۰g از آلایز نیتینول، ۳g آن

شامل نیکل و ۷g دیگر آن تیتانیم است:

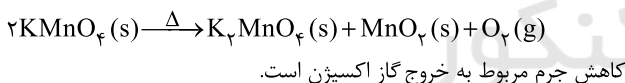
$$\frac{\text{شمار اتم‌های Ti}}{\text{شمار اتم‌های Ni}} = \frac{7g \times \frac{1 \text{ mol } N_A \text{ atom Ti}}{48g}}{3g \times \frac{1 \text{ mol } N_A \text{ atom Ni}}{59g}} = \frac{7}{48} \times \frac{59}{3} = 2/17$$

۲ ۱۳۱ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- واکنش ترمیت ($Al + Fe_2O_3 \rightarrow Al_2O_3 + Fe$) نشان می‌دهد که آهن پایدارتر از آلومینیم است.
- از واکنش Fe و FeO با HCl، ترکیب FeCl₂ تولید می‌شود.

۳ ۱۳۲

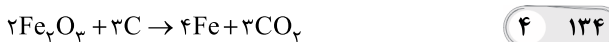


$$200 - 187/2 = 12/8g O_2$$

$$\frac{200g KMnO_4 \times \frac{P}{100}}{2 \times 158} = \frac{12/8g O_2}{1 \times 32} \Rightarrow P = 63/2\%$$

۳ ۱۳۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

روش گیاه‌پالایی برای استخراج مس، مقرون به صرفه است.



۴ ۱۳۴

$$\frac{12/5mg \times \frac{P}{100}}{2 \times 160} = \frac{mg}{3 \times 12} = \frac{2/8 \times 10^6}{4 \times 56} \Rightarrow \begin{cases} m = 4/5 \times 10^5 g \\ P = 7.71\% \end{cases}$$



۱ ۱۳۵

$$\frac{400mL \times 0.725 \frac{g}{mL} \times \frac{75}{100}}{1 \times 58} = \frac{x L O_2 \times 1/28 \frac{g}{L}}{4 \times 32}$$

$$\Rightarrow x = 375L O_2 \equiv 0.375m^3 O_2$$

$$?m^3 Air = 0.375m^3 O_2 \times \frac{100m^3 Air}{20m^3 O_2} = 1.875m^3 Air$$

۳ ۱۱۹ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

شمار ایزوتوپ‌های طبیعی H و Li به ترتیب برابر با ۳ و ۲ است.

۳ ۱۲۰

$$X^{2+} \begin{cases} A-Z=n=125 \\ p-e=2 \\ n-e=45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=82 \\ e=80 \\ n=125 \end{cases}$$

در هستهٔ اتم X همانند سایر اتم‌ها نوترون‌ها و پروتون‌ها حضور دارند.

$$p+n=82+125=207$$

۱ ۱۲۱

هر چه یک پرتو پرنورتری باشد، طول موج آن کم‌تر است. پرتوهای گاما و ایکس، کم‌ترین طول موج‌ها را دارند و تفاوت طول موج آن‌ها نیز کم‌تر از سایر گزینه‌ها است.

۱ ۱۲۲

نسبت شمار نوترون‌ها به شمار پروتون‌ها در نخستین عنصر ساخت بشر در حدود ۱/۳ است.



$$\frac{n}{p} = \frac{99-43}{43} = \frac{56}{43} = 1/3$$

۴ ۱۲۳

$$\frac{4 \times 10^{-3} g \times N_A \times 3}{44 g \cdot mol^{-1}} = \frac{1}{2} \times \frac{mg \times N_A \times 1}{112 g \cdot mol^{-1}}$$

$$\Rightarrow m = 0.61g Cd$$

۱ ۱۲۴



(ایزوتوپ آخر) (ایزوتوپ سوم) (ایزوتوپ دوم) (ایزوتوپ اول)

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= 3F_2 = \frac{1}{2}F_3 \\ F_2 &= 0.6F_3 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 &= 100 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 5 \\ F_2 = 15 \\ F_3 = 50 \\ F_4 = 30 \end{cases}$$

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100}(M_4 - M_1)$$

$$\bar{M} = 92 + \frac{15}{100}(94 - 92) + \frac{50}{100}(95 - 92) + \frac{30}{100}(96 - 92)$$

$$= 92 + 0.30 + 1.50 + 1.20 = 95.00 amu$$

۱ ۱۲۵ مطابق تعریف amu، جرم اتم کربن - ۱۲ برابر ۱۲/۰۰ amu

در نظر گرفته می‌شود.

به دلیل وجود ایزوتوپ‌های کربن، جرم نشان داده شده کربن در جدول دوره‌ای بیشتر از ۱۲/۰۰ amu است.

۱ ۱۲۶

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند. در ارتباط با درستی عبارت اول باید گفت که عنصر مورد نظر Si بوده و در مورد عبارت سوم نیز، عنصرهای مورد نظر Na، Mg، Al و Si هستند.

۳ ۱۲۷

به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. اتم Li دارای ۲ لایه و اتم Br دارای ۴ لایهٔ الکترونی است، اما شعاع اتمی Li به مراتب بزرگ‌تر از شعاع اتمی Br است.