

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه	تعداد سوال: ۵۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۰	اجاری	۱۰	۱	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰		۱۰	۱۱	
	هندسه ۳	۱۰		۲۰	۲۱	
	ریاضی ۱	۵		۳۰	۳۱	
	حسابان ۱	۵		۳۵	۳۶	
	هندسه ۲	۱۰		۴۰	۴۱	
	آمار و احتمال	۵		۵۰	۵۱	



ریاضیات



حسابان (۲)

-۱ در چه تعداد از توابع زیر، در $x=1$ ، حد های نامتناهی چپ و راست هم علامت هستند؟ [نماد جزء صحیح است]

$$g(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \quad (ب)$$

۴ (۴)

$$m(x) = \frac{(-1)^{\lfloor 2x \rfloor}}{|x-1|} \quad (د)$$

۳ (۳)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \quad (الف)$$

۲ (۲)

$$h(x) = \frac{\cos \pi x}{\sin(\frac{\pi x}{2}) - 1} \quad (ج)$$

۱ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{3})^+} \frac{9x^2 - [\frac{-1}{2x}]}{3x - [\frac{2}{9x^2}]} \quad \text{حاصل}\quad \text{کدام است؟} [نماد جزء صحیح است]$$

-۸ (۴)

+∞ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\Delta \pi}{6})^+} \frac{a^2 - 2a[x]}{2\sin x - 1} = +\infty \quad \text{اگر}\quad \text{باشد، چند مقدار صحیح برای } a \text{ وجود دارد؟} [نماد جزء صحیح است]$$

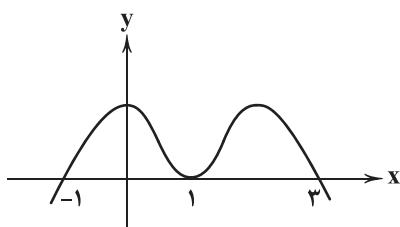
۴) بی شمار

۳ (۳)

۲ (۲)

۱) صفر

-۴ نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟



سابت کنکور

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x+1)}{f(x)} = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{f(x+1)} = -\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-4}{f(x)} = +\infty \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x-1)}{x-1} = -\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin x - \cos x} \quad \text{حاصل}\quad \text{کدام است؟}$$

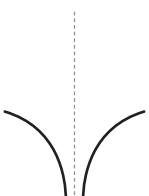
-۸ (۴)

+∞ (۳)

۱/۲ (۲)

۲ (۱)

-۶ اگر نمودار $f(x) = \frac{(-1)^{\lfloor x \rfloor}}{g(x)}$ در مجاورت $x=2$ به صورت زیر باشد، ضابطه $g(x)$ کدام گزینه می تواند باشد؟ [نماد جزء صحیح است]

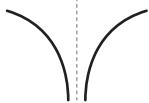


$$g(x) = (x-1)(x-2)^3 \quad (۲)$$

$$g(x) = 8 - 12x + 6x^2 - x^3 \quad (۴)$$

$$g(x) = (x-1)|x-2| \quad (۱)$$

$$g(x) = (x-2)|x-2| \quad (۳)$$

 $x=2$ 

- ۷ اگر منحنی نمودار تابع $f(x) = \frac{-x^3 + 3x - 5}{2x^2 + 2ax + b}$ در همسایگی $x=2$ به شکل زیر باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۴
(۳) -۴
(۴) ۸

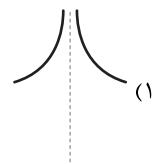
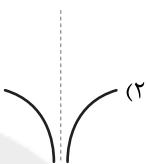
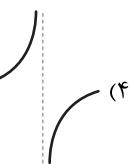
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۸ به ازای چند مقدار m ، تابع $f(x) = \frac{x^3 - x - 20}{x^2 + mx + 26}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟



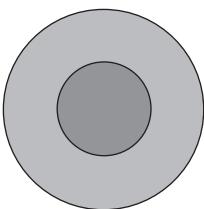
۴ (۴) بی‌شمار

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

- ۹ نمودار $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{-x^2 - 4x + 5}$ در همسایگی مجانب قائم خود به کدام صورت است؟



- ۱۰ تابع $f(x) = \frac{x}{[x]\sqrt{x-1}(x^2+3x+2)}$ چند مجانب قائم دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۱۸۰ (۲)
(۲) ۱۹۰ (۳)
(۳) ۲۰۰ (۴)
(۴) ۲۱۰ (۵)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

- ۱۱ چند عدد سرقمی وجود دارد که ۳ برابر این عدد منهای ۷ مضرب عدد ۵ باشد؟
- ۱۲ به ازای کدام مقدار a معادله $(a+3)x + 24y = 15$ دارای جواب است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲)
(۲) ۱۹۰ (۳)
(۳) ۲۰۰ (۴)
(۴) ۲۱۰ (۵)

- ۱۳ تیراندازی به سمت یک هدف شامل دو دایره هم مرکز، تیراندازی می‌کند. اگر تیر او به شعاع کوچک برخورد کند، ۳ امتیاز و اگر به دایره به شعاع بزرگ برخورد کند ۲ امتیاز و در غیر این صورت امتیازی به دست نمی‌آورد. اگر شخصی ۱۰ تیر پرتاب کرده باشد و ۱۸ امتیاز به دست آورده باشد، به چند طریق امتیاز برای او ثبت شده است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

- ۱۴ در گراف ساده‌ای از مرتبه ۹، $\Delta = 8$ و $\delta = 3$ است. حداقل تعداد یال‌های گراف کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳ (۵) ۲۱۰

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

- ۱۵ کدام یک از دنباله‌های زیر، می‌تواند دنباله درجه رأس‌های یک گراف ساده باشد؟

- (۱) ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۶, ۶ (۲) ۱۰۲

- (۳) ۱۰۳ (۴) ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۵, ۵ (۵) ۱۰۴

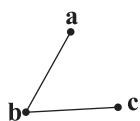
- ۱۶ چند گراف ساده با مجموعه رؤوس $\{a, b, c, d, e\}$ و اندازه $q = 7$ می‌توان تعریف کرد که $N_G(a) = \{b, c, d, e\}$ باشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴ (۵) ۲۶

محل انجام محاسبات



۱۷- با رئوس $v = \{a, b, c, d\}$ چندگراف ساده می‌توان ساخت که $\deg a = 2$ و گراف شکل زیر، زیرگراف آن باشد؟



- ۴ (۱)
۶ (۲)
۸ (۳)
۱۰ (۴)

۱۸- در گراف کاملی رابطه $q + p = 3\Delta + \delta + 1$ برقرار است. اندازه گراف کدام می‌تواند باشد؟

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۹- دنباله درجات رئوس یک گراف ساده به صورت «۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۵» است. با افزودن حداقل چند یال، این گراف یک گراف منتظم می‌شود؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰- در گراف k -منتظم مرتبه p ، عدد k ، p مقدار مختلف را می‌تواند اختیار کند. این گراف حداقل چند یال دارد؟

۴۲ (۴)

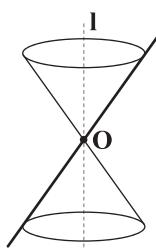
۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۲۸ (۱)

هندسه (۳)

۲۱- یک رویه مخروطی مفروض است. اگر صفحه P از نقطه O رأس این رویه بگذرد، فصل مشترک صفحه و رویه کدام شکل نمی‌تواند باشد؟



(۱) نقطه

(۲) دو خط موازی

(۳) دو خط متقاطع

(۴) یک خط

۲۲- از نقطه $A(1, 2)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ رسم کرده‌ایم. معادله خطی که نقاط تماس را به هم متصل می‌کند، کدام است؟

$$x = \frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$x = 3 \quad (۳)$$

$$y = \frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$y = 3 \quad (۱)$$

۲۳- دو دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ و $(C'): (x+1)^2 + y^2 = 2$ چند مماس مشترک دارند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۴- فاصله نزدیک ترین نقطه دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$ از خط $3x + 4y - 15 = 0$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۲۵- اگر دو دایره به معادلات $(x-k)^2 + (y+3)^2 = 49$ و $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100$ سه مماس مشترک داشته باشند، مجموع مقادیر ممکن برای k کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۲۶- دایره‌های $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ و $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ متقاطع‌اند. معادله وتر مشترک این دو دایره کدام است؟

$$y = -x \quad (۴)$$

$$y = x \quad (۳)$$

$$y = x - 1 \quad (۲)$$

$$y = x + 1 \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات



-۲۷- طول وتری از دایره $(x+6)^2 + (y+1)^2 = 21$ که توسط خط $2x + 3y = -2$ جدا می‌شود، کدام است؟

۲۷۲ (۴)

۳۷۲ (۳)

۶۷۲ (۲)

۴۷۲ (۱)

-۲۸- به ازای کدام مقدار k دو دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = k$ و $x^2 + y^2 = 8$ مماس داخلاند؟

۱۲ ۲ یا (۴)

۱۴ ۲ یا (۳)

۱۶ ۲ یا (۲)

۱۶ ۱ یا (۱)

-۲۹- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه ثابت (۱, ۳) A در صفحه، ۲ برابر فاصله آنها از نقطه ثابت (۴, -۲) B در همان صفحه باشد، کدام است؟

(۲) دایره به مرکز (۹, ۱۳)

(۱) دایره به مرکز (-۳, ۱۳)

(۴) تهی

(۳) دایره به مرکز (-۹, ۱۳)

-۳۰- دایره محیطی مثلث ABC با رؤوس A(-۱, ۰) و B(۰, ۳) و C(۰, -۳) را در نظر بگیرید. معادله خط مماس بر این دایره در رأس A، محور y‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

ریاضی (۱)

-۳۱- اگر رابطه $\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt[3]{a+b\sqrt{3}} = 0$ برقرار باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۳۱ (۴)

۱۵ (۳)

۴۱ (۲)

۲۶ (۱)

-۳۲- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{5}+2}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1} \times \frac{16}{\sqrt[3]{1600}-\sqrt[3]{64}}$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱۶ (۱)

-۳۳- اگر $x^2+x+1=0$ باشد، حاصل عبارت $(x^{90^\circ}+1)^6$ کدام است؟

۱۲۸ (۴)

۳ صفر

۱۶ (۲)

۶۴ (۱)

-۳۴- حاصل عبارت $\frac{(a-\frac{1}{a})(a^2+\frac{1}{a})}{a^2+\frac{1}{a}-1}$ به ازای $x=\sqrt[3]{2}$ کدام است؟

 $\frac{8\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}}{10}$ (۴) $\frac{8\sqrt[3]{2}-1}{8}$ (۳) $\frac{16\sqrt[3]{2}-1}{10}$ (۲) $\frac{64\sqrt[3]{2}-1}{10}$ (۱)

-۳۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح نیست؟

الف) به ازای هر دو عدد طبیعی a و b که $a > b$ است، $a^b > b^a$ است.

ب) اگر a در بازه $[0, -1)$ باشد، $\sqrt[4]{a} \leq \sqrt[3]{a}$ است.

ج) اگر $3 = \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}$ باشد، حاصل $A^2 + A^2$ برابر ۶ است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر



حسابان (۱)

- ۳۶- در یک دنباله هندسی جملهٔ صد و یکم برابر 25 و مجموع دویست و یک جملهٔ اول آن برابر 625 می‌باشد، مجموع معکوسات دویست و یک جملهٔ اول این دنباله برابر است با:

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۳۷- اگر m و n ریشه‌های معادلهٔ $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند، آنگاه $f(m + \frac{1}{n}) = f(n + \frac{1}{m}) = 0$ داشته باشیم $f(x) = 2x^2 + bx + c$ بوده و در تابع c کدام است؟

-۵ (۴)

-۳ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

- ۳۸- اگر α ریشهٔ حقیقی معادلهٔ $x^2 + x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1}$ برابر است با:

۳ + $\sqrt{3}$ (۴)۲ + $\sqrt{2}$ (۳)۱ + $\sqrt{3}$ (۲)۱ + $\sqrt{2}$ (۱)

- ۳۹- معادلهٔ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) یک

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ هیچ

- ۴۰- طول‌های نقاطی واقع بر محور X که از خط گذرنده از نقاط $(8, 0)$ و $(0, 6)$ و محور y به یک فاصله باشند، کدام است؟

-۲۴ و $-\frac{8}{3}$ (۴)۲۴ و $-\frac{8}{3}$ (۳)-۲۴ و $\frac{8}{3}$ (۲)۲۴ و $\frac{8}{3}$ (۱)

هندسه (۲)

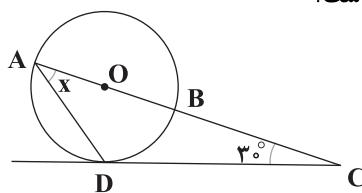
- ۴۱- با توجه به شکل، O مرکز دایره است. اگر $\hat{C} = 30^\circ$ و CD مماس بر دایره باشد، آنگاه X چند درجه است؟

۴۰ (۱)

۳۰ (۲)

۳۵ (۳)

۴۵ (۴)



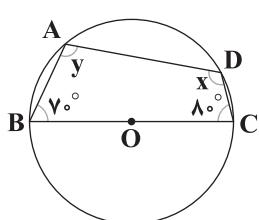
- ۴۲- با توجه به شکل زیر، O مرکز دایره و اگر $\hat{B} = 70^\circ$ و $\hat{C} = 80^\circ$ باشد، آنگاه مقدار $x - y$ کدام است؟

۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)



سایت کنکور

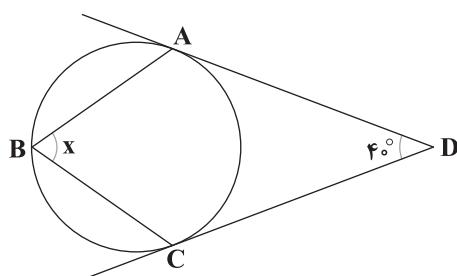
- ۴۳- با توجه به شکل، AD و CD به ترتیب در نقاط A و C بر دایره مماس هستند. اگر $\hat{D} = 40^\circ$ باشد، آنگاه زاویه $x - \hat{B} = 40^\circ$ چند درجه است؟

۸۰ (۱)

۶۰ (۲)

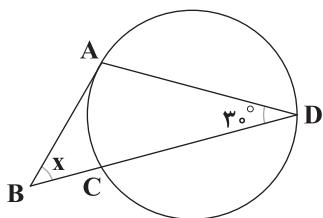
۷۰ (۳)

۷۵ (۴)



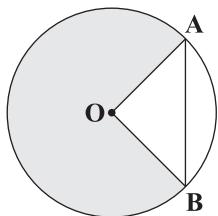


-۴۴- با توجه به شکل، BA در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $AD = DC = 30^\circ$ و $\hat{D} = 30^\circ$ باشد در این صورت $x = \hat{B}$ کدام است؟



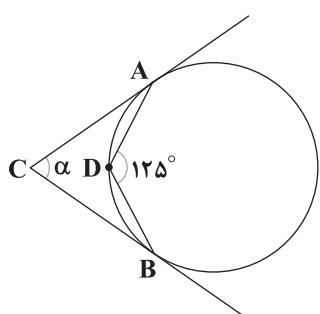
- (۱) 40°
- (۲) 45°
- (۳) 50°
- (۴) 60°

-۴۵- با توجه به شکل، O مرکز دایره، اگر $OA = OB = AB = 6$ باشد، آنگاه مساحت قسمت رنگی کدام است؟



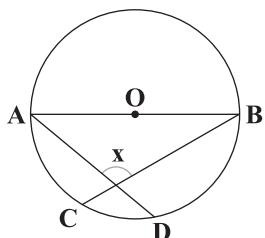
- 10π (۱)
- 20π (۲)
- 25π (۳)
- 30π (۴)

-۴۶- با توجه به شکل، اگر زاویه $\hat{C} = \alpha$ و CB به ترتیب در نقاط A و B بر دایره مماس باشند، آنگاه زاویه $A\hat{D}B = 125^\circ$ کدام است؟



- 50° (۱)
- 60° (۲)
- 70° (۳)
- 80° (۴)

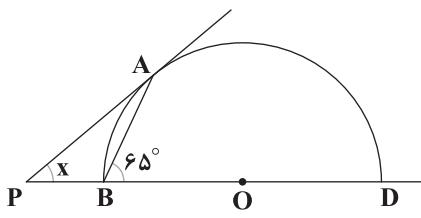
-۴۷- با توجه به شکل، O مرکز دایره و اگر $\widehat{CD} = 40^\circ$ باشد، آنگاه مقدار x کدام است؟



- 100° (۱)
- 110° (۲)
- 120° (۳)
- 130° (۴)

سایت کنکور

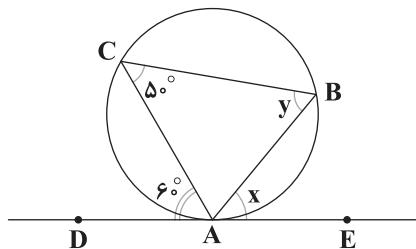
-۴۸- با توجه به شکل، O مرکز نیم‌دایره و $A\hat{B}D = 65^\circ$ باشد، آنگاه $x = \hat{P}$ کدام است؟



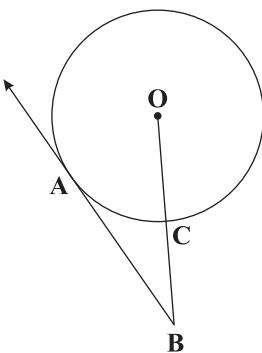
- 40° (۱)
- 50° (۲)
- 45° (۳)
- 55° (۴)



-۴۹- با توجه به شکل، اگر DE در نقطه A بر دایره مماس و $\hat{C} = 5^\circ$ و $x + y = 6^\circ$ باشد، آنگاه $y - x$ کدام است؟

(۱) 105° (۲) 95° (۳) 100° (۴) 110°

-۵۰- با توجه به شکل، O مرکز دایره است، اگر $CB = 3$ و $BA = 4$ و $AB = 5$ در نقطه A بر دایره مماس باشد، آنگاه طول شعاع دایره کدام است؟

(۱) $\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{5}{7}$

آمار و احتمال

-۵۱- در پرتاب دوتاس با هم می‌دانیم مجموع اعداد رو شده برابر 10 است. با چه احتمالی یکی از دو تاس عدد 6 ظاهر شده است؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

-۵۲- اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P((A-B)|A) = \frac{2}{5}$ ، حاصل $(A|B)$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

-۵۳- چنانچه A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B) = 0/4$ و $P(A|B') = 0/6$ ، احتمال وقوع پیشامد $A \cup B$ کدام است؟

(۱) $0/64$ (۲) $0/68$ (۳) $0/72$ (۴) $0/76$

-۵۴- دو ظرف داریم. در اولی 9 مهره سفید و 6 مهره سیاه و در ظرف دوم 2 مهره سفید و 6 مهره سیاه است. 2 مهره از ظرف اول و 8 مهره از

ظرف دوم برداشته و داخل ظرف سوم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف سوم یک مهره برمی‌داریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

(۱) $0/28$ (۲) $0/32$ (۳) $0/36$ (۴) $0/45$

-۵۵- ظرف اول شامل 3 مهره سفید و 2 مهره سیاه و ظرف دوم شامل 4 مهره سفید و 3 مهره سیاه است. X مهره سیاه به ظرف دوم اضافه

می‌کنیم. اگر یکی از ظرف‌هارا انتخاب و از آن مهره‌ای بیرون بیاوریم، احتمال سفید و سیاه بودن آن برابر است. مقدار X کدام است؟

(۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۸۰	۵۶	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۹۰	۸۱	
	فیزیک ۲	۱۰		۱۰۰	۹۱	
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۱۵	۱۰۱	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۲۵	۱۱۶	
	شیمی ۲	۱۰		۱۳۵	۱۲۶	



- ۵۶- فاصلهٔ ماهواره A از سطح زمین، برابر شعاع زمین و فاصلهٔ ماهواره B از سطح زمین، ۴ برابر شعاع زمین است. اگر جرم دو ماهواره با هم برابر باشد، بزرگی تکانهٔ ماهواره B، چند برابر بزرگی تکانهٔ ماهواره A است؟

۲ (۴)

$$\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}}$$

- ۵۷- جرم یک ماهواره 400 kg و وزن آن در مدار چرخش به دور زمین برابر با N^{10^3} است. فاصلهٔ این ماهواره از سطح زمین چند برابر شعاع زمین

$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

- ۵۸- گلوله‌ای به جرم m با سرعت v محیط دایره‌ای به شعاع R را طی می‌کند. کار نیروی مرکزگرا بر روی گلوله در نصف دور برابر کدام گزینه است؟

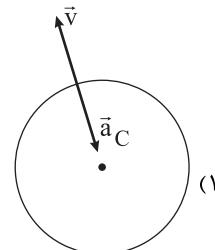
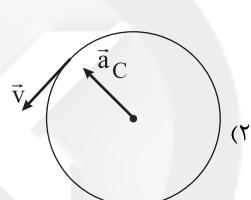
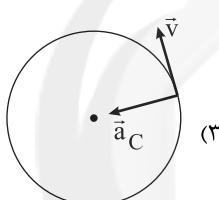
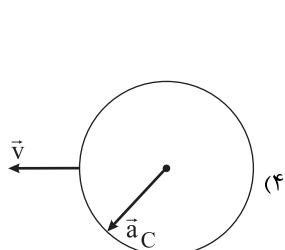
۴) صفر

$$2mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2$$

$$mv^2$$

- ۵۹- در کدام گزینه، جهت سرعت و شتاب به درستی رسم شده است؟



- ۶۰- در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، متحرک در مدت زمان ۶s، مسافتی ۴ برابر شعاع دایره را طی می‌کند. دورهٔ حرکت این متحرک چند ثانیه است؟

$$\frac{1}{3}$$

$$3$$

$$3\pi$$

$$\frac{\pi}{3}$$

- ۶۱- نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. این نوسانگر در چه لحظه‌ای برای دومین بار، سرعتش بیشینه خواهد شد؟

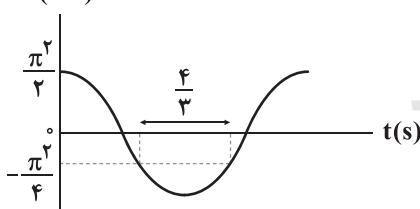
x(cm)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

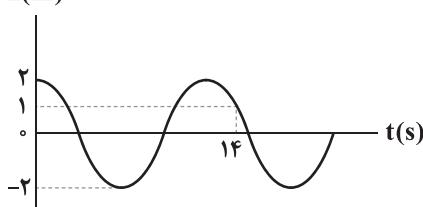
۴ (۴)



- ۶۲- نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. این نوسانگر در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۴ ثانیه، چند ثانیه کندشونده و در

x(m)

جهت محور x حرکت کرده است؟



۳ (۱)

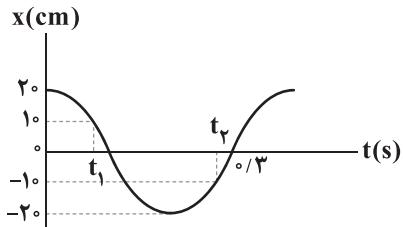
۵ (۲)

۸ (۳)

۲ (۴)



- ۶۳- نمودار مکان - زمان نوسانگ هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگ در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟



(۱)

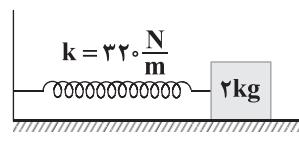
(۲)

(۳)

(۴)

- ۶۴- در شکل زیر، وزنه در حال نوسان هماهنگ ساده است. اگر بیشترین و کمترین طول فنر در طی فرایند نوسان به ترتیب 65cm و 25cm

باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا فنر از حالتی که طول آن 55cm است، به حالتی برود که طول آن 35cm است؟ ($\pi^2 = 10$)

 $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۳)

- ۶۵- وزنهای به جرم 1kg به انتهای فنری به ثابت $\frac{N}{m} = 1000$ بسته شده و روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز نوسان می‌کند. در هر دقیقه چند

مرتبه جهت حرکت وزنه تغییر می‌کند؟ ($\pi^2 = 10$)

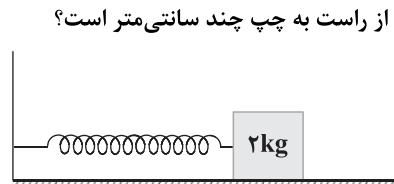
۶۰۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

- ۶۶- مطابق شکل زیر، وزنهای به جرم 2kg به یک فنر با ثابت $\frac{N}{m} = 50\pi^2$ متصل است. اگر وزنه را 20cm از وضع تعادل به سمت راست بکشیم، سپس رها کنیم، $5/0$ ثانیه پس از آن، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط جسم به ترتیب از راست به چه چند سانتی‌متر است؟



۸۰ - ۲۰ (۱)

۱۰۰ - صفر (۲)

۱۰۰ - ۲۰ (۳)

۸۰ - صفر (۴)

- ۶۷- بین حرکات نوسانگ هماهنگ ساده وزنه - فنری و حرکات آونگ ساده کم‌دامنه‌ای، تشدید رخ داده است. در صورتی که طول آونگ را 3 برابر

کنیم، ثابت فنر نوسانگ هماهنگ ساده را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکات آن‌ها تشدید رخ دهد؟

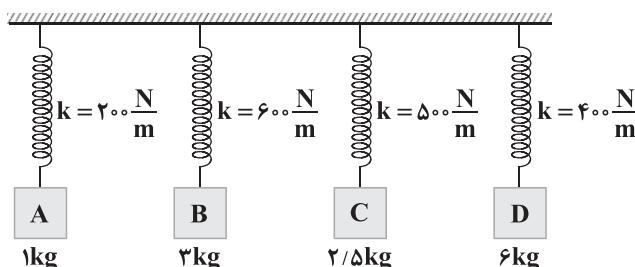
 $\frac{1}{9}$ (۴)

۹ (۳)

 $\frac{1}{3}$ (۲)

۳ (۱)

- ۶۸- در شکل زیر، اگر وزنه A با بسامد طبیعی خود شروع به نوسان کند، تشدید برای کدام‌یک از وزنه‌های دیگر رخ می‌دهد؟



C و B فقط (۱)

D و C فقط (۲)

D و B فقط (۳)

D و C, B (۴)



- ۶۹- نوسانگر جرم - فنری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در یک دورهٔ تناوب، مدت زمانی برابر با 1 s ثانیه به صورت تندشونده حرکت می‌کند. اگر طول پاره خط نوسان برابر با 40 cm و جرم جسم برابر با 30 g باشد، انرژی جنبشی آن هنگامی که نیروی وارد بر جسم به کمترین مقدار خود می‌رسد، چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

(۰/۶) ۴

(۰/۱۵) ۳

(۰/۳) ۲

(۰/۲) ۱

- ۷۰- یک نوسانگر با فرکانس 5 هرتز و دامنه 10 سانتیمتر در یک حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کند. این نوسانگر تا نیم ثانیه پس از شروع حرکت، چند بار به سرعت بیشینه خود می‌رسد؟

(۷) ۴

(۶) ۳

(۵) ۲

(۴) ۱

- ۷۱- اگر $\frac{1}{4}$ طول بکشد تا یک نوسانگر هماهنگ ساده یکبار طول پاره خط نوسانی را کامل طی کند، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا انرژی جنبشی آن از بیشینه به صفر برسد؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۱) ۲

(۱) ۱

- ۷۲- یک نوسانگر هماهنگ ساده در حرکت نوسانی خود در دو لحظه $t_1 = 1/25\text{ s}$ و $t_2 = 1/85\text{ s}$ از مرکز نوسان می‌گذرد. اگر بین این دو لحظه جهت حرکت یک بار تغییر کرده باشد، بسامد این حرکت نوسانی چند هرتز است؟

(۷) ۴

(۳) ۳

(۵) ۲

(۵) ۱

- ۷۳- در لحظه t_1 از یک نوسان هماهنگ ساده، انرژی جنبشی نوسانگر، نصف انرژی پتانسیل آن است. در لحظه t_2 سرعت نوسانگر نسبت به سرعت آن در لحظه t_1 به اندازه $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ تغییر کرده و انرژی پتانسیل آن 26 برابر انرژی جنبشی آن در لحظه t_2 می‌شود. سرعت نوسانگر در لحظه t_2 چند سانتیمتر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

(۶) ۱

- ۷۴- در یک حرکت هماهنگ ساده رابطهٔ بین سرعت و مکان نوسانگر در SI به صورت $s = 4\pi^2 x^3 + 97x^2$ است. نوسانگر در مدت زمان 6 s چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

(۲) ۴

(۱۶) ۳

(۴) ۲

(۸) ۱

- ۷۵- دورهٔ تناوب یک آونگ ساده در یک آسانسور در حالتی که با شتاب $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، چند برابر حالتی است که

$$\text{این آونگ در یک آسانسور با شتاب } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

 $\sqrt{\frac{8}{13}}$ $\sqrt{\frac{13}{8}}$ $\sqrt{\frac{7}{12}}$ $\sqrt{\frac{12}{7}}$

- ۷۶- اگر بخواهیم دورهٔ نوسان یک آونگ ساده به طول 10 سانتیمتر در حالتی که در داخل آسانسوری که با شتاب $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندشونده به سمت بالا

حرکت می‌کند، نسبت به حالت سکون تغییری نکند، طول آن چند سانتیمتر و چگونه باید تغییر کند؟

(۴) ۴ - کمتر شود.

(۳) ۴ - بیشتر شود.

(۲) ۲ - کمتر شود.

(۱) ۲ - بیشتر شود.



