



## آزمون « ۸ مهر ماه ۱۴۰۱ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

# زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اجباری (دهم و یازدهم): ۱۱۵ دقیقه

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اختیاری (دوازدهم): ۸۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۰'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۰'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
اختیاری	۲۰	۹۱-۱۱۰	۲۵'
	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۵'
	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
	۱۵۰	۱-۱۵۰	۱۹۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	رضا اکبری-سعید آذرحدید-میثم بهرامی-جويا-حامد چوقادی-عادل حسینی-فرامرز سپهری-علی سلامت-علی اصغر شریفی-علی شهبازی-نسترن صمدی-علی کردی-یغما کلانتریان-اکبر کلاه ملکی-محمدجواد محسنی-امیر محمودیان-علی مرشد رحیم مشتاق نظم-میلاد منصوری-ابراهیم نجفی-امین نصراله-جهانبخش نیکنام-پدرام نیکوکار
هندسه	امیر حسین ابومحیوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-سهام مجیدی-پور-مجید محمدی-نوبسی-امیر وفاقی-سرژ یقازاریان-تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحیوب-علی ایمانی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی-سیدوحید ذوالفقاری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم علوی-نیلوفر مهدوی-محمد هجری
فیزیک	عباس اصغری-رضا امامی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-ابوالفضل خالقی-میثم دشتیان-محمدعلی راست-پیمان-سجاد شهبازی-فراهانی-علی عاقلی-علی قائمی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-آرش مروتی-سیدعلی میرنوری-مجتبی نکویان
شیمی	مجتبی اسدزاده-حسن اسماعیل زاده-نوید آرمان-قادر باخاری-فرزین بوستانی-محمدرضا پورچاوید-علی جدی-مسعود جعفری-امیرحسین حسینی-حسن رحمتی-کوکنده-محمدرضا زهره‌وند-رضا سلیمانی-مبینا شرافتی-پور-ساجد شیری-محمد عظیمیان-زواره حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده-مقدم-سیدمحمدرضا میرقائمی-امین نوروزی-اکبر هنرمند

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحیوب	امیرحسین ابومحیوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحیوب	امیرحسین ابومحیوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقازاریان تبریزی	سرژ یقازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 3 = 0$  باشند، ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر  $\alpha^3 - 3\alpha$  و  $\beta^3 - 3\beta$  هستند؟

$$(1) \quad x^2 + 7x + 9 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 7x + 9 = 0$$

$$(3) \quad x^2 - 7x - 9 = 0$$

$$(4) \quad x^2 + 7x - 9 = 0$$

۲- اگر نقاط  $A(2, 3)$ ،  $B(6, 2k-3)$  و  $C(k, -1)$  رئوس مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) باشند، فاصله یای میانه وارد بر وتر

تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$(1) \quad \sqrt{26}$$

$$(2) \quad \sqrt{29}$$

$$(3) \quad \sqrt{34}$$

$$(4) \quad \sqrt{37}$$

۳- اگر  $f(x) = \sqrt{3x-a}$ ،  $g(x) = \frac{1}{2x-b}$  و دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  برابر  $\left\{\frac{3}{4}\right\} - \left\{\frac{1}{3}, +\infty\right\}$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

$$(1) \quad \frac{5}{2}$$

$$(2) \quad 3$$

$$(3) \quad 4$$

$$(4) \quad -\frac{5}{4}$$

۴- اگر  $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$  و  $g(x) = x^3 + x$  باشد، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ ، کدام است؟

$$(1) \quad \frac{1}{5}$$

$$(2) \quad 2$$

$$(3) \quad \frac{2}{5}$$

$$(4) \quad 3$$

۵- مجموع جواب‌های معادله  $\log_3^{(2x-1)} - \log_{(2x-1)}^9 = 1$  کدام است؟

$$(1) \quad \frac{17}{3}$$

$$(2) \quad 8$$

$$(3) \quad \frac{13}{3}$$

$$(4) \quad 6$$

محل انجام محاسبات

۶- از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های  $\frac{\pi}{3}$ ،  $\frac{2\pi}{3}$  و  $\frac{4\pi}{3}$  روی دایره مثلثاتی، مثلثی تشکیل می‌شود. مساحت این مثلث کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

۷- اگر  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = -\frac{127}{73}$ ، مقدار  $\tan 15^\circ$  کدام است؟

(۱) ۰/۲۷

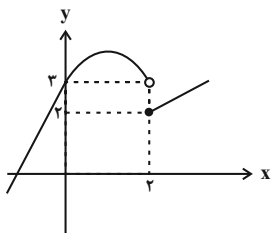
(۲) ۰/۳۶

۸- ساده شده عبارت  $A = \frac{1}{\sin^2 22/5^\circ} + \frac{1}{\cos^2 22/5^\circ}$  کدام است؟

(۱) ۸

(۲)  $\frac{1}{8}$

۹- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است و تابع  $g(x) = \frac{x^2 + mf(x)}{m|x| + f(x)}$  در  $x = 2$  حد دارد. مجموع مقادیر قابل قبول برای  $m$  کدام است؟ [ ]، [ ]، [ ]، [ ] (نماد جزء صحیح است).



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

۱۰- تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^3-8} & ; x < 2 \\ b+x & ; x \geq 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  پیوسته است. مقدار  $b$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{5}$

(۲)  $-\frac{23}{12}$

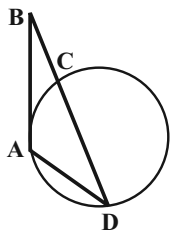
(۳)  $\frac{7}{12}$

(۴)  $\frac{5}{3}$

هندسه ۲ - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱۱- در شکل زیر  $AB = AD = 10$  و  $BD = 16$  است. اگر  $BA$  بر دایره مماس باشد، محیط مثلث  $ACD$  کدام است؟

۲۱ (۱)

۲۴ (۲)

۲۶ (۳)

۳۰ (۴)

۱۲- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۸ و طول خط‌المركزین ۱۳ داریم. اگر از مرکز دایره بزرگتر مماسی بر دایره کوچکتر رسم کنیم، طول

این مماس کدام است؟

۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

۱۰/۵ (۴)

۱۲ (۳)

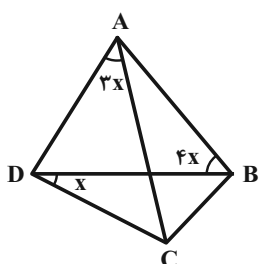
۱۳- دو دایره  $C(O, 4)$  و  $C'(O', 3)$  مماس خارج هستند. فاصله مرکز دایره  $C$  از نقطه تماس مماس مشترک خارجی دو دایره بادایره  $C'$  کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

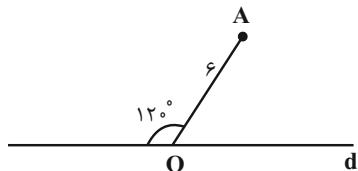
۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۱۴- در شکل زیر چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است. اندازه زاویه  $A$  چند برابر اندازه زاویه  $B$  است؟ $\frac{3}{7}$  (۱) $\frac{3}{5}$  (۲) $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{4}{7}$  (۴)

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر  $A'$  بازتاب نقطه  $A$  نسبت به خط  $d$  باشد، مساحت مثلث  $OAA'$  کدام است؟

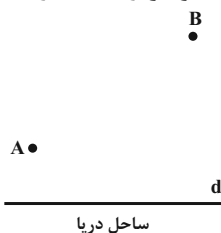


- (۱) ۹  
 (۲)  $9\sqrt{3}$   
 (۳) ۱۸  
 (۴)  $18\sqrt{3}$

۱۶- دایره  $C$  به مرکز  $O$  و شعاع ۲ و نقطه  $A$  را به فاصله ۶ از  $O$  در نظر می‌گیریم. تصویر دایره  $C$  را در تجانس به مرکز  $A$  و نسبت تجانس  $(-۳)$  دایره  $C'$  می‌نامیم. طول مماس مشترک داخلی دو دایره کدام است؟

- (۱)  $15\sqrt{2}$   
 (۲)  $16\sqrt{2}$   
 (۳)  $17\sqrt{2}$   
 (۴)  $18\sqrt{2}$

۱۷- مطابق شکل زیر، دو شهر  $A$  و  $B$  به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۹ کیلومتر از ساحل دریا قرار دارند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین این دو شهر احداث کنیم به گونه‌ای که ۳ کیلومتر از جاده در کنار



ساحل باشد، طول این جاده کدام است؟

- (۱) ۱۴  
 (۲) ۱۵  
 (۳) ۱۶  
 (۴) ۱۷

۱۸- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AB=6$ ،  $AC=10$  و  $\hat{A}=120^\circ$  باشد،  $\sin \hat{C}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\sqrt{3}}{14}$   
 (۲)  $\frac{13}{14}$   
 (۳)  $\frac{3}{14}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{185}}{14}$

۱۹- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{B}=90^\circ$ )،  $AD$  نیمساز زاویه داخلی  $A$  است. اگر  $BD=4$  و  $CD=6$  باشد، طول  $AD$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{5}$   
 (۲)  $2\sqrt{21}$   
 (۳)  $3\sqrt{10}$   
 (۴)  $4\sqrt{6}$

۲۰- در مثلثی با اضلاع ۹، ۱۰ و ۱۷، طول بلندترین ارتفاع کدام است؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۸  
 (۳) ۹  
 (۴) ۱۰



## آمار و احتمال - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۲۱- در جدول ارزش گزاره‌های زیر، ارزش ستون‌های خالی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$p$	$q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow (p \wedge q)$
				ن

(۲) د-ن-د-ن

(۱) ن-ن-د-ن

(۴) د-ن-د-ن

(۳) ن-د-ن-د

۲۲- کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً درست است؟

(۱)  $A \subseteq B, A \subseteq B' \Rightarrow B = \emptyset$

(۲)  $A - B \subseteq B - A \Rightarrow A = B$

(۳)  $A \cup B \subseteq A \cap B \Rightarrow A = B$

(۴)  $B - A \subseteq A \Rightarrow B = \emptyset$

۲۳- مجموعه  $(A - B) \cup (A \cap C)$  همواره با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

(۲)  $A - (B - C)$

(۱)  $(A - B) - C$

(۴)  $A - (B \cup C)$

(۳)  $(A \cap C) - B$

۲۴- اگر  $A = \{۲, ۵, x + ۱\}$ ،  $B = \{۳, ۲ - y, ۲z + ۳\}$  و  $A \times B = B \times A$  باشد، بیش‌ترین مقدار ممکن برای  $xyz$  کدام است؟

(۲) ۳

(۱) صفر

(۴) ۷

(۳) ۵

۲۵- فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و  $A = \{a_۱, a_۲\}$ ،  $B = \{a_۲, a_۳\}$  و  $C = \{a_۴, a_۵\}$  است. اگر
 $P(A) = \frac{۱}{۳}$ ،  $P(B) = \frac{۲}{۵}$  و  $P(C) = \frac{۱}{۲}$  باشد، احتمال پیشامد  $\{a_۱\}$  کدام است؟
(۲)  $\frac{۲}{۱۵}$ (۱)  $\frac{۱}{۱۰}$ (۴)  $\frac{۱}{۵}$ (۳)  $\frac{۱}{۶}$ 

محل انجام محاسبات



۲۶- در پرتاب دو تاس می‌دانیم مجموع اعداد رو شده مضرب عدد تاس اول است. با چه احتمالی مجموع اعداد رو شده برابر ۶ است؟

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| $\frac{3}{14}$ (۲) | $\frac{1}{4}$ (۱) |
| $\frac{2}{7}$ (۴)  | $\frac{1}{5}$ (۳) |

۲۷- از یک جعبه که شامل ۳ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید است، دو مهره به تصادف و با جای گذاری بیرون می‌آوریم. با

کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| $\frac{11}{32}$ (۲) | $\frac{9}{32}$ (۱)  |
| $\frac{23}{32}$ (۴) | $\frac{21}{32}$ (۳) |

۲۸- اگر واریانس داده‌های  $2 + y, x - 1, 4, 4$  برابر صفر باشد، واریانس داده‌های  $y, x, 5, 5$  کدام است؟

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| $\frac{9}{4}$ (۲)    | $\frac{27}{16}$ (۱) |
| $\frac{189}{64}$ (۴) | $\frac{15}{8}$ (۳)  |

۲۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۵، ۱۳، ۱۲، ۶، ۸، ۱۴، ۳، ۵، ۲۳، ۹ و ۱۷، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام

است؟

- |        |        |
|--------|--------|
| ۱۱ (۲) | ۱۰ (۱) |
| ۱۳ (۴) | ۱۲ (۳) |

۳۰- با انتخاب نمونه‌ای به اندازه  $n$  از جامعه‌ای با انحراف معیار ۴، فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت  $[11, 13]$

برآورد شده است. اندازه نمونه انتخاب شده کدام است؟

- |         |        |
|---------|--------|
| ۳۶ (۲)  | ۱۶ (۱) |
| ۱۴۴ (۴) | ۶۴ (۳) |

## فیزیک ۲- کل کتاب

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

- ۳۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $10\text{ cm}$  از هم قرار دارند و میدان الکتریکی حاصل از این بارها در نقطه  $O$  به ترتیب  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  است. اگر  $\vec{E}_1 = -5\vec{E}_2$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟



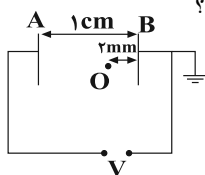
$$q_1 = -\frac{1}{3}q_2 \quad (2)$$

$$q_1 = \frac{1}{3}q_2 \quad (1)$$

$$q_2 = -\frac{9}{5}q_1 \quad (4)$$

$$q_2 = \frac{9}{5}q_1 \quad (3)$$

- ۳۲- دو صفحه رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل به یک باتری وصل کرده‌ایم. اگر کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی بار  $q = 2\mu\text{C}$  از نقطه  $O$  تا صفحه  $A$  برابر با  $40\mu\text{J}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه  $O$  چند ولت است؟



$$20 \quad (1)$$

$$-20 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$-5 \quad (4)$$

- ۳۳- دو صفحه خازنی را که فاصله بین صفحات آن از هوا پر شده است، به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل می‌کنیم. در کدام یک از حالت‌های زیر با فرض ثابت ماندن بقیه شرایط، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن دو برابر می‌شود؟

الف) فاصله بین صفحات خازن را نصف کنیم.

ب) فاصله بین صفحات خازن را با دی‌الکتریکی با ثابت 2 به‌طور کامل پر کنیم.

ج) ابعاد صفحات خازن را دو برابر کنیم.

الف و ج

ج

ب

الف

- ۳۴- اگر از یک سیم مسی به طول  $40\text{ m}$  و سطح مقطع  $1/7\text{ mm}^2$ ، جریان ثابت  $5\text{ A}$  بگذرد، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر این سیم چند ولت است؟ (مقاومت ویژه مس برابر با  $1.7 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$  و دما ثابت است).

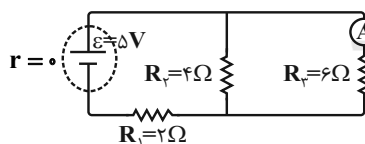
$$0.2 \quad (2)$$

$$0.02 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

- ۳۵- در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و باتری آرمانی را عوض کنیم، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر تغییر می‌کند؟



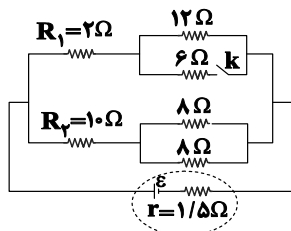
$$0.25 \quad (1)$$

$$0.5 \quad (2)$$

$$0.75 \quad (3)$$

(4) تغییر نمی‌کند.

- ۳۶- در شکل زیر، پس از بستن کلید  $k$ ، توان مصرفی مقاومت  $R_2$  ..... و توان مصرفی مقاومت  $R_1$  ..... می‌باید.



(1) کاهش - کاهش

(2) افزایش - کاهش

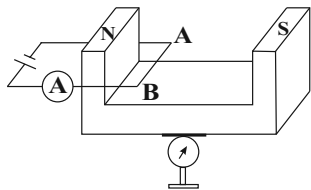
(3) کاهش - افزایش

(4) افزایش - افزایش

محل انجام محاسبات



۳۷- در شکل زیر آهنربا بر روی یک ترازو قرار دارد و سیم افقی AB به طول ۲۰cm عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب معلق و در حال تعادل است و آمپرسنج ۴۰A و ترازو  $F_1$  را نشان می‌دهد. با عوض کردن جای قطب‌های باتری عدد ترازو  $F_2$  خواهد شد. اگر اختلاف  $F_1$  و  $F_2$  برابر ۴N باشد، اندازه میدان مغناطیسی آهنربا چند واحد SI است؟



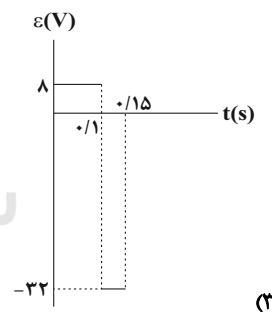
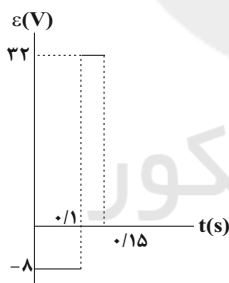
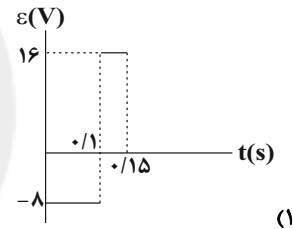
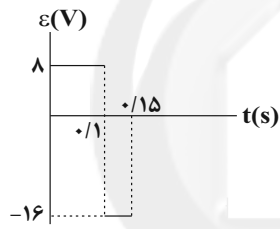
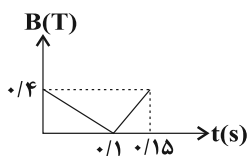
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۰/۲۵  
(۴) ۰/۵

۳۸- سیمی فلزی به طول ۱۰ متر و مقاومت ۶ اهم را به صورت سیملوله‌ای به قطر ۴cm و طول ۱۰cm درمی‌آوریم. اگر دو سر سیملوله را به اختلاف پتانسیل ۳۰V وصل کنیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است؟

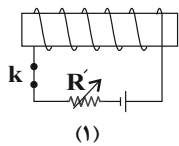
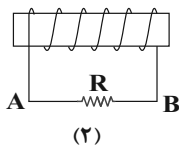
$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)$$

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵ (۴) ۵۰

۳۹- پیچهای دارای ۸۰۰ حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن  $25\text{cm}^2$  است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته که خط‌های میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه‌اند. اگر نمودار میدان مغناطیسی بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان کدام است؟



۴۰- در شکل زیر، در کدام یک از حالت‌های گفته شده و تغییر در مدار (۱)، جهت جریان القایی که از مقاومت R (در مدار ۲) عبور می‌کند، از A به B است؟



(۲)

(۱)

(۲) فقط b

(۴) هیچ کدام از حالت‌های a، b و c

(a) باز کردن کلید k

(b) افزایش مقاومت  $R'$ 

(c) حرکت سیملوله (۱) به طرف راست

(۱) هر سه حالت a، b و c

(۳) a و c

محل انجام محاسبات

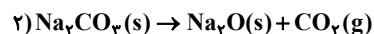
## شیمی ۲ - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

C  
Si  
Ge  
Sn  
Pb

- ۴۱- با توجه به عنصرهای روبه‌رو همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز.....  
 (۱) اتم عنصرهای نافلزی و شبه فلزی در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.  
 (۲) در آرایش الکترونی اتم آن‌ها، شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه با نخستین زیرلایه اشغال شده یکسان است.  
 (۳) Si و Ge خواص فیزیکی و شیمیایی یکسانی داشته و خواص فیزیکی آنها بیشتر شبیه فلزهاست.  
 (۴) با افزایش شعاع اتمی در این گروه، خصلت فلزی و شمار زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون افزایش می‌یابد.
- ۴۲- بر اثر تجزیه مخلوطی حاوی مول‌های برابر از  $\text{LiHCO}_3$  و  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ، گاز  $\text{CO}_2$  و  $5/4$  بخار آب تولید می‌شود. بازده درصدی واکنش اول چند برابر بازده درصدی واکنش دوم است؟ (معادله‌ها موازنه نشده است.  $C = 12, O = 16, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )



۴ (۴)

۳/۴ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

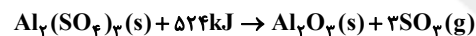
۴۳- همه موارد زیر نادرست‌اند، به‌جز: ( $H = 1, C = 12: \text{g.mol}^{-1}$ )(۱) ترکیب «۴- اتیل - ۲، ۲- دی‌متیل‌هگزان»، با ترکیب  $(\text{CH}_3)_3\text{CCH}_2\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}_2\text{CH}_3$  ایزومر است.

(۲) اگر به‌جای اتم‌های هیدروژن در اتان، یک گروه اتیل و ۵ گروه متیل قرار دهیم، فرمول پیوند - خط ترکیب به‌دست آمده به‌صورت روبه‌رو است.

(۳) نام «۵- برم - ۱- کلرو پنتان» می‌تواند نام درستی برای یک ترکیب آلی باشد.

(۴) بیش از ۹۰ درصد جرم ترکیب «۳، ۳، ۲- تترامتیل‌پنتان» را اتم‌های کربن تشکیل می‌دهد و با نونان ایزومر است.

- ۴۴- اگر آنتالپی سوختن گرافیت برابر  $393$  کیلوژول بر مول باشد، ارزش سوختی این ماده چند کیلوژول بر گرم است و برای تأمین گرمای لازم برای تجزیه  $171\text{g}$  آلومینیم سولفات با خلوص  $80\%$  مطابق واکنش زیر، چند گرم گرافیت باید سوزانده شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)  
 ( $C = 12, Al = 27, S = 32, O = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )  
 (از گرمای جذب‌شده توسط ناخالصی‌های آلومینیم سولفات صرف نظر کنید.)



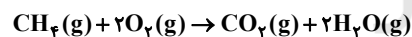
۶/۴، ۳۱/۷۵ (۴)

۴/۶، ۳۲/۷۵ (۳)

۶/۴، ۳۲/۷۵ (۲)

۴/۶، ۳۱/۷۵ (۱)

- ۴۵- اگر میانگین آنتالپی پیوند  $C-H$  به اندازه  $40\text{kJ.mol}^{-1}$  از میانگین آنتالپی پیوند  $O-H$  کمتر و میانگین آنتالپی پیوند  $C=O$  به اندازه  $302\text{kJ.mol}^{-1}$  از میانگین آنتالپی پیوند  $O=O$  بیشتر باشد،  $\Delta H$  واکنش زیر برابر چند کیلوژول است؟



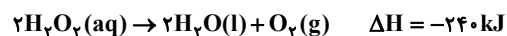
-۸۳۲ (۴)

-۸۰۴ (۳)

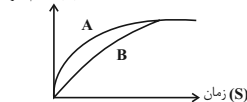
-۷۸۴ (۲)

-۷۵۶ (۱)

- ۴۶- در دو ظرف A و B به‌طور هم‌زمان و در شرایط یکسان مقدار  $100$  میلی‌لیتر محلول  $0/2$  مولار آب اکسیژنه (هیدروژن پراکسید) قرار داده شده است، اگر به ظرف A چند قطره پتاسیم یدید اضافه شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



حجم گاز



● نمودار تغییرات حجم گاز حاصل در دو ظرف به‌صورت روبه‌رو است:

● با گرم کردن محلول‌ها، واکنش در ظرف A با سرعت بیشتری پیش می‌رود.

● در صورت تکرار آزمایش با همان حجم محلول  $0/1$  مولار، گرمای آزاد شده به نصف کاهش خواهد یافت.● سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ظرف A، قطعاً بیش‌تر از سرعت متوسط تولید  $\text{H}_2\text{O}$  در ظرف B است.

۴ (۴)

۳ (۳)

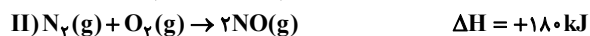
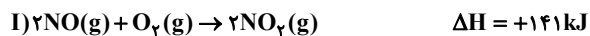
۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۷- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر ۲۰۰ گرم  $N_2O_5$  با خلوص ۷۵ درصد در اثر واکنش:  $2N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2(g) + 5O_2(g)$  تجزیه

شود، به تقریب چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (بازده این واکنش ۸۰ درصد است و  $(N = 14, O = 16: g.mol^{-1})$ )



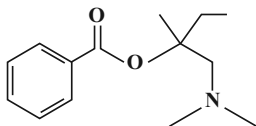
۲۹۵/۵ (۴)

۳۵۲/۶ (۳)

۲۸۲/۵ (۲)

۳۶۹/۴ (۱)

۴۸- چند مورد از مطالب داده شده، دربارهٔ ماده‌ای با ساختار زیر درست است؟  $(C = 12, H = 1: g.mol^{-1})$



(آ) درصد جرمی اتم‌های کربن ۸ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن است.

(ب) ۴۲ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها در ساختار آن وجود دارد.

(پ) شمار الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر با شمار الکترون‌های پیوندی در مولکول نیتریک‌اسید است.

(ت) مولکول‌های این ترکیب، یک گروه عاملی مشترک با مولکول ویتامین (ث) دارند و هر دو

ترکیب می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی ایجاد کنند.

(ث) این مولکول می‌تواند از سمت گروه عاملی آمینی خود با کربوکسیلیک اسیدها واکنش بدهد.

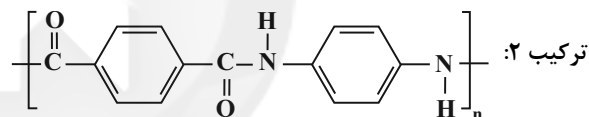
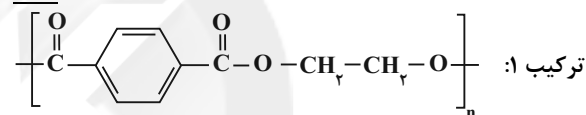
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۹- دربارهٔ دو ترکیب زیر، همهٔ گزینه‌های زیر درست هستند، به جز:  $(C = 12, H = 1, O = 16, N = 14: g.mol^{-1})$



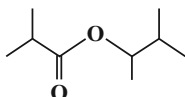
(۱) ترکیب‌های (۱) و (۲) به ترتیب از دسته پلی‌استرها و پلی‌آمیدها هستند.

(۲) ترکیب (۲)، از دی‌آمین و دی‌اسید و ترکیب (۱) از دی‌الکل و دی‌اسید ساخته شده است.

(۳) تفاوت مجموع شمار پیوندهای موجود در یک مولکول از مونومرهای تشکیل‌دهندهٔ ترکیب (۱)، در مقایسه با ترکیب (۲)، برابر ۱۱ است.

(۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازندهٔ این دو ترکیب برابر ۴۶ گرم بر مول است.

۵۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟  $(N = 14, C = 12, Cl = 35.5, F = 19, H = 1, O = 16: g.mol^{-1})$



(آ) درصد جرمی کربن در وینیل کلرید بیشتر از درصد جرمی کربن در تترافلوئورواتن است.

(ب) در اثر آبکافت استر روبه‌رو، جرم برابری از فراورده‌ها تولید می‌شود.

(پ) درصد جرمی اکسیژن در آمید حاصل از واکنش ساده‌ترین آمین و بنزوئیک‌اسید، به تقریب برابر ۱۳/۲٪ است.

(ت) پلی‌استرها فقط از واکنش دی‌اسیدها با دی‌الکل‌ها تولید می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## ریاضی ۱ - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۵۱- یک کتابفروشی اینترنتی برای فروش کتابهای کمک درسی ریاضی (۱) و هندسه (۱) در یک روز خاص ۱۴۰ نفر مراجعه کننده

داشته است. ۸۰ نفر کتاب کمک درسی ریاضی (۱) و ۳۰ نفر کتاب کمک درسی هندسه (۱) خریداری کردند و ۵۰ نفر هیچ کتابی

نخریدند. چند نفر فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند؟

(۱) ۷۰

(۲) ۶۰

(۳) ۵۰

(۴) ۴۰

۵۲- با اضافه کردن یک مقدار ثابت به هر یک از عددهای ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سه عدد حاصل با همین ترتیب (از راست به چپ) تشکیل

دنباله هندسی می دهند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{1}{3}$

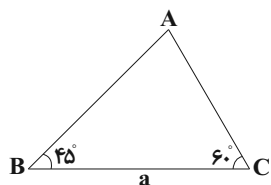
۵۳- مساحت مثلث مقابل بر حسب  $a$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{a^2}{2(1+\sqrt{3})}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}a^2}{1+\sqrt{3}}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$

(۴)  $\frac{a^2}{1+\sqrt{3}}$



۵۴- حاصل عبارت  $\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5}+2) \times (\sqrt{5}-2) \times (1+2\sqrt{15})$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $2\sqrt{5}$

(۳)  $4\sqrt{5}$

(۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۵۵- اگر مجموعه جواب نامعادله  $1-x < x+5$  بازه  $(a, b)$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $|3x+a| < b+1$  کدام است؟

(۱)  $(\frac{1}{3}, 3)$  (۲)  $(\frac{1}{3}, 1)$

(۳)  $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  (۴)  $(-\frac{1}{3}, 1)$

۵۶- رابطه  $\{(x+2, x^3), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$  به ازای چند مقدار  $x$  تابع است؟

(۱) هیچ مقدار (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۵۷- از بین  $n$  کتاب ریاضی و  $n-1$  کتاب شیمی، به ۱۶ حالت می توانیم ۲ کتاب هم‌مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می توانیم ۳

کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

(۱) ۸۴ (۲) ۱۲۰

(۳) ۵۶ (۴) ۱۰

۵۸- چند عدد سه رقمی وجود دارد که «یکان > دهگان  $\geq$  صدگان» باشد؟

(۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰

(۳) ۱۴۵ (۴) ۱۶۵

۵۹- در جعبه‌ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، با کدام احتمال دقیقاً ۲ مهره

هم‌رنگ هستند؟

(۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{5}{7}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۶۰- در ظرفی ۳ مهره آبی و تعدادی مهره سبز داریم. به تصادف ۲ مهره از این ظرف خارج می کنیم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن دو مهره

$\frac{1}{4}$  باشد، تعداد مهره‌های سبز کدام می تواند باشد؟

(۱) ۸ (۲) ۶

(۳) ۷ (۴) ۵

## هندسه ۱ - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۶۱- در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$  و  $\hat{A} = 2\hat{B}$  است. اگر  $AD$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  باشد، کدام نامساوی همواره درست است؟

(۲)  $AC > AD > CD$

(۱)  $AC > CD > AD$

(۴)  $CD > AC > AD$

(۳)  $AD > AC > CD$

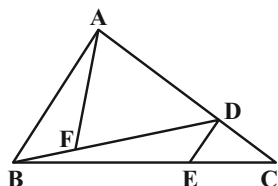
۶۲- در مثلث  $ABC$  به اضلاع  $AC = 10$  و  $AB = 3$  و میانه  $BM = 4$ ، محل برخورد ارتفاع‌های مثلث کجا قرار دارد؟

(۲) بیرون مثلث

(۱) درون مثلث

(۴) روی ضلع بزرگتر مثلث

(۳) روی یکی از رئوس مثلث

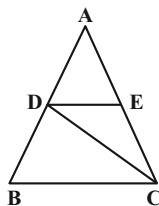
۶۳- در شکل زیر دو مثلث  $ABF$  و  $BDE$  هم مساحت‌اند. اگر  $AD = 3DC$  و  $\frac{BE}{EC} = \frac{3}{2}$  باشد، نسبت  $\frac{BF}{BD}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{2}{7}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{5}$

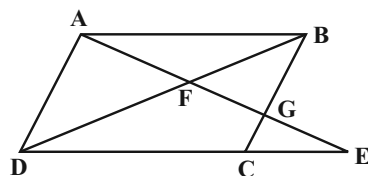
۶۴- در شکل زیر، اگر  $DE \parallel BC$ ،  $S_{ADE} = 4$  و  $S_{BDC} = 3$  باشد، مساحت مثلث  $CDE$  کدام است؟

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $\frac{5}{3}$

(۴)  $\frac{5}{2}$

(۳) ۲

۶۵- در شکل زیر  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع،  $AB = 2AD = 10$  و  $CE = 2$  است. اندازه  $BG$  کدام است؟

(۱)  $\frac{25}{6}$

(۲)  $\frac{15}{4}$

(۳)  $\frac{24}{5}$

(۴) ۴

محل انجام محاسبات

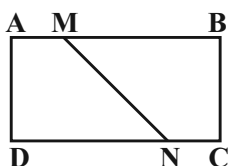
۶۶- در چهارضلعی  $ABCD$ ، امتداد اضلاع غیرمجاور  $AD=6$  و  $BC=10$  بر هم عمودند. مساحت چهارضلعی حاصل از وصل

کردن وسطهای دو قطر چهارضلعی  $ABCD$  و وسطهای اضلاع  $AB$  و  $CD$  کدام است؟

- (۱) ۱۵  
 (۲) ۲۰  
 (۳) ۲۵  
 (۴) ۳۰

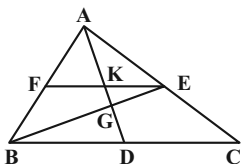
۶۷- در مستطیل  $ABCD$ ،  $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5}$  و  $\frac{CN}{ND} = \frac{1}{3}$  است. نسبت مساحت دوزنقه  $AMND$  به مساحت دوزنقه  $BMNC$  کدام

است؟



- (۱)  $\frac{13}{11}$   
 (۲)  $\frac{19}{17}$   
 (۳)  $\frac{29}{27}$   
 (۴)  $\frac{31}{29}$

۶۸- در شکل زیر نقاط  $D$ ،  $E$  و  $F$  وسطهای اضلاع مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $KG=3$  باشد، طول  $AD$  کدام است؟



- (۱) ۹  
 (۲) ۱۲  
 (۳) ۱۵  
 (۴) ۱۸

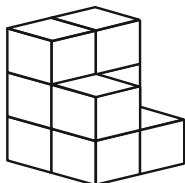
۶۹- صفحه  $P$  کره‌ای به مرکز  $O$  را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل  $64\pi$  و فاصله مرکز کره تا صفحه  $P$  برابر ۶

باشد، شعاع کره کدام است؟

- (۱) ۱۰  
 (۲) ۱۲  
 (۳)  $12/5$   
 (۴) ۱۵

۷۰- ۹ مکعب مطابق شکل کنار یکدیگر و روی زمین قرار گرفته‌اند. اگر روی تمام وجوه این مکعب‌ها حرف  $A$  نوشته شود، چند حرف

$A$  قابل مشاهده خواهد بود؟



- (۱) ۲۴  
 (۲) ۲۶  
 (۳) ۲۸  
 (۴) ۳۰

## فیزیک ۱ - کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- اگر در رابطه فیزیکی  $A = \frac{B}{C} + \frac{D}{B}$ ، کمیت  $A$  بر حسب نیوتون ( $N$ ) و کمیت  $B$  بر حسب متر ( $m$ ) باشد، یکای کمیت

$\frac{1}{\sqrt{C \times D}}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{N}$  (۲)  $\frac{1}{m}$  (۳)  $\frac{N}{m^2}$  (۴)  $\frac{m}{N^2}$

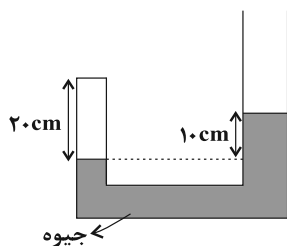
۷۲- چگالی مایع  $B$ ،  $\frac{4}{5}$  برابر چگالی مایع  $A$  است و حجم  $200$  گرم از مایع  $A$  برابر با  $650$  سانتی‌متر مکعب است. حجم  $32$  گرم

از مایع  $B$  چند سانتی‌متر مکعب است؟

(۱)  $3250$  (۲)  $250$  (۳)  $150$  (۴)  $130$

۷۳- در لوله  $U$  شکل زیر مقداری گاز کامل در سمت چپ لوله محبوس شده است و مساحت مقطع لوله در سمت راست دو برابر

مساحت مقطع لوله در سمت چپ است. به شاخه سمت راست چند سانتی‌متر جیوه اضافه کنیم تا فشار پیمانه‌ای گاز  $3$  برابر شود؟ ( $P_0 = 70 \text{ cmHg}$  و دما ثابت است.)



(۱)  $30$

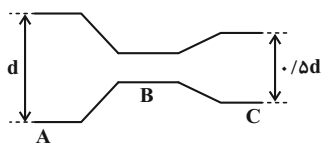
(۲)  $28$

(۳)  $32$

(۴)  $26$

۷۴- درون محفظه شکل زیر، آب به صورت لایه‌ای جریان دارد. در این صورت فشار آب در حال حرکت از مقطع  $A$  به قطر  $d$  تا مقطع

$C$  به قطر  $\frac{d}{5}$  می‌یابد و تندی جریان آب در مقطع  $C$  ... برابر تندی جریان آب در مقطع  $A$  است.



(۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش - ۲

(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش - ۴

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش - ۴

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش - ۲

۷۵- اتومبیلی در مسیری افقی در حال حرکت است و تندی آن در مدت  $15$  ثانیه از  $1 \frac{m}{s}$  به  $5 \frac{m}{s}$  می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد

تا با همان توان، تندی اتومبیل از  $6 \frac{m}{s}$  به  $10 \frac{m}{s}$  برسد؟ (نیروی اصطکاک ناچیز است.)

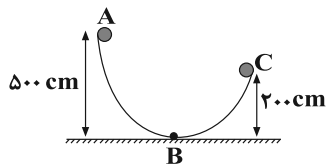
(۱)  $98/4$  (۲)  $40$  (۳)  $49/2$  (۴)  $15$

محل انجام محاسبات



۷۶- مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A بدون تندی اولیه به پایین می‌لغزد و در نقطه C متوقف می‌شود. اگر کار نیروی اصطکاک در

مسیر AB،  $\frac{1}{5}$  برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر BC باشد، تندی جسم در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱) ۸

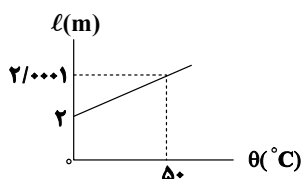
(۲) ۶۴

(۳)  $2\sqrt{5}$ 

(۴) ۸۰

۷۷- نمودار تغییرات طول بر حسب دمای یک میله فلزی مطابق شکل زیر است. اگر دمای کره توپری به قطر ۱۰ cm از جنس همین

فلز را  $40^\circ C$  افزایش دهیم، حجم کره چند میلی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟ ( $\pi = 3$ )



(۱) ۶۰

(۲) ۶

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۲

۷۸- درون دو ظرف A و B، مقداری آب با دمای  $30^\circ C$  وجود دارد. یک گرمکن الکتریکی با توان گرمایی معین، می‌تواند در مدت

زمان ۱۵ دقیقه، دمای آب ظرف‌ها را به ترتیب  $20^\circ C$  و  $32^\circ C$  بالا ببرد. اگر همه آب دو ظرف A و B را در ظرف خالی C

بریزیم، همان گرمکن، دمای آب ظرف C را در مدت  $\frac{19}{5}$  دقیقه، چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟ (از اتلاف انرژی

صرف نظر شود و گرمایی به ظرف‌ها منتقل نمی‌شود.)

(۴) ۳۲

(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۴

۷۹- در رابطه قانون اول ترمودینامیک برای یک فرایند ایستاوار،  $(\Delta U = Q + W)$ ، کمیت‌های W و Q به ترتیب از راست به چپ چه

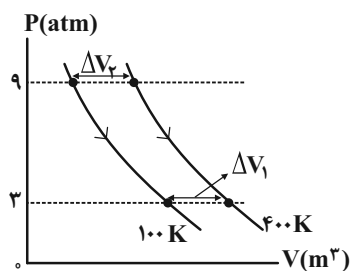
چیزهایی را نشان می‌دهند؟

(۱) کاری که دستگاه انجام می‌دهد و گرمایی که دستگاه می‌گیرد.

(۲) کاری که روی دستگاه انجام می‌شود و گرمایی که دستگاه می‌گیرد.

(۳) کاری که روی دستگاه انجام می‌شود و گرمایی که دستگاه از دست می‌دهد.

(۴) کاری که دستگاه انجام می‌دهد و گرمایی که دستگاه از دست می‌دهد.



۸۰- نمودار دو فرایند هم‌دمای مجزا که مقدار معینی گاز کامل در دو دمای متفاوت طی

می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نسبت  $\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{3}$ 

(۱) ۱

(۴)  $\frac{3}{4}$ (۳)  $\frac{4}{3}$ 

محل انجام محاسبات

## شیمی ۱ - کل کتاب

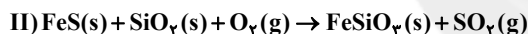
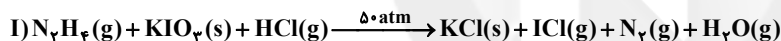
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

- ۸۱- همه عبارات‌های زیر درست‌اند، به جز .....
- (۱) برخی دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده و طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.
- (۲) اولین عنصری که پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتمی پا به عرصه جهان گذاشتند، همان دو عنصر فراوان‌تر سیاره مشتری بودند.
- (۳) نسبت شمار رادیوایزوتوپ (های) طبیعی هیدروژن به ایزوتوپ‌های ساختگی آن برابر ۰/۲۵ است.
- (۴) در یک نمونه طبیعی از عنصر لیتیم، ایزوتوپی از لیتیم که در آن نسبت  $\frac{Z}{N}$  بیشتر است، درصد فراوانی بیشتری دارد.
- ۸۲- عنصر M در حالت آزاد به صورت مولکول‌های دو اتمی بوده و جرم  $30 \times 10^{18}$  مولکول آن برابر ۰/۰۸۰۵ گرم است. اگر عنصر M دارای دو ایزوتوپ  $^8M$  و  $^{82}M$  باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر چند برابر درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر است؟ (عدد جرمی را هم‌ارز جرم اتمی در نظر بگیرید.)

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4) \quad \frac{1}{5}$$

- ۸۳- چند مورد از عبارات‌های زیر در مورد عناصر با نمادهای  $^3_5A$  و  $^6_5B$  درست است؟
- برای رسم آرایش الکترونی فشرده اتم  $^6_5B$  از گاز نجیب  $^3_6Kr$  استفاده می‌شود.
  - اتم  $^3_5A$  در شرایط مناسب به یون پایدار  $A^+$  تبدیل می‌شود.
  - فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از واکنش اتم  $^3_5A$  با  $^6_5B$  به صورت  $AB_2$  است.
  - نسبت تعداد الکترون‌های با  $n=3$  به تعداد الکترون‌های با  $n=2$  در اتم  $^3_5A$ ، برابر ۲/۲۵ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۸۴- کدام گزینه نادرست است؟ (واکنش‌ها موازنه شوند.)



- (۱) مجموع ضرایب مواد فراورده در واکنش (I)، ۱/۵ برابر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های جامد واکنش (II) است.
- (۲) با انجام واکنش (I) در یک ظرف در بسته، فشار داخل ظرف افزایش می‌یابد و شرط شروع واکنش، فراهم نمودن فشار ۵۰ اتمسفری است.
- (۳) انجام واکنش (II) و ورود گاز تولیدی به هواکره، می‌تواند باعث ایجاد باران اسیدی شود.
- (۴) تفاوت مجموع ضرایب فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II)، برابر مجموع اتم‌ها در یک مولکول فسفر تری‌پدید است.
- ۸۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟
- نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار انواع عناصرها در هر واحد فرمولی آمونیوم سولفات، بزرگ‌تر از همین نسبت در مس (II) نیترات است.
  - در تقطیر جزء به جزء هوای مایع با دمای  $-200^\circ C$ ، به ترتیب گازهای هلیوم، نیتروژن، آرگون و اکسیژن از ستون تقطیر خارج می‌شوند.
  - فقط گازهایی که دارای مولکول‌های قطبی هستند، در آب حل می‌شوند.
  - با انجام واکنش  $O_2(g) + O(g) \rightarrow O_3(g)$  در لایه اوزون، انرژی آزاد می‌شود.
  - در ارتفاع بالاتر از ۷۵ کیلومتر از سطح زمین، همه گازهای موجود در هواکره به دلیل تابش‌های پرنرژی به صورت یون درمی‌آیند.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۸۶- از واکنش بین  $N_2O_4$  و  $KI$  طبق معادله زیر برای تولید گاز  $NO$  استفاده می‌شود:



از واکنش  $55/2$  گرم  $N_2O_4$  با مقدار کافی  $KI$ ، چند لیتر گاز  $NO$  در شرایط  $STP$  تولید می‌شود و برای تولید همین مقدار  $NO$ ، چند گرم گاز آمونیاک باید با مقدار کافی  $O_2$  در شرایط  $STP$  مطابق معادله زیر واکنش دهد؟ ( $N = 14, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$ )  
 $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(l)$  (واکنش‌ها موازنه شوند و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱)  $5/1 - 13/44$  (۲)  $5/1 - 6/72$  (۳)  $10/2 - 13/44$  (۴)  $10/2 - 6/72$

۸۷- مخلوطی از گازهای  $SO_2$  و  $SO_3$  به جرم  $256$  گرم، در دمای معین، حجمی معادل  $93/2$  لیتر را اشغال می‌کند، اگر در این مخلوط درصد جرمی عنصر اکسیژن برابر با  $56/25\%$  باشد، فشار مخلوط گازی برابر با چند اتمسفر است؟ (در شرایط آزمایش،

هر مول گاز، فشاری معادل  $3/0$  اتمسفر دارد.) ( $S = 32, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

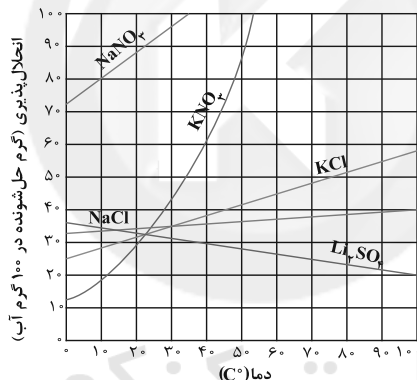
(۱)  $0/7$  (۲)  $1/5$  (۳)  $1/05$  (۴)  $2/1$

۸۸- در یک واحد صنعتی روزانه از  $5$  مخزن آب مکعبی شکل به ضلع  $4$  متر استفاده می‌شود. اگر غلظت یون کلرید در هریک از این مخازن برابر  $142 ppm$  باشد؛ مقدار کل کلسیم کلرید حل شده در آب درون این مخازن روزانه در حدود چند کیلوگرم است؟

(چگالی آب را  $1 g.mL^{-1}$  در نظر بگیرید.) ( $Ca = 40, Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$ )

(۱)  $7/1$  (۲)  $7/1$  (۳)  $142$  (۴)  $14/2$

۸۹- محلول سیرشده‌ای از نمک  $KNO_3$  را از دمای  $45^\circ C$  تا  $34^\circ C$  سرد می‌کنیم. از انحلال رسوب تشکیل شده در  $30$  گرم آب با دمای  $52^\circ C$  محلولی سیرشده حاصل می‌شود. در محلول سیرشده اولیه، اختلاف جرم آب و  $KNO_3$  چند گرم است؟



(۱)  $76/5$  (۲)  $40/5$  (۳)  $202/5$  (۴)  $193/5$

۹۰- چند مورد از مطالب زیر درباره مولکول‌های اتانول و استون درست است؟

- هر دو ترکیب جزو حلال‌های آلی اکسیژن‌دار هستند.
- از بین این دو، تنها استون می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار نماید.
- از اتانول در صنایع آرایشی و بهداشتی و از استون به عنوان حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها، استفاده می‌شود.
- تفاوت شمار پیوندهای کووالانسی در مولکول آن‌ها برابر ۲ است.
- مجموع شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی اتانول و استون، برابر شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی هگزان است.

(۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

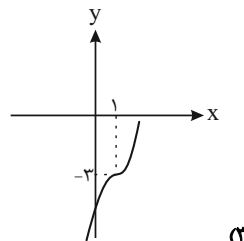
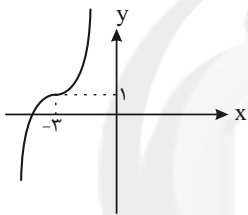
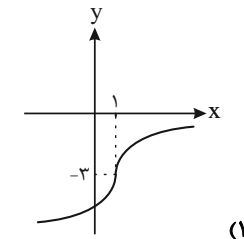
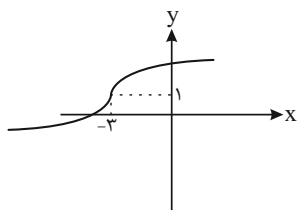
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- نقطه  $A(3,1)$  روی نمودار تابع  $f$  به نقطه  $A'$  روی نمودار تابع  $g(x) = f(1-2x) - 3$  تبدیل می‌شود. فاصله این دو نقطه از هم کدام است؟

(۴) ۵

(۳)  $\sqrt{13}$ (۲)  $\sqrt{17}$ (۱)  $2\sqrt{5}$ ۹۲- نمودار وارون تابع  $y = (x+3)^3 + 1$  کدام است؟

۹۳- اگر  $f(x) = 3x + 5$  و  $g(x)$  یک تابع اکیداً نزولی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد که از مبدأ مختصات می‌گذرد، دامنه تابع  $y = \sqrt{(g \circ f)(x)}$  کدام است؟

(۴)  $[0, +\infty)$ (۳)  $(-\infty, -\frac{5}{3}]$ (۲)  $(-\infty, 0]$ (۱)  $[-\frac{5}{3}, +\infty)$ ۹۴- طول بازه جواب نامعادله  $3^3 - x^2 \geq 9^x$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

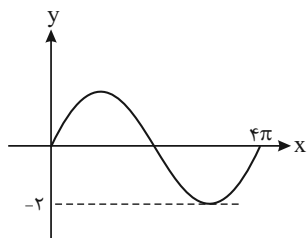
۹۵- باقی‌مانده تقسیم  $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 2x + 9$  بر  $x+1$  برابر ۳ است. باقی‌مانده تقسیم  $f(2x-1)$  بر  $x-2$  کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۰

(۲) ۱۵

(۱) ۳۰

۹۶- اگر قسمتی از نمودار  $f(x) = a \sin bx$  به صورت زیر باشد، حاصل  $ab$  کدام است؟

(۱) ۱

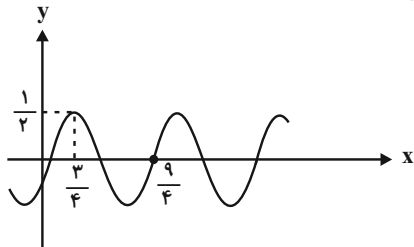
(۲) -۱

(۳) ۴

(۴) -۴

محل انجام محاسبات

۹۷- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin b\pi(x-c)$  در شکل زیر رسم شده است. کمترین مقدار مثبت حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

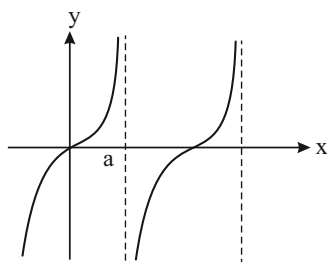


(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{7}{4}$



۹۸- با توجه به نمودار  $f(x) = 4 \tan \frac{x}{2}$ ، کدام است  $a$ ؟

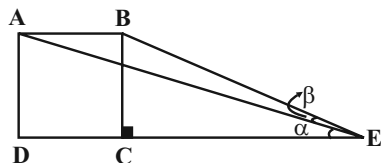
(۱)  $\pi$

(۲)  $\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۴)  $2\pi$

۹۹- در شکل زیر مربع ABCD به طول ضلع ۱ و مثلث قائم‌الزاویه BCE کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر  $BE = \sqrt{5}$  باشد، مقدار  $\tan \beta$  کدام است؟



(۲)  $\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{7}$

۱۰۰- مجموع جواب‌های معادله  $\sin 2x + \cos 2x = 1 - \sin x + \cos x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3\pi}{2}$

(۳)  $\frac{13\pi}{6}$

(۲)  $2\pi$

(۱)  $\frac{5\pi}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲- آشنا

۱۰۱- فرض کنید  $f(x) = \sqrt{x}$  باشد. تابع  $g$  از روی تابع  $f$ ، با انتقال یک واحد به چپ و قرینه نمودار حاصل نسبت به محور  $x$  ها و در

انتها با انتقال  $\frac{1}{4}$  واحد به بالا به دست می‌آید.  $x$  در معادله  $g(2x_0) = 0$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{3}{8}$

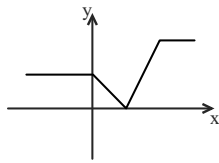
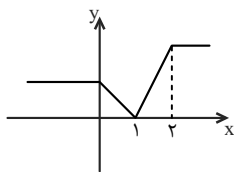
(۴)  $-\frac{5}{8}$

(۱)  $-\frac{3}{4}$

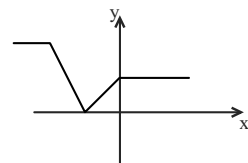
(۳)  $\frac{5}{8}$

محل انجام محاسبات

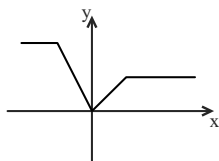
۱۰۲- نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به شکل زیر است. نمودار تابع  $y = f(1-x)$  کدام است؟



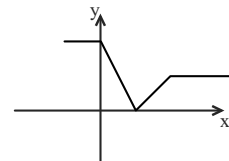
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۰۳- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & ; x \geq 0 \\ a + x & ; x < 0 \end{cases}$  مجموعه اعداد حقیقی است. کمترین مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۰۴- اگر  $y = f(x)$  تابعی اکیداً نزولی و مثبت باشد، کدام تابع زیر الزاماً اکیداً صعودی است؟

(۴)  $y = \sqrt{f(x)}$ (۳)  $y = f^3(x)$ (۲)  $y = \frac{1}{f(x)}$ (۱)  $y = \frac{-1}{f(x)}$ 

۱۰۵- عبارت  $a^{12} - 81$  بر کدام یک از عبارت‌های زیر بخش پذیر نیست؟

(۴)  $a - \sqrt[3]{3}$ (۳)  $a^3 + 3$ (۲)  $a^3 - 3$ (۱)  $a^4 - 9$ 

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{4}$  در بازه  $[-1, 15]$  چند بار تکرار می‌شود؟

(۴) ۸

(۳) ۱

(۲) ۴

(۱) ۲

۱۰۷- اگر  $f(x) = 2 \cos x + 3f(\frac{\pi}{3})$ ، آنگاه می‌نیمم تابع  $y = f(x)$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{3}{2}$ (۳)  $\frac{3}{2}$ (۲)  $-\frac{1}{2}$ (۱)  $-\frac{7}{2}$ 

۱۰۸- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $f(\frac{25}{3})$ ، کدام است؟

(۱) ۲

(۲)  $2/5$ 

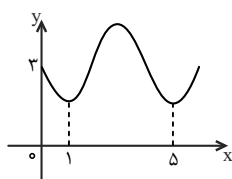
(۳) ۳

(۴)  $2/5$ 

۱۰۹- معادله  $\tan 2x = 0$  در کدام بازه زیر دقیقاً دو ریشه دارد؟

(۴)  $(-\frac{3\pi}{4}, 0)$ (۳)  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (۲)  $(0, \frac{3\pi}{4})$ (۱)  $(-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ 

۱۱۰- جواب کلی معادله  $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{2} + x) \sin(\pi + x) = 0$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$ 

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه ماتریس  $AB$  به ازای چند مقدار  $x$  وارون پذیر نیست؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۱۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $\alpha A + \beta A^{-1} = 2I$  باشد، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۱۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} b & b+1 \\ 2a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، کدام ماتریس اسکالر است؟

- (۱)  $A^3$  (۲)  $A^6$  (۳)  $A^9$  (۴) هیچ‌کدام

۱۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل ماتریس  $(A^{12} \times B^{10})^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $I$  (۲)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۱۱۵- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی و  $A - A^2 - I = \bar{O}$  باشد، حاصل  $A^8 + A$  کدام است؟

- (۱)  $A - 2I$  (۲)  $2I - A$

- (۳)  $2A - I$  (۴)  $I - 2A$

۱۱۶- اگر  $7I = A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$

- (۳)  $-\frac{4}{5}$  (۴)  $-\frac{2}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۱۷- به ازای کدام مقدار  $m$ ، دستگاه معادلات  $\begin{cases} mx + (m+1)y = 1 \\ 2x + (3m+1)y = 2m \end{cases}$ ، جواب ندارد؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$   
 (۲)  $-1$   
 (۳)  $1$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱۸- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $3 \times 3$  باشد. ماتریس  $B$  از ضرب هر درایه ماتریس  $A$  در شماره سطر و ستونی که در آن قرار دارد

به دست می آید. دترمینان ماتریس  $B$  چند برابر  $|A|$  است؟

- (۱)  $3^6$   
 (۲)  $3^3$   
 (۳)  $6!$   
 (۴)  $3! \times 3!$

۱۱۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 5 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، کدام یک از ماتریس‌های زیر می‌تواند وارون ماتریس  $A$  باشد؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$   
 (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$   
 (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$   
 (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$

۱۲۰- جواب‌های معادله  $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

- (۱)  $1$  و  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $1$  و  $-\frac{1}{2}$   
 (۳)  $2$  و  $\frac{1}{3}$   
 (۴)  $-\frac{1}{3}$  و  $-2$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا و  $c$  و  $d$  دو عدد گنگ باشند، چه تعداد از موارد زیر الزاماً درست هستند؟ ( $b \neq 0$ )

الف)  $a(b+c) \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

ب)  $\frac{b}{c} \in \mathbb{Q}$

پ)  $c^d \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۲۲- اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه عدد صحیح باشند، به گونه‌ای که  $a|b$  و  $b|c$ ، آن‌گاه کدام‌یک از روابط زیر لزوماً برقرار نیست؟

۲)  $ab|c^2$

۱)  $a|b-c$

۴)  $a^2|bc$

۳)  $ac|b^2$

۱۲۳- اگر  $a$  بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که در تقسیم بر ۳۷، خارج‌قسمت و باقی‌مانده تقسیم، دو عدد متوالی باشند، آن‌گاه مجموعارقام  $a$  کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲۴- اگر در تقسیم اعداد ۳۴۵ و ۲۴۵ بر عدد طبیعی  $b$ ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب برابر ۹ و ۵ باشد، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار  $b$  کدام است؟

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

۹۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲۵- اگر عدد  $a + 2^{68}$  بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  به کدام دسته هم‌نهمی به پیمانه ۴ تعلق دارد؟

[۱] (۲)

[۰] (۱)

[۳] (۴)

[۲] (۳)

محل انجام محاسبات

۱۲۶- به ازای کدام مقادیر طبیعی  $n$ ، عدد  $2 + 5^{3n+12} \times 3^{3n+11}$  بر ۷ بخش پذیر است؟

- (۱) فقط اعداد فرد  
(۲) فقط اعداد زوج  
(۳) فقط اعداد مضرب ۳  
(۴) همه اعداد طبیعی

۱۲۷- اگر عدد  $42a5b$  مضرب ۴۴ باشد، بزرگترین مقدار  $a \times b$  کدام است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۸  
(۳) ۳۶  
(۴) ۴۸

۱۲۸- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $n$ ، دو عدد  $5n - 5$  و  $4n + 5$  نسبت به هم اول نیستند؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۱۲۹- در مجموعه اعداد صحیح، معادله سیالیه  $ax + by = 42$  دارای جواب و معادله سیالیه  $ax + by = 28$  فاقد جواب است.  $(a, b)$

کدام عدد می تواند باشد؟

- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۷  
(۴) ۱۴

۱۳۰- به چند طریق می توان ۱۳۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی تبدیل کرد، به شرط آنکه از هر دو مدل اسکناس

استفاده شده باشد؟

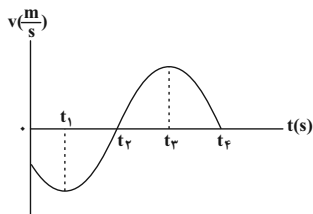
- (۱) ۱۱  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۳  
(۴) ۱۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

## فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x ها در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر در مورد

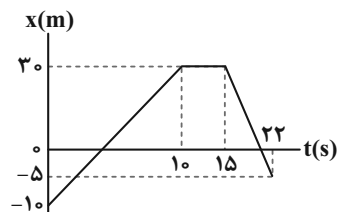


حرکت متحرک الزاماً صحیح است؟

(۱) در لحظات  $t_1$  و  $t_3$  جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.(۲) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابرند.(۳) در بازه زمانی صفر تا  $t_4$  جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.(۴) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$  مسافت طی شده برابر با بزرگی جابه‌جایی است.

۱۳۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر می‌باشد. نسبت بزرگی سرعت متوسط

متحرک در ۱۵ ثانیه اول حرکت به بزرگی سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیه دوم کدام است؟



(۱)  $\frac{16}{15}$

(۲)  $\frac{31}{6}$

(۳)  $\frac{8}{9}$

(۴) ۱

۱۳۳- قطاری با تندی ثابت  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  روی مسیر مستقیم در حال حرکت است و از روی یک پل عبور می‌کند. برای این قطار، مدت

زمانی که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، ۱۵ ثانیه کمتر از بازه زمانی‌ای است که قطار وارد پل شده و به‌طور کامل از آن خارج

می‌شود. در این صورت طول قطار چند متر است؟

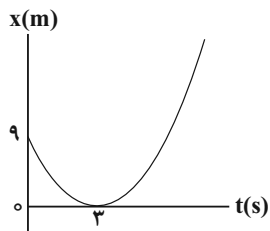
(۴) ۷۵

(۳)  $112/5$

(۲) ۲۲۵

(۱) ۱۵۰

۱۳۴- اگر نمودار مکان- زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر باشد، معادله سرعت -



زمان آن در SI کدام است؟

(۱)  $v = t - 3$

(۲)  $v = 2t - 6$

(۳)  $v = \frac{1}{2}t - \frac{3}{2}$

(۴)  $v = 3t - 9$

محل انجام محاسبات

۱۳۵- معادله مکان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند. در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 10$  است. در بازه زمانی صفر تا ۶ ثانیه، مسافت طی شده توسط این متحرک چند برابر اندازه جابه جایی آن است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

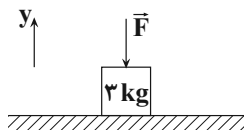
۱۳۶- در شرایط خلأ، گلوله ای که از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین رها شده، پس از ۴s به زمین می رسد. تندی گلوله در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱)  $20\sqrt{3}$       (۲)  $10\sqrt{3}$   
 (۳) ۲۰      (۴) ۱۰

۱۳۷- جرم  $m$  تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}_1$  با شتاب ثابت  $\vec{a}$  شروع به حرکت می کند. اگر نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به جسمی به جرم  $2m$  وارد شوند، جسم با شتاب  $2\vec{a}$  شروع به حرکت می کند. کدام رابطه بین  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_1$  برقرار است؟

(۱)  $\vec{F}_2 = 3\vec{F}_1$       (۲)  $\vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$       (۳)  $\vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$       (۴)  $\vec{F}_2 = 5\vec{F}_1$

۱۳۸- مطابق شکل زیر جسمی به جرم  $3\text{kg}$  تحت تأثیر نیروی قائم  $\vec{F}$  روی سطح افقی و در حالت سکون قرار دارد. اگر جهت نیروی  $\vec{F}$  عکس شود، بزرگی نیروی عکس العمل سطح وارد بر جسم ۲۰ درصد کاهش می یابد. بردار نیروی عمودی سطح در حالت دوم در SI کدام است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

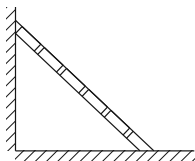


(۱)  $-\frac{100}{3} \vec{j}$       (۲)  $\frac{100}{3} \vec{j}$   
 (۳)  $\frac{80}{3} \vec{j}$       (۴)  $-\frac{80}{3} \vec{j}$

۱۳۹- طول فنری  $20\text{cm}$  و ثابت آن  $200 \frac{N}{m}$  است. اگر وزنه ای به جرم  $m$  را به انتهای این فنر ببندیم و از سقف یک آسانسور که با سرعت ثابت به سمت بالا در حرکت است، آویزان کنیم، طول فنر به  $32\text{cm}$  می رسد. آسانسور با چه شتابی (برحسب یکای SI) حرکت کند تا طول فنر نسبت به حالت قبل  $3\text{cm}$  کمتر شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و جهت بالا را مثبت در نظر بگیرید.)

(۱)  $2/5 \vec{j}$       (۲)  $-2/5 \vec{j}$       (۳)  $7/5 \vec{j}$       (۴)  $-7/5 \vec{j}$

۱۴۰- مطابق شکل زیر، نردبانی به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر جرم نردبان  $10\text{kg}$  و ضریب اصطکاک ایستایی آن با سطح افقی برابر  $0/5$  باشد، اندازه نیروی وارد بر نردبان از طرف دیوار قائم، وقتی در آستانه سرخوردن قرار دارد، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱) ۱۰۰      (۲)  $\frac{500}{11}$   
 (۳) ۵۰      (۴)  $50\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات

**شیمی ۳- تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط + اسیدها و بازها + رسانایی الکتریکی + ثابت تعادل + ثابت یونش + pH + شویندهها: صفحه‌های ۱ تا ۳۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۴۱- کدام گزینه درست است؟ ( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

(۱) اتیلن گلیکول برخلاف اتانول امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را ندارد.

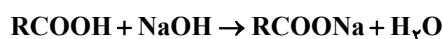
(۲) در فرمول پیوند- خط وازلین ( $C_{25}H_{52}$ )، ۲۵ خط وجود دارد.

(۳) عسل از مولکول‌هایی قطبی تشکیل شده است که در ساختار آن تعدادی گروه هیدروکسیل وجود دارد.

(۴) بیش از یک چهارم جرم یک مولکول اوره را اتم‌های کربن موجود در آن تشکیل داده‌اند.

۱۴۲- ۱۰۰ گرم سدیم هیدروکسید ۸۰٪ خالص با مقدار کافی اسید چرب که تعداد کربن‌های زنجیره آلکیل آن برابر ۱۸ است وارد واکنش می‌شود. اگر حل شدن ۸/۶۴ گرم نمک AB در آب حاصل، محلول سیر شده ایجاد کند، چند گرم صابون در این واکنش تولید می‌شود و چند گرم سدیم هیدروکسید خالص دست نخورده باقی می‌ماند؟ (انحلال‌پذیری AB در دمای آزمایش،

۳۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.) ( $H = 1, O = 16, C = 12, Na = 23 : g.mol^{-1}$ )



(۴) ۴۸۰ ، ۴۰

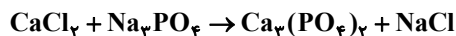
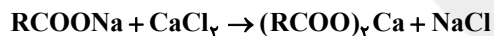
(۳) ۶۴۰ ، ۴۰

(۲) ۴۸۰ ، ۲۰

(۱) ۶۴۰ ، ۲۰

۱۴۳- اگر یک نوع صابون جامد با جرم مولی  $278 g.mol^{-1}$  در نمونه یک لیتری از آب چشمه ۲۷/۵ گرم رسوب تشکیل دهد، غلظت یون‌های کلسیم موجود در این نمونه آب برحسب ppm چقدر است و برای حذف آن به تقریب چند مول نمک سدیم فسفات باید به این نمونه آب اضافه کرد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(واکنش‌ها موازنه شوند.) ( $Ca = 40, Na = 23 : g.mol^{-1}$ ) آب چشمه (d) (صابون تنها با یون‌های کلسیم وارد واکنش شده است.)



(۴) ۱۰۰۰ ، ۰/۰۶۶

(۳) ۲۰۰۰ ، ۰/۰۶۶

(۲) ۱۰۰۰ ، ۰/۰۳۳

(۱) ۲۰۰۰ ، ۰/۰۳۳

۱۴۴- کدام گزینه در مورد پاک‌کننده پودری حاوی سدیم هیدروکسید و آلومینیم درست است؟

(۱) از واکنش این پودر با آب، گاز اکسیژن تولید می‌شود که به پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

(۲) از این پودر برای باز کردن مجراهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

(۳) واکنش این مخلوط با آب گرماگیر است که به فرایند پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

(۴) این پاک‌کننده برخلاف پاک‌کننده‌های خورنده تنها بر اساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کند.

۱۴۵- دی‌نیتروژن پنتااکسید ... کربن دی‌اکسید، یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و برخلاف ... منجر به افزایش غلظت یون ... در آب می‌شود.

(۲) برخلاف- کلسیم اکسید- هیدرونیوم

(۱) همانند- لیتیم اکسید- هیدروکسید

(۴) برخلاف- باریم اکسید- هیدروکسید

(۳) همانند- سدیم اکسید- هیدرونیوم

محل انجام محاسبات

۱۴۶- اگر pH ۱۰۰ میلی لیتر از محلول ۰/۰۱ مولار اسید HX برابر ۲ و pH محلولی از اسید HA برابر ۳/۱ باشد، چند مورد از

عبارت‌های زیر درست است؟ (دما را  $25^{\circ}\text{C}$  در نظر بگیرید و غلظت اسید HA بعد از یونش برابر ۰/۲ مولار است.) ( $\log 5 \approx 0.7$ )

(الف) مقدار ثابت تعادل اسید HA در دمای اتاق برابر  $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  است.

(ب) درجه یونش اسید HA در این محلول، برابر ۰/۲ است.

(پ) اسید HA جزو الکترولیت‌های قوی است.

(ت) محلول HX را می‌توان از حل کردن ۰/۰۱ مول HX در ۱ لیتر آب (بدون تغییر حجم) و سپس برداشتن ۱۰۰ میلی لیتر از آن تهیه کرد.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۷- pH یک لیتر محلول HB با درصد یونش ۲٪ با pH یک لیتر محلول HA با درصد یونش ۸٪ برابر است. جرم اسید

HB حل شده چند برابر جرم اسید HA حل شده است؟ ( $\text{HA} = 20, \text{HB} = 60 : \text{g.mol}^{-1}$ )

۳ (۱) ۴ (۲)

۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۴۸- از انحلال ۵ گرم باز ضعیف BOH در ۲۰۰ میلی لیتر آب با دمای  $25^{\circ}\text{C}$ ، محلولی با  $\text{pH} = 12$  حاصل می‌شود. درصد یونش و

مقدار ثابت یونش تقریبی باز به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود.) ( $\text{BOH} = 80 : \text{g.mol}^{-1}$ )

۳/۲  $\times 10^{-3}$ ، ۳/۲ (۱) ۱/۶  $\times 10^{-4}$ ، ۱/۶ (۲) ۱/۶  $\times 10^{-3}$ ، ۱/۶ (۳) ۳/۲  $\times 10^{-4}$ ، ۳/۲ (۴)

۱۴۹- ۲ لیتر محلول اسید ضعیف HA با ثابت یونش  $10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$  با ۱۰۰ میلی لیتر محلول باریم هیدروکسید با  $\text{pH} = 13$  به

طور کامل خنثی می‌شود. pH محلول اولیه اسید کدام است؟ (دما را  $25^{\circ}\text{C}$  در نظر بگیرید.)

$\text{HA(aq)} + \text{Ba(OH)}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{BaA}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O(l)}$  (واکنش موازنه شود.)

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۱۵۰- اگر نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در ۱۰۰ میلی لیتر محلول اسید HA با درصد یونش ۲٪ برابر  $4 \times 10^4$

باشد، این محلول با چند میلی گرم سدیم هیدروژن کربنات ۸۰ درصد خالص مطابق واکنش زیر خنثی می‌شود؟

( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$ )

$\text{NaHCO}_3(\text{s}) + \text{HA(aq)} \rightarrow \text{NaA(aq)} + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(l)}$  (دمای محلول برابر  $25^{\circ}\text{C}$  فرض شود.)

۱۰/۵ (۱) ۱/۰۵ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۵۰ (۴)



# آزمون ۸ مهر ۱۴۰۱

## دفترچه پاسخ

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

#### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
رضا اکبری-سعید آذرچین-میثم بهرامی جویا-حامد چوقادی-عادل حسینی-فرامرز سپهری-علی سلامت-علی اصغر شریفی علی شهبازی-نسترن صمدی-علی کردی-یغما کلاتریان-اکبر کلاه ملکی-محمدجواد محسنی-امیر محمودیان-علی مرشد رحیم مشتاق نظم-میلاد منصوری-ابراهیم نجفی-امین نصراله-جهانبخش نیکنام-پدرام نیکوکار	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-فرشاد فرامرزی احمدرضا فلاح-سهام مجیدی-پور-مجید محمدی-نویسی-امیر وفائی-سرژ یقیازاریان-تبریزی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی سیدوحید ذوالفقاری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم علوی-نیلوفر مهدوی-محمد هجری	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
عباس اصغری-رضا امامی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-ابوالفضل خالقی-میثم دشتیان-محمدعلی راست-پیمان-سجاد شهبازی-فراهانی علی عاقلی-علی قائمی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-آرش مروتی-سیدعلی میرنوری-مجتبی نکویان	فیزیک	
مجتبی اسدزاده-حسن اسماعیل زاده-نوید آرمت-قادر باخاری-فرزین بوستانی-محمدرضا پورجاوید-علی جدی-مسعود جعفری امیرحسین حسینی-حسن رحمتی-کوکنده-محمدرضا زهره-وند-رضا سلیمانی-مبینا شرافتی-پور-ساجد شیر-محمد عظیمیان-زواره حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده-مقدم-سیدمحمدرضا میرقائمی-امین نوروزی-اکبر هنرمند	شیمی	

#### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان-تبریزی	سرژ یقیازاریان-تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳

## حسابان ۱

گزینه «۲» -۱

(پیرام نیکوکار)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را در معادله اولیه جای گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3 = \alpha \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^3 - 3\alpha = \alpha^2 \\ \beta^2 - \beta - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 3 = \beta \xrightarrow{\times \beta} \beta^3 - 3\beta = \beta^2 \end{cases}$$

حال معادله جدید را می نویسیم:

$$\begin{cases} S' = (\alpha^2 - 3\alpha) + (\beta^2 - 3\beta) = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 6 = 7 \\ P' = (\alpha^2 - 3\alpha)(\beta^2 - 3\beta) = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 9 = 0$$

(حسابان ۱- چیر و معارله: صفحه های ۷ تا ۹)

گزینه «۲» -۲

(بیانفیش نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می باشد، پس شیب AB و AC، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k - 6}{4} = \frac{k - 3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2 - k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k - 3}{2} = \frac{k - 2}{4} \Rightarrow k = 4$$

پای میانه وارد بر وتر همان وسط پاره خط BC است.

$$\Rightarrow \begin{cases} B(6, 5) \\ C(4, -1) \end{cases} \Rightarrow BC \text{ وسط پاره خط } (5, 2)$$

و در نهایت فاصله این نقطه تا مبدأ برابر است با:

$$\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

(حسابان ۱- چیر و معارله: صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

گزینه «۳» -۳

(علی کردی)

$$\begin{cases} D_f : 3x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{3} \Rightarrow D_f = \left[\frac{a}{3}, +\infty\right) \\ D_g : \mathbb{R} - \left\{\frac{b}{3}\right\} \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right) - \left\{\frac{2}{3}\right\}$$

$$= \left[\frac{a}{3}, +\infty\right) - \left\{\frac{b}{3}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب زرر ۹۸)

گزینه «۴» -۴

$$f(x) = \frac{2}{5}x - 4 \quad g(x) = x^2 + x$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = a \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = a$$

ابتدا  $f^{-1}(\lambda)$  را محاسبه می کنیم:

$$f^{-1}(\lambda) = m \Rightarrow f(m) = \lambda \Rightarrow \frac{2}{5}m - 4 = \lambda \Rightarrow m = 3.0$$

$$g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}(3.0) = a \Rightarrow g(a) = 3.0$$

$$\Rightarrow a^2 + a = 3.0 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه ها}} a = 3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

(علی شعرابی)

گزینه «۱» -۵

$$\log_3^{(2x-1)} - \log_9^{(2x-1)} = 1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} - 2 \log_3^{(2x-1)} = 1$$

$$\frac{\log_3^{(2x-1)} = A}{\log_3^{(2x-1)} = \frac{1}{\log_3^{(2x-1)}}} \rightarrow A - \frac{2}{A} = 1$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A = 2 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A = -1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = -1 \Rightarrow 2x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۸۶ تا ۹۰)



۶- گزینه «۴» (میثم بهرامی بویا)

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$A = \frac{\sin^2 22/5^\circ + \cos^2 22/5^\circ}{\left(\sin 22/5^\circ \cdot \cos 22/5^\circ\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \sin 45^\circ\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \sin 45^\circ\right)^2} = 4 \times 2 = 8$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۱)

(میلاد منصور)

۹- گزینه «۲»

با توجه به نمودار تابع  $f$  واضح است که:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

حال تابع  $g$  در  $x = 2$  هنگامی حد دارد که حدهای چپ و راست آن در این نقطه برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + mf(x)}{m|x| + f(x)} = \frac{4 + 3m}{m + 3} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + mf(x)}{m|x| + f(x)} = \frac{4 + 2m}{2m + 2} \end{cases}$$

$$\frac{3m + 4}{m + 3} = \frac{m + 2}{m + 1} \quad \text{برابری حدود چپ و راست}$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 7m + 4 = m^2 + 5m + 6$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 2m - 2 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

معادله فوق ۲ جواب دارد که مجموع آنها برابر ۱- است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)

(میلاد منصور)

۱۰- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+a}{x^3-8} = \frac{2+a}{0} \Rightarrow 2+a=0 \Rightarrow a=-2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^3-8} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{12} \Rightarrow b+2 = \frac{1}{12} \Rightarrow b = -\frac{23}{12}$$

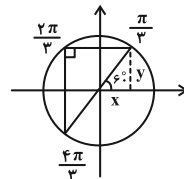
(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۶- گزینه «۴» (میثم بهرامی بویا)

با توجه به شکل زیر، از آنجا که  $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$  و

$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos \frac{4\pi}{3}$  می‌باشد، مثلث ایجاد شده یک مثلث قائم‌الزاویه

است. حال طول اضلاع قائم آن را به دست می‌آوریم:



$$y = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

با توجه به آن که  $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -y$  و

$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = -x$$

اضلاع قائم:  $2y = \sqrt{3}$ ,  $2x = 1$

$$\text{مساحت} = \frac{2x \times 2y}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(علی کردی)

۷- گزینه «۱»

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(540^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$$

$$= \frac{\frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ} + 1}{\frac{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ} - 1} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$$

حال با فرض  $x = \tan 15^\circ$ ، داریم:

$$\frac{x+1}{x-1} = -\frac{127}{73} \Rightarrow 73x+73 = -127x+127$$

$$\Rightarrow 200x = 54 \Rightarrow x = 0.27$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(علی سلامت)

۸- گزینه «۱»

ابتدا دو کسر موجود در عبارت  $A$  را هم‌مخرج کرده و سپس به کمک رابطه

هندسه ۲

گزینه «۳» - ۱۱

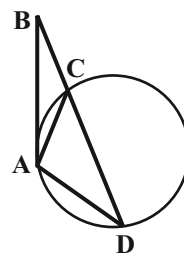
(امیر وفائی)

$$\triangle ABD: AB = AD \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \quad (*)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه ظللی)} \\ \widehat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} = \hat{D} \xrightarrow{(*)} \widehat{BAC} = \hat{B} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC$$

$$\text{محیط مثلث } ACD = AC + CD + AD = BC + CD + AD$$

$$= BD + AD = ۱۶ + ۱۰ = ۲۶$$

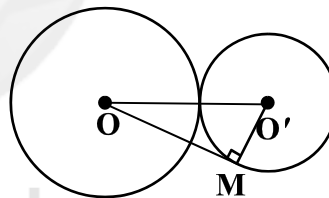


(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۳» - ۱۲

(سهام مجیری پور)

با توجه به فرض مسئله  $OO' = ۱۳ = r + r'$  بنابراین دو دایره مماس بیرون هستند. داریم:



$$\triangle OMO': OM^2 = OO'^2 - O'M^2 = ۱۳^2 - ۵^2 = ۱۴۴$$

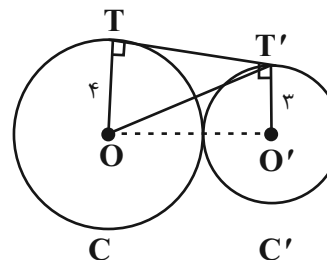
$$\Rightarrow OM = ۱۲$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۱» - ۱۳

(فرشاد فرامرزی)

ابتدا اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره را بدست می‌آوریم.



$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

در مثلث قائم الزویه OTT' داریم.

$$OT'^2 = OT^2 + TT'^2$$

$$\Rightarrow OT'^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = ۱۶ + ۴۸ = ۶۴$$

$$\Rightarrow OT' = ۸$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

گزینه «۴» - ۱۴

(غرزانه نکالپاش)

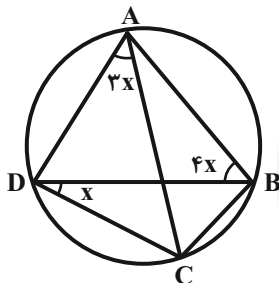
ابتدا دایره محیطی چهارضلعی ABCD را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$\widehat{CD} = 2(3x) = 6x$$

$$\widehat{AD} = 2(4x) = 8x$$

$$\widehat{BC} = 2(x) = 2x$$

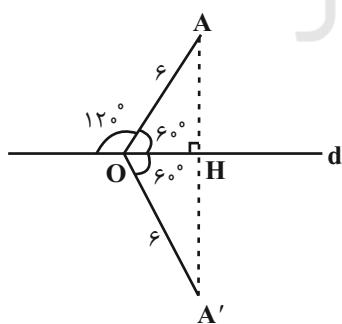
$$\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{\frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{CD})}{\frac{1}{2}(\widehat{AD} + \widehat{CD})} = \frac{\frac{1}{2}(2x + 6x)}{\frac{1}{2}(8x + 6x)} = \frac{4x}{7x} = \frac{4}{7}$$



(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

گزینه «۲» - ۱۵

(امیرمسین ابومویب)

مطابق شکل  $\hat{AOH} = 60^\circ$  است.

از طرفی بازتاب تبدیلی طولی است و اندازه زاویه‌ها و طول پاره‌خط‌ها در بازتاب ثابت باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$OA' = OA = 6$$

$$\hat{AOA'} = 2\hat{AOH} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{OAA'} = \frac{1}{2} OA \times OA' \times \sin(\hat{AOA'}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(امیرحسین ابومضوب)

۱۸- گزینه «۱»

طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \\ &= 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 196 \Rightarrow BC = 14 \end{aligned}$$

طبق قضیه سینوسها در مثلث ABC داریم:

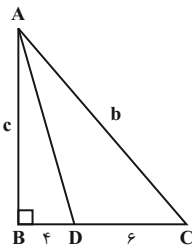
$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{3\sqrt{2}}{14}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

(علی ایمانی)

۱۹- گزینه «۴»

طبق قضیه نیم‌سازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow c = 4x, b = 6x$$

$$\triangle ABC: b^2 = c^2 + 10^2 \Rightarrow 36x^2 = 16x^2 + 100$$

$$\Rightarrow 20x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow c = 4\sqrt{5}$$

$$\triangle ABD: AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow AD^2 = (4\sqrt{5})^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 80 + 16 = 96 \Rightarrow AD = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(سیرممرضا حسینی فرد)

۲۰- گزینه «۲»

ابتدا به کمک رابطه هرون، مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{9+10+17}{2} = 18$$

$$S = \sqrt{18(9)(10)(17)} = \sqrt{3^4 \times 2^2} = 36$$

می‌دانیم که بلندترین ارتفاع متناظر با کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین

$$36 = \frac{9 \times h}{2} \Rightarrow h = 8$$

داریم:

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(سغام میبری پور)

۱۶- گزینه «۲»

اگر  $O'$  مرکز دایره  $C'$  باشد، آن‌گاه نقاط  $O$  و  $O'$  دو طرف نقطه  $A$ 

هستند و داریم:

$$OO' = OA + O'A = OA + 3OA = 4OA$$

$$\Rightarrow OO' = 4 \times 6 = 24$$

$$R' = 3R = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{24^2 - (2+6)^2} = \sqrt{8^2 \times 3^2 - 8^2}$$

$$= 8\sqrt{8} = 16\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(دایره: صفحه ۲۲)

(امیرحسین ابومضوب)

۱۷- گزینه «۳»

مطابق شکل داریم:

$$\triangle AHB: AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 10^2 = 6^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

از نقطه  $B$ ، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط  $d$  (ساحل دریا) و بهسمت  $A$  رسم می‌کنیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود. سپس از نقطه  $A'$  (بازتابنقطه  $A$  نسبت به خط  $d$ ) به  $B'$  وصل می‌کنیم تا خط  $d$  را در نقطه‌ایمانند  $M$  قطع کند. اگر  $N$  نقطه‌ای به فاصله ۳ کیلومتر از  $M$  روی خط $d$  باشد، آن‌گاه مسیر  $AMNB$  کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

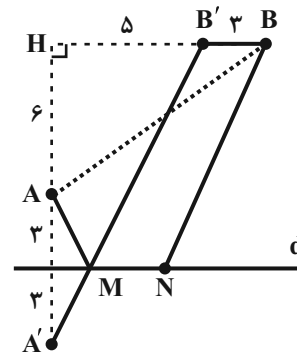
$$AMNB \text{ طول مسیر} = AM + MN + NB$$

$$= A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB'$$

$$= A'B' + BB'$$

$$\triangle A'B'B': A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\Rightarrow A'B' = 13$$

بنابراین طول مسیر  $AMNB$ ، برابر  $13 + 3 = 16$  کیلومتر است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

## آمار و احتمال

$$= A - (B - C)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- گزینه «۲» (سید ممد رضا حسینی فرد)

دو مجموعه  $A$  و  $B$  غیر تهی هستند، بنابراین از رابطه  $A \times B = B \times A$  نتیجه می‌شود  $A = B$  است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعه  $A$  و  $B$  امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=2 \Rightarrow y=0 \\ 2z+3=5 \Rightarrow z=1 \end{cases}$$

در این حالت  $xyz=0$  است.

حالت دوم:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=5 \Rightarrow y=-3 \\ 2z+3=2 \Rightarrow z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت  $xyz=3$  است.

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای  $xyz$ ، برابر ۳ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: مشابه تمرین ۵ صفحه ۳۸)

۲۵- گزینه «۱» (مرتضی فعیم علوی)

$$P(A \cup B) = P(\{a_1, a_7, a_9\}) = 1 - P(\{a_7, a_8\}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(a_7)$$

$$\Rightarrow P(a_7) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{10+12-15}{30} = \frac{7}{30}$$

$$P(a_1) = P(\{a_1, a_7\}) - P(a_7) = \frac{1}{3} - \frac{7}{30} = \frac{10-7}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵)

۲۶- گزینه «۲» (علی ایمانی)

فضای نمونه کاهش یافته برابر است با:

۲۱- گزینه «۴» (علی ایمانی)

گزاره  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  نادرست است، پس  $p$  درست و  $p \wedge q$  نادرست است که با توجه به درست بودن  $p$ ،  $q$  لزوماً نادرست است. هر دو گزاره  $\sim p$  و  $q$  نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آنها یعنی  $\sim p \vee q$  نادرست است. از طرفی هر دو گزاره  $p$  و  $\sim q$  درست هستند، پس ترکیب عطفی آنها یعنی  $p \wedge \sim q$  درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- گزینه «۳» (سید ممد رضا حسینی فرد)

گزینه «۱»: نادرست است.

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$$

گزینه «۲»: نادرست است. دو مجموعه  $A - B$  و  $B - A$  جدا از هم هستند و رابطه  $A - B \subseteq B - A$  در صورتی برقرار است که  $A - B = \emptyset$  باشد، یعنی  $A \subseteq B$ .

گزینه «۳» درست است.

$$\left. \begin{matrix} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینه «۴»: نادرست است. دو مجموعه  $A$  و  $B - A$  جدا از هم هستند و رابطه  $B - A \subseteq A$  در صورتی برقرار است که  $B - A = \emptyset$  باشد، یعنی  $B \subseteq A$ .

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۲۳- گزینه «۲» (امیر حسین ابومصوب)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (A \cap C) &= (A \cap B') \cup (A \cap C) \\ &= A \cap (B' \cup C) \\ &= A \cap (B \cap C)' \\ &= A \cap (B - C)' \end{aligned}$$

$$\text{داده‌ها: } ۰, ۰, ۰, -۳ \Rightarrow \bar{x} = -\frac{۳}{۴}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^2 + \left(\frac{۳}{۴}\right)^2 + \left(\frac{۳}{۴}\right)^2 + \left(-\frac{۹}{۴}\right)^2}{۴}$$

$$= \frac{۳ \times \frac{۹}{۱۶} + \frac{۸۱}{۱۶}}{۴} = \frac{۱۰۸}{۶۴} = \frac{۲۷}{۱۶}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۲» - ۲۹

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۳, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۳

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است. پس میانه ۵ داده اول، یعنی داده سوم برابر چارک اول و میانه ۵ داده آخر، یعنی داده نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_1 = ۶, Q_3 = ۱۵$$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند. بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۶ + ۸ + ۹ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵}{۷} = \frac{۷۷}{۷} = ۱۱$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(فرزانه فاکپاش)

گزینه «۳» - ۳۰

اگر  $n$  و  $\bar{x}$  به ترتیب اندازه و میانگین نمونه و  $\sigma$  انحراف معیار جامعه باشد، آن‌گاه فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه به صورت

$$\left[ \bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ است. بنابراین داریم:}$$

$$\left( \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left( \bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \right) = ۱۳ - ۱۱ \Rightarrow \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}} = ۲ \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{\sigma=۴}{\sqrt{n}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \sqrt{n} = ۸ \Rightarrow n = ۶۴$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6),$$

$$, (3,3), (3,6), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

پیشامد آن که مجموع دو تاس برابر ۶ باشد. در این فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$A = \{(1,5), (2,4), (3,3)\}$$

$$P(A) = \frac{۳}{۱۴} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۳» - ۲۷

پیشامدهای انتخاب دو مهره به طور متوالی و با جای‌گذاری، مستقل از یکدیگر هستند.

اگر پیشامد هم‌رنگ بودن دو مهره خارج شده از جعبه را با  $A$  نمایش دهیم. داریم:

$$P(A) = \frac{۳}{۱۱} \times \frac{۳}{۱۰} + \frac{۳}{۱۱} \times \frac{۳}{۹} + \frac{۲}{۱۱} \times \frac{۲}{۸} = \frac{۹}{۶۴} + \frac{۹}{۶۴} + \frac{۴}{۶۴} = \frac{۲۲}{۶۴} = \frac{۱۱}{۳۲}$$

دومهره سفید    دومهره آبی    دومهره قرمز

بنابراین احتمال هم‌رنگ نبودن دو مهره برابر است با:

$$P(A') = 1 - \frac{۱۱}{۳۲} = \frac{۲۱}{۳۲}$$

(آمار و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۹ صفحه ۷۲)

(پوار فاتیما)

گزینه «۱» - ۲۸

واریانس تعدادی داده، زمانی برابر صفر است که داده‌ها برابر هم باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x-1=4 \Rightarrow x=5 \\ y+2=4 \Rightarrow y=2 \end{cases}$$

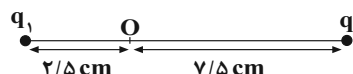
اضافه کردن یک مقدار ثابت به تمام داده‌ها و یا کم کردن یک مقدار ثابت از تمام داده‌ها، واریانس آن‌ها را تغییر نمی‌دهد. بنابراین برای محاسبه واریانس داده‌های ۵, ۵, ۵, ۲، می‌توانیم ابتدا ۵ واحد از همه آن‌ها کم کنیم. در این صورت داریم:

## فیزیک ۲

## گزینه ۳» -۳۱

(زهره آقاممیری)

چون میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در نقطه O در خلاف جهت یکدیگرند، بارهای  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام هستند.



$$\vec{E}_1 = -\Delta \vec{E}_2 \Rightarrow E_1 = \Delta E_2 \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \Delta k \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{2/5^2} = \Delta \frac{|q_2|}{1/5^2} \Rightarrow q_2 = \frac{9}{5} q_1$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

## گزینه ۴» -۳۲

(زهره آقاممیری)

چون  $W_E = -\Delta U$  است، پس در جابه‌جایی بار از O تا A داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow -4.0 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-6} \Delta V_{OA} \Rightarrow \Delta V_{OA} = -2.0 \text{ V}$$

از طرفی می‌دانیم که در میدان الکتریکی یکنواخت، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V_{OA}|}{OA} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{OB} \Rightarrow \frac{2.0}{\lambda} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{\frac{\lambda}{2}}$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{BO}| = 5 \text{ V} \Rightarrow \Delta V_{BO} = -5 \text{ V}$$

چون صفحه B به زمین متصل شده است پتانسیل آن صفر است.

$$\frac{\Delta V_{BO} = V_O - V_B}{V_B = 0} \rightarrow V_O = -5 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

## گزینه ۱» -۳۳

(ابوالفضل شالقی)

هنگامی که دو صفحه خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن تنها با فاصله میان صفحات خازن رابطه عکس دارد.

$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d} \xrightarrow{d_2 = \frac{d_1}{2}} E_2 = 2E_1$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

## گزینه ۳» -۳۴

(ممدعلی راست‌پیمان)

ابتدا با استفاده از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت سیم مسی را به دست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{4.0}{1/7 \times 10^{-6}} = 0.4 \Omega$$

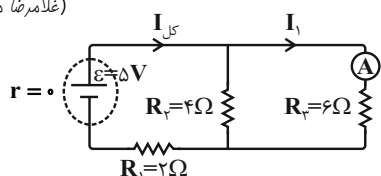
سپس با استفاده از قانون اهم، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$V = RI = 0.4 \times 5 = 2 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

## گزینه ۴» -۳۵

(غلامرضا مصبی)



در حالت اول داریم:

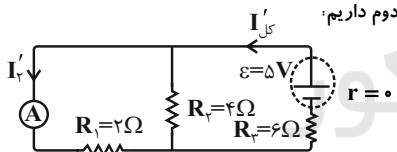
$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3} = 2 + 2.4 = 4.4 \Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\Delta}{4.4} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_{\text{کل}} = \frac{6}{10} \times \frac{\Delta}{4.4} = \frac{\Delta}{11} \text{ A}$$

در حالت دوم داریم:



$$R'_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R'_{eq} = R'_{1,2} + R_3 = \frac{4}{3} + 6 = \frac{22}{3} \Omega$$

$$I'_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\Delta}{\frac{22}{3}} = \frac{15}{22} \text{ A}$$

$$I'_{2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I'_{\text{کل}} = \frac{4}{6} \times \frac{15}{22} = \frac{5}{11} \text{ A}$$

ملاحظه می‌شود که عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

## گزینه «۳» -۳۶

(سیدعلی میرنوری)

با بستن کلید k، مقاومت معادل شاخه بالایی کاهش می‌یابد. (کلید شاخه موازی بسته شده است.) پس مقاومت معادل کل کاهش، لذا جریان کل مدار افزایش و افت پتانسیل دو سر مولد افزایش، در نتیجه ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$\text{افزایش: } rI \Rightarrow \text{افزایش } I: \text{ کاهش } R_{eq} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

$$\text{کاهش } V: V = \varepsilon - rI$$

پس ولتاژ کل شاخه پایینی نیز کاهش، جریان عبوری از این شاخه کاهش، پس توان مصرفی مقاومت  $R_p$  یعنی  $P_p = R_p I_p^2$  نیز کاهش می‌یابد. از طرفی، با توجه به این که جریان کل مدار افزایش یافته اما جریان شاخه پایینی کاهش پیدا کرده است،  $(I \uparrow = I_1 + I_2 \downarrow)$  جریان شاخه بالایی افزایش، پس توان مصرفی مقاومت  $R_1$  افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

## گزینه «۳» -۳۷

(زهره آقاممدری)

در ابتدا جهت جریان در سیم AB از B به A است. با توجه به این که جهت میدان مغناطیسی در خارج آهن‌ربا از N به S است، جهت نیروی وارد بر سیم AB طبق قاعده دست راست به سمت پایین خواهد شد. در نتیجه طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروی وارد بر آهن‌ربا از طرف سیم رو به بالا است و عدد ترازو برابر است با:

$$F_1 = mg - F$$

که در آن F نیروی وارد بر سیم حامل جریان است. با عوض کردن قطب‌های باتری، جهت نیروی بین سیم حامل جریان و آهن‌ربا عوض می‌شود و این بار ترازو عدد بیش‌تری نشان می‌دهد.

$$F_2 = mg + F$$

$$F_2 - F_1 = 2F$$

در نتیجه داریم:

$$4 = 2(I/B) \Rightarrow B = \frac{2}{4 \times 0.2} = 0.25 T$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

## گزینه «۴» -۳۸

(آرش مروتی)

اگر از سیمی به طول L تعداد N حلقه به شعاع r درست کنیم، تعداد حلقه‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط حلقه}} = \frac{L}{2\pi r} \quad (1)$$

برای به‌دست آوردن جریان هم از رابطه قانون اهم استفاده می‌کنیم:

$$\text{قانون اهم: } I = \frac{V}{R} \quad (2)$$

با جای‌گذاری روابط (۱) و (۲) در رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ ، میدان مغناطیسی

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{\mu_0 VL}{2\pi r \ell R}$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 30}{2\pi \times 0.02 \times 0.1 \times 6} = 5 \times 10^{-3} T = 5.0 G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

## گزینه «۲» -۳۹

(زهره آقاممدری)

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\vec{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi = AB \cos \theta \rightarrow \vec{\varepsilon} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\vec{\varepsilon}_1 = -800 \times 25 \times 10^{-4} - \frac{(0 - 0.4)}{0.1} = 8V \quad \text{داریم: } 0.1s \text{ تا } 0.15s$$

در بازه ۰/۱ تا ۰/۱۵ ثانیه داریم:

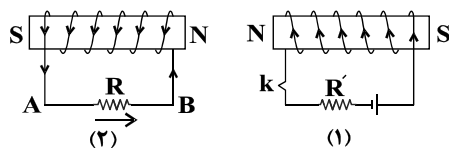
$$\vec{\varepsilon}_2 = -800 \times 25 \times 10^{-4} \times \frac{0.4 - 0}{0.05} = -16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

## گزینه «۴» -۴۰

(سیدعلی میرنوری)

قطب‌های القایی



برای ایجاد جریان القایی در مقاومت R از A به B باید شار مغناطیسی

عبوری از سیمولوله مدار (۲) افزایش یابد، بنابراین یا می‌تواند مقاومت  $R'$ 

کاهش یابد، یا مدار (۱) به سمت چپ حرکت کند و یا در صورت باز بودن

کلید k، کلید k بسته شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)



مجموع جرم اتم‌های کربن  $\times 100 = \frac{\text{مجموع جرم اتم‌های کربن}}{\text{مجموع جرم اتم‌های هیدروژن} + \text{مجموع جرم اتم‌های کربن}}$  درصد جرمی کربن

$$= \frac{12(9)}{12(9) + 20(1)} \times 100 = \frac{108}{128} \times 100 \approx 84\% / 37$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

گزینه «۲» (امین نوری)

با توجه به فرمول زیر می‌توان ارزش سوختی یک ماده را از آنتالپی سوختن آن ماده به دست آورد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{|-393|}{12} = 32.75 \text{ kJ.g}^{-1}$$

$$\text{خالص } \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{80 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{100 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times 171 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3 = 137 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{524 \text{ kJ}}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} = 209 / 6 \text{ kJ}$$

جرم کربن مورد نیاز برای تأمین این مقدار گرما:

$$\text{? g C} = 209 / 6 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g C}}{32.75 \text{ kJ}} = 6 / 4 \text{ g C}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

گزینه «۳» (ممد رضا زهره‌وند)

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد واکنش دهنده} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد فراورده} \end{array} \right]$$

$$\Delta H = (4 \times \Delta H(\text{C-H}) + 2 \times \Delta H(\text{O=O}))$$

$$- (2 \times \Delta H(\text{C=O}) + 4 \times \Delta H(\text{O-H}))$$

$$\Delta H = 4 \Delta H(\text{C-H}) + 2 \Delta H(\text{O=O})$$

$$- 2 \Delta H(\text{C=O}) - 4 \Delta H(\text{O-H})$$

$$\Delta H = 4(\Delta H(\text{C-H}) - \Delta H(\text{O-H}))$$

$$- 50 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$+ 2(\Delta H(\text{O=O}) - \Delta H(\text{C=O}))$$

$$- 202 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta H = 4 \times (-50) + 2 \times (-302) = -200 - 604 = -804 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه «۳» (آکبر هنرمند)

موارد اول، دوم و سوم درست‌اند.

عبارت اول: کاتالیزگر بر حجم گاز  $\text{O}_2$  اثری ندارد بلکه زمان رسیدن به مقدار مشخصی از آن را کوتاه می‌کند.

عبارت دوم: در ظرف A، با افزودن کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش بیشتر افزایش پیدا می‌کند.

عبارت سوم: از آنجا که آنتالپی واکنش تابع مقادیر واکنش‌دهنده است، پس با نصف شدن مقدار مول  $\text{H}_2\text{O}_2$ ، گرمای آزاد شده نیز نصف خواهد شد.

عبارت چهارم: سرعت متوسط واکنش در ظرف A بیش‌تر است، اما با توجه به این‌که ضریب  $\text{H}_2\text{O}$  در معادله واکنش دو برابر  $\text{O}_2$  است، نمی‌توان به‌طور قطع گفت که سرعت تولید  $\text{O}_2$  در ظرف A بیش‌تر از سرعت تولید  $\text{H}_2\text{O}$  در ظرف B است.

قطع گفت که سرعت تولید  $\text{O}_2$  در ظرف A بیش‌تر از سرعت تولید  $\text{H}_2\text{O}$  در ظرف B است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۹۰)

## شیمی ۲

گزینه «۳» (ممد عظیمیان زواره)

خواص فیزیکی و شیمیایی Si و Ge مشابه است (نه یکسان!)

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم این عنصرها، دو الکترون ( $ns^2$ ) و نخستین زیرلایه آن‌ها ( $ns^2$ ) نیز ۲ الکترون وجود دارد.

گزینه «۴»: در هر گروه با افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد و در هر گروه، با افزایش عدد اتمی، شمار زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۲» (امین نوری)



$$\text{? mol LiHCO}_3 = 5 / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol LiHCO}_3}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 0.6 \text{ mol LiHCO}_3 \quad (1) \text{ مقدار عملی در واکنش}$$

$$\text{? g CO}_2 = 5 / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 13 / 2 \text{ g CO}_2 \rightarrow (1) \text{ مقدار CO}_2 \text{ تولیدشده در واکنش}$$

$$\text{مقدار CO}_2 \text{ تولید شده در واکنش (2)} \rightarrow 13 / 2 \text{ g} - 13 / 2 \text{ g} = 0 \text{ g}$$

$$\text{? mol Na}_2\text{CO}_3 = 13 / 2 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} = 0.3 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3 \quad (2) \text{ مقدار عملی در واکنش}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\text{عملی واکنش ۱}}{\text{نظری}} = \frac{0.6}{0.3} = 2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

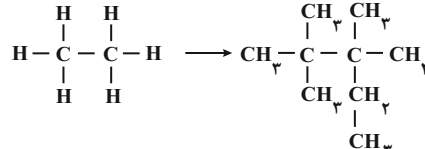
گزینه «۲» (رضا سلیمانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نام ترکیب  $(\text{CH}_3)_3\text{CCH}_2\text{CH}(\text{C}_6\text{H}_5)\text{CH}_2\text{CH}_3$ ، «۴-اتیل ۲-دی‌متیل‌هگزان» است در نتیجه این ترکیب در واقع همان ترکیب با نام ارائه شده است و ایزومر یکدیگر محسوب نمی‌شوند.

توجه: ایزومرها ترکیب‌هایی هستند که فرمول مولکولی یکسان دارند ولی ساختار و نام شیمیایی آنها متفاوت است.

گزینه «۲»: نام ترکیب به‌دست آمده «۲، ۳، ۳-ترامتیل‌پنتان» است.



گزینه «۳»: با توجه به قواعد نام‌گذاری در آیوپاک، نام درست ترکیب به صورت «۱-برمو -۵-کلروپنتان» است.

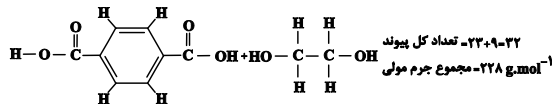
گزینه «۴»: فرمول مولکولی ترکیب به‌دست آمده،  $\text{C}_9\text{H}_{16}$  است و درصد جرمی کربن در آن برابر است با:



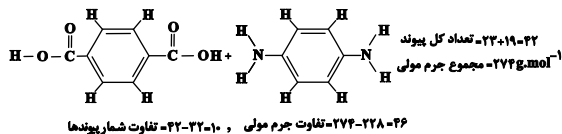


مونومرهای دو ترکیب، تعداد پیوندها و جرم مولی آنها به صورت زیر است:

ترکیب (۱):



ترکیب (۲):



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های III تا II۵)

(رضا سلیمانی)

۵۰- گزینه «۲»

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

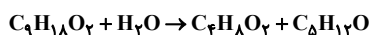
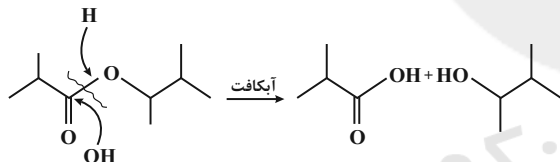
عبارت (آ):  $\text{جرم اتم‌های کربن} \times 100 = \frac{\text{جرم کل ترکیب}}{\text{جرم مولی}} \times 100$

$$\frac{2 \times 12}{(2 \times 12) + (3 \times 1) + (1 \times 25 / 5)} \times 100 = 38.4\%$$

عبارت (ب):  $\text{جرم اتم‌های کربن} \times 100 = \frac{\text{جرم کل ترکیب}}{\text{جرم مولی}} \times 100$

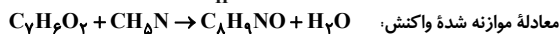
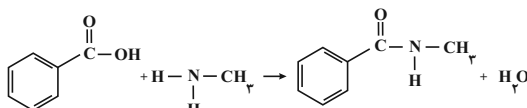
$$\frac{2 \times 12}{(2 \times 12) + (4 \times 19)} \times 100 = 24\%$$

عبارت (ب) واکنش آبکافت استر داده شده به صورت زیر است:



جرم مولی  $\text{C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2$  و  $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$  یکسان و برابر ۸۸ گرم است.

عبارت (ب) فرمول ساختاری آمید حاصل از واکنش ساده‌ترین آمین (متیل آمین) و بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



درصد جرمی اکسیژن در آمید حاصل برابر است با:

$$\frac{1 \times 16}{(8 \times 12) + (9 \times 1) + (1 \times 16) + (1 \times 14)} \times 100 \approx 11.85\%$$

$$\times 100 \approx 11.85\%$$

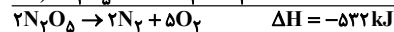
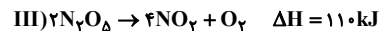
عبارت (ت) مولکول‌هایی که در ساختار خود هم دارای گروه عاملی اسیدی و هم دارای گروه عاملی الکلی هستند نیز می‌توانند پلی‌استر ایجاد کنند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های III، II۵، II۷ و II۹)

(اکبر هنرمند)

۴۷- گزینه «۴»

مطابق قانون هس، برای رسیدن به واکنش هدف، باید واکنش‌های I و II هریک وارونه شده و دو طرف معادله آنها در ۲ ضرب شوند و معادله III کافی است وارونه شود:



$$\text{N}_2\text{O}_5 \text{ خالص} = 200 \times \frac{75}{100} = 150 \text{ g}$$

$$150 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5}$$

$$\times \frac{532 \text{ kJ}}{2 \text{ mol N}_2\text{O}_5} \approx 369 / 4 \text{ kJ}$$

محاسبه گرمای واکنش (عملی):  $Q_{\text{عملی}} \times 100 = \frac{Q_{\text{نظری}}}{\text{بازده درصدی}}$

$$\Rightarrow 80 = \frac{Q}{369 / 4} \times 100 \Rightarrow Q_{\text{عملی}} \approx 295 / 5 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(مسعود یعقوبی)

۴۸- گزینه «۳»

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ب) درست هستند. فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت  $\text{C}_{14}\text{H}_{21}\text{NO}_2$  است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ):

$\text{جرم مولی کربن} \times \text{شمار اتم‌های کربن} = \text{درصد جرمی کربن}$

$\text{جرم مولی هیدروژن} \times \text{شمار اتم‌های هیدروژن} = \text{درصد جرمی هیدروژن}$

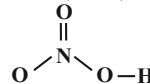
$$\frac{14 \times 12}{21 \times 1} = 8$$

عبارت (ب): شمار پیوندهای اشتراکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{(2 \times \text{تعداد اتم N}) + (2 \times \text{تعداد اتم O}) + (\text{تعداد اتم H}) \times 2}{2} = \frac{(14 \times 2) + (2 \times 2) + (21 \times 2)}{2} = 42$$

عبارت (ب): در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم اکسیژن، ۴ الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم نیتروژن، ۲ الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌ها وجود دارد. بنابراین شمار الکترون‌های ناپیوندی در این ترکیب برابر است با:  $(2 \times 4) + (1 \times 2) = 10$

فرمول ساختاری نیتریک اسید به صورت زیر است:



۱۰ الکترون پیوندی (۵ جفت الکترون پیوندی)

عبارت (ت): هم در ساختار این ترکیب و هم در ساختار ویتامین (ث)، گروه عاملی استری وجود دارد. مولکول‌های ترکیب نشان داده شده برخلاف مولکول‌های ویتامین (ث) نمی‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی ایجاد کنند، چون در ساختار این ترکیب، اتم هیدروژن متصل به اتم‌های اکسیژن، نیتروژن و یا فلورین وجود ندارد. عبارت (ث)، چون به اتم نیتروژن موجود در گروه آمینی این ترکیب هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است، پس این ترکیب نمی‌تواند از سمت گروه آمینی خود با کربوکسیلیک اسیدها واکنش بدهد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های III و III۴)

(حسن رحمتی کوکنده)

۴۹- گزینه «۳»

ترکیب (۱) پلی‌استر بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌الکل و ترکیب (۲)

پلی‌آمید بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌آمین ساخته می‌شود.

## ریاضی ۱

## گزینه ۲»

(رفیع مشتاق نظم)

اگر  $x$  تعداد افرادی باشد که هر دو کتاب را خریدند، در این صورت:

$$(80-x) + x + (30-x) + 50 = 140 \Rightarrow 160 - x = 140 \Rightarrow x = 20$$

تعداد افرادی که فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند:

$$80 - x = 80 - 20 = 60$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

## گزینه ۱»

(کتاب آبی)

فرض کنید  $a$  مقدار ثابت باشد.  $20+a$ ,  $50+a$ ,  $100+a$ 

در دنباله هندسی، قدرنسبت از تقسیم یک جمله به جمله قبلی به دست می‌آید:

$$r = \frac{a+50}{a+20} = \frac{a+100}{a+50}$$

$$\Rightarrow (a+50)^2 = (a+20)(a+100)$$

$$\Rightarrow a^2 + 100a + 2500 = a^2 + 120a + 2000$$

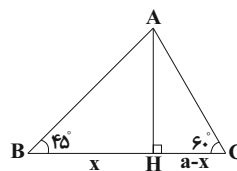
$$\Rightarrow 20a = 500 \Rightarrow a = 25 \Rightarrow r = \frac{a+100}{a+50} = \frac{125}{75} = \frac{5}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

## گزینه ۳»

(سعید آرزوئین)

با رسم ارتفاع مثلث داریم:



$$\tan(\hat{B}) = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{a-x} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}(a-x)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}(a-x) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{x \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

## گزینه ۳»

(ابراهیم نبفی)

$$\frac{\sqrt{5+2}}{(8+2\sqrt{15})^2} = \frac{\sqrt{5+2}}{(\sqrt{5+2} + \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5+2}}{((\sqrt{5} + \sqrt{3})^2)^2} = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}}$$

از طرفی:

$$\frac{1}{\sqrt{5-2}} \times \frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2}} = \frac{\sqrt{5+2}}{5-4} = \sqrt{5+2}$$

$$\Rightarrow 2^{\sqrt{5-2}} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}} \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{\sqrt{5+2}}$$

$$= 2^{\sqrt{5-2}} \times 2^{\sqrt{5+2}}$$

$$= 2^{2\sqrt{5}} = 4^{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های بی‌پایه: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۵ تا ۶۷)

## گزینه ۲»

(امیر مسموریان)

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x+1 < 1-x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1-x < x+5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \rightarrow -2 < x < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

$$|2x+a| < b+1 \Rightarrow |3x-2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x-2 < 1$$

$$\Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

## گزینه ۲»

(امیر مسموریان)

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان  $x+2$  وجود دارد، پس برای تابع شدن

رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 2$$

به ازای  $x = 0$  رابطه را بازنویسی می‌کنیم:تابع است.  $\{(2,0), (0,0), (2,0), (2,0)\}$ به ازای  $x = -1$ :

(رضا اکبری)

۵۹- گزینه «۱»

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 10 + 10 = 20$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(علی مرشد)

۶۰- گزینه «۲»

اگر تعداد مهره‌های سبز ظرف  $n$  باشد، داریم:اگر  $n > 1$  باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{n}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n^2 - n + 6}{2}}{\frac{n^2 + 5n + 6}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

اگر  $n = 1$  باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{1+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

پس به‌ازای  $n = 1$  نیز تساوی برقرار است و  $n = 1$  نیز قابل قبول است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

$$\{(1, -1), (1, 1), (1, -1), (4, -1)\}$$

تابع نیست.

به ازای  $x = 2$ :

$$\{(4, 8), (-2, 4), (4, 8), (-2, 2)\}$$

تابع نیست.

پس تنها به ازای  $x = 0$  تابع است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

(امین نصراله)

۵۷- گزینه «۱»

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 16 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 16 \Rightarrow n-1 = \pm 4$$

$$\Rightarrow n = -3 \text{ یا } n = 5 \Rightarrow n = 5 \text{ قابل قبول است}$$

$$\Rightarrow n + (n-1) = 5 + 4 = 9$$

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(میلاد منصوری)

۵۸- گزینه «۴»

برای حل سؤال دو حالت در نظر می‌گیریم. اول اینکه «یکان &gt; دهگان»

صدگان» برای ساختن چنین عددی کافی است که ۲ رقم متمایز مانند

 $\{a, b\}$  از  $\{0, 1, \dots, 9\}$  انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان و دهگاننسبت دهیم، رقم کوچکتر را به یکان. پس در این حالت  $\binom{10}{2} = 45$  عدد

داریم.

در حالت دوم «یکان &gt; دهگان &gt; صدگان». در این حالت باید ۳ رقم متمایز

انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان، رقم متوسط را به دهگان و رقم

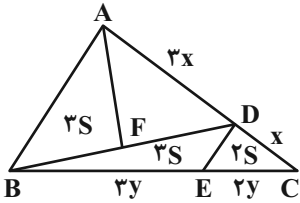
کوچکتر را به یکان نسبت دهیم. یعنی  $\binom{10}{3} = 120$  حالت مختلف.در نتیجه  $120 + 45 = 165$  عدد با این ویژگی وجود دارند.

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

با توجه به تساوی مساحت‌های مثلث‌های  $ABF$  و  $BDE$ ،  $S_{ABF} = 3S$  است. همچنین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{5S} = 3 \Rightarrow S_{ABD} = 15S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABF}}{S_{ABD}} = \frac{3S}{15S} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{BF}{BD} = \frac{1}{5}$$



(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۴- گزینه «۳» (سیرممدرضا حسینی فرد)

فرض کنید  $\frac{AE}{EC} = k$  باشد. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{AE+EC} = \frac{k}{k+1}$$

دو مثلث  $ADE$  و  $CDE$  در ارتفاع رسم شده از رأس  $D$  مشترک‌اند، پس:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{CDE}} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{k} = k \Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} \quad (1)$$

در دو مثلث  $CDE$  و  $BDC$ ، ارتفاع وارد بر قاعده‌های  $DE$  و  $BC$  برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDC}} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{3} = \frac{k}{k+1} \Rightarrow S_{CDE} = \frac{3k}{k+1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{4}{k} = \frac{3k}{k+1} \Rightarrow 3k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(3k+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=-\frac{2}{3} \text{ غفقی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} = \frac{4}{2} = 2$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۵- گزینه «۱» (مهیر ممدری نویسی)

$$CE \parallel AB \Rightarrow \triangle ABG \sim \triangle CEG \Rightarrow \frac{AB}{CE} = \frac{BG}{CG} \Rightarrow \frac{10}{5-BG} = \frac{BG}{6}$$

$$\Rightarrow 5(5-BG) = BG \Rightarrow BG = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۶- گزینه «۱» (امیر وفائی)

مطابق شکل داریم:

$$\triangle BAD: \frac{BM}{MA} = \frac{BQ}{QD} = 1 \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel AD \\ MQ = \frac{AD}{2} \end{cases} \quad (1)$$

هندسه ۱

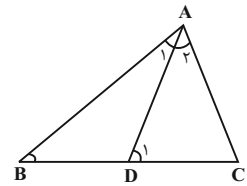
۶۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومبوب)

با توجه به شکل داریم:

$$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \hat{C} > \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{C} > \hat{A}_r$$

$$\triangle ADC \rightarrow AD > CD \quad (1)$$



$$\triangle ADB: \hat{D}_1 \text{ زاویه خارجی است} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{A}}{2} = \hat{A} \xrightarrow{\hat{A} > \hat{C}} \hat{D}_1 > \hat{C}$$

$$\triangle ADC \rightarrow AC > AD \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AC > AD > CD$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۶۲- گزینه «۲»

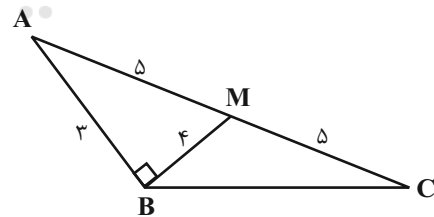
(سوام مبییری پور)

با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که بین اضلاع مثلث  $ABM$  رابطه

فیثاغورس برقرار است، پس  $\hat{A}BM = 90^\circ$  و در نتیجه زاویه  $ABC$  یک

زاویه باز است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث  $ABC$  در نقطه‌ای بیرون از مثلث

همرس‌اند.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا: صفحه ۱۹)

۶۳- گزینه «۳»

(سیرممدرضا حسینی فرد)

در دو مثلث با ارتفاع‌های برابر، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است،

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} = \frac{2y}{3y} = \frac{2}{3}$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{CDE} = 2S \\ S_{BDE} = 3S \end{cases}$$

با توجه به موازی بودن  $BC$  و  $FE$ ، دو مثلث  $BGC$  و  $EGF$  به دلیل تساوی زاویه‌ها متشابه هستند. از طرفی  $GK$  و  $GD$  میان‌های نظیر اضلاع  $EF$  و  $BC$  در این دو مثلث هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{GD}{GK} = \frac{BC}{EF} = 2 \Rightarrow GD = 2GK = 6$$

از طرفی  $G$  نقطهٔ هم‌مرسی میان‌های مثلث  $ABC$  است، پس داریم:

$$GD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow 6 = \frac{1}{3}AD \Rightarrow AD = 18$$

(هنرسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۱)

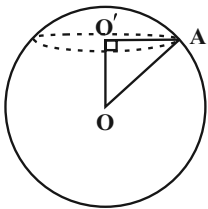
و هند ضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۷)

(سوام میبیدی پور)

۶۹- گزینهٔ «۱»

از تقاطع صفحهٔ  $P$  و کره، دایره‌ای به مرکز  $O'$  و شعاع  $r$  حاصل می‌شود.

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 64\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 64$$



اگر شعاع کره را با  $R$  نمایش دهیم، داریم:

$$\Delta OO'A : OA^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow R^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow R = 10$$

(هنرسه ۱- تبسّم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(علی ایمانی)

۷۰- گزینهٔ «۲»

در مکعب‌های ردیف پشت، در سمت چپ از بالا به پایین به ترتیب ۲، ۲ و ۲

حرف  $A$  و در سمت راست از بالا به پایین به ترتیب ۳، ۲ و ۲ حرف  $A$

قابل مشاهده است. در مکعب‌های ردیف جلو، در سمت چپ از بالا به پایین

به ترتیب ۲ و ۲ حرف  $A$  و در سمت راست ۳ حرف  $A$  قابل مشاهده است.

بنابراین در مجموع تعداد حروف  $A$  که قابل مشاهده هستند، برابر است با:

$$(4+2+2) + (4+2+2) + (4+2) + 3 = 26$$

(هنرسه ۱- تبسّم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

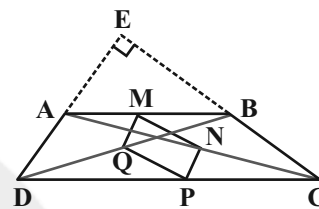
$$\Delta CAD : \frac{CN}{NA} = \frac{CP}{PD} = 1 \Rightarrow \begin{cases} NP \parallel AD \\ NP = \frac{AD}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel NP \\ MQ = NP \end{cases} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع است. } MNPQ$$

$$\Delta ABC : \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = \frac{BC}{2} \end{cases}$$

چون امتداد اضلاع  $AD$  و  $BC$  برهم عمودند، پس دو پاره خط  $MQ$  و  $MN$  نیز برهم عمودند و در نتیجه چهارضلعی  $MNPQ$  مستطیل است.

$$S_{MNPQ} = MN \times MQ = \frac{BC}{2} \times \frac{AD}{2} = 5 \times 3 = 15 \quad \text{داریم:}$$



(هنرسه ۱- هند ضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

(افشین فاضله‌نار)

۶۷- گزینهٔ «۳»

$$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} AM = 2x \\ MB = 5x \end{cases}$$

$$\frac{CN}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} CN = y \\ ND = 3y \end{cases}$$

$$AB = CD \Rightarrow 7x = 4y \Rightarrow y = \frac{7}{4}x$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMND}}{S_{BMNC}} = \frac{\frac{1}{2}AD(AM+ND)}{\frac{1}{2}BC(MB+CN)} = \frac{AM+ND}{MB+CN} = \frac{2x+3y}{5x+y}$$

$$= \frac{2x + 3 \times \frac{7}{4}x}{5x + \frac{7}{4}x} = \frac{\frac{29}{4}x}{\frac{27}{4}x} = \frac{29}{27}$$

(هنرسه ۱- هند ضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

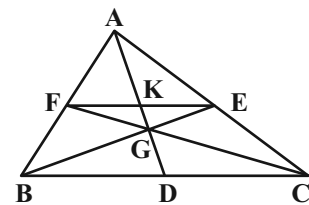
(علی ایمانی)

۶۸- گزینهٔ «۴»

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} FE \parallel BC$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$



## فیزیک ۱

## گزینه ۲» ۷۱

(آرش مروتی)

دو کمیت در صورتی با هم قابل جمع هستند که از یک نوع و دارای یکای یکسان باشند. پس می توان نوشت:

$$\left[ \frac{B}{C} \right] = \left[ \frac{D}{B} \right] \Rightarrow [CD] = [B^2] = m^2$$

$$\Rightarrow [\sqrt{CD}] = m \Rightarrow \left[ \frac{1}{\sqrt{CD}} \right] = \frac{1}{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۶ تا ۱۱)

## گزینه ۴» ۷۲

(علیرضا کونه)

با استفاده از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  می توان نوشت:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{32}{200} \times \frac{65^\circ}{V_B} \Rightarrow V_B = 120 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

## گزینه ۴» ۷۳

(امیرمسین برادران)

در حالت اول فشار پیمانه ای گاز ۱۰ سانتی متر جیوه است.

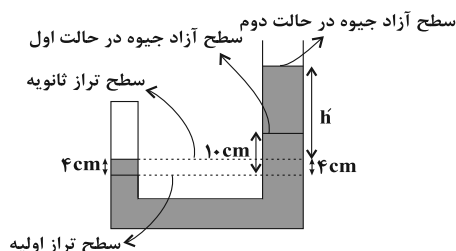
$$P_1 = P_g + P_e \Rightarrow P_1 = 80 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P'_g + P_e \Rightarrow \frac{P'_g = 3P_g}{P_2 = 30 + 70 = 100 \text{ cmHg}}$$

اکنون مطابق قانون گازهای کامل درحالتی که دما ثابت است داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad T_1 = T_2, V = Ah \rightarrow$$

$$80 \times h_1 = 100 \times h_2 \quad h_1 = 20 \text{ cm} \rightarrow h_2 = 16 \text{ cm}$$



$$P_2 = P_e + h' \quad \frac{P_2 = 100 \text{ cmHg}}{P_e = 70 \text{ cmHg}} \rightarrow h' = 30 \text{ cmHg}$$

جیوه در شاخه سمت چپ ۴ cm بالا رفته است، چون سطح مقطع شاخه

سمت چپ نصف سطح مقطع شاخه سمت راست است بنابراین جیوه در

شاخه سمت راست ۲ cm پایین آمده است. به عبارت دیگر ۴ cm جیوه در شاخه سمت چپ که بالاتر از سطح تراز اولیه قرار دارد، معادل ارتفاع ۲ سانتی متر جیوه در شاخه سمت راست است. پس ارتفاع جیوه اضافه شده در شاخه سمت راست برابر است با:

$$h = 2 + 2 = 4 \text{ cm} \quad \text{اضافه شده}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

## گزینه ۲» ۷۴

(سپار شهرابی فراهانی)

بر اساس اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره ای که به طور لایه ای و در امتداد افق حرکت می کند، با افزایش تندی، فشار کاهش می یابد. از طرفی با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی یک شاره تراکم ناپذیر (مانند آب) می توان نوشت:

$$A_A v_A = A_C v_C, \quad \frac{A_A}{A_C} = \left( \frac{D_A}{D_C} \right)^2 = \left( \frac{d}{\delta d} \right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{v_C}{v_A} = \frac{A_A}{A_C} = 4 \quad (1)$$

از آنجایی که طبق معادله پیوستگی، تندی شاره با سطح مقطع جریان نسبت عکس دارد، می توان نوشت:

$$v_A < v_B, v_B > v_C \xrightarrow{(1)} v_A < v_C < v_B$$

$$\Rightarrow P_A > P_C > P_B$$

بنابراین با عبور جریان آب از مقطع A تا C، فشار ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۳۳ تا ۳۵)

## گزینه ۲» ۷۵

(علیرضا کونه)

با توجه به این که در هر دو حالت توان ها یکسان است لذا با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_1 = \Delta K_1 = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_1'^2) = \frac{1}{2} m (25 - 1) = 12m$$

$$W_2 = \Delta K_2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_2'^2) = \frac{1}{2} m (100 - 36) = 32m$$

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_2 \Rightarrow \frac{W_1}{\Delta t_1} = \frac{W_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{12m}{15} = \frac{32m}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 40s$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۵۴ تا ۶۴، ۷۳ و ۷۴)

(مبتنی تکوینان)

گزینه «۳» -۷۸

با توجه به رابطه  $Q = P \cdot t = mc\Delta\theta$ ، برای آب درون ظرفهای A، B و C داریم: (توان گرمکن ثابت و برابر P است.)

$$A: P(15) = m_A c(20) \Rightarrow P = \frac{4}{3} m_A c \quad (1) \quad \Rightarrow m_B = \frac{5}{8} m_A$$

$$B: P(15) = m_B c(32) \Rightarrow P = \frac{32}{15} m_B c$$

$$C: P(19/5) = (m_A + m_B) c \Delta\theta \xrightarrow{m_B = \frac{5}{8} m_A}$$

$$P(19/5) = \frac{13}{8} m_A c \Delta\theta \Rightarrow P = \frac{1}{12} m_A c \Delta\theta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{4}{3} m_A c = \frac{1}{12} m_A c \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

(علی قائمی)

گزینه «۲» -۷۹

طبق تعریف در فرایند ایستوار، دستگاه گرمای Q را می‌گیرد و کار W روی آن انجام می‌شود.

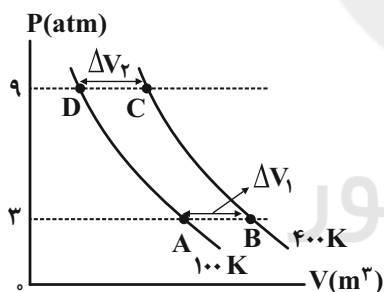
$$\Delta U = Q + W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

(امیرمسین میوزی)

گزینه «۲» -۸۰

برای هر یک از نقاط مشخص شده، معادله حالت گاز کامل را می‌نویسیم.



$$\left. \begin{aligned} P_A V_A &= nRT_A \\ P_B V_B &= nRT_B \end{aligned} \right\} P_A = P_B = 3 \text{ atm} \rightarrow$$

$$3(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} P_C V_C &= nRT_C \\ P_D V_D &= nRT_D \end{aligned} \right\} P_C = P_D = 9 \text{ atm} \rightarrow$$

$$9(V_C - V_D) = nR(T_C - T_D) \quad (2)$$

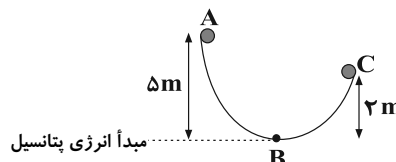
$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{9\Delta V_2}{3\Delta V_1} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{400 - 100}{400 - 100} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3\Delta V_2}{\Delta V_1} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۵ تا ۱۳۷)

(علی عاقلی)

گزینه «۱» -۷۶



$$E_C - E_A = W_f = W_{fAB} + W_{fBC}$$

$$\Rightarrow (U_C + K_C) - (U_A + K_A) = mgh_C - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = m \times 10 \times 2 - m \times 10 \times 5 = -30m$$

طبق صورت سؤال  $W_{fAB} = \frac{3}{2} W_{fBC}$  است پس:

$$W_f = W_{fAB} + W_{fBC} = \frac{5}{2} W_{fBC} = -30m$$

$$\Rightarrow W_{fBC} = -12m$$

$$\Rightarrow W_{fAB} = \frac{3}{2} W_{fBC} = \frac{3}{2} \times (-12)m = -18m$$

حال رابطه  $\Delta E = W_f$  را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B - E_A = W_{fAB}$$

$$\Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_{fAB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - mgh_A = -18m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 - 10 \times 5 = -18 \Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = \frac{8}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)

(امیرمسین برادران)

گزینه «۱» -۷۷

ابتدا با توجه به نمودار ضریب انبساط طولی فلز را به دست می‌آوریم:

$$\alpha = \frac{\Delta \ell}{\Delta \theta \ell_0} = \frac{\ell_0 = 2m, \Delta \ell = 10^{-6}m}{\Delta \theta = 50^\circ C} \rightarrow \alpha = \frac{10^{-6}}{50 \times 2} = 10^{-6} \frac{1}{K}$$

اکنون افزایش حجم کره را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta \theta \quad \left. \begin{aligned} \Delta \theta = 40^\circ C, \beta = 3\alpha, R = 5cm \\ \alpha = 10^{-6} \frac{1}{K}, V_0 = \frac{4}{3} \pi R^3, \pi = 3 \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta V = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 \times 3 \times 10^{-6} \times 40$$

$$\Rightarrow \Delta V = 6 \times 10^{-2} \text{ cm}^3 = 60 \text{ mm}^3$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

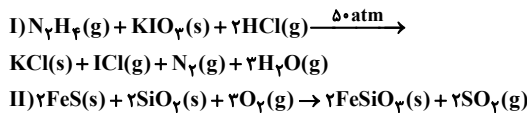


$$\frac{18}{8} = 2/25$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

(مبیتی اسدزاده)

۸۴- گزینه «۴»



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\frac{6}{4} = 1/5 = \text{نسبت خواسته شده}$$

گزینه «۲»: با انجام واکنش (I) در یک ظرف دربسته، به دلیل افزایش تعداد مول‌های مواد گازی از ۳ به ۵، فشار ظرف افزایش می‌یابد. علامت  $(\rightarrow 50\text{atm})$  نشان می‌دهد که واکنش در فشار ۵۰ اتمسفر انجام می‌شود.

گزینه «۳»:  $\text{SO}_2$  یک عامل ایجاد باران اسیدی است.

گزینه «۴»: تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها در واکنش (II) برابر ۳ بوده، در حالی که مجموع شمار اتم‌ها در برابر ۴ است.

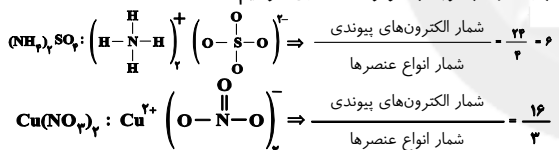
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

(اکبر هنرمند)

۸۵- گزینه «۱»

موارد اول و چهارم درست‌اند.

عبارت اول: با توجه به فرمول ساختاری خواهیم داشت:



عبارت دوم: نقطه جوش گاز هلیوم  $-269^\circ\text{C}$  بوده و در هوای مایع با دمای  $-200^\circ\text{C}$  وجود ندارد.

عبارت سوم: گازهای دارای مولکول‌های ناقصی نیز می‌توانند در آب حل شوند.

عبارت چهارم: تشکیل  $\text{O}_3$  از اتم O و مولکول  $\text{O}_2$  با آزادشدن انرژی به صورت تابش فرسوخ همراه است.

عبارت پنجم: در ارتفاع بالاتر از ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، علاوه بر اتم‌ها و مولکول‌های خنثی، یون‌های تک‌اتمی و چنداتمی نیز وجود دارند.

(ترکیبی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷، ۵۰، ۵۵، ۵۶، ۷۴ و ۱۱۵)

(سایر شیر)

۸۶- گزینه «۳»

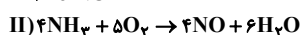
ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم، برای موازنه کامل واکنش (I) از ضرایب



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{N: } 2a = 2 + b \\ \text{O: } 4a = 6 + b \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 2$$

$$? \text{LNO} = 55 / 2\text{gN}_2\text{O}_4 \times \frac{1\text{molN}_2\text{O}_4}{92\text{gN}_2\text{O}_4} \times \frac{2\text{molNO}}{2\text{molN}_2\text{O}_4}$$

$$\times \frac{22}{4\text{LNO}} = 13 / 44\text{LNO}$$



شیمی ۱

۸۱- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

لیتمیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی  ${}^6\text{Li}$  و  ${}^7\text{Li}$  است و درصد فراوانی  ${}^7\text{Li}$  از  ${}^6\text{Li}$  بیشتر است. (نسبت  $\frac{Z}{N}$  در  ${}^6\text{Li}$  و  ${}^7\text{Li}$  به ترتیب برابر  $1/3$  و  $2/3$  است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طبق متن کتاب در صفحه ۴ درست است.

گزینه «۲»: منظور دو عنصر هیدروژن و هلیوم است که دو عنصر فراوان سیاره مشتری نیز هستند.

گزینه «۳»: شمار رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن برابر ۱ و شمار ایزوتوپ‌های ساختگی آن برابر ۴ است.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

(فرزین بوستانی)

۸۲- گزینه «۱»

گام ۱: محاسبه جرم اتمی میانگین عنصر M:

$$301 \times 10^{18} M_1 \times \frac{1\text{molM}_1}{6.02 \times 10^{23} M_1} \times \frac{2M_2}{1\text{molM}_2}$$

$$= 0.0805\text{g} \Rightarrow M = 80.5\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

گام ۲: محاسبه درصد فراوانی‌ها:

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر را  $a_1$  و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را  $a_2$  در نظر می‌گیریم، پس:

$$a_1 + a_2 = 100\% \Rightarrow a_1 = 100 - a_2$$

$$80.5 / 5 = \frac{80a_1 + 82a_2}{100} = \frac{80(100 - a_2) + 82a_2}{100}$$

$$a_2 = 25\%, a_1 = 75\%$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{75}{25} = 3$$

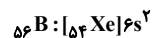
(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(میرحسین حسینی)

۸۳- گزینه «۱»

تنها مورد چهارم درست است.

مورد اول: برای رسم آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از نزدیک‌ترین گاز نجیب مقابل اتم عنصر مورد نظر استفاده می‌شود.



مورد دوم: با دقت در آرایش الکترونی اتم  ${}_{35}\text{A}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^5$  معلوم می‌شود که این اتم با دریافت یک الکترون و تبدیل شدن به یون  $\text{A}^-$ ، به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب  $\text{Kr}$  می‌رسد.

مورد سوم: براساس آرایش‌های الکترونی فشرده، اتم A به یون  $\text{A}^-$  و اتم B به یون  $\text{B}^{2+}$  تبدیل می‌شود و فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل،  $\text{BA}_2$  است.

مورد چهارم: با توجه به آرایش الکترونی اتم A، ۱۸ الکترون با  $n = 3$  و الکترون با  $n = 2$  هستند.





در مجموع ۵ مخزن داریم:  $5 \times 14 / 2 = 71 \text{ kg}$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

(مسعود چغری)

۸۹- گزینه «۲»

بر اساس نمودار، انحلال‌پذیری  $\text{KNO}_3$  در دماهای  $45^\circ\text{C}$ ،  $34^\circ\text{C}$  و  $52^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر با ۷۰ گرم، ۵۰ گرم و ۹۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. ابتدا باید محاسبه کنیم چند گرم  $\text{KNO}_3$  را می‌توان در ۳۰ گرم آب با دمای  $52^\circ\text{C}$  حل کرد.

$$52^\circ\text{C} \quad 27\text{g KNO}_3 = \frac{90\text{g KNO}_3}{100\text{g آب}} \times 30\text{g آب}$$

با توجه به نمودار اگر ۱۷۰ گرم محلول سیرشده  $\text{KNO}_3$  را از دمای  $45^\circ\text{C}$  تا  $34^\circ\text{C}$  سرد کنیم، ۲۰ گرم (۵۰-۷۰) رسوب تشکیل می‌شود. با توجه به این اطلاعات، جرم محلول سیرشده اولیه  $\text{KNO}_3$  برابر است با:

$$\text{محلول سیرشده } 229/5\text{g} = \frac{\text{محلول سیرشده } 170\text{g}}{\text{رسوب } 20\text{g}}$$

حال باید جرم آب و  $\text{KNO}_3$  را در این محلول سیرشده که در دمای  $45^\circ\text{C}$  قرار دارد، به دست آوریم:

$$\text{حل شونده } 94/5\text{g} = \frac{\text{حل شونده } 70\text{g}}{\text{محلول سیرشده } 170\text{g}} \times \text{محلول سیرشده } 229/5\text{g}$$

جرم حل‌شونده - جرم محلول سیرشده = جرم آب

$$= 229/5 - 94/5 = 135\text{g}$$

$$\text{حل شونده } 40/5\text{g} = 135 - 94/5 = 135 - 18.8 = 116.2\text{g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(نوبت آرمان)

۹۰- گزینه «۲»

موارد اول، سوم و چهارم درست‌اند.

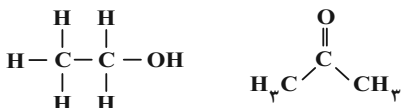
بررسی موارد:

مورد «۱»: اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$ ) و استون ( $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ ) هر دو جزء حلال‌های آلی اکسیژن‌دار هستند.

مورد «۲»: هر دو مولکول می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار نمایند.

مورد «۳»: از اتانول به عنوان حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی و از استون به عنوان حلال برخی از چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها استفاده می‌شود.

مورد «۴»: مولکول‌های اتانول و استون مطابق ساختارهای زیر به ترتیب ۸ و ۱۰ پیوند کووالانسی دارند.



مورد «۵»: اتانول ۲ اتم کربن و استون ۳ اتم کربن دارد که مجموع آن‌ها برابر ۵ می‌شود که برابر تعداد اتم‌های پنتان است نه هگزان.

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

$$? \text{g NH}_3 = 13 / 44 \text{ LNO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{22 / 44 \text{ LNO}} \times \frac{4 \text{ mol NH}_3}{4 \text{ mol NO}}$$

$$\times \frac{17 \text{ g NH}_3}{17 \text{ mol NH}_3} = 10 / 2 \text{ g NH}_3$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زنگی، صفحه‌های ۶۳، ۶۴، ۸۰ و ۸۱)

(مسعود چغری)

۸۷- گزینه «۳»

ابتدا باید مول  $\text{SO}_2$  و  $\text{SO}_3$  را به دست آوریم. مول  $\text{SO}_2$  را  $x$  و مول  $\text{SO}_3$  را  $y$  در نظر می‌گیریم.

$$100 = \frac{\text{جرم در } \text{SO}_2 \text{ در } \text{O} + \text{جرم در } \text{SO}_3 \text{ در } \text{O}}{\text{جرم } \text{SO}_2 \text{ در } \text{O} + \text{جرم } \text{SO}_3 \text{ در } \text{O}}$$

$$= \frac{64x \text{ g SO}_2 \times \frac{32 \text{ g O}}{64 \text{ g SO}_2} + 80y \text{ g SO}_3 \times \frac{48 \text{ g O}}{80 \text{ g SO}_3}}{64x + 80y} \times 100 = 56 / 25$$

$$\Rightarrow \frac{32x + 48y}{64x + 80y} = \frac{56}{100} = \frac{14}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 3y}{4x + 5y} = \frac{14}{25} \Rightarrow 25x + 37.5y = 56x + 42y$$

$$\Rightarrow 4x = 2y \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}y}$$

$$256 = \text{جرم } \text{SO}_2 + \text{جرم } \text{SO}_3 \Rightarrow 256 \text{ g} = \text{جرم مخلوط}$$

$$\Rightarrow 64x + 80y = 256 \Rightarrow 64(\frac{1}{2}y) + 80y = 128y = 256$$

$$\Rightarrow y = 2 \text{ و } x = 1/5 \Rightarrow x + y = 3/5 = \text{مجموع شمار مول‌های گازی}$$

در مجموع در مخلوط گازی،  $3/5$  مول گاز وجود دارد.

$$\frac{3 \text{ atm}}{1 \text{ mol گاز}} \times \frac{1}{5} = 3/5 \text{ atm}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زنگی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(غار باغری)

۸۸- گزینه «۱»

ابتدا گنجایش مقدار آب در هر مخزن را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ m}^3 = 64 \times 10^3 \text{ L}$$

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 64 \times 10^3 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 64 \times 10^6 \text{ g H}_2\text{O}$$

یون کلرید مورد نیاز روزانه برای هر مخزن:

$$? \text{ g Cl}^- = 64 \times 10^6 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{142 \text{ g Cl}^-}{10^6 \text{ g H}_2\text{O}} = 9088 \text{ g Cl}^-$$

در نهایت مقدار  $\text{CaCl}_2$  لازم را حساب می‌کنیم:



$$? \text{ kg CaCl}_2 = 9088 \text{ g Cl}^- \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{35.5 \text{ g Cl}^-} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol Cl}^-}$$

$$\times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{1 \text{ kg CaCl}_2}{1000 \text{ g CaCl}_2} \approx 14 / 2 \text{ kg CaCl}_2$$

## حسابان ۲

## گزینه «۴»

(عادل مسینی)

فرض می‌کنیم مختصات  $A'$  به صورت  $A'(x_0, y_0)$  باشد:

$$\begin{cases} 1 - 2x_0 = 3 \Rightarrow x_0 = -1 \\ y_0 = f(3) - 3 = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

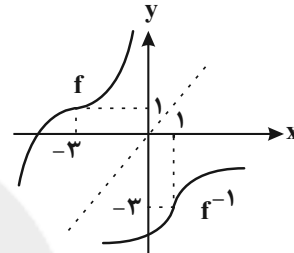
پس  $A'(-1, -2)$  است. فاصله  $A(3, 1)$  از  $A'(-1, -2)$  برابر است با:

$$AA' = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

## گزینه «۱»

(نسترن صمدی)

قرینه نمودار تابع را نسبت به خط  $y = x$  رسم می‌کنیم:

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

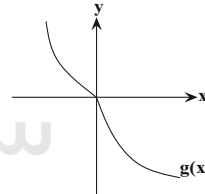
## گزینه «۳»

(نامر پوقاری)

از آن‌جا که  $g(x)$  یک تابع اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار آن می‌تواند به شکل زیر باشد. برای یافتن دامنه تابع

$$y = \sqrt{(g \circ f)(x)}$$

$$(g \circ f)(x) \geq 0 \Rightarrow g(f(x)) \geq 0$$

با توجه به نمودار  $g(x)$ ، به‌ازای ورودی‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر، مقدار تابع بزرگ‌تر یا مساوی صفر می‌شود.

$$\frac{g(f(x)) \geq 0}{f(x) \leq 0} \Rightarrow 3x + 5 \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{3}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

## گزینه «۱»

(عادل مسینی)

با تساوی پایه‌های توان، معادله را به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$3^2 - x^2 \geq 3^2 x$$

تابع  $y = 3^x$  اکیداً صعودی است، بنابراین نامعادله بالا به صورت زیر در می‌آید.

$$\begin{aligned} 3 - x^2 \geq 2x &\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) \leq 0 \\ &\Rightarrow x \in [-3, 1] \end{aligned}$$

طول این بازه برابر ۴ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

## گزینه «۱»

(یغما کلاترین)

$$f(-1) = 3 \Rightarrow -1 + 3a - 2 + 9 = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$g(x) = xf(2x-1) \Rightarrow g(2) = 2f(3) = 2(27 - 27 + 6 + 9) = 30$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## گزینه «۱»

(علی‌اصغر شریفی)

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$|a| = 2 \Rightarrow |ab| = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

کم‌ترین مقدار تابع برابر ۲- است. پس:

چون نمودار سینوس قرینه نشده پس  $ab > 0$  است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

## گزینه «۳»

(فرامرز سپهری)

بیشترین مقدار تابع برابر  $\frac{1}{4}$  است، بنابراین  $|a| = \frac{1}{4}$  است، یعنی  $a = \pm \frac{1}{4}$ .هم‌چنین فاصله طولی  $x = \frac{3}{4}$  تا  $x = \frac{9}{4}$  برابر  $\frac{3}{4}$  دوره تناوب است:

$$\frac{3T}{4} = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} \Rightarrow T = 2$$

$$T_f = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

می‌توان حالات  $(a = \frac{1}{4}, b = 1)$  یا  $(a = -\frac{1}{4}, b = -1)$  را در نظر گرفت.حال با فرض مثبت بودن  $a$  و  $b$  داریم:

$$f(x) = \frac{1}{4} \sin \pi(x - c)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(\frac{9}{4} - c\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(2 + \frac{1}{4} - c\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(\frac{1}{4} - c\right) = 0$$

$$\Rightarrow \pi\left(\frac{1}{4} - c\right) = k'\pi; k' \in \mathbb{Z} \Rightarrow c = k' + \frac{1}{4}$$

 $k'$  باید زوج باشد؛ زیرا اگر فرد باشد نمودار نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌شود که نادرست است:

$$\Rightarrow c = 2k + \frac{1}{4}$$

در نتیجه حاصل  $a+b+c$  با توجه به علامت  $a$  و  $b$  به دو صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} a, b < 0 & : a+b+c = 2k - \frac{5}{4} \\ a, b > 0 & : a+b+c = 2k + \frac{1}{4} \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار مثبت  $a+b+c$  به ازای  $k=1$  در رابطه  $2k - \frac{5}{4}$  بهدست می‌آید که برابر  $\frac{3}{4}$  خواهد شد.همچنین در حالات  $(a = \frac{1}{4}, b = -1)$  و  $(a = -\frac{1}{4}, b = 1)$  ضابطه تابع بهصورت  $f(x) = -\frac{1}{4} \sin \pi(x - c)$  خواهد بود. در این حالات نیز هم‌چناناما  $c = k' + \frac{1}{4}$  باید فرد باشد:

## حسابان ۲- آشنا

(کتاب آبی ریاضیات لنگور، رشته ریاضی)

۱۰۱- گزینه «۲»

ابتدا تابع  $g$  را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = \sqrt{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y = -\sqrt{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}$$

برای یافتن ریشه‌های معادله  $g(2x) = 0$ ، کافی است ریشه‌های معادله  $g(x) = 0$  را بر ۲ تقسیم کنیم.

$$g(x) = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{1}{2}$$

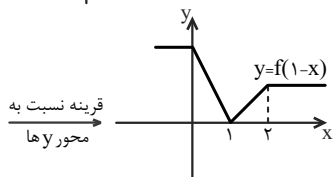
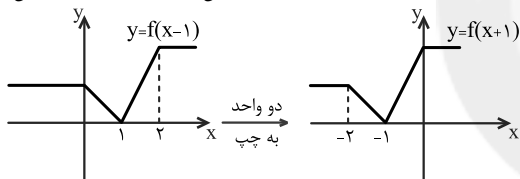
$$\Rightarrow x+1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{-3}{4}$$

پس ریشه معادله  $g(2x) = 0$  برابر با  $x = \frac{-3}{8}$  است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(کتاب آبی ریاضیات لنگور، رشته ریاضی)

۱۰۲- گزینه «۳»



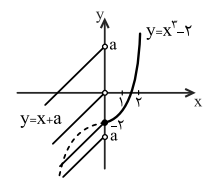
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(کتاب آبی ریاضیات لنگور، رشته ریاضی)

۱۰۳- گزینه «۴»

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & ; x \geq 0 \\ x + a & ; x < 0 \end{cases}$$

برای رسم ضابطه بالایی تابع  $f$ ، نمودار تابع  $y = x^3$  را دو واحد به پایین منتقل کرده، سپس قسمت چپ محور  $y$  ها را حذف می‌کنیم.با توجه به نمودار، برای آنکه برد تابع برابر با  $R$  شود، باید  $a \geq -2$  باشد، پس کمترین مقدار  $a$  برابر با  $-2$  است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

$$\Rightarrow c = 2k + 1 + \frac{1}{4} = 2k + \frac{5}{4}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} a > 0, b < 0: a + b + c = 2k + \frac{3}{4} \\ a < 0, b > 0: a + b + c = 2k + \frac{7}{4} \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار مثبت  $a + b + c$  به ازای  $k = 0$  در رابطه  $2k + \frac{3}{4}$  به دست می‌آید که برابر  $\frac{3}{4}$  است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

۹۸- گزینه «۱»

(ممبرجوار مفسنی)

طول نقاط نمودار تابع  $f(x) = 4 \tan \frac{x}{2}$  نسبت به نمودار تابع

$$y = \tan x \text{ دوبرابر شده است، پس: } a = 2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۹۹- گزینه «۳»

(فرامرزی سپهری)

در مثلث  $BCE$ ،  $BC = 1$  و  $BE = \sqrt{5}$  است و طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$CE = \sqrt{BE^2 - BC^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$$

حال در مثلث  $ADE$  رابطه  $\tan \alpha = \frac{AD}{DE} = \frac{1}{3}$  و در مثلث  $BCE$  نیزرابطه  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{BC}{CE} = \frac{1}{2}$  را داریم. پس می‌توانیم  $\tan \beta$  را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\tan \beta = \tan((\alpha + \beta) - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta) \tan \alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{6}} = \frac{1}{7}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۰- گزینه «۱»

(اکبر کلاه‌ملکی)

$$2 \sin x \cos x + 1 - 2 \sin^2 x = 1 - \sin x + \cos x$$

$$(2 \sin x - 1) \cos x - (2 \sin x - 1) \sin x = 0$$

$$\Rightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x - \sin x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ \cos x - \sin x = 0 \rightarrow \sin x = \cos x \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

از طرفی با توجه به نمودار تابع، واضح است که دوره تناوب این تابع برابر  $4 = 5 - 1$  است، پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow 2\pi = 4|b\pi| \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

اما  $b = \frac{1}{4}$  قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) = 3 + \sin \frac{\pi}{4}x \xrightarrow{x=1} f(1) = 3 + \sin \frac{\pi}{4} = 4$$

که طبق نمودار،  $f(1) < 3$ ، لذا  $b = -\frac{1}{4}$  است.

$$\Rightarrow f(x) = 3 + \sin\left(-\frac{\pi}{4}x\right) = 3 - \sin \frac{\pi}{4}x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{25}{3}} f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin \frac{25\pi}{6} = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2.5$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰۹- گزینه «۴» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

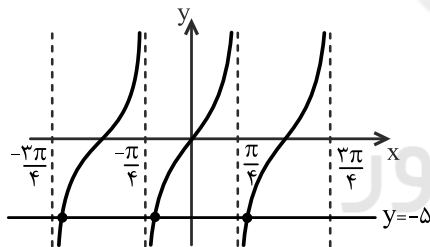
$$\delta + \tan 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -\delta$$

جواب‌های معادله بالا، محل‌های تلاقی نمودار تابع  $y = \tan 2x$  با خط

$$T = \frac{\pi}{2}, y = \tan 2x$$

است. از آنجایی که دوره تناوب تابع  $\frac{\pi}{2}$  است، در هر بازه‌ای به طول  $\frac{\pi}{2}$  یک شکل کامل از تابع تانژانت رسم می‌شود

و نمودار آن با توجه به بازه‌ها به صورت زیر است.



با توجه به نمودار دیده می‌شود که خط  $y = -\delta$  در بازه  $(-\frac{3\pi}{4}, 0)$  نمودار را

در دو نقطه قطع می‌کند و معادله در این بازه دو ریشه دارد.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۱۰- گزینه «۱» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

$$\sin \frac{5\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos x (-\sin x) = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin x \cos x \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin x \cos x \Rightarrow 1 = \sin 2x$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰۴- گزینه «۲» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

اگر  $f$  مثبت و اکیداً نزولی باشد، توابع  $\sqrt{f}$  و  $f^3$  نیز مثبت و اکیداً نزولی هستند. همچنین تابع  $\frac{1}{f}$  مثبت و اکیداً صعودی اما  $-\frac{1}{f}$  منفی و اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰۵- گزینه «۱» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

می‌دانیم اگر چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x - x_0$  بخش‌پذیر باشد،  $p(x_0) = 0$  است. پس ابتدا ریشه معادله  $a^{12} - 81 = 0$  را حساب می‌کنیم:

$$a^{12} = 3^4 \Rightarrow a = \pm \sqrt[12]{3^4} = \pm \sqrt[3]{3}$$

این همان ریشه‌های عبارت داده شده در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» است.

بنابراین چندجمله‌ای  $a^{12} - 81$  بر  $a^4 - 9$  بخش‌پذیر نیست.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۰۶- گزینه «۲» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

دوره تناوب تابع  $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{4}$  برابر با  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$  است.

بنابراین در هر بازه به طول ۴، تابع یک‌بار تکرار می‌شود؛ پس در بازه  $[-1, 15]$  که طول بازه برابر با  $16 - (-1) = 17$  است، نمودار تابع

$$\frac{17}{4} = 4 \text{ بار تکرار می‌شود.}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

۱۰۷- گزینه «۱» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

در رابطه‌ی داده شده  $x = \frac{\pi}{3}$  را قرار می‌دهیم.

$$f(x) = 2 \cos x + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow -2f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$f(x) = 2 \cos x - \frac{3}{2}$$

مینیمم تابع  $f$  به ازای  $\cos x = -1$  حاصل می‌شود و برابر

$$-2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2} \text{ است.}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰۸- گزینه «۲» (کتاب آبی ریاضیات کنکور، رشته ریاضی)

با توجه به نمودار داده شده، نقطه  $(0, 3)$  روی این تابع قرار دارد. پس:

$$f(x) = a + \sin(b\pi x) \xrightarrow{(0, 3) \in f} 3 = a + \sin 0 \Rightarrow a = 3$$

هندسه ۳

$$\begin{aligned} (1), (2) \rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{\alpha} = -1 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \frac{\beta}{\alpha} = -2 \Rightarrow \beta = -2\alpha = -4 \end{cases} & \Rightarrow \alpha + \beta = -4 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۳- گزینه «۲» (سیرمحمدرضا مسینی فرز)

ابتدا ماتریس A را به دست می‌آوریم و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} b & b+1 \\ 2a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b^2 + 4b + 4 & -b + 1 \\ -2ab + 4b & -4a + b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b + 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \\ -2ab + 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow -2a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

پس ماتریس A به صورت  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  به دست می‌آید. داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{bmatrix}$$

بنابراین توان‌های زوج در ماتریس A اسکالر هستند.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۴- گزینه «۱» (امد رضا فلاح)

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{12} = (A^3)^4 = (-I)^4 = I$$

$$B^2 = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{10} = (B^2)^5 = I^5 = I$$

$$(A^{12} \times B^{10})^{-1} = (I \times I)^{-1} = (I^2)^{-1} = I^{-1} = I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۱۵- گزینه «۳» (سعاد میبیدی پور)

$$A - A^2 - I = \bar{0} \Rightarrow A^2 = A - I \xrightarrow{\text{بتوان}} A^4 = (A - I)^2$$

$$\Rightarrow A^4 = A^2 - 2A + I = (A - I) - 2A + I = -A$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} A^8 = (-A)^2 = A^2$$

$$\Rightarrow A^8 + A = A^2 + A = (A - I) + A = 2A - I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(مهم قدران)

۱۱۱- گزینه «۲»

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -x-4 \\ 10 & 2x+6 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB در صورتی وارون پذیر نیست که دترمینان آن برابر صفر باشد. داریم:

$$|AB| = 5(2x+6) - 10(-x-4) = 20x + 70 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2}$$

بنابراین ماتریس AB تنها به‌ازای یک مقدار x، وارون پذیر نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۱۲- گزینه «۱» (امد رضا فلاح)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

روش اول:

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\beta \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \frac{1}{3}\beta & \alpha + \frac{1}{3}\beta \\ \alpha + \frac{1}{3}\beta & -\alpha - \frac{2}{3}\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \frac{1}{3}\beta = 0 \\ 2\alpha + \frac{1}{3}\beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

مقادیر به دست آمده در رابطه  $-\alpha - \frac{2}{3}\beta = 2$  نیز صدق می‌کنند، بنابراین

$$\alpha + \beta = 2 - 6 = -4$$

داریم:

روش دوم: هر ماتریس  $2 \times 2$  به فرم  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  در رابطه

$$A^2 - (a+d)A + |A|I = \bar{0}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - (2-1)A + (2 \times (-1) - 1 \times 1)I = \bar{0}$$

$$\Rightarrow A^2 - A - 3I = \bar{0} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \xrightarrow{\times A} \alpha A^2 + \beta I = 2A$$

$$\alpha A^2 - 2A + \beta I = \bar{0} \xrightarrow{+ \alpha} A^2 - \frac{2}{\alpha}A + \frac{\beta}{\alpha}I = \bar{0} \quad (2)$$

۱۱۶ - گزینه «۴»

(علی ایمانی)

فرض کنید  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشد. در این صورت داریم:

$$|B| = 1 \times (-1) - 2 \times 3 = -7 \Rightarrow B^{-1} = -\frac{1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|C| = -1 \times 4 - 2 \times 3 = -10 \Rightarrow C^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$BAC = 7I \Rightarrow A = B^{-1}(7I)C^{-1} = 7B^{-1}C^{-1}$$

$$= 7 \left(-\frac{1}{7}\right) \left(-\frac{1}{10}\right) \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -15 & 5 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{10} (2 + 4 - 15 + 5) = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۷ - گزینه «۱»

(افشین فاضل‌خان)

دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  در صورتی جواب ندارد که

باشد. بنابراین داریم:  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \neq \frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \Rightarrow 3m^2 + m = 2m + 2$$

$$\Rightarrow 3m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m}{2} \neq \frac{1}{2m} \Rightarrow m^2 \neq 1 \Rightarrow m \neq 1, -1$$

بنابراین به ازای  $m = -\frac{2}{3}$  دستگاه جواب ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(افشین فاضل‌خان)

درایه‌های سطر اول ماتریس در ۱، درایه‌های سطر دوم ماتریس در ۲ و درایه‌های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می‌شوند و به‌طور مشابه درایه‌های

ستون‌های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می‌شوند.

بنابراین داریم:  $|B| = (1 \times 2 \times 3) \times (1 \times 2 \times 3) |A| = 3! \times 3! |A|$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۳۱)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(امیر وغانی)

$$A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 5 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 3|A|^2 - 10$$

$$\Rightarrow 3|A|^2 - |A| - 10 = 0 \Rightarrow (3|A| + 5)(|A| - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = -\frac{5}{3} \\ |A| = 2 \end{cases}$$

$$|A| = -\frac{5}{3} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & 2 \\ 5 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = -\frac{3}{5} \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & -2 \\ -5 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

ابتدا دترمینان داده شده را برحسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2 - x) - 1(x^2 - 1) + x(x^2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1) - (x-1)(x+1) + x^2(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)[x^2 - x - 1 + x^2] = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2 - x - 1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

## ریاضیات گسسته

۱۲۱- گزینه «۱»

(مهم هیری)

گزاره «الف» در حالت کلی درست نیست، چون اگر  $a = 0$  باشد، آنگاه  $a(b+c) = 0$  و در نتیجه گویا است.

گزاره «ب» نادرست است، چون وارون عدد گنگ  $c$ ، عددی گنگ است و در نتیجه حاصل ضرب آن در عدد گویای غیر صفر  $b$ ، عددی گنگ است.

یعنی  $b \times \frac{1}{c} = \frac{b}{c}$  به مجموعه اعداد گویا تعلق ندارد.

گزاره «پ» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض داریم:

$$\left. \begin{array}{l} c = 2\sqrt{2} \\ d = \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow c^d = \left( 2\sqrt{2} \right)^{\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}} = 2^1 \in \mathbb{Q}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

اگر  $a|b$  و  $a|c$ ، آن‌گاه طبق خاصیت تعدی  $a|b-c$  و در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a|b \\ a|c \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a|b-c \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\left. \begin{array}{l} a|c \\ b|c \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} ab|c^2 \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\left. \begin{array}{l} a|b \\ a|c \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} a^2|bc \quad \text{گزینه «۴»}$$

به عنوان مثال نقض برای گزینه «۳»، می‌توانیم  $a = 1$ ،  $b = 2$  و  $c = 8$

را در نظر بگیریم.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۲۳- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

اگر  $q > r$  باشد، داریم:

$$a = 37(r+1) + r = 38r + 37 \xrightarrow{\max(r)=36} a = 1405$$

اگر  $q < r$  باشد، داریم:

$$a = 37(r-1) + r = 38r - 37 \xrightarrow{\max(r)=36} a = 1331$$

بنابراین بیشترین مقدار  $a$  برابر ۱۴۰۵ و مجموع ارقام آن برابر ۱۰ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۲۴- گزینه «۲»

(مسین فزایی)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{aligned} 345 &= bq + 9 \Rightarrow bq = 336 \Rightarrow b | 336 \\ 245 &= bq' + 5 \Rightarrow bq' = 240 \Rightarrow b | 240 \end{aligned} \Rightarrow b | (336, 240)$$

$$\begin{cases} 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5 \end{cases} \Rightarrow (336, 240) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow b | 48$$

$$\Rightarrow \max(b) = 48$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۵- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

$$7^5 = 3^2 \equiv 9 \xrightarrow{\text{ببتوان}} 7^{10} \equiv 81 \equiv 12 \xrightarrow{\times 2} 7^{20} \equiv 24 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\text{ببتوان}} 7^{40} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 7^{80} \equiv 4 \Rightarrow 7^{80} + a \equiv 4 + a \equiv 0$$

$$\Rightarrow a \equiv -4 \equiv 19$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر ۱۹ است، که باقی‌مانده

تقسیم آن بر ۴، برابر ۳ بوده و در نتیجه به  $[3]_4$  تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۶- گزینه «۴»

(امیررضا خلاج)

$$\begin{cases} 3^3 = 27 \equiv -1 \\ 5^3 = 125 \equiv -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overset{53}{\Delta n} \equiv \overset{53}{155} \xrightarrow{+5} \xrightarrow{(\Delta 3, 5)=1} \overset{53}{n} \equiv \overset{53}{31} \Rightarrow n = \overset{53}{53}k + \overset{53}{31}$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی  $n$  عبارت‌اند از: ۳۱ و ۸۴

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

(نیلوفر مهدوی)

۱۲۹ - گزینه «۲»

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله  $ax + by = c$  جواب داشته

باشد آن است که  $(a, b) | c$ ، یعنی  $(a, b) | ۴۲$  و  $(a, b) | ۲۸$ .

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۴۲ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۲۸

نباشند، در نتیجه داریم:  $(a, b) = ۳$  یا  $۶$  یا  $۲۱$  یا  $۴۲$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(علی ایمانی)

۱۳۰ - گزینه «۲»

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به ترتیب برابر  $x$  و

$y$  باشد. در این صورت داریم:

$$۲۰۰x + ۵۰۰y = ۱۳۰۰۰ \Rightarrow ۲x + ۵y = ۱۳۰$$

$$\Rightarrow \overset{2}{\Delta y} \equiv \overset{2}{130} \Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۲x + ۵(2k) = ۱۳۰ \Rightarrow ۲x = -۱۰k + ۱۳۰ \Rightarrow x = -۵k + ۶۵$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow -5k + 65 > 0 \Rightarrow k < 13 \\ y > 0 &\Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 12$$

بنابراین در صورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به ۱۲

طریق می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۲۹)

$$۳^{2n+1} \times ۵^{3n+12} + ۲ \equiv ۳^{2n} \times ۳^{11} \times ۵^{2n} \times ۵^{12} + ۲$$

$$\overset{7}{\equiv} 15^{2n} \times (3^2)^2 \times 3^2 \times (5^2)^2 + 2 \equiv 1^{2n} \times (-1)^2 \times 2 \times (-1)^2 + 2$$

$$\overset{7}{\equiv} -2 + 2 \equiv 0$$

یعنی این عدد به ازای همه مقادیر طبیعی  $n$ ، بر ۷ بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(افشین قاضی‌فان)

۱۲۷ - گزینه «۴»

عددی مضرب ۴۴ است، که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\overset{4}{42a\Delta b} \equiv 0 \Rightarrow \overset{4}{\Delta b} \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\overset{11}{42a\Delta b} \equiv 0 \Rightarrow b - 5 + a - 2 + 4 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = 14 \end{cases}$$

$$b = 2 \xrightarrow{a+b=3} a = 1 \Rightarrow a \times b = 2$$

$$b = 6 \xrightarrow{a+b=14} a = 8 \Rightarrow a \times b = 48$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار  $a \times b$ ، برابر ۴۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(سیرومیر ذوالفقاری)

۱۲۸ - گزینه «۲»

فرض کنید  $d = (\Delta n + 4, 7n - 5)$  باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} d | \Delta n + 4 \xrightarrow{\times 7} d | 7\Delta n + 28 \\ d | 7n - 5 \xrightarrow{\times 5} d | 35n - 25 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | \Delta 3 \xrightarrow{d \neq 1} d = \Delta 3$$

$$\Delta 3 | \Delta n + 4 \Rightarrow \Delta n + 4 \equiv 0 \Rightarrow \Delta n \equiv -4 \equiv -4 + 3 \times \Delta 3$$



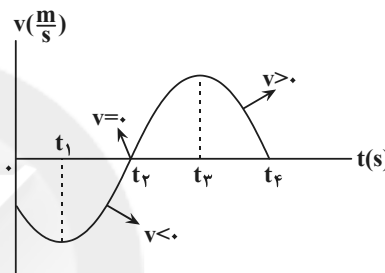
## فیزیک ۳

## ۱۳۱- گزینه «۴»

(امیرمسین برادران)

در نمودار سرعت- زمان در لحظه‌ای که نمودار محور زمان را قطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود. جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. بنابراین در بازه زمانی که لحظه  $t_4$  در آن بازه قرار داشته باشد، چون جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابر نیستند.

در بازه زمانی  $t_4$  تا  $t_4$ ،  $v > 0$  است و متحرک در جهت محور  $x$  ها در حال حرکت است بنابراین در این بازه زمانی جهت حرکت متحرک ثابت است و مسافت و بزرگی جابه‌جایی با هم برابر است.

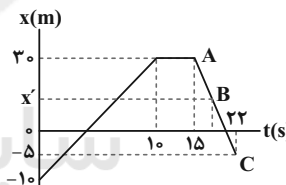


(فیزیک ۳ - حرکت بر قط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(میثم رشتیان)

بزرگی سرعت متوسط در هر بازه را به‌طور جداگانه به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow \text{طبق نمودار} \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m} \\ t_2 = 15 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 30 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av[0,15]} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 - (-10)}{15 - 0} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (*)$$

برای یافتن مکان در لحظه  $t = 20 \text{ s}$  از یکسان بودن شیب خط یک بار با در نظر گرفتن دو نقطه  $A$  و  $C$  و بار دیگر با در نظر گرفتن دو نقطه  $A$  و  $B$  استفاده می‌کنیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{x_C - x_A}{t_C - t_A} = \frac{-5 - 30}{22 - 15} = -5$$

$$\text{شیب خط} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{x' - 30}{20 - 15} = \frac{x' - 30}{5} \Rightarrow \frac{x' - 30}{5} = -5$$

$$\Rightarrow x' = 5 \text{ m}$$

بنابراین اندازه سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 10 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 30 \text{ m} \\ t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |v_{av[10,20]}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|5 - 30|}{20 - 10} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (**)$$

$$\rightarrow \frac{|v_{av[0,15]}|}{|v_{av[10,20]}|} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{16}{15}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر قط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

## ۱۳۳- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

اگر طول پل را برابر با  $L$  و طول قطار را برابر با  $L'$  در نظر بگیریم، در حالتی که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، مسافتی که طی می‌کند برابر است با:

$$d_1 = L - L'$$

و مسافت طی شده توسط قطار زمانی که وارد پل می‌شود تا زمانی که به‌طور

$$d_2 = L + L'$$

کامل از پل خارج شود برابر است با:

با توجه به این که تندی قطار ثابت است، داریم:

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow d_2 - d_1 = v(t_2 - t_1)$$

$$\xrightarrow{t_2 - t_1 = 15 \text{ s}} (L + L') - (L - L') = 30 \times 15$$

$$\Rightarrow 2L' = 30 \times 15 \Rightarrow L' = 225 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر قط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

## ۱۳۴- گزینه «۲»

(امیرمسین میوزی)

ابتدا با استفاده از معادله مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_3 + v_0}{2} \quad \Delta x = -9 = -9 \text{ m}, v_3 = 0 \quad \rightarrow \frac{-9}{3} = \frac{0 + v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + (-6) \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر قط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

## ۱۳۵- گزینه «۴»

(عباس اصغری)

با توجه به معادله مکان، شتاب حرکت و سرعت اولیه آن مشخص است.

بنابراین، ابتدا معادله سرعت را به‌دست می‌آوریم و نمودار سرعت - زمان آن

را رسم می‌کنیم.

$$x = t^2 - 4t + 10 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

حال معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$

با توجه به این که نیروی عکس العمل سطح ۲۰ درصد کاهش یافته است. بنابراین داریم:

$$F'_N = \frac{1}{1.2} F_N \xrightarrow{I, II} mg - F = \frac{4}{9} (F + mg)$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{9} = \frac{4}{9} F \Rightarrow F = \frac{mg}{4} \quad F'_N = mg - F \Rightarrow F'_N = \frac{3}{4} mg$$

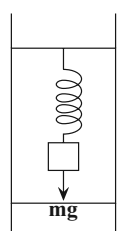
$$\frac{m=2 \text{ kg}}{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow F'_N = \frac{3}{4} \times 20 = 15 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}'_N = \frac{15}{3} \vec{j} \text{ (N)}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(زهره آقاممدری)

۱۳۹ - گزینه «۲»

وقتی سرعت آسانسور ثابت است ( $a=0$ ) طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\frac{F_e = kx}{a=0} \rightarrow kx - mg = 0 \Rightarrow kx = mg$$

$$k = 200 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \quad \frac{m}{x} = \frac{2 \text{ N}}{12 \text{ cm}} \rightarrow 2 \times 12 = mg$$

$$\Rightarrow mg = 24 \text{ N} \Rightarrow m = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ kg}$$

در حالت دوم طول فنر برابر است با  $32 - 3 = 29 \text{ cm}$ . در نتیجه تغییر طول فنر نسبت به حالت آزاد برابر است با:

$$x' = 29 - 20 = 9 \text{ cm}$$

در این حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma \Rightarrow 2 \times 9 - 20 = 2/a$$

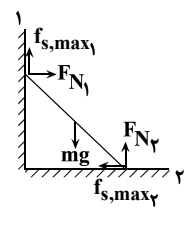
یعنی جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.  $a = -2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(رضا امامی)

۱۴۰ - گزینه «۳»

مطابق شکل، از طرف دیوار قائم، نیروی  $\vec{F}_{N1}$  وارد می‌شود. با توجه به جهت سرخوردن نردبان و اینکه قرار است نردبان در آستانه حرکت باشد، باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد. بنابراین طبق قانون اول نیوتون داریم:



$$\begin{cases} F_{(\text{net})y} = 0 \Rightarrow mg = f_{s,\text{max}y} + F_{N2y} \\ F_{(\text{net})x} = 0 \Rightarrow F_{N1} = f_{s,\text{max}x} \end{cases}$$

همچنین با توجه به این که نردبان در آستانه سرخوردن و دیوار قائم بدون اصطکاک است، داریم: ( $f_{s,\text{max}x} = 0$ )

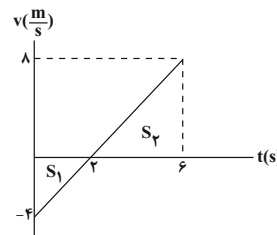
$$f_{s,\text{max}y} = \mu_s F_{N2y} \quad \frac{F_{N2y} = mg, m=10 \text{ kg}}{\mu_s = 0.5, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow$$

$$f_{s,\text{max}y} = 0.5 \times 100 = 50 \text{ N}$$

$$F_{N1} = f_{s,\text{max}y} \rightarrow F_{N1} = 50 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۳)

اکنون، به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، جابه‌جایی و مسافت متحرک را می‌یابیم.



بنابراین داریم:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \left( \frac{-4 \times 2}{2} \right) + \left( \frac{4 \times 8}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta x = -4 + 16 = 12 \text{ m}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| = |-4| + 16 = 20 \text{ m}$$

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سیدعلی میرنوری)

۱۳۶ - گزینه «۳»

در ابتدا  $h$  را می‌یابیم. با انتخاب محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت مثبت به سمت پایین، داریم:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 + y_0 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + 0 \Rightarrow h = 80 \text{ m}$$

برای محاسبه تندی گلوله در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times (80 - 60) \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(امیرمسین برادران)

۱۳۷ - گزینه «۲»

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \quad \frac{\vec{a}' = -2\vec{a}}{m' = 2m} \rightarrow \vec{F}'_{\text{net}} = -4m\vec{a}$$

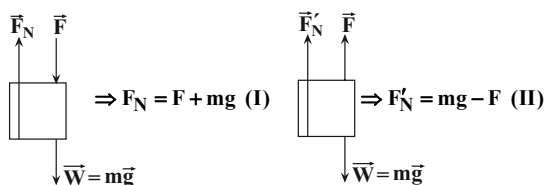
$$\frac{\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}{\vec{F}_1 = m\vec{a}} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -4\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(امیرمسین برادران)

۱۳۸ - گزینه «۳»

نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow F_N = F + mg \text{ (I)} \quad \Rightarrow F'_N = mg - F \text{ (II)}$$



$$\frac{27}{56} \text{g}(\text{RCOO})_2\text{Ca} \times \frac{1 \text{mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}{550 \text{g}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \times \frac{1 \text{molCaCl}_2}{1 \text{mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}$$

$$\times \frac{2 \text{molNa}_3\text{PO}_4}{3 \text{molCaCl}_2} = 0.023 \text{molNa}_3\text{PO}_4$$

(شیمی ۳: صفحه ۹)

۱۴۴- گزینه «۲» (مهمرسن مهمرزاده مقدم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: از واکنش این پودر با آب، گاز هیدروژن تولید می‌شود که به پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

گزینه «۳»: واکنش این مخلوط با آب گرماده است که با افزایش دمای آب به فرایند پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

گزینه «۴»: این پاک‌کننده همچون پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهد.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۴۵- گزینه «۳» (مهمرسن مهمرزاده مقدم)

دی نیتروژن پنتاکسید همانند کربن دی‌اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و برخلاف اکسیدهای بازی همانند لیتیم اکسید، سدیم اکسید، کلسیم اکسید یا باریم اکسید، منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می‌شود.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۴۶- گزینه «۲» (علی چری)

موارد ب و ت درست هستند. بررسی هر یک از موارد داده شده:

عبارت «الف»: ابتدا از روی pH محلول HA، غلظت یون هیدرونیوم را در این محلول محاسبه می‌کنیم:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1.7} = 10^{0.7} \times 10^{-2} = 0.05 \text{mol.L}^{-1}$$

در محلول اسیدهای تک پروتون‌دار، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت آنیون حاصل از یونش اسیدی برابر است. پس می‌توان نوشت:

$$[\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 0.05 \text{mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{0.05 \times 0.05}{0.2} = 1/25 \times 10^{-2} \text{mol.L}^{-1}$$

یکای ثابت یونش اسیدهای تک پروتون‌دار،  $\text{mol.L}^{-1}$  است.

عبارت «ب»: دقت کنید در عبارت درجه یونش، در مخرج کسر، باید غلظت اولیه اسید را جایگذاری کنیم نه غلظت تعادلی آن را:

$$\text{درجه یونش} = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]_{\text{اولیه}}}$$

مقدار اولیه HA برابر با مجموع مقدار تعادلی آن و مقدار مصرف شده آن است.

مقدار مصرف شده اسید تک پروتون‌دار، با غلظت یون هیدرونیوم برابر است:

غلظت یون هیدرونیوم + غلظت تعادلی HA = غلظت اولیه HA

$$= 0.2 + 0.05 = 0.25 \text{mol.L}^{-1}$$

شیمی ۳

۱۴۱- گزینه «۳»

(مهمرضا پوریاویر)

بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: اتیلن گلیکول و اتانول هر دو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

گزینه «۲»: فرمول مولکولی ازلین  $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$  بوده و یک آلکان به شمار می‌رود که در فرمول پیوند- خط آن از ۲۴ خط (مربوط به پیوندهای C-C) استفاده می‌شود.گزینه «۴»: ۲۰ درصد جرمی اوره با فرمول  $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$  از کربن تشکیل شده است:

$$\%C = \frac{(1 \times 12) \text{gC}}{60 \text{g}} \times 100 = 20\%$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۴۲- گزینه «۲» (مینا شرافتی‌پور)

$$\frac{8}{64} \text{gAB} \times \frac{10 \text{gH}_2\text{O}}{32 \text{gAB}} = 27 \text{gH}_2\text{O}$$

$$100 \text{gNaOH} \times \frac{8 \text{gخالص}}{100 \text{gخالص}} \times \frac{1 \text{molNaOH}}{40 \text{gNaOH}} \times \frac{1 \text{molH}_2\text{O}}{1 \text{molNaOH}} \times \frac{18 \text{gH}_2\text{O}}{18 \text{gH}_2\text{O}} \times \frac{x}{100}$$

$$= 27 \text{gH}_2\text{O} \Rightarrow x = 75\%$$

پس ۲۵% NaOH خالص واکنش نداده است.

$$100 \text{gNaOH} \times \frac{80}{100} \times \frac{25}{100} = 20 \text{gNaOH}$$

← فرمول صابون:  $\text{C}_{18}\text{H}_{37}\text{COONa}$ 

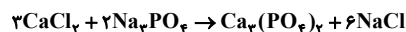
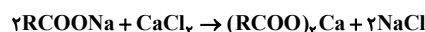
$$100 \text{gNaOH} \times \frac{80 \text{gخالص}}{100 \text{gخالص}} \times \frac{1 \text{molNaOH}}{40 \text{gNaOH}} \times \frac{1 \text{molصابون}}{1 \text{molNaOH}}$$

$$\frac{320 \text{gصابون}}{100 \text{gصابون}} \times \frac{75}{100} = 480 \text{gصابون}$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۴۳- گزینه «۱» (سیر مهمرضا میرقائمی)

با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌های زیر خواهیم داشت:



$$\text{RCOO}^- \text{ جرم مولی} = 278 - 23 = 255 \text{g.mol}^{-1}$$

$$(\text{RCOO})_2\text{Ca} \text{ جرم مولی رسوب} = (255 \times 2) + 40 = 550 \text{g.mol}^{-1}$$

$$\frac{27}{56} \text{g}(\text{RCOO})_2\text{Ca} \times \frac{1 \text{mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}{550 \text{g}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \times \frac{1 \text{molCaCl}_2}{1 \text{mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}$$

$$\times \frac{1 \text{molCa}^{2+}}{1 \text{molCaCl}_2} \times \frac{40 \text{gCa}^{2+}}{1 \text{molCa}^{2+}} = 2 \text{gCa}^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{Ca}^{2+} \text{ گرم}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2}{1000} \times 10^6 = 2000$$

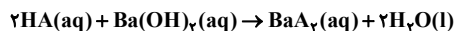
برای قسمت دوم مسأله خواهیم داشت:



(مهمربسن ممبرزاره مقرر)

۱۴۹- گزینة «۲»

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

حال غلظت  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 13 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

به ازای انحلال هر مول باریوم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود. بنابراین:

$$[\text{Ba}(\text{OH})_2] = \frac{[\text{OH}^-]}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال، شمار مول  $\text{HA}$  مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$x \text{ mol HA} = 100 \text{ mL}$$

$$\frac{1 \text{ L}}{100 \text{ mL}} \times \frac{0.05 \text{ mol Ba}(\text{OH})_2}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Ba}(\text{OH})_2} = 0.1 \text{ mol HA}$$

برای اسید ضعیف می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HA}]} \rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0.01}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 3$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲، ۲۴ تا ۲۶ و ۳۰ تا ۳۲)

(مسن لشکری)

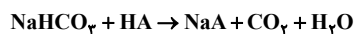
۱۵۰- گزینة «۱»

$$T = 25^\circ\text{C} \rightarrow [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]}$$

$$4 \times 10^4 = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} \Rightarrow 4 \times 10^4 = \frac{[\text{H}^+]}{10^{-14}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{HA} \rightarrow \text{اسید ضعیف} \quad [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = M \times 0.02$$

$$\Rightarrow M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.1 \text{ L} = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$? \text{ mg NaHCO}_3 = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{100}{80} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 10.5 \text{ mg NaHCO}_3$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

$$\text{درجۀ یونش} = \frac{0.05}{0.25} = 0.2$$

عبارت «پ»:  $\text{HA}$  اسید ضعیف است. اسیدهای ضعیف جزو الکترولیت‌های ضعیف هستند.

عبارت «ت»:  $\text{HX}$  یک اسید قوی است. زیرا در محلول اسیدهای قوی، غلظت اولیه اسید در محلول با غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر است:

$$M_{\text{HX}} = [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow M_{\text{HX}} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

با استفاده از حجم محلول، مقدار مول  $\text{HX}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مقدار مول حل‌شونده} = \frac{x \text{ mol HX}}{0.1 \text{ L}} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{x \text{ mol HX}}{0.1 \text{ L}} \Rightarrow x = 10^{-3} \text{ mol HX}$$

برای تهیه این محلول، می‌توان  $0.1$  مول از  $\text{HX}$  را در  $1$  لیتر آب حل کرد و سپس  $100$  میلی‌لیتر از آن برداشت.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶)

(مسن اسماعیل‌زاده)

۱۴۷- گزینة «۴»

$$\text{pH}(\text{HA}) = \text{pH}(\text{HB}) \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{HA}} = [\text{H}^+]_{\text{HB}}$$

$$\% \alpha(\text{HA}) = \% 8, \% \alpha(\text{HB}) = \% 2$$

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \Rightarrow [\text{H}^+] = \alpha \cdot [\text{HA}] \Rightarrow \lambda[\text{HA}] = 2[\text{HB}]$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{HB}]}{[\text{HA}]} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \text{حجم } 1 \text{ لیتر} \Rightarrow \frac{\text{mol HB}}{\text{mol HA}} = 4$$

$$\frac{\text{جرم HB}}{\text{جرم مولی HB}} = 4 \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی HA}}{\text{جرم مولی HB}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم HB}}{\text{جرم HA}} = 4 \times \frac{\text{جرم مولی HB}}{\text{جرم مولی HA}} = 4 \times \frac{60}{20} = 12$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

(مهمربسن ممبرزاره مقرر)

۱۴۸- گزینة «۴»

$$M = \frac{n}{V} = \frac{80}{0.2} = \frac{5}{16} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 12 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

درصد یونش برابر است با:

$$\alpha = \frac{[\text{OH}^-]}{M} = \frac{10^{-2}}{\frac{5}{16}} = 3/2 \times 10^{-2} \Rightarrow \alpha(\%) = 3/2$$

ثابت یونش برابر است با:

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-]^2}{M} = \frac{(10^{-2})^2}{\frac{5}{16}} = 3/2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳: صفحه ۱۹)