



آزمون « ۴ آذر ۱۴۰۱ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ گویی: ۱۶۵ دقیقه تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

زنگنه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
انتخابی	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
اجباری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
انتخابی	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
		۱۳۱-۱۴۰	
جمع کل	۱۲۰	۱-۱۴۰	۱۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمد خندان-سجاد داوطلب-یاسین سپهر-علی سلامت-محمدحسن سلامی-حسینی-علی اصغر شریفی پویان پهرانیان-حمید علیزاده-یغما کلاترپان-محمدجواد محسنی-میلاد منصوره-جهانبخش نیکنام-شهرام ولایی-فهیمة ولیزاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-محمد صحت کار-فرشاد صدیقی-فر علیرضا طاهری-رضا عباسی-اصل-سیدمحسن فاطمی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عادل حسینی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-علی صادقی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نوید مجیدی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-بیتا خورشید-محمدعلی راست پیمان سعید شرق-علیرضا طالبیان-سعید طاهری-بروجنی-پوریا علاقه مند-علی قائمی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-احسان کریمی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدجلال میری-حسین ناصحی-مجتبی تکونیان-شادمان ویسی
شیمی	هدی بهاری پور-محمدرضا پورچاوید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبیحی-روزبه رضوانی-علی طرفی-علیرضا کیانی دوست

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حمید علیزاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم
گروه ویراستاری	علی ارجمند مهدی ملازمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۹ تا ۴۴ / حسابان ۱: مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲

۱- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^3 - ax + 1$ بر $x - 3$ برابر ۲۲ است. مقدار a کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) صفر

۲- $p(x)$ یک چندجمله‌ای است به طوری که باقی‌مانده تقسیم $(x+2)p(x)$ بر $x^3 - x$ برابر $3x+1$ شده است. باقی‌مانده تقسیمچندجمله‌ای $p(x) - xp(1-x)$ بر $x^2 - x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$

۳- اگر $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5\pi}{8}$ و $\tan 2\theta = \frac{1}{m-1}$ باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $(1, +\infty)$

(۲) $(0, 1)$

(۳) $(1, 2]$

(۴) $[2, +\infty)$

۴- اگر $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{7}}{3}$ باشد، مقدار $\cot 2\alpha$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{\sqrt{56}}{9}$

(۲) $\frac{9}{5}$

(۳) $\frac{5}{9}$

(۴) $\frac{\sqrt{56}}{5}$

۵- α و β زاویه‌های حاده‌ای هستند به طوری که $\tan \alpha = 3$ و $\cos \beta = \frac{4}{5}$ است. مقدار $\sin\left(\frac{2\beta + 2\alpha}{4}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

محل انجام محاسبات

۶- اگر $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، $\tan(2\alpha - \frac{\pi}{6})$ برابر کدام است؟

$$(1) \frac{37\sqrt{3}}{15} \quad (2) -\frac{37\sqrt{3}}{15}$$

$$(3) -\frac{11\sqrt{3}}{63} \quad (4) \frac{11\sqrt{3}}{63}$$

۷- انتهای کمان‌های α و β در بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ قرار می‌گیرند و روابط $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$ و $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ برقرار است. مقدار

$\tan 2\beta$ کدام است؟

$$(1) \frac{7}{6} \quad (2) \frac{5}{4}$$

$$(3) \frac{3}{2} \quad (4) \frac{9}{2}$$

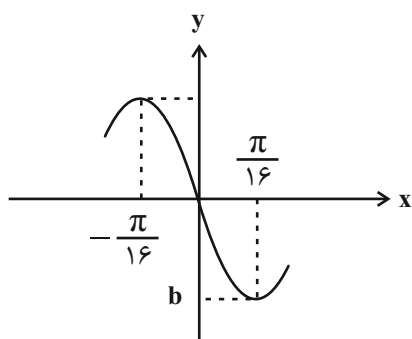
۸- قدرمطلق شیب خطی که یک ماکزیمم نمودار تابع $y = a \sin bx$ را به مینیمم متوالی‌اش وصل می‌کند، برابر ۴ است. مقدار مثبت

ab کدام است؟

$$(1) \pi \quad (2) 2\pi$$

$$(3) 2\pi \quad (4) 4\pi$$

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \cos^{\Delta} ax \sin ax - \sin^{\Delta} ax \cos ax$ به صورت زیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟



$$(1) -\frac{7}{4}$$

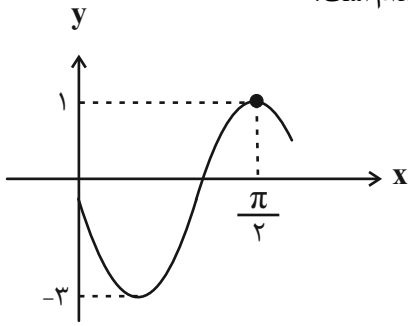
$$(2) \frac{7}{4}$$

$$(3) -\frac{9}{4}$$

$$(4) \frac{9}{4}$$

محل انجام محاسبات

۱۰- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{2})$ را نشان می‌دهد. حاصل abc کدام است؟



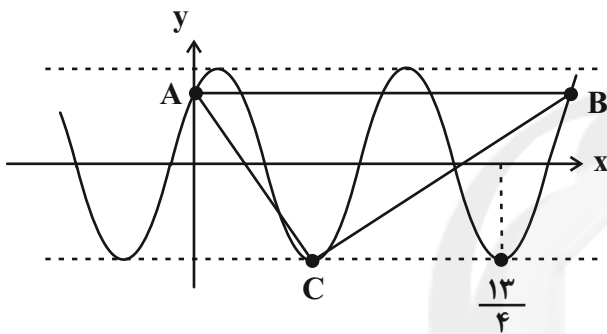
(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۶

(۴) -۶

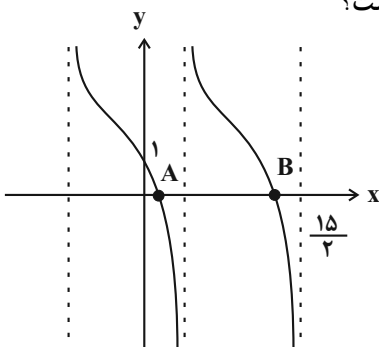
۱۱- قسمتی از نمودار تابع $y = \sin(ax + \frac{\pi}{4})$ به صورت زیر است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ (۲) $\sqrt{2} + 2$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

۱۲- برد تابع $f(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ با دامنه $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}\right] - \left\{\frac{5\pi}{12}\right\}$ به صورت $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل ab کدام است؟

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۳- اگر نمودار تابع $f(x) = \tan \pi ax + b$ به صورت زیر باشد، مجموع طول نقاط A و B کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۸/۵

(۳) ۷

(۴) ۷/۵

محل انجام محاسبات

۱۴- معادله $\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2m$ فقط یک جواب در بازه $\left(\pi, \frac{3\pi}{4}\right)$ دارد. حدود m کدام است؟

(۱) (۱, ۲) (۲) (-۱, ۰)

(۳) (-۱, ۱) (۴) (۰, ۱)

۱۵- تابع $y = 3 - 4 \sin^3 x$ در بازه $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}\right]$ چند بار به بیشترین مقدار خود می رسد؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۵ (۴) ۶

۱۶- مجموع جوابهای معادله $25 \sin x \cos x - 10 \cos x = 20 \sin x - 8$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) 3π (۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) 2π (۴) 4π

۱۷- مجموعه جوابهای نامعادله $4 \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 3 = 0$ را به صورت $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{i\pi}{12}$ نوشته ایم. اگر $0 \leq i < 7$ ، حاصل ضرب مقادیر

ممکن برای i کدام است؟ ($k, i \in \mathbb{Z}$)

(۱) ۶ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۳

۱۸- اگر a و b دو تا از جوابهای معادله $\tan 2x + \cos 4x = 1$ باشند، به طوری که $a \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ و $b \in \left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$ ، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{8}$ (۲) $\frac{9\pi}{8}$

(۳) $\frac{7\pi}{8}$ (۴) π

۱۹- معادله $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(x + \frac{5\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}\right]$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۲۰- انتهای کمانهای جوابهای معادله $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می دهند. مساحت

این چندضلعی کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$

(۳) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (۴) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربرد ها، مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۹

۲۱- دو خط متقاطع و غیر عمود d و l در صفحه مفروض اند. اگر سطح حاصل از دوران خط d حول خط l را با صفحه‌ای موازی با خط l

قطع کنیم، سطح مقطع حاصل کدام است؟

(۲) بیضی

(۱) دایره

(۴) هذلولی

(۳) سهمی

۲۲- تعداد جواب‌های دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-3)x + y = m \\ (m-4)x + my = m+2 \end{cases}$ به ازای مقادیر مختلف m چگونه است؟

(۲) یک جواب دارد یا فاقد جواب است.

(۱) همواره یک جواب دارد.

(۴) فاقد جواب است یا بی‌شمار جواب دارد.

(۳) یک یا بی‌شمار جواب دارد.

۲۳- دو نقطه A و B به فاصله ۱۰ واحد از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از یک سر پاره خط AB به فاصله ۴ و از

سر دیگر آن به فاصله ۸ واحد باشد؟

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) ۶

۲۴- نقاط A ، B و C در یک صفحه واقع اند به طوری که طول پاره خط AB برابر ۴ واحد است. اگر فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته

باشد که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ واحد باشد، آن گاه مثلث ABC لزوماً چه نوع مثلثی است؟

(۲) قائم‌الزاویه

(۱) متساوی‌الساقین

(۴) منفرجه‌الزاویه

(۳) متساوی‌الاضلاع

۲۵- به ازای کدام مقدار k ، مجموع ریشه‌های معادله $\begin{vmatrix} 1 & 0 & k \\ x & x+2 & 4 \\ x-1 & 0 & x \end{vmatrix} = 0$ برابر صفر است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

محل انجام محاسبات

۲۶- ماتریس مربعی A در رابطه $3A - A^2 = 3I$ صدق می کند. اگر $(A - 2I)^{-1} = \alpha I + \beta A$ باشد، دترمینان ماتریس

$$B = \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & 0 & 0 \\ \alpha + \beta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha + \beta \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) -۱ (۴) ۲

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2|A| & -2 \\ 7|A|-3 & -3|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(1+|A|)A^{-1}$ کدام است؟ ($|A| < 1$)

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{15}{4}$

(۳) $\frac{50}{27}$ (۴) $\frac{25}{6}$

۲۸- دو نقطه A و B بر مکان هندسی نقاطی از صفحه واقع اند که می توان از آن نقاط دو مماس که با هم زاویه 60° می سازند، بر دایره

$C(O, 4)$ رسم کرد. اگر پاره خط AB بر دایره C مماس باشد، طول این پاره خط کدام است؟

(۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{3}$

۲۹- اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون پذیر از مرتبه ۳ بوده و $3A - 2AB = 3B$ باشد، دترمینان ماتریس $A^{-1} - B^{-1}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{8}{27}$ (۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{8}{27}$

۳۰- اگر دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 6a & 10a^2 \\ 6 & 9b & 15b^2 \\ 10 & 15c & 25c^2 \end{bmatrix}$ برابر k باشد، دترمینان ماتریس $B = \begin{bmatrix} 4bc & 4 & 4a \\ 9ac & 9 & 9b \\ 25ab & 25 & 25c \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) k (۲) $2k$

(۳) $3k$ (۴) $5k$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰

۳۱- باقی مانده تقسیم عدد $27 - 13 \times 1397^{401} = A$ بر عدد ۵ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۲- چند عدد فرد سه رقمی وجود دارد که باقی مانده تقسیم آن‌ها بر ۱۷ و ۱۱ به ترتیب برابر ۱۱ و ۱ باشند؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۳۳- باقی مانده تقسیم عدد $8^{63} + 7^{63} + 6^{63} + 5^{63}$ بر ۷ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۵

(۴) ۶

۳۴- اگر مهرماه سالی شامل ۵ روز جمعه باشد، ۱۵ اسفند آن سال می‌تواند چه روزی از هفته باشد؟

(۱) شنبه

(۲) دوشنبه

(۳) چهارشنبه

(۴) جمعه

۳۵- اگر باقی مانده تقسیم اعداد چهار رقمی a_2a_1 و a_2a_1a بر عدد ۹ به ترتیب m و $m+1$ باشد، آن گاه مجموع ارقام کوچک‌ترینعدد طبیعی سه رقمی که به کلاس هم‌نهستی $[a]_m$ تعلق دارد، کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر رقم یکان عدد $7^{19} - 7^{11}$ برابر با صفر باشد آن گاه رقم یکان عدد 8^{11+19} کدام است؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

۳۷- در هم‌نهشتی به پیمانه ۲۲ اعداد 2^{11} و 6^{11} در یک دسته هم‌نهشتی قرار دارند. باقی‌مانده تقسیم $2^{2^{11}+7}$ بر ۳۱ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۸- به ازاء چند مقدار دو رقمی x ، معادله $(3a^2 + 2)x \equiv 7^a$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

۳۹- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $52x - 39y = 13$ صدق می‌کند کدام است؟

۲۴ (۱)

۲۵ (۲)

۲۶ (۳)

۲۷ (۴)

۴۰- با فرض وجود جواب در معادله هم‌نهشتی $24x \equiv a^{15} + 2$ ، مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار دو رقمی x به ازای بزرگ‌ترین مقدار سه

رقمی a کدام است؟

۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

۴۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر در فضا همواره درست است؟

الف) دو صفحه موازی با یک خط، موازی یکدیگرند.

ب) دو خط موازی با یک صفحه، موازی یکدیگرند.

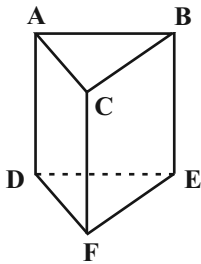
پ) دو خط عمود بر یک خط، موازی یکدیگرند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۴۲- در منشور قائم شکل زیر، اگر L خط دلخواهی در صفحه گذرنده از نقاط A ، B و C باشد، وضعیت نسبی خط L و یال FC کدام

نمی‌تواند باشد؟

(۱) متنافر

(۲) موازی

(۳) متقاطع

(۴) عمود

۴۳- پنج منشور مثلث القاعده یکسان که روی هریک از وجه‌های آن‌ها، عدد یک نوشته شده است را در یک ستون از روی قاعده‌ها

بر روی هم قرار می‌دهیم. مجموع اعداد قابل رؤیت کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۴۴- دو صفحه متقاطع P و Q بر هم عمودند و فصل مشترک آن‌ها خط d است. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟(۱) هر صفحه عمود بر P ، با صفحه Q موازی است.(۲) هر صفحه موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.(۳) هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.(۴) صفحه گذرنده از خط d و عمود بر P ، بر صفحه Q منطبق است.

محل انجام محاسبات

۴۵- نماهای روبه‌رو، چپ و بالای شکلی تشکیل شده از مکعب‌های کوچک یکسان، در شکل زیر داده شده است. این شکل حداقل

نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه‌رو	شامل چند مکعب کوچک است؟
			۸ (۱)
			۹ (۲)
			۱۰ (۳)
			۱۱ (۴)

۴۶- قاعده هرمی، مستطیل ABCD است. رأس این هرم را O نامیده‌ایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با این هرم، در صورتی

که صفحه P از O نگذرد ولی بر قاعده هرم عمود باشد، کدام است؟

- (۱) مثلث (۲) مستطیل (۳) لوزی (۴) دوزنقه

۴۷- سه صفحه P_1 ، P_2 و P_3 دو به دو متقاطع‌اند. فصل مشترک‌های این سه صفحه کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) یک نقطه (۲) یک خط (۳) سه خط موازی (۴) سه خط دو به دو متنافر

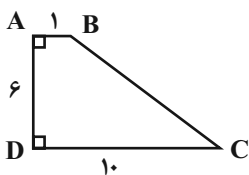
۴۸- دو خط d و d' در صفحه P و نقطه A خارج این صفحه مفروض‌اند. چند خط می‌توان رسم کرد که از نقطه A بگذرد و هر دو خط

d و d' را قطع کند؟

- (۱) همواره یک خط (۲) حداقل یک خط (۳) حداکثر یک خط (۴) چنین خطی وجود ندارد

۴۹- در شکل زیر، دوزنقه ABCD را حول ساق قائم AD دوران داده و سپس جسم حاصل را با صفحه‌ای موازی دو قاعده دوزنقه و به

فاصله ۲ واحد از CD برش می‌دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



(۱) $\frac{121\pi}{4}$

(۲) $\frac{225\pi}{4}$

(۳) 36π

(۴) 49π

۵۰- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۱ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل

رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) π

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

🔔 پاسخگویی به سؤالات هندسه ۲ اختیاری است و در تراز کل بی تأثیر است.

۵۱- اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC و $BC = a$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{a}{\tan \hat{A}}$ برابر کدام است؟ ($\hat{A} \neq 90^\circ$)

(۲) $R \sin \hat{A}$

(۱) $R \cos \hat{A}$

(۴) $2R \sin \hat{A}$

(۳) $2R \cos \hat{A}$

۵۲- اندازه اضلاع یک متوازی‌الاضلاع برابر ۳ و ۴ و زاویه حاده آن 30° است. مجموع مربعات طول دو قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۲) ۴۸

(۱) ۳۶

(۴) ۶۰

(۳) ۵۰

۵۳- در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = 5$ ، $AD = 12$ ، $BC = 4$ و $CD = 15$ است. مساحت چهارضلعی $ABCD$ چقدر

است؟

(۲) ۴۸

(۱) ۳۶

(۴) ۶۲

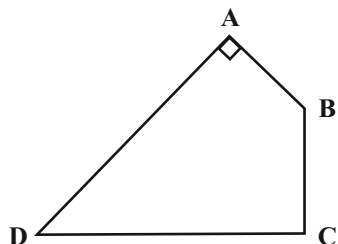
(۲) ۴۲

(۳) ۴۸

(۳) ۴۸

(۴) ۵۴

(۴) ۵۴



۵۴- در چهارضلعی محاطی $ABCD$ ، اگر $AB = 8$ ، $BC = 6$ ، $AC = 10$ و $\hat{A} = 150^\circ$ باشند، طول قطر BD کدام است؟

(۲) $5\sqrt{3}$

(۱) ۵

(۴) $10\sqrt{3}$

(۳) ۱۰

۵۵- مساحت مثلث ABC برابر $8\sqrt{3}$ واحد مربع است. اگر $BC = 4$ و $AC = 8$ و $AB < AC$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

(۲) $2\sqrt{6}$

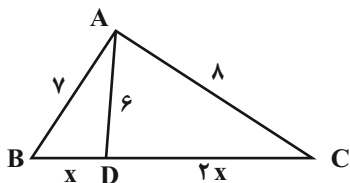
(۱) $4\sqrt{2}$

(۴) $4\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل مقابل مقدار x کدام است؟



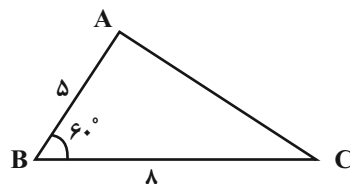
(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{2}{75}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{3}{25}$

۵۷- در شکل مقابل طول ارتفاع وارد بر ضلع AC، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) $\frac{20}{7}$

(۲) $\frac{20}{3}$

(۳) $\frac{16}{5}$

(۴) $\frac{5}{2}$

۵۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 6$ و $AC = 8$ است. اگر BD و CE نیمسازهای داخلی زوایای B و C باشند، حاصل

$\frac{BD}{CE}$ کدام است؟

(۴) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{9\sqrt{2}}{16}$

(۱) $\frac{9}{16}$

۵۹- در یک لوزی طول قطر کوچک برابر $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ و اندازه زاویه حاده 30° است. مساحت این لوزی کدام است؟

(۴) ۶

(۳) $\frac{9}{2}$

(۲) ۳

(۱) $\frac{9}{4}$

۶۰- در مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ ، میانه AM ، نیمساز زاویه B را در نقطه O قطع کرده است.

طول پاره خط BO چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۴) $\frac{10}{9}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{20}{9}$

(۱) $\frac{10}{3}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

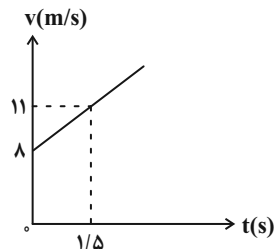
فیزیک ۳: حرکت بر خط راست - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱۵ تا ۳۵

۶۱- متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} (4 \text{ m/s}^2)$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. در لحظه معینی سرعت آن برابر با \vec{v} است و

سرعت متحرک $1/5$ ثانیه قبل و بعد از این لحظه \vec{v}_1 و \vec{v}_2 است. $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ چند واحد SI است؟

- (۱) $6\vec{i}$ (۲) $12\vec{i}$ (۳) $-6\vec{i}$ (۴) $-12\vec{i}$

۶۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مبدأ زمان در 5 متری سمت چپ مبدأ مکان بر روی محور x قرار دارد، مطابق شکل زیر



است. معادله مکان - زمان متحرک در SI کدام است؟

(۱) $x = -t^2 + 8t + 5$

(۲) $x = t^2 - 8t - 5$

(۳) $x = t^2 + 8t + 5$

(۴) $x = t^2 + 8t - 5$

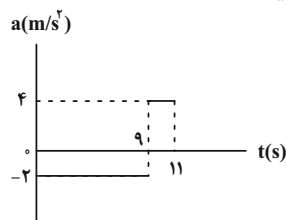
۶۳- دو متحرک از حال سکون و با شتاب‌های ثابت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از نقطه S روی مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند و با اختلاف

زمانی 2 ثانیه به نقطه E می‌رسند. فاصله S تا E چند کیلومتر است؟

- (۱) 72 (۲) 64 (۳) 0.72 (۴) 0.64

۶۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 5\text{s}$

عوض شود، بزرگی سرعت متوسط متحرک از لحظه تغییر جهت تا لحظه $t = 10\text{s}$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) 2

(۲) $2/2$

(۳) $4/4$

(۴) $8/8$

۶۵- دو متحرک با تندیه‌های ثابت $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. در لحظه‌ای که فاصله

آن‌ها از یکدیگر به 82 متر می‌رسد، هم‌زمان تندیه خود را با اندازه شتاب یکسان و ثابت کم می‌کنند تا متوقف شوند. کمینه

اندازه شتاب دو متحرک برای این‌که به هم برخورد نکنند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 4 (۴) 3

محل انجام محاسبات

۶۶- در یک مسیر مستقیم، کامیونی از حال سکون و با شتاب ثابت a از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند. T ثانیه بعد، اتومبیلی با سرعت ثابت و در جهت حرکت کامیون از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر اتومبیل فقط در یک نقطه به کامیون برسد، اندازه سرعت اتومبیل کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}aT$ (۲) aT (۳) $2aT$ (۴) $3aT$

۶۷- در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. مسافت طی شده توسط سنگ در ثانیه پنجم چند برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول حرکت است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $\frac{7}{9}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{11}{9}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۶۸- در شرایط خلأ، دو گلوله A و B را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین با اختلاف زمانی ۲ ثانیه رها می‌کنیم. هنگامی که گلوله A به زمین می‌رسد، گلوله B در چه فاصله‌ای از سطح زمین بر حسب متر قرار دارد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۰

۶۹- دو اسکیت باز به جرم‌های 80kg و 100kg در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. اگر هر دو با دست‌هایشان یکدیگر را برانند، حرکت اسکیت‌باز با جرم کمتر چگونه است؟ (سطح بدون اصطکاک است.)

- (۱) همواره با شتاب حرکت می‌کند. (۲) ساکن می‌ماند.

- (۳) ابتدا با شتاب و سپس با سرعت ثابت (۴) ابتدا با سرعت ثابت و سپس شتاب‌دار

۷۰- ذره‌ای به جرم 3kg با سرعت ثابت $\vec{v} = 4\vec{j}$ در حال حرکت است. اگر تحت اثر دو نیروی $\vec{F}_1 = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ و \vec{F}_2 ، پس از ۲ ثانیه سرعت ذره به $\vec{v}_2 = -4\hat{i}$ برسد، نیروی \vec{F}_2 که عکس‌العمل نیروی \vec{F}_1 است، کدام است؟ (تمام اندازه‌ها در SI است.)

- (۱) $2\vec{j} - 4\hat{i}$ (۲) $3\vec{j} + 3\hat{i}$ (۳) $2\vec{j} - 9\hat{i}$ (۴) $2\vec{j} + 9\hat{i}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۹

۷۱- کدام جمله صحیح نیست؟

- (۱) دماسنج بیشینه - کمینه در مراکز پرورش گل و گیاه، باغ‌داری و هواشناسی استفاده می‌شود.
 (۲) دماسنج ترموکوپل، به دلیل دقت کمتر نسبت به دماسنج‌های دیگر از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.
 (۳) کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل ولتاژ است.
 (۴) نقطه اتصال مرجع در دماسنج مقاومت پلاتینی در مخلوطی از آب و یخ قرار می‌گیرد.

۷۲- دمای اولیه‌ی مایعی θ_1 درجه سلسیوس است. اگر دمای مایع را افزایش دهیم، دمای این مایع برحسب درجه سلسیوس سه برابر می‌شود و دمای مایع برحسب کلوین 50° درصد افزایش می‌یابد. دمای اولیه‌ی این مایع چند درجه فارنهایت است؟

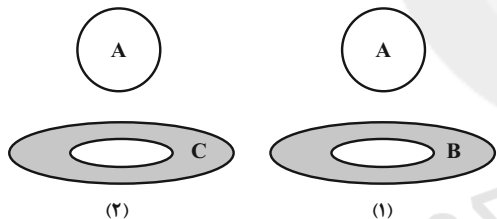
- (۱) $195/8$ (۲) $196/3$ (۳) $195/2$ (۴) $196/4$

۷۳- مقیاس دمایی نامعلومی دمای آب 10°C را 16 درجه نشان می‌دهد. اگر این مقیاس دمای 40°C را با عدد 40 درجه نشان دهد،

نقطه ذوب یخ در فشار یک اتمسفر در این مقیاس چند درجه است؟ (فرض کنید رفتار این مقیاس خطی است.)

- (۱) -10 (۲) 8 (۳) $12/5$ (۴) 4

۷۴- در شکل زیر توپ فلزی از جنس A و حلقه‌ها از جنس B و C می‌باشند و قطر توپ از قطر حفره حلقه‌ها بزرگ‌تر است. اگر در شکل (۱) توپ و حلقه به یک اندازه سرد شوند، توپ از حلقه عبور می‌کند و اگر در شکل (۲) توپ و حلقه به یک اندازه گرم شوند، توپ از حلقه عبور می‌کند. کدام مقایسه در مورد ضریب انبساط طولی این سه ماده صحیح است؟



$$\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C \quad (1)$$

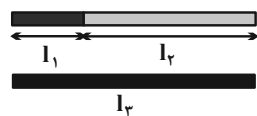
$$\alpha_C > \alpha_A > \alpha_B \quad (2)$$

$$\alpha_B > \alpha_C > \alpha_A \quad (3)$$

$$\alpha_B > \alpha_A > \alpha_C \quad (4)$$

۷۵- در دمای θ مجموع طول میله‌های به هم چسبیده (۱) و (۲) برابر است با طول میله (۳). اگر در هر دمایی بالاتر از θ ، این تساوی طول برقرار باشد و α_1 ، یک سوم l_3 و l_2 دو سوم l_3 باشد، ضریب انبساط طولی میله (۳)، کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

(α_1 ، α_2 و α_3 به ترتیب ضرایب انبساط طولی میله‌های (۱)، (۲) و (۳) هستند.)



$$\alpha_3 = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} \quad (2)$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (1)$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{3}\alpha_1 + \frac{1}{3}\alpha_2 \quad (4)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{3}\alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۷۶- ظرفی مسی به حجم 300 cm^3 را به طور کامل با گلیسیرین پر کرده ایم. اگر با افزایش دمای مجموعه به اندازه 50°C مقدار 2 cm^3 از

گلیسیرین به بیرون ظرف ریخته شود، تغییرات واقعی حجم گلیسیرین چند سانتی متر مکعب بوده است؟ $(\alpha_{\text{مس}} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}})$

۲/۷۶۵ (۴)

۲/۲۳۵ (۳)

۲/۰۰ (۲)

۱/۲۳۵ (۱)

۷۷- چگالی بنزین در دمای صفر درجه سلسیوس $879 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ می باشد. اگر دمای آن 100°C افزایش یابد، چگالی آن تقریباً چند واحد

SI می شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین 10^{-3} K^{-1} است و فرض کنید تبخیری صورت نگرفته باشد.)

۹۱۱ (۴)

۹۲۱ (۳)

۷۹۱ (۲)

۷۷۷ (۱)

۷۸- اگر به 2 kg آب با دمای 3°C به میزان $16/8 \text{ kJ}$ گرما دهیم، چگالی آن چگونه تغییر می کند؟ $(c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$

(۲) چگالی همواره افزایش می یابد.

(۱) چگالی همواره کاهش می یابد.

(۴) چگالی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

(۳) چگالی ابتدا کاهش، سپس افزایش می یابد.

۷۹- به پوسته کروی A و کره توپر B که شعاع یکسانی دارند ولی جرم B، δ برابر جرم A است، گرمای مساوی می دهیم. اگر گرمای ویژه

و ضریب انبساط خطی ماده سازنده A دو برابر گرمای ویژه و ضریب انبساط خطی ماده سازنده B باشد، تغییر حجم کره A چند

برابر تغییر حجم کره B است؟

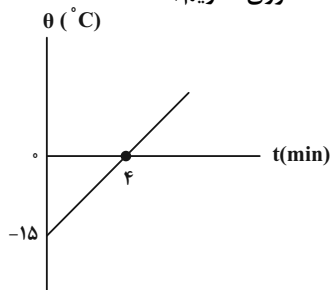
 $\frac{1}{5}$ (۴)

۵ (۳)

 $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱)

۸۰- با گرمکنی با توان مصرفی 1000 W و بازده 90% درصد، به جسمی با گرمای ویژه $200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ گرما می دهیم. اگر نمودار تغییرات

دما بر حسب زمان برای این جسم مطابق شکل زیر باشد، جرم جسم چند کیلوگرم است؟ (اتلاف انرژی نداریم.)



۷/۲ (۱)

۱/۸ (۲)

۷۲ (۳)

۱۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

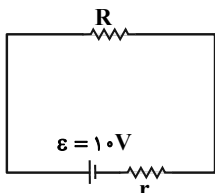
فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- در مدار شکل زیر، اگر توان تلف شده در باتری $\frac{1}{4}$ توان مصرفی در مقاومت R باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت

است؟



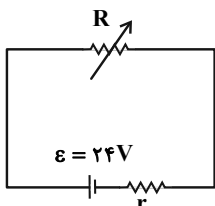
۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

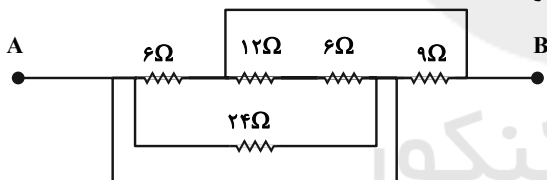
۴) باید مقاومت r مشخص باشد.۸۲- در مدار زیر توان مصرفی رتوستا وقتی $R_1 = 8\Omega$ و $R_2 = 2\Omega$ است، یکسان است. نسبت توان مصرفی در باتری در حالت اول به

حالت دوم کدام است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

 $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)۸۳- شکل زیر قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه B به اندازه $12V$ کمتر از پتانسیل نقطه A باشد،توان مصرفی کل مقاومت‌های بین دو نقطه A و B در شکل چند وات است؟

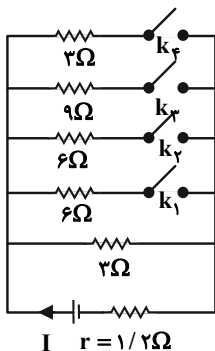
۱۸ (۱)

۲۴ (۲)

۴۸ (۳)

۹۶ (۴)

۸۴- در مدار روبه‌رو، کدام کلیدها را ببندیم، تا توان خروجی مولد، بیشینه شود؟

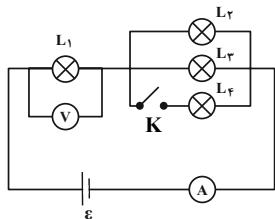
 k_3 و k_2 (۱) k_4 و k_1 (۲) k_2 و k_1 (۳) k_4 و k_3 (۴)

محل انجام محاسبات

۸۵- وقتی یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل کنیم، جریان $10A$ از آن می‌گذرد. در صورتی که این بخاری هر روز ۵ ساعت روشن باشد و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلو وات ساعت 100 تومان باشد، هزینه مصرف ماهانه آن چند تومان است؟ (هر ماه ۳۰ روز فرض شود).

(۱) 33000 (۲) 36000 (۳) 11000 (۴) 110000

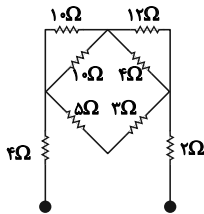
۸۶- در مدار شکل مقابل، تمام لامپ‌ها مشابه‌اند. با بستن کلید K چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این مدار صحیح است؟



الف) نور لامپ (۲) افزایش و نور لامپ (۱) کاهش می‌یابد.
 ب) عدد ولت‌سنج افزایش و عدد آمپرسنج نیز افزایش می‌یابد.
 پ) مقاومت معادل مجموعه افزایش می‌یابد.

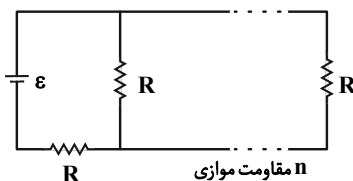
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸۷- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل مدار چند اهم می‌باشد؟



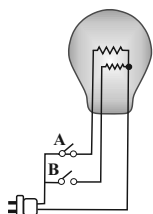
(۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۸۸- در شکل روبه‌رو، آرایه‌ای شامل n مقاومت موازی بطور متوالی به یک باتری با مقاومت درونی صفر و یک مقاومت بسته شده است. اگر مقاومت یکسانی بطور موازی به این آرایش افزوده شود، جریان باتری به اندازه $1/25\%$ تغییر می‌کند. n کدام است؟



(۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۸ (۴) ۴

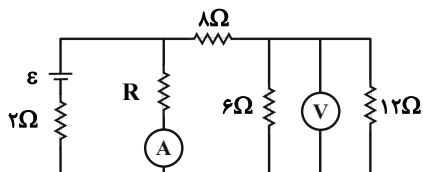
۸۹- یک لامپ سه‌راهه $220V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر مقاومت رشته‌ها برابر با 242Ω و 968Ω باشد، به ترتیب از راست به چپ کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ چند وات است؟



(۱) 40 و 200 (۲) 50 و 200
 (۳) 40 و 250 (۴) 50 و 250

۹۰- در مدار شکل زیر آمپرسنج آرمانی $4A$ و ولت‌سنج آرمانی 8 ولت را نشان می‌دهند. اگر جای آمپرسنج و ولت‌سنج را در مدار

عوض کنیم، چه اعدادی را نشان خواهند داد؟



(۱) صفر، $36V$ (۲) $2A$ ، صفر
 (۳) $24V$ ، $2A$ (۴) $3/6A$ و $28/8V$

محل انجام محاسبات

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۹

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- در یک دمای مشخص عدد نشان داده شده توسط دماسنج سلسیوس به اندازه ۸۰ واحد کم‌تر از عدد نشان داده شده توسط

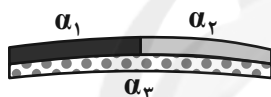
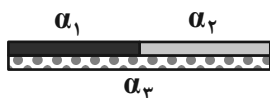
دماسنج فارنهایت است. این دما چند کلوین است؟

- (۱) ۳۵۳ (۲) ۳۷۳ (۳) ۳۲۳ (۴) ۳۹۳

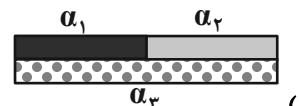
۹۲- دانش‌آموزی از صفر تا ۱۰۰ یک دماسنج سلسیوس را به ۸۰ قسمت مساوی تقسیم کرده است. اگر دمای جسمی در این دماسنج

۱۶ واحد باشد، این دما چند درجه فارنهایت است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶۸ (۳) ۵۵ (۴) ۶۴

 ۹۳- مطابق شکل سه میله با جنس‌های مختلف را به هم جوش می‌دهیم. اگر $\alpha_1 < \alpha_3 < \alpha_2$ باشد، در اثر کاهش دما، شکل نهایی به


چه صورتی در می‌آید؟


 ۹۴- اگر اختلاف طول دو میله به طول‌های $L_1 = 120\text{cm}$ و L_2 در هر تغییر دمای یکسانی، ثابت باشد، L_2 چند واحد SI است؟

$$(\alpha_2 = 2\alpha_1)$$

- (۱) ۰/۶ (۲) ۲/۴ (۳) ۶۰ (۴) ۲۴۰

 ۹۵- مساحت ورقه‌ای فلزی در دمای صفر درجه سلسیوس برابر 800cm^2 است. اگر در دمای 50°C مساحت ورقه به 801cm^2 برسد،

ضریب انبساط حجمی آن در SI کدام است؟

- (۱) $3/75 \times 10^{-5}$ (۲) $3/75 \times 10^{-4}$ (۳) $1/25 \times 10^{-5}$ (۴) $1/25 \times 10^{-4}$

 ۹۶- ظرفی به حجم ۲ لیتر از مایعی با ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{50} \times 10^{-5}$ به‌طور کامل پر شده است. چنانچه دمای ظرف و محتویات

 آن 100°C افزایش یابد، چند سانتی‌متر مکعب مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط خطی ظرف $\frac{1}{20} \times 10^{-5}$ می‌باشد.)

- (۱) ۲/۴ (۲) ۴/۸ (۳) ۶ (۴) ۳/۶

محل انجام محاسبات

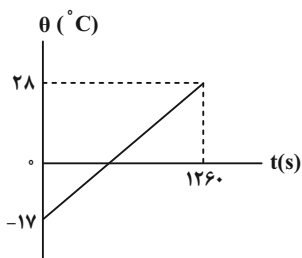
۹۷- در یک ظرف استوانه‌ای شکل مقداری آب با دمای صفر درجه سلسیوس قرار دارد. اگر دمای آب را تا 10°C افزایش دهیم، به شرط ناچیز بودن ضریب انبساط طولی ظرف، فشار وارد بر کف ظرف و ارتفاع آب به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) تغییر نمی‌کند - زیاد می‌شود.
 (۲) تغییر نمی‌کند - ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.
 (۳) زیاد می‌شود - زیاد می‌شود.
 (۴) زیاد می‌شود - ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۹۸- کدام شکل، تعادل گرمایی نهایی دو جسم سرد و گرم را درست نشان می‌دهد؟



۹۹- اگر به 4kg از مایعی با آهنگ ثابت 1200 ژول بر دقیقه گرما دهیم، نمودار تغییرات دمای آن بر حسب زمان مطابق شکل زیر می‌باشد. ظرفیت گرمایی مایع در SI کدام است؟



- (۱) 140
 (۲) 70
 (۳) 560
 (۴) 280

۱۰۰- با یک منبع گرمایی با توان ثابت، 4kg آب 25°C را در مدت 20min در فشار 1atm به جوش می‌آوریم. چقدر طول می‌کشد تا

با این منبع گرمایی دمای 9kg فولاد را از 21°C به 46°C برسانیم؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ و $c_{\text{فولاد}} = 420 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$)

- (۱) 90min (۲) 90s (۳) 15s (۴) 15min

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی و آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۴

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر در مورد دانش الکتروشیمی درست است؟

- (الف) یکی از کاربردهای الکتروشیمی، کنترل کیفی فرآورده‌های دارویی است.
 (ب) برای دستیابی به دانش الکتروشیمی، نخست باید دانست در چه واکنش‌هایی الکترون مبادله می‌شود.
 (پ) دانش الکتروشیمی توانست به وسیله تولید انرژی الکتریکی، در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.
 (ت) تهیه مواد جدید، بهبود خواص مواد و تأمین انرژی، هر سه در حوزه دانش الکتروشیمی قرار می‌گیرند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۲- اگر اسید چرب A در زنجیر هیدروکربنی خود پیوند دوگانه یا سه گانه نداشته باشد و در این زنجیر تعداد کربن‌ها برابر ۱۶ باشد، چند گرم از

آن می‌تواند با ۲۵۰ mL محلول سدیم هیدروکسید با $\text{pH} = 12/7$ واکنش دهد؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{Na} = 23, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$) (دما را 25°C در نظر بگیرید و $\log 5 = 0/7$)

(۱) ۳/۳۷۵ (۲) ۴/۲۲۵ (۳) ۲/۱۲۵ (۴) ۵/۵۷۵

۱۰۳- اگر در واکنش فلز روی با ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۲ مولار مس (II) سولفات، به جای فلز روی از فلز کلسیم استفاده شود، چند مورد

از موارد زیر تغییر نمی‌کند؟ (فرض کنید در هر دو واکنش، مقدار کافی از فلزهای کلسیم (Ca) و روی (Zn) وجود دارد.)

(الف) شمار الکترون‌های مبادله شده میان گونه‌های اکسند و کاهنده

(ب) دمای مخلوط واکنش پس از گذشت مدت زمانی از واکنش

(پ) جرم فلز تولید شده پس از پایان واکنش

(ت) آهنگ تغییر رنگ محلول مس (II) سولفات

(ث) گرمای مبادله شده پس از پایان واکنش

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- تیغه‌ای به جرم ۲۵ گرم از آلومینیم را وارد ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر نقره نیترات می‌کنیم. اگر پس از مدتی، غلظت

محلول نقره نیترات نصف شود و در این مدت واکنش با فرض آن که ۷۵ درصد رسوب تولید شده روی تیغه قرار گیرد، جرم تیغه

برابر چند گرم خواهد بود؟ ($\text{Al} = 27, \text{Ag} = 108 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۲۴/۶۴ (۲) ۲۸/۲۲ (۳) ۲۷/۸۸ (۴) ۲۸/۲۶

۱۰۵- در واکنش تولید آلومینیم اکسید از عنصرهای سازنده‌اش، کدام گزینه درست است؟

(۱) نسبت ضریب استوکیومتری گونه کاهنده به گونه اکسند در واکنش موازنه شده برابر با ۰/۷۵ است.

(۲) شعاع گونه کاهنده پس از انجام واکنش کاهش می‌یابد.

(۳) با تشکیل هر مول از فرآورده، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۴) اکسیژن با دریافت الکترون اکسید شده و شعاع آن افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- اگر تیغهای از جنس فلز را در محلولی از قرار دهیم، جرم تیغه می‌یابد و با قرار دادن یک تیغه از جنس فلز در محلولی از، جرم تیغه

Al > Zn > Fe > Cu > Ag: قدرت کاهندگی

(تمام رسوب روی تیغه قرار می‌گیرد.)

(Al = ۲۷, Fe = ۵۶, Cu = ۶۴, Zn = ۶۵, Ag = ۱۰۸ : g.mol⁻¹)

(۱) Zn - Fe^{۲+} - افزایش - Ag - Cu^{۲+} - ثابت می‌ماند

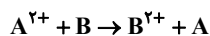
(۲) Al - Zn^{۲+} - افزایش - Cu - Al^{۳+} - ثابت می‌ماند

(۳) Al - Ag⁺ - کاهش - Zn - Fe^{۲+} - کاهش می‌یابد

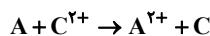
(۴) Cu - Al^{۳+} - کاهش - Al - Zn^{۲+} - افزایش می‌یابد

۱۰۷- چند مورد از نتیجه‌گیری‌های زیر با توجه به انجام واکنش‌های فرضی داده شده، قطعاً درست است؟

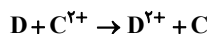
* B کاهنده‌تر از C است.



* یون A^{۲+} اکسنده‌تر از یون B^{۲+} است.



* B می‌تواند C را از نمک‌های آن آزاد کند.



* A می‌تواند موجب آزاد شدن D از نمک‌های آن شود.

* یون D^{۲+} اکسنده‌تر از یون A^{۲+} است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۸- ۳/۲۵ گرم فلز روی به طور کامل با دو لیتر محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۱ واکنش می‌دهد. تعداد الکترون مبادله شده و

pH نهایی محلول پس از اتمام واکنش به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (Zn = ۶۵g.mol⁻¹) (log ۵ = ۰/۷)

(۱) ۱/۷، ۳/۰۱ × ۱۰^{۲۲} (۲) ۱/۳، ۳/۰۱ × ۱۰^{۲۲} (۳) ۱/۷، ۶/۰۲ × ۱۰^{۲۲} (۴) ۱/۳، ۶/۰۲ × ۱۰^{۲۲}

۱۰۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- قدر مطلق بار گونه کاهنده طی انجام واکنش اکسایش - کاهش، افزایش می‌یابد.

- شعاع گونه اکسنده و کاهنده طی واکنش‌های اکسایش - کاهش همواره به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.

- با اتصال فلزها در شرایط مناسب به یکدیگر می‌توان همه انرژی ذخیره شده در آن‌ها را آزاد کرد.

- طلا و مس برخلاف سایر فلزات با اکسیژن واکنش نمی‌دهند.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۱۰- ۳۶/۵ گرم هیدروکلریک اسید را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۲ لیتر می‌رسانیم. ۴۰ میلی‌لیتر از آن با چند

میلی‌لیتر محلول کلسیم هیدروکسید با pH = ۱۳ به طور کامل واکنش می‌دهد؟ (H = ۱, Cl = ۳۵/۵ : g.mol⁻¹) (دمای واکنش

را ۲۵°C در نظر بگیرید.)

۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰

۱۱۱- فرمول شیمیایی چند ترکیب یونی زیر، درست است؟

- اسکاندیم برمید: ScBr_3	- منیزیم فسفید: Mg_3P_2		
- نیکل (III) سولفات: $\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3$	- مس (I) سولفید: CuS		
- آلومینیم کربنات: $\text{Al}_2(\text{CO}_3)_3$	- کلسیم یدید: CaI_2		
۱ (۴)	۲ (۳)	۳ (۲)	۴ (۱)

۱۱۲- درون مقداری آب ۰/۱ مول باریوم کلرید حل می‌کنیم. اگر بخواهیم یون‌های این ترکیب رسوب کنند، اضافه کردن کدام دو ماده به مقدار کافی مناسب است؟

(۱) سدیم سولفات، پتاسیم نیترات	(۲) پتاسیم سولفات، نقره نیترات
(۳) سدیم نیترات، نقره نیترات	(۴) نقره کلرید، سدیم برمید

۱۱۳- ۱۰۰ گرم محلول ۴۰ درصد جرمی NaCl را به تقریب با چند گرم محلول ۶۰ درصد جرمی این ماده مخلوط کنیم تا درصد جرمی NaCl در محلول نهایی به ۵۴ درصد برسد؟

۱ (۱۶۷)	۲ (۱۳۳)	۳ (۲۶۷)	۴ (۲۳۳)
---------	---------	---------	---------

۱۱۴- اگر با افزودن آب به ۰/۵ لیتر محلول ۰/۲ مولار سدیم نیترات، حجم آن را به ۵ لیتر برسانیم، در نیمی از محلول به دست آمده چند میلی‌گرم یون سدیم وجود دارد؟ ($N = 14, O = 16, Na = 23 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱ (۱۱۵۰)	۲ (۲۳۰۰)	۳ (۴۲۵۰)	۴ (۸۵۰۰)
----------	----------	----------	----------

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- غلظت ppm یون نیترات در آب دریا از سایر یون‌های چند اتمی بیشتر است.
- از انحلال هر مول آمونیوم سولفات در آب، ۳ یون آزاد می‌شود.
- به تقریب ۹۷ درصد آب‌های موجود در آب‌کره، غیرآشامیدنی هستند و ۳ درصد آن، آب شیرین است.
- برخی یون‌های لازم بدن در آب آشامیدنی طبیعی وجود ندارد.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

محل انجام محاسبات

۱۱۶- ۳۰ گرم کلسیم کربنات با چند میلی لیتر محلول ۳۶/۵ درصد جرمی هیدروکلریک اسید با چگالی $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ به طور کامل

واکنش می دهد؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35.5, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



۱) ۲۵ (۱) ۲) ۵۰ (۲) ۳) ۷۵ (۳) ۴) ۱۰۰ (۴)

۱۱۷- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

آ) یون سدیم بیشترین درصد جرمی را در بین یون های موجود در آب دریا دارد.

ب) خواص محلول ها به غلظت و وزن آنها وابسته است.

پ) نسبت شمار اتم ها در هر واحد فرمولی آمونیوم نیترات، به شمار یون ها در سدیم سولفات برابر ۳ است.

ت) با اضافه کردن آب به محلول غلیظ مس (II) سولفات، تعداد ذره های حل شونده تغییر نمی کند.

۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۴ (۴)

۱۱۸- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

* کمترین درصد استفاده از سدیم کلرید، در مصارف خانگی است.

* سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم که به عنوان چاشنی غذا استفاده می شود، محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.

* H_2O به عنوان جزء مشترک هوای پاک و سرم فیزیولوژی محسوب می شود.

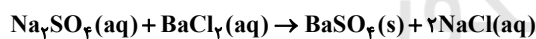
* تهیه محلول ها به حالت مایع با درصد جرمی معین، کار آسانتری نسبت به تهیه محلول با غلظت مولی معین است.

* اگر در یک کیلوگرم آب دریا، ۱۹۰۰۰ میلی گرم یون کلرید وجود داشته باشد، درصد وزنی آن برابر ۱۹ درصد است.

۱) ۲ (۱) ۲) ۴ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۱ (۴)

۱۱۹- اگر ۱۲۵۰ میلی لیتر محلول باریوم کلرید با ۲۰۰ میلی لیتر محلول سدیم سولفات که حاوی ۲۸/۷۵ گرم یون سدیم است؛ به طور

کامل واکنش دهد، مجموع غلظت مولی یون ها در محلول باریوم کلرید چند مولار است؟ ($\text{Na} = 23, \text{S} = 32, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)



۱) ۱ (۱) ۲) ۰/۵ (۲) ۳) ۱/۵ (۳) ۴) ۲ (۴)

۱۲۰- کدام گزینه درست است؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۱) حل شونده جزئی از محلول است که درصد جرمی کمتری از حلال دارد.

۲) اگر ۹۰ درصد حجم محلول یک نمک تبخیر شود، غلظت نمک حل شونده ۹ برابر می شود.

۳) اگر گلوکومتر عدد ۹۰ را نشان دهد، غلظت مولار گلوکز در خون فرد برابر ۰/۰۰۵ می باشد.

۴) منیزیم موجود در آب دریا را به روش تبلور استخراج می کنند.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۵

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۳۰ تا ۱۳۱) و شیمی ۱ (۱۴۰ تا ۱۴۱) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) علامت ΔH در واکنش فتوسنتز منفی است.

ب) آنتالپی برخی از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی به دست آورد.

پ) یکی از خواصی که در واکنش‌های شیمیایی تغییر می‌کند، محتوای انرژی مواد است.

ت) تغییر آنتالپی هر واکنش در حجم ثابت، برابر مقدار گرمایی است که سامانه واکنش با محیط داد و ستد می‌کند.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱۲۲- ارزش سوختی پروپین $48/45 \text{kJ.g}^{-1}$ است. به ازای تولید هر مول CO_2 چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود و این مقدار گرما برایتجزیه چند کیلوگرم مس (I) اکسید کافی است؟ ($H = 1, C = 12 : \text{g.mol}^{-1}$) $(\text{Cu}_2\text{O} = 144 \text{g.mol}^{-1})$ $\text{Cu}_2\text{O} \rightarrow \text{CuO} + \text{Cu} \quad \Delta H = 11/4 \text{kJ.mol}^{-1}$

۱ (۱) - ۱۹۳۸ / ۵/۶ ۲ (۲) - ۶۴۶ / ۵/۶ ۳ (۳) - ۱۹۳۸ / ۸/۱۶ ۴ (۴) - ۶۴۶ / ۸/۱۶

۱۲۳- از حل کردن ۲ گرم کلسیم کلرید جامد در ۵۰ mL آب در دمای اتاق، به اندازه‌ای گرما آزاد می‌شود که می‌تواند دمای محلول را تا

 $1/30^\circ\text{C}$ بالا ببرد. آنتالپی انحلال کلسیم کلرید به تقریب چند کیلوژول بر مول است؟(جرم محلول را به تقریب برابر با جرم حلال در نظر بگیرید.) ($d_{\text{آب}} = 1 \text{g.mL}^{-1}, \text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5 : \text{g.mol}^{-1}, c_{\text{آب}} = 4/2 \text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$)

۱ (۱) - ۸۲ / ۷ ۲ (۲) - ۲۹ / ۴۵ ۳ (۳) - ۶۶ / ۶۶ ۴ (۴) - ۱۳ / ۱۳

۱۲۴- مجموع آنتالپی‌های پیوند در دو گاز اتان و پروپان برابر با ۲۸۲۰ و ۳۹۹۲ کیلوژول است. تفاوت آنتالپی پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ و $\text{C}-\text{C}$ چند کیلوژول بر مول است؟

۱ (۱) ۴۶ ۲ (۲) ۶۴ ۳ (۳) ۵۴ ۴ (۴) ۴۵

۱۲۵- ارزش سوختی نوعی بیسکویت $18/45 \text{kJ.g}^{-1}$ است. اگر ۷۰ درصد این بیسکویت را کربوهیدرات تشکیل دهد، چند درصد آن را

چربی تشکیل داده است؟ (فرض کنید ۱۰ درصد بیسکویت را موادی تشکیل می‌دهد که در بدن انرژی آزاد نمی‌کند.)

چربی	پروتئین	کربوهیدرات	ماده غذایی
۳۸	۱۷	۱۷	ارزش سوختی (kJ.g^{-1})

۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) ۱۲ ۴ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۱۲۶- در یک واکنش هر قدر حالت فیزیکی واکنش دهنده‌ها به نزدیک‌تر باشد، ΔH واکنش بوده و هر قدر حالت

فیزیکی فراورده‌ها به نزدیک‌تر باشد، ΔH واکنش خواهد بود.

(۱) گرماگیر - جامد - بیشتر - گاز - کمتر

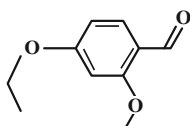
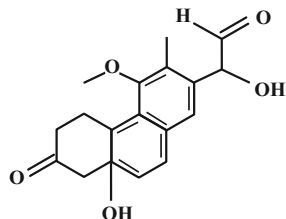
(۲) گرماده - جامد - بیشتر - گاز - بیشتر

(۳) گرماگیر - گاز - کمتر - گاز - بیشتر

(۴) گرماده - کمتر - جامد - بیشتر

۱۲۷- چه تعداد مورد از موارد داده شده، جمله زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«نسبت مجموع تعداد گروه‌های عاملی ... به مجموع تعداد گروه‌های عاملی در مجموع ساختارهای زیر برابر با ... است.»



* هیدروکسیل - اتری - $\frac{2}{3}$

* اتری - آلدهیدی - $\frac{3}{2}$

* آلدهیدی - کتونی - $\frac{1}{2}$

* هیدروکسیل - کتونی - ۲

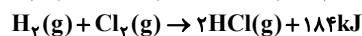
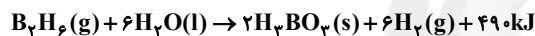
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۸- با توجه به واکنش‌های داده شده، مقدار ΔH واکنش: $\text{BCl}_3(\text{g}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_3\text{BO}_3(\text{s}) + 3\text{HCl}(\text{g})$ ، چند کیلوژول است؟



+۳۸۱ (۴)

-۱۰۹ (۳)

-۱۹۰ (۲)

-۱۴۸۵ (۱)

۱۲۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آنتالپی واکنش: $\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \frac{7}{2}\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، با آنتالپی سوختن اتان برابر است.

- واکنش: $\text{HCl}(\text{g}) \rightarrow \text{H}(\text{g}) + \text{Cl}(\text{g})$ ، یک واکنش گرماگیر محسوب می‌شود.

- ارزش سوختی آلکان‌ها، با افزایش جرم مولی آن‌ها، کاهش می‌یابد.

- تمام منابع تأمین انرژی یاخته‌ها در بدن، به قند خون شکسته می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

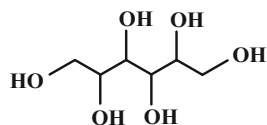
۱۳۰- سوربیتول یک داروی ملین است که برای درمان یبوست به کار می‌رود. با توجه به ساختار آن کدام گزینه نادرست است؟ ($\text{H} = 1\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(۱) می‌تواند بر اثر حل شدن در آب، با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

(۲) اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی گلوکز، برابر $2\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ است.

(۳) شمار پیوندهای کووالانسی در هر مولکول از این ترکیب برابر ۲۶ است.

(۴) شمار هیدروژن‌های آن با شمار هیدروژن‌های ۲- هپتانول برابر است.



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- غلظت مولی محلول ۳۶/۵ درصد جرمی هیدروکلریک اسید (HCl)، که چگالی آن $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ است، کدام است؟

$$(Cl = 35/5, H = 1: \text{g.mol}^{-1})$$

۱ (۱) ۱/۲ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲/۴ (۴)

۱۳۲- جمع جبری بارهای الکتریکی یون‌های هیدروکسید، کربنات، فسفات و شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی این یون‌ها کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۳۳- برای ضد عفونی کردن آب استخر از محلول کلر ۰/۷ درصد جرمی استفاده می‌شود. اگر مقدار مجاز کلر موجود در آب استخر

۱ppm باشد، چند کیلوگرم از این محلول برای ضد عفونی کردن 700 m^3 آب نیاز است؟ (چگالی آب استخر را 1 kg.L^{-1} در نظر

بگیرید.)

۱۵۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۴۹۰ (۴)

۱۳۴- چند عبارت در مورد آمونیوم کربنات صحیح است؟

* در هر واحد فرمولی آن در مجموع ۱۴ پیوند کووالانسی وجود دارد.

* بر اثر حل کردن هر مول از آن در مقدار کافی آب، ۲ مول یون تولید می‌شود.

* نسبت شمار عنصرها به اتم‌ها در آن برابر $\frac{1}{5}$ است.

* نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن، مشابه نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در لیتیم سولفات است.

* همانند آمونیوم نیترات یک ترکیب چهارتایی محسوب می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۵- کدامیک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) با توجه به اینکه ۷۵ درصد جرم زمین از آب تشکیل شده است، زمین از فضا به رنگ آبی دیده می‌شود.

(۲) یون‌های کلرید و سدیم فراوان‌ترین آنیون و کاتیون موجود در آب دریا هستند.

(۳) اگر محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات را بر روی یکدیگر بریزیم، رسوبی سفیدرنگ به دست می‌آید.

(۴) برای حفظ سلامت دندان‌ها، مقدار کمی یون فلوئورید به آب آشامیدنی اضافه می‌کنند.

محل انجام محاسبات

۱۳۶- اگر ۱۰ میلی لیتر از محلول سدیم سولفات با غلظت ۷۱ درصد جرمی و چگالی $1/5 \text{ g.mL}^{-1}$ با آب مقطر تا رسیدن به حجم ۶۰۰ میلی لیتر رقیق شود، غلظت یون سدیم در محلول نهایی به دست آمده تقریباً چند ppm خواهد بود؟ (چگالی محلول نهایی را

$1 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$ در نظر بگیرید.)

(O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲ : g.mol^{-1})

۱۴۳۷ (۱) ۲۸۷۵ (۲) ۳۸۳۳ (۳) ۵۷۵۰ (۴)

۱۳۷- چند مورد از عبارتهای زیر، نادرست است؟

(الف) تشکیل برف و باران، الگویی برای تهیه آب خالص است.

(ب) سالانه میلیونها تن نمک سدیم کلرید به روش تقطیر از آب دریا جدا می شود.

(پ) برخی از یونهای محلول در آب آشامیدنی به طور طبیعی در آب حل شده اند.

(ت) آب آشامیدنی مخلوطی ناهمگن بوده که حاوی مقدار کمی از یونهای گوناگون است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸- برای شناسایی یونهای کلرید، کلسیم و باریم در یک محلول به ترتیب می توان از محلولهای و استفاده کرد.

(گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) نقره نیترات، سدیم سولفات، سدیم فسفات

۲) نقره نیترات، سدیم فسفات، سدیم فسفات، سدیم سولفات

۳) سدیم سولفات، نقره نیترات، سدیم فسفات

۴) سدیم فسفات، نقره نیترات، سدیم فسفات، نقره نیترات

۱۳۹- کدام گزینه در مورد محلولی از MgCl_2 با غلظت ۹ / ۵ ppm و چگالی 1 g.mL^{-1} نادرست است؟ (Cl = ۳۵ / ۵, Mg = ۲۴ : g.mol^{-1})

۱) غلظت یون Cl^- در این محلول 2×10^{-4} مولار است.

۲) درصد جرمی یون Cl^- در این محلول $7/1 \times 10^{-4} \%$ است.

۳) درصد جرمی یون Mg^{2+} در این محلول، نصف درصد جرمی یون Cl^- است.

۴) غلظت ppm یون Mg^{2+} در این محلول برابر با ۲ / ۴ است.

۱۴۰- ۵۰ میلی لیتر محلول سولفوریک اسید با ۵۰۰ میلی گرم کلسیم کربنات واکنش کامل می دهد. جرم اسید در محلول اسید مورد

نظر، چند گرم و غلظت آن چند مولار است؟

(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰, S = ۳۲ : g.mol^{-1})

$\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

۰ / ۴۹ و ۰ / ۰۵ (۴) ۰ / ۹۸ و ۰ / ۰۵ (۳) ۰ / ۹۸ و ۰ / ۱ (۲) ۰ / ۴۹ و ۰ / ۱ (۱)

محل انجام محاسبات



آزمون «۴ آذر ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

دفترچه سؤال

مباحث نیم سال دوم دوازدهم
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس های نیم سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می شود.
تراز درس های نیم سال دوم دوازدهم در تراز کل بی تأثیر است.

مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه ۳	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی ۳	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حمید علیرزاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم
گروه ویراستاری	علی ارجمند مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کنش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): مشتق + کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۱۱۹

۱۴۱- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ در بازه $[4, 9]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

$$\frac{1}{16} \quad (2) \qquad \frac{25}{4} \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \qquad \frac{1}{9} \quad (3)$$

 ۱۴۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x+1} + a & x > 0 \\ x^2 - bx + b & x \leq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = ab$ کدام است؟

$$1 \quad (2) \qquad \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4) \qquad \frac{1}{6} \quad (3)$$

 ۱۴۳- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $f(x) = |x-1|\sqrt{x^2-1}$ کدام است؟

$$\left\{1, -\frac{3}{5}\right\} \quad (2) \qquad \left\{1, -1, \frac{3}{5}\right\} \quad (1)$$

$$\left\{1, -1, -\frac{3}{5}\right\} \quad (4) \qquad \left\{-1, \frac{3}{5}\right\} \quad (3)$$

 ۱۴۴- نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^8} - 4\sqrt[3]{x^2}$ سه رأس یک مثلث هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

$$2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3)$$

 ۱۴۵- مینیمم مطلق تابع $f(x) = (x-4)|x|$ در بازه $[-1, 3]$ کدام است؟

$$-5 \quad (2) \qquad -4 \quad (1)$$

$$-3 \quad (4) \qquad -6 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۱۴۶- در تابع $f(x) = (-1)^{|x|} \cos \frac{\pi x}{4}$ ، وضعیت نقاط با طول $x = 2$ و $x = 4$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

(۲) min نسبی - min نسبی

(۱) min نسبی - max نسبی

(۴) max نسبی - min نسبی

(۳) max نسبی - max نسبی

۱۴۷- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2|x| & ; x \neq 0 \\ k & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ مینیمم نسبی دارد ولی مینیمم مطلق ندارد. حدود k کدام است؟

(۲) $[-1, 0]$

(۱) $(-1, 0)$

(۴) $(-\infty, -1]$

(۳) $(-\infty, 0)$

۱۴۸- به ازای کدام مقدار k ، بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه $[1, 3]$ قرینه یکدیگرند؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۱۴۹- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2$; $x \in (-1, 3)$ با کمترین شیب ممکن، محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) -۳

(۴) ۴

(۳) ۲

۱۵۰- مستطیلی در سهمی $y = 16 - x^2$ طوری محاط شده است که یک ضلع آن روی محور x ها و دو رأس دیگر آن روی سهمی است.

ماکزیم مساحت این مستطیل کدام است؟ (مستطیل بالای محور x ها است).

(۲) $\frac{256}{3\sqrt{3}}$

(۱) $\frac{64}{3\sqrt{3}}$

(۴) $\frac{512}{3\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{128}{3\sqrt{3}}$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): آشنایی با مقاطع مخروطی، بردارها: صفحه‌های ۵۶ تا ۷۴

۱۵۱- قطر قاعده دو دیش مخابراتی به ترتیب ۶۰ و ۳۰ سانتی‌متر است. اگر فاصله کانونی دیش اول دو برابر فاصله کانونی دیش دوم باشد، گودی (عمق) دیش اول چند برابر گودی (عمق) دیش دوم است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۱۵۲- اگر نقاط $A = (-1, 0, 0)$ ، $B = (2, 0, \sqrt{2})$ و $C = (3, \sqrt{2}, \sqrt{2})$ ، سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه AM چه قدر است؟

۱ (۱) $\frac{\sqrt{87}}{2}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{63}}{2}$ ۳ (۳) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ ۴ (۴) $\frac{\sqrt{79}}{2}$

۱۵۳- کدام یک از معادلات زیر می‌تواند به پاره‌خط AB که موازی محور z ها است، تعلق داشته باشد؟

۱ (۱) $\begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ z = 5 \end{cases}$ ۲ (۲) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ۳ (۳) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ ۴ (۴) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ 2 \leq z \leq 5 \end{cases}$

۱۵۴- بردار $\vec{a} = (-1, -2, 2)$ مفروض است. مجموع مؤلفه‌های بردار \vec{b} به طول ۱۲ که موازی و خلاف جهت بردار \vec{a} باشد، کدام است؟

۱ (۱) ۲ ۲ (۲) -۲ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) -۴

۱۵۵- نقاط $A = (1, -3, 0)$ و $B = (2, 1, 1)$ مفروض‌اند. اگر $\vec{AM} = 2\vec{MB}$ ، آنگاه مختصات نقطه M کدام است؟

۱ (۱) $(\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2})$ ۲ (۲) $(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ۳ (۳) $(1, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ ۴ (۴) $(3, -2, 1)$

۱۵۶- تصویر قائم نقطه $A = (a, b, 3)$ روی صفحه xy ، نقطه $B = (2, 3, c)$ و قرینه نقطه A نسبت به همین صفحه، نقطه $C = (d, e, f)$ است. مجموع مختصات نقطه C کدام است؟

۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) -۴ ۴ (۴) -۲

۱۵۷- اگر $A = (1, -1, 2)$ ، $B = (2, 2, 4)$ و $C = (-2, 0, 1)$ سه رأس از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند، آنگاه طول قطر BD کدام است؟

۱ (۱) ۵ ۲ (۲) $5\sqrt{2}$ ۳ (۳) $5\sqrt{3}$ ۴ (۴) ۱۰

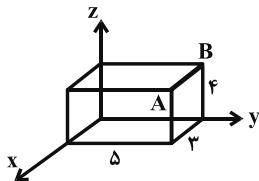
۱۵۸- در دوزنقه متساوی‌الساقین $(AB \parallel CD)ABCD$ ، بردار $\vec{AC} - \vec{BD}$ کدام است؟

۱ (۱) $\vec{AB} + \vec{AD}$ ۲ (۲) $\vec{AD} + \vec{CB}$ ۳ (۳) $\vec{AD} + \vec{BC}$ ۴ (۴) $\vec{AB} + \vec{DC}$

۱۵۹- اگر $\vec{a} = 3\vec{k} + \vec{j}$ و $\vec{b} = -\vec{k} + \vec{i}$ باشد، آنگاه طول بردار $\vec{a} + \vec{b}$ چند برابر طول بردار $\vec{a} - \vec{b}$ است؟

۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۱۶۰- در مکعب مستطیل شکل مقابل، معادلات مربوط به یال AB کدام است؟



۱ (۱) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$ ۲ (۲) $\begin{cases} x = 3 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ z = 4 \end{cases}$

۳ (۳) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$ ۴ (۴) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته (اختیاری): ترکیبات (شمارش): صفحه‌های ۵۹ تا ۷۲

۱۶۱- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x_5 = 3$ و $x_4 > 3$ دارد؟

- ۳۵ (۱) ۵۶ (۲) ۸۴ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۶۲- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن برابر ۷ باشد؟

- ۱۵ (۱) ۲۱ (۲) ۲۸ (۳) ۳۶ (۴)

۱۶۳- به چند طریق می‌توان ۱۲ سیب یکسان را بین ۴ نفر تقسیم کرد به گونه‌ای که هر نفر حداقل یک سیب دریافت کرده و تعداد

سیب‌های نفر چهارم، ۲ واحد بیشتر از نفر سوم باشد؟

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۱۶۴- کدام یک از مربع‌های زیر را می‌توان با پر کردن خانه‌های خالی به مربع لاتین تبدیل کرد؟

	۲	۱
	۱	۲

(۴)

۲		۳
۳		
	۲	

(۳)

۱	۲	
	۳	

(۲)

۳	۲	
		۱

(۱)

۱۶۵- اگر A و B دو مربع لاتین متعامد 3×3 باشند، آنگاه در مربع حاصل از کنار هم قرار دادن درایه‌های این دو مربع، مجموع اعداد دو رقمی

هر سطر برابر کدام است؟

- ۶۶ (۱) ۶۴ (۲) ۵۵ (۳) ۵۴ (۴)

۱۶۶- کدام یک از مربع‌های لاتین زیر از یک جایگشت روی مربع لاتین حاصل شده است؟

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

(۴)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

(۳)

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

(۲)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

(۱)

محل انجام محاسبات

			۱
z	۲		x
۱			
	y	۳	

۱۶۷- در مربع لاتین مقابل، حاصل $x+y+z$ کدام است؟

۷ (۲)

۱۰ (۱)

۸ (۴)

۹ (۳)

۱			
	۲		
		۲	
			۱

۱۶۸- خانه‌های مربع مقابل را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به طوری که یک مربع لاتین تشکیل شود؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲	۳	۴	۱
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲
۳	۲	۱	۴

۱۶۹- کدام یک از مربع‌های لاتین زیر با مربع مقابل متعامد است؟

۲	۳	۴	۱
۳	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲

(۲)

۱	۲	۳	۴
۲	۳	۴	۱
۳	۴	۱	۲
۴	۱	۲	۳

(۱)

۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱
۴	۱	۲	۳
۱	۲	۳	۴

(۴)

۳	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲
۲	۳	۴	۱

(۳)

۱۷۰- اگر مربع لاتین A تحت جایگشت $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{matrix}$ به مربع لاتین B تبدیل شود، آنگاه حاصل $a+b+c$ کدام است؟
$$A = \begin{matrix} & & 2 & & \\ & & & & \\ 3 & & & 1 & \\ & & & & 3 \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} & & & & \\ & & a & & b \\ & & & & \\ c & & & & \end{matrix}$$

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۸۹ تا ۱۱۴

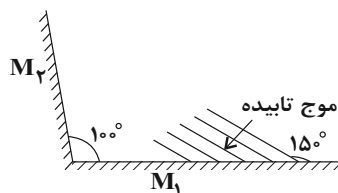
۱۷۱- شخصی در فاصله ۳۴ متری از یک دیوار قائم قرار دارد و پژواک صدای خود را 0.2 ثانیه بعد می‌شنود. اگر با تغییر دمای محیط تندی صوت در هوا ۱۰ درصد افزایش یابد، در حالت جدید، شخص حداکثر چند متر می‌تواند به دیوار نزدیک شود تا پژواک صدای خود را از صدای اولیه خود تمیز دهد؟

- (۱) $18/7$ (۲) $15/3$ (۳) 17 (۴) $7/6$

۱۷۲- وال عنبر برای مکان‌یابی پژواکی امواج فراصوت با بسامد 100 kHz گسیل می‌کند. تندی این امواج در آب دریا $1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر ابعاد موانع A و B و C که در مسیر وال قرار دارد، به ترتیب 0.5 cm و $1/5 \text{ cm}$ و 3 cm باشد، وال کدامیک را می‌تواند تشخیص دهد؟

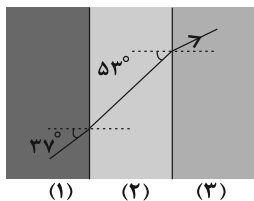
- (۱) فقط B (۲) A و B (۳) B و C (۴) فقط A

۱۷۳- در شکل زیر جبهه‌های موج تختی را مشاهده می‌کنید که ابتدا به آینه M_1 برخورد می‌کنند. زاویه بین جبهه موج بازتاب از آینه M_2 با خط عمود بر آینه M_2 چند درجه است؟



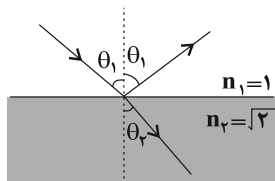
- (۱) ۷۰
(۲) ۲۰
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

۱۷۴- در شکل زیر پرتو نور از محیط شفاف (۱) وارد دو محیط شفاف دیگر می‌شود. اگر تندی نور در محیط (۲) ۶۰ درصد بیش‌تر از تندی نور در محیط (۳) باشد، نسبت ضریب شکست محیط (۳) به ضریب شکست محیط (۱) چقدر است؟ (سطح جدایی محیط‌ها موازی با یکدیگر است و $\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $\frac{32}{15}$ (۲) $\frac{15}{32}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۷۵- در شکل زیر، پرتو نوری به‌طور مایل به سطح جدایی دو محیط می‌تابد، به‌طوری که بخشی وارد محیط دوم شده و بخشی دیگر به محیط اول باز می‌گردد. اگر زاویه بین پرتوی تابش و پرتوی بازتاب، $1/5$ برابر زاویه بین پرتو شکست و سطح جدایی دو محیط باشد، زاویه بین پرتوی شکست و پرتوی بازتاب چند درجه است؟ (فرض شود محیط هیچ جذبی رخ نمی‌دهد).



- (۱) ۴۵
(۲) ۷۵
(۳) ۹۰
(۴) ۱۰۵

محل انجام محاسبات

۱۷۶- در شکل زیر، طناب‌های A و C مشابه و همگن و طناب B نازک‌تر است. اگر در طناب A، تپی عرضی ایجاد کنیم، کدام کمیت برای تمام تپ‌های عبوری و بازتابیده شده در هر سه طناب، برابر است و اگر طول طناب A را نصف کنیم، تندی انتشار موج در طناب A چند برابر می‌شود؟ (نیروی کشش طناب‌ها ثابت است.)



(۱) بسامد موج، $\frac{1}{2}$

(۲) دوره موج، ۱

(۳) طول موج، $\frac{1}{2}$

(۴) طول موج، ۱

۱۷۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) ضریب شکست هر محیطی (به جزء خلأ) برای پرتوهای نور، به طول موج نور در آن محیط بستگی دارد.

(۲) ضریب شکست شیشه معمولی برای طیف مرئی با کاهش طول موج، افزایش می‌یابد.

(۳) به پخش‌شدگی نور سفید در یک منشور به مؤلفه‌های رنگی خود، پاشندگی نور می‌گویند.

(۴) با افزایش دمای هوای محیط، ضریب شکست هوا افزایش می‌یابد.

۱۷۸- آزمایش یانگ را مرتبه اول در هوا با نوری با بسامد f و مرتبه دوم در محیط شفاف با ضریب شکست $\frac{3}{4}$ و با نوری با بسامد $\frac{3}{4}f$

انجام می‌دهیم. در حالت دوم پهنای نوارهای روشن چند برابر حالت اولیه است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{8}{9}$

(۴) $\frac{9}{8}$

۱۷۹- تار به جرم $5g$ و طول $32cm$ را که دو انتهای آن ثابت است، با نیرویی به بزرگی $100N$ می‌کشیم. اگر در این تار موج ایستاده‌ای با طول موج $16cm$ تشکیل شود، به ترتیب از راست به چپ بسامد نوسان‌های آن چند مرتبه بوده و کدام هماهنگ آن تشدید شده است؟

(۱) $4,500$

(۲) $4,250$

(۳) $3,500$

(۴) $3,250$

۱۸۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) در شرایط یکسان، هر چه طول یک لوله صوتی کمتر باشد، بسامد مد نخست آن دارای صدای زیرتری است.

(۲) با توجه به ساختار تشدیدگر هلمهولتز، با دمیدن هر صوتی با هر بسامدی، پدیده تشدید در آن رخ می‌دهد.

(۳) با خالی کردن آب درون گالن، صدای تولید شده از آن بم‌تر می‌شود.

(۴) هنگام تشدید در هوای داخل لوله صوتی با دو انتهای باز، تعداد شکم‌ها از تعداد گره‌ها بیشتر است.



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۸

۱۸۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد فرایند هابر به درستی بیان شده است؟

الف) در واکنش مربوط به آن، حداکثر ۲۸ درصد مولی آمونیاک تولید می‌شود.

ب) افزایش $N_2(g)$ در واکنش تعادلی تهیه گاز آمونیاک به روش هابر، موجب افزایش غلظت همه گونه‌های گازی می‌شود.پ) واکنش مربوط به آن، در دمای $25^\circ C$ نسبت به دمای $450^\circ C$ پیشرفت بیشتری دارد.ت) برای کامل کردن فرایند هابر می‌توان آمونیاک تولید شده را خارج نمود و برای این منظور باید دما را تا حدود $40^\circ C$ کاهش داد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۲- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی کاتالیزگر را به شکل مش‌های ریز در می‌آورند.

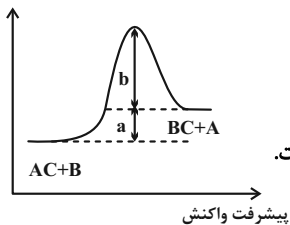
ب) مبدل کاتالیستی برای مدت کوتاهی کار می‌کند، سپس کارایی خود را از دست می‌دهد و دیگر قابل استفاده نیست.

پ) در سطح سرامیک‌ها در مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی به قطر ۲ تا 10 میلی‌متر وجود دارند.ت) مبدل کاتالیستی آمونیاک تولیدی در خودروهای بنزینی و دیزلی را با گازهای NO و NO_2 واکنش می‌دهد و بخار آب و گاز نیتروژن تولید می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۳- با در نظر گرفتن نمودار زیر، چه تعداد از عبارت‌های داده شده نادرست است؟ (همه مواد در حالت گازی هستند.) ($a < b$)

انرژی (kJ)



الف) آنتالپی پیوند BC بیش‌تر از AC است.

ب) با استفاده از کاتالیزگر مناسب انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت به یک نسبت افزایش خواهند داشت.

پ) انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت به اندازه a کیلوژول از انرژی فعال‌سازی واکنش رفت بیشتر است.

ت) آنتالپی واکنش از انرژی فعال‌سازی واکنش رفت و برگشت کوچک‌تر است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱۸۴- 480 گرم گاز SO_3 را وارد یک ظرف سربسته 2 لیتری می‌کنیم تا تعادل: $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ برقرار شود. اگر درهنگام تعادل اولیه، مجموع شمار مول‌های گازی درون ظرف واکنش برابر 7 باشد؛ در این حالت با کاهش حجم ظرف تا 1 لیتر،چند گرم گاز گوگرد تری‌اکسید از ظرف خارج شود تا مقدار تغییرات مول گاز O_2 ، نصف مقدار مول گاز SO_3 در تعادل جدیدباشد؟ ($O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

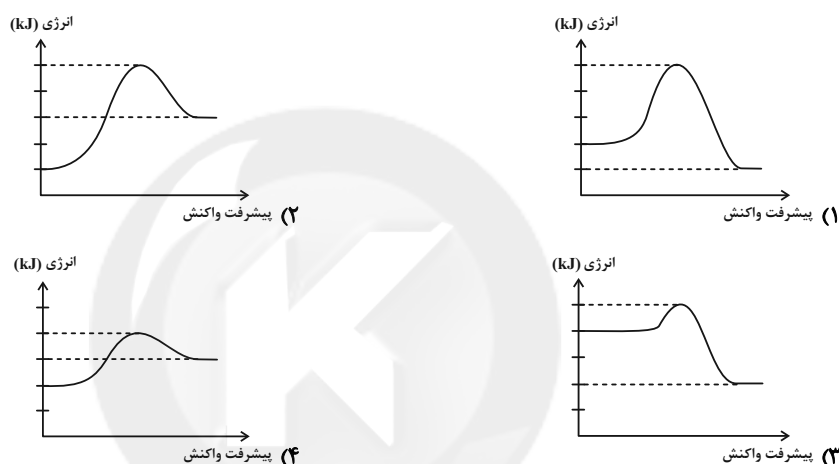
۴۸۰ (۴) ۴۲۰ (۳) ۳۶۰ (۲) ۲۴۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۸۵- کدام گزینه درست است؟

- (۱) چنانچه در یک تعادل گازی سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها 20 کیلوژول کمتر از فراورده‌ها باشد، با افزایش دما ثابت تعادل واکنش کاهش می‌یابد.
- (۲) چنانچه در یک تعادل گازی ثابت تعادل برابر $K = 2 \times 10^{-9}$ باشد، افزایش حجم تأثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.
- (۳) کاتالیزگر انرژی فعالسازی رفت و برگشت را به یک نسبت کاهش می‌دهد.
- (۴) در تعادل $H_2O(g) \rightleftharpoons H_2O(l)$ ، با افزایش فشار، غلظت تعادلی بخار آب افزایش می‌یابد.

۱۸۶- کدامیک از نمودارهای داده شده مربوط به یک واکنش گرماده است که با سرعت کمتری انجام می‌شود؟ (مقیاس در نمودارها یکسان است).



۱۸۷- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد واکنش فرضی: $X \rightarrow Y$ (با توجه به جدول داده شده) درست هستند؟

ΔH	E_a (برگشت)	E_a (رفت)	
	480 kJ		بدون کاتالیزگر
$+320 \text{ kJ}$		720 kJ	در حضور کاتالیزگر

* در نمودار انرژی - پیشرفت واکنش، سطح انرژی فراورده‌ها در عدم حضور کاتالیزگر، نسبت به حضور کاتالیزگر به سطح انرژی قله نزدیک‌تر است.

* مجموع E_a (رفت) بدون حضور کاتالیزگر و E_a (برگشت) در حضور کاتالیزگر، برابر 1200 کیلوژول است.

* نسبت مقدار E_a (برگشت) بدون کاتالیزگر به مقدار E_a (برگشت) در حضور کاتالیزگر بزرگ‌تر از نسبت مقدار E_a (رفت) بدون کاتالیزگر به E_a (رفت) در حضور کاتالیزگر است.

* در شرایط یکسان، همواره سرعت تبدیل X به Y بیشتر از سرعت تبدیل Y به X است.

۴ (۴)

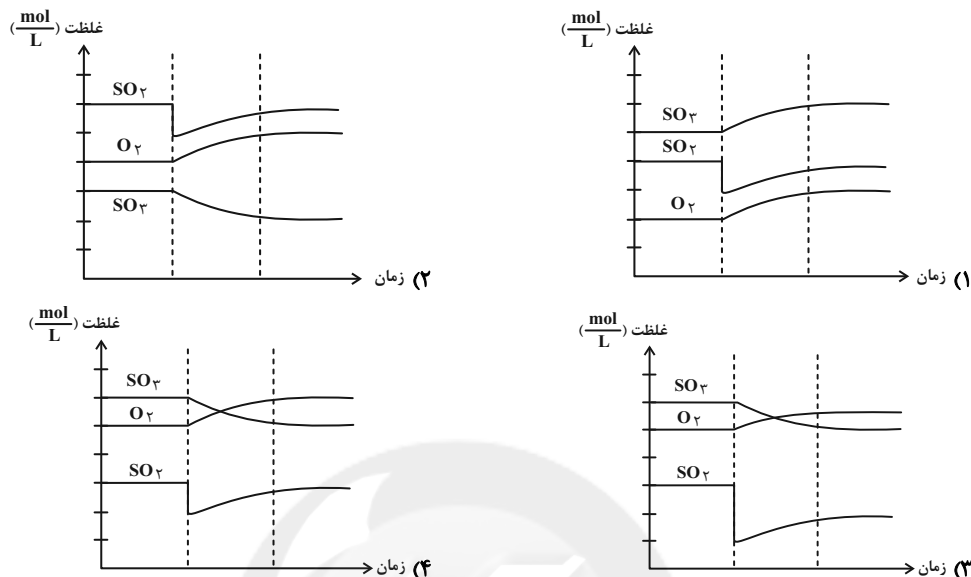
۳ (۳)

۲ (۲)

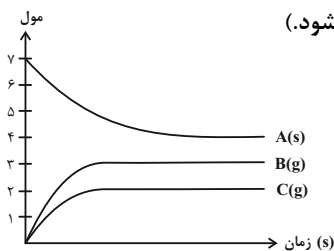
۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۸۸- اگر در دمای ثابت مقداری از گاز SO_2 را از سامانه تعادلی: $2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{SO}_3(\text{g})$ خارج کنیم، تغییر غلظت مواد تا زمان رسیدن به تعادل جدید به کدام صورت زیر خواهد بود؟



۱۸۹- با توجه به نمودار زیر، مقدار عددی ثابت تعادل کدام است؟ (حجم ظرف واکنش ۲ لیتر فرض شود).



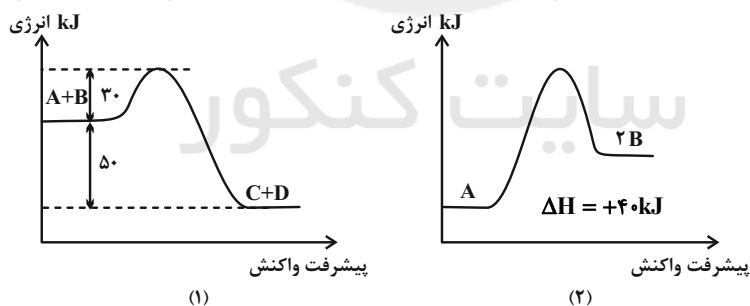
(۱) $2 / 25 \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$

(۲) $3 / 375 \text{ mol}^5 \cdot \text{L}^{-5}$

(۳) $1 / 5 \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$

(۴) $2 / 25 \text{ mol}^3 \cdot \text{L}^{-3}$

۱۹۰- با توجه به نمودارهای انرژی - پیشرفت واکنش‌های زیر، کدام گزینه درست است؟ (مقیاس نمودارها یکسان است).



(۱) معادله واکنش نمودار (۱) را می‌توان به صورت $A + B + Q \rightarrow C + D$ در نظر گرفت.

(۲) انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش دوم، نصف انرژی فعال‌سازی رفت، واکنش (۱) است.

(۳) اگر E_a واکنش دوم، دو برابر E_a واکنش (۱) باشد، E_a واکنش (۲) برابر با 20 kJ است.

(۴) در واکنش (۲) به ازای تولید هر مول B، 40 kJ انرژی نیاز است.



آزمون ۴ آذر ۱۴۰۱ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمد خندان-سجاد داوطلب-یاسین سپهر-علی سلامت-محمدحسن سلامی-حسینی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-یغما کلانتریان-محمدجواد محسنی-میلاد منصوری-جهانبخش نیکنام-شهرام ولایی-فهیمة ولیزاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-محمد صحت کار-فرشاد صدیقی-فر-علیرضا طاهری-رضا عباسی-اصل-سیدمحسن فاطمی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عادل حسینی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-علی صادقی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نوید مجیدی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-بیتا خورشید-محمدعلی راست پیمان-سعید شرق-علیرضا طالبیان-سعید طاهری-پروچنی-پوریا علاقه مند-علی قائمی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-احسان کرمی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدجلال میری-حسین ناصحی-مجتبی نکونیان-شادمان ویسی
شیمی	هدی بهاری پور-محمدرضا پورجواید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبھی-روزبه رضوانی-علی طرفی-علیرضا کیانی دوست

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حمید علیزاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم
گروه ویراستاری	علی ارجمند مهدی ملازمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۲ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۱» -۱

(عادل سینی)

باقی مانده تقسیم برابر $f(3)$ است:

$$\Rightarrow f(3) = 3^3 - 3a + 1 = 28 - 3a = 22 \Rightarrow a = 2$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۴» -۲

(عمیر علیزاده)

رابطه تقسیم را برای تقسیم $(x+2)p(x)$ بر $x^3 - x$ می‌نویسیم:

$$(x+2)p(x) = x(x-1)(x+1)q_1(x) + 2x + 1$$

مقادیر $x=0$ ، $x=1$ ، $x=-1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$2p(0) = 1 \Rightarrow p(0) = \frac{1}{2}$$

$$2p(1) = 4 \Rightarrow p(1) = \frac{4}{2}$$

$$p(-1) = -2$$

حال رابطه تقسیم دوم را می‌نویسیم:

$$p(x) - xp(1-x) = x(x-1)q_2(x) + \alpha x + \beta$$

در اینجا باقی مانده را درجه یک و به صورت $\alpha x + \beta$ در نظر گرفته‌ایم.حال مقادیر $x=0$ و $x=1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$x=0: p(0) = \beta \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$$

$$x=1: p(1) - p(0) = \alpha + \beta \Rightarrow \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \alpha + \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

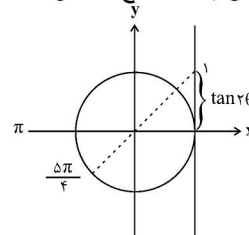
پس باقی مانده تقسیم $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۴» -۳

(عمیر علیزاده)

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5\pi}{8} \Rightarrow \pi < 2\theta \leq \frac{5\pi}{4}$$

یعنی انتهای کمان 2θ می‌تواند در قطاع مشخص شده زیر باشد:پس $\tan 2\theta$ در بازه $(0, 1]$ می‌تواند تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < \frac{1}{m-1} \leq 1 \Rightarrow m-1 \geq 1 \Rightarrow m \geq 2$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۹)

گزینه «۴» -۴

(عادل سینی)

$$\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - 1$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{\pm\sqrt{56}}{9}$$

$$\Rightarrow \cot 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{56}}{5}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۳» -۵ (میلاد منصوری)

اگر $\tan \alpha = 3$ ، اولاً $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و ثانیاً $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ ولذا $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ است. ولی $\frac{\pi}{2} < 2\alpha < \pi$ در ناحیه دوم است. لذا

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{4}{5}$$

 $\cos \beta = -\frac{4}{5}$ است پس $2\alpha = \pi - \beta$ یا به عبارتی $\beta = \pi - 2\alpha$ است و داریم:

$$\sin\left(\frac{2\beta + 2\alpha}{4}\right) = \sin\left(\frac{2\pi - 6\alpha + 2\alpha}{4}\right) = \sin\left(\frac{2\pi - 4\alpha}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{4} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{4}\right)\cos \alpha - \cos\left(\frac{2\pi}{4}\right)\sin \alpha$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۴» -۶

(پویان طهرانیان)

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{13}{16}} = \frac{8\sqrt{3}}{13}$$

$$\tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\tan 2\alpha - \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \tan 2\alpha \tan \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{13} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{8\sqrt{3}}{13} \times \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\Rightarrow \tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\frac{11\sqrt{3}}{13}}{\frac{63}{13}} = \frac{11\sqrt{3}}{63}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۱۴۲)

گزینه «۱» -۷

(پویان نیکبام)

ابتدا باید $\tan(\alpha - \beta)$ و $\tan(\alpha + \beta)$ را حساب کنیم.اگر α و β هر دو در بازه $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ باشند، $\alpha + \beta$ در بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ قرار می‌گیرد و $\sin(\alpha + \beta)$ مثبت است.

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha + \beta)} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 2 \quad (I)$$



$$\Rightarrow b = \frac{1}{4}(-1) = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a - b = -\frac{7}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(معمدر قدران)

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - cx\right) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر ۱ و مقدار مینیمم برابر -۳ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 1 \\ a - |b| = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, |b| = 2$$

اما نمودار تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است. پس در کل ضریب \sin باید منفی باشد، یعنی $bc < 0$ باشد. b را منفی و c را مثبت می‌گیریم.

$$\Rightarrow b = -2$$

از طرفی $\frac{3}{4}$ دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{2}$ شده است:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow c = 3$$

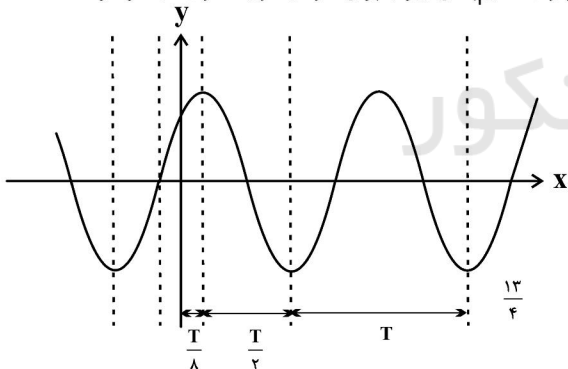
$$\Rightarrow abc = 6$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(شاهین پروازی)

۱۱- گزینه «۲»

برای رسم نمودار داده شده باید نمودار تابع $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به چپ ببریم، سپس طول نقاط آن را بر a تقسیم کنیم، با توجه به این نکته می‌توان تقسیم‌بندی زیر را برای نمودار صورت سؤال در نظر گرفت.



$$\frac{T}{8} + \frac{T}{2} + T = \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{13T}{8} = \frac{13}{4} \Rightarrow T = 2$$

حال در مثلث ABC داریم: $f(0) + |-1| = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ ارتفاع مثلث ABC

$$ABC(AB) \text{ قاعده مثلث} = 2T = 4$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) 4}{2} = \sqrt{2} + 2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

$\alpha - \beta$ نیز می‌تواند در بازه $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ تغییر کند و $\cos(\alpha - \beta)$ مثبت خواهد شد:

$$\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha - \beta)} = \sqrt{1 - \frac{1}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} \quad (\text{II})$$

حال با داشتن مقادیر $\tan(\alpha + \beta)$ و $\tan(\alpha - \beta)$ می‌توانیم $\tan 2\beta$ را حساب کنیم:

$$\tan 2\beta = \tan((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha - \beta)}{1 + \tan(\alpha + \beta)\tan(\alpha - \beta)}$$

$$\xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} \frac{(2) - \left(\frac{1}{4}\right)}{1 + (2)\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{6}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

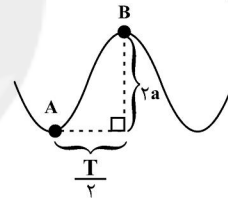
(عارل مسینی)

۸- گزینه «۲»

هر دو پارامتر a و b را مثبت در نظر می‌گیریم، داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow y = a \sin \frac{2\pi}{T} x$$

نمودار تابع به صورت زیر است:



شیب خط گذرا از نقاط A و B برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{ya}{\frac{T}{2}} = \frac{4a}{T} = 4$$

$$\Rightarrow a = T \Rightarrow ab = T \times \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(پویان طهرانیان)

۹- گزینه «۱»

$$f(x) = \sin ax \cos ax (\cos^2 ax - \sin^2 ax)$$

$$= \frac{\sin 2ax \cos 2ax}{\frac{1}{2}} (\cos^2 ax - \sin^2 ax) = \frac{\sin 2ax \cos 2ax}{\frac{1}{2}} \cos 2ax$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2ax \cos 2ax \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin 4ax$$

نصف دوره تناوب روی نمودار برابر $\frac{\pi}{8} - \left(-\frac{\pi}{16}\right) = \frac{\pi}{16}$ می‌باشد، پس

$$T = \frac{\pi}{4} \text{ است و داریم:}$$

$$T = \frac{2\pi}{|4a|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

شروع نزولی تابع از مبدا

از طرفی b همان مقدار \min تابع است:



$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\pi}{6} - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6} = m$$

$$\Rightarrow \sin\left(\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x = m$$

در بازه $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ مقدار $\sin x$ در بازه $(-1, 0)$ تغییر می‌کند که حدود تغییرات m هم برابر همین بازه است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۵- گزینه «۳» (پویان طواریان)

بیشترین مقدار تابع y : زمانی اتفاق می‌افتد که $\sin 3x$ کمترین مقدار خود را اختیار کند، پس:

$$\sin 3x = -1 \Rightarrow 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$$

حال این مقادیر x باید در بازه $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}\right]$ قرار بگیرند:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x = \frac{(4k-1)\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq \frac{4k-1}{6} \leq \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow -9 \leq 4k - 1 \leq 7 \Rightarrow -2 \leq k \leq 2$$

و این بازه شامل ۵ عدد صحیح است، پس تعداد نقاط برخورد برابر ۵ است.

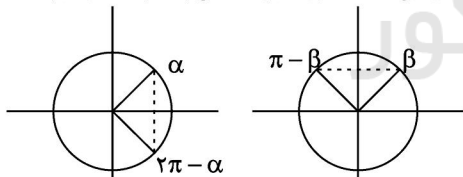
(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۶- گزینه «۱» (عمیر علیزاده)

$$\Delta \cos x (\Delta \sin x - 2) = 4(\Delta \sin x - 2)$$

$$\Rightarrow (\Delta \cos x - 4)(\Delta \sin x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{4}{\Delta} \\ \sin x = \frac{2}{\Delta} \end{cases} \text{ یا}$$

که جواب‌های این معادله روی دایره مثلثاتی به صورت‌های زیر است:



$$\cos x = \frac{4}{\Delta}$$

$$\sin x = \frac{3}{\Delta}$$

دقت کنید که $\alpha \neq \beta$ ، پس مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\alpha + 2\pi - \alpha + \beta + \pi - \beta = 3\pi$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۷- گزینه «۴» (علی سلامت)

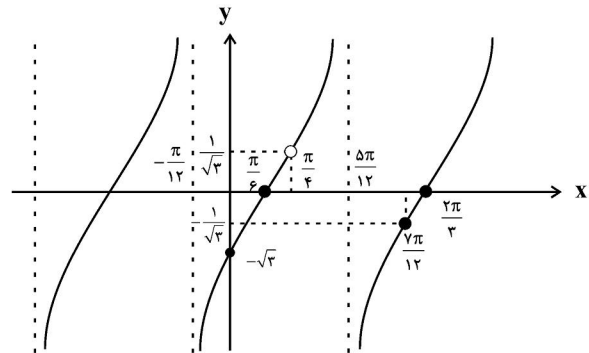
$$4 \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 3 = 0 \Rightarrow \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = \pm \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \begin{cases} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{2\pi}{12} \Rightarrow i = 3 \\ \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow i = 1 \end{cases}$$

۱۲- گزینه «۱» (شاهین پروازی)

برای رسم نمودار تابع f ، نمودار $y = \tan x$ را با $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست منتقل می‌کنیم و سپس طول نقاط نمودار آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار نهایی به صورت زیر است:



با توجه به نمودار بالا، اگر دامنه تابع $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}\right) - \left\{\frac{5\pi}{12}\right\}$ باشد، برد آن

بازه $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right)$ است.

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$$

$$\Rightarrow ab = -\frac{1}{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)

۱۳- گزینه «۴» (پویان نیکنام)

$$\frac{3}{2}T = \frac{15}{2} \Rightarrow T = 5 \Rightarrow \frac{\pi}{\pi|a|} = 5 \Rightarrow |a| = \frac{1}{5}$$

با توجه به نزولی بودن تابع f در همسایگی صفر، $a = -\frac{1}{5}$ قابل قبول است.

$$f(x) = -\tan \frac{\pi}{5}x + 1 \text{ پس } f(0) = 1 \text{ در نتیجه ضابطه } b = 1$$

خواهد شد.

حال صفرهای تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \tan \frac{\pi}{5}x = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{5}x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = 5k + \frac{5}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

به ازای $k = 0$ ، $x_A = \frac{5}{4}$ و به ازای $k = 1$ ، $x_B = \frac{25}{4}$ به دست می‌آید.

$$\Rightarrow x_A + x_B = \frac{30}{4} = 7.5$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)

۱۴- گزینه «۲» (عمیر علیزاده)

طرفین تساوی داده شده را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = m$$



θ را زاویه‌ای حاده می‌گیریم که سینوس آن برابر $\frac{\sqrt{2}}{4}$ شود. با توجه به آنکه $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ و $\frac{\sqrt{2}}{4} < \frac{1}{2}$ پس θ در بازه $(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6})$ قرار می‌گیرد. حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \sin \theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3\pi}{8} = \theta \Rightarrow x_1 = \theta - \frac{3\pi}{8} \\ x + \frac{3\pi}{8} = \pi - \theta \Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{8} - \theta \end{cases}$$

چون $\frac{\pi}{12} < \theta < \frac{\pi}{6}$ است، $-\frac{7\pi}{24} < x_1 < -\frac{5\pi}{24}$ و $\frac{11\pi}{24} < x_2 < \frac{13\pi}{24}$ خواهد شد. این یعنی دو جواب x_1 و x_2 در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}]$ قرار می‌گیرند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۲۰- گزینه «۱» (جهان‌نشین نیکنام)

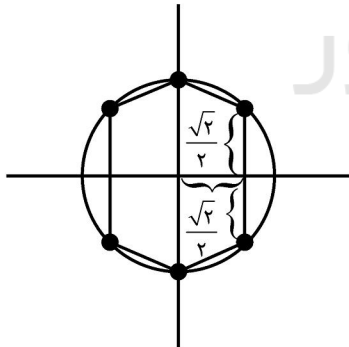
معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$2 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) + 1 - \cos 2x = 2 \Rightarrow \cos 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

این جواب‌ها روی دایره مثلثاتی شکل زیر، مشخص شده‌اند:



شش ضلعی شکل بالا از دو دوزنقه هم‌نهیشت با قاعده‌های ۲ و $\sqrt{2}$ و ارتفاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$ تشکیل شده است. پس داریم:

$$S = 2 \left[\frac{(2 + \sqrt{2}) \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \right] = 1 + \sqrt{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a برابر ۳ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

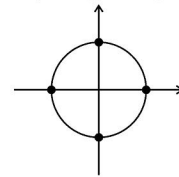
۱۸- گزینه «۱» (علی سلامت)

$$\tan 2x + \cos 4x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} - 2 \sin^2 2x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x \left(\frac{1}{\cos 2x} - 2 \sin 2x \right) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

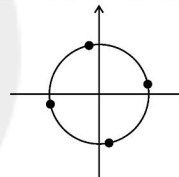
جواب‌های این معادله روی دایره مثلثاتی به صورت زیر است:



$$\frac{1}{\cos 2x} - 2 \sin 2x = 0 \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} 2 \sin 2x \cos 2x = 1$$

$$\sin 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

جواب‌های این معادله نیز روی دایره مثلثاتی به صورت زیر است:



اکنون با توجه به جواب‌های به دست آمده مقادیر a و b را پیدا می‌کنیم.

$$b \in \left[\frac{5\pi}{6}, \pi \right]$$

$$b = \pi$$

$$a \in \left(\frac{3\pi}{4}, 2\pi \right) \Rightarrow a = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow a - b = \frac{5\pi}{8}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۹- گزینه «۳» (شاهین پروازی)

$$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{8}$$

اختلاف زوایای $\frac{\pi}{8}$ و $\frac{5\pi}{8}$ است:

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{8} \right) + \sin \left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{8} \right) + \cos \left(x + \frac{\pi}{8} \right) = \frac{1}{2}$$

از اتحاد $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)$ استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \left(x + \frac{3\pi}{8} \right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۴»

(فرزانه فالکباش)

از دوران خط d حول خط l یک رویه مخروطی حاصل می‌شود. اگر صفحه P به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور l نباشد، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک هذلولی است که این شرایط برای صفحه مورد نظر در صورت سؤال دقیقاً برقرار است.

(هنر سه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$ در صورتی فاقد جواب است و یا بی‌شمار جواب

دارد که رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ برقرار باشد. داریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m-3}{m-4} = \frac{1}{m} \Rightarrow m(m-3) - (m-4) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 3m - m + 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

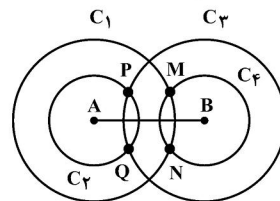
به ازای $m = 2$ ، رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{1}{2}$ برقرار است، پس معادله بی‌شمار جواب دارد. بدیهی است به ازای سایر مقادیر m ، معادله دارای یک جواب منحصر به فرد است.

(هنر سه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۲۳- گزینه «۲»

(سوگندر روشنی)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه به فاصله ثابت k قرار دارند، دایره‌ای به مرکز آن نقطه و شعاع k است.



بنابراین محل تقاطع دایره‌های $C_1(A, 8)$ و $C_2(B, 4)$ ، یعنی نقاط M و N نیز محل تقاطع دایره‌های $C_3(A, 4)$ و $C_4(B, 8)$ ، یعنی نقاط P و Q جواب مسئله هستند.

(هنر سه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

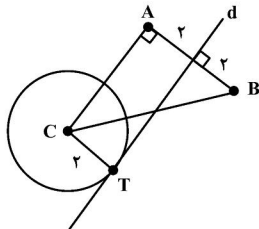
۲۴- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌نار)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره خط AB و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه C به

فاصله ۲ واحد باشند، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۲ واحد است. با توجه به صورت سؤال، خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، پس عمودمنصف پاره خط AB مطابق شکل در نقطه T بر این دایره مماس است.

حال اگر فرض کنیم نقاط A و C در یک طرف خط d (عمودمنصف AB) قرار داشته باشند، آن‌گاه پاره خط AC موازی خط d است (A و C فاصله یکسان از خط d دارند)، پس AC بر AB عمود است و مثلث ABC قائم‌الزاویه خواهد بود.



(هنر سه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۵- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

اگر دترمینان را بر حسب ستون دوم آن بسط دهیم، داریم:

$$(x+2) \begin{vmatrix} 1 & k \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+2)(x-k(x-1)) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)((1-k)x+k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-k}{1-k} \end{cases}$$

دو ریشه معادله قرینه یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$-\frac{k}{1-k} = 2 \Rightarrow -k = 2 - 2k \Rightarrow k = 2$$

(هنر سه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۶- گزینه «۳»

(سوگندر روشنی)

ابتدا وارون ماتریس $A - 2I$ را با توجه به رابطه داده شده به دست می‌آوریم.

$$3A - A^2 = 3I \Rightarrow A^2 - 3A + 3I = \vec{0} \Rightarrow A^2 - 3A + 2I = -I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)(A - I) = -I \Rightarrow (A - 2I)(I - A) = I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)^{-1} = I - A \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \end{cases}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 \times (-1) = -1$$

(هنر سه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۷- گزینه «۴»

(فرزانه فالکباش)

$$A = \begin{bmatrix} 2|A| & -2 \\ 7|A|-3 & -3|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6|A|^2 + 2(7|A|-3)$$



$$\begin{aligned} A^{-1}(3A - 2AB) &= A^{-1}(3B) \\ \Rightarrow 3 \underbrace{A^{-1}A} - 2 \underbrace{(A^{-1}A)B} &= 3A^{-1}B \\ \Rightarrow 3I - 2B &= 3A^{-1}B \Rightarrow (3I - 2B)B^{-1} = (3A^{-1}B)B^{-1} \\ \Rightarrow 3IB^{-1} - 2BB^{-1} &= 3A^{-1}(BB^{-1}) \Rightarrow 3B^{-1} - 2I = 3A^{-1} \\ \Rightarrow 3(A^{-1} - B^{-1}) &= -2I \Rightarrow A^{-1} - B^{-1} = -\frac{2}{3}I \\ \Rightarrow |A^{-1} - B^{-1}| &= |-\frac{2}{3}I| = (-\frac{2}{3})^3 |I| = -\frac{8}{27} \times 1 = -\frac{8}{27} \end{aligned}$$

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرسین ابومفیوب)

۳۰. گزینه «ا»

می‌دانیم اگر تمام درایه‌های یک سطر یا یک ستون از ماتریسی، مضرب عددی باشند، در محاسبه دترمینان آن ماتریس، می‌توان از آن عدد فاکتور گرفت، بنابراین در سطرهای اول، دوم و سوم ماتریس B ، می‌توانیم به ترتیب از ۴، ۹ و ۲۵ فاکتور بگیریم:

$$|B| = \begin{vmatrix} bc & 1 & a \\ ac & 1 & b \\ ab & 1 & c \end{vmatrix}$$

همچنین در ستون اول ماتریس باقی‌مانده می‌توان از abc فاکتور گرفت که در این صورت داریم:

$$|B| = \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix} abc$$

حال a ، b و c را به ترتیب در سطرهای اول، دوم و سوم ضرب می‌کنیم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

با توجه به اینکه $4 \times 9 \times 25 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ، می‌توان اعداد ۲، ۳ و ۵ را یکبار به ترتیب در سطرهای اول تا سوم و بار دیگر در ستون‌های اول تا سوم ضرب کنیم که در این صورت داریم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 4 & 6a & 10a^2 \\ 6 & 9b & 15b^2 \\ 10 & 15c & 25c^2 \end{vmatrix} = |A| = k$$

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\Rightarrow |A| = -6|A|^2 + 14|A| - 6 \Rightarrow 6|A|^2 - 14|A| + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2|A| - 3)(3|A| - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{3}{2} \text{ غلط} \\ |A| = \frac{2}{3} \end{cases}$$

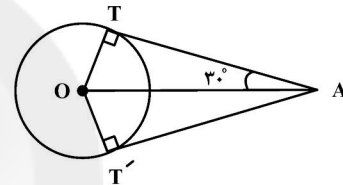
می‌دانیم $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ است، پس داریم:

$$\begin{aligned} |(1+|A|)A^{-1}| &= |(1+\frac{2}{3})A^{-1}| = |\frac{5}{3}A^{-1}| = (\frac{5}{3})^2 |A|^{-1} \\ &= \frac{25}{9} \times \frac{1}{|A|} = \frac{25}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{25}{6} \end{aligned}$$

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۸. گزینه «۴»

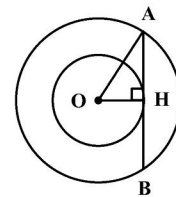
(امیرسین ابومفیوب)



فرض کنید از نقطه A ، دو مماس AT و AT' بر دایره $C(O, 4)$ رسم شده باشد. اگر $\widehat{TAT'} = 60^\circ$ باشد، هرکدام از دو زاویه OAT و OAT' برابر 30° هستند. از طرفی می‌دانیم اندازه ضلع روبه‌رو 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است، پس داریم:

$$\triangle OAT : OT = \frac{1}{2}OA \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 8$$

یعنی مکان هندسی مورد نظر، دایره C' به شعاع ۸ می‌باشد که با دایره C هم مرکز است.



$$\triangle OAH : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 8^2 - 4^2 = 48$$

$$\Rightarrow AH = 4\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

(هنرسه ۳؛ آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(امیررضا فلاح)

۲۹. گزینه «ا»

طرفین رابطه داده شده را از سمت چپ در ماتریس A^{-1} و سپس از سمت راست در ماتریس B^{-1} ضرب می‌کنیم:



ریاضیات گسسته

گزینه «۴» - ۳۱

(علی صادقی)

باقی مانده تقسیم ۱۳۹۷ بر ۵ برابر ۲ است. در نتیجه:

$$\begin{cases} 1397 \equiv 2 \Rightarrow 1397^{1401} \equiv 2^{1401} \\ 2^2 \equiv -1 \Rightarrow (2^2)^{700} \equiv 1 \Rightarrow 2^{1401} \equiv 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1397^{1401} \equiv 2$$

$$A \equiv 2 \times 13 - 27 \Rightarrow A \equiv -1 \Rightarrow A \equiv 4$$

در نتیجه باقی مانده برابر ۴ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه «۱» - ۳۲

(سولدر روشنی)

$$\begin{cases} 17 \\ a \equiv 11 + 34 = 45 \Rightarrow a \equiv 45 \Rightarrow a \equiv 45 \\ 11 \\ a \equiv 1 + 44 = 45 \end{cases} \Rightarrow a \equiv 45 \Rightarrow a \equiv 45$$

$$a = 187k + 45$$

$$100 \leq 187k + 45 \leq 999 \Rightarrow 1 \leq k \leq 5$$

که به ازاء $k = 2, 4$ ، برای a عددی فرد به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه «۴» - ۳۳

(مهمر صدت‌گر)

$$8 \equiv 1 \Rightarrow 8^{63} \equiv 1$$

$$7 \equiv 0 \Rightarrow 7^{63} \equiv 0$$

$$6 \equiv -1 \Rightarrow 6^{63} \equiv -1$$

$$5^2 \equiv 25 \equiv 4 \Rightarrow 5^3 \equiv 5 \times 4 \equiv 20 \equiv -1 \Rightarrow 5^6 \equiv 1$$

$$\Rightarrow 5^{60} \equiv 1 \Rightarrow 5^{63} \equiv 5^3 \equiv -1$$

بنابراین:

$$5^{63} + 6^{63} + 7^{63} + 8^{63} \equiv -1 - 1 + 0 + 1 \equiv -1 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه «۲» - ۳۴

(امیرمسین ابومویب)

با توجه به اینکه مهرماه دارای ۳۰ روز است و $30 = 4 \times 7 + 2$ ، پس تنها در صورتی مهرماه شامل ۵ روز جمعه است که روز اول این ماه پنجشنبه یا جمعه باشد. اگر فرض کنیم اول مهر پنجشنبه باشد، آن گاه داریم:

$$29 + 4 \times 30 + 15 = 164$$

↓ ↓ ↓
اسفند آبان تابهنم مهر

$$164 = 23 \times 7 + 3 \Rightarrow 164 \equiv 3$$

یعنی ۱۵ اسفند، سه روز در هفته جلوتر از روز اول مهر قرار دارد، پس ۱۵ اسفند در این حالت روز یکشنبه است. بدیهی است در صورتی اول مهر جمعه باشد، روز ۱۵ اسفند دوشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

گزینه «۱» - ۳۵

(امیرمسین ابومویب)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq m < 9 \\ 0 \leq m + 1 < 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \leq m < 8$$

از طرفی $1 \leq a \leq 9$ و با توجه به ویژگی بخش‌پذیری بر عدد ۹ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{a2a6} \equiv 2a + 8 \equiv m \\ \overline{1a21} \equiv a + 4 \equiv m + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + 8 \equiv a + 3$$

$$\Rightarrow a \equiv -5 \equiv -5 + 9 \equiv 4 \Rightarrow a = 4$$

$$a + 4 \equiv m + 1 \Rightarrow m + 1 \equiv 8 \Rightarrow m \equiv 7 \Rightarrow m = 7$$

اعدادی که به کلاس هم‌نهستی $[4]_9$ تعلق داشته باشند، به صورت $7k + 4 (k \in \mathbb{Z})$ نوشته می‌شوند که با انتخاب $k = 14$ ، کوچک‌ترین

عدد طبیعی سه رقمی در این کلاس هم‌نهستی حاصل می‌شود.

$$k = 14 \Rightarrow 7 \times 14 + 4 = 102 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)



۳۶- گزینه «۳»

(معمد صدت کار)

اگر رقم یکان عدد $a^n - a^m$ ($a \equiv 2, 3, 7, 8$) برابر با صفر باشد آن گاه

$$n \equiv m \pmod{10}$$

بنابراین:

$$n \equiv 19 \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow n = 4k + 3$$

$$n + 19 = 4k + 3 + 19 = 4k + 22 \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 8^{n+19} \equiv 8^2 \equiv 4 \pmod{10}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۷- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

$$2^n \equiv 2^{22} \pmod{27} \xrightarrow{+2^n} 3^n \equiv 1 \pmod{27}$$

$$\begin{cases} n = 1 \rightarrow 3 \equiv 3 \\ n = 2 \rightarrow 3^2 \equiv 9 \\ n = 3 \rightarrow 3^3 \equiv 27 \equiv 0 \\ n = 4 \rightarrow 3^4 \equiv 81 \equiv 9 \\ n = 5 \rightarrow 3^5 \equiv 243 \equiv 0 \end{cases}$$

در نتیجه $n = 5k$ خواهد بود و برای به دست آوردن باقی‌مانده تقسیم

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$2^{3n+7} \equiv 2^{15k+7} \equiv (2^{15})^k \times 2^7 \equiv 1 \times 128 \equiv 4 \pmod{27}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۸- گزینه «۳»

(امد رضا فلاح)

شرط آنکه معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ در مجموعه \mathbb{Z} دارای جواب باشد، آن است که

 $(a, m) \mid b$ ؛ پس باید $3a^2 + 2$ عددی فرد باشد زیرا:

$$(3a^2 + 2, 8) \mid 7 \Rightarrow (3a^2 + 2, 8) = 1$$

بنابراین a نیز عددی فرد است. می‌دانیم هر مربع هر عدد فرد به فرم $8k + 1$ می‌باشد. پس:

$$(3(8k + 1) + 2)x \equiv 7 \pmod{8} \Rightarrow (24k + 5)x \equiv 7 \pmod{8} \Rightarrow 5x \equiv 7 \pmod{8} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{8}$$

$$\xrightarrow{+5} x \equiv 3 \pmod{8} \Rightarrow x = 8q + 3$$

۱۲ مقدار $x: 10 \leq 8q + 3 \leq 100 \Rightarrow q = 1, 2, \dots, 12 \Rightarrow$ دورقمی

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۳۹- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

$$52x - 39y = 13 \xrightarrow{+13} 4x - 3y = 1$$

$$\Rightarrow 4x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 1$$

$$\xrightarrow{k=332} x_{\max} = 997$$

مجموع ارقام = $9 + 9 + 7 = 25$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۴۰- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

$$24x \equiv a^2 + 2 \pmod{15} \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (24, 15) = 3 \mid a^2 + 2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv -2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z} \begin{cases} a = 3k \rightarrow a^2 = 9k^2 \\ a = 3k + 1 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 6k + 1 \\ a = 3k + 2 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 12k + 4 \end{cases}$$

بنابراین باید $a = 3k + 1$ یا $a = 3k + 2$ باشد.

$$a = 3k + 1 \xrightarrow{\text{حداکثر مقدار سه رقمی } a} a = 997 \times$$

$$a = 3k + 2 \xrightarrow{\text{حداکثر مقدار سه رقمی } a} a = 998$$

$$24x \equiv (998)^2 + 2 \pmod{15} \Rightarrow 24x \equiv 8^2 + 2 \pmod{15} \Rightarrow 6x \equiv 6 \pmod{15} \Rightarrow -6x \equiv 6 \pmod{15}$$

$$\xrightarrow{+6} x \equiv -1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k - 1 \xrightarrow{k=20} x_{\max} = 99$$

مجموع ارقام: $9 + 9 = 18$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

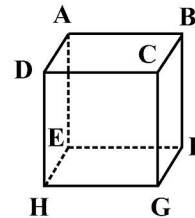


هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

هر سه گزاره داده شده نادرست است. مثال نقض گزاره‌ها با توجه به مکعب شکل زیر عبارتند از:



الف) دو صفحه $ABCD$ و $BCGF$ هر دو با خط EH موازی‌اند ولی دو صفحه با یکدیگر متقاطع هستند.

ب) دو خط AD و CD هر دو با صفحه $EFGH$ موازی‌اند ولی دو خط با یکدیگر متقاطع هستند.

پ) دو خط AB و BC هر دو بر خط BF عمودند ولی دو خط با یکدیگر متقاطع هستند.

(هنرسه: تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۴۲- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

یال FC در نقطه C بر صفحه گذرنده از نقاط A, B, C عمود است، بنابراین خط دلخواه L در این صفحه نمی‌تواند با یال FC موازی باشد، چون می‌دانیم اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است، یعنی خط L باید بر صفحه گذرنده از نقاط A, B, C عمود باشد که مخالف فرض است.

(هنرسه: تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۴۳- گزینه «۲»

(فرشاد صریقی فر)

هر منشور مثلث‌القاعده دارای سه وجه جانبی و دو قاعده است. از هر منشور، سه وجه جانبی قابل رؤیت است و فقط برای بالاترین منشور، وجه بالایی را می‌توان دید، پس در مجموع $16 = 5 \times 3 + 1$ وجه و در نتیجه ۱۶ عدد یک قابل مشاهده است.

(هنرسه: تقسیم فضایی؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۱)

۴۴- گزینه «۱»

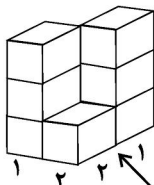
(مهمرب فخران)

دو صفحه عمود بر یک صفحه، لزوماً با یکدیگر موازی نیستند، پس گزینه «۱» در حالت کلی درست نیست.

(هنرسه: تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۶)

۴۵- گزینه «۱»

(امیرفرسین ابومویوب)



نمای روبه‌رو

فرض کنید ۴ ستون هر کدام شامل ۳ مکعب کوچک در کنار یکدیگر چیده شده باشد در این صورت با برداشتن مکعب‌های دو ردیف بالایی در دو ستون (مثلاً ستون ردیف ۱ از نمای روبه‌رو و ردیف ۱ از نمای چپ و نیز ستون شامل ردیف ۲ از نمای روبه‌رو و ردیف ۲ از نمای چپ)، نماهای دیده شده از روبه‌رو، چپ و بالا دقیقاً مانند نماهای صورت سؤال خواهد بود. بنابراین تعداد مکعب‌های کوچک موجود در شکل برابر است با:

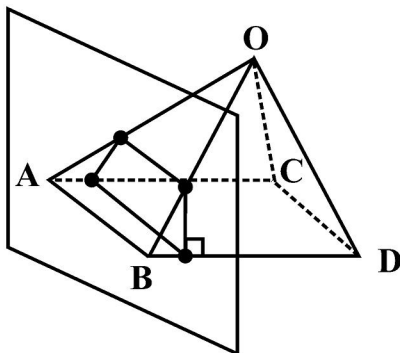
$$3 \times 4 - 2 \times 2 = 8$$

(هنرسه: تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۴۶- گزینه «۴»

(مهمرب فخران)

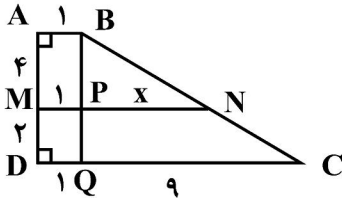
اگر صفحه P بر قاعده هرم عمود باشد، ولی از نقطه O (رأس هرم) عبور نکند، آن‌گاه سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با این هرم، یک دوزنقه (دوزنقه سایه خورده در شکل) است.



(هنرسه: تقسیم فضایی؛ مشابه تمرین ۲ (ج) صفحه ۹۴)

در صورت برش این مخروط ناقص با صفحه‌ای موازی دو قاعده، یک دایره به شعاع MN حاصل می‌شود. مطابق شکل زیر در دوزنقه ABCD داریم:

$$\triangle BQC : PN \parallel QC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{PN}{QC} = \frac{BP}{BQ}$$



$$\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{4}{6} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow MN = 1 + 6 = 7$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \times 7^2 = 49\pi$$

(هندسه ۱؛ تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

(فرشاد صدیقی فر)

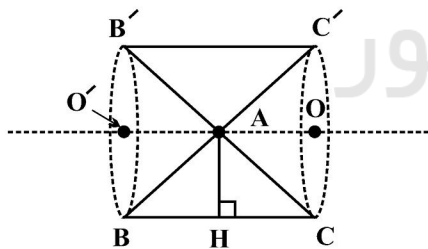
۵۰. گزینه «۲»

مطابق شکل $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $BH = CH = \frac{1}{2}$ است، بنابراین برای

محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به

ارتفاع $\frac{1}{2}$ و شعاع قاعده $\frac{\sqrt{3}}{2}$ را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۱ و شعاع

قاعده $\frac{\sqrt{3}}{2}$ کم کنیم:



$$\text{حجم استوانه} = \pi R^2 h_1 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{حجم مطلوب} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

(هندسه ۱؛ تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۷. گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

فرض کنید خط d فصل مشترک دو صفحه P_1 و P_2 باشد. در این صورت سه حالت زیر امکان‌پذیر است:

(۱) خط d ، صفحه P_3 را در یک نقطه قطع کند. در این صورت این نقطه فصل مشترک سه صفحه P_1 ، P_2 و P_3 است.

(۲) خط d ، درون صفحه P_3 باشد. در این صورت خط d فصل مشترک سه صفحه P_1 ، P_2 و P_3 است.

(۳) خط d با صفحه P_3 موازی باشد. در این صورت فصل مشترک صفحه P_1 با صفحه P_3 ، خطی مانند d_1 و فصل مشترک صفحه P_2 با صفحه P_3 ، خطی مانند d_2 است که هر دوی آن‌ها با خط d موازی‌اند.

بنابراین فصل مشترک‌های روبه‌روی سه صفحه متقاطع، هیچ‌گاه نمی‌تواند سه خط دو به دو متقاطع باشد.

(هندسه ۱؛ تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴۸. گزینه «۳»

(ممد صدق‌کار)

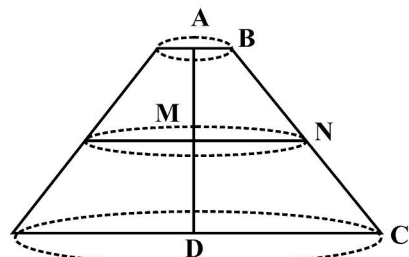
دو خط که در یک صفحه قرار داشته باشند یا موازی هستند و یا متقاطع. اگر دو خط d و d' در نقطه B متقاطع باشند، آن‌گاه خط گذرنده از نقاط A و B، هر دو خط d و d' را قطع می‌کند ولی در صورتی که دو خط d و d' موازی باشند، خطی وجود ندارد که هر دو خط d و d' را قطع کند، زیرا هر خط متقاطع با دو خط d و d' ، لزوماً در صفحه P قرار می‌گیرد و در نتیجه از A عبور نمی‌کند. بنابراین حداکثر یک خط با مشخصات موردنظر قابل رسم است.

(هندسه ۱؛ تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴۹. گزینه «۴»

(فرشاد صدیقی فر)

از دوران دوزنقه ABCD حول ساق قائم AD، مطابق شکل یک مخروط ناقص پدید می‌آید.

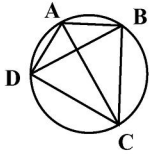


$$= \sqrt{16 \times 12 \times 3 \times 1} = 24$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 30 + 24 = 54$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(سوگند روشنی)



$$\triangle ABC: 8^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیه فیثاغورس}} \hat{B} = 90^\circ$$

بنابراین قطر دایره محیطی این چهارضلعی محاطی است و در صورتی که شعاع دایره محیطی را با R نمایش دهیم، داریم:

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

دایره محیطی چهارضلعی ABCD همان دایره محیطی مثلث ABD است، بنابراین طبق قضیه سینوس‌ها در این مثلث داریم:

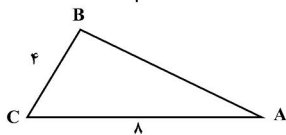
$$\frac{BD}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{BD}{\sin 150^\circ} = 2 \times 5 \Rightarrow BD = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(افشین فاصه‌شان)

گزینه «۴» -۵۵

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases}$$

اگر $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌شود که خلاف فرض است.

حال طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

$$= 8^2 + 4^2 - 2 \times 8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 64 + 16 - 32 = 48$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(فرزانه کاکاپاش)

گزینه «۳» -۵۶

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

هندسه ۲-۱ اختیاری

گزینه «۳» -۵۱

(امیرسین ابومصوب)

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow a = 2R \sin \hat{A}$$

اگر طرفین این رابطه را بر $\tan \hat{A}$ تقسیم کنیم، آن‌گاه داریم:

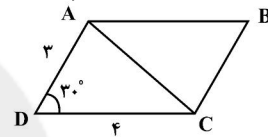
$$\frac{a}{\tan \hat{A}} = \frac{2R \sin \hat{A}}{\tan \hat{A}} = \frac{2R \sin \hat{A}}{\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}} = 2R \cos \hat{A}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(مهم فندان)

گزینه «۳» -۵۲

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADC داریم:



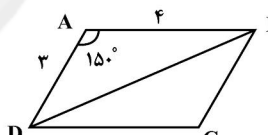
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \times DC \times \cos \hat{D}$$

$$= 3^2 + 4^2 - 2 \times 3 \times 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 9 + 16 - 12\sqrt{3} = 25 - 12\sqrt{3}$$

$$BD^2 = 25 + 12\sqrt{3}$$

به طریق مشابه داریم:



بنابراین مجموع مربعات طول دو قطر برابر است با:

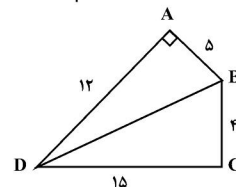
$$AC^2 + BD^2 = 25 - 12\sqrt{3} + 25 + 12\sqrt{3} = 50$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(مهم فندان)

گزینه «۴» -۵۳

مثلث ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین داریم:



$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\Rightarrow BD = 13$$

طبق قضیه هرون در مثلث BDC داریم:

$$P = \frac{4+13+15}{2} = 16$$

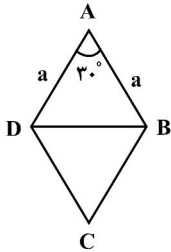
$$S_{BDC} = \sqrt{16(16-4)(16-13)(16-15)}$$



(اختصین فاصه‌شان)

-۵۹ گزینه «۳»

فرض کنید طول هر ضلع لوزی برابر a باشد. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A} \\ \Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) &= a^2 + a^2 - 2 \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) &= a^2(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow a^2 = 9 \end{aligned}$$

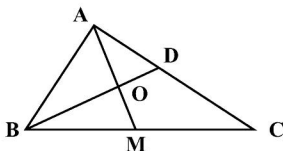
طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$\begin{aligned} S_{ABD} &= \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times a \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(غیرزانه فاکتورش)

-۶۰ گزینه «۲»

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \\ \Rightarrow 5^2 + 7^2 &= 2AM^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow AM^2 = 21 \Rightarrow AM = \sqrt{21} \end{aligned}$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABM داریم:

$$\begin{aligned} \frac{OA}{OM} &= \frac{AB}{BM} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AO}{AM} = \frac{AB}{AB + BM} \\ \Rightarrow \frac{AO}{\sqrt{21}} &= \frac{5}{9} \\ \Rightarrow AO &= \frac{5\sqrt{21}}{9} \Rightarrow OM = \frac{4\sqrt{21}}{9} \end{aligned}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی در مثلث ABM داریم:

$$\begin{aligned} BO^2 &= BA \times BM - AO \times OM = 5 \times 4 - \frac{5\sqrt{21}}{9} \times \frac{4\sqrt{21}}{9} \\ &= 20 - \frac{20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 81 - 20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 60}{81} = \frac{400 \times 3}{81} \\ \Rightarrow BO &= \frac{20}{9} \sqrt{3} \end{aligned}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

$$\Rightarrow 49 \times 2x + 64 \times x = 36 \times 3x + x \times 2x \times 3x$$

$$\Rightarrow 98x + 64x = 108x + 6x^3$$

$$\Rightarrow 6x^3 - 54x = 0 \Rightarrow 6x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غلق} \\ x = 3 \\ x = -3 & \text{غلق} \end{cases}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

-۵۷ گزینه «۱»

(امیرسین ابومصوب)

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

از طرفی قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos \hat{B} \\ &= 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} = 25 + 64 - 40 = 49 \\ \Rightarrow AC &= 7 \end{aligned}$$

اگر BH ارتفاع وارد بر ضلع AC باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} BH \times 7$$

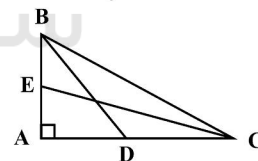
$$\Rightarrow BH = \frac{20}{7} \sqrt{3}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

-۵۸ گزینه «۲»

(امیرسین ابومصوب)

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC} = \frac{6}{16} \Rightarrow \frac{AD}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow AD = 3, DC = 8 - 3 = 5$$

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AB} = \frac{8}{18} \Rightarrow \frac{AE}{6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{8}{3}, BE = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{BD^2}{CE^2} &= \frac{6 \times 10 - 3 \times 5}{8 \times 10 - \frac{8}{3} \times \frac{10}{3}} = \frac{45}{\frac{640}{9}} = \frac{9 \times 45}{640} = \frac{9^2 \times 5}{8^2 \times 10} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{9\sqrt{5}}{8\sqrt{10}} = \frac{9}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

(هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)



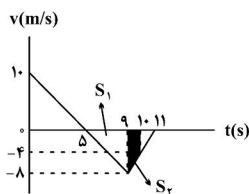
(زهرة آقاممیری)

۶۴- گزینه «۳»

در نمودار شتاب - زمان، مساحت زیر نمودار، تغییرات سرعت را نشان می‌دهد. مساحت زیر نمودار را از لحظه صفر تا $t = \Delta s$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow v - v_0 = -10 \xrightarrow{v=0 \text{ در لحظه تغییر جهت}} v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون می‌توانیم نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.



در رسم نمودار توجه می‌کنیم که شیب نمودار سرعت - زمان، شتاب متحرک را نشان می‌دهد.

اکنون مساحت زیر نمودار سرعت - زمان را از Δs تا $10s$ محاسبه می‌کنیم که همان جابه‌جایی متحرک در این بازه است.

$$|\Delta x| = S_1 + S_2 = 16 + 6 = 22m$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{22}{5} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(بیبا فورشید)

۶۵- گزینه «۳»

برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر با ۸۲ متر باشد. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 82 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 82 \Rightarrow |a| = 4 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۲»

(غلامرضا مویی)

به کمک رابطه $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ داریم:

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_1 \\ \vec{v}_v = \vec{a}t + \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_v = 2\vec{a}t + \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_v - \vec{v}_1 = 2\vec{a}t$$

$$\Rightarrow \vec{v}_v - \vec{v}_1 = 2 \times 4 \vec{i} \times 1 / 5 = (16m/s) \vec{i}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲- گزینه «۴»

(فسین مقربومی)

ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم. چون نمودار سرعت - زمان به صورت یک خط راست است، بنابراین شتاب ثابت است و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11 - 8}{1 / 5 - 0} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

مکان اولیه $x_0 = -5m$ و سرعت اولیه $v_0 = 8 \frac{m}{s}$ است. داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}(2)t^2 + 8 \times t + (-5)$$

$$\Rightarrow x = t^2 + 8t - 5$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۳- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

با توجه به اطلاعات مسئله متحرک‌ها را با A و B نام‌گذاری می‌کنیم.

$$a_A = 4 \frac{m}{s^2}, a_B = 9 \frac{m}{s^2} \Rightarrow t_A = (t+2)s, t_B = t$$

$$\xrightarrow{v_A = v_B = 0} \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \Rightarrow 4(t+2)^2 = 9(t)^2$$

$$\Rightarrow 2(t+2) = 3t \Rightarrow t = 4s$$

بنابراین داریم:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 4^2 = 72m = 0.072km$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



(علیرضا کونه)

۶۸- گزینه «۳»

اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، مدت زمان حرکت گلوله A برابر است با:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 + y_{0A} \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_A^2 + 80 \Rightarrow t_A = 4s$$

چون گلوله B را دو ثانیه دیرتر رها کرده‌ایم، بنابراین مکان گلوله B را در

لحظه $t_B = 2s$ می‌یابیم. داریم:

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + y_{0B} \Rightarrow y_B = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 + 80 \Rightarrow y_B = 60m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(امیرفسین میوزی)

۶۹- گزینه «۳»

وقتی اسکیت‌باز سنگین‌تر به اسکیت‌باز سبک‌تر با دستش نیرو وارد می‌کند، حرکت ابتدایی اسکیت‌باز سبک‌تر شتاب‌دار است. بعد از قطع شدن نیرو، این اسکیت‌باز بدون شتاب و با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(سعید ظاهری بروجنی)

۷۰- گزینه «۴»

چون سرعت تغییر کرده و جسم تحت تأثیر دو نیروی ثابت است، حرکت جسم با شتاب ثابت است.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4\vec{i} - 4\vec{j}}{2} = -2\vec{i} - 2\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1 = -6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = -9\vec{i} - 2\vec{j}$$

چون نیروی عکس‌العمل \vec{F}_2 را می‌خواهد:

$$\vec{F}'_2 = -\vec{F}_2 = 9\vec{i} + 2\vec{j}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(علیرضا طالبیان)

۶۶- گزینه «۳»

معادله حرکت کامیون و اتومبیل را می‌نویسیم. داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x_2 = v(t-T)$$

زمانی اتومبیل به کامیون می‌رسد که جابه‌جایی‌های آن‌ها یکسان باشد. بنابراین:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = v(t-T) \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - vt + vT = 0$$

چون طبق صورت سؤال اتومبیل فقط یک بار به کامیون می‌رسد، معادله درجه دوم فوق فقط یک جواب دارد و بنابراین دلتای آن برابر با صفر است:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-v)^2 - 4\left(\frac{1}{2}a\right)(vT) = 0 \Rightarrow v^2 - 2aTv = 0$$

$$\Rightarrow v(v - 2aT) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 2aT \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مسعود قرقمانی)

۶۷- گزینه «۲»

برای محاسبه مسافت پیموده شده در ثانیه پنجم داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_6 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 = -180m$$

$$\Delta y_5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = -125m$$

$$\Rightarrow \Delta y_{6-5} = \Delta y_6 - \Delta y_5 = -180 - (-125) = -55m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{6-5}| = 55m$$

یعنی متحرک از ۴s تا ۵s مسافت ۵۵m را به سمت پایین حرکت کرده است.

حال مسافت پیموده شده در ۳ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_3 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -45m \Rightarrow |\Delta y_3| = 45m$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta y_{6-5}|}{|\Delta y_3|} = \frac{55}{45} = 1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۴»

(مسعود قمرقانی)

نقطه اتصال مرجع در دماسنج ترموکوپل در مخلوطی از آب و یخ قرار می‌گیرد.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۷۲- گزینه «۱»

(غلامرضا معینی)

به کمک رابطه کلونین برحسب درجه سلسیوس، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_2 + 273}{\theta_1 + 273} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2} \quad \theta_2 = 3\theta_1 \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3\theta_1 + 273}{\theta_1 + 273} \Rightarrow \theta_1 = 91^\circ\text{C}$$

این دما برحسب درجه فارنهایت برابر است با:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta=91^\circ\text{C}} F = \frac{9}{5} \times 91 + 32 = 195.8 / 196^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۷۳- گزینه «۲»

(سعید طاهری پروینی)

چون این مقیاس رفتار خطی دارد، می‌توانیم معادله این خط را بیابیم. از

برای نمایش درجه سلسیوس و از X برای مقیاس جدید استفاده می‌کنیم:

$$\theta = ax + b$$

با جای‌گذاری داده‌های مسئله می‌توانیم مقادیر a و b را به دست آوریم.

$$\left. \begin{aligned} 10 &= 16a + b \\ 40 &= 40a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1/25, b = -10 \Rightarrow \theta = 1/25x - 10$$

حال برای یافتن نقطه ذوب یخ به جای θ ، صفر قرار می‌دهیم.

$$0 = 1/25x - 10 \Rightarrow x = 8$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۷۴- گزینه «۲»

(سیرولال میری)

در شکل (۱) با کاهش دمای یکسان، توپ وارد حلقه می‌شود یعنی کاهش

قطر توپ بیشتر است و بنابراین ضریب انبساط طولی A بیشتر است. در شکل

(۲) با افزایش دمای یکسان، توپ از حلقه عبور می‌کند. پس افزایش قطر

حلقه C بیشتر است. یعنی ضریب انبساط طولی بیشتری دارد. بنابراین:

$$\alpha_C > \alpha_A > \alpha_B$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۷۵- گزینه «۳»

(علی قائمی)

به دلیل تساوی $I_3 = I_1 + I_2$ در هر لحظه، مجموع تغییرات طولی میله‌ها

نیز به همان ترتیب برقرار می‌باشد.

$$\Delta I_3 = \Delta I_1 + \Delta I_2$$

با جای‌گذاری هریک از مقادیر و استفاده از رابطه $\Delta l = \alpha l \Delta \theta$ داریم:

$$\alpha_3 I_3 \Delta \theta = \alpha_1 I_1 \Delta \theta + \alpha_2 I_2 \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \alpha_3 I_3 = \alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_2$$

با استفاده از $I_3 = \frac{1}{3} I_2$ و $I_1 = \frac{2}{3} I_2$ داریم:

$$\alpha_3 I_3 = \alpha_1 \times \frac{1}{3} I_2 + \alpha_2 \times \frac{2}{3} I_2 \Rightarrow \alpha_3 = \frac{1}{3} \alpha_1 + \frac{2}{3} \alpha_2$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)



(زهرة آقاممدری)

گزینه «۳» -۷۹

ابتدا با استفاده از رابطه گرما نسبت تغییر دمای دو جسم را به دست می آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{1}{5} \times 2 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = 2/5$$

سپس با استفاده از رابطه انبساط حجمی، نسبت تغییر حجم کردها را محاسبه می کنیم.

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\beta_A}{\beta_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{V_A=V_B}{\beta_A=2\beta_B} \rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 2 \times 2/5 = 5$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۹۹)

(سعیر شرق)

گزینه «۳» -۸۰

انرژی الکتریکی مصرفی در هر ثانیه $P = 1000 \text{ W}$

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow 1000 = \frac{U}{t} \Rightarrow 1000 = \frac{U}{1} \Rightarrow U = 1000 \text{ J}$$

انرژی گرمایی که در هر ثانیه به جسم داده شده است.

$$\text{انرژی گرمایی} = \frac{Q}{\text{انرژی مصرفی}} \Rightarrow \frac{90}{100} = \frac{Q}{1000} \Rightarrow Q = 900 \text{ J}$$

$$Q = 900 \times 4 \times 60 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 900 \times 4 \times 60 = m \times 200 \times 15 \Rightarrow m = 72 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

(فسین مفرومی)

گزینه «۴» -۷۶

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = 3\alpha V_1 \Delta\theta = 3 \times 17 \times 10^{-6} \times 300 \times 50 = 0.765 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} + \Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{واقعی مایع}}$$

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = 2 \text{ cm}^3 \rightarrow$$

$$\Delta V_{\text{واقعی مایع}} = 2 + 0.765 = 2.765 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

(فسرو ارغوانی فرد)

گزینه «۲» -۷۷

اگر رابطه $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ را به کار ببریم، داریم:

$$\rho_2 \approx 879 \times (1 - 10^{-3} \times 100) \approx 791 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۹۳ و ۹۴)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۴» -۷۸

به کمک رابطه گرما، تغییرات دمای 2 kg آب را محاسبه می کنیم، داریم:

$$Q = 16 / 8 \text{ kJ} = 16800 \text{ J}$$

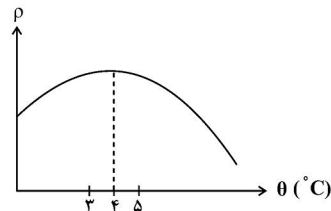
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 16800 = 2 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 2^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Rightarrow 2 = \theta_2 - 3 \Rightarrow \theta_2 = 5^\circ\text{C}$$

دمای آب از 3°C به 5°C می رسد، چون در دمای 4°C حجم آبکمترین مقدار را دارد، پس چگالی آب در 4°C بیشترین مقدار را دارد، در

نتیجه چگالی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۹۵ تا ۹۹)



چون اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B، $V_A - V_B = 12V$ است. پس:

$$P = \frac{(V_A - V_B)^2}{R_{eq}} = \frac{12^2}{3} = 48W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۸۴- گزینه «۲» (مفسر قندچولر)

در مدارهای الکتریکی، اگر مقاومت خارجی معادل برابر با مقاومت داخلی مولد باشد، توان خروجی مولد، بیشینه می‌شود.
اگر کلیدهای k_1 و k_2 بسته شوند، آنگاه سه مقاومت 3Ω ، 6Ω و 3Ω در مدار به صورت موازی قرار می‌گیرند.

$$\frac{1}{R_{\text{معادل خارجی}}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow R_{\text{معادل خارجی}} = \frac{6}{5} = 1.2\Omega$$

پس در این حالت $r = R_{\text{معادل خارجی}}$ می‌شود.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۸۵- گزینه «۱» (فسرو ارغوانی فرد)

ابتدا توان مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$P = VI = 220 \times 10 = 2200W = 2.2kW$$

مصرف برق ماهیانه برابر خواهد بود با:

$$U = P.t = 2.2 \times 30 \times 24 = 1584kWh$$

هزینه برق ماهانه برابر است:

$$330 \times 1000 = 330000 \text{ تومان}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۸۶- گزینه «۱» (عبدالرشاد امینی نسب)

می‌دانیم هرگاه مقاومتی به صورت موازی به مدار اضافه گردد، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_T \uparrow = \frac{V}{R_{eq} \downarrow} \Rightarrow V = R_{\text{ثابت}} I_T \uparrow$$

جریان با مقاومت نسبت عکس دارد یعنی جریان افزایش می‌یابد، طبق رابطه قانون اهم عدد ولت‌سنج نیز افزایش می‌یابد.

نور لامپ متناسب با جریان عبوری از لامپ می‌باشد، بنابراین نور لامپ (۱) افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۳»

(زهرا آقاممدری)

توان تلف شده در باتری rI^2 و توان مصرفی در مقاومت R برابر با rI^2 است. پس داریم:

$$\frac{rI^2}{RI^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow R = 4r$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{10}{5r}$$

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir = 10 - \frac{10}{5r} \times r = 8V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۸۲- گزینه «۴» (مسعود قمرقانی)

وقتی توان مصرفی کل مدار در دو حالت یکسان است، می‌توان اثبات کرد:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{3 \times 12} = 6\Omega$$

جریان‌ها را در هر دو حالت حساب کرده و سپس نسبت توان‌های مصرفی باتری در دو حالت را به دست می‌آوریم:

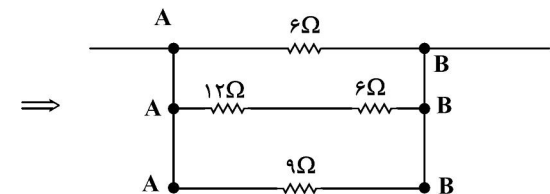
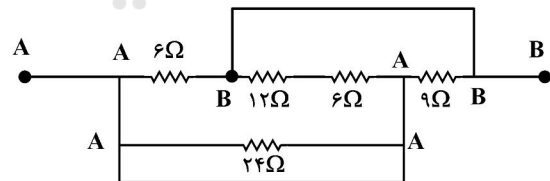
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{24}{12 + 6} = 2A \Rightarrow \frac{rI_1^2}{rI_2^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} = \frac{24}{24 + 6} = 0.8A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۸۳- گزینه «۳» (مهمعلی راست‌پیمان)

با حروف گذاری متوجه می‌شویم که مقاومت ۲۴ اهمی اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.



$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12+6} + \frac{1}{9} = \frac{3+1+2}{18}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{18}{6} = 3\Omega$$

به منظور آن که افزایش نسبی جریان برابر $\frac{1}{80} = 0.0125\%$ باشد باید داشته باشیم:

$$\frac{I_{n+1} - I_n}{I_n} = \frac{I_{n+1}}{I_n} - 1 = \frac{n+2}{n} - 1 = \frac{1}{80} \Rightarrow n = 8$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۸۹- گزینه «۴» (زهرا آقاممدری)

توان الکتریکی از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست می‌آید. کم‌ترین توان مربوط به حالتی است که R بیشترین مقدار ممکن یعنی 968Ω را دارد.

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} = \frac{(220)^2}{968} = 50W$$

بیشترین توان مربوط به حالتی است که R کمترین مقدار را دارد. این در حالتی است که هر دو کلید بسته باشند. چون در به هم بستن موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل کوچکتر از هر یک از مقاومت‌هاست.

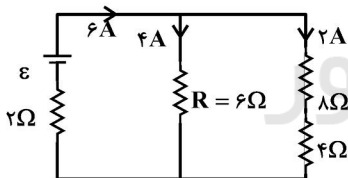
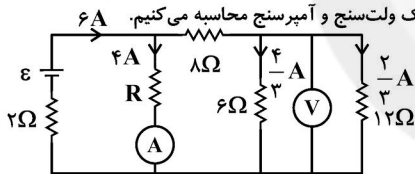
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{242} + \frac{1}{968} = \frac{5}{968} \Rightarrow R_{\min} = 193.6\Omega$$

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}} = \frac{(220)^2}{193.6} = 250W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

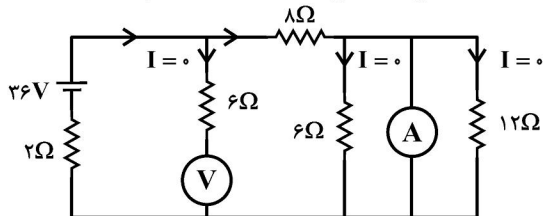
۹۰- گزینه «۴» (بیبا خورشید)

ابتدا R و E را که در مدار مجهول هستند، می‌یابیم. جریان شاخه‌های مدار را به کمک ولت‌سنج و آمپرسنج محاسبه می‌کنیم.



$$I_1 = 6A \Rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{2 + \left(\frac{6 \times 12}{6 + 12}\right)} \Rightarrow \varepsilon = 36V$$

حال جای آمپرسنج و ولت‌سنج را در مدار عوض می‌کنیم:



$$I = \frac{36}{2+8} = 3/6A$$

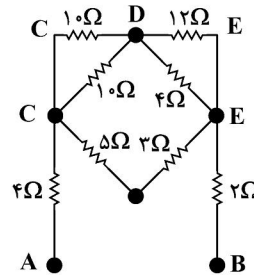
$$V = 36 - 2 \times 3/6 = 28/8V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

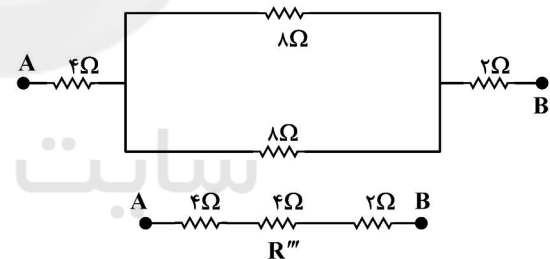
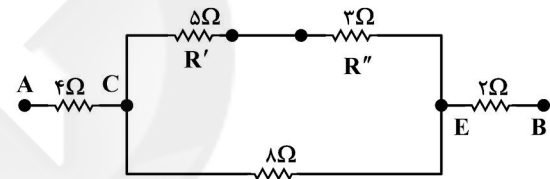
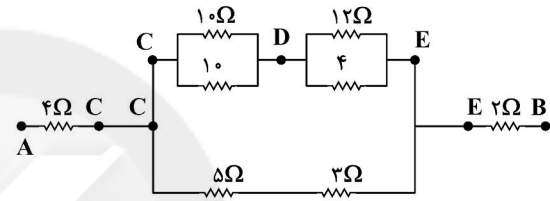
(عبدالرضا امینی نسب)

۸۷- گزینه «۲»

شکل مدار را به روش نقطه‌گذاری ساده می‌کنیم.



دو مقاومت 10Ω با هم موازی‌اند، همچنین دو مقاومت 12Ω و 4Ω بین دو نقطه D و E موازی‌اند. دو مقاومت 5Ω و 3Ω بین دو نقطه C و E متوالی‌اند. بنابراین شکل ساده شده به صورت زیر رسم می‌شود.



$$R' = \frac{10 \times 12}{10 + 12} = 5\Omega, R'' = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega, R''' = \frac{4 \times 2}{4 + 2} = 1.33\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 4 + 4 + 2 = 10\Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(فسیر ناصبی)

۸۸- گزینه «۳»

مقاومت معادل مدار در حالت اول برابر است با:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{n} = \frac{(n+1)R}{n}$$

$$I_n = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{n\varepsilon}{(n+1)R}$$

بنابراین جریان در باتری برابر خواهد بود با:

$$I_{n+1} = \frac{(n+1)\varepsilon}{(n+2)R}$$

در حالت دوم جریان برابر است با:

فیزیک ۱

گزینه ۳» ۹۱-

(مصطفی کیانی)

ابتدا دما را بر حسب درجه سلسیوس می‌یابیم. چون در یک دمای مشخص، عدد نشان داده شده توسط دماسنج سلسیوس ۸۰ واحد کمتر از دماسنج فارنهایت است، می‌توان نوشت:

$$\theta = F - 80 \Rightarrow F = \theta + 80$$

از طرف دیگر $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ است. بنابراین داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta + 80 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow 48 = \frac{9}{5}\theta - \theta \Rightarrow 48 = \frac{4}{5}\theta \Rightarrow \theta = 60^\circ\text{C}$$

اکنون می‌توان دما را بر حسب کلونین به دست آورد:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 60 + 273 = 333\text{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

گزینه ۲» ۹۲-

(زهرا آقاممیری)

هر یک درجه در این تقسیم‌بندی، معادل $1/25^\circ\text{C}$ است. $\frac{100}{80} = 1/25$ در نتیجه ۱۶ واحد معادل $16 \times 1/25 = 20^\circ\text{C}$ خواهد شد. با توجه به رابطه بین دماسنج سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

گزینه ۳» ۹۳-

(مسین مفرومی)

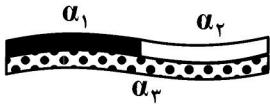
چون $\alpha_3 < \alpha_2$ است، با کاهش دما داریم:



و چون $\alpha_1 < \alpha_3$ است، با کاهش دما داریم:



و در مجموع:



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۱» ۹۴-

(شارمان ویسی)

برای آنکه اختلاف طول دو میله در هر دمایی ثابت باشد، باید تغییر طول یکسانی داشته باشند، یعنی:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \frac{\Delta L_1 = \alpha_1 L_1 \Delta \theta}{\Delta L_2 = \alpha_2 L_2 \Delta \theta} \Rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta \theta = \alpha_2 L_2 \Delta \theta$$

$$L_1 = 2L_2 \xrightarrow{L_1 = 1/2m} L_2 = 0.5m$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۱» ۹۵-

(فسرو ارغوانی فردر)

ضریب انبساط حجمی، ۳ برابر ضریب انبساط طولی می‌باشد. ابتدا ضریب انبساط طولی را محاسبه می‌کنیم.

$$A_2 = A_1(1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow \Delta A = \alpha A_1 \Delta \theta$$

$$\Rightarrow 801 - 800 = \alpha \times 800 \times 50 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{80000} \text{K}^{-1}$$

پس ضریب انبساط حجمی برابر خواهد بود:

$$\beta = 3\alpha = \frac{3}{80000} = 3.75 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)



۹۶ - گزینه «۲»

(غلامرضا مصبی)

$$\Delta V = V_1(\beta - 3\alpha)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta V = 2 \times 10^{-3} \times (6 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-5}) \times 100$$

$$\Rightarrow \Delta V = 4 / 100 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

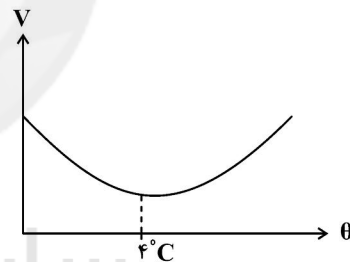
۹۷ - گزینه «۲»

(امیرحسین میوزی)

با افزایش دمای آب از صفر تا چهار درجه سلسیوس، حجم آب کاهش و با

افزایش دما از ۴°C تا ۱۰°C حجم آب افزایش می‌یابد، شکل زیر را

مشاهده کنید.



بنابراین چون مساحت کف ظرف به دلیل ناچیز بودن ضریب انبساط طولی

ظرف ثابت می‌ماند، می‌توان گفت ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش

می‌یابد.

اما افزایش دما، جرم ماده را تغییر نمی‌دهد. اگر چه ارتفاع مایع تغییر می‌کند

اما فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. چون فشار وارد شده بر کف ظرف

به خاطر وزن ستون مایع بالای آن است.

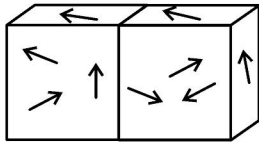
(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه ۹۵)

۹۸ - گزینه «۴»

(حسین مفرومی)

با توجه به شکل کتاب درسی، بعد از تماس دو جسم با یکدیگر، انرژی از

جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود و دمای دو جسم یکسان می‌شود.



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه ۹۶)

۹۹ - گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

چون آهنگ گرما دادن ثابت است، می‌توان نوشت:

$$P.t = Q \Rightarrow P.t = C\Delta\theta$$

که در آن C ظرفیت گرمایی جسم است.

$$12000 \times \frac{1260}{60} = C \times (28 - (-17)) \Rightarrow C = 560 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۱۰۰ - گزینه «۲»

(سعیر شرق)

$$P_1 = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{m_1 c_1 \Delta\theta_1}{20 \times 60} = \frac{4 \times 4200 \times 75}{20 \times 60}$$

$$P_2 = \frac{Q_2}{t_2} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{t_2} = \frac{9 \times 4200 \times 25}{t_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{m_1 c_1 \Delta\theta_1} \times \frac{t_1}{t_2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{9 \times 4200 \times 25}{4 \times 4200 \times 75} \times \frac{20 \times 60}{t_2}$$

$$\Rightarrow t_2 = 90 \text{ s} = 1 / 5 \text{ min}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)



شیمی ۲

۱۰۱- گزینه «۴»

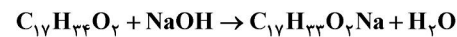
(علی طرفی)

همه عبارت‌ها درست می‌باشند.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۰۲- گزینه «۱»

(پیمان فوافوی‌میر)

فرمول اسید چرب $C_{17}H_{34}O_2$ است.

در محلول NaOH داریم:

$$[H^+] = 10^{-12/7} = 2 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای محاسبه جرم اسید چرب داریم:

$$\frac{5 \times 10^{-2} \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L}} \times 0 / 25 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol چرب}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{270 \text{ g اسید چرب}}{1 \text{ mol اسید چرب}} = 3 / 375 \text{ g اسید چرب}$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

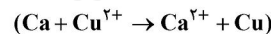
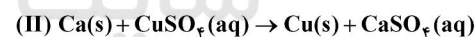
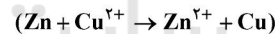
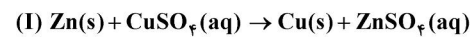
۱۰۳- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

موارد «الف» و «پ» تغییر نمی‌کند.

بررسی شباهت:

(الف)

در هر دو واکنش ۲ مول e^- بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود در

نتیجه شمار الکترون‌های داد و ستد شده تغییر نمی‌کند.

(ب) چون قدرت کاهندگی کلسیم بیشتر از روی است؛ در نتیجه سرعت واکنش بیشتر شده و دمای مخلوط پس از گذشت مدت زمانی از واکنش کلسیم بیشتر از واکنش روی افزایش می‌یابد.

(پ) در هر دو واکنش مقدار کافی از فلزهای Zn و Ca وجود دارد و با توجه به حجم ۴۰۰ میلی‌لیتر و غلظت ۲ مولار مس (II) سولفات، چون نسبت مولی Cu^{2+} به Cu در هر دو واکنش برابر یک است در نتیجه جرم فلز مس تولید شده در فرآورده برای هر ۲ واکنش یکسان است.

(ت) چون قدرت کاهندگی Ca بیشتر از Zn است؛ در نتیجه آهنگ تغییر رنگ محلول افزایش می‌یابد.

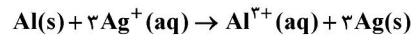
(ث) چون واکنش‌پذیری Ca بیشتر از Zn است؛ پس گرمای آزاد شده بیشتر می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱۰۴- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

معادله واکنش موازنه شده:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0 / 4 \text{ L} \times 0 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0 / 08 \text{ mol}$$

مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش و نصف شدن غلظت آن:

$$? \text{ mol Ag}^+ = \frac{0 / 08}{2} = 0 / 04 \text{ mol}$$

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0 / 08 - 0 / 04 = 0 / 04 \text{ mol}$$

جرم Al = ? g Al = 0 / 04 mol Ag⁺ مصرف شده

$$\times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0 / 36 \text{ g Al}$$

$$? \text{ g Ag} = 0 / 04 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 4 / 32 \text{ g Ag}$$

$$(\text{جرم Ag تولید شده}) + \text{جرم Al مصرفی} - \text{جرم اولیه} = \text{جرم تیغه}$$

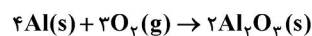
$$= 25 - 0 / 36 + \frac{75}{100} (4 / 32) = 27 / 88 \text{ g}$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۰۵- گزینه «۲»

(مهدی رضا پورباوند)

واکنش انجام شده عبارت است از:



در این واکنش Al اکسید شده (کاهنده) و شعاع آن پس از تبدیل شدن به یون Al^{3+} کاهش می‌یابد.

O_2 نیز با دریافت الکترون کاهش یافته (اکسند) و شعاع آن پس از تبدیل شدن به یون O^{2-} افزایش می‌یابد.

از طرفی در این واکنش برای تشکیل هر مول Al_2O_3 دو مول Al مصرف می‌شود. از آنجا که مصرف هر مول Al با مبادله ۳ مول الکترون همراه است، با تشکیل یک مول Al_2O_3 در مجموع ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)



$$\Rightarrow [H^+] = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 0.05 = 1.3$$

$$? e^- = 3 / 2 \Delta g Zn \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \Delta g Zn} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Zn}}$$

$$\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 6 / 0.2 \times 10^{23} e^-$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی و آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸، ۳۹ و ۴۰)

۱۰۹ - گزینه «۳» (معمیر زینی)

عبارت اول نادرست است. بار گونه کاهنده افزایش می‌یابد به عنوان مثال در نیم‌واکنش $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$ به صفر در گونه Cl_2 رسیده و افزایش یافته است. اما قدر مطلق آن (+۱) با رسیدن به صفر، کاهش یافته است.

عبارت دوم درست است.

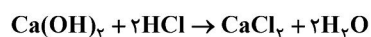
عبارت سوم نادرست است. بخشی از انرژی ذخیره شده در فلزات را می‌توان آزاد کرد.

عبارت چهارم نادرست است. مس با اکسیژن واکنش می‌دهد و اکسید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۱۰ - گزینه «۴» (هدی بهاری‌پور)

مرحله اول: بدست آوردن مولاریته HCl



$$36 / 5g HCl \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36 / 5g HCl} = 1 \text{ mol HCl}$$

$$HCl \text{ مولاریته} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

مرحله دوم بدست آوردن مولاریته $Ca(OH)_2$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-13}} = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow M_{Ca(OH)_2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

مرحله سوم بدست آوردن میلی‌لیتر $Ca(OH)_2$

$$n_a M_a V_a = n_b M_b V_b$$

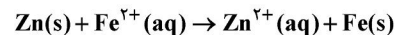
$$1 \times 0.5 \times 40 = 2 \times 0.5 \times V_b \Rightarrow V_b = 20 \text{ mL}$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

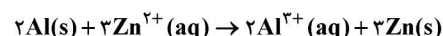
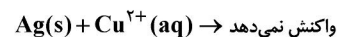
(معمیرضا پوریاویر)

۱۰۶ - گزینه «۲»

واکنش‌های مورد نظر عبارتند از:

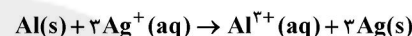
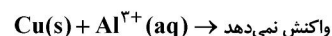


۶۵ گرم از جرم تیغه کم شده و ۵۶ گرم به جرم آن افزوده می‌شود. (کاهش جرم تیغه)



۲۷ × ۲ گرم از جرم تیغه کم شده و ۳ × ۶۵ گرم به جرم آن افزوده می‌شود

(افزایش جرم تیغه)



۲۷ گرم از جرم تیغه کم شده و ۳ × ۱۰۸ گرم به جرم آن افزوده می‌شود

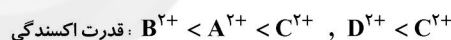
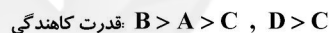
(افزایش جرم تیغه)

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(معمیرضا پوریاویر)

۱۰۷ - گزینه «۲»

با توجه به واکنش‌های داده شده می‌توان نتیجه گرفت:



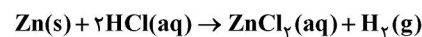
از آنجا که امکان مقایسه قدرت کاهندگی A و D (و قدرت اکسندگی A^{2+} و

D^{2+}) با استفاده از اطلاعات داده شده وجود ندارد، عبارت‌های چهارم و پنجم را نمی‌توان به طور قطعی درست (یا نادرست) در نظر گرفت.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(معمیر زینی)

۱۰۸ - گزینه «۴»



$$pH_{\text{اولیه}} = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\xrightarrow{\alpha_{HCl}=1} M_{HCl_{\text{اولیه}}} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.1 = \frac{n}{2} \Rightarrow n_{HCl} = 0.2 \text{ mol}$$

$$H^+ \text{ مول مصرفی} = 3 / 2 \Delta g Zn \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \Delta g Zn}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol Zn}} = 0.1 \text{ mol H}^+$$

$$\Rightarrow H^+ \text{ مول باقی مانده} = 0.2 - 0.1 = 0.1 \text{ mol H}^+$$



<p>Na^+ موجود در نیمی از این محلول (یعنی ۲/۵ لیتر) به صورت زیر محاسبه می‌شود:</p> $\frac{2}{5} \text{L محلول} \times \frac{0.2 \text{ mol NaNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaNO}_3}$ $\times \frac{23 \text{ g Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} \times \frac{1000 \text{ mg Na}^+}{1 \text{ g Na}^+} = 1150 \text{ mg Na}^+$ <p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)</p>	<p style="text-align: center;">شیمی ۱</p> <p>۱۱۱- گزینه «۲» (روزیه رضوانی)</p> <p>سه مورد درست است.</p> <p>بررسی موارد نادرست:</p> <p>اسکاندیم برمید: ScBr_3</p> <p>مس (I) سولفید: Cu_2S</p> <p>نیکل (III) سولفات: $\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3$</p>
<p>۱۱۵- گزینه «۳» (عمیر زنجی)</p> <p>عبارت اول نادرست است. غلظت یون سولفات در آب دریا بیشتر از سایر یون‌های چند اتمی است.</p> <p>عبارت دوم نادرست است. از انحلال هر مول آمونیوم سولفات $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ در آب، ۳ مول یون آزاد می‌شود.</p> <p>عبارت سوم نادرست است. ۹۷ درصد آب‌های موجود در آب کره، منابع اقیانوسی هستند و ۳ درصد باقیمانده شامل آب شور دریاچه‌ها نیز می‌شود.</p> <p>عبارت چهارم درست است. برخی یون‌ها مانند یون فلوئورید را در تصفیه‌خانه به آب اضافه می‌کنند.</p>	<p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)</p> <p>۱۱۲- گزینه «۲» (پیمان خواجوی مهر)</p> <p>یون‌های باریم (Ba^{2+}) با یون سولفات و یون‌های کلرید (Cl^-) با یون نقره رسوب می‌کنند. تنها در گزینه «۲» این دو یون وجود دارد.</p> <p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)</p>
<p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳)</p> <p>۱۱۶- گزینه «۲» (علیرضا کبانی دوست)</p> $? \text{ mL HCl} = 30 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CaCO}_3}$ $\times \frac{36}{5 \text{ g HCl}} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{36 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mL HCl محلول}}{1/2 \text{ g محلول}} = 50 \text{ mL HCl محلول}$ <p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۹۸ تا ۱۰۰)</p>	<p>۱۱۳- گزینه «۴» (پیمان خواجوی مهر)</p> <p>جرم محلول دوم \times درصد جرمی محلول دوم + جرم محلول اول \times درصد جرمی محلول اول = درصد جرمی نهایی</p> $54 = \frac{(40 \times 100) + (60 \times x)}{100 + x} \Rightarrow x = 233/3 \text{ g}$ <p>(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)</p> <p>۱۱۴- گزینه «۱» (مهمدرضا پورجاوید)</p> <p>اگر حجم محلول از ۰/۵ لیتر به ۵ لیتر برسد (یعنی ۱۰ برابر شود) غلظت آن ۰/۱ برابر خواهد شد. بنابراین محلول حاصل ۰/۰۲ مولار است. مقدار یون</p>



(علیرضا کیانی روست)

۱۱۹- گزینه «۳»

ابتدا محاسبه شمار مول یونها در محلول باریم کلرید

$$? \text{ mol یون } = ۲۸ / ۷۵ \text{ g Na}^+ \times \frac{۱ \text{ mol Na}^+}{۲۳ \text{ g Na}^+} \times \frac{۱ \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{۲ \text{ mol Na}^+}$$

$$\times \frac{۱ \text{ mol BaCl}_2}{۱ \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{۳ \text{ mol یون}}{۱ \text{ mol BaCl}_2} = ۱ / ۸۷۵ \text{ mol یون}$$

$$\text{غلظت مولی یونها} = \frac{n}{V} = \frac{۱ / ۸۷۵ \text{ mol}}{۱ / ۲۵ \text{ L}} = ۱ / ۵ \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰، ۹۶ و ۹۹)

(عمیر زینی)

۱۲۰- گزینه «۳»

گزینه «۱»: نادرست است. حل شونده جزئی از محلول است که مول یا تعداد ذرات کمتری دارد.

گزینه «۲»: نادرست است. اگر ۰/۹ حجم محلول تبخیر شود، حجم محلول ۰/۱ برابر در نتیجه غلظت نمک ده برابر می‌شود.

گزینه «۳»: درست است.

$$۹۰ \frac{\text{mg}}{\text{dL}} \Rightarrow \begin{cases} \text{گلوکز } ۰ / ۰۹ \text{ g} \\ \text{خون } ۰ / ۱ \text{ L} \end{cases}$$

$$\text{غلظت مولی گلوکز} = \frac{m}{V} = \frac{۰ / ۰۹}{۰ / ۱} = \frac{۱۸۰}{۰ / ۱} = ۰ / ۰۰۵ \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۴»: نادرست است. منیزیم محلول را ابتدا به صورت منیزیم هیدروکسید رسوب می‌دهند و ... (دقت کنید روش تبلور یعنی حلال را تبخیر کنیم تا حل‌شونده‌ها ته ظرف رسوب کنند).

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴، ۹۸ و ۹۹)

(علیرضا کیانی روست)

۱۱۷- گزینه «۲»

(آ) نادرست است. آنیون کلرید بیشترین درصد جرمی را دارد.

(ب) نادرست است. خواص محلول‌ها به غلظت (شمار ذره‌ها در واحد حجم محلول) بستگی دارد و مستقل از وزن آن‌ها است.

(پ) درست است.



$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{۹}{۳} = ۳$$

(ت) درست است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۷، ۹۱ تا ۹۵)

(علیرضا کیانی روست)

۱۱۸- گزینه «۳»

جمله اول طبق متن کتاب درست است.

جمله دوم درست است.

جمله سوم درست است.

جمله چهارم نادرست است. کار کردن با حجم مایع در آزمایشگاه آسانتر از

کار کردن با جرم آن است.

جمله پنجم نادرست است. درصد وزنی همان درصد جرمی حل‌شونده در

محلول است.

$$\frac{۱۹ \text{ g}}{۱۰۰ \text{ g}} \times ۱۰۰ = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \text{درصد جرمی}$$

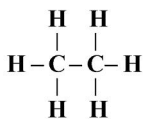
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۳، ۹۶ و ۹۸)



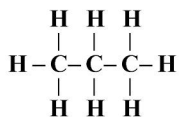
$$\frac{? \text{ kJ}}{\text{mol}} = \frac{1/49 \text{ kJ}}{2 \text{ g}} \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} = 82/7 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۷۲)

(روزبه رضوانی)



اتان



پروپان

اگر آنتالپی پیوند C-C و C-H را به ترتیب x و y کیلوژول بر مول در

نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$-2 \times \begin{cases} x + 6y = 2820 \\ 2x + 8y = 3992 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 12y = -5640 \\ 2x + 8y = 3992 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 348 \\ y = 412 \end{cases} \Rightarrow y - x = 412 - 348 = 64 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

(بیمان فواپوی‌میر)

۱۲۵- گزینه «۴»

فرض می‌کنیم x درصد این ماده غذایی را پروتئین و x-۲۰ درصد دیگر

را چربی تشکیل می‌دهد.

$$18/45 = \left(\frac{70}{100} \times 17 \right) + \left(\frac{x}{100} \times 17 \right) + \left(\frac{20-x}{100} \times 38 \right) \Rightarrow x = 5$$

پس ۵ درصد این ماده غذایی را پروتئین و ۱۵ درصد آن را چربی تشکیل

می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست: فتوسنتز یک فرایند گرماگیر است و علامت ΔH در واکنش

شیمیایی فتوسنتز مثبت است.

(ب) نادرست: آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش

تجربی به دست آورد.

(پ) درست

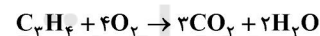
(ت) نادرست: تغییر آنتالپی هر واکنش در فشار ثابت، برابر مقدار گرمایی

است که سامانه واکنش با محیط داد و ستد می‌کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۶، ۶۷، ۷۲ و ۷۳)

(روزبه رضوانی)

۱۲۲- گزینه «۴»



$$1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{40 \text{ g C}_3\text{H}_8}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{48/45 \text{ kJ}}{1 \text{ g C}_3\text{H}_8} = 64 \text{ kJ}$$

$$64 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol Cu}_2\text{O}}{11/4 \text{ kJ}} \times \frac{144 \text{ g Cu}_2\text{O}}{1 \text{ mol Cu}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 8/16 \text{ kg Cu}_2\text{O}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۷۱)

(روزبه رضوانی)

۱۲۳- گزینه «۱»

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 50 \times 4/2 \times (32/1 - 25) = 1/49 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -\frac{1}{4}(-1376) + \frac{1}{4}(-490) + 3(-184) = -109 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(عمیر زنی)

۱۲۹- گزینه «۳»

عبارت اول درست است.

عبارت دوم درست است. شکستن پیوند یک فرایند گرماگیر است.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. در میان منابع انرژی بدن، فقط کربوهیدرات‌ها

به گلوکز (قند خون) شکسته می‌شوند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۷۵)

(بیمان شواپوی مهر)

۱۳۰- گزینه «۳»

به دلیل تعداد زیاد گروه هیدروکسیل، بر اثر حل کردن این ماده در آب،

مولکول‌های این ماده با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

فرمول مولکولی این ماده $C_6H_{14}O_6$ و فرمول مولکولی گلوکز

$C_6H_{12}O_6$ است. پس اختلاف جرم مولی آن‌ها به اندازه جرم ۲ اتم

هیدروژن است.

هر مولکول از این ترکیب دارای ۲۵ پیوند کووالانسی است.

فرمول مولکولی ۲- هیتانول به صورت $C_7H_{14}O$ است که شمار اتم‌های

هیدروژن آن با تعداد هیدروژن سوربیتول برابر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

(ممدرضا پوریاویر)

۱۲۶- گزینه «۳»

در یک واکنش گرماگیر، هر قدر حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها به حالت

گازی نزدیک‌تر باشد، اختلاف سطح انرژی آن‌ها با فراورده‌ها کاهش یافته و

ΔH واکنش کمتر می‌شود. در صورتی که حالت فیزیکی فراورده‌ها به حالت

گازی نزدیک‌تر باشد، اختلاف سطح انرژی آن‌ها با واکنش‌دهنده‌ها افزایش

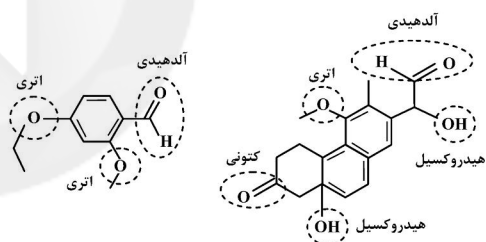
یافته و ΔH واکنش بیشتر خواهد شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(ممدرضا پوریاویر)

۱۲۷- گزینه «۳»

گروه‌های عاملی موجود در ترکیب‌های داده شده عبارتند از:



بنابراین به غیر از مورد سوم، بقیه موارد درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(ممدرضا پوریاویر)

۱۲۸- گزینه «۳»

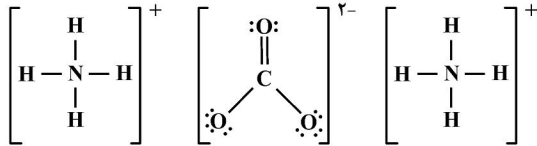
با توجه به معادله‌های داده شده، ΔH همه واکنش‌ها منفی است. برای تعیین

ΔH واکنش خواسته شده، کافی است واکنش سوم در $-\frac{1}{4}$ ، واکنش اول

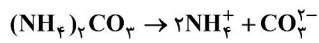
در $\frac{1}{4}$ و واکنش دوم در ۳ ضرب شود. به این ترتیب خواهیم داشت:



* در هر واحد فرمولی $(NH_4)_2CO_3$ ، ۱۲ پیوند کووالانسی وجود دارد.



بر اثر حل کردن هر مول آمونیوم کربنات در آب، سه مول یون تولید می‌شود.



نسبت شمار عنصرها به اتمها در آمونیوم کربنات $\frac{4}{14}$ یا $\frac{2}{7}$ است.

$(NH_4)_2CO_3$ یک ترکیب چهارتایی و NH_4NO_3 یک ترکیب سه

تایی محسوب می‌شود.

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(ممد رضا پوریاوید)

۱۳۵- گزینه «۱»

علت آبی دیده شدن زمین از فضا این است که ۷۵ درصد از سطح (و نه جرم!) آن توسط آب پوشیده شده است.

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

(ممد رضا پوریاوید)

۱۳۶- گزینه «۴»

ابتدا جرم Na^+ موجود در محلول اولیه را به دست می‌آوریم.

$$10 \text{ mL محلول} \times \frac{1}{5} \text{ g محلول} \times \frac{71 \text{ g } Na_2SO_4}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} \\ \times \frac{2 \text{ mol } Na^+}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} \times \frac{23 \text{ g } Na^+}{1 \text{ mol } Na^+} = 3 / 45 \text{ g } Na^+$$

حال با توجه به تعریف ppm می‌توان نوشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی‌گرم حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{3 / 45 \times 10^3 \text{ mg } Na^+}{0 / 6 \text{ L}} = 5750 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۳»

(علی طرفی)

$$M = \frac{10 \text{ ad}}{M_w} = \frac{10 \times 36 / 5 \times 1 / 2}{36 / 5} = 12 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(علی طرفی)

۱۳۲- گزینه «۱»

یون هیدروکسید OH^-

یون کربنات CO_3^{2-}

یون فسفات PO_4^{3-}

جمع جبری بارها $-(1) + (-2) + (-3) = -6$

مجموع اکسیژن‌های یونها $1 + 3 + 4 = 8$

مجموع بارها و اکسیژن‌ها $-6 + 8 = 2$

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(روزبه رضوانی)

۱۳۳- گزینه «۲»

$$? \text{ kg کلر} = 70 \cdot m^3 \text{ آب} \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ kg } Cl_2}{10^6 \text{ kg}}$$

$$\text{محلول کلر } 10 \cdot \text{kg } Cl_2 \times \frac{10 \cdot \text{kg } Cl_2}{0 / 7 \text{ kg } Cl_2} = 10 \cdot \text{kg کلر}$$

(شیمی ۱-آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

(پیمان فراوی می‌د)

۱۳۴- گزینه «۱»

فقط عبارت چهارم صحیح است.



۱۳۷- گزینه «۲»

(علی طرفی)

عبارت‌های نادرست موارد «ب» و «ت» می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) سالانه میلیون‌ها تن نمک سدیم کلرید به روش تبلور از آب دریا جدا می‌شود.

(ت) آب آشامیدنی مخلوطی همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های

گوناگون است.

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۸۸، ۹۰ و ۹۷)

۱۳۸- گزینه «۲»

(علی طرفی)

برای شناسایی یون‌های کلرید، کلسیم و باریوم در یک محلول به ترتیب می‌توان از

محلول‌های نقره نیترات، سدیم فسفات و سدیم سولفات استفاده کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۹- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

یک لیتر محلول را مبنا در نظر می‌گیریم:

$$\text{ppm MgCl}_2 = \frac{\text{جرم MgCl}_2 \text{ حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$9/5 = \frac{x}{10^3} \times 10^6 \Rightarrow x = 9/5 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$$9/5 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{95 \text{ g MgCl}_2} = 10^{-4} \text{ mol MgCl}_2$$

غلظت مولی Cl^- برابر است با:

$$10^{-4} \text{ mol MgCl}_2 \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol Cl}^-$$

$$M = \frac{\text{mol Cl}^-}{\text{لیتر محلول}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{1} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

درصد جرمی Cl^- برابر است با:

$$2 \times 10^{-4} \text{ mol Cl}^- \times \frac{35/5 \text{ g Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} = 71 \times 10^{-4} \text{ g Cl}^-$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{گرم Cl}^-}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$= \frac{71 \times 10^{-4}}{1000} \times 100 = 7/1 \times 10^{-4} \%$$

درصد جرمی Mg^{2+} برابر است با:

$$10^{-4} \text{ mol MgCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$= 24 \times 10^{-4} \text{ g Mg}^{2+}$$

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{گرم Mg}^{2+}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$= \frac{24 \times 10^{-4}}{1000} \times 100 = 2/4 \times 10^{-4} \%$$

غلظت ppm یون Mg^{2+} برابر است با:

$$\text{ppm} = a \times 10^4 = 2/4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 2/4$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱۴۰- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$? \text{ g H}_2\text{SO}_4 = 500 \text{ mg CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}$$

$$= 0/49 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

$$M = \frac{0/49}{0/05 \text{ L}} = 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)



(سپار را وطلب)

۱۴۴- گزینه «۳»

ابتدا به دامنه تابع توجه می‌کنیم ($D_f = \mathbb{R}$) سپس مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = \frac{\Delta}{3} x^{\frac{\Delta}{3}-1} - \frac{\Delta}{3} x^{\frac{-1}{3}} = \frac{\Delta}{3} (\sqrt[3]{x^{\Delta-3}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}) = \frac{\Delta}{3} \left(\frac{x^{\frac{\Delta}{3}} - 1}{\sqrt[3]{x}} \right)$$

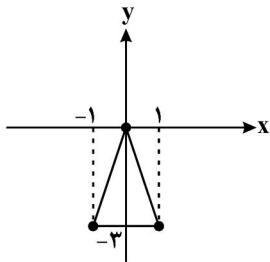
مشتق تابع در ریشه‌های صورت صفر و

در ریشه‌های مخرج تعریف نشده است.

پس این نقاط بحرانی هستند.

یعنی $x = \pm 1, 0$ طول سه نقطه بحرانیاین تابع هستند. مقدار $f(x)$ به ازای

طول این نقاط:



$$\begin{cases} f(-1) = -3 \\ f(0) = 0 \\ f(1) = -3 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

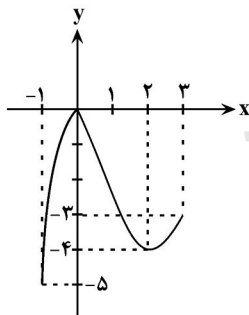
(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه ۱۱۷)

(ممررسن سلامی فسینی)

۱۴۵- گزینه «۲»

ابتدا ضابطه تابع را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

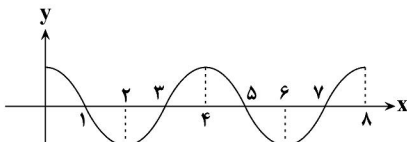
$$y = (x-4)|x| = \begin{cases} x^2 - 4x & ; x \geq 0 \\ 4x - x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

حال نمودار تابع را در بازه $[-1, 3]$ رسم می‌کنیم:همان‌طور که مشخص است، کم‌ترین مقدار تابع برابر -5 است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

(یغما کلاتریان)

۱۴۶- گزینه «۱»

ابتدا نمودار تابع $y = \cos \frac{\pi x}{4}$ را رسم می‌کنیم:

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

مقدار آهنگ تغییر متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\text{مقدار آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(9) - f(4)}{9 - 4} = \frac{12 - 6}{5} = \frac{6}{5}$$

از طرفی آهنگ تغییر لحظه‌ای در یک نقطه مانند a برابر $f'(a)$ است.

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{25}{4}$$

(مسایان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۲- گزینه «۴»

(شهرام ولایی)

تابع در $x = 0$ مشتق‌پذیر است. پس در این نقطه پیوسته است و مشتق چپ

و راست با هم برابرند:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Rightarrow 2 + a = b \quad (1)$$

$$f'_+(0) = f'_-(0) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{0+1}} = 2(0) - b \Rightarrow b = -1 \xrightarrow{(1)} a = -3$$

$$f'(ab) = f'(3) \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۳- گزینه «۴»

(علی اصغر شریفی)

با توجه به ضابطه تابع، مشخص است که $x = -1$ و $x = 1$ نقاط بحرانی تابع f

هستند. برای بررسی دقیق‌تر باید ضابطه تابع را بازنویسی کنیم و از آن مشتق بگیریم:

$$f(x) = \pm(x-1)\sqrt[3]{(x-1)(x+1)} = \pm(x-1)^{\frac{4}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \pm \left(\frac{4}{3}(x-1)^{\frac{1}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{4}{3}}(x+1)^{-\frac{2}{3}} \right)$$

$$= \pm \frac{1}{3} (x-1)^{\frac{1}{3}} (x+1)^{-\frac{2}{3}} (4(x+1) + (x-1)) = \pm \frac{(\Delta x + 3)\sqrt[3]{x-1}}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

بنابراین تابع در $x = -1$ مشتق ندارد و مشتق آن در $x = 1$ و $x = -\frac{3}{5}$ صفر می‌شود، پس مجموعه طول نقاط بحرانی آن عبارتند از $\left\{ 1, -1, -\frac{3}{5} \right\}$.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه ۱۱۷)



(متمم‌یوار ممسئ)

۱۴۹- گزینه «۳»

$$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x$$

شیب خط مماس همان مشتق تابع است. پس برای کم‌ترین شیب باید مینیمم

$$f''(x) = 12x^2 - 6x - 6$$

را پیدا کنیم.

$$= 6(2x^2 - x - 1)$$

$$= 6(2x+1)(x-1)$$

x		$-\frac{1}{2}$	1	
f''	+	-	-	+
f'	↗	max	↘	min

پس برای $x \in (-1, 3)$ ، در $x=1$ ، کم‌ترین شیب ممکن به دست می‌آید:

$$f'(1) = 4 - 3 - 6 = -5$$

$$f(1) = 1 - 1 - 3 = -3$$

$$\text{معادله خط مماس: } y - (-3) = -5(x - 1)$$

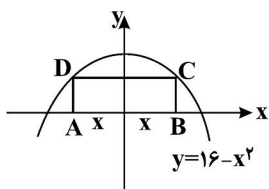
$$\Rightarrow y = -5x + 2$$

$$\Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = 2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(فویمه ولی زاده)

۱۵۰- گزینه «۲»



$$S = AB \times BC \Rightarrow S = 2x \times y$$

$$S = 2x(16 - x^2)$$

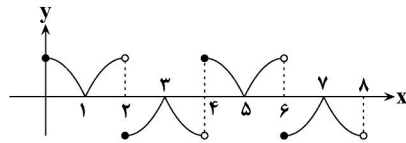
$$S = 32x - 2x^3$$

$$S' = 0 \Rightarrow S' = 32 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 32 = 6x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{32}{6} \quad x > 0 \rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$S\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 32\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 2\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{128}{\sqrt{3}} - \frac{128}{3\sqrt{3}} = \frac{384 - 128}{3\sqrt{3}} = \frac{256}{3\sqrt{3}}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

حالا نمودار تابع $f(x) = (-1)^x \cos \frac{\pi x}{2}$ را رسم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{min نسبی} \\ x=4 & \text{max نسبی} \end{cases}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

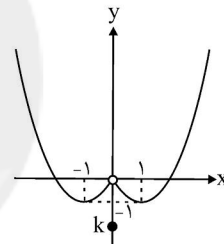
(کاظم اجلائی)

۱۴۷- گزینه «۱»

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; x < 0 \\ k & ; x = 0 \\ x^2 - 2x & ; x > 0 \end{cases}$$

و نمودار آن مطابق شکل زیر است:

واضح است که اگر $k < 0$ باشد، تابع در $x=0$ مینیمم نسبی و اگر $k \leq -1$ باشد، مینیمم مطلق دارد، پس اگر $-1 < k < 0$ باشد، تابع در $x=0$ مینیمم نسبی دارد اما مینیمم مطلق ندارد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(سیار داوطلب)

۱۴۸- گزینه «۲»

ابتدا نقاط بحرانی f را در بازه $[1, 3]$ تعیین می‌کنیم.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \notin (1, 3), x = 2$$

پس مقدار تابع را در نقطه $x=2$ و نقاط ابتدا و انتها می‌یابیم:

$$f(1) = k - 2$$

$$f(2) = k - 4$$

$$f(3) = k$$

ماکزیمم تابع، k و مینیمم آن، $k-4$ می‌باشد. از آنجایی که ماکزیمم و مینیمم

قرینه همدیگرند، پس مجموع آن‌ها صفر است:

$$k - 4 + k = 0 \Rightarrow k = 2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)



هندسه ۳- اختیاری

گزینه ۲- ۱۵۱

(مهم فندان)

اگر a فاصله کانونی، d قطر قاعده و h گودی (عمق) دیش مخابراتیباشد، آنگاه رابطه $a = \frac{d^2}{16h}$ برقرار است. در نتیجه داریم:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\frac{d_1^2}{16a_1}}{\frac{d_2^2}{16a_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{60}{30}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۹)

گزینه ۴- ۱۵۲

(امیرمسین ابومصوب)

$$M = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{7}\right)$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{2}{4} + 7} = \sqrt{\frac{79}{4}} = \frac{\sqrt{79}}{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه ۴- ۱۵۳

(امیرمسین ابومصوب)

معادلات هر خط موازی محور Z ها به صورت $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) است.حال اگر $c \leq z \leq d$ ($c, d \in \mathbb{R}$) را به این معادلات اضافه کنیم، بخشی ازخط یا در واقع یک پاره‌خط که موازی محور Z ها است حاصل می‌شود.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

گزینه ۳- ۱۵۴

(عادل عسینی)

بردارهای \vec{a} و \vec{b} موازی ولی در خلاف جهت هم هستند، پس بردار \vec{b} مضربی منفی از بردار \vec{a} است. داریم:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}$$

$$\vec{b} = r\vec{a} \Rightarrow |\vec{b}| = |r||\vec{a}| \Rightarrow 12 = |r| \times 3 \Rightarrow |r| = 4$$

$$\xrightarrow{r < 0} r = -4$$

$$\vec{b} = -4\vec{a} = -4(-1, -2, 2) = (4, 8, -8)$$

بنابراین مجموع مؤلفه‌های بردار \vec{b} برابر ۴ است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

گزینه ۲- ۱۵۵

(مهرداد ملونری)

اگر O مبدأ مختصات باشد، آنگاه مطابق فرض داریم:

$$\vec{AM} = 2\vec{MB} \Rightarrow (\vec{OM} - \vec{OA}) = 2(\vec{OB} - \vec{OM})$$

$$\Rightarrow 2\vec{OM} = \vec{OA} + 2\vec{OB}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + 2\vec{OB}) = \frac{1}{3}[(1, -3, 0) + (4, 2, 2)]$$

$$= \frac{1}{3}(5, -1, 2) = \left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

گزینه ۱- ۱۵۶

(سیرمسن خاطمی)

$$A = (a, b, 2) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی } xy} A' = (a, b, 0)$$

$$A' = B \Rightarrow a = 2, b = 2$$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'}$$

از طرفی داریم $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{DC}$. پس:

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

(مممر فتران)

گزینه «۲» - ۱۵۹

$$\vec{a} + \vec{b} = (0, 1, 3) + (1, 0, -1) = (1, 1, 2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (0, 1, 3) - (1, 0, -1) = (-1, 1, 4)$$

$$\frac{|\vec{a} + \vec{b}|}{|\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\sqrt{1+1+4}}{\sqrt{1+1+16}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳- بردارها: مشابه تمرین‌های ۵ و ۶ صفحه ۷۶)

(امیرسین ابومضوب)

گزینه «۳» - ۱۶۰

یال AB بر روی صفحه‌ای عمود بر محور y ها به معادله $y = 5$ و

همچنین بر روی صفحه‌ای عمود بر محور z ها به معادله $z = 4$ قرار دارند و

مقادیر x بر روی این یال از نقطه B به طول $x = 0$ تا نقطه A به طول

$x = 3$ متغیر هستند، بنابراین معادله این پاره خط (یال AB) به صورت

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases} \text{ است.}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه ۶۸)

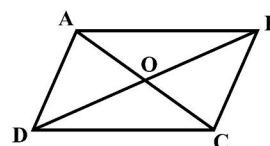
$$A = (2, 2, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } XY} C = (2, 2, -3)$$

بنابراین مجموع مختصات نقطه C، برابر ۲ است.

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(امیرسین ابومضوب)

گزینه «۳» - ۱۵۷



قطرها در متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگرند. بنابراین داریم:

$$O = \frac{A+C}{2} = \frac{(1, -1, 2) + (-2, 0, 1)}{2} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} OB &= \sqrt{\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{3} \end{aligned}$$

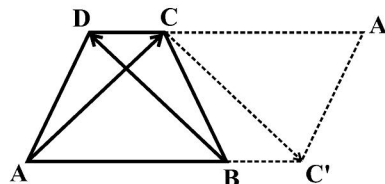
$$\Rightarrow DB = 2OB = 2 \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

(علیرضا طاهری)

گزینه «۴» - ۱۵۸

مطابق شکل، دوزنقه $A'CBC'$ را هم نهشت با دوزنقه ABCD رسم می‌کنیم.



بردار \overrightarrow{DB} هم‌اندازه و هم‌جهت با بردار $\overrightarrow{CC'}$ است. بنابراین داریم:



ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱ - گزینه «۲»

(عارل مسینی)

با استفاده از تغییر متغیر داریم:

$$x_f > 3 \Rightarrow x_f \geq 4 \Rightarrow x_f = y_f + 4$$

$$x_i = y_i \quad (1 \leq i \leq 3)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_f + x_5 = 12 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_f + 4 + 3 = 12$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_f = 5$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۲ - گزینه «۳»

(نور مہیری)

هر عدد طبیعی سه رقمی به صورت \overline{abc} نمایش داده می‌شود که رقم صدگان (a) لزوماً بزرگتر یا مساوی ۱ است. داریم:

$$a = a' + 1$$

$$a + b + c = 7 \Rightarrow a' + b + c = 6$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۳ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومیبوب)

اگر تعداد سیب‌های این ۴ نفر را به ترتیب با مقادیر x_1, x_2, x_3 و x_4 نمایش دهیم، داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$$

$$\xrightarrow{x_4 = x_3 + 2} x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

با توجه به اینکه x_3 دارای ضریبی غیر از یک است، تعداد جواب‌های مسئله را با توجه به مقادیر x_3 به دست می‌آوریم. با توجه به شرط طبیعی بودن جواب‌ها $1 \leq x_3 \leq 4$ است و داریم:

$$x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{8-1}{2-1} = 7$$

$$x_3 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{6-1}{2-1} = 5$$

$$x_3 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4-1}{2-1} = 3$$

$$x_f = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{2-1}{2-1} = 1$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 7 + 5 + 3 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۴ - گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌ذبیبی)

گزینه «۱»: درایه مشخص شده با مقدار x نمی‌تواند برابر هیچ یک از اعداد

۳	۲	x
		۱

۱، ۲ و ۳ باشد، پس به مربع لاتین تبدیل نمی‌شود.

گزینه «۲»: در صورت پر کردن درایه‌ها، مربع زیر حاصل می‌شود که یک

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

مربع لاتین است.

گزینه «۳»: هیچ کدام از درایه‌های سطر سوم نمی‌توانند برابر ۳ باشند. چون

در ستون‌های اول و سوم، عدد ۳ وجود دارد، پس به مربع لاتین تبدیل

۲		۳
۳		
	۲	

نمی‌شود.

گزینه «۴»: با توجه به مربع داده شده، هر دو درایه x و y باید برابر ۳ باشند

x	۲	۱
y	۱	۲

که امکان پذیر نیست، پس به مربع لاتین تبدیل نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱۶۵ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومیبوب)

اگر درایه‌های دو مربع لاتین متعامد A و B را کنار هم بنویسیم، آنگاه در هر سطر (ستون) مربع حاصل، ارقام ۱، ۲ و ۳ یکبار به عنوان رقم دهگان و یکبار به عنوان رقم یکان ظاهر می‌شوند. در نتیجه مجموع اعداد هر سطر (ستون) برابر است با:

$$(10 + 20 + 30) + (1 + 2 + 3) = 66$$

به عنوان مثال به دو مربع لاتین متعامد A و B در شکل زیر توجه کنید:

A =	۱	۳	۲
	۳	۲	۱
	۲	۱	۳

B =	۲	۱	۳
	۳	۲	۱
	۱	۳	۲



۲۱	۳۲	۴۳	۱۴
۴۲	۱۳	۲۴	۳۱
۱۳	۴۴	۳۱	۲۲
۳۴	۲۱	۱۲	۴۳

گزینه «۱»:

۲۲	۳۳	۴۴	۱۱
۴۳	۱۲	۲۱	۳۴
۱۴	۴۱	۳۲	۲۳
۳۱	۲۴	۱۳	۴۲

گزینه «۲»:

۲۳	۳۲	۴۱	۱۴
۴۴	۱۱	۲۲	۳۳
۱۱	۴۴	۳۳	۲۲
۳۲	۲۳	۱۴	۴۱

گزینه «۳»:

۲۳	۳۴	۴۱	۱۲
۴۲	۱۳	۲۴	۳۱
۱۴	۴۱	۳۲	۲۳
۳۱	۲۲	۱۳	۴۴

گزینه «۴»:

همان‌طور که مشاهده می‌شود تنها در مربع مربوط به گزینه «۲» هیچ کدام از اعداد دو رقمی ایجاد شده تکراری نیستند. پس مربع لاتین این گزینه با مربع لاتین صورت سؤال متعامد است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(امیرمسین ابومصوب)

۱۷۰ - گزینه «۳»

با اطلاعات داده شده مربع لاتین A به صورت منحصر به فرد زیر پر می‌شود:

۱	۲	۴	۳
۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۳	۴

با اعمال جایگشت داده شده، مربع لاتین B به صورت زیر به دست می‌آید:

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۳	۴
۱	۲	۴	۳
۳	۴	۱	۲

در نتیجه $a=1$ ، $b=4$ و $c=3$ است و داریم:

$$a + b + c = 1 + 4 + 3 = 8$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

مربع حاصل از کنار هم نوشتن درایه‌های این دو مربع به صورت زیر است:

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

$$\text{مجموع سطر اول} = 12 + 31 + 23 = 66$$

$$\text{مجموع سطر دوم} = 33 + 22 + 11 = 66$$

$$\text{مجموع سطر سوم} = 21 + 13 + 32 = 66$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(عزیزاله علی اصغری)

۱۶۶ - گزینه «۲»

در بین مربع‌های لاتین داده شده، تنها مربع لاتین گزینه «۲» از اعمال جایگشت (۲ → ۱، ۳ → ۲، ۱ → ۳) روی مربع لاتین صورت سؤال حاصل شده است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۶۴)

(امیرمسین ابومصوب)

۱۶۷ - گزینه «۴»

اعداد x و z ، قطعاً هیچ کدام برابر ۱ و ۲ نیستند (چون در سطر دوم ۲ وجود دارد و در ستون‌های اول و چهارم ۱ دیده می‌شود). پس یکی برابر ۳ و دیگری برابر ۴ است. بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم برابر ۱ است و با توجه به این که در هر سطر یا ستون هر عدد فقط یک‌بار تکرار می‌شود، مقدار y نیز لزوماً برابر ۱ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$x + y + z = (x + z) + y = 7 + 1 = 8$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(کیوان دارابی)

۱۶۸ - گزینه «۴»

۱			۲
	۲	۱	
	۱	۲	
۲			۱

ابتدا جای ۲ها و ۱های باقی‌مانده را پیدا می‌کنیم.

سطرهای اول و دوم به چهار طریق با ۳ و ۴ پر می‌شوند و سطرهای سوم و چهارم به‌طور منحصر به فرد مشخص می‌شوند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(امیرمسین ابومصوب)

۱۶۹ - گزینه «۲»

از کنار هم قرار دادن مربع لاتین صورت سؤال با مربع‌های هر یک از گزینه‌ها، مربع‌های زیر حاصل می‌شود:



فیزیک ۳- اختیاری

۱۷۱- گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

حداقل فاصله بین دو صوت باید 0.1 ثانیه باشد تا گوش انسان بتواند دو صوت را از یکدیگر تمیز دهد. اگر فاصله شخص از دیوار d و در حالت جدید d' باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{صوت}} \times \Delta t = 2d \\ v'_{\text{صوت}} \times \Delta t' = 2d' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v'_{\text{صوت}} \times \Delta t'}{v_{\text{صوت}} \times \Delta t} = \frac{d'}{d}$$

$$\frac{v'_{\text{صوت}} = 1/17 \text{ صوت}, \Delta t' = 0/18}{\Delta t = 0/28, d = 34 \text{ m}} \rightarrow \frac{1/1 \times 0/1}{0/2} = \frac{d'}{34}$$

$$\Rightarrow d' = 18/7 \text{ m} \Rightarrow d - d' = 15/7 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۱۷۲- گزینه «۳»

(عباس اصغری)

ابتدا طول موج گسیل شده را محاسبه می‌کنیم.

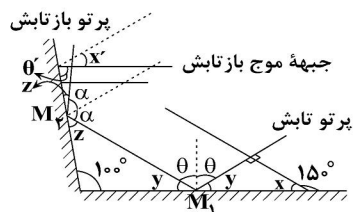
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{100 \times 10^3} = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 1/5 \text{ cm}$$

برای تشخیص یک جسم، اندازه آن باید در حدود طول موج به کار رفته و یا بزرگ‌تر از آن باشد. بنابراین این امواج برای تشخیص B و C کاربرد دارند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱۷۳- گزینه «۲»

(اعسان گرمی)

پرتو تابش به آینه M_1 باید به جبهه‌های موج تابیده شده عمود باشد.

$$x + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 3^\circ \quad \text{بنابراین:}$$

$$x + y = 90^\circ \Rightarrow y = 6^\circ$$

$$\theta + y = 90^\circ \Rightarrow \theta = 3^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی مثلث} \Rightarrow z + y + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow z + 6^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

$$z = 2^\circ$$

$$\theta' = 90^\circ - z = 7^\circ$$

$$x' = 90^\circ - \theta' = 2^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱۷۴- گزینه «۴»

(زهرا آقامحمدری)

چون تندی نور در محیط (۲) 60% درصد بیش‌تر از تندی نور در محیط (۳) است، پس داریم:

$$v_2 = 1/6 v_3 \Rightarrow \frac{v_2}{v_3} = 1/6$$

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{v_2}{v_3} = \frac{n_3}{n_2} = 1/6 \quad \text{طبق رابطه ضریب شکست می‌توان نوشت:}$$

ضریب شکست محیط (۳) به محیط (۱) برابر است با:

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{n_2}{n_1} = 1/6 \times \frac{n_2}{n_1} \quad (*)$$

با استفاده از قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{n_3}{n_1} = 1/6 \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \quad \text{با جایگذاری در رابطه (*) داریم:}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۱۷۵- گزینه «۴»

(مبینی نکوتیان)

مطابق شکل زیر می‌توان نوشت:



(مسئله مفرومی)

گزینه «۳» - ۱۷۸

در آزمایش یانگ، پهنای هر نوار روشن و یا تاریک متناسب با طول موج نور به کار رفته در آزمایش است.

بنابراین داریم:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{w_2}{w_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2}$$

$$\frac{v_2 = n_1}{v_1 = n_2} \rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{f}{\frac{3}{4}f}$$

$$\Rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۵)

(مسئله مفرومی)

گزینه «۱» - ۱۷۹

تندی امواج رونده در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{100 \times 32 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}}} = 80 \frac{m}{s}$$

بنابراین بسامد نوسان‌های تشدید آن برابر است با:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = \frac{80}{16 \times 10^{-2}} = 500 \text{ Hz}$$

از طرفی داریم:

$$L = n \left(\frac{\lambda_n}{2} \right) \Rightarrow 32 = n \times \frac{16}{2} \Rightarrow n = 4$$

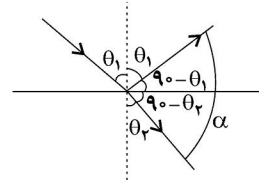
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مسئله مفرومی)

گزینه «۲» - ۱۸۰

تشدیدگر هلمهولتز مانند لوله‌های صوتی، بسامدهای تشدید معینی دارد و با هر بسامدی در آن تشدید رخ نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)



$$2\theta_1 = \frac{2}{3}(90^\circ - \theta_2) \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \frac{4}{3}\theta_1 \quad (1)$$

از طرفی طبق قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = \sqrt{2} \sin \theta_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} \sin \theta_1 = \sqrt{2} \sin \left(90^\circ - \frac{4}{3}\theta_1 \right) \Rightarrow \sin \theta_1 = \sqrt{2} \cos \frac{4}{3}\theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 45^\circ, \theta_2 = 30^\circ$$

و در نهایت زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو شکست (α) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = 90^\circ - \theta_1 + 90^\circ - \theta_2 = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)$$

$$\xrightarrow{\theta_1 = 45^\circ} \alpha = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$$

$$\theta_2 = 30^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۹)

(مسئله چندپلر)

گزینه «۲» - ۱۷۶

بسامد (و نیز دوره تناوب) فقط به ویژگی‌های چشمه موج بستگی دارد. چون در این سؤال، چشمه موج تغییر نکرده است، در نتیجه بسامد (و نیز دوره تناوب) در تمام طناب‌ها، ثابت می‌ماند. تندی انتشار موج در طناب به «جرم واحد طول» طناب بستگی دارد که با نصف کردن طول طناب A ، جرم آن نیز نصف می‌شود و در نتیجه تندی انتشار موج در این طناب تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

(بابک اسلامی)

گزینه «۴» - ۱۷۷

با افزایش دمای هوا، چگالی آن کاهش یافته که این امر سبب کاهش ضریب شکست هوا می‌شود.

سایر گزینه‌ها، عبارتهای صحیحی هستند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ و ۱۰۰)



شیمی ۳- اختیاری

۱۸۱- گزینه ۳»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) نادرست، افزایش گاز نیتروژن به تعادل باعث کاهش غلظت گاز هیدروژن و افزایش غلظت گاز نیتروژن و آمونیاک می‌شود.

پ) درست، فرایند هابر یک فرایند گرماده است. بنابراین پس از برقراری تعادل در دمای پایین‌تر (25°C)، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد و این به معنی پیشرفت بیشتر واکنش است.

ت) درست، نقطه جوش آمونیاک -33°C است و برای میعان آمونیاک کافی است دما را تا حدود -40°C کاهش دهیم.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۸)

۱۸۲- گزینه ۴»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست: برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل مش‌های ریز در می‌آورند و کاتالیزورها را روی سطح آن می‌نشانند.

ب) نادرست، مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند اما پس از مدت معینی کارایی خود را از دست می‌دهد و دیگر قابل استفاده نیست.

پ) نادرست، در سطح سرامیک‌ها در مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی به قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

ت) نادرست، مبدل کاتالیستی در خودروهایی دیزلی که آمونیاک تولید می‌کنند آمونیاک را با گازهای NO و NO_2 واکنش می‌دهد و بخار آب و گاز نیتروژن تولید می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۸۳- گزینه ۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های «الف» و «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست: با توجه به گرماگیر بودن واکنش آنتالپی پیوند AC بیشتر از BC است.

ب) نادرست: استفاده از کاتالیزگر مناسب، E_a و E'_a انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت را به یک میزان (نه به یک نسبت!) کاهش می‌دهد.

پ) نادرست: E_a به اندازه a کیلوژول از E'_a انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت بیشتر است.

$$E_a = a + b \quad E'_a = b \quad E_a - E'_a = a$$

ت) درست: آنتالپی واکنش با توجه به نمودار برابر a بوده که از a + b و b کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۱۸۴- گزینه ۱»

(امیر هاتمیان)

ابتدا مول اولیه گاز SO_3 را بدست می‌آوریم:

$$480 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} = 6 \text{ mol SO}_3$$

مجموع مول‌های گازی در تعادل اولیه:

$$6 - 2x + 2x + x = 7 \rightarrow x = 1$$

$$K = \frac{[\text{SO}_3]^2 \times [\text{O}_2]}{[\text{SO}_2]^2} = \frac{\left(\frac{2}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{4}{2}\right)^2} = \frac{1}{8} \text{ mol.L}^{-1}$$

با کاهش حجم و خروج گاز SO_3 ، تعادل به سمت مول گازی کمتر (در جهت برگشت) جابه‌جا می‌شود خروج گاز SO_3 را برحسب مول با Z نشان می‌دهیم.

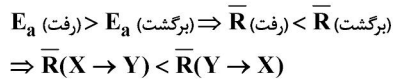
$$\frac{\text{تغییرات } \text{O}_2}{\text{مول SO}_2 \text{ در تعادل جدید}} = \frac{y}{2-2y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

K تغییر پیدا نمی‌کند و ثابت است.



	6 mol	0	0
تغییرات	$\downarrow -2x$	$\downarrow +2x$	$\downarrow +x$
تعادل اولیه	$\frac{6-2x}{4 \text{ mol}}$	$\frac{2x}{2 \text{ mol}}$	$\frac{x}{1 \text{ mol}}$
تغییرات	$\downarrow +2y - z$	$\downarrow -2y$	$\downarrow -y$
تعادل جدید	$\frac{4+2y-z}{5-z}$	$\frac{2-2y}{1}$	$\frac{1-y}{2}$

$$K = \frac{1^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{(5-z)^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow (5-z)^2 = 8$$



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۸- گزینه «۳»

با خروج مقداری از SO_3 از تعادل، ابتدا مقدار آن به طور ناگهانی کاهش می‌یابد. برای جبران این تغییر باید مقدار SO_3 کاهش و مقدار O_2 افزایش یابد. از طرفی به مرور باید غلظت SO_3 افزایش یابد و تغییر مقدار آن در تعادل جدید باید متناسب با تغییر غلظت دیگر مواد و طبق ضرایب استوکیومتری باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(عمیر زینی)

۱۸۹- گزینه «۲»

ماده A جامد است و در عبارت ثابت تعادل نوشته نمی‌شود.



$$K = [B]^3 \times [C]^2$$

$$K = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 3 / 375 \text{ mol}^5 \cdot \text{L}^{-5}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

(هدی بهاری پور)

۱۹۰- گزینه «۳»

گزینه «۱»: نادرست؛ واکنش (۱) گرماده است و باید Q در سمت فرآورده‌ها باشد.

گزینه «۲»: نادرست؛ انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش دوم بیشتر از انرژی فعال‌سازی رفت واکنش اول است.

گزینه «۳»: درست؛ $2E_{a_1} = E_{a_2} = 60 \text{ kJ}$ (رفت) و

$$E_a(\text{برگشت}) = E_a - \Delta H$$

$$E_a(\text{برگشت}) = 60 - 40 = 20 \text{ kJ}$$

گزینه «۴»: نادرست؛ به ازای تولید ۲ مول B در واکنش (۲)، ۴۰ کیلوژول انرژی نیاز است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۳ تا ۹۴)

$$\begin{cases} \text{قابل قبول } z = 3 \Rightarrow 5 - z = 2 \\ \text{غیر قابل قبول } z = 7 \Rightarrow 5 - z = -2 \end{cases}$$

$$3 \text{ mol SO}_3 \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3} = 240 \text{ g SO}_3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۸۵- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

(۱) از آن جایی که $\Delta H > 0$ بوده با افزایش دما ثابت تعادل واکنش گرماگیر زیاد می‌شود.

(۲) چون K (ثابت تعادل) یکا ندارد پس تعداد مول‌های گازی دو طرف واکنش برابر بوده و تغییر حجم و فشار بر آن موثر نیست.

(۳) کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی رفت و برگشت را به یک میزان کاهش می‌دهد.

(۴) در میعان آب $K = [\text{H}_2\text{O}(g)]^{-1}$ است و غلظت بخار آب تنها تابع دما است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۶- گزینه «۱»

نمودارهای «۱» و «۳» مربوط به واکنش گرماده می‌باشند. از آنجا که انرژی فعال‌سازی واکنش ۱ بیشتر از واکنش ۳ است، سرعت انجام آن کمتر خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۷- گزینه «۲»

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند. با توجه به اطلاعات جدول می‌توان گفت:

$$(\text{برگشت}) E_a - E_a(\text{رفت}) = \Delta H : \text{در حضور کاتالیزگر}$$

$$\Rightarrow +320 = 720 - E_a(\text{برگشت})$$

$$\Rightarrow E_a(\text{برگشت}) = 400 \text{ kJ}$$

$$(\text{برگشت}) E_a - E_a(\text{رفت}) = \Delta H : \text{بدون کاتالیزگر}$$

$$\Rightarrow E_a(\text{رفت}) = 800 \text{ kJ}$$

در حضور کاتالیزگر، سطح انرژی فرآورده‌ها به سطح انرژی قله نزدیک‌تر است. از طرفی خواهیم داشت: