

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۰۶



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سؤالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶		۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱		۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶		۱۰	آمار و احتمال	

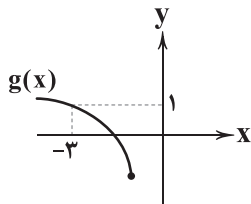


DriQ.com

## ریاضیات

## حسابان (۲)

- ۱- نمودار  $f(x) = \sqrt{2x}$  را ابتدا به اندازه  $k$  واحد به سمت راست برده، سپس به اندازه  $k$  واحد به سمت  $y$  های منفی حرکت می دهیم. پس از آن نمودار حاصل را نسبت به محور  $y$  ها قرینه می کنیم. نمودار  $g(x)$  به دست می آید. مقدار مثبت  $k$  کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

- ۲- تابع  $y = 2f(3x-1)$  دارای ۱۰ صفر است که مجموع آن ها برابر ۳۰ است. مجموع صفرهای تابع  $y = \frac{1}{4}f(4-2x)$  کدام است؟

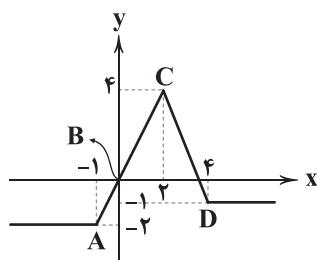
(۴) -۲۰

(۳) -۳۰

(۲) -۴۰

(۱) -۵۶

- ۳- نمودار  $y = f(x)$  به صورت زیر است. تابع  $y = -f(\frac{x}{4} + 1)$  در کدام بازه نزولی اکید است؟



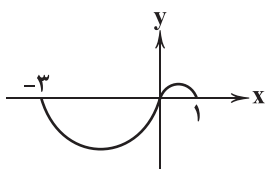
(۱)  $[2, 6]$

(۲)  $[-4, 2]$

(۳)  $[-2, 4]$

(۴)  $[-6, -2]$

- ۴- نمودار  $y = f(x)$  مانند شکل زیر است. دامنه تابع  $g(x) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{f(3x)}{f(\frac{x}{3})}}$  کدام است؟



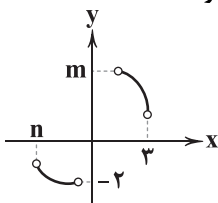
(۱)  $[-3, 1] - \{0\}$

(۲)  $[-1, 3] - \{0\}$

(۳)  $[-1, \frac{1}{3}] - \{0\}$

(۴)  $[-1, \frac{1}{3}]$

- ۵- نمودار تابع  $y = f(x) + 1$  به شکل زیر است. اگر نمودار  $-f(-x)$  بر نمودار  $f(x)$  منطبق باشد، حاصل  $m + n$  چقدر است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۲

(۴) -۱

محل انجام محاسبات



۶- در مورد معادله  $x^3 + 6x^2 = -13x - 9$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) معادله یک جواب مثبت دارد. (۲) معادله یک جواب منفی دارد.  
(۳) معادله دارای دو جواب است. (۴) معادله جواب ندارد.

۷- اگر  $f(x) = 2 - 5x$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+2}$  باشند، جواب نامعادله  $(f \circ g)(x^2 - x) \geq (f \circ g)(3x + 5)$  کدام است؟

- (۱)  $[-5, 1]$  (۲)  $[-1, 5]$  (۳)  $[-2, 4]$  (۴)  $[-4, 2]$

۸- تابع  $y = \sqrt{|x| + |-x|} + \left| \frac{x^2}{1+x^2} \right|$  چگونه است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

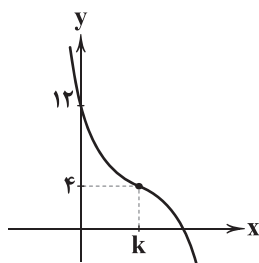
- (۱) صعودی اکید (۲) نزولی اکید (۳) غیر یکنوا (۴) هم صعودی و هم نزولی

۹- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2ax + 5 & x > 3 \\ \frac{1}{3}x + 6a & x \leq 3 \end{cases}$  اکیداً یکنوا باشد، چند مقدار صحیح برای  $a$  وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۰- نمودار  $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 3p$  به صورت زیر است. حاصل  $m + n + p$  کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) -۵ (۳) -۱۹ (۴) ۲۴



### گزینه

۱۱- چندتا از گزاره‌های زیر نادرست می‌باشند؟

(الف) اعداد فرد  $\forall n \in \mathbb{N}: n^2 + n + 11 \in \mathbb{N}$

(ب) اگر  $k$  حاصل ضرب دو عدد طبیعی زوج متوالی باشد، آن‌گاه  $k + 1$  مربع کامل است.

(پ) میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی شان کم‌تر نیست.

(ت) اگر  $n$  عددی صحیح باشد، آن‌گاه  $120 \mid (n^3 - n)(n^2 - 4)$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲- چند عدد طبیعی مانند  $n$  در بازه  $[100, 200]$  وجود دارد که  $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$  عددی زوج شود؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۱۳- اگر  $d = (2a - 5, a^2 - 6a - 3)$  و  $d \neq 1$  باشد، عدد  $d$  کدام است؟ ( $a \in \mathbb{Z}$ )

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۳ (۳) ۳۷ (۴) ۴۷

۱۴- برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  اگر  $(a, b) = 2$  و  $[a, b] = 222$  باشد، کم‌ترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۸۱ (۳) ۸۲ (۴) ۲۲۴

۱۵- اگر عددی مانند  $k$  در  $\mathbb{Z}$  باشد به طوری که  $5k + 1 \mid 6$  و بتوان ثابت کرد که  $25k^2 + nk + 7 \mid 36$ ، عدد  $n$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات



۱۶- به ازای چند عدد طبیعی  $n$ ، حاصل کسر  $\frac{2n-1}{n^2-1}$  یک عدد طبیعی است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷- به ازای برخی از مقادیر  $n \in \mathbb{N}$ ، داریم:  $5n+3 \mid \alpha$  و  $6n+7 \mid \alpha$  و  $\alpha \neq 1$ . آنگاه مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی  $n$  کدام است؟

- ۴ (۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۱۸- اگر  $a = 4k+1$  و  $b = 4k-1$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد  $a^2 + b^2 - 7$  بر ۸ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۱۹- در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر عدد طبیعی  $b$ ، باقی مانده ۱۲ و خارج قسمت ۲۳ می باشد. اگر  $a$  مضرب ۵ باشد، مجموع ارقام کوچک ترین عدد  $a$  کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۲۰- در یک تقسیم، مقسوم ۱۴ برابر باقی مانده است و باقی مانده حداکثر مقدار خود را دارد. مقسوم کدام است؟

- ۱۳۲ (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۶۸ (۳) ۱۸۲ (۴)

### هندسه (۳)

۲۱- اگر  $A^2 = A \neq O$  و ماتریس های  $(I+A)$  و  $(I-aA)$  وارون همدیگر باشند،  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

۲۲- اگر  $A^2 + 7A + 6I = O$ ، وارون  $A + 3I$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}(A+6I)$  (۲)  $\frac{1}{6}(A-4I)$  (۳)  $\frac{1}{4}(A-6I)$  (۴)  $\frac{1}{6}(A+4I)$

۲۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & c \\ 0 & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  و  $a, b, c \in \mathbb{N}$  کم ترین مقدار مجموع درایه های ماتریس  $A^2 + A^3 + A^{1401} + A^{1402}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۴۰۸ (۴)

۲۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A^3 = \alpha A^2 + \beta A$  و  $B = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه های ماتریس  $B^2$  کدام است؟

- ۳۹ (۱) ۶۸ (۲) ۴۰ (۳) ۶۲ (۴)

۲۵- اگر حاصل جمع درایه های  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 8 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 256 & 1 \end{bmatrix}$  به صورت  $\log(2^a \times 10^b)$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- ۵۱۲ (۱) ۳۸ (۲) ۵۱۰ (۳) ۳۶ (۴)

۲۶- اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} ab & 1 \\ 2 & a+b \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & x \\ y+2 & 4 \end{bmatrix}$  با هم برابر باشند، حاصل  $a^3 + b^3$  کدام است؟

- ۹ (۱) -۲۸ (۲) ۹ (۳) ۲۸ (۴)

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$  درایه سطر سوم و ستون دوم ماتریس  $AB^2$  کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۵۴ (۲) ۳۰ (۳) ۲۷ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۸- اگر  $A = B + 2I$  و  $A^2 - AB - BA + B^2 = D$  باشد، حاصل جمع درایه‌های  $(D^{-1})^5$  کدام است؟

- (۱)  $2^{10}$  (۲)  $2^{11}$  (۳)  $2^{12}$  (۴)  $2^{13}$

۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} b & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  و وارون‌پذیر نباشند و  $C = \begin{bmatrix} a & x+1 \\ y-1 & b \end{bmatrix}$  ماتریس قطری باشد، حاصل جمع درایه‌های ماتریس  $C^2$  کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۶ (۳) ۳۲ (۴) ۲۸

۳۰- اگر ماتریس‌های وارون‌پذیر  $A$  و  $B$  در رابطه  $A+B=3AB$  صدق کنند، ماتریس  $3A^{-1}+3B^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $I$  (۲)  $3I$  (۳)  $5I$  (۴)  $9I$

### ریاضی (۱)

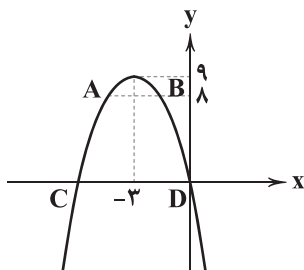
۳۱- اگر معادله درجه دوم  $\alpha^2 \cos^2 \alpha + 2x + \alpha \sin^2 \alpha = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد، حاصل  $\tan \alpha + \cot \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 2$  (۲)  $\pm 4$  (۳)  $\pm 8$  (۴)  $\pm 16$

۳۲- در معادله درجه دوم  $\frac{a+b}{a-b}x^2 + \frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}x + \frac{a-b}{a+b} = 0$  واسطه حسابی بین جواب‌ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$  (۲)  $\frac{-(a^2+b^2)}{(a+b)^2}$  (۳)  $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$  (۴)  $\frac{-(a^2+b^2)}{(a-b)^2}$

۳۳- با توجه به شکل سهمی که در زیر آمده است، مساحت ذوزنقه  $ABDC$  کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۲۴

(۳) ۳۲

(۴) ۶۴

۳۴- در حل معادله درجه دوم  $ax^2 - bx - 4 = 0$  به روش مربع کامل اگر داشته باشیم  $(x - \frac{3}{8})^2 = \frac{73}{64}$ ، آن‌گاه  $a \times b$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۱۸

۳۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) با حذف نقطه‌ای به طول ۳- از سهمی  $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ ، نقطه ۴ از برد آن حذف می‌شود.

(ب) با حذف نقطه‌ای به طول ۲- از سهمی  $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ ، نقطه ۵ از برد آن حذف می‌شود.

(ج) اگر در سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  طول رأس سهمی ۳ باشد، آن‌گاه  $6a + b = 0$  است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

### حسابان (۱)

۳۶- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو ریشه معادله  $x^3 + bx^2 - 9x + 14 = 0$  و  $\alpha + \beta = 8$  و  $\alpha\beta = 7$  باشد، یکی از ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۷ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۷- اگر  $a$  ریشه معادله  $\frac{4}{2-\sqrt{x+5}} + \frac{5}{2+\sqrt{x+5}} = -3$  باشد،  $\frac{a+1}{5}$  چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۳۸- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $= 2$   $\frac{31}{x^2+x+1} + \frac{32}{x^2+x+2}$  چقدر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)      -۲ (۴)

۳۹- اگر تابع گویای  $f(x) = \frac{x^2+x^3+a}{x^2+3ax+a}$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، آنگاه حاصل ضرب طول‌های نقاطی که

تابع  $g(x) = f(x) + \frac{x}{x+a}$  در آن‌ها تعریف نمی‌شود، چقدر است؟

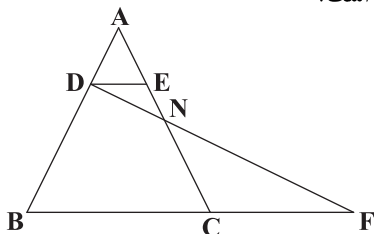
- ۱۲ (۱)      -۱۲ (۲)      ۱۴۴ (۳)      -۱۴۴ (۴)

۴۰- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} [\frac{1}{2}x] & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)  $\mathbb{R}$       ۲ (۲)  $\mathbb{Z}$       ۳ (۳)  $(-\infty, 0] \cup \mathbb{N}$       ۴ (۴)  $[0, +\infty)$

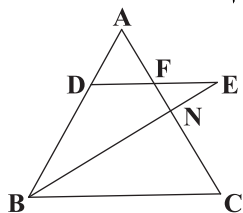
## هندسه (۱)

۴۱- با توجه به شکل  $DE \parallel BF$ ،  $DE = 4$ ،  $NC = AE = 2EN$  است، در این صورت طول  $BF$  چقدر است؟



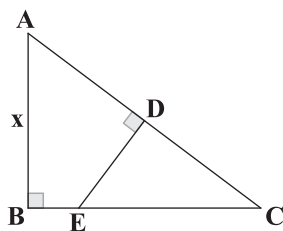
- ۱۲ (۱)      ۱۴ (۲)      ۱۶ (۳)      ۱۸ (۴)

۴۲- با توجه به شکل  $DE \parallel BC$ ،  $FC = 2AF$  و  $DF = FE$  و همچنین  $FN = 2$  است، در این صورت طول  $AC$  کدام است؟



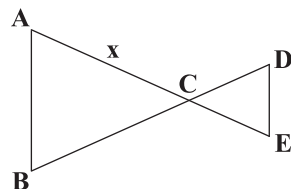
- ۹ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۴ (۳)      ۱۶ (۴)

۴۳- با توجه به شکل  $AB \perp BC$ ،  $AC \perp DE$  و  $DC = DA = 8$  و  $DE = 6$  است، آنگاه مقدار  $x$  کدام است؟



- ۹/۶ (۱)      ۹/۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۰/۴ (۴)

۴۴- با توجه به شکل  $AB \parallel DE$ ،  $\frac{BC}{3} = CD$  و  $CE = 4$  است. مقدار  $x$  کدام است؟

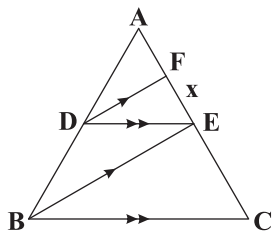


- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

محل انجام محاسبات



۴۵- با توجه به شکل  $DE \parallel BC$ ،  $DF \parallel BE$ ،  $AF = 1$  و  $EC = 12$  است. مقدار  $x$  کدام است؟



- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

### آمار و احتمال

۴۶- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه و  $A \subseteq B$  باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر، زیرمجموعه  $A' - B'$  است؟

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4 \wedge x^2 + x = 6\} \quad (۲) \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9 \vee x = 4\} \quad (۱)$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4 \wedge x \geq 4\} \quad (۴) \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{23}{x+6} \in \mathbb{Z}\} \quad (۳)$$

۴۷- اگر  $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^3 = m\}$ ،  $B = \{k \in \mathbb{R} - \mathbb{N} \mid k^2 - 1 = 0\}$  و  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq \frac{1}{5}\}$ ، آن‌گاه چند مورد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(الف) $A = C$	(ب) $A \cup B = C$	(ج) $B \cap C = \emptyset$	(د) $(A \cap C) \subseteq B$
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

۴۸- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  را در نظر می‌گیریم. اگر  $n$  تعداد زیرمجموعه‌هایی از  $A$  که شامل تمام اعداد اول عضو  $A$  هستند و

$m$  تعداد زیرمجموعه‌هایی از  $A$  که شامل دقیقاً ۲ عدد اول هستند، باشند،  $n + m$  کدام است؟

۵۶ (۱)	۵۴ (۲)	۳۶ (۳)	۳۴ (۴)
--------	--------	--------	--------

۴۹- اگر  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  و  $B = \{a, f, g, i\}$ ، چند مجموعه وجود دارد که فقط زیرمجموعه یکی از دو مجموعه  $A$  یا  $B$  باشد؟

۸۰ (۱)	۷۶ (۲)	۷۲ (۳)	۶۴ (۴)
--------	--------	--------	--------

۵۰- اگر  $A$  یک مجموعه و  $P(A)$  دارای  $16^A$  زیرمجموعه باشد، مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟ ( $P(A)$  مجموعه توانی  $A$  است.)

۴۹۶ (۱)	۱۲۰ (۲)	۲۸ (۳)	۱۰ (۴)
---------	---------	--------	--------

۵۱- اگر  $A = \{x^2 + 2x, 6, 3y^2 + y\}$  و  $B = \{z^2 - 1, -1, 4\}$  و بدانیم  $(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ ، بیشترین مقدار حقیقی  $x + y - z$  کدام است؟

۲ (۱)	-۲ (۲)	$-\frac{1}{3}$ (۳)	$\frac{1}{3}$ (۴)
-------	--------	--------------------	-------------------

۵۲- اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \left(-\frac{6}{n}, \frac{4n-1}{n}\right]$  باشد، آن‌گاه  $\bigcup_{i=2}^4 A_i - \bigcap_{i=1}^3 A_i$  شامل چند عدد صحیح است؟

۳ (۱)	۲ (۲)	۱ (۳)	صفر (۴)
-------	-------	-------	---------

۵۳- کدام گزینه یک افزاز برای مجموعه اعداد طبیعی به حساب می‌آید؟

(۱) مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد مرکب

(۲) مجموعه اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۵ و مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۵

(۳) مجموعه مضارب طبیعی ۲ و مجموعه مضارب طبیعی ۳

(۴) مجموعه اعداد طبیعی بیشتر از ۸ و مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از ۹

۵۴- اگر  $\{a, b\}$  و  $\{c, d, e\}$  و  $\{f\}$  یک افزاز برای مجموعه  $A$  باشند، تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی  $A$  که فاقد عضو  $c$  باشد، چند تاست؟

۲۱ (۱)	۱۵ (۲)	۱۰ (۳)	۸ (۴)
--------	--------	--------	-------

۵۵- مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به ترتیب ۷، ۱۰ و ۱۵ عضو دارند. بدون تغییر اعضای مجموعه  $B$  با اضافه کردن ۵ عضو جدید به مجموعه  $A$ ،

دو عضو به اعضای  $A \cap B$  افزوده می‌شود. تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه  $B - A$  در حالت جدید کدام است؟

۶ (۱)	۴ (۲)	۱۵ (۳)	۲۸ (۴)
-------	-------	--------	--------

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۰۶



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰
مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۹۰ دقیقه	تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

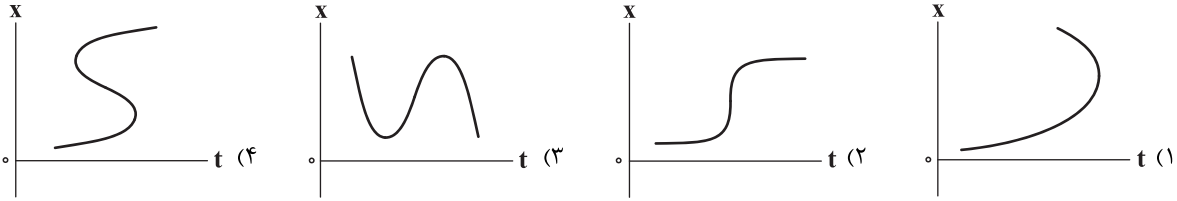
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه	مدت پاسخگویی
			از	تا			
۱	فیزیک ۳ فیزیک ۱ فیزیک ۲	۲۵ ۱۰ ۱۰	۵۶	۸۰	اجباری زوج کتاب	۵۵ دقیقه	۴۵ دقیقه
			۸۱	۹۰			
			۹۱	۱۰۰			
۲	شیمی ۳ شیمی ۱ شیمی ۲	۱۵ ۱۰ ۱۰	۱۰۱	۱۱۵	اجباری زوج کتاب	۳۵ دقیقه	۲۵ دقیقه
			۱۱۶	۱۲۵			
			۱۲۶	۱۳۵			

\*\* داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند، به تمامی سوالات زوج درس پاسخ دهند.





۵۶- کدام گزینه می تواند نمودار مکان - زمان حرکت یک متحرک بر روی محور Xها باشد؟



۵۷- معادله مکان - زمان جسمی در SI به صورت  $t = \sqrt{x-2} + 2$  می باشد. حرکت این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 3s$  چگونه است؟

(۱) تندشونده (۲) کندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۵۸- متحرکی با شتاب  $4\vec{i}$  بر روی محور X در حال حرکت است. اگر بردار مکان اولیه جسم  $\vec{x}_1 = -3\vec{i}$  و بردار سرعت آن  $\vec{v}_1 = 4\vec{i}$  باشد، بردار

مکان این متحرک در لحظه  $t = 3s$  در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (تمام کمیت های داده شده بر حسب SI هستند.)

(۱)  $9\vec{i}$  (۲)  $-9\vec{i}$  (۳)  $3\vec{i}$  (۴)  $-3\vec{i}$

۵۹- اتومبیل A که با سرعت ثابت  $20 \frac{m}{s}$  بر روی محور X در حرکت است از اتومبیل B که با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  بر روی محور X در حرکت است،

سبقت می گیرد. در همان لحظه اتومبیل B، شروع به افزایش سرعت با آهنگ ثابت می کند تا به اتومبیل A برسد. در لحظه ای که دو اتومبیل به هم می رسند، اندازه سرعت اتومبیل B چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰ (۴) ۴۰

۶۰- متحرکی روی مسیر مستقیم در لحظه  $t = 0$  از مکان  $x = 4m$  با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  شروع به حرکت می کند. اگر جابه جایی این متحرک در دو

ثانیه دوم و دو ثانیه چهارم حرکتش، قرینه هم باشند، سرعت اولیه این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) -۱۰ (۴) -۵

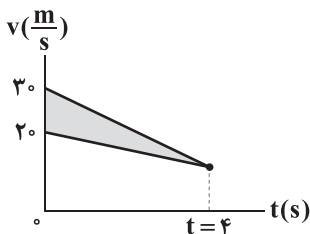
۶۱- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور X در حال حرکت است. این متحرک در ۳ ثانیه اول حرکتش، ۲۰ متر و در ۳ ثانیه سوم حرکتش، ۸۰ متر

را طی می کند. این متحرک در ۹ ثانیه اول حرکتش چند متر را طی می کند؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۳۰

۶۲- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور X حرکت می کنند و در مبدأ زمان از کنار هم عبور کرده اند، مطابق شکل زیر است.

در لحظه ای که اندازه سرعت دو متحرک برابر می شود، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

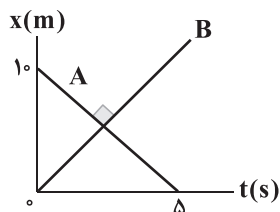
(۴) ۵۰



۶۳- بردار سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند در  $SI$  در بازه زمانی  $t=2s$  تا  $t=6s$  برابر با  $-4\vec{i}$  و در بازه زمانی  $t=6s$  تا  $t=10s$  برابر با  $3\vec{i}$  می‌باشد. بردار سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی  $t=2s$  تا  $t=10s$  چند واحد  $SI$  است؟

- (۱)  $3/5\vec{i}$  (۲)  $-3/5\vec{i}$  (۳)  $28\vec{i}$  (۴)  $-28\vec{i}$

۶۴- نمودار مکان-زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای این دو متحرک به هم می‌رسند؟



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۶۵- معادله مکان-زمان جسمی به صورت  $x = t^2 - bt + c$  می‌باشد. اگر مکان جسم در لحظات  $t=5s$  و  $t=7s$  با هم برابر باشد، در بازه زمانی داده شده در کدام گزینه اندازه سرعت متوسط متحرک و تندى متوسط متحرک با هم برابرند؟

- (۱)  $t=2s$  تا  $t=8s$  (۲)  $t=5s$  تا  $t=7s$  (۳)  $t=3s$  تا  $t=6s$  (۴)  $t=5s$  تا  $t=9s$

۶۶- متحرکی  $\frac{1}{4}$  زمان حرکت خود را در جهت محور  $x$  و باقی‌مانده زمان حرکتش را در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر اندازه سرعت این متحرک در مدت زمانی که در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، ۲ برابر اندازه سرعت متوسط آن در مدت زمانی باشد که در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، سرعت متوسط این متحرک در کل مدت زمان این حرکت چند برابر سرعت متوسط آن در مدت زمانی است که در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲) ۸ (۳)  $-8$  (۴)  $-\frac{1}{8}$

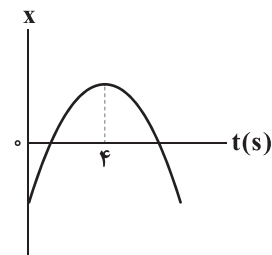
۶۷- متحرکی روی یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع  $20m$  با تندى ثابت در حرکت است. اگر اندازه جابه‌جایی این متحرک برابر با  $20\sqrt{2}$  متر باشد، مسافت طی شده توسط این متحرک برحسب متر برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱)  $15\pi$  (۲)  $35\pi$  (۳)  $50\pi$  (۴)  $62\pi$

۶۸- اتوبوسی با سرعت ثابت  $108 \frac{km}{h}$  در حال حرکت است. مسافری از صندلی ردیف سوم بلند شده و با شتاب ثابت  $8 \frac{m}{s^2}$  شروع به حرکت به سمت انتهای اتوبوس می‌کند. سپس در انتهای اتوبوس به مدت ۱۰ دقیقه می‌نشیند و سپس با سرعت ثابت  $20 \frac{m}{s}$  به سمت صندلی خود حرکت کرده و روی آن می‌نشیند. سرعت متوسط مسافر در کل این مدت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) ۸۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶۹- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، به شکل سهمی زیر است. کدام گزینه صحیح است؟



(۱) در بازه زمانی  $t=0$  تا  $t=6s$  مسافت طی شده توسط متحرک، ۵ برابر جابه‌جایی آن است.

(۲) در بازه زمانی  $t=2s$  تا  $t=6s$  مسافت طی شده توسط متحرک با جابه‌جایی آن برابر است.

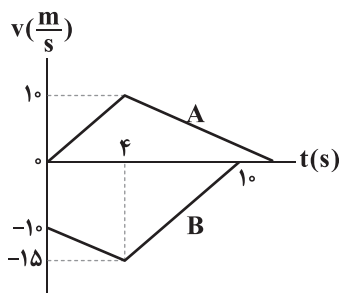
(۳) در بازه زمانی  $t=2s$  تا  $t=6s$  مسافت طی شده توسط متحرک برابر با جابه‌جایی آن در ۲ ثانیه اول حرکتش است.

(۴) در بازه زمانی  $t=0$  تا  $t=2s$  جابه‌جایی متحرک،  $1/5$  برابر مسافت طی شده توسط آن در بازه زمانی  $t=2s$  تا  $t=6s$  است.

محل انجام محاسبات



۷۰- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر هر دو از مبدأ مکان ( $x=0$ ) شروع به حرکت کنند و اندازه جابه‌جایی دو متحرک در کل مدت‌زمان نشان داده‌شده با هم برابر باشند، چند ثانیه پس از توقف متحرک B، متحرک A متوقف خواهد شد؟



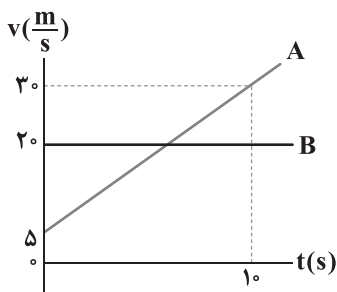
۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۹ (۳)

۵ (۴)

۷۱- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان در یک نقطه قرار دارند و روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در فاصله زمانی  $t=0$  تا  $t=10$ s بیشترین فاصله این دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟



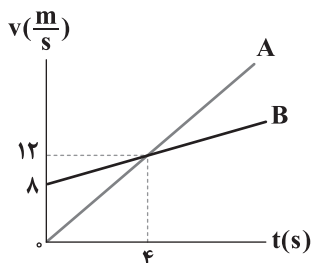
۴۵ (۱)

۷۵ (۲)

۱۲۰ (۳)

۲۰ (۴)

۷۲- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر هر دو متحرک در لحظه  $t=0$  از مکان  $x=3$  m بگذرند، در لحظه  $t=7$  s فاصله آنها از یکدیگر چند متر است؟



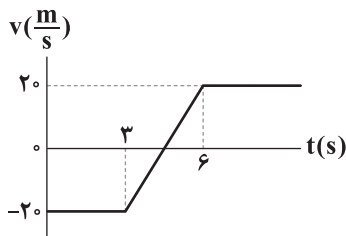
۱۶ (۱)

۷ (۲)

۹ (۳)

۲۱ (۴)

۷۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که از مکان  $x=40$  m بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. این متحرک در چه لحظه‌ای از مکان  $x=0$  عبور خواهد کرد؟

 $t = 2$  s (۱) $t = 7$  s (۲) $t = 7$  s و  $t = 2$  s (۳) $t = 8$  s و  $t = 2$  s (۴)

محل انجام محاسبات



۷۴- متحرکی با سرعت ثابت و بدون تغییر جهت روی محور  $x$  حرکت می‌کند. در لحظه  $t_1 = 15s$  از مکان  $x_1 = 200m$  و در لحظه  $t_2 = 40s$  از مکان  $x_2 = -300m$  عبور می‌کند. در چه لحظه‌هایی فاصله متحرک از مبدأ مکان ( $x=0$ ) برابر با  $500m$  است؟

(۱)  $t = 2s$  و  $t = 50s$       (۲)  $t = 0$  و  $t = 40s$       (۳)  $t = 2s$  و  $t = 40s$       (۴)  $t = 0$  و  $t = 50s$

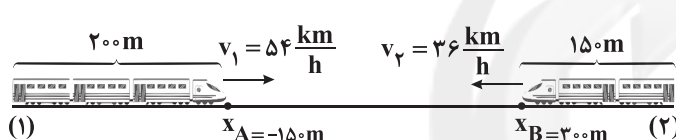
۷۵- اتومبیلی با سرعت ثابت  $108 \frac{km}{h}$  در حال عبور از جاده مستقیمی است. عابری در فاصله  $100m$  این اتومبیل در حال عبور از عرض جاده است. اگر در این لحظه راننده بوق خود را به صدا درآورد، در لحظه‌ای که صدای بوق به عابر می‌رسد، فاصله اتومبیل تا عابر چند متر است؟ (سرعت صوت در هوا ثابت و برابر با  $300 \frac{m}{s}$  در نظر گرفته شود.)

(۱) ۱۰      (۲) ۸      (۳) ۹۲      (۴) ۹۰

۷۶- متحرکی روی محور  $x$  در حال حرکت است. اگر بردار سرعت متوسط این متحرک بین دو لحظه  $t_1 = 2s$  و  $t_2 = 5s$  در SI برابر با  $10\vec{i}$  و بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی  $t_1 = 5s$  تا  $t_2 = 10s$  در SI برابر با  $18\vec{i}$  باشد، بردار سرعت متوسط این متحرک بین لحظات  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 10s$  در SI برابر با کدام گزینه است؟

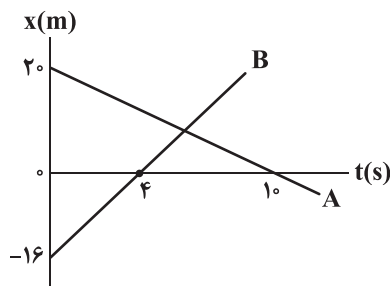
(۱)  $-7/5\vec{i}$       (۲)  $7/5\vec{i}$       (۳)  $2/5\vec{i}$       (۴)  $-2/5\vec{i}$

۷۷- مطابق شکل زیر، قطار (۱) به طول  $200m$  با سرعت ثابت  $54 \frac{km}{h}$  و قطار (۲) به طول  $150m$  با سرعت ثابت  $36 \frac{km}{h}$  روی دو ریل موازی به سمت هم در حال حرکت هستند. اگر مکان‌های جلوی دو قطار در لحظه نشان داده شده برابر با  $x_A = -150m$  و  $x_B = 300m$  باشند، در لحظه‌ای که دو قطار به طور کامل از هم عبور می‌کنند، مکان جدید نقطه A بر حسب متر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



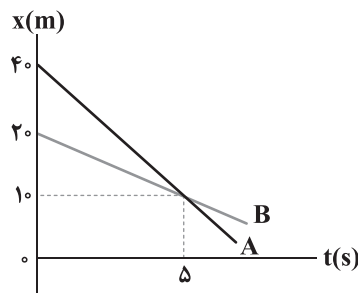
- (۱) ۴۸۰  
(۲) ۳۳۰  
(۳) ۲۳۰  
(۴) ۱۶۰

۷۸- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، متحرک B در چه مکانی در SI قرار دارد؟

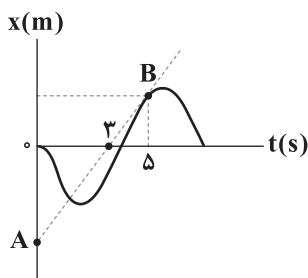


- (۱) ۶  
(۲) ۱۲  
(۳) ۳  
(۴) ۸

۷۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برای دومین بار فاصله دو متحرک از هم به  $10m$  می‌رسد؟



- (۱) ۲/۵  
(۲) ۷/۵  
(۳) ۵  
(۴) ۱۵



۸۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. پاره خط AB در

لحظه  $t = 5s$  بر نمودار مماس است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر با  $6 \frac{m}{s}$  باشد،

شتاب متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۶  
(۳)  $1/5$   
(۴) ۲

داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سبزی را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، پاسخ دهند.

## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- اگر انرژی جنبشی خودرویی، ۵۱ درصد کاهش یابد، یعنی تندی آن ..... درصد کاهش یافته است.

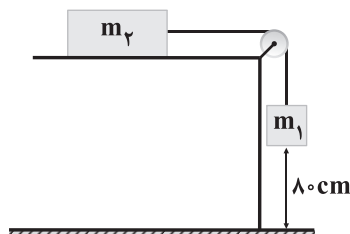
- (۱) ۴۹  
(۲) ۳۰  
(۳) ۱۵  
(۴) ۷

۸۲- چتربازی به جرم کل  $90 \text{ kg}$  از بالنی که در ارتفاع  $400$  متری سطح زمین قرار دارد، با تندی  $3 \frac{m}{s}$  به بیرون می‌پرد. اگر او با تندی  $3 \frac{m}{s}$  به

زمین برسد، بزرگی کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز چند کیلوژول بوده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) صفر  
(۲)  $0/405$   
(۳) ۳۶۰  
(۴)  $2/7$

۸۳- در شکل زیر، وزنه  $m_1$  از حال سکون رها می‌شود و با تندی  $2 \frac{m}{s}$  به زمین برخورد می‌کند. نسبت  $\frac{m_2}{m_1}$  برابر کدام گزینه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



کلیه اصطکاک‌ها، جرم نخ و قرقره ناچیز است.

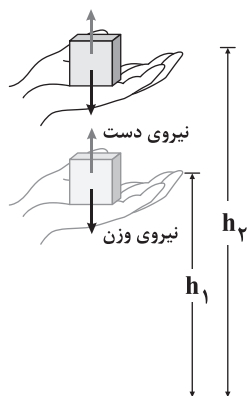
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۸۴- جسم ساکنی به جرم  $m$  را مانند شکل مقابل، با دستمان از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  می‌بریم و دوباره به

حالت سکون می‌رسانیم. با چشم‌پوشی از نیروی مقاومت هوا، کار نیروی دست در این جابه‌جایی برابر کدام

گزینه می‌شود؟

- (۱)  $\Delta K$   
(۲)  $-\Delta K$   
(۳)  $\Delta U$   
(۴)  $-\Delta U$





۸۵- جسمی جابه‌جا شده است. کار نیروی گرانش بر روی این جسم در این جابه‌جایی برابر با  $-20$  ژول است، در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر با ..... ژول است و در طی این جابه‌جایی، ارتفاع جسم ..... یافته است.

- (۱)  $20$  - افزایش (۲)  $20$  - کاهش (۳)  $(-20)$  - افزایش (۴)  $(-20)$  - کاهش

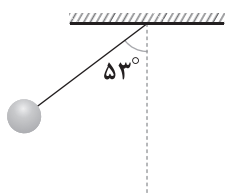
۸۶- اتومبیلی با تندی ثابت  $v$  روی محور  $x$  در حال حرکت است. نیروی ثابت و خالص  $\vec{F}$  در راستای افقی به آن وارد می‌شود. تندی این اتومبیل

در پایان دو جابه‌جایی متوالی به اندازه  $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب  $37$  و  $57$  خواهد بود. نسبت  $\frac{d_2}{d_1}$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $2$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $3$

۸۷- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم  $20$  گرم که به نخ با جرم ناچیز آویزان است را به اندازه  $53^\circ$  از وضعیت قائم خارج کرده و رها می‌کنیم. اگر بیشترین

تندی این آونگ برابر با  $2 \frac{m}{s}$  باشد، طول نخ آونگ چند سانتی‌متر است؟ ( $\sin 53^\circ = 0.8$ )،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)



(۱)  $30$

(۲)  $40$

(۳)  $50$

(۴)  $60$

۸۸- گلوله‌ای به جرم  $10$  گرم با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به طور افقی به تنه درختی برخورد می‌کند و با تندی  $4 \frac{m}{s}$  از طرف دیگر آن خارج می‌شود. بزرگی

نیروی که درخت به گلوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (قطر تنه درخت  $20 \text{ cm}$  فرض شود.)

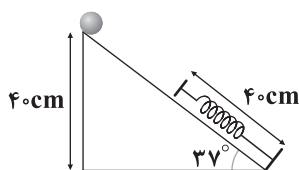
- (۱)  $9/6$  (۲)  $19/2$  (۳)  $28/8$  (۴)  $38/4$

۸۹- اگر تندی جسمی  $30 \frac{m}{s}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی آن  $69$  درصد افزایش خواهد یافت. تندی اولیه این جسم چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

- (۱)  $180$  (۲)  $360$  (۳)  $540$  (۴)  $720$

۹۰- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم  $20$  گرم از بالای سطح شیب‌دار رها می‌شود. اگر بیشترین انرژی ذخیره‌شده در فنر برابر با  $0.5 \text{ J}$  باشد،

تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی چند سانتی‌متر است؟ (از اتلاف انرژی گلوله در طول مسیر صرف‌نظر کنید،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



و  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

(۱)  $15$

(۲)  $25$

(۳)  $30$

(۴)  $32$

## زوج درس ۲

## فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- دو سر خازن تختی، متصل به باتری است. اگر در همین حالت، فاصله بین صفحات این خازن را  $20$  درصد کاهش دهیم، انرژی ذخیره‌شده در

آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱)  $20$  - افزایش (۲)  $20$  - کاهش (۳)  $25$  - افزایش (۴)  $25$  - کاهش

محل انجام محاسبات



۹۲- وقتی که دو سر یک خازن تخت به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V_1$  متصل است، بار ذخیره شده در آن  $Q_1$  است و وقتی این خازن را به

اختلاف پتانسیل الکتریکی  $10$  ولت وصل می‌کنیم، بار الکتریکی آن به اندازه  $\frac{2}{3}$  بار اولیه‌اش افزایش می‌یابد.  $V_1$  چند ولت است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۹۳- خازن تخت شارژ شده‌ای را که بین صفحات آن هوا است از باتری جدا می‌کنیم. اگر بدون تغییر مشخصات، فاصله بین صفحات این خازن را ۳

برابر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن  $200 \mu J$  و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن به اندازه  $4V$  تغییر می‌کند. بار الکتریکی ذخیره شده در این خازن چند میکروکولن است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۱۰۰

۹۴- یک خازن شارژ شده را از مدار جدا می‌کنیم و فاصله بین صفحات را کاهش و مساحت صفحات آن را افزایش می‌دهیم. چه تعداد از

عبارت‌های زیر در ارتباط با این خازن درست است؟

(الف) بار الکتریکی ذخیره شده بر روی خازن، ثابت است.

(ب) انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

(ج) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن کاهش می‌یابد.

(د) ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۵- انرژی ذخیره شده در خازن تختی که بار روی صفحات آن  $6C$  است، برابر با  $1 kW.h$  می‌باشد. ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۱

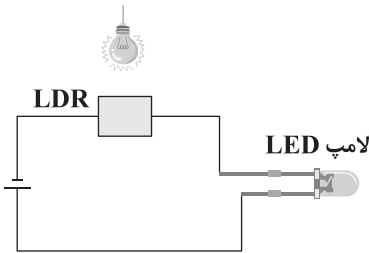
۹۶- با توجه به مدار شکل زیر می‌توان گفت .....

(۱) فقط با روشن کردن لامپ رشته‌ای، لامپ LED روشن می‌شود.

(۲) فقط با خاموش کردن لامپ رشته‌ای، لامپ LED روشن می‌شود.

(۳) چه لامپ رشته‌ای روشن باشد چه خاموش، لامپ LED روشن می‌ماند.

(۴) چه لامپ رشته‌ای روشن باشد چه خاموش، لامپ LED خاموش می‌ماند.



۹۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد مقاومت الکتریکی نادرست هستند؟

(الف) مقاومت الکتریکی همه مواد از قانون اهم پیروی می‌کنند.

(ب) مقاومت ویژه رساناهای فلزی با کاهش دما کم می‌شود.

(ج) مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما کم می‌شود.

(د) در برخی مواد مانند قلع، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی صفر می‌شود و در دماهای پایین‌تر، دوباره افزایش می‌یابد که به

این پدیده ابررسانایی می‌گویند.

- (۱) «الف» و «د» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ب»، «ج» و «د» (۴) «الف»، «ج» و «د»

۹۸- طول سیم همگنی برابر با ۲ متر و مقاومت ویژه آن برابر  $1/5 \times 10^{-6} \Omega.m$  است. اگر دو سر این سیم به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۲ ولت وصل

شود، از آن شدت جریان ۴ آمپر عبور می‌کند. قطر سطح مقطع این سیم چند سانتی‌متر است؟ ( $\pi \approx 3$  و دمای سیم را ثابت در نظر بگیرید.)

- (۱)  $\frac{2\sqrt{3}}{15}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{15}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

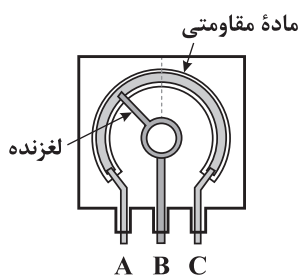
محل انجام محاسبات



۹۹- جریان الکتریکی عبوری از یک مقاومت را  $30^\circ$  درصد کاهش می‌دهیم. مقاومت الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟ (دمای مقاومت، ثابت فرض شود).

- (۱) ثابت می‌ماند -  $30^\circ$  درصد افزایش می‌یابد.  
 (۲) ثابت می‌ماند -  $30^\circ$  درصد کاهش می‌یابد.  
 (۳)  $30^\circ$  درصد افزایش می‌یابد - ثابت می‌ماند.  
 (۴)  $30^\circ$  درصد کاهش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

۱۰۰- در پتانسیومتر شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی  $12$  ولت را به دو پایانه **A** و **B** متصل کنیم، جریان  $3$  میلی‌آمپر از آن می‌گذرد و اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی  $6$  ولت را به دو پایانه **A** و **C** متصل کنیم، جریان  $0.6$  میلی‌آمپر از آن می‌گذرد. اختلاف پتانسیل الکتریکی چند ولت را به دو پایانه **B** و **C** اعمال کنیم تا جریان  $10$  میلی‌آمپر از آن بگذرد؟



- (۱)  $30$   
 (۲)  $45$   
 (۳)  $60$   
 (۴)  $120$



سایت کنکور





۱۰۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با کلوئیدها نادرست است؟

- ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان هستند.
- کلوئیدها همانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون، جزو مخلوط‌های ناهمگن هستند.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون، نور را از خود عبور می‌دهند.
- شیر، ژله، سس مایونز و رنگ‌های پوششی، نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند.

۴ (۱)    ۳ (۲)    ۲ (۳)    ۱ (۴)

۱۰۲- در محلول ۰/۰۴ مولار اسید ضعیف HA، مجموع شمار یون ها،  $\frac{2}{3}$  شمار مولکول‌های یونیده نشده اسید است. ثابت یونش این اسید کدام است؟

۳/۳۳ × ۱۰<sup>-۴</sup> (۱)    ۳/۳۳ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۲)    ۲/۵ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۳)    ۲/۵ × ۱۰<sup>-۴</sup> (۴)

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با اتیلن گلیکول درست است؟

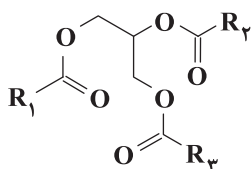
- جزو بازهای آرنیوس طبقه‌بندی شده و از انحلال هر مول از آن در آب، ۲ مول یون  $\text{OH}^-$  تولید می‌شود.
- گروه عاملی موجود در اتیلن گلیکول در عسل نیز وجود دارد.
- انحلال‌پذیری آن در آب در مقایسه با انحلال‌پذیری اتانول در آب، کم‌تر است.
- ساختار آن به صورت  $\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$  است.

۱ (۱)    ۲ (۲)    ۳ (۳)    ۴ (۴)

۱۰۴- اگر ۰/۰۳ مول کلسیم کلرید با مقدار کافی صابون مایع (فاقد اتم فلزی) واکنش داده و ۱۸/۰۶ گرم رسوب تولید شود، هر واحد فرمولی از صابون شامل چند اتم است؟ ( $\text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱, \text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶, \text{Ca} = ۴۰: \text{g.mol}^{-۱}$ ) (زنجیر هیدروکربنی صابون، یک پیوند دوگانه داشته و سایر پیوندهای آن، یگانه است).

۵۳ (۱)    ۵۴ (۲)    ۵۶ (۳)    ۵۸ (۴)

۱۰۵- اگر ساختار زیر مربوط به روغن زیتون باشد، تفاوت مجموع شمار اتم‌های کربن و مجموع شمار اتم‌های هیدروژن در گروه‌های  $\text{R}_1, \text{R}_2, \text{R}_3$  و  $\text{R}_4$  کدام است؟



۴۸ (۱)

۴۹ (۲)

۴۵ (۳)

۴۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۰۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نقطه ذوب  $\text{RCOONH}_4$  در مقایسه با  $\text{RCOONa}$  پایین تر است (با فرض  $R$  یکسان).
- (۲) نیروهای بین مولکولی غالب در استرهای بلند زنجیر و اسیدهای چرب از نوع وان دروالسی است.
- (۳) گشتاور دو قطبی اوره بزرگتر از گشتاور دو قطبی روغن زیتون است.
- (۴) مولکولهای صابون به کمک زنجیر هیدروکربنی خود به مولکولهای چربی و از سمت بخش کاتیونی خود به مولکولهای آب متصل می‌شوند.

۱۰۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در محلول فورمیک اسید، افزون بر یونهای آب پوشیده، شمار ناچیزی از مولکولهای یونیده نشده اسید نیز حضور دارند.
- از میان چند اسید تک ظرفیتی با غلظت یکسان، هر چه درجه یونش اسید بیشتر باشد، محلول آن رسانایی الکتریکی بیشتری خواهد داشت.
- باران معمولی شامل یک اسید ضعیف دو پروتون دار است و همانند باران اسیدی خاصیت اسیدی دارد.
- اگر یک محلول بازی به نمونه‌ای آب اضافه شود، همان مقدار که به غلظت هیدروکسید افزوده می‌شود، از غلظت هیدرونیوم کم می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۸- غلظت اسید  $\text{HA}$  برابر  $0.2$  مولار و ثابت یونش آن  $2 \times 10^{-5}$  است. اگر بخواهیم درجه یونش این اسید دو برابر شود، چه حجمی از آن را باید تا  $1200$  میلی لیتر رقیق کرد؟

(۱) ۶۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

۱۰۹- در محلول  $0.2$  مولار اسید  $\text{HA}$ ، غلظت مولی یون هیدرونیوم از لحاظ عددی  $4 \times 10^{-3}$  برابر مقدار ثابت یونش این اسید است. ثابت یونش این اسید کدام است؟

(۱)  $8 \times 10^{-8}$  (۲)  $8 \times 10^{-6}$  (۳)  $1/25 \times 10^{-7}$  (۴)  $1/25 \times 10^{-9}$

۱۱۰- پاک کننده ..... ، ..... پاک کننده ..... با آلاننده‌ها واکنش می‌دهد.

- (۱) سدیم هیدروکسید - همانند - صابونی
- (۲) صابونی - برخلاف - استیک اسید
- (۳) غیرصابونی - همانند - جوهرنمک
- (۴) سفیدکننده - برخلاف - غیرصابونی

۱۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- برای نیترواسید برخلاف نیتریک اسید، معادله یونش در آب را باید به صورت  $\text{HX} \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{X}^-$  نشان داد.
- ثابت یونش یک اسید، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش تا رسیدن به تعادل است.
- واکنشهای برگشت پذیر آن قدر انجام می‌شوند که در نهایت مقدار واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر می‌شود.
- نخستین کسی که اسیدها و بازها را شناخت و توانست ویژگی آن‌ها و برخی واکنشهای آن‌ها را معرفی کند، سوانت آرنیوس بود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۲- مجموع شمار اتم‌ها در هر واحد فرمولی از صابون جامد  $A$  و پاک کننده غیرصابونی جامد  $B$  برابر با ۱۱۱ بوده و پاک کننده  $B$  در مقایسه با  $A$ ، ۳ اتم کربن بیشتر دارد. نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی هیدروژن در پاک کننده  $B$  کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی هر دو

پاک کننده، سیر شده است.) ( $C=12, H=1: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۸/۱۳ (۲) ۵/۰۹ (۳) ۷/۲۷ (۴) ۵/۷۹

محل انجام محاسبات



۱۱۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با چهار ترکیب  $\text{Li}_2\text{O}$ ،  $\text{BaO}$ ،  $\text{SO}_3$  و  $\text{N}_2\text{O}_5$  درست است؟

- تنها یکی از آن‌ها در دما و فشار اتاق به حالت گازی است.
- نیمی از آن‌ها اسید آرنیوس و نیمی دیگر باز آرنیوس هستند.
- این اکسیدها مانند سایر اکسیدها با آب واکنش می‌دهند و غلظت یکی از یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را در آب افزایش می‌دهند.
- از انحلال یک مول از هر کدام از اکسیدهای  $\text{Li}_2\text{O}$  و  $\text{N}_2\text{O}_5$  در آب، چهار مول یون پدید می‌آید.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اگر در یک محلول، غلظت یون‌های هیدروکسید و هیدرونیوم برابر صفر باشد، آن محلول حالت خنثی دارد.
- اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که در آب دارند به دو دسته قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.
- ثابت یونش هیدروفلوئوریک اسید با افزایش غلظت یون فلوئورید افزایش و با افزایش غلظت اسید، کاهش می‌یابد.
- ثابت یونش هیدروکلریک اسید در مقایسه با نیتریک اسید، مقدار کوچک‌تری است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) واکنش مخلوط سدیم و آلومینیم هیدروکسید با آب یک واکنش گرماده بوده و طی آن گاز  $\text{H}_2$  تولید می‌شود.
- (۲) برای کاهش میزان pH خاک به آن آهک می‌افزایند.
- (۳) اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند و در تماس با پوست، سوزش ایجاد می‌کنند.
- (۴) یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، کلریک اسید ترشح می‌کنند.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵، پاسخ دهند.

### زوج درس ۱

### شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- اگر الکترون در اتم هیدروژن از لایه پنجم به لایه اول منتقل شود، امکان تشکیل چند پرتو با طول موج بیشتر از ۷۰۰ نانومتر وجود دارد؟

۲ (۴)                      ۳ (۳)                      ۴ (۲)                      ۶ (۱)

۱۱۷- اگر در هر کدام از مولکول‌های زیر، تمامی اتم‌ها قاعده هشت‌تایی را رعایت کنند، در کدام مولکول، اتم عنصر X دارای ۵ الکترون ظرفیتی است؟

XO<sub>۲</sub> (۱)                      X<sub>۲</sub>O (۲)                      XO<sub>۳</sub> (۳)                      XO<sub>۴</sub> (۴)

۱۱۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در آرایش الکترون - نقطه‌ای هر کدام از اتم‌های A<sub>۱۳</sub> و X<sub>۵۱</sub>، سه الکترون جفت نشده وجود دارد.
- شماره گروه هر کدام از عنصرهای D<sub>۴</sub> و E<sub>۲۸</sub> برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها است.
- شمار ترکیب‌های شیمیایی که در ساختار خود هیچ یونی ندارند، بسیار کم است.
- آرایش الکترون - نقطه‌ای هر کدام از عنصرهای دسته s به یکی از دو صورت X<sup>۰</sup> یا X<sup>+</sup> است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۱۹- اگر عنصری با عدد اتمی ۱۲۵ در راکتور هسته‌ای ساخته شود و آرایش الکترونی اتم آن مطابق قاعده آفبا باشد، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت آن که شامل دو زیرلایه می‌باشد، کدام است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۵۴ (۳) ۶۳ (۴) ۵۷

۱۲۰- در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار عنصرهایی که زیرلایه  $3d$  اتم آن‌ها پر است به شمار عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به  $4s^2$  ختم می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{8}{9}$

۱۲۱- تفاوت عدد اتمی نخستین عنصر دسته  $d$  دوره ششم و آخرین عنصر دسته  $f$  جدول دوره‌ای کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۴۵ (۳) ۴۱ (۴) ۳۵

۱۲۲- اگر شمار الکترون‌های مبادله شده برای تشکیل  $18/6g$  سدیم اکسید از عنصرهای سازنده آن، دو برابر شمار الکترون‌های مبادله شده برای تشکیل  $1/1$  مول ترکیب  $X$  از عنصرهای سازنده آن باشد، فرمول ترکیب یونی  $X$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $O = 16: g \cdot mol^{-1}$ ,  $Na = 23$ )

- (۱) آلومینیم اکسید (۲) منیزیم اکسید (۳) کلسیم فلئورید (۴) آلومینیم فسفید

۱۲۳- اگر مخلوطی شامل گازهای آرگون، نیتروژن، هلیوم، اکسیژن، کربن دی‌اکسید و بخار آب را تا دمای  $23^\circ C$  سرد کنیم، شمار گونه‌های جامد و مایع در نمونه نهایی در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) ۳، ۲ (۲) ۴، ۲ (۳) ۳، ۳ (۴) ۲، ۳

۱۲۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- هلیوم گازی بی‌رنگ و بی‌بو است که در جوشکاری و کپسول غواصی به کار می‌رود.
- در لایه تروپوسفر برخلاف لایه بعدی (استراتوسفر)، با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما کاهش می‌یابد.
- مطالعات نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تا کنون، نسبت گازهای سازنده هواکره هیچ گونه تغییری نکرده است.
- اگر نمونه‌ای از هوا را آنقدر سرد کنیم که هوای مایع به دست آید، برخی از اجزای آن به صورت جامد جدا می‌شوند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۵- درصد فراوانی کدام یک از گازهای نجیب زیر در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر کم‌تر است؟

- (۱) هلیوم (۲) نئون (۳) کریپتون (۴) زنون

## زوج درس ۲

## شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- برآوردها نشان می‌دهد که طول عمر ذخایر زغال سنگ به ۵۰۰ سال می‌رسد.
- انفجارهای معادن زغال سنگ اغلب به دلیل تجمع گاز سمی متان آزاد شده از زغال سنگ رخ می‌دهد.
- بیش از نیمی از سوخت توسط کشتی‌های نفتی به مراکز توزیع و استفاده منتقل می‌شود.
- نسبت شمار پیوندهای دوگانه کربن - کربن به شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن در بنزن در مقایسه با نفتالن، بزرگ‌تر است.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۱۲۷- اگر نمونه‌ای از ۲- هگزن با مقدار کافی برم واکنش دهد چه تعداد از عبارت‌های زیر درباره این واکنش و اجزای آن درست

است؟ ( $C=12, H=1, Br=80: g.mol^{-1}$ )

• نام فرآورده تولید شده ۲، ۳-دی برم‌هگزان است.

• مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی در واکنش‌دهنده‌ها برابر با شمار جفت الکترون‌های پیوندی فرآورده است.

• در اثر این واکنش، ۹۱/۲ درصد بر جرم ۲- هگزن افزوده می‌شود.

• اگر در این واکنش به جای ۲- هگزن از ۲- هگترین با همان جرم استفاده شود تا فرآورده یکسان به دست آید، مقدار برم مصرفی دو برابر خواهد شد.

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۲۸- ۰/۲ مول از هیدروکربن A بر اثر سوختن کامل، ۱۰۲/۴ گرم فرآورده تولید می‌کند. اگر هر مول از این هیدروکربن برای سوختن کامل، ۱۲ مول

اکسیژن مصرف کند، نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب A کدام است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

- ۰/۵ (۱)      ۰/۸ (۲)      ۱/۲۵ (۳)      ۱ (۴)

۱۲۹- برای آلکانی با فرمول مولکولی  $C_8H_{18}$ ، چند ساختار شاخه‌دار می‌توان در نظر گرفت که نام آن‌ها به «پنتان» ختم شود؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

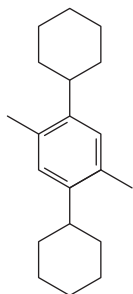
۱۳۰- در یک آلکین نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن برابر ۱/۶۶۶ است. از سوختن کامل ۱/۲ مول از این آلکین در مجموع

چند گرم فرآورده به دست می‌آید؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

- ۳۵۴/۲ (۱)      ۴۲۴/۸ (۲)      ۴۷۶/۴ (۳)      ۵۱۲/۲ (۴)

۱۳۱- چند درصد جرم ترکیب مقابل را کربن تشکیل می‌دهد؟ ( $C=12, H=1: g.mol^{-1}$ )

- ۷۷/۷۷ (۱)  
۸۸/۸۸ (۲)  
۸۳/۳۳ (۳)  
۷۲/۲۲ (۴)



سایت کنکور

۱۳۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• وازلین در مقایسه گریس چسبنده‌تر است.

• نقطه جوش هگزان پایین‌تر از نقطه جوش هپتان است.

• نسبت شمار پیوندهای کربن - کربن به شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در اتیل پنتان برابر با ۲/۵ است.

• در آلکانی با نام ۲، ۴- تری متیل هگزان، ۳ گروه  $CH_3$  وجود دارد.

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۳۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) مولکول‌های گازوئیل در مقایسه با مولکول‌هایی که بخش عمده سوخت هواپیما را تشکیل می‌دهند، درشت‌تر هستند.
- ۲) قیمت نفت برنت دریای شمال در مقایسه با نفت سبک کشورهای عربی بیشتر است.
- ۳) بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را هیدروکربن‌های خطی و سیرشده تشکیل می‌دهند.
- ۴) درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران در مقایسه با نفت سنگین کشورهای عربی بیشتر است.

۱۳۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- داد و ستد گرما همواره باعث تغییر دما می‌شود.
- گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و برای توصیف فرایند به کار می‌رود.
- اگر روغن زیتون و آب با فرض جرم و دمای یکسان ( $5^{\circ}\text{C}$ ) در محیط با دمای  $2^{\circ}\text{C}$  قرار گیرند، روغن زیتون زودتر با محیط هم دما می‌شود.
- گرمای ویژه ترکیب یونی نمک خوراکی به مراتب بیشتر از ترکیب مولکولی اتانول است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۵- درون یک کیپسول آهنی که جرم آن در حالت خالی برابر  $3/2\text{kg}$  بوده، مقداری گاز اکسیژن وجود دارد که حجم آن در شرایط STP

برابر  $100/8\text{L}$  است. برای افزایش دمای این کیپسول و گاز اکسیژن درون آن از  $3^{\circ}\text{C}$  تا  $8^{\circ}\text{C}$ ، چند کیلوژول گرما لازم

است؟ ( $c_{\text{O}_2} = 0/90, c_{\text{Fe}} = 0/45 : \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}, O = 16 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۷۸/۴۸ (۲) ۸۷/۴۸ (۳) ۵۶/۱۲ (۴) ۶۵/۱۲

سایت کنکور



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۰۶

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سؤال ویژه دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۱۰	۲۱	۳۰	
		۵	۳۱	۳۵	
		۵	۳۶	۴۰	
		۵	۴۱	۴۵	
۲	فیزیک	۲۵	۵۶	۸۰	۵۵ دقیقه
		۱۰	۸۱	۹۰	
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۳۵ دقیقه
		۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح
	گسسته	مفید ابراهیم پور
	هندسه (۳)	علی ایمانی
	ریاضی (۱)	مهدی وارسته
	حسابان (۱)	سیروس نصیری
	هندسه (۱)	هایده جواهری
	آمار و احتمال	علی اکبر علیزاده
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خونی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	حسین زین‌العابدین زاده سارا دانایی کجانی مروارید شاه‌حسینی
		شیمی
		ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی - میثم کیانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی







## ریاضیات

۱ | ۲

k عددی مثبت است. داریم:

مرحله اول: k واحد به سمت راست ( $x \rightarrow x-k$ )

$$y = \sqrt{2(x-k)} = \sqrt{2x-2k}$$

مرحله دوم: k واحد به سمت یهای منفی

$$y = \sqrt{2x-2k} - k$$

مرحله سوم: نمودار را نسبت به محور یها قرینه می‌کنیم:

$$(x \rightarrow -x)$$

$$g(x) = \sqrt{-2x-2k} - k$$

با توجه به نمودار مشخص است که  $g(-3) = 1$  بنابراین داریم:

$$\sqrt{6-2k} - k = 1 \Rightarrow \sqrt{6-2k} = k+1 \Rightarrow 6-2k = k^2 + 2k + 1$$

$$\Rightarrow k^2 + 4k - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ k = 1 \end{cases}$$

۲ | ۴

اگر  $\alpha$  یکی از صفرهای تابع  $y = 2f(3x-1)$  باشد، صفرتابع  $y = f(x)$  برابر  $3\alpha - 1$  و در نتیجه صفر تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}f(4-2x)$  به

$$\text{صورت } \frac{3\alpha-1-4}{-\sqrt{3}} = -\frac{3}{\sqrt{3}}\alpha + \frac{5}{\sqrt{3}}$$

مجموع صفرهای تابع  $y = 2f(3x-1)$  برابر  $30$  است یعنی داریم:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{10} = 30$$

بنابراین مجموع صفرهای تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}f(4-2x)$  برابر است با:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{3}{\sqrt{3}}\alpha_1 + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) + \left(-\frac{3}{\sqrt{3}}\alpha_2 + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) + \dots + \left(-\frac{3}{\sqrt{3}}\alpha_{10} + \frac{5}{\sqrt{3}}\right) \\ &= -\frac{3}{\sqrt{3}}(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10}) + 10 \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{3}{\sqrt{3}}(30) + 25 \\ &= -45 + 25 = -20 \end{aligned}$$

۳ | ۲

روش اول: با یافتن نقاط نظیر A و B و C و D در نمودار

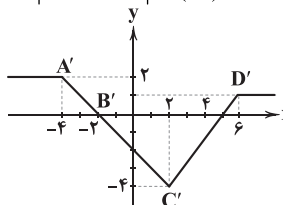
جدید، تابع  $y = -f\left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 1\right)$  را رسم می‌کنیم:

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} 2(-1-1) = -4 \\ -(-2) = 2 \end{vmatrix}$$

$$B \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow B' \begin{vmatrix} 2(0-1) = -2 \\ -(0) = 0 \end{vmatrix}$$

$$C \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix} \Rightarrow C' \begin{vmatrix} 2(2-1) = 2 \\ -(4) = -4 \end{vmatrix}$$

$$D \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \end{vmatrix} \Rightarrow D' \begin{vmatrix} 2(4-1) = 6 \\ -(-1) = 1 \end{vmatrix}$$

ملاحظه می‌شود تابع  $y = -f\left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 1\right)$  در بازه  $[-4, 2]$  نزولی اکید است.روش دوم: در بازه  $[-1, 2]$  تابع  $f(x)$  اکیداً صعودی است. بنابراین در بازه نظیرآن تابع  $y = -f\left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 1\right)$  نزولی اکید است. برای یافتن بازه نظیر آن داریم:

$$[2(-1-1), 2(2-1)] = [-4, 2]$$

۳ | ۴ در تابع  $f(3x)$  طول نقاط  $\frac{1}{3}$  برابر و در تابع  $f\left(\frac{x}{3}\right)$  طولنقاط ۳ برابر می‌شود. با توجه به جدول تعیین علامت  $f(x)$  توابع  $f(3x)$ و  $f\left(\frac{x}{3}\right)$  را تعیین علامت می‌کنیم:

x	-3	0	1	
f(x)	-	+	-	+

 $\Rightarrow$ 

x	-1	0	$\frac{1}{3}$	
f(3x)	-	+	-	+

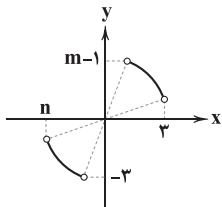
x	-9	0	3	
f( $\frac{x}{3}$ )	-	+	-	+

در محدوده مشترک دامنه‌ها تابع  $y = \frac{f(3x)}{f\left(\frac{x}{3}\right)}$  را تعیین علامت می‌کنیم:

x	-1	0	$\frac{1}{3}$	
f(3x)	-	+	-	+
f( $\frac{x}{3}$ )	-	+	-	+
$y = \frac{f(3x)}{f\left(\frac{x}{3}\right)}$	+	+	+	+

$$\frac{f(3x)}{f\left(\frac{x}{3}\right)} \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, \frac{1}{3}] - \{0\} \Rightarrow D_g = [-1, \frac{1}{3}] - \{0\}$$

۱ | ۵

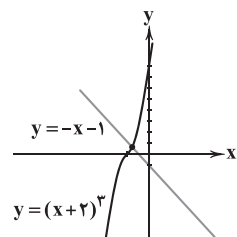
برای رسم تابع  $f(x)$ ، نمودار  $f(x)+1$  را یک واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.نمودار تابع  $-f(-x)$  قرینه تابع  $f(x)$  نسبت به مبدأ مختصات است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-1 = +3 \Rightarrow m = 4 \\ n = -3 \end{cases} \Rightarrow m+n = 1$$

۲ | ۶

ابتدا معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = -x - 1 \Rightarrow (x+2)^3 = -x - 1$$

حال نمودارهای  $y = (x+2)^3$  و  $y = -x - 1$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و طول نقطه برخورد را به عنوان جواب معادله معرفی می‌کنیم.

دو نمودار یک‌دیگر را در یک نقطه با طول منفی قطع می‌کنند. بنابراین معادله دارای یک جواب منفی است.



۱۰ ۱ مرکز تقارن تابع  $(k, 4)$  و تابع نزولی است. بنابراین ضابطه

تابع به صورت  $y = -(x-k)^3 + 4$  خواهد بود. از طرفی تابع از نقطه  $(0, 12)$  می‌گذرد و داریم:

$$12 = k^3 + 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow y = -(x-2)^3 + 4$$

$$\Rightarrow y = -x^3 + 6x^2 - 12x + 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = 6 \Rightarrow m = 3 \\ 2p = 12 \Rightarrow p = 6 \\ -n = -12 \Rightarrow n = 12 \end{cases} \Rightarrow m+n+p = 19$$

۱۱ ۱ بررسی عبارت‌ها:

الف)  $n^2 + n + 11 = n(n+1) + 11$  با توجه به این‌که  $n(n+1)$  ضرب دو

عدد متوالی است، بنابراین زوج است، پس:  $n^2 + n + 11$  فرد است. (درست)

ب) اگر  $n$  عددی زوج باشد، داریم:

$$k+1 = n(n+2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \text{ (درست)}$$

پ) درست است. (در کتاب درسی به روش بازگشتی اثبات شده است.)

ت) درست است. زیرا:

$$(n^3 - n)(n^2 - 4) = n(n^2 - 1)(n^2 - 4)$$

$$= n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2) = 5!k = 120k$$

می‌دانیم که ضرب ۵ عدد متوالی مضرب ۵! است.

۱۲ ۳ نکته: زوج بودن  $n$  و زوج بودن  $n^2$  هم‌ارزند.

اگر  $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$  زوج باشد، پس  $\frac{n(n+1)}{2}$  نیز زوج است، بنابراین:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

یعنی  $n(n+1)$  باید مضرب ۴ شود و این زمانی حاصل می‌شود که  $n$  به

صورت  $4k$  یا  $4k-1$  باشد. حال باید از بین اعداد ۱۰۰ تا ۲۰۰، عددهایی که به فرم  $4k$  یا  $4k-1$  هستند را شمارش کنیم.

$$100 \leq 4k \leq 200 \xrightarrow{+4} 25 \leq k \leq 50 \Rightarrow \text{تعداد} = 50 - 25 + 1 = 26$$

$$100 \leq 4k - 1 \leq 200 \xrightarrow{+1} 101 \leq 4k \leq 201 \xrightarrow{+4} 26 \leq k \leq 50$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 25$$

$$\text{کل} = 26 + 25 = 51$$

۱۳ ۴ می‌دانید که: اگر  $(a, b) = d$  آن‌گاه  $d | b \wedge d | a$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} d | 2a - 5 \Rightarrow d | a(2a - 5) \Rightarrow d | 2a^2 - 5a \\ d | a^2 - 6a - 3 \Rightarrow d | 2(a^2 - 6a - 3) \Rightarrow d | 2a^2 - 12a - 6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d | 7a + 6$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d | 47$$

$$\begin{cases} d | 2a - 5 \Rightarrow d | 7(2a - 5) \\ d | 7a + 6 \Rightarrow d | 2(7a + 6) \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d | 47$$

$$\xrightarrow{d \neq 1} d = 47$$

۱۴ ۱ برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  داریم:

$$(a, b) = d, [a, b] = c \Rightarrow \begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \end{cases}, c = a'b'd, (a', b') = 1$$

$$c = a'b'd \Rightarrow 222 = a'b' \times 2 \Rightarrow a'b' = 111$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b' = 1 \\ a' = 111 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 222 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a' = 37 \Rightarrow a = 74 \\ b' = 3 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار  $a+b$  برابر ۸۰ است.

۷ ۲

$f$  تابع اکیداً نزولی و  $g$  تابع اکیداً صعودی است ( $g(x) = 2^{x-2}$ )

نکته: اگر  $f$  اکیداً صعودی باشد داریم:  $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \leq n$   
اگر  $f$  اکیداً نزولی باشد داریم:  $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \geq n$

بنابراین خواهیم داشت:

$$f(g(x^2 - x)) \geq f(g(3x + 5)) \xrightarrow{\text{نزولی } f} g(x^2 - x) \leq g(3x + 5)$$

$$\xrightarrow{\text{صعودی } g} x^2 - x \leq 3x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

۸ ۴ اگر  $f(x) = \left[ \frac{x^2}{1+x^2} \right]$  و  $g(x) = \sqrt{[x] + [-x]}$  داریم:

$$0 \leq \frac{x^2}{1+x^2} < 1 \Rightarrow \left[ \frac{x^2}{1+x^2} \right] = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

دقت کنید کسر  $\frac{x^2}{1+x^2}$  همواره نامنفی و کوچک‌تر از واحد است)

از طرفی برای تابع  $g(x)$  داریم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow g(x) = 0 \quad (x \in \mathbb{Z})$$

بنابراین داریم:

$$y = \sqrt{[x] + [-x]} + \left[ \frac{x^2}{1+x^2} \right] = 0 + 0 = 0 \quad (x \in \mathbb{Z})$$

بنابراین تابع ثابت است پس هم صعودی است و هم نزولی است.

۹ ۳ تابع  $f(x)$  را به شکل زیر می‌نویسیم و نمودار تقریبی آن را

رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 + 5 - a & x > 3 \\ \frac{1}{3}x + 6a & x \leq 3 \end{cases}$$

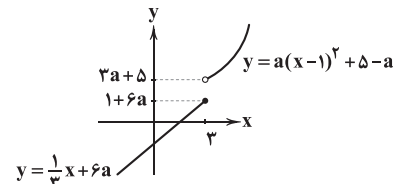
تابع  $y = \frac{1}{3}x + 6a$  اکیداً صعودی است.

بنابراین سهمی  $y = a(x-1)^2 + 5 - a$  در بازه  $(3, +\infty)$  نیز باید اکیداً

صعودی باشد. پس قطعاً روی شاخه راست سهمی قرار داریم و باید داشته

باشیم  $a > 0$

نمودار تقریبی  $f(x)$  به شکل زیر است.



برای آن‌که کل تابع  $f(x)$  اکیداً صعودی باشد، باید داشته باشیم:

$$3a + 5 \geq 1 + 6a \Rightarrow a \leq \frac{4}{3}$$

با اشتراک این جواب و شرط  $a > 0$  داریم:

$$0 < a \leq \frac{4}{3}$$

در این بازه فقط عدد صحیح  $a = 1$  قرار دارد.



چون  $a$  و  $۳۵$  هر دو مضرب  $۵$  هستند و  $۲۳$  مضرب  $۵$  نیست، پس  $b-۱$  مضرب  $۵$  خواهد بود.

$$\begin{cases} b-1=5k \\ b>12 \end{cases} \Rightarrow \min(b)=16 \Rightarrow \min(a)=16 \times 23 + 12 = 380$$

$$\text{مجموع ارقام} = 3+8+0=11$$

$$a = bq + r, r = b-1 \Rightarrow 14r = bq + (b-1)$$

$$\Rightarrow 14(b-1) = bq + b-1 \Rightarrow 14b-14 = bq+b-1$$

$$\Rightarrow 13b - bq = 13 \Rightarrow (13-q) \times b = 13 \times 13$$

اگر  $13-q=13$  باشد، نتیجه می‌گیریم  $q=0$  و از آن جا که  $a=r$  تناقض با فرض مسئله ( $a=14r$ ) دارد، در نتیجه  $13-q=1$  و از آن جا نتیجه می‌شود  $b=13$

$$13-q=1 \Rightarrow q=12, b=13$$

$$r = b-1 \Rightarrow r = 13-1 = 12 \Rightarrow a = 14r = 14 \times 12 = 168$$

دو ماتریس  $I+A$  و  $I-aA$  وارون یکدیگرند بنابراین:

$$(I+A)(I-aA) = I \Rightarrow I - aA + A - aA^2 = I$$

$$\Rightarrow -aA + A - aA^2 = \bar{O} \Rightarrow A(-2a+1) = \bar{O}$$

$$\Rightarrow -2a+1=0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$(A+3I)(A+4I) = A^2 + 7A + 12I = -6I + 12I = 6I$$

$$\Rightarrow (A+3I)\left(\frac{1}{6}A + \frac{4}{6}I\right) = I \Rightarrow (A+3I)^{-1} = \frac{1}{6}(A+4I)$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} \circ & \circ & ab \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix}, A^3 = A^4 = \dots = \bar{O}$$

$ab = 1 \times 1 = 1$  کم‌ترین مقدار  $\Rightarrow ab = 1$  مجموع درایه‌ها

نکته: اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \alpha A + \beta I$  در این صورت:

$$\begin{cases} \alpha = a+d \\ \beta = -(ad-bc) \end{cases}$$

$$A^2 = \alpha A + \beta I \Rightarrow A^3 = \alpha A^2 + \beta A \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4+1=5 \\ \beta = -(4-6)=2 \end{cases}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 12 \\ 18 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 68$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 8 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 256 & 1 \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 2 + \log 4 + \dots + \log 256 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log(2^1 \times 2^2 \times \dots \times 2^8) & 1 \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 2^{1+2+\dots+8} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \log 2^{36} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{جمع درایه‌ها} = 2 + \log 2^{36} = \log 100 + \log 2^{36} = \log(2^{36} \times 10^2)$$

$$\Rightarrow a = 36, b = 2 \Rightarrow a+b = 38$$

$$6 \mid 5k+1 \xrightarrow{a \mid b \Rightarrow a^n \mid b^n} 36 \mid 25k^2 + 10k + 1$$

$$6 \mid 5k+1 \xrightarrow{a \mid b \Rightarrow ma \mid mb} 36 \mid 30k+6$$

$$\xrightarrow{\text{جمع را می‌شمارد}} 36 \mid 25k^2 + 40k + 7 \Rightarrow n=40$$

برای این که حاصل کسر یک عدد طبیعی شود باید:

$$n^2 - 1 \mid 2n - 1$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n^2 - 1 \mid 2n - 1 \Rightarrow n^2 - 1 \mid (2n - 1)(2n + 1) \\ n^2 - 1 \mid n^2 - 1 \Rightarrow n^2 - 1 \mid 4(n^2 - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^2 - 1 \mid 4n^2 - 1 \xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} n^2 - 1 \mid 3 \Rightarrow n^2 - 1 \in \{-1, 1, 3, -3\} \\ n^2 - 1 \mid 4n^2 - 4 \end{cases}$$

$$n^2 - 1 = 1 \Rightarrow n = \pm\sqrt{2}$$

$$n^2 - 1 = 3 \Rightarrow n = \pm 2$$

$$n^2 - 1 = -1 \Rightarrow n = 0$$

$$n^2 - 1 = -3 \Rightarrow n^2 = -2 \Rightarrow n \in \emptyset$$

فقط جواب  $n=2$  قابل قبول است.

$$\begin{aligned} \alpha \mid 5n+3 & \Rightarrow \alpha \mid 6(5n+3) \xrightarrow{\text{تفاضل}} \\ \alpha \mid 6n+7 & \Rightarrow \alpha \mid 5(6n+7) \end{aligned}$$

$$\alpha \mid (30n+35) - (30n+18) \Rightarrow \alpha \mid 17 \xrightarrow{\alpha \neq 1} \alpha = 17$$

در یکی از رابطه‌های بالا قرار می‌دهیم:

$$17 \mid 5n+3 \Rightarrow 5n+3 = 17q \Rightarrow 5n = 17q-3$$

$$\Rightarrow 5n = 17q-3 + 17-17 = 17(q+1) - 20 = 17q' - 20$$

$$\xrightarrow{\div 5} n = 17\left(\frac{q'}{5}\right) - 4 \xrightarrow{q' = 5t} n = 17t - 4$$

$$\xrightarrow{t=1} n = 17-4 = 13$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1+3 = 4$$

می‌دانیم که: هر عدد صحیح و فرد به یکی از دو صورت  $4k+1$  یا  $(4k-1)$  نوشته می‌شود.

(۲) مربع هر عدد فرد به فرم  $4k+1$  نوشته می‌شود.

بنابراین  $a$  و  $b$  هر دو عدد فرد هستند و مربع هر عدد فرد در تقسیم بر ۸ دارای باقی‌مانده ۱ خواهد بود. بنابراین باقی‌مانده برابر  $-5 = -7 + 1 + 1$  خواهد بود.

بنابراین  $a$  و  $b$  هر دو عدد فرد هستند و مربع هر عدد فرد در تقسیم بر ۸ دارای باقی‌مانده ۱ خواهد بود. بنابراین باقی‌مانده برابر  $-5 = -7 + 1 + 1$  خواهد بود.

$$a^2 + b^2 - 7 = 8q - 5 \Rightarrow a^2 + b^2 - 7 = 8q - 5 + 8 - 8$$

$$= 8(q-1) + 3 = 8q' + 3$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم ۳ است.

$$\frac{a}{12} \mid \frac{b}{23} \Rightarrow a = b \times 23 + 12, b > 12$$

$$\Rightarrow a = b \times 23 + 12 + 23 - 23 = (b-1) \times 23 + 35$$



۱ ۳۴

$$x^2 - \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow (x - \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2a} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{b^2}{4a^2} = \frac{9}{64} \Rightarrow \frac{9}{64} + \frac{c}{a} = \frac{17}{64} \Rightarrow a=4, b=3$$

$$\Rightarrow a \times b = 12$$

۲ ۳۵ تنها نقطه‌ای روی سهمی که اگر طول آن از دامنه حذف شود یک مقدار  $y$  از برد آن حذف می‌شود، رأس سهمی است. پس الف غلط است. قسمت ج نیز واضح است.

۳ ۳۶ اگر  $\begin{cases} \alpha + \beta = 8 \\ \alpha\beta = 7 \end{cases}$  باشد، آن‌گاه دو تا از ریشه‌ها ۱ و ۷ هستند.

$$x=1 \Rightarrow 1+b-9+14=0 \Rightarrow b=-6$$

$$x^2 - 6x^2 - 9x + 14 = (x-1)(x^2 - 5x - 14) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \\ x=7 \end{cases}$$

۳ ۳۷

$$\frac{4}{2-\sqrt{x+5}} + \frac{5}{2+\sqrt{x+5}} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{4(2+\sqrt{x+5}) + 5(2-\sqrt{x+5})}{(2-\sqrt{x+5})(2+\sqrt{x+5})} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{18-\sqrt{x+5}}{4-(x+5)} = -3 \Rightarrow -3(-1-x) = 18-\sqrt{x+5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} = 15-3x \Rightarrow x+5 = 9(5-x)^2$$

$$\Rightarrow 9(25-10x+x^2) = x+5 \Rightarrow 9x^2 - 91x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(9x-55) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ قق} \\ x=\frac{55}{9} = 6\frac{1}{9} \text{ غقق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

۳ ۳۸ با فرض  $x^2 + x + 1 = t$  داریم:

$$\frac{31}{t} + \frac{22}{t+1} = 2 \xrightarrow{\times t(t+1)} 31t + 22t + 22 = 2t^2 + 2t$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 61t - 21 = 0 \Rightarrow (t-31)(2t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=31 \\ t=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 = 31 \\ x^2 + x + 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 30 = 0 \Rightarrow x = 5, -6 \\ x^2 + x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها برابر ۱- خواهد بود.

۴ ۳۹  $f(2) = 0 \Rightarrow 4+8+a=0 \Rightarrow a=-12$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^3 + x^2 - 12}{x^2 - 36x - 12} + \frac{x}{x-12}$$

تابع  $g$  در دو ریشه معادله  $x^2 - 36x - 12 = 0$  و همچنین در ریشه معادله  $x - 12 = 0$  تعریف نمی‌شود.

بنابراین حاصل ضرب نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند برابر است با:

$$x_1 x_2 x_3 = (-12) \times 12 = -144$$

۴ ۲۶  $a+b=4, ab=3$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3(ab)(a+b) = 4^3 - 3(3)(4) = 64 - 36 = 28$$

۲ ۲۷  $(ABC)_{ij} = (A \text{ سطر } i \text{ ام})(B) \text{ (ستون } j \text{ ام)}$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 9+18+27 = 54$$

۲ ۲۸

$$D = A^2 - AB - BA + B^2 = (A-B)^2 = (\tau I)^2 = 4I^2 = 4I$$

$$D = 4I \Rightarrow ((D^{-1})^5)^{-1} = ((D^{-1})^{-1})^5 = D^5$$

$$D^5 = (4I)^5 = 4^5 I \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2 \times 4^5 = 2^{11}$$

۱ ۲۹ اگر دترمینان یک ماتریس برابر صفر باشد، ماتریس وارون پذیر نیست.

$$|A| = a-6=0 \Rightarrow a=6$$

$$|B| = 2b-4=0 \Rightarrow b=2$$

$$C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow C^2 = \begin{bmatrix} 36 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 40$$

۴ ۳۰

$$A+B = 3AB \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}A + A^{-1}B = 3A^{-1}AB$$

$$\Rightarrow I + A^{-1}B = 3B \xrightarrow{\times B^{-1}} IB^{-1} + A^{-1}BB^{-1} = 3BB^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} + A^{-1} = 3I \Rightarrow 3A^{-1} + 3B^{-1} = 9I$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 16 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \pm \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \pm 2$$

۲ ۳۲ به دلیل آن‌که:

$$\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} = \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-1 - \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}}{2} = \frac{-2(a^2 + b^2)}{2(a+b)^2} = \frac{-(a^2 + b^2)}{(a+b)^2}$$

۳ ۳۳ معادله سهمی:  $y = a(x+3)^2 + 9$

با جای‌گذاری  $(0, 0)$  داریم:  $a = -1$

از طرفی  $C(-6, 0)$  و  $D(0, 0)$  است.

برای به دست آوردن مختصات نقاط  $A$  و  $B$  داریم:

$$-(x+3)^2 + 9 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

پس  $A(-4, 8)$  و  $B(-2, 8)$  است.

$$\Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = \frac{1}{2} \times (6+2) \times 8 = 32$$



۴۵ ۲ با توجه به شکل داریم:

$$\triangle ABE:DF \parallel BE \xrightarrow{\text{ق تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{1+x} \quad (1)$$

$$\triangle ABC:DE \parallel BC \xrightarrow{\text{ق تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1+x}{1+x+12} = \frac{1+x}{x+13} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{x+1}{x+13} \Rightarrow x=3$$

مجموعه تهی یکی زیرمجموعه دارد که آن هم تهی است.

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow B' - A' = \emptyset$$

بررسی گزینه‌ها:

۱)  $C = \{3, -3, 4\}$       ۲)  $D = \{2\}$

۳)  $E = \{17\}$       ۴)  $F = \emptyset$

مجموعه‌ها را با نوشتن اعضا مشخص می‌کنیم:

$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{-1\}, C = \{1, 2, 3\}$$

که ملاحظه می‌شود موارد «الف»، «ب» و «د» نادرست هستند.

۴۸ ۱ مجموعه A دارای ۸ زیرمجموعه است که شامل هر چهار عدد

۲, ۳, ۵, ۷ باشد (زیرا طبق اصل ضرب هر یک از ارقام ۱, ۴, ۶ دو حالت در تشکیل زیرمجموعه ایجاد می‌کنند) بنابراین  $n=8$  و اما برای محاسبه m باید ابتدا

به  $\binom{4}{2} = 6$  طریق، ۲ عدد اول از بین ۴ عدد اول مجموعه A انتخاب و سپس در

۸ ضرب کنیم، یعنی  $m = 6 \times 8 = 48$ . در نتیجه  $m+n = 56$ .

۴۹ ۳ مجموعه A دارای ۶۴ زیرمجموعه و مجموعه B دارای ۱۶

زیرمجموعه است و چون  $A \cap B = \{a, f\}$ ، بنابراین ۴ زیرمجموعه وجود دارد که هم زیرمجموعه A و هم زیرمجموعه B است، بنابراین  $(64-4) + (16-4) = 72$  زیرمجموعه وجود دارد که دقیقاً زیرمجموعه یکی از این دو مجموعه باشد.

۵۰ ۴  $P(A)$  دارای  $2^{32} = 16^8$  زیرمجموعه و در نتیجه دارای ۳۲

عضو است، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A، ۳۲ و تعداد اعضای آن ۵۲ است و تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن هم  $\binom{5}{2} = 10$  تا است.

۵۱ ۱ با توجه به صورت سؤال باید  $A=B$ ، بنابراین:

$$z^2 - 1 = 6 \Rightarrow z^2 = 16 \Rightarrow z = \pm 4$$

$$3y^2 + y = 4 \Rightarrow 3y^2 + y - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$x^2 + 2x = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

**دقت کنید:** اگر  $2y^2 + y = -1$ ، معادله فاقد جواب خواهد بود.

حال برای آن‌که  $x+y-z$  حداکثر شود:

$$x = -1, y = 1, z = -2 \Rightarrow x+y-z = 2$$

۵۲ ۳ مجموعه‌های  $A_1$  تا  $A_4$  را به دست می‌آوریم:

$$A_1 = (-6, 3], A_2 = (-3, \frac{1}{2}], A_3 = (-2, \frac{1}{3}], A_4 = (-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}]$$

$$A_2 \cup A_3 \cup A_4 = (-3, \frac{15}{4}], A_1 \cap A_2 \cap A_3 = (-2, 3]$$

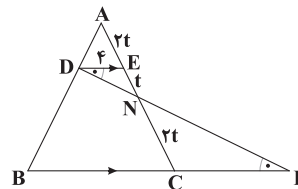
$$\bigcup_{i=2}^4 A_i - \bigcap_{i=1}^3 A_i = (-3, \frac{15}{4}] - (-2, 3] = (-3, -2] \cup (3, \frac{15}{4}]$$

که تنها شامل عدد صحیح -۲ است.

۴۰ ۴ تابع  $[\frac{1}{x}]$  برای  $x > 0$  خروجی حسابی (W) می‌دهد و

تابع  $\sqrt{-x}$  برای  $x \leq 0$  همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است بنابراین برد تابع  $R_f = \mathbb{W} \cup [0, +\infty) = [0, +\infty)$  برابر است با:

۴۱ ۴ با توجه به شکل،  $\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$



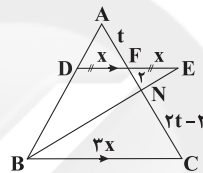
$$\frac{2t}{\Delta t} = \frac{4}{BC} \Rightarrow BC = 1.$$

$$\triangle DEN \sim \triangle NCF \Rightarrow \frac{4}{CF} = \frac{t}{2t}$$

$$\Rightarrow CF = 8 \Rightarrow BF = 10 + 8 = 18$$

و همچنین:

۴۲ ۲ با توجه به شکل داریم:

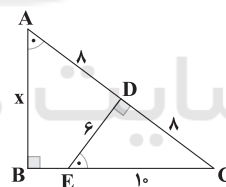


$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{ق تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{DF}{BC} \Rightarrow \frac{t}{3t} = \frac{x}{BC} \Rightarrow BC = 3x$$

$$\triangle FEN \sim \triangle BNC \Rightarrow \frac{FE}{BC} = \frac{FN}{NC}$$

$$\frac{x}{3x} = \frac{2}{2t-2} \Rightarrow t = 4 \Rightarrow AC = t + 2 + 2t - 2 = 3t \Rightarrow AC = 12$$

۴۳ ۱



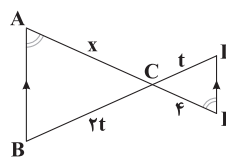
$$\hat{D} = 90^\circ \Rightarrow EC^2 = DE^2 + DC^2$$

$$\Rightarrow EC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow EC = 10.$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{D} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle DCE \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{10}{16} \Rightarrow x = 9.6$$

۴۴ ۳ با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} AB \parallel DE \xrightarrow{\text{مورب BD}} \hat{D} = \hat{B} \\ AB \parallel DE \xrightarrow{\text{مورب AE}} \hat{A} = \hat{E} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{CB}{CD} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{2t}{t} \Rightarrow x = 8$$



۵۹ ۲ شروع حرکت با شتاب ثابت اتومبیل B از لحظهٔ سبقت گرفتن اتومبیل A می‌باشد، بنابراین در دومین سبقت، جابه‌جایی دو اتومبیل با هم برابر است. با توجه به این‌که اتومبیل A با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_1 \times t = \frac{v_1' + v_1''}{2} \times t$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_1' + v_1''}{2} \Rightarrow 20 = \frac{10 + v_1''}{2} \Rightarrow v_1'' = 30 \frac{m}{s}$$

**دقت کنید:** مدت‌زمان حرکت برای هر دو اتومبیل، یکسان است.

۶۰ ۳ هرگاه اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در دو بازهٔ زمانی در حرکت با شتاب ثابت با هم برابر باشند، لحظهٔ صفر شدن سرعت متحرک برابر با میانگین لحظهٔ اول بازهٔ اول و لحظهٔ آخر بازهٔ دوم است، بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \text{ تا } t_2 = 4s \\ t_1 = 6s \text{ تا } t_2 = 8s \end{cases} \xrightarrow{\text{میانگین}} t = \frac{2+8}{2} = 5s$$

پس در لحظهٔ  $t = 5s$  سرعت متحرک، صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2 \times 5 + v_0 \Rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

۶۱ ۲ در حرکت با شتاب ثابت، میزان جابه‌جایی‌های متحرک در t ثانیه‌های متوالی، تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند، بنابراین جابه‌جایی‌ها به صورت زیر هستند:

$$20m = \text{جابه‌جایی در } 3 \text{ ثانیهٔ اول حرکتش}$$

$$\Delta x = \text{جابه‌جایی در } 3 \text{ ثانیهٔ دوم حرکتش}$$

$$80m = \text{جابه‌جایی در } 3 \text{ ثانیهٔ سوم حرکتش}$$

همان‌طور که می‌دانیم، در تصاعد حسابی در سه جملهٔ متوالی، جملهٔ دوم از میانگین جملات اول و سوم به دست می‌آید، بنابراین:

$$\Delta x = \frac{20 + 80}{2} = 50m$$

در نتیجه جابه‌جایی متحرک در ۹ ثانیهٔ اول حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{9s} = 20 + 50 + 80 = 150m$$

۶۲ ۱ مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است. با توجه به این‌که دو متحرک در مبدأ زمان از کنار هم عبور کرده‌اند، بنابراین فاصلهٔ دو متحرک در لحظه‌ای که اندازهٔ سرعت دو متحرک برابر می‌شود ( $t$ )، برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک بین دو لحظهٔ  $t = 0$  و  $t$  است. به عبارت دیگر با محاسبهٔ مساحت ناحیهٔ بین دو نمودار، فاصلهٔ دو متحرک از هم به دست می‌آید:

$$\text{فاصله} = \frac{10 \times 4}{2} = 20m$$

۶۳ ۲ به کمک بردارهای سرعت متوسط در دو بازهٔ زمانی داده‌شده، بردارهای جابه‌جایی متحرک را در این دو بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \text{ تا } t = 2s: -4\vec{i} = \frac{\Delta \vec{x}_1}{6-2} \Rightarrow \Delta \vec{x}_1 = -16\vec{i} (m) \\ t = 10s \text{ تا } t = 6s: -3\vec{i} = \frac{\Delta \vec{x}_2}{10-6} \Rightarrow \Delta \vec{x}_2 = -12\vec{i} (m) \end{cases}$$

در ادامه با جمع دو جابه‌جایی به دست‌آمده، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی  $t = 2s$  تا  $t = 10s$  برابر است با:

$$\Delta \vec{x}_t = \Delta \vec{x}_1 + \Delta \vec{x}_2 = -16\vec{i} - 12\vec{i} = -28\vec{i} (m)$$

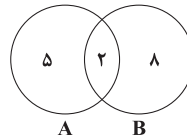
بنابراین سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی  $t = 2s$  تا  $t = 10s$  برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}_t}{\Delta t} = \frac{-28\vec{i}}{10-2} = -\frac{28}{8}\vec{i} = -3\frac{1}{2}\vec{i} \left(\frac{m}{s}\right)$$

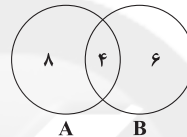
۵۳ ۴ در گزینهٔ (۱) عدد ۱ و در گزینهٔ (۲) عدد ۵ وجود ندارد. در گزینهٔ (۳) اشتراک زیرمجموعه‌های داده‌شده تهی نیست، اما گزینهٔ (۴) شامل دو زیرمجموعهٔ  $\{9, 10, 11, \dots\}$  و  $\{1, 2, \dots, 8\}$  است که افزاری برای  $\mathbb{N}$  به حساب می‌آید.

۵۴ ۳ مجموعهٔ  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  خواهد بود. عضو c را کنار گذاشته و از ۵ عضو باقی‌مانده به  $\binom{5}{2} = 10$  طریق می‌توان زیرمجموعهٔ ۲ عضوی فاقد c انتخاب کرد.

۵۵ ۲ در حالت اول، اعضا به صورت زیر است:



با اضافه شدن اعضای جدید به مجموعهٔ A، دو عضو از قسمت  $B - A$  به قسمت  $A \cap B$  منتقل می‌شوند، بنابراین اعضا در این حالت به صورت زیر می‌باشند:



و تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی  $B - A$  برابر با  $\binom{6}{2} = 15$  می‌باشد.

## فیزیک

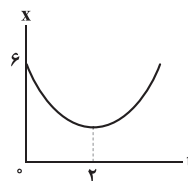
۵۶ ۳ هیچ متحرکی نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان قرار بگیرد و تنها گزینهٔ (۳) صحیح است.

۵۷ ۴ ابتدا به کمک رابطهٔ داده‌شده در سؤال، رابطهٔ مکان - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$t = \sqrt{x-2} + 2 \Rightarrow t-2 = \sqrt{x-2}$$

$$\Rightarrow (t-2)^2 = x-2 \Rightarrow x = (t-2)^2 + 2$$

نمودار مکان - زمان جسم را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که مشخص است، حرکت جسم از لحظهٔ  $t = 0$  تا لحظهٔ  $t = 2s$  به صورت کندشونده و سپس تندشونده است، زیرا قبل از  $t = 2s$  اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش و سپس در حال افزایش است، بنابراین از لحظهٔ  $t_1 = 1s$  تا لحظهٔ  $t_2 = 3s$  حرکت جسم ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌باشد.

۵۸ ۲ با توجه به معادلهٔ مکان - زمان متحرک در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times (-4) \times 3^2 + 4 \times 3 = -6m$$

$$\Delta \bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \Rightarrow -6\vec{i} = \bar{x}_2 - (-3\vec{i}) \Rightarrow \bar{x}_2 = -9\vec{i} (m)$$

بنابراین:



۶۴ | ۱

با جای‌گذاری مقدار جابه‌جایی در رابطه بالا، زاویه چرخش متحرک به دست می‌آید:

$$2\sqrt{2} = 2 \times 20 \times \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

بنابراین جسم از نقطه O به یکی از نقاط A و B می‌تواند رفته باشد.

اگر جسم به نقطه A رفته باشد، مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با: (n تعداد دور کامل است).

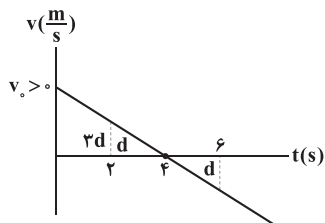
$$l = n \times 2\pi r + \frac{2\pi r}{4} = n \times 40\pi + 10\pi \Rightarrow l = 50\pi, 90\pi, 130\pi (\text{m})$$

اگر جسم به نقطه B رفته باشد، مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = n \times 2\pi r + \frac{2 \times 2\pi r}{4} = n \times 40\pi + 30\pi \Rightarrow l = 70\pi, 110\pi, 150\pi (\text{m})$$

۶۸ | ۳ مسافر در ابتدا و انتها روی یک صندلی نشسته است، بنابراین سرعت متوسط مسافر برابر با سرعت متوسط صندلی می‌باشد که سرعت صندلی نیز برابر سرعت اتوبوس است، پس سرعت متوسط مسافر همان سرعت اتوبوس، یعنی  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ( $10.8 + 3/6 = 30$ ) است.

۶۹ | ۴ نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم می‌کنیم:

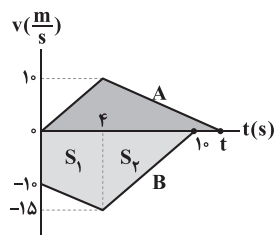


نمودار سرعت را به بازه‌های مساوی ۲s ای تقسیم می‌کنیم و تصاعد  $d, 3d, \dots$  را از لحاظ صفر شدن سرعت به کار می‌بریم. با توجه به نمودار سرعت - زمان رسم شده گزینه (۴) صحیح است، زیرا در بازه زمانی ۰ تا ۲s، مساحت زیر نمودار  $\Delta x = 3d$  است و مسافت طی شده در بازه ۲ تا ۶ ثانیه برابر است با:

$$\frac{\Delta x}{l} = \frac{3d}{7d} = 3/7$$

و نسبت آن‌ها برابر است با:

۷۰ | ۱ می‌دانیم مساحت زیر نمودار  $v-t$  برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین ابتدا با محاسبه مساحت زیر نمودار B، جابه‌جایی آن را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} S_1 = \frac{(10+0) \times 4}{2} = 20 \text{ m} \\ S_2 = \frac{6 \times 15}{2} = 45 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = S_1 + S_2 = 65 \text{ m}$$

به کمک مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی متحرک A را هم به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = \frac{10 \times t}{2} = 5t$$

اندازه جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{\Delta x_B = 65 \text{ m}}{\Delta x_A = 5t} \Rightarrow 5t = 65 \Rightarrow t = 13 \text{ s}$$

پس متحرک A در لحظه  $t = 13 \text{ s}$  متوقف شده و متحرک B در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  متوقف شده است، بنابراین متحرک A ۹ ثانیه دیرتر از متحرک B متوقف شده است.

هر دو جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک است، بنابراین سرعت متحرک A برابر است با:

$$v_A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 1}{5 - 0} = -\frac{1}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به این‌که دو نمودار برهم عمودند، شیب و سرعت نمودار B از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$v_A \times v_B = -1 \Rightarrow -\frac{1}{5} \times v_B = -1 \Rightarrow v_B = \frac{1}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

معادله حرکت دو متحرک برابر است با:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = -\frac{1}{5}t + 10$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{5}t$$

وقتی دو متحرک به هم می‌رسند که مکان آن‌ها با هم برابر شود، بنابراین:

$$-\frac{1}{5}t + 10 = \frac{1}{5}t \Rightarrow \frac{2}{5}t = 10 \Rightarrow t = 25 \text{ s}$$

۶۵ | ۳ معادله مکان - زمان داده شده یک معادله درجه دو است، بنابراین حرکت جسم با شتاب ثابت است، بنابراین با توجه به این‌که مکان جسم در لحظات  $t = 5 \text{ s}$  و  $t = 7 \text{ s}$  با هم برابر است، در نتیجه در وسط این دو لحظه، جهت حرکت جسم تغییر کرده است، بنابراین:

$$t = \frac{5+7}{2} = 6 \text{ s}$$

تغییر جهت

شرط برابر بودن تندی متوسط و سرعت متوسط در یک بازه زمانی، عدم تغییر جهت حرکت جسم در آن بازه زمانی است که تنها در گزینه (۳) این اتفاق افتاده است.

۶۶ | ۴ سرعت متوسط متحرک در مرحله دوم (حرکت در خلاف جهت محور X) را  $-v$  و سرعت متوسط متحرک در مرحله اول (حرکت در جهت محور X) را  $2v$  در نظر می‌گیریم. طبق رابطه سرعت متوسط، سرعت متوسط متحرک در کل این حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1 \times \Delta t_1 + v_2 \times \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

اگر مدت زمان کل حرکت را  $t$  در نظر بگیریم، مدت زمان حرکت در مرحله اول  $\frac{t}{4}$  و در مرحله دوم  $\frac{3t}{4}$  می‌باشد، بنابراین:

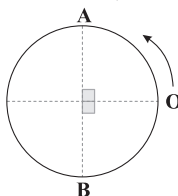
$$v_{av} = \frac{2v \times \frac{t}{4} - v \times \frac{3t}{4}}{\frac{t}{4} + \frac{3t}{4}} = \frac{\frac{2vt}{4} - \frac{3vt}{4}}{\frac{4t}{4}} = \frac{-\frac{vt}{4}}{t} = -\frac{v}{4}$$

در نتیجه نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{v_{av}}{v_{av_1}} = \frac{-\frac{v}{4}}{2v} = -\frac{1}{8}$$

۶۷ | ۳ در حرکت بر روی دایره، جابه‌جایی متحرک از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

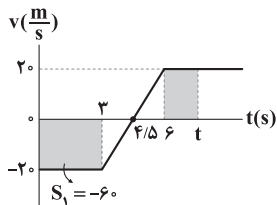
$$d = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$





باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که جابه‌جایی متحرک یا همان مساحت زیر نمودار تا آن لحظه برابر با  $-۴۰$  متر شود. با توجه به نمودار از لحظه  $t=۰$  تا  $t=۳$  س جابه‌جایی متحرک (مساحت) برابر  $-۶۰$  متر می‌شود و به راحتی می‌توان تشخیص داد جابه‌جایی (مساحت) از لحظه  $t=۰$  تا  $t=۲$  س برابر  $-۴۰$  متر می‌شود. پس اولین جواب  $t=۲$  س است.

لحظه  $t=۴/۵$  س به راحتی با تشابه به دست می‌آید، چون ارتفاع دو مثلث متقابل به رأس هر دو یکسان و برابر  $۲۰$  است، پس قاعده‌های آن‌ها نیز باید مساوی باشد، پس  $t$  دقیقاً وسط  $t=۳$  س و  $t=۶$  س است و برابر با  $t=۴/۵$  س است.



لحظه بعدی که مساحت زیر نمودار یا جابه‌جایی  $S = \Delta x = -۴۰$  م می‌شود، بعد از لحظه  $t=۶$  س قرار دارد، زیرا تا این لحظه مجموع مساحت‌ها برابر  $-۴۰$  نمی‌شود. مساحت دو مثلث متقابل به رأس بین  $t=۳$  س تا  $t=۶$  س با هم خنثی می‌شوند، زیرا یکی مثبت و دیگری منفی است، پس لازم به محاسبه نیست.

بنابراین مجموع مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$  باید برابر  $-۴۰$  شود:

$$S_1 + S_2 = -۴۰ \xrightarrow{S_1 = -۶۰ \text{ م}} -۶۰ + S_2 = -۴۰ \Rightarrow S_2 = ۲۰ \text{ م}$$

$$S_2 = ۲۰ \times (t-۶) = ۲۰ \Rightarrow t-۶=۱ \Rightarrow t=۷ \text{ س}$$

بنابراین:

۷۴ | ابتدا سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\xrightarrow{x_1 = ۲۰۰ \text{ م}, t_1 = ۱۵ \text{ س}} \xrightarrow{x_2 = -۲۰۰ \text{ م}, t_2 = ۴۰ \text{ س}} v = \frac{-۳۰۰ - ۲۰۰}{۴۰ - ۱۵} = -۲۰ \frac{\text{م}}{\text{س}}$$

با قرار دادن یکی از نقاطی که متحرک از آن عبور کرده در معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، مقدار مکان اولیه آن ( $x_0$ ) را هم به دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t_1 = ۱۵ \text{ س}, x_1 = ۲۰۰ \text{ م}} ۲۰۰ = -۲۰ \times ۱۵ + x_0$$

$$\Rightarrow x_0 = ۵۰۰ \text{ م}$$

معادله مکان - زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = -۲۰ \frac{\text{م}}{\text{س}}, x_0 = ۵۰۰ \text{ م}} x = -۲۰t + ۵۰۰$$

چون می‌خواهیم فاصله متحرک از مبدأ برابر  $۵۰۰$  م شود، متحرک می‌تواند در دو طرف مبدأ (مثبت و منفی) فاصله‌اش از مبدأ برابر با  $۵۰۰$  م باشد، یعنی  $x = \pm ۵۰۰$ . پس در واقع در دو لحظه مختلف فاصله از مبدأ برابر با  $۵۰۰$  م می‌شود.

$x = \pm ۵۰۰$  م را در معادله مکان - زمان قرار داده و  $t$  را به دست می‌آوریم:

$$x = -۲۰t + ۵۰۰ \xrightarrow{x = \pm ۵۰۰} \begin{cases} ۵۰۰ = -۲۰t + ۵۰۰ \Rightarrow t = ۰ \\ -۵۰۰ = -۲۰t + ۵۰۰ \Rightarrow t = ۵۰ \text{ س} \end{cases}$$

۷۵ | سرعت اتومبیل را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

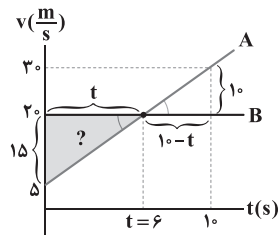
$$v = ۱۰۸ \frac{\text{km}}{\text{h}} \div \frac{۳/۶}{۱} = ۳۰ \frac{\text{م}}{\text{س}}$$

محاسبه می‌کنیم چند ثانیه طول می‌کشد تا صدای بوق به عابر برسد.

جابه‌جایی صوت  $۱۰۰$  م و سرعت آن  $۳۰۰ \frac{\text{م}}{\text{س}}$  است، پس داریم:

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v \Delta t \xrightarrow{\Delta x = ۱۰۰ \text{ م}, v = ۳۰۰ \frac{\text{م}}{\text{س}}} ۱۰۰ = ۳۰۰ \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۳} \text{ س}$$

۷۱ | ابتدا لحظه‌ای که سرعت‌ها با هم برابر می‌شوند را به کمک تشابه دو مثلث متقابل به رأس به دست می‌آوریم:



$$\frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۱۰-t}{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۱۰-t}{۲} \Rightarrow ۳۰ - ۳t = ۲t \Rightarrow t = ۶ \text{ س}$$

**دقت کنید:** بیشترین فاصله دو متحرک از یکدیگر که از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، در لحظه‌ای است که سرعت‌هایشان برابر می‌شود و مقدار آن برابر است با مساحت بین دو نمودار سرعت - زمان تا لحظه برابر شدن سرعت‌ها.

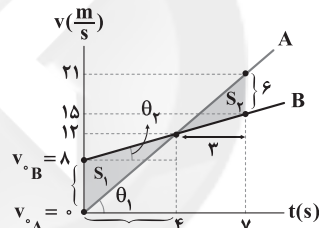
پس بیشترین فاصله این دو متحرک برابر است با مساحت ناحیه رنگ‌شده در

$$S = \frac{۶ \times ۱۵}{۲} = ۴۵ \text{ م}$$

شکل، بنابراین:

۷۲ | ابتدا به کمک شیب نمودار سرعت - زمان، شتاب هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a_A = \tan \theta_1 = \frac{۱۲}{۴} = ۳ \frac{\text{م}}{\text{س}^2} \quad a_B = \tan \theta_2 = \frac{۴}{۴} = ۱ \frac{\text{م}}{\text{س}^2}$$



با توجه به نمودار سرعت - زمان داده‌شده مشخص است که حرکت دو متحرک با شتاب ثابت است، بنابراین سرعت هر متحرک را در لحظه  $t=۷$  س به کمک معادله سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

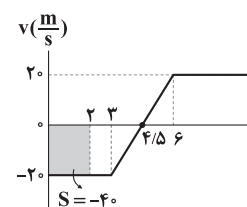
$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{a_A = ۳ \frac{\text{م}}{\text{س}^2}, t = ۷ \text{ س}, v_{0A} = ۰} v_A = ۳ \times ۷ = ۲۱ \frac{\text{م}}{\text{س}}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{a_B = ۱ \frac{\text{م}}{\text{س}^2}, t = ۷ \text{ س}, v_{0B} = ۸ \frac{\text{م}}{\text{س}}} v_B = ۱ \times ۷ + ۸ = ۱۵ \frac{\text{م}}{\text{س}}$$

فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه  $t=۷$  س برابر است با اختلاف مساحت‌های بین دو نمودار سرعت - زمان تا لحظه  $t=۷$  س، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{۷ \times ۲۱}{۲} = ۷۳.۵ \text{ م} \\ S_2 = \frac{۷ \times ۱۵}{۲} = ۵۲.۵ \text{ م} \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = ۷۳.۵ - ۵۲.۵ = ۲۱ \text{ م}$$

۷۳ | مکان متحرک در شروع حرکت همان مکان اولیه متحرک، یعنی  $x_0 = ۴۰$  م است و مکان نهایی آن برابر  $x = ۰$  شده است، پس جابه‌جایی متحرک برابر است با:







۷۸ ۴ به کمک شیب نمودار مکان - زمان، سرعت هر متحرک را به دست می آوریم:

$$v_A = -\frac{20}{10} = -2 \frac{m}{s} \quad v_B = \frac{16}{4} = +4 \frac{m}{s}$$

با توجه به مکان اولیه دو متحرک در ابتدا، فاصله آن‌ها در ابتدا برابر است با:

$$|x_{0A} - x_{0B}| = |20 - (-16)| = 36 m$$

چون سرعت یکی مثبت و دیگری منفی است، یعنی دو متحرک خلاف هم حرکت می‌کنند، پس سرعت نسبی آن‌ها برابر حاصل جمع سرعت‌ها است.

$$v_{نسبی} = |v_A| + |v_B| = 2 + 4 = 6 \frac{m}{s}$$

به کمک معادله  $\Delta x = v_{نسبی} \times \Delta t$  حساب می‌کنیم، دو متحرک پس از چه مدت به هم می‌رسند:

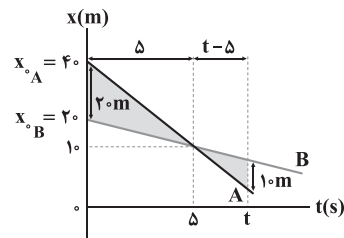
$$\Delta x = v_{نسبی} \times \Delta t \rightarrow 36 = 6 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6 s$$

زمان  $t = 6s$  را در معادله مکان B قرار می‌دهیم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \rightarrow x_B = 4 \times 6 - 16 = 8 m$$

۷۹ ۲ با توجه به نمودار و مکان اولیه دو متحرک، مشخص است که فاصله آن‌ها از هم در ابتدا برابر  $20m$  است و به تدریج این فاصله کم شده تا در نهایت به  $10m$  برای اولین بار می‌رسد. سپس در لحظه  $t = 5s$  دو متحرک به هم می‌رسند و دوباره از هم دور می‌شوند تا فاصله بینشان برای بار دوم  $10m$  شود. با نوشتن نسبت تشابه، لحظه  $t$  یعنی لحظه‌ای که دومین بار فاصله دو متحرک  $10m$  می‌شود، به دست می‌آید:

$$\frac{20}{10} = \frac{5}{t-5} \Rightarrow 2t - 10 = 5 \Rightarrow 2t = 15 \Rightarrow t = 7.5 s$$



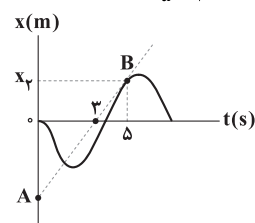
۸۰ ۱ سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر با  $6 \frac{m}{s}$  است، بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 5s \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{v_{av} = 6 \frac{m}{s}, x_1 = 0}{t_1 = 0, t_2 = 5s} \rightarrow 6 = \frac{x_2}{5} \Rightarrow x_2 = 30 m$$

به کمک شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، سرعت متحرک در لحظه  $t = 5s$  به دست می‌آید:

$$v_{t=5} = \tan \theta = \frac{30}{5-0} = 6 \frac{m}{s}$$



محاسبه می‌کنیم در این مدت اتومبیل چند متر جابه‌جا شده و جلو آمده است:

$$\Delta x_{\text{اتومبیل}} = v \Delta t \rightarrow \Delta x_{\text{اتومبیل}} = 30 \times \frac{1}{3} = 10 m$$

در ابتدا فاصله اتومبیل تا عابر  $10m$  بوده است. حال که اتومبیل  $10m$  جلو آمده است، فاصله‌اش تا عابر برابر است با:

$$100 - 10 = 90 m$$

۷۶ ۲ ابتدا به کمک رابطه سرعت متوسط  $(\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t})$ ، بردار جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی داده‌شده محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{v}_{av_1} = \frac{\Delta \bar{x}_1}{\Delta t_1} \rightarrow -10 \vec{i} = \frac{\Delta \bar{x}_1}{3} \Rightarrow \Delta \bar{x}_1 = -30 \vec{i} (m)$$

$$\bar{v}_{av_2} = \frac{\Delta \bar{x}_2}{\Delta t_2} \rightarrow 18 \vec{i} = \frac{\Delta \bar{x}_2}{5} \Rightarrow \Delta \bar{x}_2 = 90 \vec{i} (m)$$

حال سرعت متوسط متحرک در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

$$v_{av \text{ کل}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$\frac{\Delta x_1 = -30 \vec{i} (m), \Delta x_2 = 90 \vec{i} (m)}{\Delta t_1 = 3s, \Delta t_2 = 5s} \rightarrow$$

$$v_{av \text{ کل}} = \frac{-30 \vec{i} + 90 \vec{i}}{3 + 5} = \frac{60 \vec{i}}{8} = 7.5 \vec{i} \left( \frac{m}{s} \right)$$

۷۷ ۲ ابتدا سرعت‌ها را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم.

$$v_1 = 54 \div 3 = 18 \frac{m}{s}$$

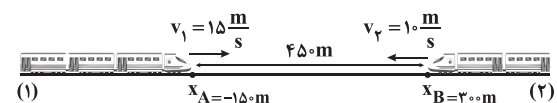
$$v_2 = 36 \div 3 = 12 \frac{m}{s}$$

چون دو قطار خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با حاصل جمع اندازه سرعت‌ها، پس داریم:

$$v_{نسبی} = v_1 + v_2 = 18 + 12 = 30 \frac{m}{s}$$

با توجه به مکان جلوی دو قطار، یعنی  $x_B = 300m$  و  $x_A = -150m$  فاصله دو قطار را از رابطه  $|x_B - x_A|$  به دست می‌آوریم:

$$|x_B - x_A| = |300 - (-150)| = 450 m$$



برای آن‌که دو قطار به طور کامل از هم عبور کنند باید به اندازه فاصله دو قطار به علاوه مجموع طول آن‌ها جابه‌جا شوند، پس جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta x = 450 + 150 + 200 = 800 m$$

زمان عبور کامل دو قطار از کنار هم را از رابطه  $\Delta x = v_{نسبی} \times \Delta t$  به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v_{نسبی} \times \Delta t \rightarrow 800 = 30 \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{800}{30} = 26.7 s$$

مکان اولیه نقطه A برابر  $x_{0A} = -150m$  و با توجه به سرعت قطار (۱) که

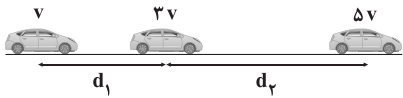
برابر با  $18 \frac{m}{s}$  است به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت،

مکان نهایی نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_1 t + x_{0A} \rightarrow x_A = 18 \times 26.7 + (-150) = 330 m$$



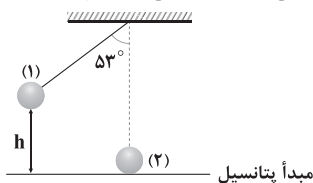
۸۶ ۲ با توجه به رابطه کار انجام شده توسط نیروی ثابت و همچنین قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$Fd = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}m(9v^2 - v^2) = Fd_1 \\ \frac{1}{2}m(25v^2 - 9v^2) = Fd_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}m(8v^2) = Fd_1 \\ \frac{1}{2}m(16v^2) = Fd_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر هم}} \frac{8}{16} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2}$$

۸۷ ۳ بیشترین تندی آونگ زمانی است که آونگ از وضعیت قائم عبور می‌کند و اگر پایین‌ترین نقطه مسیر را هنگام عبور از وضعیت تعادل، مبدأ پتانسیل در نظر بگیریم، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 = K_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

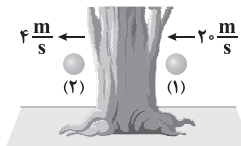
$$\Rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow h = 0.2 \text{ m}$$

اگر طول نخ را L در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$h = L(1 - \cos 53^\circ) \Rightarrow 0.2 = L(1 - \cos 53^\circ) \Rightarrow 0.2 = L(1 - 0.6)$$

$$\Rightarrow 0.2 = L \times 0.4 \Rightarrow L = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

۸۸ ۱ تنها نیروی مقاوم در برابر حرکت گلوله، نیرویی است که درخت به گلوله وارد می‌کند، بنابراین با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow K_2 - K_1 = -f \times d \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = -f \times d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times (16 - 400) = -f \times 20 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 384 \times \frac{1}{2} = f \times 20 \Rightarrow f = 9.6 \text{ N}$$

۸۹ ۲ مطابق رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  خواهیم داشت:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_2 = 1/69 K_1} 1/69 = \left(\frac{v_1 + 30}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1/3 = \frac{v_1 + 30}{v_1} \Rightarrow 1/3 v_1 = v_1 + 30$$

$$\Rightarrow 0.33 v_1 = 30 \Rightarrow v_1 = \frac{30}{0.33} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\times 3/6} v_1 = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

در لحظه  $t = 0$  شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، افقی بوده، بنابراین سرعت متحرک در لحظه  $t = 0$  برابر صفر است.  
شتاب متوسط متحرک در  $\Delta t$  ثانیه اول حرکتش برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 0} \xrightarrow{\Delta t = \Delta s} a_{av} = \frac{15}{\Delta} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۸۱ ۲ با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_2 = 0.49 K_1} \frac{0.49}{100} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 0.7 \Rightarrow v_2 = 0.7 v_1$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{0.7 v_1 - v_1}{v_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{-0.3 v_1}{v_1} \times 100 = -30$$

۸۲ ۳ کار کل انجام شده روی جسم، معادل مجموع کار نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا است. از آنجا که سرعت جسم در ابتدا و انتهای مسیر برابر است، پس کار کل انجام شده روی جسم از رابطه کار و انرژی جنبشی ( $W_t = \Delta K$ ) برابر صفر می‌شود، چراکه  $\Delta K = 0$  است، پس کار نیروی مقاومت برابر است با:

$$W_t = W_{mg} + W_{fD} = 0 \Rightarrow W_{fD} = -W_{mg} = \Delta U = mg \Delta h$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 90 \times 10 \times (-400)$$

$$\Rightarrow W_{fD} = -3.6 \times 10^5 \text{ J} \Rightarrow |W_{fD}| = 3.6 \times 10^5 \text{ J} = 360 \text{ kJ}$$

۸۳ ۳ با سقوط وزنه  $m_1$  انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی مجموع دو وزنه تبدیل می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_1 g h_1 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2 \Rightarrow m_1 \times 10 \times 0.8 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \times 2^2$$

$$\Rightarrow 8 m_1 = 2 m_1 + 2 m_2 \Rightarrow 6 m_1 = 2 m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

**دقت کنید:** چون هر دو وزنه با یک طناب به هم متصل هستند، بنابراین تندی حرکت آن‌ها با هم برابر است.

۸۴ ۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌دانیم، کار کل انجام شده روی جسم معادل  $\Delta K$  است، اما از آنجا که جسم در ابتدا و انتهای حرکت، ساکن است، پس  $\Delta K = 0$  یعنی داریم:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = W_{mg} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = -W_{mg} (*)$$

از آنجا که کار نیروی وزن، برابر فرینت تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم است، داریم:

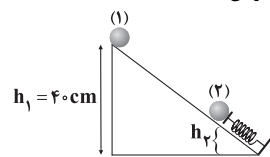
$$W_{mg} = -\Delta U \xrightarrow{(*)} W_{\text{دست}} = \Delta U$$

۸۵ ۱ زمانی که کار نیروی وزن، منفی است، یعنی جسم از سطح زمین به سمت بالا رفته است یا به اصطلاح بهتر ارتفاع جسم افزایش یافته است.  
باید بدانیم که کار نیروی وزن بر روی جسم، فرینت تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن است، بنابراین:

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -(-20) = +20 \text{ J}$$



در طول مسیر اتلاف انرژی وجود ندارد، بنابراین انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر یکسان است، بنابراین:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{g1} = U_{g2} + U_e$$

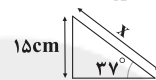
$$\Rightarrow mgh_1 = mgh_2 + U_e$$

$$\Rightarrow 0.02 \times 10 \times \frac{40}{100} = 0.02 \times 10 \times h_2 + 0.05$$

$$\Rightarrow \frac{8}{100} = 0.2h_2 + 0.05 \Rightarrow h_2 = \frac{0.3}{0.2} = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

بنابراین طول فنر در حالت فشرده برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{15}{x} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15 \times 10}{6} = 25 \text{ cm}$$



طول اولیه فنر ۴۰ cm و طول آن در حالت فشرده ۲۵ سانتی متر است، بنابراین تغییر طول فنر برابر است با:

$$40 - 25 = 15 \text{ cm} \quad \text{۹۱ | ۳}$$

فاصله بین صفحات خازن در حالت جدید برابر است با:

$$d_2 = d_1 - \frac{20}{100} d_1 = 0.8 d_1 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad (*)$$

با توجه به رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{(*)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{5}{4}$$

خازن به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ثابت است، بنابراین:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V: \text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{5}{4} = 1.25$$

یعنی انرژی ذخیره شده در خازن ۲۵٪ افزایش یافته است.

$$\text{۹۲ | ۲} \quad \text{طبق گفته سؤال، تغییرات بار ذخیره شده در خازن } (\Delta Q)$$

برابر با  $\frac{2}{3} Q_1$  است، بنابراین:

$$Q_2 - Q_1 = \frac{2}{3} Q_1 \Rightarrow Q_2 = \frac{5}{3} Q_1$$

با توجه به این که ظرفیت خازن، ثابت است، داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{5}{3} = 1 \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = 6V$$

$$\text{۹۳ | ۴} \quad \text{با توجه به رابطه ظرفیت خازن } (C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}) \text{ داریم:}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{3d_2} = \frac{1}{3}$$

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \times \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{Q: \text{ثابت}} \frac{U_2 + 200}{U_1} = 1 \times \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow U_1 = 100 \mu\text{J}$$

با توجه به رابطه  $V = \frac{Q}{C}$  و ثابت بودن Q و کاهش C، می توان نتیجه گرفت که V نیز افزایش داشته است. بنابراین:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{V_1 + 4}{V_1} = 1 \times \frac{1}{\frac{1}{3}} \Rightarrow V_1 = 2V$$

در آخر به کمک رابطه  $U = \frac{1}{2} QV$  داریم:

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow 100 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times Q \times 2 \Rightarrow Q = 100 \mu\text{C}$$

۹۴ | ۲ با توجه به رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  با افزایش A و کاهش d، می توان

نتیجه گرفت که C افزایش می یابد (نادرستی عبارت «د»). از طرفی خازن از مدار جدا شده است، پس بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت است (درستی عبارت

«الف»). با استفاده از رابطه  $V = \frac{Q}{C}$  و ثابت بودن Q و افزایش C می توان نتیجه

گرفت که V کاهش پیدا می کند (درستی عبارت «ج») و در نهایت با توجه به

رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$  و افزایش C، کاهش می یابد (درستی عبارت «ب»).

۹۵ | ۳ ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن را برحسب ژول محاسبه می کنیم:

$$U = 1 \text{ kW} \cdot h \times \frac{3}{6} \times 10^6 = \frac{3}{6} \times 10^6 \text{ J}$$

با توجه به رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$  داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow C = \frac{Q^2}{2U} = \frac{6^2}{2 \times \frac{3}{6} \times 10^6} = 5 \times 10^{-6} \text{ F} = 5 \mu\text{F}$$

۹۶ | ۴ با توجه به آن که لامپ LED نوعی دیود است فقط در

صورتی جریان را از خود عبور می دهد که به درستی در مدار بسته شده باشد،

یعنی باید قطب مثبت آن (پایه درازتر) به قطب مثبت باتری وصل شود. در

مدار داده شده لامپ LED اشتباه وصل شده و در هر صورت جریانی در مدار

جاری نمی شود و لامپ LED خاموش می ماند.

۹۷ | ۱ بررسی عبارت ها:

الف) مقاومت الکتریکی برخی از مواد از قانون اهم پیروی می کنند که به آن ها

مقاومت های اهمی می گویند. از طرفی بعضی از مواد مثل دیود نورگسیل از

قانون اهم پیروی نمی کنند که به آن ها مقاومت غیراهمی می گویند. (\*)

ب) مقاومت ویژه فلزات با کاهش دما کم می شود. (✓)

ج) مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما کم می شود. (✓)

د) در برخی مواد مانند قلع، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی

صفر می شود و در دماهای پایین تر هم چنان صفر می ماند که به این پدیده

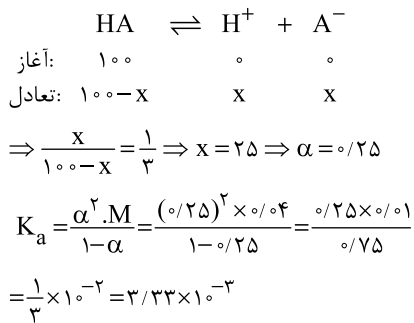
ابرسانایی می گویند. (\*)

۹۸ | ۲ ابتدا به کمک قانون اهم، مقاومت الکتریکی سیم را محاسبه می کنیم:

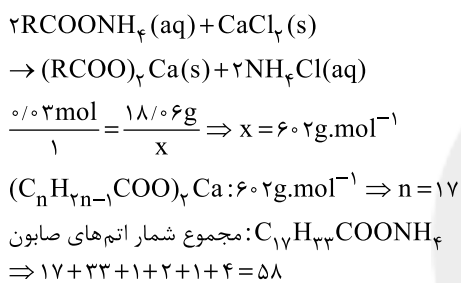
$$R = \frac{V}{I} = \frac{12V}{4A} \Rightarrow R = \frac{12}{4} = 3 \Omega$$

با توجه به رابطه مقاومت الکتریکی برحسب مشخصات ساختمانی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{R=3\Omega, L=2\text{m}} 3 = \frac{1}{5} \times 10^{-6} \times \frac{2}{A} \Rightarrow A = 10^{-6} \text{ m}^2$$

عبارات‌های دوم و چهارم درست هستند. **۲ ۱۰۳****بررسی عبارتهای نادرست:**

- اتیلن گلیکول به صورت مولکولی در آب حل شده و از انحلال آن در آب، یون تولید نمی‌شود.
- اتانول همانند اتیلن گلیکول به صورت نامحدود در آب حل می‌شود.

**۴ ۱۰۴**

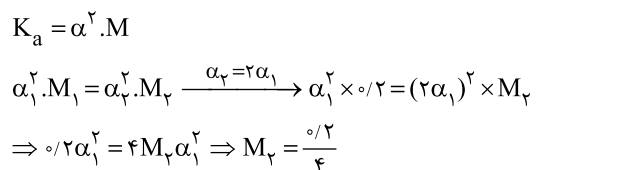
- ۱ ۱۰۵** فرمول روغن زیتون به صورت  $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_4$  است. در ساختار داده شده در سؤال به جز گروه‌های R، ۶ اتم کربن، ۶ اتم اکسیژن و ۵ اتم هیدروژن وجود دارد. بنابراین در مجموع سه گروه R، ۵۱ اتم کربن و ۹۹ اتم هیدروژن وجود دارد.

- ۴ ۱۰۶** مولکول‌های صابون از سمت قطبی بخش آنیونی خود به مولکول‌های آب متصل می‌شوند.

عبارات‌های دوم و سوم درست هستند. **۲ ۱۰۷****بررسی عبارتهای نادرست:**

- فورمیک اسید ( $\text{HCOOH}$ ) یک اسید ضعیف بوده و شمار مولکول‌های یونیده نشده اسید بسیار بیشتر از یون‌های آب پوشیده است.
- اگر یک محلول بازی به نمونه‌ای آب اضافه شود، به همان نسبت که غلظت یون  $\text{OH}^-$  افزایش می‌یابد، از غلظت یون  $\text{H}_3\text{O}^+$  کاسته می‌شود.

- ۴ ۱۰۸** با رقیق کردن اسید، غلظت و درجه یونش تغییر می‌کند اما ثابت یونش اسید، ثابت می‌ماند، زیرا فقط به دما وابسته است.



- به این ترتیب غلظت محلول نهایی باید  $\frac{1}{4}$  محلول اولیه باشد. یعنی حجم محلول نهایی باید ۴ برابر حجم محلول اولیه باشد.

$$\frac{120}{4} = 30 \text{ mL}$$

می‌دانیم سطح مقطع سیم به شکل دایره است، به کمک رابطه مساحت دایره داریم:

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{r = \frac{D}{2}} A = \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{D^2}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\pi D^2}{4} \xrightarrow[A = 10^{-6} \text{ m}^2]{\pi = 3} 10^{-6} = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = \pi D^2$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{4}{\pi} \times 10^{-6} \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 10^{-3} \text{ m} = \frac{\sqrt{3}}{15} \text{ cm}$$

با کاهش ۳۰ درصدی جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت **۲ ۹۹**

می‌توان نوشت:

$$I_2 = 0.7I_1$$

می‌دانیم مقاومت الکتریکی صرفاً به مشخصات ساختمانی مقاومت وابسته است  $(R = \rho \frac{L}{A})$ ، بنابراین با تغییر جریان، مقاومت الکتریکی، ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند. (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

با توجه به قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \text{ ثابت} : R : \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{I_2 = 0.7I_1} \frac{V_2}{V_1} = 0.7 \Rightarrow V_2 = 0.7V_1$$

درصد تغییرات اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{0.7V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{-0.3V_1}{V_1} \times 100 = -30\%$$

بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت، ۳۰ درصد کاهش می‌یابد.

برای هر قسمت از پتانسیومتر، طبق قانون اهم به صورت زیر عمل می‌کنیم: **۳ ۱۰۰**

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \begin{cases} R_{AB} = \frac{12}{3 \times 10^{-3}} = 4 \text{ k}\Omega \\ R_{AC} = \frac{6}{0.6 \times 10^{-3}} = 10 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

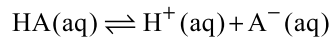
بنابراین:  $R_{AC} = R_{AB} + R_{BC} \Rightarrow 10 = 4 + R_{BC} \Rightarrow R_{BC} = 6 \text{ k}\Omega$   
با توجه به قانون اهم داریم:  $V = RI \Rightarrow V = 6 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} = 60 \text{ V}$ **شیمی**عبارات‌های اول و چهارم نادرست هستند. **۳ ۱۰۱****بررسی عبارتهای نادرست:**

- ذره‌های سازنده کلئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.
- کلئیدها همانند سوسپانسیون، نور را پخش می‌کنند.

**۲ ۱۰۲** مطابق داده‌های سؤال مجموع شمار یون‌ها ( $\text{H}^+$ ،  $\text{A}^-$ )،  $\frac{2}{3}$  شمار مولکول‌های یونیده نشده HA است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شمار یون‌های  $\text{H}^+$ ،  $\frac{1}{3}$  شمار مولکول‌های یونیده نشده HA است.



۴ ۱۰۹



$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow K_a = \frac{(4 \times 10^{-5} K_a)(4 \times 10^{-3} K_a)}{0.02}$$

$$\Rightarrow 1 = 8 \times 10^{-8} K_a \Rightarrow K_a = \frac{1}{8} \times 10^{-8} = 1.25 \times 10^{-9}$$

۴ ۱۱۰

پاک‌کننده‌های خورنده مانند سدیم هیدروکسید، جوهرنمک و سفیدکننده‌ها برخلاف صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

۲ ۱۱۱

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

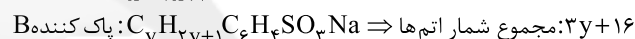
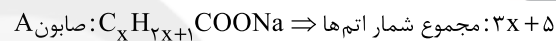
### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• در واکنش‌های برگشت پذیر که هم‌زمان واکنش‌های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌شود، اما لزوماً با هم برابر نیست.

• پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

۳ ۱۱۲

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$3x + 5 + 3y + 16 = 111 \Rightarrow 3x + 3y = 90 \Rightarrow x + y = 30 \text{ (I)}$$

از طرفی تفاوت شمار اتم‌های کربن دو پاک‌کننده برابر است با:

$$(y+6) - (x+1) = 3 \Rightarrow y - x = -2 \text{ (II)}$$

از حل معادله‌های (I) و (II) خواهیم داشت:

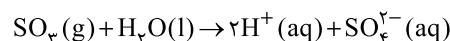
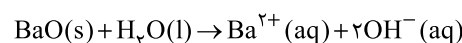
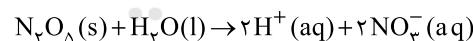
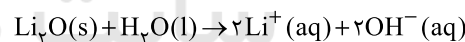
$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 14 \end{cases}$$

$$B \text{ پاک‌کننده: } \frac{\%C}{\%H} = \frac{(14+6) \times 12}{(29+4) \times 1} = 7/27$$

۳ ۱۱۳

به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

برخی اکسیدها با آب واکنش می‌دهند، نه همه آن‌ها!



۱ ۱۱۴

فقط عبارت دوم درست است.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• اگر در یک سامانه، غلظت یون‌های هیدروکسید و هیدرونیوم با هم برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

• K برای یک واکنش تعادلی در دمای معین، مقداری ثابت است.

• در جدول صفحه ۲۳ کتاب درسی،  $K_a$  برای HCl، بسیار بزرگ و برای  $HNO_3$ ، بزرگ درج شده است.

۳ ۱۱۵

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، یک واکنش گرماده بوده و طی آن گاز  $H_2$  تولید می‌شود.

(۲) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.

(۴) یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، هیدروکلریک اسید ترشح می‌کنند.

۳ ۱۱۶

می‌دانیم انتقال‌هایی که به لایه دوم انجام می‌شود، نور مرئی ایجاد می‌کند که حداکثر طول موج آن  $700 \text{ nm}$  است. برای تشکیل پرتوهایی با طول موج بیشتر از  $700 \text{ nm}$ ، فقط انتقال‌های بالاتر از لایه دوم را در نظر می‌گیریم:

$$n = 4 \rightarrow n = 3$$

$$n = 5 \rightarrow n = 4$$

$$n = 5 \rightarrow n = 3$$

۲ ۱۱۷

با توجه به این‌که اتم‌های O و F به ترتیب دارای ۶ و ۷ الکترون ظرفیتی هستند، در هر کدام از مولکول‌های  $XO_3$ ،  $XO_2$  و  $XOF_3$  با فرض این‌که اتم X دارای ۵ الکترون ظرفیتی باشد، مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی هر کدام از مولکول‌ها یک عدد فرد بوده و در نتیجه تمام اتم‌های این مولکول‌ها نمی‌توانند قاعده هشت‌تایی را رعایت کنند.

۲ ۱۱۸

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• بسیاری از ترکیب‌های شیمیایی در ساختار خود هیچ یونی ندارند و ذره‌های سازنده آن‌ها مولکول‌ها هستند.

• آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصر هلیم از دسته S به صورت  $X: X$  است.

۱ ۱۱۹

آرایش الکترونی اتم عنصر فرضی مورد نظر به صورت زیر است:

$$1s^2 A: [118 \text{ Og}] 5s^2 5p^5$$

g همان زیرلایه پنجم یک اتم بوده و عدد کوانتومی فرعی (l) آن برابر با ۴ است.

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع nها} &: 5(5) + 2(8) = 41 \\ \text{مجموع lها} &: 5(4) + 2(0) = 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 41 + 20 = 61$$

۴ ۱۲۰

• در دوره چهارم جدول، ۸ عنصر از Cu تا Kr دارای زیرلایه  $3d^1$  هستند.

• در دوره چهارم جدول، آرایش الکترونی اتم ۹ عنصر (از Ca تا Zn) ۳ به‌جز Cr و Cu (۲) به  $4s^2$  ختم می‌شود.

• نسبت مورد نظر برابر است با:  $\frac{1}{9}$

۱ ۱۲۱

عدد اتمی نخستین عنصر دسته d دوره ششم برابر ۷۱ و عدد اتمی آخرین عنصر دسته f جدول برابر ۱۰۲ است.

$$102 - 71 = 31$$

۴ ۱۲۲

برای تشکیل یک مول  $Na_2O$  از عنصرهای سازنده آن، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

$$\frac{18/6g}{62g.mol^{-1}} \times 2 = 0.6 \text{ mole}^{-}$$

مطابق داده‌های سؤال برای تشکیل ۱٪ مول ترکیب X، ۳٪ مول الکترون و برای تشکیل هر مول ترکیب X، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود مانند AIP.

۱ ۱۲۳

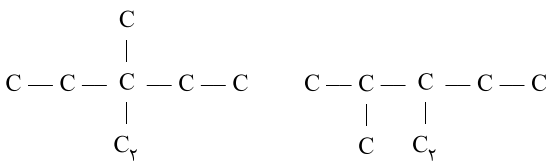
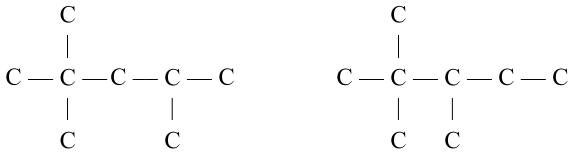
• در دماهای  $0^\circ C$  و  $-78^\circ C$  به ترتیب  $H_2O$  و  $CO_2$  به حالت جامد در می‌آیند.

• از دماهای  $0^\circ C$  تا  $-183^\circ C$  و  $-196^\circ C$ ، گازهای  $O_2$ ، Ar و  $N_2$  به حالت مایع در می‌آیند.

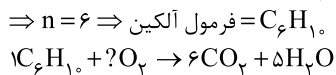
• در دمای  $0^\circ C$ ، هلیم هم‌چنان به حالت گازی است.



۱۲۹ ۴ نام هر کدام از آلکان‌های زیر با فرمول مولکولی  $C_8H_{18}$  به پنتان ختم می‌شود.



$$C_n H_{2n-2} \Rightarrow \frac{2n-2}{n} = \frac{5}{3} \Rightarrow n=6 \Rightarrow \text{فرمول آلکین} = C_6H_{10}$$



$$\frac{1/2 \text{ mol}}{1} = \frac{xg}{(6 \times 44) + (5 \times 18)} \Rightarrow x = 424/8g$$

۱۳۱ ۲ فرمول مولکولی هیدروکربن مورد نظر  $C_6H_{10}$  است.

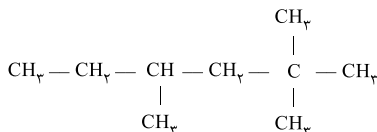
$$\%C = \frac{2 \times (12)}{2 \times (12) + 3 \times (1)} \times 100 = 88.88\%$$

۱۳۲ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

فرمول مولکولی اتیل پنتان به صورت  $C_7H_{16}$  است. در این ترکیب به اندازه شمار اتم‌های هیدروژن، پیوند C-H و یک واحد کم‌تر از شمار اتم‌های کربن، پیوند C-C وجود دارد. بنابراین نسبت شمار پیوندهای C-C به شمار پیوندهای C-H در آن برابر  $\frac{16}{6} = \frac{8}{3}$  است.

در آلکانی با نام ۲، ۴، ۲ تری متیل هگزان که ساختار آن در زیر آمده است، ۲ گروه  $-CH_3$  وجود دارد.



۱۳۳ ۴ درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران در مقایسه با نفت سنگین کشورهای عربی کم‌تر است.

۱۳۴ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

داد و ستد گرما می‌تواند باعث تغییر دما شود.

اتانول در مقایسه با نمک خوراکی، ظرفیت گرمایی ویژه بزرگ‌تری دارد.

۱۳۵ ۱ ابتدا جرم گاز اکسیژن را به دست می‌آوریم:

$$?g O_2 = 100/8 LO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 LO_2} \times \frac{32g O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 144g O_2$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

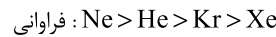
$$Q = \left[ \underbrace{(144g \times 0.90 \frac{J}{g \cdot ^\circ C})}_{\text{اکسیژن}} + \underbrace{(320g \times 0.45 \frac{J}{g \cdot ^\circ C})}_{\text{آهن}} \right] \times (80 - 30)^\circ C$$

$$= [(129.6) + (1440)] \times 50 = 78480 J \equiv 78.48 kJ$$

۱۲۴ ۲ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی‌های دانشمندان برای هوای به دام افتاده، درون بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره تقریباً ثابت مانده است.

۱۲۵ ۴ مقایسه میان درصد فراوانی گازهای مورد نظر به صورت زیر است:



۱۲۶ ۳ عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

### بررسی عبارت‌ها:

بدون شرح!

گاز متان یک گاز غیرسمی است.

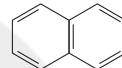
در حدود  $\frac{2}{3}$  سوخت توسط خطوط لوله به مراکز توزیع و استفاده منتقل می‌شود.

نسبت شمار پیوندهای  $C=C$  به شمار پیوندهای  $C-C$  در بنزن برابر  $\frac{3}{3}$

و در نفتالن برابر  $\frac{5}{6}$  است:

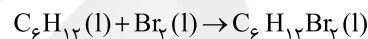


بنزن

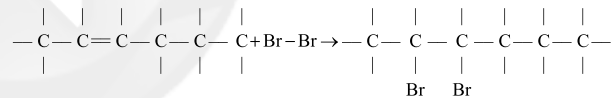


نفتالن

۱۲۷ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.



### بررسی عبارت‌ها:



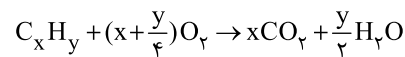
نام فرآورده تولید شده ۲، ۳-دی برموهگزان است و در هر سمت از واکنش، ۱۹ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

جرم مولی ۲-هگزن و فرآورده به ترتیب برابر ۸۴ و ۱۶۴ گرم بر مول است.

$$\text{جرم} = \frac{(164-84)}{84} \times 100 = 95.2\%$$

اگر در این واکنش به جای ۲-هگزن از ۲-هگزن با فرض شمار مول‌های یکسان استفاده شود تا همان فرآورده تولید شود، مقدار برم مصرفی دو برابر خواهد شد.

۱۲۸ ۳ هیدروکربن A را با فرمول  $C_xH_y$  نشان می‌دهیم:



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x + \frac{y}{4} = 12 \quad (I)$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$\frac{102/4g \text{ فرآورده}}{1} = \frac{102/4g}{(x \times 44) + (\frac{y}{2} \times 18)}$$

$$\Rightarrow 44x + 9y = 512 \quad (II)$$

از حل معادله‌های (I) و (II) مقادیر x و y به دست می‌آیند:

$$x = 10, y = 8 \Rightarrow \text{فرمول } A: C_{10}H_8$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های H}} = \frac{x}{y} = \frac{10}{8} = 1.25$$