۷۷- دوره نوسان یک آونگ ساده بر روی سیاره‌ای برابر با دوره تناوب آن بر روی زمین است. نسبت جرم و شعاع این سیاره به جرم و شعاع سیاره زمین به ترتیب (از راست به چپ) در کدام گزینه به درستی آمدند؟

$$\frac{1}{2} - 4 - 4$$

$$2 - 2 - 2$$

$$4 - 2 - 2$$

$$2 - 4 - 1$$

۷۸- اتومبیلی با تندي ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع ۴۰ متر در حال چرخش است. اگر اندازه سرعت متوسط این متحرک در مدتی که نصف

محیط دایره را طی می‌کند، برابر $\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب مرکزگرای این اتومبیل چند متر بر مجدور ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

$$14/4$$

$$7/2$$

$$3/6$$

$$1/8$$

۷۹- دو ماهواره A و B با جرم‌های یکسان در حال چرخیدن به دور زمین هستند. اگر انرژی جنبشی ماهواره B، نصف انرژی جنبشی ماهواره A باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره A از طرف زمین چند برابر نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره B از طرف زمین است؟

$$\frac{1}{2} - 4$$

$$2 - 3$$

$$4 - 2$$

$$\frac{1}{4} - 1$$

۸۰- جسمی به جرم ۴۰g به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینه انرژی جنبشی این جسم در این نوسان، $4mJ$ باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر، $\frac{1}{5}$ انرژی جنبشی آن در همان لحظه است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

$$\sqrt{60} - 2$$

$$6 - 1$$

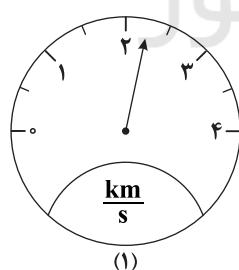
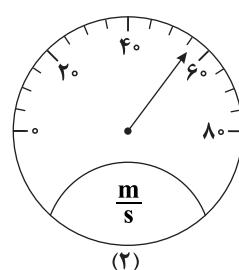
$$\frac{\sqrt{60}}{6} - 4$$

$$\frac{10\sqrt{60}}{6} - 3$$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)



۸۱- اختلاف دقیق اندازه‌گیری تندي سنج شماره (۲) و تندي سنج شماره (۱) چند کیلومتر بر ثانیه است؟

$$0/45 - 1$$

$$0/495 - 2$$

$$0/005 - 3$$

$$0/095 - 4$$

۸۲- کدام گزینه در ارتباط با کمیت‌های اصلی درست است؟

(۲) در دسترس هستند.

(۱) ثابت هستند.

(۴) دارای یکای مناسب هستند.

(۳) یکای آنها به طور مستقل تعریف شده است.



-۸۳- نسبت چگالی جسم A به چگالی جسم B برابر با $\frac{2}{3}$ است. اگر جرم 50 cm^3 از جسم A برابر با 75 g باشد، جرم 60 cm^3 از جسم B چند گرم است؟

(۱) ۹۰۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۱۱۲۵

(۴) ۱۳۵۰

-۸۴- حاصل عبارت زیر در SI بیانگر کدام کمیت فیزیکی است و مقدار آن در SI چقدر است؟

$$\frac{0.04 \times 10^{-8} \mu\text{m} + 0.06 \times 10^{-4} \text{Mm}}{0.02 \times 10^{-21} \text{Ts}^2}$$

(۱) شتاب متوسط - ۵

(۲) سرعت متوسط - ۵

(۳) سرعت متوسط - ۵

(۴) کدام گزینه نادرست است؟

$$0.9 \times 10^{-21} \text{Gs}^2 = 9 \times 10^{14} \text{ns}^2$$

$$140 \times 10^4 \mu\text{A} = 1400 \text{mA}$$

$$0.017 \text{hm}^3 = 170 \times 10^5 \text{dm}^3$$

$$0.0009 \text{Mg} = 9 \text{dag}$$

-۸۵- در رابطه $s = Al^3 + Bl^2$ ، اگر s نماد تندی و یکای آن $\frac{\text{nm}}{\text{ms}}$ و l نماد مسافت و یکای آن mm باشد، A و B به ترتیب از راست به چپ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمدند؟

$$10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \quad 10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

$$10^{12} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

$$10^{-15} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \quad 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

$$10^{15} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \quad 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

-۸۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) پرتفال پوست کننده روی آب شناور می‌ماند و پرتفال با پوست در آب فرو می‌رود.

(ب) آب ماده مناسبی برای خاموش کردن آتش ناشی از بنزین نمی‌باشد، چون چگالی آن بیشتر از چگالی بنزین است.

(ج) وزن یک لیتر بیخ از یک لیتر آب، بیشتر است.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

-۸۷- حجم‌های برابر از دو مایع به چگالی‌های 2ρ و 5ρ را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. اگر پس از مخلوط کردن، چگالی مخلوط حاصل شود، مایع پس از اختلاط چند درصد کاهش حجم داشته‌اند؟

(۱) صفر

(۲) ۳۰

(۳) ۳۰

(۴) ۱۵

-۸۸- چه تعداد مورد از کمیت‌های زیر، نرده‌ای و فرعی هستند؟

(۱) زمان

(۲) جرم

(۳) سرعت

(۴) فشار

(۵) انرژی

(۶) چگالی

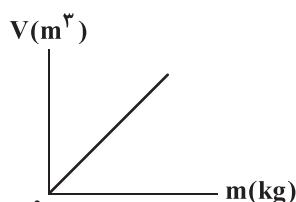
(۷) ۳

(۸) ۶

(۹) ۵

(۱۰) ۴

-۸۹- نمودار حجم برحسب جرم یک ماده، مطابق شکل زیر است. اگر شیب خط این نمودار برابر با 24° باشد، 5 mg از این ماده چند لیتر است؟

(۱) 0.12 (۲) $1/2$ (۳) 0.24 (۴) $2/4$



زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی q در فاصله 40 سانتی‌متری از آن، چند درصد بیشتر از بزرگی میدان الکتریکی حاصل از همین بار در فاصله 60 سانتی‌متری از آن است؟

(۱) 25% (۲) 50% (۳) 125% (۴) 175%

۹۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر، به هم نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. کدامیک از راهکارهای زیر موجب می‌گردد تا بزرگی نیرویی که این دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر $16F$ شود؟

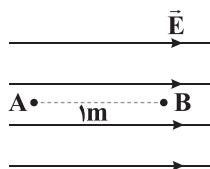
(۱) فاصله بین دو بار را به اندازه 25 درصد کاهش دهیم.

(۲) یکی از بارها را دو برابر کرده و فاصله بین دو بار را به اندازه 75 درصد کاهش دهیم.

(۳) یکی از بارها را 8 برابر کرده و فاصله بین دو بار را نصف کنیم.

(۴) بارهای q_1 و q_2 را دو برابر کرده و فاصله بین دو بار را نصف کنیم.

۹۳- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $\frac{N}{C} = 50 \mu C^{-1}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $C = 10^{-6} \mu C$ را با تنیدی ثابت از نقطه A به نقطه B می‌بریم. اگر طول AB برابر با یک متر باشد، انرژی جنبشی ذره در این جایه‌جایی چند زول تغییر کرده است؟



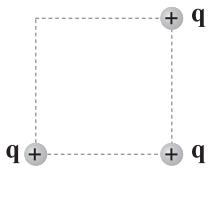
(۱) $+0.05$

(۲) -0.05

(۳) 0.05

(۴) صفر

۹۴- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در سه رأس یک مربع ثابت شده‌اند. جهت برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار در مرکز این مربع در کدام گزینه به درستی آمده است؟



(۱) \leftarrow

(۲) \searrow

(۳) \uparrow

(۴) \nwarrow

۹۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $C = 25 \mu C$ و $q_1 = q_2 = 4 \mu C$ در فاصله مشخصی از یکدیگر قرار دارند. بار Q را در نقطه‌ای قرار داده‌ایم که هر سه بار در حالت تعادل باشند. بار Q چند میکروکولن است؟

(۱) $-\frac{25}{7} \mu C$ (۲) $-\frac{100}{49} \mu C$ (۳) $\frac{25}{7} \mu C$ (۴) $\frac{100}{49} \mu C$

۹۶- یک کولن برابر با بزرگی بار چه تعداد ذره آلفا است؟ (ذره آلفا همان هسته اتم هلیم (3He) است و $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

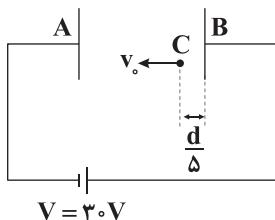
(۱) $6 \times 10^{15} \mu C$ (۲) $6 \times 10^{18} \mu C$ (۳) $3 \times 10^{18} \mu C$ (۴) $3 \times 10^{15} \mu C$

۹۷- دو بار الکتریکی نقطه‌ای همان‌دازه و همنام در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر بدون تغییر فاصله بین دو بار، $\frac{1}{3}$ یکی از بارها را به بار دیگر اضافه کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار در حالت جدید چند برابر F می‌شود؟

(۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$



۹۸- مطابق شکل زیر، ذرهای به جرم 5 g و با بار الکتریکی $q = -4C$ در جهت نشان داده شده پرتاب می شود.



می تواند چند متر بر ثانیه باشد تا به صفحه منفی بخورد نکند؟

۷۰ (۱)

۷۵ (۲)

۵۵ (۳)

۶۵ (۴)

۹۹- در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، ذرهای به جرم m و بار $q > 0$ به صورت معلق قرار گرفته است. نسبت جرم این

ذره بر حسب کیلوگرم به اندازه بار آن بر حسب کولن و نیز جهت میدان الکتریکی \vec{E} به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه به درستی آمدہ‌اند؟

(۱) 4×10^4 - رو به پایین (۲) 4×10^5 - رو به بالا (۳) 4×10^5 - رو به پایین (۴) 4×10^4 - رو به بالا

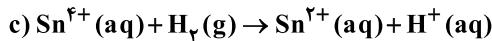
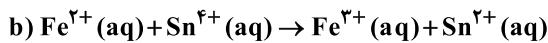
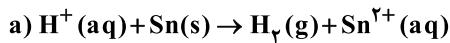
۱۰۰- میله بارداری را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند. در ارتباط با بار این میله نسبت به بار الکتروسکوپ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) ناهمنام (۲) خنثی (۳) همنام (۴) اظهارنظر قطعی، ممکن نیست.

سایت کنکور



۱۰۱- ترتیب $\text{Fe}^{3+} < \text{Sn}^{4+} < \text{H}^+ < \text{Sn}^{2+}$ را می‌توان به قدرت اکسندگی این کاتیون‌ها نسبت داد. با توجه به آن چه تعداد از واکنش‌های زیر به طور خود به خودی انجام پذیرند؟



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با استخراج منیزیم از آب دریا درست است؟

- در این فرایند از یک ترکیب یونی دارای هیدروکسید و جوهرنمک استفاده می‌شود.

- در سلول الکتروولیتی برخلاف کلربید، چگالی الکتروولیت کمتر از فراورده کاتندی سلول است.

- قبل از ذوب کردن ترکیب یونی که وارد سلول الکتروولیتی می‌شود باید آن را خشک کرد.

- در یکی از مراحل این فرایند، منیزیم هیدروکسید تولید می‌شود که نامحلول در آب بوده که پس از تشکیل باید آن را از صافی عبور داد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول گالوانی استاندارد منیزیم - نقره درست است؟ ($Mg = 24$, $Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)

- در هر بازه زمانی معین، تغییر جرم تیغه کاتندی، $4/5$ برابر تغییر جرم تیغه آندی است.

- غلظت آنیون‌ها در محلول نیم سلول نقره تغییر نمی‌کند.

- شماری از کاتیون‌ها از طریق دیواره متخلخل از الکتروولیت مربوط به فلز واکنش‌پذیرتر به الکتروولیت دیگر مهاجرت می‌کنند.

- با گذشت زمان پتانسیل کاهشی مربوط به نیم‌سلول نقره کاهش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول‌های الکتروولیتی درست است؟

- در این سلول‌ها دو الکتروود درون یک الکتروولیت قرار دارند.

- هنگامی که به این سلول‌ها ولتاژ معینی اعمال می‌شود یون‌ها به سوی الکتروود با بار همنام حرکت می‌کنند.

- در این سلول‌ها با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از مدار بیرونی می‌توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند.

- الکتروولیت این سلول‌ها یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است.

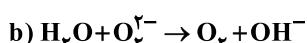
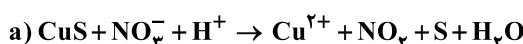
۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۵- تفاوت مجموع ضرایب اجزای دو واکنش زیر پس از موازنہ کدام است؟



۶ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۲ (۱)



۱۰۶- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر عدد اکسایش اکسیژن برابر با ۲ است؟

- | | | | | | |
|-----------------|----------------|--------------|------------------|----------------|--------|
| HCOO^- | BaO_2 | HOF | • پتانسیم کربنات | • اتیلن گلیکول | • اوره |
| ۶ (۴) | ۵ (۳) | ۴ (۲) | | ۴ (۲) | ۳ (۱) |

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول سوختی متان - اکسیژن درست است؟ (نیم واکنش کاتدی این سلول مشابه نیم واکنش سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن با غشاء مبادله کننده هیدروجنیوم است).

- تغییر عدد اکسایش یک مول کاهنده، دو برابر تغییر عدد اکسایش یک مول اکسنده است.

• در نیم واکنش آندی، نسبت ضریب مولی CO_2 به ضریب مولی آب برابر $\frac{1}{2}$ است.

• یون‌های هیدروجنیوم از سمت الکتروود حاوی سوخت به سمت الکتروود دیگر حرکت می‌کنند.

• تغییرات آنتالپی واکنش کلی این سلول برابر با تغییرات آنتالپی واکنش سوختن متan است.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۰۸- چه تعداد از مطالبات زیر درست است؟

• سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

• در سلول‌های سوختی پیوسته سوخت در شرایط کنترل شده، مصرف و جریان الکتریکی برقوار می‌شود.

• یکی از چالش‌هایی که در کاربرد سلول‌های سوختی هیدروژن - اکسیژن وجود دارد، تأمین سوخت آن‌ها است.

• برای تأمین انرژی الکتریکی می‌توان از واکنش‌های اکسایش - کاهش در سلول‌های گالوانی مانند باتری‌ها و سلول‌های سوختی بهره برد.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | ۴ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۰۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب نادرست است؟

• این فرایند در یک سلول الکتروولیتی انجام شده و دمای سلول به تقریب برابر با نقطه ذوب سدیم کلرید است.

• به ازای مبادله هر مول الکترون، یک مول فلز سدیم در قطب منفی سلول تولید می‌شود.

• فراورده‌های واکنش کلی سلول، سطح انرژی بالاتری در مقایسه با واکنش‌دهنده دارند.

• یون‌های $\text{Cl}^- (\text{aq})$ به سمت آند سلول حرکت کرده و در آن‌جا اکسایش می‌یابند.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

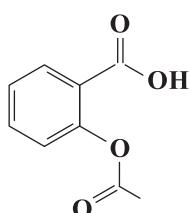
۱۱۰- در ترکیب زیر چند نوع اتم کربن با عدد اکسایش مختلف وجود دارد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)



۱۱۱- در برقکافت آب، گاز تولید شده در سلول در مقایسه با گاز دیگر، احلال بذری بیشتر در آب داشته و با گذشت زمان، pH محیط اطراف می‌یابد.

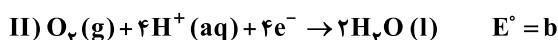
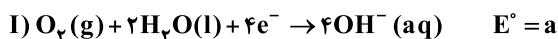
- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| (۱) آند، قطب مثبت، کاهش | (۲) قطب مثبت، آند، افزایش | (۳) کاتد، قطب منفی، کاهش | (۴) قطب منفی، کاتد، افزایش |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|



۱۱۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فساد مواد خوراکی نمونه‌ای از یک فرایند اکسایش - کاهش است.
 (۲) ظروف نقره‌ای در اثر انجام واکنش اکسایش - کاهش کرد شده و می‌تواند در اثر انجام یک واکنش اکسایش - کاهش دیگر جلا یابد.
 (۳) آهن پر مصرف ترین فلز در جهان بوده و سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده شده مصرف می‌شود.
 (۴) پلاتین جزو فلزهای نجیب بوده و فقط در محیط‌های اسیدی اکسایش می‌یابد.

۱۱۳- چه تعداد از روابط زیر در ارتباط با نیمه واکنش‌های داده شده درست است؟



$d > b$ •

$d > c > b$ •

$a > b$ •

$a, b > c$ •

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۴- در سلول گالوانی نقره - طلا پس از گذشت مدت زمان معینی، ۶۰ درصد از جرم تیغه آندی کم و $\frac{4}{9}$ مول بر جرم تیغه کاتدی افزوده شده است.

اگر جرم اولیه تیغه‌ها با هم برابر باشد، مجموع جرم تیغه‌ها پس از این مدت چند گرم خواهد بود؟ ($Ag = 108$, $Au = 197$: $g\cdot mol^{-1}$)

۴۲۳/۵۵ (۴)

۳۸۴/۵۵ (۳)

۳۱۱/۵۵ (۲)

۲۷۹/۵۵ (۱)

۱۱۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با جدولی که به سری الکتروشیمیایی معروف است، درست است؟

• در هر نیمه واکنش، گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می‌شود.

• در این جدول E° فلزهایی که قدرت کاهندگی بیشتری از H^+ دارند، منفی است.

• داده‌های جدول در دمای C° ، فشار $1atm$ و غلظت یک مولار برای محلول الکتروولیت‌ها اندازه‌گیری شده است.

• اگر فلز A موقعیت بالاتری نسبت به فلز B داشته باشد، می‌توان محلول کاتیون B را در ظرفی از جنس فلز A نگهداری کرد.

۳ (۲)

۱ (۴)

۴ (۱)

۲ (۳)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- مقایسه میان انرژی رنگ‌های مورد نظر به کدام صورت درست است؟

(b) نور حاصل از بخار سدیم در لامپ‌های خیابان‌ها

(a) شعله نمک مس (II) کلربید

(c) نور لامپ نئون در تابلوهای تبلیغاتی

$a < b < c$ (۲)

$a < c < b$ (۱)

$c < b < a$ (۴)

$b < c < a$ (۳)



۱۱۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در بین هشت عنصر فراوان سیاره مشتری، تمامی عنصرها در دما و فشار اتاق گازی شکل هستند.
- سه عنصر فراوان سیاره زمین، جزو فلزها هستند.
- روند تشکیل عنصرها در ستاره‌ها به این صورت بوده است که هر کدام از عنصرهای فلزی که چگالی بالا دارند از یک نافلز تشکیل شده‌اند.
- انرژی آزادشده در واکنش‌های هسته‌ای آنقدر زیاد است که می‌تواند صدها میلیون تن فولاد را ذوب کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۸- در نمونه‌ای از آسپرین ($C_9H_8O_4$) به جرم m گرم، شمار اتم‌های کربن به تقریب برابر با $10^{22} \times 6m$ است. m کدام است؟
 $(C=12, H=1, O=16: g/mol^{-1})$

۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۲ (۲)

۰/۲ (۱)

۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) مجموع جرم یک پوترون و یک نوترون بیشتر از جرم 300 الکترون است.

۲) جرم اتمی میانگین هر عنصر همان جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای عنصرها است.

۳) تفاوت جرم نوترون و پوترون کمتر از 1amu است.

۴) جرم اتمی پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، بیشتر از $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن -12 است.

۱۲۰- در نمونه‌ای از تنگستن به جرم $5/0$ گرم چه تعداد اتم W^{186} وجود دارد؟ (درصد فراوانی W^{186} برابر $25/6$ درصد است)
 $(W=184 g/mol^{-1})$

۹/۷۶ $\times 10^{18}$ (۴)۹/۷۶ $\times 10^{19}$ (۳)۱/۰۲ $\times 10^{19}$ (۲)۱/۰۲ $\times 10^{20}$ (۱)

۱۲۱- آلیاژی به جرم $50/9$ گرم از فلزهای آلومینیم و روی تشکیل شده است. اگر مجموع شمار اتم‌ها در این آلیاژ برابر $5/418 \times 10^{23}$ باشد، نسبت مولی Al به Zn و نسبت جرمی Al به Zn به ترتیب کدام است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).
 $(Al=27, Zn=65: g/mol^{-1})$

۶/۹۴, ۰/۲۲۲ (۴)

۸/۴۲, ۰/۲۲۲ (۳)

۸/۴۲, ۰/۲۸۵ (۲)

۶/۹۴, ۰/۲۸۵ (۱)

۱۲۲- عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های $m+4$ ، $m+3$ ، $m+2$ ، $m+1$ در مقیاس amu بوده که فراوانی ایزوتوپ دوم به ترتیب $15/30$ و $9/40$ برابر ایزوتوپ‌های اول، سوم و چهارم است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر A برابر $55/93\text{amu}$ باشد، m کدام است؟

۵۷ (۴)

۵۶ (۳)

۵۵ (۲)

۵۴ (۱)

۱۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) در یک نمونه طبیعی از عنصر هیدروژن همانند لیتیم، دو ایزوتوپ پایدار وجود دارد.

۲) برای تشخیص سلول‌های سرطانی می‌توان از گلوكز نشان‌دار استفاده کرد که به جای گلوكز معمولی در توده‌های سرطانی تجمع می‌کنند.

۳) پس از مهبانگ، گازهای هیدروژن و هلیم تولید شد که گذشت زمان و افزایش دما، موجب ایجاد سحابی‌ها از این گازها شده است.

۴) از بین عنصرهای شناخته شده، 26 درصد آن‌ها ساختگی هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۲۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- طول موج پرتوهای X بلندتر از پرتوهای گاما است.

- دمای حاصل از سوختن کامل گاز شهری کمتر از شعله شمع است.

- بخش بیرونی یا بالایی رنگین‌کمان، بنفش و بخش درونی یا پایینی آن، سرخ است.

- نور خورشید با عبور از قطره‌های آب در هوا، گستره‌ای پیوسته شامل ۷ طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۵- یک مول از رادیوایزوتوپ‌های X و Y با نیم‌عمرهای ۶۰ دقیقه و ۴۵ دقیقه در دسترس است. اگر پس از گذشت ۳ ساعت، جرم باقی‌مانده

رادیوایزوتوپ X، دو برابر جرم تجزیه شده رادیوایزوتوپ Y باشد، جرم مولی X چند برابر جرم مولی Y است؟

۱۵ (۴)

۳ / ۷۵ (۳)

۳ / ۵ (۲)

۷ (۱)

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصرهای گروه چهاردهم جدول دوره‌ای درست است؟ (از عنصر دوره هفتم چشم‌پوشی کنید).

- تمامی این عنصرها در دما و فشار اتفاق به حالت جامدند.

- تمامی این عنصرها جریان برق را از خود عبور می‌دهند.

- شمار عنصرهایی که در اثر ضربه خرد می‌شوند بیشتر از عنصرهای چکش خوار است.

- شمار عنصرهایی که یون تکاتمی تشکیل می‌دهند بیشتر از عنصرهایی است که فقط پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی درست است؟

- نیمی از عنصرهای این دوره جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.

- حداقل دو عنصر از عنصرهای این دوره به حالت آزاد در طبیعت وجود دارند.

- شمار عنصرهای با نماد تک حرفی در این دوره، نصف شمار عنصرهایی است که سطح صیقلی دارند.

- به جز دو عنصر انتهایی دوره، سایر عنصرها در دما و فشار اتفاق به حالت جامدند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۸- از تخمیر بی‌هوایی ۱۲/۵ تن گلوکز با خلوص ۶۰٪، مقدار ۱۱۵۰ کیلوگرم سوخت سبز به دست آمده است. بازده درصدی واکنش کدام

$$(C=12, H=1, O=16 \text{ g.mol}^{-1})$$

کربن دی‌اکسید + اتانول \rightarrow گلوکز

۸۰ (۴)

۴۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۲۹- عناصر A و X به ترتیب سومین و چهارمین فلز واسطه جدول دوره‌ای هستند. نسبت شمار الکترون‌های با $=2$ به شمار الکترون‌های با $=1$ در کاتیون پایدار A با بیشترین بار الکتریکی، چند برابر نسبت شمار الکترون‌های با $=2$ به شمار الکترون‌های با $=1$ در کاتیون پایدار X با کمترین بار الکتریکی است؟

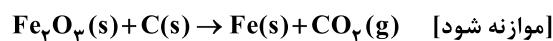
$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{3}{4} (1)$$

۱۳۰- نمونه‌ای به جرم ۷۰ گرم آهن (III) اکسید ناخالص با مقدار کافی کربن به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر پس از پایان واکنش جرم نمونه به $\frac{53}{2}$ گرم کاهش یابد، درصد خلوص آهن (III) اکسید کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند).



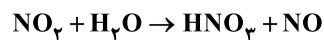
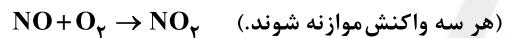
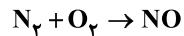
$$80 (4)$$

$$70 (3)$$

$$66/7 (2)$$

$$60 (1)$$

۱۳۱- از واکنش‌های متوالی زیر از نیتروژن می‌توان نیتریک اسید تولید کرد. برای تهییه ۴ لیتر محلول ۲ مولار نیتریک اسید به تقریب به چند لیتر نیتروژن نیاز است؟ (بازده مرحله اول ۷۵٪ بوده و بازده هر مرحله، نصف بازده مرحله قبل است. حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۵۰ لیتر بر مول در نظر بگیرید).



$$5700 (4)$$

$$3200 (3)$$

$$1900 (2)$$

$$8100 (1)$$

۱۳۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فلز روی درست است؟

• تنها یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

• جزو فلزهای واسطه بوده و در آرایش الکترونی اتم آن، تمام زیرلایه‌ها به طور کامل از الکترون پر شده است.

• روش گیاه پالایی برای استخراج این فلز مقرر به صرفه است.

• فلز روی در مقایسه با فلزی که عدد اتمی آن یک واحد کمتر است، واکنش پذیری کمتری دارد.

$$4 (4)$$

$$3 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

۱۳۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

آ) هالوژن متعلق به دوره سوم جدول در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

ب) بیش از نیمی از عناصرهای دوره دوم جدول در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

پ) در دوره سوم جدول شعاع اتمی فلزی که در ساخت لوازم آشپزخانه به کار می‌رود بیشتر از فلزی است که به آسانی با چاقو بریده می‌شود.

ت) اولین عنصر واسطه دوره چهارم برخلاف سومین عنصر واسطه این دوره، تنها یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

$$4 (4)$$

$$3 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

۱۳۴- تفاوت شمار عناصرهای اصلی و عناصرهای واسطه در پنج دوره نخست جدول تناوبی کدام است؟

$$12 (4)$$

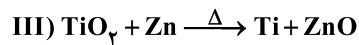
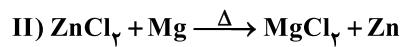
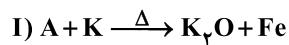
$$14 (3)$$

$$16 (2)$$

$$18 (1)$$



۱۳۵- چه تعداد از عبارت‌های پیشنهادشده در ارتباط با واکنش‌های زیر درست است؟ (واکنش‌ها به طور طبیعی انجام می‌شوند و در ترکیب یونی A، شمار کاتیون‌ها کمتر از شمار آنیون‌هاست.)



- اگر در واکنش (III) به جای Zn از سدیم استفاده شود ، مجموع ضرایب اجزای واکنش ۴ واحد افزایش می‌یابد.
- اگر در واکنش (I) به جای K از فلز آلومینیم استفاده شود، باز هم واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود.
- ترکیب A به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.
- از واکنش فلز منیزیم با ترکیب $TiCl_4$ می‌توان فلز تیتانیم به دست آورد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سایت کنکور



آزمون‌های سراسری گاج

گپنده درس‌درا انلخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۰/۰۱/۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه	تعداد سوال: ۱۱۵

عنوانی مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال		مدت پاسخگویی
		از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	
	هندسه ۳	۱۰	۲۱	
	ریاضی ۱	۵	۳۱	
	حسابان ۱	۵	۳۶	
	هندسه ۲	۱۰	۴۱	
	آمار و احتمال	۵	۵۱	
۲	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	
	فیزیک ۲	۱۰	۹۱	
۳	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	
	شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	



حال در بررسی گزینه‌ها خواهیم داشت:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{f(2)}{f(1)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{\text{عدد مثبت}} = +\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{f(x+1)} = \frac{f(1)}{f(2)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{\text{عدد مثبت}} = -\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-4}{f(x)} = \frac{-5}{f(0)} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x-1)}{x-1} = \frac{f(0)}{0^+} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$$

بنابراین تنها گزینه ۲ صحیح است.

$$5) \sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) \quad \text{از رابطه ۴:}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{\sqrt{2} \sin(0^-)} = \frac{1-0}{\sqrt{2} \times (0^-)} = \frac{1}{\sqrt{2} \times 0^-} = -\infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \quad \text{ابتدا وضعیت صورت}$$

کسر را بررسی می‌کنیم.

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow (-1)^{[x]} = (-1)^{[2^+]} = (-1)^2 = 1$$

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow (-1)^{[x]} = (-1)^{[2^-]} = (-1)^1 = -1$$

بنابراین برای آنکه حدۀای چپ و راست تابع $f(x)$ در $x=2$ برابر $-\infty$ باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$1) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \end{cases}$$

$$4) g(x) = -(x-2)^3 : \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

حدۀای چپ و راست در $x=2$ هر دو $-\infty$ هستند و با توجهبه این‌که صورت کسر عددی منفی است، بنابراین در هر دو حالت $x \rightarrow 2^+$ و $x \rightarrow 2^-$ مخرج کسر باید به 0° میل کند. در این حالت لزوماً $x=2$ ریشه مضاعف مخرج است. $x=2$ ریشه مضاعف مخرج است

$$\Rightarrow 2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = -8 \Rightarrow a = -4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a+b = 4$$



در این نقطه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{1 \times (1^+) \times 6} = \frac{1}{6} = +\infty \Rightarrow 1 = \text{مجانب قائم تابع است.}$$

$$2) x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

با توجه به دامنه تعریف تابع ($D_f = (1, +\infty)$) $f(x) = 1$ در هیچ همسایگی چپ یا راست $x = -1$ و $x = -2$ تابع $f(x)$ تعریف نمی‌شود پس $x = -1$ و $x = -2$ مجانب قائم تابع $f(x) = 1$ تنها مجانب قائم تابع $f(x) = 1$ است.

1 11

$$3x - 7 \stackrel{\Delta}{=} 0 \Rightarrow 3x \stackrel{\Delta}{=} 7 \Rightarrow 3x \stackrel{\Delta}{=} 12 \Rightarrow x \stackrel{\Delta}{=} 4 \Rightarrow x = 5k + 4$$

$$100 \leq x < 100 \Rightarrow 100 \leq 5k + 4 < 100$$

$$\Rightarrow 96 \leq 5k < 996 \Rightarrow 19.2 \leq k < 199.2$$

$$k \in \{20, 21, 22, \dots, 199\}$$

$$= 199 - 20 + 1 = 180 \quad \text{تعداد حالات}$$

شرط جواب داشتن معادله $ax + by = c$ آن است $(a, b) \neq 0$ با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$(a+3)x + 24y = 15 \xrightarrow{a=6} 9x + 24y = 15$$

$$(24, 9) = 3 \mid 15$$

اگر تعداد تیرهای ۳ امتیازی x و تعداد تیرهای ۲ امتیازی y باشد، داریم:

$$3x + 2y = 18$$

$$3x \equiv 18 \Rightarrow x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 2k$$

$$6k + 2y = 18 \Rightarrow y = -3k + 9$$

$$\begin{aligned} x \geq 0 \Rightarrow 2k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \\ y \geq 0 \Rightarrow -3k + 9 \geq 0 \Rightarrow k \leq 3 \end{aligned} \Rightarrow 0 \leq k \leq 3$$

$$x + y \leq 10 \Rightarrow -k + 9 \leq 10 \Rightarrow k \geq -1$$

$$\Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$k = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases}$$

دقت کنیم که در این تست $\Delta = p - 1 = 14$ است و در این حالت

تعداد رؤوس با درجه $(p-1)$ حداکثر برابر Δ است یعنی این گراف حداکثر ۳ رأس از درجه ۸ دارد. برای حداکثر شدن تعداد یال‌ها یک رأس را از درجه ۳ $\Delta = 3$ برقرار شود) در نظر گرفته و باقی رؤوس را از درجه ۷ فرض می‌کنیم. پس دنباله درجات رؤوس این گراف به قرار زیر می‌شود:

$$8, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7$$

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow 3 + 5 \times 7 + 3 \times 8 = 2q \Rightarrow 3 + 35 + 24 = 2q \Rightarrow 2q = 62 \Rightarrow q = 31$$

برای آنکه تابع (x) فقط یک مجانب قائم داشته باشد باید

یکی از حالتهای زیر برقرار باشد:

(الف) مخرج کسر تنها یک ریشه داشته باشد. یعنی در مخرج کسر ریشه مضاعف داشته باشیم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(36) = 0 \Rightarrow m^2 = 144 \Rightarrow m = \pm 12$$

(ب) مخرج دارای ۲ ریشه باشد که یکی از ریشه‌های آن با یک ریشه صورت کسر مشترک باشد.

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+4) = 0 \quad \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases} : \text{ریشه‌های صورت}$$

$= 5 \Rightarrow 25 + 5m + 36 = 0$ ریشه مشترک صورت و مخرج

$$\Rightarrow m = -\frac{61}{5}$$

$= -4 \Rightarrow 16 - 4m + 36 = 0 \Rightarrow m = 13$ بنابراین برای آنکه تابع (x) فقط یک مجانب قائم داشته باشد ۴ مقدار برای m وجود دارد.

ابتدا کسر را تا حد ممکن ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{x(x-1)(x-3)}{-(x-1)(x+5)} = \frac{-x(x-3)}{x+5}, \quad x \neq 1$$

مجانب قائم مخرج

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x) = \frac{-4}{0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = \frac{-4}{0} = -\infty \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع (x) در همسایگی $x = -5$ به صورت زیر است.



خط عمودی $x = a$ را مجانب قائم تابع (x) گوئیم هرگاه

حداقل یکی از حالتهای زیر برقرار باشد:

$$1) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

باید توجه شود که هر ریشه مخرج کسر که:

(الف) در مخرج صفر مطلق ایجاد کند، مجانب قائم تابع نیست.

(ب) در هیچ همسایگی چپ یا راست آن، تابع (x) تعریف‌نشده باشد، مجانب قائم تابع نیست.

ابتدا ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم:

$$1) [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

همه این اعداد در مخرج کسر، صفر مطلق ایجاد می‌کنند بنابراین در این بازه مجانب قائم نداریم.

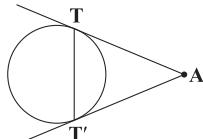
$$2) \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 1$$



ب) صفحه P از رأس O بگذرد، شامل مولد d نباشد در این حالت فصل مشترک دو خط متقاطع خواهد بود.

ج) صفحه P از رأس O بگذرد و در نقطه دیگری رویه را قطع نکند، فصل مشترک نقطه O می‌باشد.

۲۲ ابتدا طول قطعه مماس را به دست می‌آوریم.



$$AT = \sqrt{f(x_0, y_0)} = \sqrt{1+4-2+4-2} = \sqrt{5}$$

پس به مرکز A و شعاع $\sqrt{5}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم. وتر مشترک این دایره و دایره اصلی خطی است که نقاط تماس را به هم وصل می‌کند.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

معادله وتر مشترک به صورت زیر است:

$$(x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2) - (x^2 + y^2 - 2x - 4y) = 0 \Rightarrow 6y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

۲۳

$$O \left| \begin{array}{l} -\frac{a}{r} = 1 \\ b = -2 \end{array} \right. \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 16 - 4} = 2$$

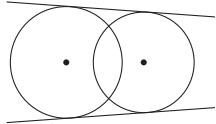
$$O' \left| \begin{array}{l} -1 \\ 0 \end{array} \right. \quad R' = \sqrt{r}$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$R + R' = 2 + \sqrt{2}, \quad |R - R'| = 2 - \sqrt{2}$$

$$2 - \sqrt{2} < 2\sqrt{2} < 2 + \sqrt{2} \Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R'$$

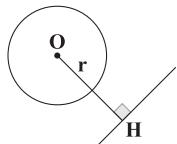
بنابراین دو دایره متقاطع‌اند. تعداد مماس مشترک‌ها در این حالت ۲ تا می‌باشد.



۱ ۲۴

$$O = \left(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r} \right) = (1, -2), \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 3$$

حال فاصله مرکز دایره از خط را به دست می‌آوریم.



$$OH = \frac{|3-8-15|}{\sqrt{9+16}} = 4$$

$$OO' = r + R = OH - r = 4 - 3 = 1$$

اگر دو دایره مماس خارج باشند آن‌گاه سه مماس مشترک خواهند داشت.

شرط مماس خارج: $OO' = r + R'$

$$C: O(-2, 1), \quad r = \sqrt{5} \Rightarrow OO' = \sqrt{(k+2)^2 + (-3-1)^2}$$

$$C': O'(k, -3), \quad r' = 1 \Rightarrow \sqrt{(k+2)^2 + 16} = 7 + 1 = 8 \Rightarrow (k+2)^2 = 49$$

$$\Rightarrow k+2 = \pm \sqrt{49} \Rightarrow k = -2 \pm \sqrt{49} \Rightarrow k_1 + k_2 = -4$$

ریاضیات | ۵

حل ویدئویی سوالات این دفترچه را در
ویسایت DriQ.com مشاهده کنید.

پاسخ دوازدهم ریاضی



۲

۳۱

$$\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} - \sqrt[3]{a+b\sqrt{3}} = 0$$

واضح است که زیر رادیکال دوم باید به صورت $(\sqrt{3}+2)^3$ باشد پس داریم:

$$(\sqrt{3}+2)^3 = 3\sqrt{3} + 8 + 18 + 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 15\sqrt{3} + 26 = a + b\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 15 \end{cases} \Rightarrow a + b = 41$$

۲ ۳۲

$$\frac{(\sqrt[3]{5}+2)(\sqrt[3]{5}-1)}{(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1)(\sqrt[3]{5}-1)} \times \frac{16}{(\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{8})} \\ \Rightarrow \frac{(\sqrt[3]{5}+2)(\sqrt[3]{5}-1)}{5-1} \times \frac{16}{(2\sqrt[3]{5}-2)(2\sqrt[3]{5}+2)} = \frac{16}{8} = 2$$

دو طرف معادله را در $-x$ ضرب می‌کنیم پس داریم:

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x^{90} = 1 \Rightarrow (x^{90} + 1)^c = 2^6 = 64$$

۴ ۳۴

$$\frac{(a+\frac{1}{a})(a-\frac{1}{a})(a^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}})}{a^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}-\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}}{a^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}-1}{(a^{\frac{1}{3}}+1)a}$$

$$\frac{a=\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2}} \rightarrow \frac{4\sqrt[3]{4}-1}{5\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{8\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}}{10}$$

بررسی گزاره‌ها: ۲ ۳۵

الف) اگر $a=4$, $b=2$ باشد،

ب) چون a در بازه $[0, -1)$ است، رابطه $\sqrt[3]{a} \leq \sqrt[3]{a}$ صحیح است.

ج

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = A \end{cases} \xrightarrow{x} x+2-x+4=3A$$

$$\Rightarrow 6=3A \Rightarrow A=2 \Rightarrow A^2+A=6$$

$$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}, a_n = a_1 q^{n-1} \quad ۱ ۳۶$$

بنابراین:

$$a_{10}=25 \Rightarrow a_1 q^{10}=25 \quad (1)$$

$$S_{20,1}=625 \Rightarrow a_1 \times \frac{1-q^{20}}{1-q}=625 \quad (2)$$

$$\text{در هر دنباله هندسی} \quad \text{مجموع عکس دویست و یک جمله اول} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1 q} + \dots + \frac{1}{a_1 q^{20}}$$

$$= \frac{1}{a_1} \times \frac{1-(\frac{1}{q})^{20}}{1-\frac{1}{q}} = \frac{1}{a_1} \times \frac{q^{20}-1}{q-1} = \frac{q^{20}-1}{a_1 q^{20}(q-1)}$$

$$\frac{\text{صورت و مخرج را در}}{\text{ضرب می‌کنیم}} \frac{a_1(q^{20}-1)}{a_1 q^{20}(q-1)} = a_1 \times \frac{q^{20}-1}{q-1} \times \frac{1}{(a_1 q^{10})^2}$$

$$\frac{\text{با استفاده از}}{(2) \text{ و } (1)} 625 \times (\frac{1}{25})^2 = 1$$

۲۱

۲۶

برای به دست آوردن معادله وتر مشترک کافی است معادله دو

دایره را از هم کم کنیم.

$$x^2 + y^2 + 2x - 3 - (x^2 + y^2 + 2y - 3) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 2y = 0 \Rightarrow x = y$$

۳

۲۶



$$O = (-6, -1) \quad r = \sqrt{21}$$

$$d = \frac{|2(-6) + 3(-1) + 2|}{\sqrt{4+9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$HB^2 = r^2 - d^2 = 21 - 13 = 8 \Rightarrow HB = 2\sqrt{2}$$

$$AB = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

دو دایره مماس داخلاند، هرگاه:

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 = 8 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow r = 3, O(1, 0)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 2y + 1 - 1 = k \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = k+2$$

$$\Rightarrow r' = \sqrt{k+2}, O'(1, -1)$$

$$d = OO' = \sqrt{(1-1)^2 + (0+1)^2} = 1$$

$$d = |r - r'| \Rightarrow 1 = |\sqrt{k+2} - \sqrt{k+2}| \Rightarrow \sqrt{k+2} = \pm 1$$

$$\begin{cases} \sqrt{k+2} = 1 \Rightarrow \sqrt{k+2} = 2 \Rightarrow k = 2 \\ \sqrt{k+2} = -1 \Rightarrow \sqrt{k+2} = 4 \Rightarrow k = 14 \end{cases}$$

شرط مسئله را می‌نویسیم.

۱

۲۹

M(x, y)

$$|MA| = 2 |MB|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = 2\sqrt{(x+1)^2 + (y+4)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 4(x^2 + 4x + 1 + y^2 + 8y + 16)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 18x - 24y + 72 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - \frac{26}{3}y + \frac{72}{3} = 0$$

معادله مورد نظر، دایره به مرکز $(\frac{13}{3}, -3)$ است.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$A(-1, 0) \xrightarrow[\text{در معادله}]{\text{دایره}} 1 - a + c = 0$$

$$B(3, 0) \xrightarrow[\text{در معادله}]{\text{دایره}} 9 + 3a + c = 0$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = -2, c = -3$$

$$C(0, -3) \xrightarrow[\text{در معادله}]{\text{دایره}} 9 - 3b + c = 0 \xrightarrow[c=-3]{\text{دایره}} b = 2$$

$$\text{مرکز} = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -1)$$

$$m_{OA} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0+1}{-1-1} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس و قرینه}} 2 = \text{شیب خط مماس}$$

$$y - 0 = 2(x+1) \xrightarrow{x=0} y = 2 \quad \text{معادله خط مماس در نقطه A}$$



$$\hat{x} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 2x$$

۲ ۴۱

$$3^\circ = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BD} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow 18^\circ - \widehat{BD} - \widehat{BD} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow 18^\circ - 2(2x) = 6^\circ \Rightarrow 4x = 12^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{AB} + 18^\circ}{2}, y = \frac{\widehat{DC} + 18^\circ}{2}$$

$$x - y = \frac{\widehat{AB}}{2} + \cancel{\frac{18^\circ}{2}} - \frac{\widehat{DC}}{2} - \cancel{\frac{18^\circ}{2}}$$

$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 14^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 16^\circ$$

$$x - y = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AD} - (\widehat{AC} - \widehat{AD})}{2}$$

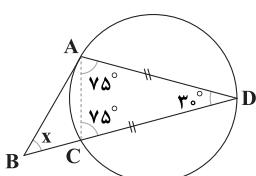
$$x - y = \frac{16^\circ - 14^\circ}{2} = 1^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 2x$$

$$4^\circ = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{AC}}{2} \Rightarrow \lambda^\circ = \widehat{ABC} - \widehat{AC}$$

$$\Rightarrow \lambda^\circ = 36^\circ - \widehat{AC} - \widehat{AC} \Rightarrow 2\widehat{AC} = 28^\circ$$

$$\Rightarrow 2(2x) = 28^\circ \Rightarrow x = 7^\circ$$



$$\hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 6^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 15^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{AC}}{2} = \frac{15^\circ - 6^\circ}{2} = 4.5^\circ$$

$$OA = OB = AB = r \Rightarrow \widehat{AOB} = 6^\circ$$

۱ ۴۲

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 \times 30^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \times 6^2 \times 30^\circ}{360^\circ} = 3^\circ \pi$$

۲ ۴۴

$$\hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 25^\circ$$

$$\widehat{ADB} = 36^\circ - 25^\circ = 11^\circ$$

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{ADB}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{25^\circ - 11^\circ}{2} = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{18^\circ + 4^\circ}{2} = 11^\circ$$

۳ ۴۷

چون m و n ریشه‌های معادله $x^3 - 4x - 2 = 0$ می‌باشند، بنابراین $m + n = -2$ است.

اکنون از $f(m + \frac{1}{n}) = f(n + \frac{1}{m})$ نتیجه می‌گیریم که ریشه‌های معادله

درجه دوم $n + \frac{1}{m}$ و $m + \frac{1}{n}$ برابر $2x^2 + bx + c = 0$ می‌باشد پس:

$$-\frac{b}{2} = m + \frac{1}{n} + n + \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{2} = m + n + \frac{m+n}{mn} = 4 + \frac{4}{-2} = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$\frac{c}{2} = (m + \frac{1}{n})(n + \frac{1}{m})$$

$$\Rightarrow \frac{c}{2} = mn + 1 + 1 + \frac{1}{mn} = -2 + 1 + 1 + \frac{1}{-2} \Rightarrow c = -1$$

$$b + c = -5$$

۱ ۴۸

$$\frac{x}{x^2 + x + 1} + \frac{x}{x^2 - x + 1} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{x-1+\frac{1}{x}} = 1$$

$$\frac{x+\frac{1}{x}=y}{y+1} \Rightarrow \frac{1}{y+1} + \frac{1}{y-1} = 1 \Rightarrow \frac{y-1+y+1}{(y+1)(y-1)} = 1$$

$$\Rightarrow y^2 - 1 = 2y$$

$$y^2 - 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow \alpha + \frac{1}{\alpha} = 1 + \sqrt{2} \\ y = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

فاقد جواب حقیقی $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$ می‌دانیم که بنابراین:

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{x-1} = a \\ x - 2\sqrt{x-1} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2x \\ ab = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4x+4}} = 2$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}} 2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = 4 \Rightarrow |x-2| = 2-x \Rightarrow x-2 \leq 0.$$

معادله به شمار جواب دارد $\Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow$

$$\frac{x+y}{2} = 1 \text{ خط گذرنده از نقاط } (8, 0) \text{ و } (0, 6) \text{ به معادله } 1 = 4x + 3y - 24 = 0 \text{ برابر } \frac{|4\alpha - 24|}{5}$$

می‌باشد.

نقطه واقع بر محور x را $(0, \alpha)$ در نظر می‌گیریم. اکنون فاصله این نقطه از

$$\frac{|4\alpha - 24|}{5} = |\alpha| \Rightarrow \frac{|4\alpha - 24|}{5} = \alpha \Rightarrow 4\alpha - 24 = 5\alpha \Rightarrow \alpha = -24$$

می‌باشد، پس باید:

$$\frac{|4\alpha - 24|}{5} = |\alpha| \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 24 = 5\alpha \Rightarrow \alpha = -24 \\ 4\alpha - 24 = -5\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4}{3} \end{cases}$$

فیزیک | ۷

حل ویدئویی سوالات این دفترچه را در
ویسایت DriQ.com مشاهده کنید.

پاسخ دوازدهم ریاضی



$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۴ ۵۳

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B')}{\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

$$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

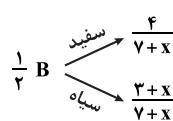
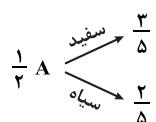
$$P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$$

اگر دو مهره از ظرف اول و هشت مهره از ظرف دوم برداریم، و ۲ ۵۴

در ظرف سوم قرار دهیم آن‌گاه $\frac{2}{10}$ مهره‌های ظرف سوم از ظرف اول و $\frac{8}{10}$ آن از ظرف دوم انتخاب شده است.

$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{25} + \frac{1}{25} = \frac{4}{25} = \frac{1}{6}$$

اگر X مهره سیاه به ظرف دوم اضافه کنیم داریم: ۳ ۵۵



$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 1 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2 + x = 1 \Rightarrow x = 3$$

فیزیک

۱ ۵۶ نیروی گرانشی وارد بر ماهواره از طرف زمین، نیروی لازم برای

حرکت دایره‌ای ماهواره به دور زمین را تأمین می‌کند، بنابراین:

$$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

حال نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{R_e + R_e}{R_e + 4R_e} = \frac{2R_e}{5R_e} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

چون جرم دو ماهواره یکسان است، بنابراین با توجه به رابطه تکانه داریم:

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_B}{p_A} = \frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

ابتدا اندازه ستایش گرانشی را در مدار چرخش ماهواره به دست ۲ ۵۷

می‌آوریم:

$$W_h = mg_h \quad \text{و} \quad W_h = 1000 \text{ N}, m = 400 \text{ kg} \rightarrow 1000 = 400 g_h$$

$$\Rightarrow g_h = \frac{1000}{400} = 2.5 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$



برای آن که تشدید رخ دهد باید بسامدها با هم برابر شوند، بنابراین:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{L}$$

نتیجه می شود که ثابت فر و طول آونگ با هم رابطه عکس دارند، پس اگر طول آونگ را $\frac{1}{3}$ برابر کنیم، باید ثابت فر $\frac{1}{3}$ برابر شود تا همچنان تساوی برقرار بوده و تشدید رخ دهد.

۱ ۶۸ ابتدا بسامد وزنه A را به دست می آوریم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{1}} = \sqrt{200} \text{ rad/s}$$

بسامد هر یک از وزنهای دیگر را نیز به دست می آوریم، هر کدام بسامدش با بسامد وزنه A برابر شود، برای آنها تشدید رخ می دهد، بنابراین:

$$\omega_B = \sqrt{\frac{60}{3}} = \sqrt{20} \text{ rad/s}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{50}{2/5}} = \sqrt{20} \text{ rad/s}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{40}{6}} = \sqrt{\frac{20}{3}} \text{ rad/s}$$

مشاهده می شود بسامد وزنهای B و C با بسامد وزنه A برابر هستند، یعنی برای وزنهای B و C تشدید رخ می دهد.

۴ ۶۹ در حرکت نوسانی و در یک دوره تناوب، نوسانگر به مدت $\frac{T}{2}$ دارای حرکت تندشونده است. در این صورت می توان نوشت:

$$\frac{T}{2} = 0/1 \Rightarrow T = 0/2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

در نقطه تعادل، نیروی وارد بر نوسانگر به کمترین مقدار خود می رسد. در این صورت تندی حرکت جسم دارای بیشترین مقدار خود است. در این صورت می توان نوشت:

$$K = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\max} = A\omega \\ A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm} \end{array} \right. \Rightarrow v_{\max} = 0/2 \times 10\pi = 2\pi \text{ m/s}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times 4\pi^2 = 600 \times 10^{-3} = 0.6 \text{ J}$$

۲ ۷۰ دوره نوسان این نوسانگر برابر است با:

این نوسانگر در لحظه های زیر به سرعت بیشینه خود می رسد:

$$t = (2n-1) \times \frac{T}{4} = (2n-1) \times \frac{0/2}{4} = (2n-1) \times 0/0.5$$

$$t = 0/0.5S, 0/1.5S, 0/2.5S, 0/3.5S, 0/4.5S, 0/5.5S, 0/6.5S, 0/7.5S, ...$$

پس نوسانگر تا $0/5S$ پس از شروع حرکت، برای ۵ بار سرعتش بیشینه می شود.

۲ ۷۱ مدت زمانی که طول می کشد تا نوسانگر یکبار پاره خط نوسانی

را طی کند، برابر با $\frac{T}{2}$ است. (دقت کنید که در هر نوسان کامل، پاره خط نوسانی دو بار طی می شود).

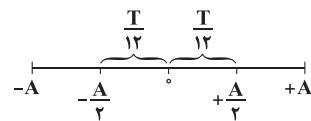
$$\frac{T}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

ازری جنبشی در مرکز نوسان، بیشینه و در دامنه ها، صفر است. پس حداقل زمان لازم برای رسانیدن ازری جنبشی از بیشینه خود به صفر، برابر با مدت

زمانی است که نوسانگر از مرکز نوسان به دامنه می رسد، یعنی $\frac{T}{4}$ ، بنابراین:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{8} \text{ s}$$

مدت زمان حرکت از $\frac{A}{2}$ به $\frac{A}{2}$ برابر است با:



$$\Delta t = \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

دوره نوسانگر برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{32}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{16}} \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{2\pi}{\pi} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} \rightarrow \Delta t = \frac{1}{12} \text{ s}$$

۴ ۶۵ ابتدا دوره نوسانگر وزنه - فنر را محاسبه می کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=1 \text{ kg}, k=100 \text{ N/m}} T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{1000}} = \frac{2\pi}{10\sqrt{10}}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{10}=\pi} T = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} \text{ s}$$

حال محاسبه می کنیم نوسانگر در هر دقیقه ($t=60 \text{ s}$) چند نوسان

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=60 \text{ s}, n=300} \frac{1}{n} = \frac{60}{300} \Rightarrow n = 300$$

چون نوسانگر در هر نوسان کامل، ۲ بار تغییر جهت می دهد، یعنی ۲ بار π می شود، پس نوسانگر در 300 نوسان کامل، $300 \times 2 = 600$ بار تغییر جهت می دهد.

۳ ۶۶ ابتدا دوره نوسانگر وزنه - فنر را به دست می آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, k=50 \text{ N/m}} T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{50}} = \frac{2\pi}{\pi} \sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

سپس محاسبه می کنیم مدت زمان داده شده در سؤال چه کسری از دوره تناوب است:

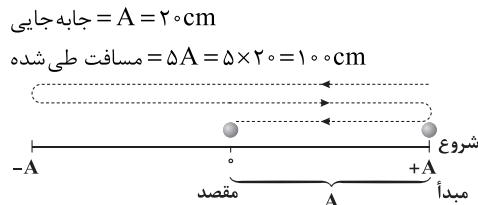
$$\Delta t = \frac{\Delta t = 0/5 \text{ s}}{T = 0/4 \text{ s}} \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{0/5}{0/4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{4} T = T + \frac{1}{4} T$$

چون نوسانگر 20 cm از وضع تعادل خارج شده، پس $A = 20 \text{ cm}$ است.

در $T = T + \frac{1}{4} T$ نوسانگر یک نوسان کامل انجام داده و سپس در $\frac{1}{4} T$ هم A را طی کرده، یعنی اگر از $+A$ شروع کرده باشد، پس از یک نوسان کامل دویاه به $+A$ برگشته و پس از $\frac{T}{4}$ به وضع تعادل یعنی $=0$ رسیده، یعنی اندازه جابه جایی آن

مطلوب شکل برابر A است و مسافت طی شده برابر $5A$ است، بنابراین:

$$A = 20 \text{ cm} \xrightarrow{5A = 5 \times 20 = 100 \text{ cm}}$$



۲ ۶۷ بسامد نوسانگر وزنه - فنر برابر است با:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

بسامد آونگ ساده برابر است با:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$



شتاب گرانش در حالتی که آسانسور تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_2 = 10 - 3 = 7 \frac{m}{s^2}$$

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{g_2}{g_1}} = 1 \times \sqrt{\frac{7}{12}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{7}{12}}$$

شتاب گرانش در حالتی که جسم در حال سکون است، برابر است با:

$$g_1 = 10 \frac{m}{s^2}$$

شتاب گرانش در حالتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_2 = 10 + 4 = 14 \frac{m}{s^2}$$

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{g_2}{g_1}} \\ \frac{T_1 = T_2}{\rightarrow 1} = \sqrt{\frac{10}{L_2} \times \frac{14}{10}} \Rightarrow L_2 = 14 \text{ cm}$$

$\Delta L = L_2 - L_1 = 14 - 10 = 4 \text{ cm}$ بنابراین: طول آونگ باید ۴ سانتی‌متر بیشتر شود.

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\frac{10}{14} \times \frac{14}{10}} = 1 \Rightarrow g_1 = g_2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \frac{g_2}{g_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{G \times 4M}{(2R)^2}}{\frac{G \times M}{R^2}} = 1 \quad (\checkmark) \quad 2) \frac{g_2}{g_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{G \times 2M}{(4R)^2}}{\frac{G \times M}{R^2}} = \frac{1}{16} \quad (\times)$$

$$3) \frac{g_2}{g_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{G \times 2M}{(2R)^2}}{\frac{G \times M}{R^2}} = \frac{1}{2} \quad (\times) \quad 4) \frac{g_2}{g_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{G \times 4M}{(\frac{1}{2}R)^2}}{\frac{G \times M}{R^2}} = 16 \quad (\times)$$

ابتدا مدت زمان حرکت اتمبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

حال تندی متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم:

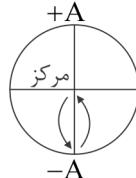
$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t} = \frac{3 \times 40}{10} = 12 \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطه $a_C = \frac{v^2}{R}$, بزرگی شتاب مرکزگرای اتمبیل را به دست

$$a_C = \frac{v^2}{R} = \frac{(12)^2}{40} = \frac{12 \times 12}{40} = \frac{36}{10} = 3.6 \frac{m}{s^2}$$

می‌آوریم:

۷۲ ۱ نوسانگر در لحظه $t_1 = 1/2s$ در مرکز نوسان بوده و به سمت دائمه حرکت می‌کند. نوسانگر در لحظه $t_2 = 1/8s$ باز هم در مرکز نوسان است ولی بین t_1 و t_2 جهت حرکت یکبار تغییر کرده است، یعنی نوسانگر بین آن دو لحظه، یکبار به دائمه رسیده و دوباره به مرکز نوسان بازگشته است. می‌توان حرکت نوسانگر را از لحظه t_1 تا t_2 این‌گونه تحلیل کرد:



زمان رسیدن نوسانگر از مرکز به دائمه یا دائمه به مرکز برابر با $\frac{1}{4}$ زمان یک نوسان کامل، یعنی $\frac{T}{4}$ است. بنابراین مدت زمان لازم برای این حرکت برابر است با:

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{T}{2}$$

که این زمان برابر با فاصله زمانی بین دو لحظه t_1 و t_2 است:

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow 0.6 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 1.2s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.2} = \frac{5}{6} \text{ Hz}$$

بنابراین:

۷۳ ۴ انرژی مکانیکی نوسانگر در کل مدت زمان نوسان، ثابت می‌ماند. در لحظه t_2 انرژی پتانسیل نوسانگر افزایش یافته، پس انرژی جنبشی آن کاهش یافته است، در نتیجه اندازه سرعت آن کاهش یافته است، بنابراین:

$$v_2 = v_1 - 4$$

انرژی مکانیکی را در هر دو حالت به دست آورده و سرعت v_2 را به دست می‌آوریم:

$$E = K + U \begin{cases} t_1: E = K_1 + 2K_1 = 3K_1 \\ t_2: E = K_2 + 26K_2 = 27K_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3K_1 = 27K_2 \Rightarrow K_1 = 9K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = 9 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1 = 3v_2$$

$$\frac{v_1 = v_2 + 4}{v_2 + 4 = 3v_2} \Rightarrow v_2 = 2 \frac{cm}{s}$$

۷۴ ۱ در حرکت نوسانی ساده می‌توان نوشت:

$$x = 0 \Rightarrow v = v_{\max} \Rightarrow 9v_{\max} = 4\pi^2 \Rightarrow v_{\max} = \frac{4}{9}\pi^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow A\omega = \frac{2}{3}\pi$$

$$x = A \Rightarrow v = 0 \Rightarrow 64\pi^2 A^2 = 4\pi^2 \Rightarrow A^2 = \frac{4\pi^2}{64\pi^2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{4}m$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A\omega = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow \frac{1}{4}\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6\pi}{8\pi} = \frac{3}{4}s$$

برای محاسبه تعداد نوسان‌های کامل داریم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{n} \Rightarrow n = 8$$

۷۵ ۲ شتاب گرانش در حالتی که آسانسور تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_1 = 10 + 2 = 12 \frac{m}{s^2}$$



بررسی گزینه‌ها:

۳ ۸۵

$$1) 140 \times 10^4 \mu\text{A} \times \frac{1\text{A}}{10^6 \mu\text{A}} \times \frac{10^3 \text{mA}}{1\text{A}} = 1400 \text{mA} \quad (\checkmark)$$

$$2) 0.9 \times 10^{-21} \text{Gs}^2 \times \frac{10^{18} \text{s}^2}{1 \text{Gs}^2} \times \frac{10^{18} \text{ns}^2}{1 \text{s}^2} = 0.9 \times 10^{15} \text{ns}^2 \\ = 9 \times 10^{14} \text{ns}^2 \quad (\checkmark)$$

$$3) 0.0009 \text{Mg} \times \frac{10^6 \text{g}}{1 \text{Mg}} \times \frac{1 \text{dag}}{10^6 \text{g}} = 9 \text{dag} \quad (\times)$$

$$4) 0.017 \text{hm}^3 \times \frac{10^6 \text{m}^3}{1 \text{hm}^3} \times \frac{10^3 \text{dm}^3}{1 \text{m}^3} = 0.017 \times 10^9 \text{dm}^3 \\ = 17 \times 10^8 \text{dm}^3 \quad (\checkmark)$$

۲ ۸۶ ابتدا تمام یکاهای را به SI تبدیل می‌کنیم:

$$s^3 = Al^3 + Bl \Rightarrow \left(\frac{nm}{ms}\right)^3 = A(mm)^3 + B(mm)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{10^{-9} \text{m}}{10^{-3} \text{s}}\right)^3 = A(10^{-3} \text{m})^3 + B(10^{-3} \text{m})$$

طرفین رابطه باید یکای یکسانی داشته باشند، بنابراین برای کمیت A داریم:

$$(10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}})^3 = [A] \times (10^{-3} \text{m})^2$$

$$\Rightarrow 10^{-18} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} = [A] \times 10^{-6} \text{m}^2$$

$$\Rightarrow [A] = 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

برای کمیت B داریم:

$$(10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}})^3 = [B] \times (10^{-3} \text{m}) \Rightarrow 10^{-18} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} = [B] \times 10^{-3} \text{m}$$

$$\Rightarrow [B] = 10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

۳ ۸۷ فقط عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) پرتقال پوستکنده درون آب فرو می‌رود اما پرتقال با پوست روی آب شناور می‌ماند، زیرا جگالی آن کمتر از جگالی آب است.

ج) جگالی بین از چگالی آب کمتر و در حجم یکسانی از این دو، جرم بین کمتر از جرم آب است، بنابراین وزن یک لیتر بین کمتر از وزن یک لیتر آب است.

۴ ۸۸ حجم هر دو مایع را V فرض می‌کنیم و مجموع جرم آن‌ها را قبل از مخلوط کردن محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow m_1 = 2\rho V \\ m_2 = \rho_2 V_2 \Rightarrow m_2 = 5\rho V \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 7\rho V$$

حال با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، حجم مخلوط که برابر با $V_1 + V_2$ باشد، به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \frac{3}{5}\rho = \frac{7\rho V}{V_1 + V_2} \Rightarrow V_1 + V_2 = 2V$$

بنابراین کاهش حجم برابر با صفر خواهد بود، زیرا مجموع حجم مایع‌ها قبل از مخلوط کردن و بعد از مخلوط کردن با هم برابر هستند.

$$K_B = \frac{1}{2} K_A \Rightarrow K_A = 2K_B \xrightarrow{m_A = m_B} v_A = 2v_B \quad ۲ ۷۹$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2} v_B \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{2} \Rightarrow r_B = 2r_A$$

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره A و ماهواره B همان نیروی گرانش وارد بر آن‌ها از طرف زمین است، بنابراین:

$$F = mg \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{F_A}{F_B} = \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 2^2 = 4$$

از معادله پایستگی انرژی مکانیکی داریم: ۳ ۸۰

$$E = U + K \Rightarrow K_{\max} = K + \frac{K}{5} \Rightarrow K_{\max} = \frac{6}{5} K$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{6}{5} K \Rightarrow K = \frac{1}{3} mJ = \frac{1}{3000} J$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2} mv^2} \frac{1}{3000} = \frac{1}{2} \times \frac{40}{100} \times v^2 \Rightarrow 1 = 60 v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{1}{60}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{60}} \times \frac{1}{\sqrt{60}} = \frac{\sqrt{60}}{60} \text{ m} = \frac{\sqrt{60}}{60} \times 100 = \frac{10\sqrt{60}}{6} \text{ cm} \quad ۲ ۸۱$$

می‌دانیم دقیق اندازه‌گیری ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر با کمینه درجه‌بندی آن ابزار است. دقیق اندازه‌گیری تندی سنج (۱) برابر است با:

$$\frac{20}{4} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\frac{5}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{km}}{10^3 \text{m}} = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{km}}{\text{s}} = 0.005 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

دقیق اندازه‌گیری تندی سنج (۲) برابر است با: اختلاف دقیق اندازه‌گیری تندی سنج (۲) و تندی سنج (۱) برابر است با:

$$\frac{0.05 - 0.005}{0.05} = 0.495 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

۳ ۸۲ کمیت‌های اصلی کمیت‌هایی هستند که یکای آن‌ها به طور مستقل تعریف می‌شوند. کمیت‌های اصلی ۷ مورد هستند طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، شدت روشتابی و شدت جریان الکتریکی.

۱ ۸۳ با استفاده از رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{75}{m_B} \times \frac{6}{50}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{75}{m_B} \times \frac{6}{5} \Rightarrow 10m_B = 18 \times 75$$

$$\Rightarrow m_B = 18 \times 75 = 1350 \text{ g}$$

۱ ۸۴ ابتدا عبارت موردنظر را بر حسب واحد SI به دست می‌آوریم:

$$0.04 \times 10^8 \mu\text{m} \times \frac{1\text{m}}{10^6 \mu\text{m}} = 0.04 \times 10^2 \text{m} = 4\text{m}$$

$$0.06 \times 10^{-4} \text{Mm} \times \frac{1\text{m}}{10^{-6} \text{Mm}} = 0.06 \times 10^2 \text{m} = 6\text{m}$$

$$0.02 \times 10^{-21} \text{Ts}^2 \times \frac{1\text{s}}{10^{-24} \text{Ts}^2} = 0.02 \times 10^3 \text{s}^2 = 20\text{s}^2$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{4m + 6m}{20s^2} = \frac{10m}{20s^2} = \frac{m}{2s^2}$$

یکای $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در SI، یکای کمیت شتاب متوسط است.

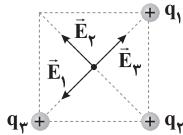


$$2) \begin{cases} |q'_1| = |q_1| \\ |q'_2| = 8|q_2| \\ r_2 = \frac{1}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \times 8 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{4}r_1}\right)^2 = 8 \times 4 = 32 \quad (\times) \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} |q'_1| = 2|q_1| \\ |q'_2| = 2|q_2| \\ r_2 = \frac{1}{2}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \times 2 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{2}r_1}\right)^2 = 2 \times 2 \times 4 = 16 \quad (\checkmark) \end{cases}$$

چون تندی حرکت ذره ثابت است، پس انرژی جنبشی آن نیز ثابت می‌ماند، بنابراین تغییرات انرژی جنبشی این ذره برابر با صفر است.

۴ ۹۴ میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار را در نقطه O مرکز مربع رسم می‌کنیم:



با توجه به این‌که هر سه بار هماندازه هستند و هم‌چنین فاصله هر سه بار تا نقطه O برابر است، بنابراین میدان‌های الکتریکی \vec{E}_1 , \vec{E}_2 و \vec{E}_3 هماندازه هستند، بنابراین \vec{E}_1 و \vec{E}_3 اثر هم را خنثی می‌کنند، پس برایند میدان‌های حاصل از سه بار در نقطه O همان میدان \vec{E}_2 است.

۲ ۹۵ هر سه بار در حال تعادل هستند، بنابراین با فرض این‌که $q_2 > q_1$ است. بار Q باید در فاصله بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به بار کوچکتر (بار Q) قرار داده شود. از طرفی چون هر سه بار در حال تعادل هستند، بنابراین علامت بار Q منفی است.

$$\begin{array}{ccc} x & & r-x \\ \bullet & \xrightarrow{\hspace{2cm}} & \bullet \\ q_1 = 4\mu C & & q_2 = 25\mu C \end{array}$$

بار q_3 در حال تعادل است، بنابراین:

$$\begin{aligned} F_{13} = F_{23} &\Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r-x)^2} \\ &\Rightarrow \frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \Rightarrow \frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{4}{25} \\ &\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{x}{r-x} = \frac{2}{5} \\ &\Rightarrow 2r - 2x = 5x \Rightarrow 2r = 7x \Rightarrow r = \frac{7}{2}x \quad (*) \end{aligned}$$

۴ ۸۹ بررسی موارد:

- (الف) سرعت: برداری و فرعی (\times)
- (ب) جرم: نرده‌ای و اصلی (\times)
- (ج) انرژی: نرده‌ای و فرعی (\checkmark)
- (د) زمان: نرده‌ای و اصلی (\times)
- (ه) فشار: نرده‌ای و فرعی (\checkmark)
- (و) چگالی: نرده‌ای و فرعی (\checkmark)

۲ ۹۰ در نمودار $V-m$ ، شیب خط برابر با $\frac{1}{\rho}$ است، یعنی در این سؤال داریم:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{24^\circ} \Rightarrow \rho = \frac{1}{24^\circ} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{1}{24^\circ} = \frac{5 \times 10^{-5}}{V} \Rightarrow V = 24 \times 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

واحد حجم بر حسب لیتر خواسته شده است، بنابراین:

$$V = 24 \times 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \times \frac{1.0^\circ \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 24 \times 5 \times 10^{-5} \text{ L}$$

$$\Rightarrow V = 120 \times 10^{-2} \text{ L} = 1/2 \text{ L}$$

۳ ۹۱ با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار

الکتریکی داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

بنابراین طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} \times 100 = \frac{2/25 E_1 - E_1}{E_1} \times 100 = 125$$

بنابراین:

۴ ۹۲ بررسی گزینه‌ها:

$$1) \begin{cases} r_2 = r_1 - \frac{75}{100}r_1 = \frac{75}{100}r_1 = \frac{3}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{\frac{3}{4}r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{\frac{3}{4}r_1}\right)^2 = \frac{16}{9} \quad (\times)$$

$$2) \begin{cases} |q'_1| = |q_1| \\ |q'_2| = 2|q_2| \\ r_2 = r_1 - \frac{75}{100}r_1 = \frac{25}{100}r_1 = \frac{1}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \times 2 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{4}r_1}\right)^2 = 1 \times 2 \times 16 = 32 \quad (\times)$$



۹۹ شرط معلق بودن ذره باردار، هماندازه بودن نیروی وزن و نیروی واردشده از طرف میدان الکتریکی یکنواخت بر این بار است، پس داریم: $F_E = W$ (I)

می‌دانیم به هر ذره باردار در میدان الکتریکی، نیرویی به بزرگی $E|q|$ وارد می‌شود. هم‌چنین بدینهی است که نیروی وزن برابر است با $W = mg$. با جایگذاری در رابطه (I) داریم:

$$F_E = W \frac{E|q|}{W=mg} \Rightarrow E|q|=mg \quad (\text{II})$$

با جایگذاری مقادیر داده شده در رابطه (II) خواهیم داشت:

$$E|q|=mg \frac{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{E=4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \Rightarrow 4 \times 10^5 \times |q|=m \times 10$$

$$\Rightarrow \frac{m}{|q|} = \frac{4 \times 10^5}{10} = 4 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

نیروی وزن همیشه به سمت زمین (پایین) بر اجسام وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره از طرف میدان باید به سمت بالا باشد، پس با توجه به این که بر ذره مثبت است، میدان الکتریکی باید به سمت بالا باشد.

۱۰۰ ۱ اگر در هنگام نزدیک کردن میله باردار به کلاهک الکتروسکوب باردار، ورقه‌های الکتروسکوب از هم دور شوند، بر جسم و الکتروسکوب، همنام بوده‌اند و اگر ورقه‌های الکتروسکوب به هم نزدیک شوند، بر جسم و الکتروسکوب، ناهمنام بوده است.

با توجه به این که در این سؤال ورقه‌ها به هم نزدیک شده‌اند، بنابراین بر الکتروسکوب و جسم ناهمنام بوده است.

شیمی

۱۰۱ ۳ واکنش‌های a و c به طور خودبه‌خودی انجام پذیرند.
بررسی واکنش‌ها:

(a) اکسیدهتر از Sn^{2+} بوده، در نتیجه H_β^+ به H_γ^+ کاهش یافته و بر اثر اکسایش به Sn^{2+} تبدیل می‌شود.

(b) از آن جا که Fe^{3+} اکسیدهتر از Sn^{4+} است، واکنش برگشت به طور خودبه‌خودی انجام پذیر است.

(c) اکسیدهتر از H_β^+ بوده، در نتیجه Sn^{4+} به Sn^{2+} کاهش یافته و بر اثر اکسایش به H_β^+ تبدیل می‌شود.

۱۰۲ ۲ به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

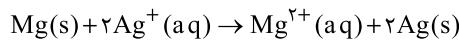
در سلول الکترولیتی بر قکافت منیزیم کلرید، چگالی الکترولیت ($(\text{MgCl}_2)_\beta(\text{I})$) بیشتر از فراورده کاتدی سلول ($\text{Mg}(\text{I})$) است.

۱۰۳ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

در سلول گالوانی $\text{Mg}-\text{Ag}$ ، نیم‌سلول‌های منیزیم و نقره به ترتیب نیم‌سلول‌های آندی و کاتدی هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• معادله واکنش کلی سلول به صورت زیر است:



در هر بازه زمانی معین، تغییر جرم تیغه کاتدی یعنی نقره، ۹ برابر تغییر جرم تیغه آندی یعنی منیزیم است:

$$\frac{2 \times 10^{-8}}{24} = 9$$

• آئیون‌ها از محلول نیم‌سلول نقره (کاتد) به محلول نیم‌سلول منیزیم مهاجرت می‌کنند.

بار q_3 در حال تعادل است، بنابراین:

$$\begin{aligned} F_{\text{r}1} = F_{\text{r}2} &\Rightarrow \frac{k|q_3||q_1|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_1|}{r_{12}^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{x^2} = \frac{|q_2|}{r^2} \\ &\Rightarrow \frac{|q_3|}{x^2} = \frac{25}{r^2} \\ &\xrightarrow{(*)} \frac{|q_3|}{x^2} = \frac{25}{49x^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{100}{49}\mu\text{C} \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -\frac{100}{49}\mu\text{C} \end{aligned}$$

۹۶ ۳ هر ذره آلفا دارای دو نوترون و دو پروتون است. به عبارتی بار آن دو برابر بار پروتون یا دو برابر اندازه بار یک نوترون است. برای محاسبه تعداد ذرات آلفا داریم:

$$q = nq \Rightarrow 1 = n \times 2 \times 1 / 6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{19}}{3/2} \Rightarrow n = 3/125 \times 10^{18}$$

۹۷ ۲ فرض کنید اندازه هر یک از بارها در ابتدا q کولن باشد، در حالت جدید، باید $\frac{1}{3}$ یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کنیم، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} |q_1'| = q - \frac{1}{3}q = \frac{2}{3}q \\ |q_2'| = q + \frac{1}{3}q = \frac{4}{3}q \end{array} \right. \xrightarrow{\text{پس از اعمال تغییر}}$$

با استفاده از قانون کولن، اندازه نیروی بین دو بار را در این دو حالت مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} &\Rightarrow \begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F_2 = k \frac{(\frac{2}{3}q) \times (\frac{4}{3}q)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k \frac{q^2}{r^2} \\ F_2 = k \frac{\frac{8}{9}q^2}{r^2} \end{cases} \\ &\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{8}{9}q^2}{\frac{q^2}{r^2}} = \frac{8}{9} \Rightarrow F_2 = \frac{8}{9}F_1 \end{aligned}$$

۹۸ ۳ با توجه به این که میدان الکتریکی بین دو صفحه A و B یکنواخت است، بنابراین:

$$E_{AC} = E_{AB} \Rightarrow \frac{\Delta V_{AC}}{4d} = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V_{AC} = \frac{4}{5} \Delta V$$

برای محاسبه سرعت اولیه v_0 می‌توان نوشت:

$$\Delta V_{AC} = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{|\Delta K|}{q} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{\Delta K} = \frac{1}{K_2 - K_1} \rightarrow$$

$$\frac{1}{30 \times \frac{4}{5}} = \frac{1 \times 50 \times 10^{-3} \times (v_2^2 - v_0^2)}{-4}$$

برای این که ذره به صفحه منفی برخورد نکند، باید متوقف شود.

$$24 = \frac{25 \times 10^{-3} \times (-v_0^2)}{-4} = \frac{25 \times 10^{-3} \times v_0^2}{4}$$

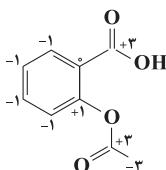
$$\Rightarrow 24 \times 4 = 25 \times 10^{-3} \times v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{96}{25 \times 10^{-3}} = 3840$$

$$\Rightarrow v = 62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای این که ذره با صفحه منفی برخورد نکند، باید سرعت اولیه کم‌تر از v_0 باشد، بنابراین تنها گزینه (۳) می‌تواند درست باشد.



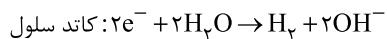
۳ ۱۱۰ در زیر تمامی اتم‌های کربن با عدد اکسایش آن‌ها آورده شده است:
 $-3, -1, 0, +1, +3$



۱ ۱۱۱ • در برگافت آب، گازهای O_2 (در آند، قطب مثبت) و H_2 (در کاتد، قطب منفی) تولید می‌شود.

• انحلال یزدیری گاز O_2 در آب در مقایسه با گاز H_2 بیشتر است (با فرض شرایط یکسان).

• با انجام نیم واکنش‌های زیر، pH محیط اطراف نیم‌سلول آندی (قطب مثبت) کاهش و pH محیط اطراف نیم‌سلول کاتدی (قطب منفی) افزایش می‌یابد:

$$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$$


۴ ۱۱۲ پلاتین حتی در محیط‌های اسیدی نیز اکسایش نمی‌یابد.

۳ ۱۱۳ به جز رابطه دوم (a) $b > a$ بقیه روابط درست هستند.

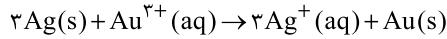
• پتانسیل کاهشی اکسیژن در هر دو محیط اسیدی و خنثی، مثبت است ($a, b > 0$). اما در محیط اسیدی مثبت‌تر است ($b > a$).

• پتانسیل کاهشی اغلب فلزها مانند آهن منفی بوده ($c < 0$).

اما برخی از فلزها مانند طلا، پتانسیل کاهشی مثبت دارند ($d > 0$).

• با توجه به این‌که طلا در محیط اسیدی نیز اکسایش نمی‌یابد باید $d > b$ باشد.

۴ ۱۱۴ معادله واکنش کلی سلول به صورت زیر است:



جرم اولیه تیغه‌ها را m گرم در نظر می‌گیریم:



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{0.6m}{3 \times 108} g Ag = \frac{\frac{4}{9} mol Au}{1} \Rightarrow m = 240g$$

$= (240 - (0.6 \times 240)) + (\frac{4}{9} \times 197) = 240 + (\frac{4}{9} \times 197)$ = مجموع جرم تیغه‌ها

$$= (240 - 144) + (240 + 87/55) = 423/55g$$

۳ ۱۱۵ عبارت اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در سری الکتروشیمیایی E° فلزهایی که قدرت کاهنده‌ی بیشتر از H_2 دارند، منفی است.

• داده‌های جدول در دمای C 25° اندازه‌گیری شده است.

۴ ۱۱۶ ۱ هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیشتر است.

۲ هر چه طول موج رنگ‌های سبز، زرد و سرخ هستند.

۳ سرخ > زرد > سبز: انرژی آن بیشتر است.

- (a)
- (b)
- (c)

۴ سبز > زرد > سرخ: طول موج

- (c)
- (b)
- (a)

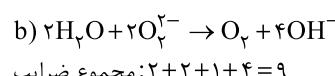
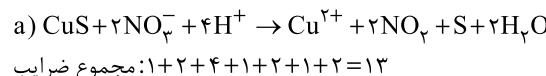
۱ ۱۰۴ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• هنگامی که به سلول‌های الکترولیتی ولتاژ معینی اعمال می‌شود، یون‌ها به سوی الکترود با بار ناهمنام حرکت می‌کنند.

• در سلول‌های الکترولیتی با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از درون محلول الکترولیت می‌توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند.

۳ ۱۰۵ معادله موازنۀ شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



تفاوت دو عدد ۱۳ و ۹ برابر با ۴ است.

۲ ۱۰۶ به جز HOF (عدد اکسایش اکسیژن: صفر) و O_2 (عدد اکسایش اکسیژن: ۱) در چهار ترکیب دیگر، عدد اکسایش اکسیژن برابر ۲ است.

۳ ۱۰۷ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

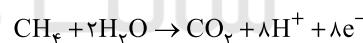
بررسی عبارت‌ها:

• در سلول سوختی متان - اکسیژن، CH_4 و O_2 به ترتیب کاهنده و اکسنده هستند:



هر چند تغییر عدد اکسایش C و O به ترتیب ۸ و ۲ درجه است، اما به ازای یک مول O_2 ، عدد اکسایش اکسیژن ۴ درجه تغییر می‌کند.

• در نیم واکنش آندی، نسبت ضریب مولی CO_2 به H_2O برابر با $\frac{1}{4}$ است:



• یون‌های هیدرونیوم (H^+) که کاتیون هستند به سمت الکترود کاتدی (O_2) حرکت می‌کنند. سوخت در این جا CH_4 است.

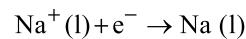
• از آن جا که واکنش کلی سلول سوختی متان - اکسیژن همان واکنش سوختن متان است، ΔH آن‌ها با هم برابر است.

۱ ۱۰۸ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۲ ۱۰۹ عبارت‌های اول و آخر نادرست هستند.

• برگافت سدیم کلرید مذاب در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود، اما به دلیل استفاده از کلسیم کلرید به عنوان کمک ذوب، دمای سلول پایین‌تر از نقطه ذوب NaCl است.

• در کاتد سلول (قطب منفی) فلز سدیم تولید می‌شود.



• این واکنش یعنی تجزیه NaCl به فلز سدیم و گاز کلر یک واکنش غیر خودبه‌خودی است. در چنین واکنش‌هایی، سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر از واکنش دهنده‌ها است.

۰ در این سلول یون (I^-) وجود دارد، نه یون (Cl^-) .

۱ ۱۲۴ فقط عبارت اول درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- دماهی حاصل از سوختن کامل گاز شهری که با شعله آبی رنگ می‌سوزد، بیشتر از شعله زردزنگ شمع است.
- بخش بیرونی یا بالایی رنگین‌کمان، سرخ و بخش درونی یا پایینی آن، بنفش است.
- نور خوشید با عبور از قطره‌های آب در هوا، گستره‌ای پیوسته شامل بینهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۴ ۱۲۵

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{(زمان کل فرایند)}{(نیمه عمر)} = \frac{2^n}{\text{مقدار باقی مانده}}$$

حرم مولی X و Y را به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم:

$$X:n = \frac{3 \times 6^{\circ}\text{min}}{6^{\circ}\text{min}} = 3, 2^3 = \frac{a}{\text{مقدار باقی مانده}}$$

$$\Rightarrow X = \frac{a}{8}$$

$$Y:n = \frac{3 \times 6^{\circ}\text{min}}{45\text{min}} = 4, 2^4 = \frac{b}{\text{مقدار باقی مانده}}$$

$$\Rightarrow b = \frac{b}{16} = \text{مقدار تجزیه شده}$$

طبق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{8} = \frac{b}{16} \Rightarrow a = 2b$$

۳ ۱۲۶ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

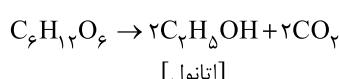
در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای سه عنصر نخست (Ge, Si, C) فقط پیوند کووالانسی تشکیل داده و دو عنصر دیگر (Pb, Sn) یون نکاتمی تشکیل می‌دهند.

۴ ۱۲۷ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- چهار عنصر نخست دوره (Si, Al, Mg, Na) جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- دو عنصر S و Ar به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.
- دو عنصر با ناماد تک حرفی (P, S) در این دوره وجود دارد. چهار عنصر نخست این دوره، سطح صیقلی دارند.
- (S, P, Si, Al, Mg, Na) سایر عنصرهای این دوره به دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

۱ ۱۲۸



$$\frac{125.0\text{ kg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{90}{100} \times \frac{R}{100}}{1 \times 18.0} = \frac{115.0\text{ kg C}_2\text{H}_5\text{OH}}{2 \times 46} \Rightarrow R = 1.3^{\circ}$$

۳ ۱۲۹ سومین و چهارمین فلز واسطه جدول دوره‌ای به ترتیب V_{۲۳}

و Cr_{۲۴} هستند که هر دو کاتیون‌های M^{۳+} و M^{۴+} تشکیل می‌دهند.

$$V_{23}:[\text{Ar}]^{3d^3}4s^2 \Rightarrow V^{3+}:[\text{Ar}]^{3d^2}$$

۱ ۱۱۷ فقط عبارت آخر درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در بین ۸ عنصر فراوان سیارة مشتری، دو عنصر C و S در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- در بین سه عنصر فراوان سیارة زمین (Si, O, Fe) فقط Fe جزو فلزها است.
- رونده تشکیل عنصرها در ستاره‌ها به این صورت بوده است که عنصرهای سنگین (با جرم اتمی زیاد) از عنصرهای سبک (با جرم اتمی کم) پدید آمده‌اند.

۳ ۱۱۸

$$\text{?atom C} = mg \text{C}_6\text{H}_5\text{O}_4 \times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_5\text{O}_4}{18.0\text{g C}_6\text{H}_5\text{O}_4}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1\text{mol C}_6\text{H}_5\text{O}_4} \times \frac{1\text{atom C}}{1\text{molecule C}_6\text{H}_5\text{O}_4} = 0.3 \text{m} \times 10^{23}$$

طبق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0.3 \text{m} \times 10^{23} = 0.6 \text{m} \times 10^{23} \Rightarrow m = 0.5 \text{g}$$

۳ ۱۱۹ تفاوت جرم نیترون (1.0087amu) و جرم بروتون (1.0073amu) بیشتر از 1.001amu است.

۱ ۱۲۰

$$\text{?atom } ^{186}\text{W} = 0.5 \text{g W} \times \frac{1\text{mol W}}{184\text{g W}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom W}}{1\text{mol W}}$$

$$\times \frac{6.25 \text{ atom } ^{186}\text{W}}{1.00 \text{ atom W}} = 1.02 \times 10^2 \text{ atom } ^{186}\text{W}$$

۲ ۱۲۱ شمار مول‌های Al و Zn در آبیاز را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم:

$$27a + 65b = 50.9 \quad (\text{I})$$

$$\frac{5.418 \times 10^{23} \text{ atom}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom}} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{mol}} = 0.9 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow a + b = 0.9 \quad (\text{II})$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (I) و (II)، مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$a = 0.2, b = 0.7$$

$$\frac{\text{Al}}{\text{Zn}} = \frac{a}{b} = \frac{0.2}{0.7} = 0.285$$

$$\frac{\text{Zn}}{\text{Al}} = \frac{0.7 \times 65}{0.2 \times 27} = 8.42$$

۱ ۱۲۲ مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوب‌های اول تا آخر می‌توان نوشت:

$$6f + 9.0f + 3f + f = 100 \Rightarrow f = 1$$

* فراوانی ایزوتوب چهارم را f در نظر گرفتیم.

$$\bar{A} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100}(M_4 - M_1)$$

$$55.93 = m + \frac{9}{100}(2) + \frac{3}{100}(3) + \frac{1}{100}(4) \Rightarrow m = 54$$

۱ ۱۲۳ فقط عبارت اول درست است.

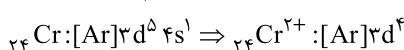
بررسی عبارت‌های نادرست:

- توده‌های سلطانی هر دو نوع گلوکز معمولی و گلوکز نشان‌دار را جذب می‌کند.
- سحابی‌ها با کاهش دما از گازهای هیدروژن و هلیم، ایجاد شده‌اند.
- از بین ۱۱۸ عنصر شناخته شده، ۲۶ عنصر ساختگی بوده و ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند.



۳۴ • شمار اکترون‌های با = ۲ برابر با ($3d^3$) و شمار اکترون‌های با = ۱ برابر

با = ۱۲ است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر با $\frac{1}{12}$ است.



شمار اکترون‌های با = ۲ برابر با = ۱ برابر با ($3d^4$) و شمار اکترون‌های با = ۱ برابر

با = ۶ است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر با $\frac{1}{6}$ است.

نسبت دو عدد به دست آمده برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۳۵ • به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

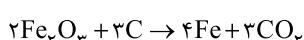


همان‌طور که می‌بینید مجموع ضرایب اجزای واکنش ۲ واحد افزایش می‌یابد.

• ترکیب A همان Fe_2O_3 است که به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار

می‌رود و اگر در واکنش (I) به جای K از Al استفاده شود، همان واکنش ترمیت است که به طور طبیعی انجام می‌شود.

• از واکنش‌های (II) و (III) می‌توان نتیجه گرفت که واکنش پذیری Mg از Ti بیشتر بوده و در نتیجه از واکنش $\text{Mg} + \text{TiCl}_4 \rightarrow \text{MgCl}_2 + \text{Ti}$ به دست آورده.



با تبدیل Fe_2O_3 به Fe، اتم‌های اکسیژن از آهن (III) اکسید خارج شده و

جرم نمونه اولیه کاهش می‌یابد. به ازای مصرف یک مول آهن (III)

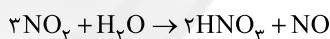
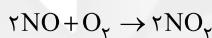
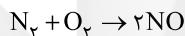
اکسید (160 g Fe_2O_3)، ۳ مول اتم اکسیژن معادل 48 g از آن خارج شده

و جرم نمونه به 112 g می‌رسد.

$$\frac{16\text{ g Fe}_2\text{O}_3}{(70 - 53)/2} \times \text{کاهش جرم g} = 56\text{ g}$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = \frac{56\text{ g}}{70\text{ g}} \times 100\% = 80\%$$

۴۱ • معادله موازن‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



اگر ضرایب واکنش‌های اول و دوم را در عدد ۳ و ضرایب واکنش آخر را در ۲ ضرب کنیم، می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{\text{مولاریته} \times \text{لیتر اسید}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب نیتروژن}} = \frac{R_1 \times R_2 \times R_3}{100 \times 100 \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{x L N_2 \times (\frac{75}{100}) \times (\frac{75}{100} \times \frac{1}{2}) \times (\frac{75}{100} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})}{3 \times 50} = \frac{4 L \times 2 M}{4} \Rightarrow x = 5700 L N_2$$

۴۲ • عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• روش گیاه‌پالایی برای استخراج فلز روی مقرون به صرفه نیست.

• فلز Zn در مقایسه با Cu واکنش پذیری بیشتری دارد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) دقیقاً نیمی از عنصرهای دوره دوم جدول یعنی ۴ عنصر نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و نئون در دما و فشار اتاق گازی شکل هستند.

پ) در دوره سوم جدول شعاع اتمی فلزی که در ساخت لوازم آشپزخانه به کار می‌رود ($_{13}\text{Al}$) کمتر از شعاع اتمی فلزی است که به آسانی با چاقو بریده می‌شود ($_{11}\text{Na}$). فراموش نکنید که در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد.