

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۱۸



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶		۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱		۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶		۱۰	آمار و احتمال	

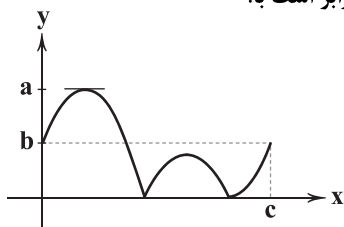


DriQ.com

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- اگر شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = |2 + 3\sin 2x|$ در یک دوره تناوب تابع باشد، حاصل $a \times b \times c$ برابر است با:



$(1) 8\pi$

$(2) 9\pi$

$(3) 10\pi$

$(4) 12\pi$

۲- نمودار تابع $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + \sin 2x$ و خط $y = 2$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چه وضعی دارند؟

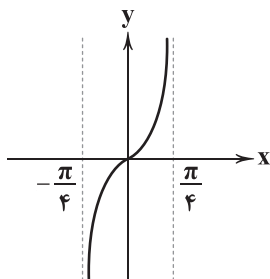
(۱) فقط در یک نقطه بر هم مماس‌اند.

(۲) فقط در یک نقطه متقاطع‌اند.

(۳) در یک نقطه مماس و در یک نقطه متقاطع‌اند.

(۴) در دو نقطه متقاطع‌اند.

۳- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \tan\left(\frac{3\pi}{4} - ax\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{4} - ax\right)$ در یک دوره تناوب است. مقدار $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ کدام است؟



$(1) \sqrt{3}$

$(2) -\sqrt{3}$

$(3) 2\sqrt{3}$

$(4) -2\sqrt{3}$

۴- اگر دوره تناوب تابع $f(x) = 1 + \sin^3(2ax + \pi)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، آن‌گاه دوره تناوب تابع $g(x) = 1 - \cos^2\left(\frac{x}{a} - \pi\right)$ کدام است؟ ($a > 0$)

$(1) \frac{\pi}{2}$

$(2) \pi$

$(3) \frac{3\pi}{2}$

$(4) 3\pi$

۵- اگر $\tan x + \tan y = 22$ و $\cot x + \cot y = 66$ آن‌گاه $\tan(x+y)$ برابر است با:

$(1) 33$

$(2) 44$

$(3) 55$

$(4) 88$

۶- اگر $0 < x < \frac{\pi}{4}$ و $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{2 \sin x \cos x} = \frac{-2\sqrt{6}}{5}$ آن‌گاه $\sin 2x$ برابر است با:

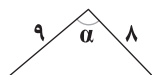
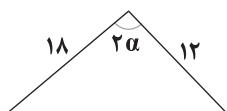
$(1) \frac{2}{3}$

$(2) \frac{1}{4}$

$(3) \frac{5}{6}$

$(4) \frac{5}{7}$

۷- اگر مساحت دو مثلث زیر با هم برابر باشند، جواب معادله $\cos x = 3 \cos \alpha$ کدام است؟



$(1) x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$(2) x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$(3) x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

$(4) x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

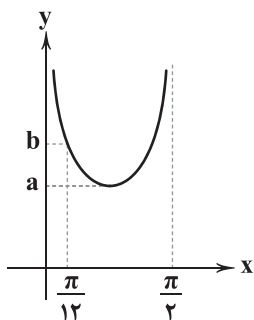
محل انجام محاسبات



۸- معادله $1 + \sin x \sin^2 \frac{x}{2} = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \tan x + \cot x$ را در بازه $(\frac{\pi}{4}, \pi)$ نشان می‌دهد. مقدار $a-b$ کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۰- اگر $0 < x < 90^\circ$ و $\frac{\cos 40^\circ}{\sin(45-x)} = 2 \cos(45-x)$ آن‌گاه مقدار x کدام است؟ (واحدها درجه‌اند.)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

ریاضیات گسسته

۱۱- در معادله هم‌نهشتی $4x \equiv 17 \pmod{5}$ ، مجموع جواب‌های طبیعی دورقمی کدام است؟

- (۱) ۹۹۶ (۲) ۹۹۸ (۳) ۹۹۷ (۴) ۹۹۹

۱۲- اگر $2x-2$ عضوی از دسته هم‌نهشتی $4x+4$ به پیمانه ۸ باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم $2+14^{10}$ بر ۴ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳- حاصل جمع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی x که در معادله $10 \equiv 14x \pmod{10}$ صدق می‌کند، چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۴- اگر $2x^2 + 7x + 3$ مضرب ۱۱ باشد، مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی x کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲۰

۱۵- کوچک‌ترین مقدار طبیعی دورقمی n که به ازای آن معادله سیاله خطی $(4a+3)x + (3a-2)y = 5n+2$ برای هر مقدار صحیح a جواب صحیح داشته باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۳

۱۶- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی n که به ازای آن معادله سیاله $28x + 104y = 7n - 2$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب باشد، کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۱۷- بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی y که در معادله سیاله $12x + 11y = 759$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۸۶ (۲) ۹۲ (۳) ۹۳ (۴) ۹۶

۱۸- چند نقطه مانند (x, y) با مولفه‌های طبیعی و دورقمی در معادله $5x - 12y = 17$ صدق می‌کنند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

محل انجام محاسبات



۱۹- قیمت دو نوع دفتر به ترتیب ۲۲۰۰ و ۱۴۰۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰۰ تومان، بیشترین تعداد دفتری که می‌توان خریداری نمود که شامل هر دو نوع باشد، چقدر است؟

- (۱) ۱۳۴ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۳۶ (۴) ۱۳۷

۲۰- معادله هم‌نهشتی $79x \equiv 1 \pmod{13}$ در مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰ چند جواب دارد؟

- (۱) ۷۷ (۲) ۷۶ (۳) ۷۸ (۴) ۷۹

هندسه (۳)

۲۱- اگر $4A = \begin{bmatrix} |A| & 16 \\ -4 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|2A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۲- ماتریس A یک ماتریس قطری 3×3 است که درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن اعداد طبیعی متفاوت و $|A| = 8$ است. حاصل $|A+I|$ کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۲۳- اگر A یک ماتریس مربعی 3×3 باشد و $|A| = -\frac{1}{4}$ و $(A-I)^2 = -6A$ باشد، حاصل $|A^3 + A|$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۸ (۴) -۴

۲۴- حاصل $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ a & b+1 & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -b-1 & 2c & 2 \\ 2 & -1 & -7 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $2(4a+b-c)$ (۲) $5(3c+a-1)$ (۳) $5(3a-b+2c)$ (۴) $3(5c-a-1)$

۲۵- اگر صفحه P یک رویه مخروطی را به گونه‌ای قطع کند که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد در این صورت فصل مشترک صفحه P با رویه مخروطی چه شکلی است؟

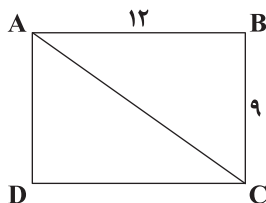
- (۱) دایره (۲) بیضی (۳) سهمی (۴) هذلولی

۲۶- دو خط d_1 و d_2 با هم موازی هستند و فاصله آن‌ها از هم ۶cm است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله آن‌ها از دو خط d_1 و d_2 برابر ۱۰cm شود، کدام است؟

- (۱) دو خط موازی به فاصله ۸cm از هم (۲) دو خط موازی به فاصله ۱۰cm از هم

- (۳) دو دایره به قطر ۲cm (۴) دو دایره به قطر ۴cm

۲۷- چند نقطه روی مستطیل شکل زیر وجود دارد که فاصله‌اش از قطر AC برابر ۶ باشد؟



- (۱) صفر

- (۲) ۴

- (۳) ۶

- (۴) ۲

۲۸- دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ‌کدام از این دو نقطه نیست در صفحه مفروض هستند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد و از خط d به فاصله ۳ باشد؟

- (۱) مسئله ۰ یا ۱ یا ۲ جواب دارد.

- (۲) مسئله ۰ یا ۲ یا بی‌شمار جواب دارد.

- (۳) مسئله ۰ یا ۱ یا بی‌شمار جواب دارد.

- (۴) مسئله ۱ یا ۲ یا بی‌شمار جواب دارد.



۲۹- دو نقطه A و B در یک صفحه به فاصله ۵ از هم قرار دارند. مکان هندسی نقطه C به طوری $2BC^2 + 3AC^2 = 35$ باشد، کدام است؟

- (۱) دایره‌ای به شعاع ۱ (۲) دایره‌ای به شعاع ۲ (۳) خطی موازی AB (۴) خطی عمود بر AB

۳۰- پاره خط AB به طول ۱۰ واحد در صفحه مختصات به گونه‌ای است که A همواره روی محور y و B همواره روی محور x قرار دارد. بیشترین فاصله نقطه $C(5, 12)$ از وسط پاره خط AB چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

ریاضی (۱)

۳۱- $\frac{2}{3}$ اعضای مجموعه A با $\frac{4}{5}$ اعضای مجموعه B مشترک هستند. اگر $n(A \cup B) = 140$ باشد، تعداد اعضای $A' - B'$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

۳۲- سه جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ را در نظر بگیرید. اگر بین جملات اول و دوم ۵ عدد و بین جملات دوم و سوم n عدد را طوری قرار دهیم که یک دنباله حسابی تشکیل گردد، مقدار n و نسبت جمله هفتم به جمله چهارم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $n = 11$ و $\frac{3}{4}$ (۲) $n = 11$ و $\frac{4}{3}$ (۳) $n = 10$ و $\frac{3}{4}$ (۴) $n = 10$ و $\frac{4}{3}$

۳۳- اگر به ترتیب به جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله حسابی اعداد ۱، ۲ و ۳ اضافه شود، جملات تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۳۴- با توجه به رابطه $\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{3 + \tan \alpha}}$ ، مقدار $\cot \alpha$ چقدر است؟ (α حاده است.)

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۵- اگر $2 \cos \alpha$ و $\sqrt[3]{2}$ و $2 \sin \alpha$ سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، حاصل $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{53}$ (۲) $\frac{20}{27}$ (۳) $\frac{23}{27}$ (۴) $\frac{12}{13}$

حسابان (۱)

۳۶- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n^2 - 3n$ به دست می‌آید. در ۴۰ جمله اول این دنباله اگر مجموع جملات با شماره مضرب ۳ را S و مجموع جملات با شماره مضرب ۴ را S' بنامیم، حاصل $S - S'$ کدام است؟

- (۱) ۲۱۱ (۲) ۲۰۱ (۳) ۱۹۷ (۴) ۱۸۳

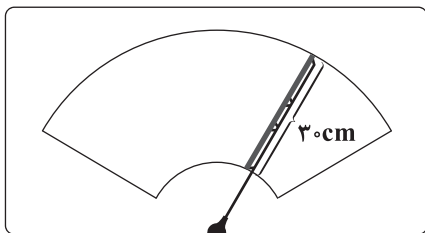
۳۷- اگر $f(x) = \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{256} x$ و $g(x) = (1 + \cos x)(1 + \cos^2 x)(1 + \cos^4 x) \dots (1 + \cos^{128} x)$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{3})$ چند برابر $g(\frac{\pi}{3})$ است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات



۳۸- طول برف پاک‌کن شیشه عقب یک اتومبیل ۰/۴۸ متر است. اگر زاویه حرکت برف پاک‌کن 15° باشد، محیط قسمتی از شیشه که توسط برف



پاک‌کن تمیز می‌شود، چقدر است؟

(۱) $5(12\pi + 11)$

(۲) $5(11\pi + 12)$

(۳) $6(12\pi + 11)$

(۴) $6(11\pi + 12)$

۳۹- اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، مقدار $A = \frac{3 \cos(\frac{9\pi}{2} - 2\alpha) - 4 \cos(19\pi + 2\alpha)}{2 \sin(20\pi - 2\alpha) + 3 \sin(\frac{7\pi}{2} + 2\alpha)}$ کدام است؟

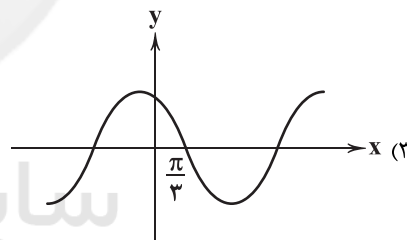
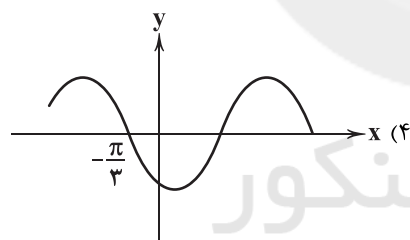
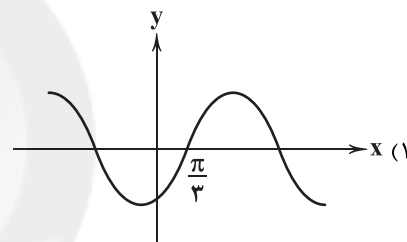
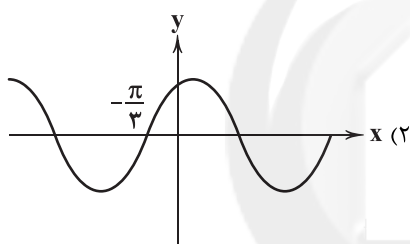
(۴) $-\frac{23}{32}$

(۳) $\frac{23}{32}$

(۲) $-\frac{24}{17}$

(۱) $-\frac{32}{23}$

۴۰- نمودار تابع $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ در کدام گزینه درست رسم شده است؟



هندسه (۱)

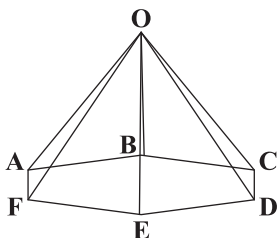
۴۱- در یک هرم با قاعده ۶ ضلعی، چند جفت پاره‌خط داریم که با هم متناظر باشند؟

(۱) ۲۰

(۲) ۲۴

(۳) ۲۵

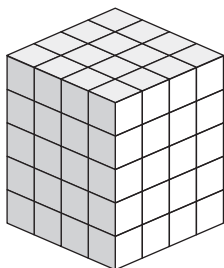
(۴) ۲۷



محل انجام محاسبات



۴۲- شکل مقابل از چند مکعب تشکیل شده است که تمامی وجه‌های آن‌ها را رنگ آمیزی کرده‌ایم. چند مکعب اصلاً رنگ نمی‌شود؟ (حجم هر مکعب کوچک یک واحد مکعب است.)



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

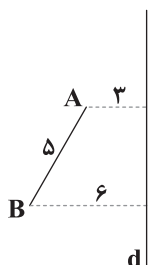
۴۳- کره‌ای به شعاع ۱۷cm را صفحه‌ای برش می‌دهد. اگر دورترین فاصله این کره از این صفحه برابر ۲۵cm باشد، مساحت مقطع به وجود آمده چه قدر است؟

(۴) 225π (۳) 196π (۲) 144π (۱) 81π

۴۴- نمای روبه‌روی یک مخروط، مثلثی با اضلاع $\sqrt{61}$ ، 12 و $\sqrt{61}$ است. حجم مخروط کدام است؟

(۴) 90π (۳) 75π (۲) 60π (۱) 40π

۴۵- در شکل مقابل از دوران پاره خط AB حول خط d یک جسم هندسی به وجود می‌آید. حجم شکل به وجود آمده کدام است؟

(۱) 84π (۲) 72π (۳) 64π (۴) 56π 

آمار و احتمال

۴۶- اگر ۶ نفر که ۲ نفر آن‌ها برادر هستند، به تصادف در یک ردیف قرار گیرند، چقدر احتمال دارد که دو برادر کنار هم نباشند؟

(۴) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{1}{6}$

۴۷- تاسی را ۲ بار پرتاب می‌کنیم. اگر عدد تاس اول را a و عدد تاس دوم را b فرض کنیم، معادله $x^2 + ax + b = 0$ با چه احتمالی ریشه مضاعف دارد؟

(۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۱) $\frac{1}{36}$

۴۸- یک کتاب فروشی ۲ نوع کارت تخفیف A و B دارد. اگر ۲۴٪ مشتریان کارت تخفیف A و ۴۳٪ مشتریان کارت تخفیف B و ۸٪ درصد مشتریان هر دو کارت را در اختیار داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتری که وارد کتاب فروشی می‌شود هیچ کارت تخفیفی نداشته باشد؟

(۴) $0/57$ (۳) $0/52$ (۲) $0/48$ (۱) $0/41$

۴۹- امیر، حسن و رضا با هم ۳ بار بازی هر کی تک بیاره را انجام می‌دهند. فضای نمونه‌ای این بازی چند عضو دارد؟ (در بازی هر کی تک بیاره هر نفر پشت یا روی دست خود را نشان می‌دهد و هر کس که مدل نشان دادن دستش با ۲ نفر دیگر متفاوت باشد، برنده است.)

(۴) ۵۱۲

(۳) ۳۴۳

(۲) ۲۵۶

(۱) ۲۱۶

۵۰- از بین اعداد طبیعی ۲ رقمی یک عدد به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این عدد مضرب ۴ می‌باشد اما مضرب عدد ۶ نیست؟

(۴) $\frac{7}{45}$ (۳) $\frac{13}{90}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۱) $\frac{11}{90}$

محل انجام محاسبات



۵۱- پیشامدهای A ، B و C ناسازگار هستند. اگر $P(B') = 2P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(C') - P(C) = \frac{9}{10}$ باشد، حاصل $P(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

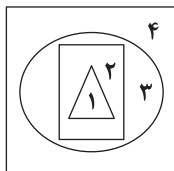
- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{2}{97}$ (۳) $\frac{3}{95}$ (۴) $\frac{4}{92}$

۵۲- در یک تجربه تصادفی فضای نمونه‌ای $S = \{a, b, c, d, e\}$ است. اگر $P(a)$ ، $P(b)$ ، $P(c)$ ، $P(d)$ و $P(e)$ جمله‌های متوالی یک

دنباله حسابی با قدرنسبت منفی باشد و $P(a) + P(c) = \frac{1}{4}$ و بزرگ‌ترین جمله این دنباله حسابی باشد، $P\{b, e\}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{35}{10}$ (۲) $\frac{40}{10}$ (۳) $\frac{45}{10}$ (۴) $\frac{5}{10}$

۵۳- هدفی مطابق شکل زیر طراحی شده است و احتمال اصابت تیر به هر ناحیه از رابطه $P(x) = \frac{2x+1}{r}$ به دست می‌آید که x شماره ناحیه است.



با چه احتمالی تیر شلیک شده به ناحیه ۱ برخورد می‌کند؟

(۱) $\frac{5}{24}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{7}{24}$

۵۴- سه مرد m_1 ، m_2 ، m_3 و چهار زن w_1 ، w_2 ، w_3 ، w_4 در یک مسابقه شرکت کرده‌اند. احتمال برد زنان با هم برابر است و احتمال برد مردان

نیز با هم برابر است و احتمال برد هر مرد $\frac{2}{3}$ احتمال برد هر زن می‌باشد. اگر m_3 با w_3 زن و شوهر باشند، احتمال برد آن‌ها چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{18}$

۵۵- ۴ شخص a ، b ، c ، d سوئیچ اتومبیل خود را روی یک میز قرار داده‌اند و هر کس به تصادف یک سوئیچ برمی‌دارد. با چه احتمالی فقط

شخص a سوئیچ خود را به درستی برداشته است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

سایت کنکور

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۱۸



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰
مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۹۰ دقیقه	تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی		شماره سؤال		مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه	مدت پاسخگویی
			اجباری	زوج کتاب	از	تا		
۱	فیزیک ۳ فیزیک ۱ فیزیک ۲	۲۵ ۱۰ ۱۰	اجباری	زوج کتاب	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه	۵۵ دقیقه
					۸۱	۹۰		
					۹۱	۱۰۰		
۲	شیمی ۳ شیمی ۱ شیمی ۲	۱۵ ۱۰ ۱۰	اجباری	زوج کتاب	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه	۳۵ دقیقه
					۱۱۶	۱۲۵		
					۱۲۶	۱۳۵		

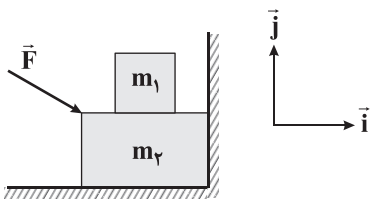
* داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند، به تمامی سوالات زوج درس پاسخ دهند.



DriQ.com

فیزیک

۵۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $m_1 = 300\text{g}$ روی جسم بزرگ‌تری به جرم $m_2 = 700\text{g}$ قرار گرفته است و توسط نیروی $\vec{F} = 6\vec{i} - 4\vec{j}$ (در SI)، به دیوار فشرده شده و ساکن مانده‌اند. بردار نیروی عمودی سطح که از طرف دیوار و از طرف سطح افقی به جسم m_2 وارد می‌شوند (در SI)،



به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $6\vec{i}$ و $14\vec{j}$

(۲) $-6\vec{i}$ و $-14\vec{j}$

(۳) $-6\vec{i}$ و $14\vec{j}$

(۴) $6\vec{i}$ و $-14\vec{j}$

۵۷- یک آسانسور به صورتی طراحی شده است که با شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت کند و با شتاب $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ متوقف شود. شخصی سوار بر این آسانسور از طبقه اول به طبقه دهم رفته و سپس به طبقه چهارم می‌رود. اگر اختلاف اندازه نیروی عمودی سطح واردشده بر شخص، در

ابتدای این حرکت با لحظات پایانی این حرکت برابر با 240 نیوتون باشد، جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ($g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

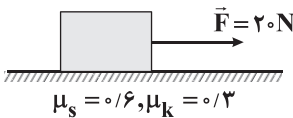
(۴) 80

(۳) 70

(۲) 60

(۱) 50

۵۸- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم 5kg ، ابتدا به مدت 2 ثانیه نیروی افقی \vec{F} و سپس 3 ثانیه نیروی افقی $2\vec{F}$ وارد شده است، سپس نیرو قطع می‌شود تا جسم متوقف شود. جابه‌جایی این جسم از ابتدای وارد شدن نیروی \vec{F} تا لحظه توقف جسم، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) $22/5$

(۲) $37/5$

(۳) 60

(۴) 70

۵۹- فنری به طول L را از یک نقطه آویزان کرده و به سر دیگرش وزنه m می‌آویزیم. در لحظه‌ای که به حالت تعادل می‌رسد، طول آن به اندازه ΔL_1 افزایش می‌یابد. سپس به وزنه آویخته، جرم $2m$ اضافه می‌کنیم. در این حالت در لحظه‌ای که به حالت تعادل می‌رسد، طول فنر نسبت به حالت قبل به اندازه ΔL_2 افزایش می‌یابد. در نهایت به وزنه‌های آویخته‌شده، جرم $3m$ اضافه می‌کنیم. در این حالت در لحظه‌ای

که به حالت تعادل می‌رسد، طول فنر نسبت به حالت قبل به اندازه ΔL_3 افزایش می‌یابد. اگر نسبت $\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \alpha$ و نسبت $\frac{\Delta L_3}{\Delta L_2} = \beta$ فرض

شوند، نسبت $\frac{\beta}{\alpha}$ برابر با کدام گزینه است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

۶۰- یکای ثابت گرانش عمومی، کدام یک از گزینه‌های زیر، نمی‌تواند باشد؟

(۴) $\frac{\text{J.m}}{\text{kg}^2}$

(۳) $\frac{\text{m}^3}{\text{kg.s}^2}$

(۲) $\frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}$

(۱) $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$

محل انجام محاسبات



۶۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌شود. بردار تغییرات تکانه این گلوله چگونه است؟

- (۱) همواره رو به بالا است.
(۲) همواره رو به پایین است.
(۳) ابتدا رو به بالا و سپس رو به پایین است.
(۴) ابتدا رو به پایین و سپس رو به بالا است.

۶۲- چتربازی از ارتفاع نسبتاً زیاد در هوا رها شده و در راستای قائم سقوط می‌کند. چترباز مدتی پس از رها شدن، چتر خود را باز می‌کند و نهایتاً

با سرعت ثابت به زمین می‌رسد. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با این چترباز نادرست است؟

(الف) شتاب چترباز می‌تواند رو به بالا باشد.

(ب) عکس‌العمل نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز، رو به پایین است.

(ج) بیشترین تندی چترباز در حین سقوطش الزاماً برابر با تندی حدی اوست.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۳- جسمی به جرم m با تندی اولیه v_0 ، روی سطح افقی و مماس بر آن پرتاب می‌شود و پس از طی کردن مسافت Δx می‌ایستد. اگر در این

آزمایش، جرم جسم و تندی اولیه آن 20% درصد افزایش یافته و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم نیز دو برابر شود، مسافتی که این

جسم طی می‌کند تا بایستد، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش ۷۲ - کاهش ۷۲ (۲) کاهش ۲۸ - افزایش ۲۸ (۳) کاهش ۲۸ - افزایش ۲۸ (۴) افزایش ۲۸ - کاهش ۲۸

۶۴- جسمی به انتهای نخ آویزان است و مجموعه با شتاب ثابت a رو به پایین حرکت می‌کند. در این حالت کشش نخ برابر با T است. اگر

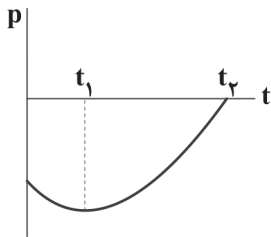
مجموعه با همان شتاب ثابت a رو به بالا حرکت کند، کشش نخ برابر با $2T$ خواهد شد. نسبت اندازه نیروی وزن جسم به کشش نخ T ، برابر با

کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۶۵- نمودار تغییرات تکانه یک متحرک بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، سرعت متحرک و شتاب متحرک در چه

لحظه‌ای صفر است؟ (حرکت جسم روی خط راست است.)



(۱) t_1, t_1

(۲) t_1, t_2

(۳) t_2, t_1

(۴) t_1, t_2

۶۶- جرم کره زمین تقریباً ۸۱ برابر جرم کره ماه است و فاصله مرکز زمین تا مرکز کره ماه تقریباً $374Mm$ است. یک سفینه فضایی بر روی خط

واصل کره ماه و کره زمین در حال حرکت است. در لحظه‌ای که بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف کره ماه، 25% درصد بزرگی

نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف زمین است، فاصله سفینه تا مرکز کره زمین چند گیگامتر است؟

- (۱) 0.306 (۲) 0.068 (۳) 6.8×10^7 (۴) 30.6×10^7

۶۷- در شکل زیر، نیروی \vec{F} به جسم وارد شده و جسم در حالت تعادل قرار دارد. اگر بزرگی نیروی \vec{F} را نصف کنیم، جسم همچنان در حالت

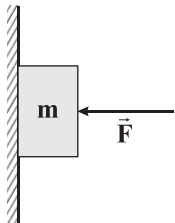
تعادل باقی می‌ماند. کدام گزینه در ارتباط با این جسم نادرست است؟

(۱) بزرگی بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح کاهش می‌یابد.

(۲) بزرگی نیروی واردشده از طرف سطح بر جسم کاهش می‌یابد.

(۳) بزرگی نیروی اصطکاک بین جسم و سطح کاهش می‌یابد.

(۴) بزرگی نیروی عمودی سطح واردشده بر جسم کاهش می‌یابد.



محل انجام محاسبات



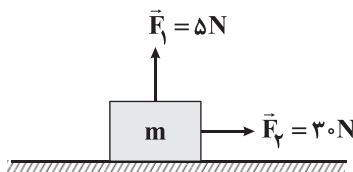
۶۸- فنری با ثابت $۷۵ \frac{N}{m}$ ، به صورت قائم از سقفی آویزان است. وزنه‌ای به جرم ۵ kg را به آن متصل کرده و رها می‌کنیم تا سیستم وزنه و فنر به تعادل برسد. حال وزنه را ۴ cm از حالت تعادل جدید به پایین می‌کشیم و سپس رها می‌کنیم. بزرگی شتاب حرکت وزنه بلافاصله پس از رها شدن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۸ (۴) ۰/۸ (۳) ۶ (۲) ۰/۶ (۱)

۶۹- معادلهٔ تکانه - زمان برای جسمی به جرم ۱ kg ، در SI به صورت $p = t^2 + t - ۵۴$ است. در چه لحظه‌ای انرژی جنبشی این جسم برابر ۲ ژول می‌شود؟

- ۷ (۴) ۸ (۳) ۱۲ (۲) ۲۴ (۱)

۷۰- مطابق شکل زیر، اگر به جسمی به جرم m دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به صورت هم‌زمان وارد شوند، جسم با شتاب ثابت $\frac{۵}{۳} \frac{m}{s}$ ، در جهت نیروی \vec{F}_2 شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیرویی که سطح به این جسم وارد می‌کند، برابر با ۲۵ N باشد، m چند کیلوگرم می‌تواند باشد؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



- ۴ (۱)
۳ (۲)
۲ (۳)
۱ (۴)

۷۱- جسمی به جرم ۳ kg ، در کف آسانسوری قرار دارد. هنگامی که آسانسور با شتاب $\frac{۲}{۳} \frac{m}{s}$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند، اندازهٔ نیرویی که از طرف جسم به کف آسانسور وارد می‌شود، برابر N است. بزرگی شتاب آسانسور را چند متر بر مجذور ثانیه تغییر دهیم تا اندازهٔ نیرویی که

کف آسانسور به جسم وارد می‌کند، $۱۲/۵$ درصد افزایش یابد؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

- ۲ (۴) ۱/۵ (۳) ۱/۲۵ (۲) ۱ (۱)

۷۲- مطابق شکل مقابل، تویی به جرم ۳ kg ، در راستای قائم با تندی $\frac{۵}{s} \frac{m}{s}$ به سطح زمین برخورد می‌کند و با تندی $\frac{۳}{s} \frac{m}{s}$ در همان راستا به سمت بالا باز می‌گردد. اگر مدت‌زمان برخورد توپ با زمین برابر با $۰/۰۴ \text{ s}$ باشد، اندازهٔ



نیروی متوسط عمودی سطح وارد شده به توپ، در مدت‌زمان برخورد چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

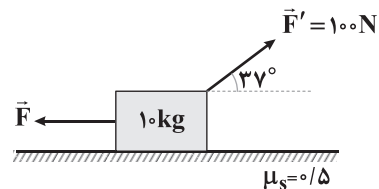
- ۶۴۰ (۴) ۶۳۰ (۳) ۶۲۰ (۲) ۶۱۰ (۱)

۷۳- جسمی به جرم m بر روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۲$ با تندی اولیهٔ v_0 (مماس بر سطح) پرتاب می‌شود. اگر کل مسافت توقف را در دو بازهٔ زمانی مساوی طی کرده و مسافت طی شده در یکی از این بازه‌ها ۵۰ متر بیشتر از دیگری باشد، تندی اولیهٔ پرتاب

این جسم چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

- ۲۵ (۴) ۲۰ (۳) ۱۵ (۲) ۱۰ (۱)

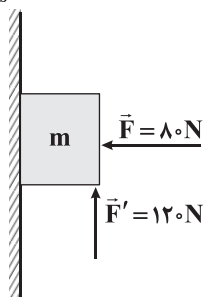
۷۴- در شکل زیر، اندازهٔ نیروی \vec{F} چند نیوتون باشد تا جسم در آستانهٔ حرکت قرار گیرد؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$, $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



- ۶۰ (۱)
۸۰ (۲)
۱۰۰ (۳)

(۴) گزینه‌های (۱) و (۳) صحیح هستند.

محل انجام محاسبات

 $\mu_s = 0.5$ ۷۵- در شکل زیر، به‌ازای کدام مقدار m ، جسم روی دیوار ثابت می‌ماند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۷/۵

(۲) ۸/۵

(۳) ۱۶/۵

(۴) ۱۷/۵

۷۶- دو ماهواره به جرم‌های m و $2m$ ، به ترتیب در فاصله‌های R_e و h ، از سطح کره زمین در حال گردش هستند. اگر اندازه تکانه دو ماهواره با یکدیگر برابر باشد، R_e چند برابر h است؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

(۴) $\frac{1}{7}$

(۳) ۷

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) ۴

۷۷- یک ماهواره به جرم 600 kg ، در ارتفاعی معادل با شعاع زمین نسبت به سطح زمین و ماهواره دیگری به جرم 700 kg در ارتفاعی معادل با ۳ برابر شعاع کره زمین نسبت به سطح زمین روی مدار تقریباً دایره‌ای شکل به دور زمین می‌چرخند. دوره گردش ماهواره اول، چند برابر دوره گردش ماهواره دوم است؟

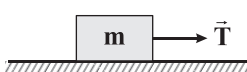
(۴) ۸

(۳) $\frac{1}{8}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{8}$

۷۸- گلوله‌ای را از سطح زمین با سرعت v در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت ثابت بوده و اندازه آن ۲۵ درصد اندازه نیروی وزن گلوله باشد و هم‌چنین بزرگی نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت نیز ثابت بوده و اندازه آن ۲۰ درصد اندازه نیروی وزن گلوله باشد، مدت زمان بالا رفتن گلوله چند برابر مدت زمان سقوط آن است؟ ($g = 9.8 \frac{N}{kg}$)

(۴) $\frac{16}{25}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۱) $\frac{5}{4}$

۷۹- متحرکی به صورت یکنواخت، محیط دایره‌ای به قطر 10 متر را در هر دقیقه 120 دور می‌زند. اگر جرم متحرک $2/5 \text{ kg}$ باشد، بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر آن چند نیوتون است؟

(۴) $800\pi^2$ (۳) $600\pi^2$ (۲) $400\pi^2$ (۱) $200\pi^2$ 

۸۰- مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی 0.5 با سرعت ثابت به وسیله یک طناب کشیده می‌شود. اندازه نیروی کشش طناب، چند برابر اندازه نیرویی است که سطح افقی به

جسم وارد می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)(۴) 0.2

(۳) ۵

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱) $\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات

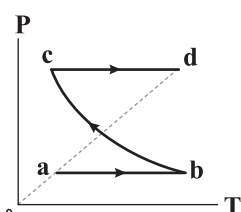


توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

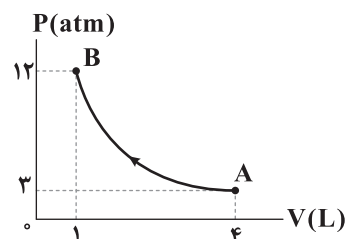
فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)



۸۱- نمودار فشار برحسب دما برای گاز کاملی که با طی سه فرایند از نقطه a به نقطه d می‌رود، مطابق شکل مقابل است. اگر در این مسیر، کار انجام شده روی گاز W، گرمای گرفته شده از گاز Q و تغییر انرژی درونی گاز ΔU باشد، علامت W، Q و ΔU به ترتیب در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

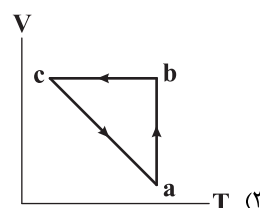
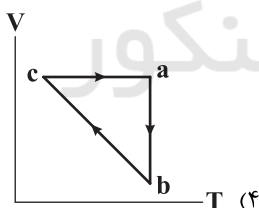
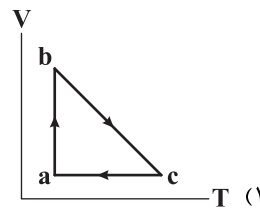
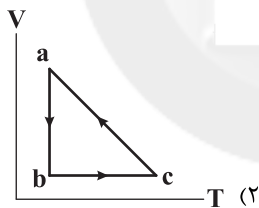
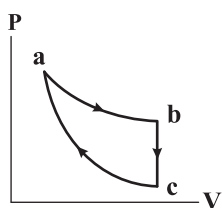
- (۱) صفر، مثبت و منفی
(۲) مثبت، مثبت و منفی
(۳) صفر، منفی و مثبت
(۴) مثبت، منفی و مثبت

۸۲- گاز کاملی فرایند هم‌دما زیر را طی می‌کند. گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در این فرایند چند ژول می‌تواند باشد؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

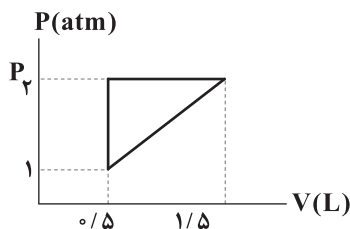


- (۱) -1800
(۲) -800
(۳) 1800
(۴) 800

۸۳- گاز کاملی چرخه ترمودینامیکی فرضی نشان داده شده در شکل زیر را می‌پیماید. اگر این چرخه شامل فرایندهای هم‌حجم، هم‌دما و بی‌دررو باشد، نمودار V-T این چرخه در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۸۴- چرخه‌ی زیر مربوط به یک مول گاز کامل تک‌اتمی است. اگر در این چرخه، گاز 250 J گرما از دست بدهد، مقدار P_2 برابر اتمسفر و



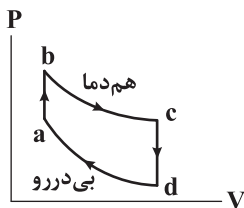
چرخه خواهد بود. ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

- (۱) $3/5$ ، ساعتگرد
(۲) 6 ، ساعتگرد
(۳) $3/5$ ، پادساعتگرد
(۴) 6 ، پادساعتگرد

محل انجام محاسبات



۸۵- با توجه به چرخه ترمودینامیکی فرضی زیر، جدول زیر را با کلمات مثبت، منفی و صفر پر کنید. چه تعداد عبارت مثبت در این جدول وجود خواهد داشت؟



ΔU	W	Q	کمیت فرایند
			bc
			ab
			da

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۸۶- بازده یک ماشین گرمایی که در هر چرخه 250 J گرما به منبع دما پایین می‌دهد، $37/5\%$ درصد است. اگر این ماشین در هر ثانیه چهار چرخه کامل را طی کند، توان آن چند وات است؟

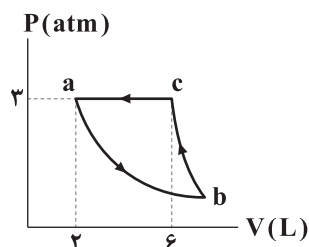
۲۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۳۰۰۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۸۷- گاز کاملی چرخه ترمودینامیکی فرضی نشان داده شده در شکل زیر را می‌پیماید. این چرخه شامل فرایندهای هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو می‌باشد. اگر در طی فرایند هم‌فشار، گاز 3 kJ گرما از دست داده باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند بی‌دررو چند ژول است؟

 $(1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa})$

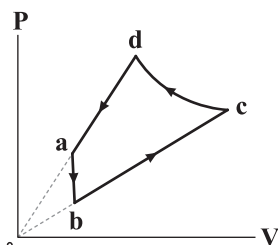
-۱۸۰۰ (۱)

۱۸۰۰ (۲)

-۴۲۰۰ (۳)

۴۲۰۰ (۴)

۸۸- گاز کاملی چرخه ترمودینامیکی فرضی نشان داده شده در شکل زیر را می‌پیماید. اگر فرایند cd، بی‌دررو باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با این چرخه درست است؟



$$W_{ab} = \Delta U_{da} = \Delta U_{bc} = 0 \text{ (ب)}$$

$$|Q_{ab}| = |W_{cd}| \text{ (د)}$$

۲ (۲)

۴ (۴)

$$U_d < U_c \text{ (الف)}$$

$$Q_{cd} < 0 \text{ (ج)}$$

۱ (۱)

۳ (۳)

۸۹- یک مخزن فلزی به حجم 20 L محتوی گاز هلیوم در فشار $4 \times 10^5\text{ Pa}$ و دمای 27°C است. مقداری گاز هلیوم دیگر را به این مخزن اضافه می‌کنیم، به طوری که فشار گاز به $7/2 \times 10^5\text{ Pa}$ و دمای آن به 33°C می‌رسد. جرم گاز اضافه شده به مخزن چند گرم است؟

$$(M_{\text{He}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \text{ (هلیوم را گاز کامل در نظر بگیرید و)})$$

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

۲/۵ (۱)

۹۰- در ارتباط با یک ماشین درون‌سوز بنزینی کدام گزینه درست است؟

(۱) هنگامی که پیستون در پایین‌ترین وضعیت خود قرار دارد، شمع جرقه می‌زند.

(۲) از بین شش فرایند چرخه ماشین بنزینی، دو فرایند، بی‌دررو و دو فرایند، هم‌حجم هستند.

(۳) در مرحله ضربه تراکم، فشار گاز داخل سیلندر با فشار جو، یکسان است.

(۴) همه محصولات احتراق در یک مرحله از دریچه خروجی خارج می‌شوند.

محل انجام محاسبات

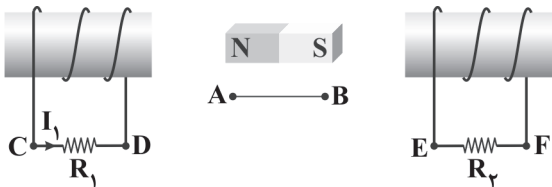


زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- مطابق شکل زیر، آهنربا را در امتداد پاره خط AB حرکت می‌دهیم. اگر جهت جریان القایی عبوری از مقاومت R_1 از C به D باشد، جهت

حرکت آهنربا و جهت جریان القایی در مقاومت R_2 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) از A به B - از F به E

(۲) از A به B - از E به F

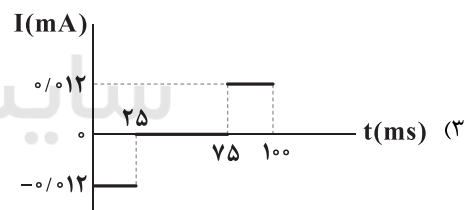
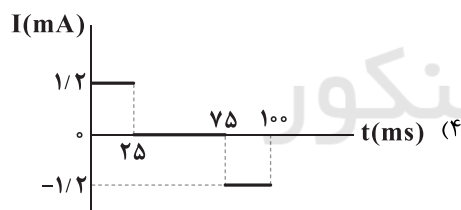
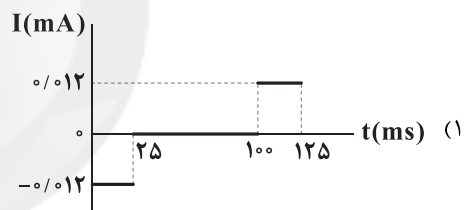
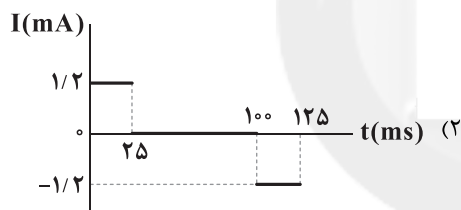
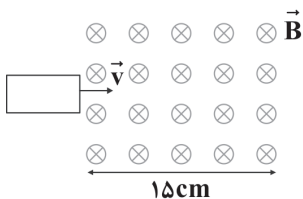
(۳) از B به A - از F به E

(۴) از B به A - از E به F

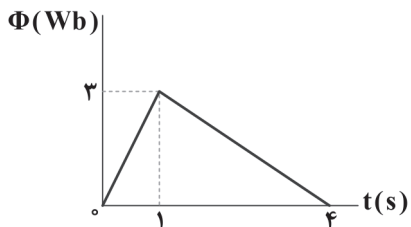
۹۲- مطابق شکل زیر، قاب فلزی مستطیل‌شکلی با 10 cm دور سیم به ابعاد $3\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ با سرعت ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به

بزرگی 2 G می‌شود و از طرف دیگر آن خارج می‌شود. نمودار تغییرات جریان القایی متوسطی که از حلقه می‌گذرد، برحسب زمان در کدام

گزینه به درستی آمده است؟ (مقاومت الکتریکی قاب 10Ω و جریان الکتریکی ساعتگرد، مثبت فرض شود).



۹۳- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه رسانا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. اندازه نیروی محرکه القاشده در حلقه در



لحظه $t = 3/5\text{ s}$ چند ولت است؟

(۱) ۱

(۲) ۰/۵

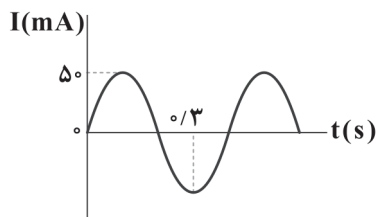
(۳) ۰/۲۵

(۴) صفر

محل انجام محاسبات



۹۴- شکل زیر، نمودار جریان الکتریکی گذرنده از یک القاگر با ضریب القاوری 0.4 H را نشان می‌دهد. در لحظه $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ انرژی ذخیره شده در



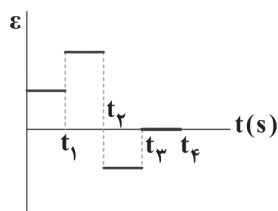
این القاگر چند ژول است؟

- (۱) $2/5 \times 10^{-4}$
 (۲) $2/5\sqrt{3} \times 10^{-4}$
 (۳) $1/25\sqrt{3} \times 10^{-4}$
 (۴) $1/25 \times 10^{-4}$

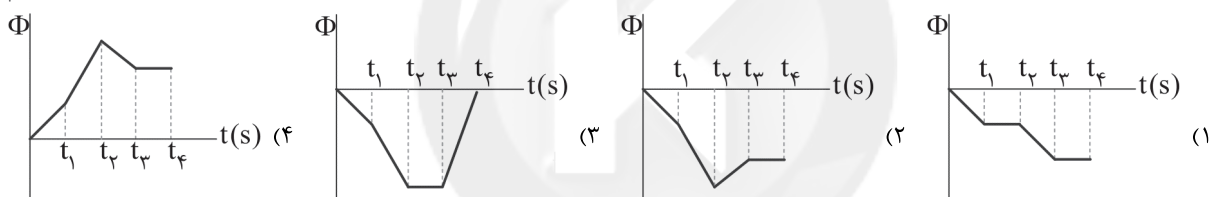
۹۵- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (الف) در انتقال برق از نیروگاه، ابتدا از مبدل‌های افزایشنده و در نهایت از مبدل‌های کاهشنده استفاده می‌کنند.
 (ب) اگر جریان عبوری از سیم‌لوله‌ای نصف شود، انرژی ذخیره شده در آن نصف می‌شود.
 (ج) هر ولت، معادل یک وبر بر ثانیه است.

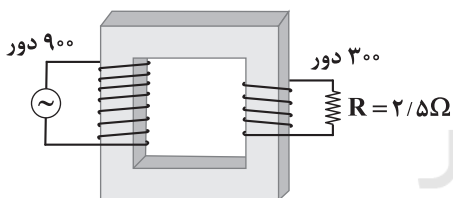
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۹۶- نمودار نیروی محرکه القایی متوسط برحسب زمان برای یک پیچه مطابق شکل مقابل است. کدام یک از گزینه‌های زیر، نمودار شار مغناطیسی گذرنده از این پیچه را برحسب زمان به درستی نشان می‌دهد؟



۹۷- اگر در مبدل آرمانی شکل زیر، بیشینه ولتاژ دو سر مولد برابر با 15 V باشد، بیشینه توان مصرفی در مقاومت R چند وات است؟



- (۱) ۵
 (۲) ۱۰
 (۳) ۲
 (۴) ۰.۵

۹۸- حلقه رسانایی به مساحت 5 cm^2 در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی B به صورتی قرار گرفته است که سطح حلقه با خطوط میدان زاویه 60° می‌سازد. اگر این زاویه را 30° درجه کاهش دهیم، بزرگی میدان باید چند برابر شود تا شار مغناطیسی عبوری از این حلقه تغییری نکند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

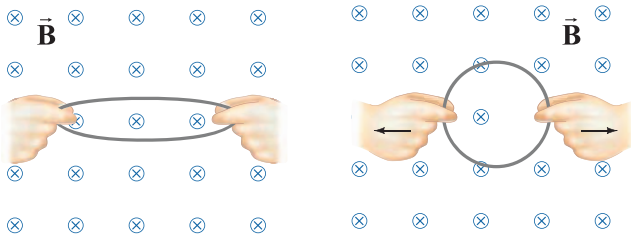
۹۹- طول و تعداد دور سیم‌لوله آرمانی بدون هسته A به ترتیب نصف و سه برابر طول و تعداد دور سیم‌لوله آرمانی بدون هسته B است. اگر سطح مقطع دو سیم‌لوله یکسان باشد و از آن‌ها جریان‌های I_A و $I_B = 2I_A$ عبور کند، انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله A چند برابر انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله B است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{9}$

محل انجام محاسبات



۱۰۰- مطابق شکل، یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای شکل به شعاع 10 cm که عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی 0.2 T قرار دارد را از دو طرف می‌کشیم تا مساحت آن در مدت زمان 0.1 s به اندازه 20% درصد تغییر کند. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این حلقه چند ولت است و جهت جریان القایی در آن چگونه است؟



- (۱) 0.004 V - ساعتگرد
 (۲) 0.004 V - پادساعتگرد
 (۳) $0.004\pi\text{ V}$ - ساعتگرد
 (۴) $0.004\pi\text{ V}$ - پادساعتگرد



۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در جدول پتانسیل کاهش استاندارد، علامت E° فلزهایی که قدرت کاهندگی بیشتر از H^+ دارند، منفی است.
 (۲) هر سلول گالوانی ولتاژ معینی دارد اما در آن‌ها با تغییر هر یک از اجزای سلول، ولتاژ تغییر می‌کند.
 (۳) سلول گالوانی به دلیل تولید انرژی الکتریکی، ویژگی‌های یک باتری را دارد.
 (۴) در آند یک سلول گالوانی، الکترون از کاترولیت (رسانای یونی) به الکترود (رسانای الکترونی) منتقل می‌شود.

۱۰۲- اگر با قراردادن تیغه‌ای از فلز آلومینیم در محلول مس (II) سولفات، تعداد 9.03×10^{21} الکترون میان گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله

شود، چند گرم بر جرم تیغه افزوده می‌شود؟ (تمام فلز تولید شده بر روی تیغه رسوب می‌کند).
 (۱) 0.240 g (۲) 0.480 g (۳) 0.690 g (۴) 0.345 g

۱۰۳- با توجه به گزاره‌های زیر، چه تعداد از عبارات‌های پیشنهادشده درست هستند؟

- دمای مخلوط تیغهٔ فلزی منگنز و قلع (II) نیترات پس از مدتی افزایش می‌یابد.
- تیغهٔ فلز قلع می‌تواند یون‌های جیوه (II) را از محلول آن خارج کند.
- آ کاتیون منگنز می‌تواند موجب کاهش اتم‌های جیوه شود.

(ب) emf سلول گالوانی منگنز - جیوه، بیشتر از emf سلول گالوانی قلع - جیوه است.

(پ) در سلول گالوانی قلع - جیوه، الکترون‌ها از طریق دیوارهٔ متخلخل به سمت الکترود جیوه می‌روند.

(ت) اتم‌های جیوه در مقایسه با سایر گونه‌ها اکسند قوی‌تری است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۴- در سلول گالوانی آلومینیم - نقره، هنگامی که جرم یکی از تیغه‌ها دو برابر می‌شود، جرم تیغهٔ دیگر چند درصد کاهش می‌یابد؟ (جرم اولیهٔ هر

کدام از تیغه‌ها $5/4\text{ g}$ است). ($\text{Al} = 27, \text{Ag} = 108\text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $8/33$ (۲) 25 (۳) $16/66$ (۴) 75

۱۰۵- بین پتانسیل سلول و پتانسیل استاندارد سلول و غلظت کاتیون‌ها در محلول‌های کاتدی و آندی رابطهٔ زیر برقرار است:

$$E_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{سلول}} - \frac{0.059}{n} \log \frac{[\text{کاهنده}]}{[\text{اکسند}]}$$

پتانسیل سلول گالوانی $\text{Ag}-\text{Au}$ با غلظت 0.2 مولار نقره نیترات و 0.4 مولار طلا (III) کلرات چند ولت است؟ (n: تعداد الکترون مبادله‌شده میان کاند و آند)

$$E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = +0.80\text{ V}, E^\circ(\text{Au}^{3+}/\text{Au}) = +1.50\text{ V}$$

- (۱) 0.760 (۲) 0.640 (۳) 0.706 (۴) 0.694



۱۰۶- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سلول گالوانی استاندارد هیدروژن - مس درست است؟

- به مرور زمان از جرم تیغه آندی کم می شود.
- از این سلول می توان برای اندازه گیری دقیق پتانسیل الکترودی استاندارد مس استفاده کرد.
- اگر ولت سنج عددی منفی را نشان دهد معنی آن این است که نیم سلول مس به سر منفی ولت سنج وصل شده است.
- کاتیون های Cu^{2+} با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم سلول استاندارد هیدروژن حرکت می کنند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۷- اگر در سلول استاندارد آهن - نقره، به جای نیم سلول استاندارد نقره، نیم سلول استاندارد منیزیم قرار داده شود، چه تعداد از تغییرهای زیر رخ می دهد؟

$$E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0.44\text{V}, \quad E^\circ(\text{Mg}^{2+}/\text{Mg}) = -2.37\text{V}$$

$$E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = +0.80\text{V}$$

• قطب الکتروود آهن از مثبت به منفی تغییر می یابد.

• emf سلول بیش از ۰.۵٪ افزایش می یابد.

• جرم تیغه آهن به جای کاهش، افزایش می یابد.

• جهت جریان الکترون به جای این که به سمت الکتروود آهن باشد، از سمت الکتروود آهن است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۸- با قراردادن کدام تیغه فلزی در محلول مس (II) نیترات، یک واکنش شیمیایی انجام شده و دمای مخلوط واکنش پس از مدت زمان کافی در مقایسه با موارد دیگر، افزایش بیشتری می یابد؟ (شرایط برای هر چهار ظرف یکسان است.)

۱ (۱) آهن ۲ (۲) طلا ۳ (۳) روی ۴ (۴) پلاتین

۱۰۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) در واکنش روی با محلول هیدروکلریک اسید، یون های کلرید نه اکسند هستند و نه کاهنده.

(۲) ولتاژی که ولت سنج سلول گالوانی نشان می دهد اختلاف پتانسیل میان دو نیم سلول بوده که در طول واکنش ثابت است.

(۳) شماری از واکنش های اکسایش - کاهش با مصرف انرژی همراه هستند.

(۴) در واکنش سوختن یا اکسایش فلزها، گاز اکسیژن در نقش اکسند ظاهر می شود.

۱۱۰- اگر پتانسیل کاهشی استاندارد کاتیون A منفی، و کم تر از کاتیون B و پتانسیل کاهشی استاندارد کاتیون D بزرگ تر از صفر باشد، کدام

مطالب زیر درست اند؟ (A، B، D هر سه فلز هستند.)

(آ) فلز D با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می دهد.

(ب) برای نگهداری محلول حاوی کاتیون D می توان از ظرفی از جنس فلز A استفاده کرد.

(پ) در سلول گالوانی حاصل از A و B، کاتیون های A به سمت الکتروود B حرکت می کنند.

(ت) مقایسه میان emf سلول های گالوانی «A - B» و «A - D» با این داده ها امکان پذیر نیست.

۱ (۱) «آ»، «ب» ۲ (۲) «پ»، «ت» ۳ (۳) «ب»، «پ» و «ت» ۴ (۴) «آ»، «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات

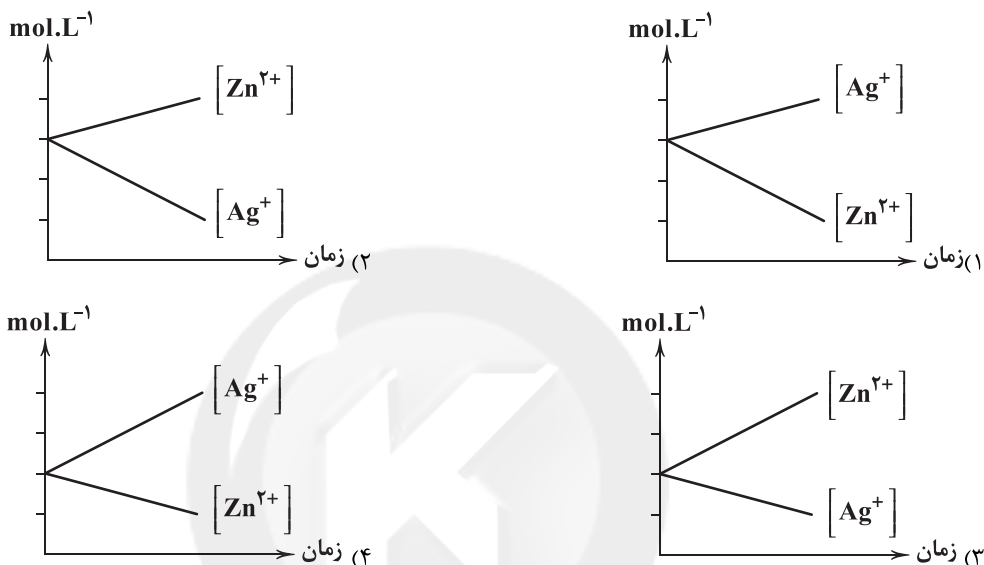


۱۱۱- با توجه به قدرت کاهندگی فلزهای آهن، سرب، نیکل و کادمیم که به صورت $Fe > Cd > Ni > Pb$ است، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- واکنش $Ni^{2+}(aq) + Fe(s) \rightarrow \dots$ به طور خودبه خودی و طبیعی انجام می شود.
- در واکنش میان تیغه کادمیم و محلول سرب (II)، فراورده‌ها سطح انرژی پایین تری در مقایسه با واکنش دهنده‌ها دارند.
- کاتیون سرب (II) اکسنده‌تر از کاتیون کادمیم است.
- با این فلزها و کاتیون‌های آن‌ها می توان ۶ نوع سلول گالوانی ساخت که بیشترین emf آن‌ها مربوط به سلول آهن – سرب است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱۱۲- کدام نمودار تغییر غلظت یون‌ها را در سلول گالوانی روی – نقره به درستی نشان می دهد؟



۱۱۳- در سلول گالوانی روی – مس، چه تعداد از پدیده‌های زیر در عمل هیچ‌گاه رخ نمی دهد؟

- در محلول پیرامون الکترود کاتد (مس)، غلظت آنیون‌ها از کاتیون مس بیشتر می شود.
- در الکترود آند (روی)، الکترون تولید می شود.
- یون‌های مس (II) با گرفتن الکترون و تبدیل به اتم Cu، افزایش شعاع پیدا می کنند.
- فرایند اکسایش هم‌زمان با فرایند کاهش انجام می شود.

۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱) ۴ (صفر)

۱۱۴- مجموع شماره‌های دوره و گروه اکسنده‌ترین عنصر جدول تناوبی کدام است؟

۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- پسماندهای الکترونیکی مانند تلفن و رایانه همراه، به دلیل داشتن مواد شیمیایی گوناگون سمی هستند.
- برخی از پسماندهای الکترونیکی مانند باتری‌های لیتیومی به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از مواد و فلزهای ارزشمند، منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

(۳) لیتیوم در میان عنصرها، کم‌ترین چگالی و E° را دارد.

(۴) باتری‌های لیتیومی در هر دو نوع قابل شارژ و غیرقابل شارژ ساخته می‌شوند.

محل انجام محاسبات



توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

توجه: داوطلبانی که قصد شرکت در کنکور سراسری ویژه دی‌ماه را دارند به تمامی سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، پاسخ دهند.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

آ) در دما و فشار اتاق هر دو ترکیب PH_3 و AsH_3 گازی شکل بوده و نقطه جوش آن‌ها کم‌تر از NH_3 است.

ب) در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۶ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

پ) اگر محلول سیرشده‌ای از لیتیم سولفات را به اندازه کافی سرد کنیم، مقداری از حل‌شونده آن ته‌نشین می‌شود.

ت) اتانول در مقایسه با استون، نقطه جوش بالاتر و جرم مولی کم‌تری دارد.

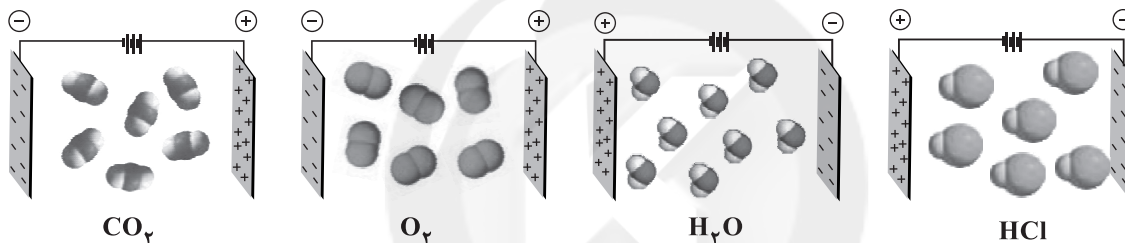
(۴) «ب»، «ت»

(۳) «ب»، «پ»

(۲) «آ»، «ت»

(۱) «آ»، «پ»

۱۱۷- در چه تعداد از شکل‌های زیر، جهت‌گیری یا عدم جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی به درستی نشان داده شده است؟



CO_2

O_2

H_2O

HCl

۱ (۴)

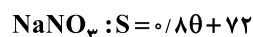
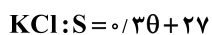
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۸- معادله انحلال‌پذیری دو نمک سدیم نیترات و پتاسیم کلرید برحسب دما (در مقیاس درجه سلسیوس) به صورت زیر است. با توجه به این

معادله‌ها چه تعداد از عبارتهای پیشنهادشده درست هستند؟



• اگر ۱۰۰ گرم محلول سیرشده NaNO_3 را از دمای 35°C تا 15°C سرد کنیم، حداکثر ۸٪ جرم محلول اولیه ته‌نشین می‌شود.

• اگر در دمای 8°C ، مقدار ۱۵۰ گرم سدیم نیترات جامد را با ۱۰۰ گرم آب مخلوط کنیم یک محلول فراسیر شده به دست می‌آید.

• در دمای 6°C غلظت درصد جرمی محلول پتاسیم کلرید به تقریب برابر با ۳۱٪ است.

• در هیچ دمایی انحلال‌پذیری این دو نمک با هم برابر نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۹- اگر انحلال‌پذیری ترکیب یونی A در دماهای 20°C و 45°C به ترتیب برابر ۹۹ و ۱۲۹ گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد، در $527/5$ گرم از محلول

A در دمای 30°C حداکثر چند گرم از این ترکیب حل شده است؟ (فرض کنید انحلال‌پذیری این نمک در آب با دما، رابطه خطی دارد.)

۲۷۷/۵ (۴)

۲۲۷/۵ (۳)

۲۴۷/۵ (۲)

۲۵۲/۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۲۰- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- در دما و فشار اتاق، حالت‌های فیزیکی مولکول‌های قطبی آب و هیدروژن سولفید، متفاوت است.
- در ساختار یخ، آرایش مولکول‌های آب به گونه‌ای است که در آن، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش ضلعی قرار دارند.
- به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی، ساختارهای آب و یخ منظم هستند.
- گشتاور دوقطبی هگزان به طور دقیق برابر با صفر نیست.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

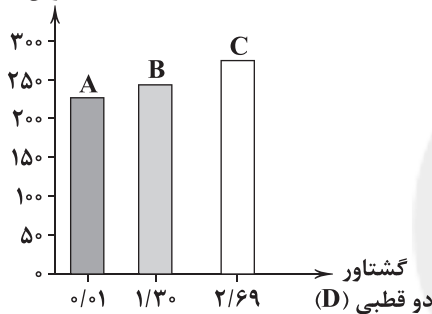
۱۲۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- اگر جرم مولی مولکول قطبی A بیشتر از مولکول قطبی B باشد، لزوماً نیروی بین مولکولی A قوی‌تر از B نیست.
- در مخلوط برم و هگزان، نیروی جاذبه بین مولکول‌های هگزان و برم، بیشتر از میانگین نیروهای جاذبه در برم خالص و هگزان خالص است.
- گاز اکسیژن در مقایسه با گاز نیتروژن، سخت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.
- این‌که خیار در آب شور چروکیده می‌شود، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۲- با توجه به نمودار داده‌شده چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟ (جرم مولی هر سه ماده آلی A، B و C با یکدیگر برابر است).

نقطه جوش (K)



• مولکول‌های B و C در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

• در شرایط یکسان A در مقایسه با B و C، انحلال‌پذیری بیشتری در هگزان دارد.

• قطبیت هیچ‌کدام از مولکول‌های A، B و C بیشتر از مولکول آب نیست.

• B می‌تواند اتانول باشد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۳- محلول سیرشده پتاسیم نیترات در دمای 40°C دارای غلظت $4/5\text{M}$ و چگالی $1/2\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ است. انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در این دما

در 100g آب چند گرم است؟ ($\text{KNO}_3 \approx 100\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

۴۵ (۱) ۵۵ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۲۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی، انحلال‌پذیری گاز CO_2 در آب بیشتر از گاز NO است.
- در دمای 20°C ، انحلال‌پذیری گاز O_2 در فشار 2atm در آب، دو برابر انحلال‌پذیری گاز O_2 در فشار 1atm است.
- در دمای 20°C ، انحلال‌پذیری گاز O_2 در فشار 2atm در آب، بیشتر از دو برابر انحلال‌پذیری گاز N_2 در فشار 1atm است.
- در فشار 2atm ، انحلال‌پذیری گاز O_2 در آب 20°C ، کم‌تر از انحلال‌پذیری گاز O_2 در آب 10°C است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۵- برای جدا کردن ترکیب‌های آلی فرار از آب آلوده کدام روش (های) تصفیه کارایی دارد؟

(a) تقطیر

(b) صافی کربن

(c) اسمز معکوس

۱ (۱) c, b (۲) c, a (۳) b, a (۴) فقط c

محل انجام محاسبات



زوج درس ۲

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- در واحد تکرارشونده کدام یک از پلیمرهای زیر نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار مجموع سایر اتم‌ها، عدد بزرگ‌تری است؟

- (۱) پلی استیرن (۲) تفلون (۳) پلی‌سیانواتن (۴) پلی وینیل کلرید

۱۲۷- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با پلی‌اتن درست است؟

- جرم مولی میانگین آن به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بسیار بستگی دارد که شامل تیتانیوم و آلومینیوم هستند.
- از کاربردهای آن می‌توان تولید درب بطری آب و بطری‌های کدر شیر را نام برد.
- جامد بی‌رنگی است که جرم مولی آن اغلب ده‌ها هزار گرم بر مول است.
- پلی‌اتن مذاب در دستگاهی با دمیدن هوا به ورقه نازک پلاستیکی تبدیل می‌شود.

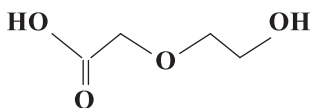
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۲۸- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.
- نسبت شمار اتم به شمار عنصرها در مولکول ساده‌ترین آمید برابر ۲/۲۵ است.
- پلیمرها و مونومر سازنده آن‌ها از نظر عنصرهای سازنده و واکنش‌پذیری، یکسانند.
- هر کدام از مولکول‌های سلولز و نشاسته، از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز با یکدیگر تشکیل شده‌اند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با ترکیب زیر درست است؟



- جرم مولی آن دو برابر جرم مولی ساده‌ترین دی‌اسید است.
- شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن اتیل استات است.
- شمار اتم‌های کربن آن برابر با شمار اتم‌های کربن اسید سازنده استر موجود در آناناس است.
- می‌توان از آن برای تولید پلی‌استر استفاده کرد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۰- از واکنش سنگین‌ترین الکل یک عاملی $R-OH$ (R: زنجیر آلکیل) محلول در آب با اسیدی که از تقطیر مورچه سرخ به دست می‌آید،

ترکیب آلی A به دست می‌آید. نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول A کدام است؟

- (۱) ۵/۷۵ (۲) ۳/۷۵ (۳) ۵ (۴) ۴/۲۵

۱۳۱- کدام مطالب زیر درست‌اند؟ ($C=12, H=1, N=14: g.mol^{-1}$)

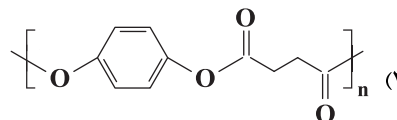
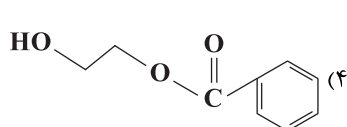
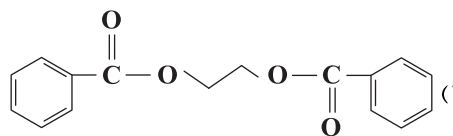
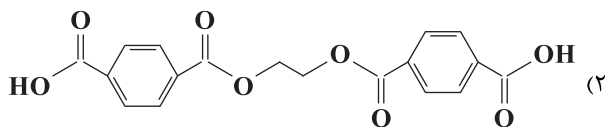
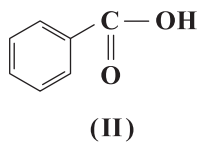
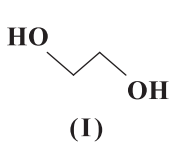
- (آ) فورمیک اسید و استیک اسید به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- (ب) تفاوت جرم مولی ساده‌ترین آمین و سیانواتن برابر با جرم مولی ساده‌ترین آلکین است.
- (پ) پلیمرهای طبیعی مانند شاخ گوزن و پشم گوسفند از سه عنصر تشکیل شده‌اند.
- (ت) نیمی از پلیمرهای نشاسته، پلی‌استیرن، سلولز و پلی‌پروپن، زیست تخریب‌پذیرند.

- (۱) «آ»، «ت» (۲) «ب»، «پ» (۳) «آ»، «پ» (۴) «ب»، «ت»

محل انجام محاسبات



۱۳۲- در صورتی که مقادیر کافی از مولکول‌های (I) و (II) با هم واکنش دهند کدام ترکیب آلی زیر تولید می‌شود؟



۱۳۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- مونومر تفلون در دما و فشار اتاق یک ترکیب گازی شکل است که به عنوان سردکننده از آن استفاده می‌شود.
- در ساختار مونومر پلی‌استیرن همانند مونومر پلی‌وینیل کلراید، یک گروه وینیل وجود دارد.
- در هر واحد تکرارشونده از پلی‌سیانواتن، یک پیوند دوگانه وجود دارد.
- پلی‌اتن بدون شاخه، کدر بود و به پلی‌اتن سنگین معروف است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۴- اگر دو اتم هیدروژن بنزن را که در دورترین فاصله ممکن از هم قرار دارند یک‌بار با گروه آمینسی (NH_2) و یک‌بار با گروه کربوکسیل

جایگزین کنیم، به ترتیب دی‌آمین A و دی‌اسید B به دست می‌آید که مونومرهای سازنده کولار هستند، اگر در نمونه‌ای از

($\text{C}=12, \text{H}=1, \text{N}=14, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$)

کولار $4/816 \times 10^{25}$ پیوند دوگانه دیده شود، جرم این نمونه چند کیلوگرم است؟

۳/۶۵ (۴)

۲/۷۴ (۳)

۳/۱۷ (۲)

۲/۳۸ (۱)

۱۳۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در ساختار ویتامین C، یک گروه عاملی استری و سه گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.
- (۲) نیروی جاذبه میان مولکول‌های ویتامین A به طور عمده از نوع پیوند هیدروژنی است.
- (۳) در ساختار ویتامین K یک گروه عاملی کتونی و دو حلقه بنزنی وجود دارد.
- (۴) برای این‌که ویتامین D راحت‌تر جذب بدن شود، بهتر است با غذای چرب مصرف شود.



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۱۸

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سوال ویژه دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی ویژه دی‌ماه
			از	تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		۱۰	۱۱	۲۰	
		۱۰	۲۱	۳۰	
		۵	۳۱	۳۵	
		۵	۳۶	۴۰	
		۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	۲۵	۵۶	۸۰	۵۵ دقیقه
		۱۰	۸۱	۹۰	
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۳۵ دقیقه
		۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	ریاضیات
محدثه کارگرفرد ندا فرهختی - مینا نظری	سیروس نصیری حسین نادری	حسابان (۲)	
	مفید ابراهیم‌پور	گسسته	
	مجید فرهمندپور	هندسه (۳)	
	سیروس نصیری مهدی وارسته	ریاضی (۱)	
	سیروس نصیری محمد رضا سیاح	حسابان (۱)	
	مجید فرهمندپور	هندسه (۱)	
	مجید فرهمندپور	آمار و احتمال	
سارا دانایی کجانی مروارید شاه‌حسینی	ارسلان رحمانی امیررضا خونی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	فیزیک	
ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی	پویا الفتی	شیمی	

فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام
۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی
www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر با $\frac{2\pi}{a}$ یعنی $\frac{\pi}{a}$ است **۴**

پس $\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{3}$ در نتیجه $a = 3$ اکنون $g(x) = 1 - \cos^2\left(\frac{x}{3} - \pi\right)$ خواهد بود

و ضمناً دوره تناوب آن برابر است $\frac{\pi}{3}$ یعنی 3π می باشد.

۱ **۵**

$$\cot x + \cot y = 66 \Rightarrow \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y} = 66 \Rightarrow \frac{\tan x + \tan y}{\tan x \tan y} = 66$$

$$\xrightarrow{\text{می دانیم}} \frac{22}{\tan x + \tan y = 22} = 66 \Rightarrow \tan x \tan y = \frac{1}{3}$$

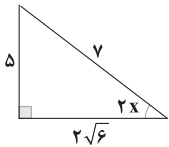
$$\text{اکنون } \tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{22}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{22}{\frac{2}{3}} = 33$$

$$\Rightarrow \tan(x+y) = 33$$

۴ **۶**

$$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{2 \sin x \cos x} = -\frac{2\sqrt{6}}{5} \Rightarrow \frac{-\cos 2x}{\sin 2x} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \cot 2x = \frac{2\sqrt{6}}{5} \Rightarrow \sin 2x = \frac{5}{7}$$



طبق فرض، مساحت دو مثلث با هم برابرند پس: **۲** **۷**

$$\frac{1}{4} \times 18 \times 12 \times \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \times 9 \times 8 \times \sin \alpha \Rightarrow 3 \sin 2\alpha = \sin \alpha$$

$$6 \sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha \xrightarrow{\alpha \neq 0, \pi} \cos \alpha = \frac{1}{6}$$

$$\cos x = 3 \cos \alpha \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{4}(1 - \cos 2\alpha) \quad \text{می دانیم: } \quad \text{۱} \quad \text{۸}$$

بنابراین $\sin^2 \frac{x}{3} = \frac{1}{4}(1 - \cos x)$ حال داریم:

$$1 + \sin x \sin^2 \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow 1 + \sin x \left(\frac{1}{4}(1 - \cos x)\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + \sin x - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow 2 + \sin x = \sin x \cos x$$

ریاضیات

دوره تناوب توابع $y = |a \sin bx|$ و $y = |a \cos bx|$ برابر **۳** **۱**

با $\frac{\pi}{|b|}$ و لسی دوره تناوب توابع $y = |a \sin bx + c|$

و $y = |a \cos bx + c|$ برابر با $\frac{2\pi}{|b|}$ است. بنابراین در این تابع دوره

تناوب برابر است با π و در نتیجه $c = \pi$ است. از طرفی عرض نقطه تلاقی تابع

با محور y ها برابر است با 2 در نتیجه $b = 2$ و ماکزیمم تابع برابر 5

پس $a = 5$ است. بنابراین: $a \times b \times c = 10\pi$

۱ **۲**

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= (\sin x + \cos x)^{1 + \sin 2x} \\ y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^{1 + \sin 2x} = 2$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^{(\sin x + \cos x)^2} = 2$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^{(\sin x + \cos x)^2} = (\sqrt{2})^{(\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \xrightarrow{\text{معادله دارای ریشه مضاعف است.}}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [-\pi, \pi]$$

بنابراین خط و منحنی در بازه $[-\pi, \pi]$ فقط در یک نقطه به طول $\frac{\pi}{4}$

بر هم مماس اند.

می دانیم $\tan x - \cot x = -2 \cot 2x$ می باشد. بنابراین: **۴** **۳**

$$f(x) = \tan\left(\frac{3\pi}{4} - ax\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{4} - ax\right) = -2 \cot\left(\frac{3\pi}{4} - 2ax\right)$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \tan 2ax \Rightarrow \text{دوره تناوب} = \frac{\pi}{|2a|}$$

ضمناً از روی نمودار داده شده، دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{3}$ است. بنابراین

$$\frac{\pi}{|2a|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |2a| = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

از طرفی چون نمودار رسم شده اکیداً صعودی است و در ضابطه f ، تانژانت

ضریب منفی دارد پس $a = -1$ قابل قبول است.

$$f(x) = -2 \tan(-2x) \Rightarrow f(x) = 2 \tan 2x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2 \tan \frac{5\pi}{3} = 2(-\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$



۱ ۱۳ باید معادله هم‌نهشتی $14x \equiv 10 \pmod{18}$ را حل کنیم.

$$14x \equiv 10 \pmod{18} \xrightarrow{(\div 2, \text{LCM})=2} 7x \equiv 5 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv 5 + 4(4)$$

$$7x \equiv 21 \pmod{9} \xrightarrow{(\div 7, \text{LCM})=1} x \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow x = 4k + 3$$

$$\xrightarrow{x > 99} 4k + 3 > 99 \Rightarrow k > 24 \Rightarrow \min(k) = 25$$

$$x \text{ کم‌ترین عدد سه‌رقمی } = 4(25) + 3 = 103$$

$$\text{مجموع ارقام} = 4$$

$$2x^2 + 7x + 3 = (2x+1)(x+3)$$

۳ ۱۴

بنابراین اگر $(2x+1)(x+3)$ مضرب ۱۱ باشد، یکی از عبارات $x+3$ یا $2x+1$ مضرب ۱۱ می‌باشند. بنابراین داریم:

$$2x+1 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 2x \equiv -1 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 5 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 5$$

$$x+3 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv -3 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 8$$

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی در این دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$x = 11k + 5 \Rightarrow x = 995$$

$$x = 11k + 8 \Rightarrow x = 998 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9 + 9 + 8 = 26$$

۳ ۱۵ می‌دانید که: شرط این‌که معادله $ax + by = c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $c | (a, b)$ بنابراین:

$$(fa+3, 3a-2) | 5n+2 \xrightarrow{(fa+3, 3a-2)=d} \begin{matrix} d | 4a+3 \\ d | 3a-2 \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d | 3(fa+3) - 4(3a-2)$$

$$\Rightarrow d | 17 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 17$$

از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عدد را عاد می‌کند بنابراین $17 | 5n+2$

$$17 | 5n+2 \Rightarrow 5n \equiv -2 \pmod{17} \Rightarrow 5n \equiv -2+17$$

$$\xrightarrow{(\div 5, \text{LCM})=1} n \equiv 3 \pmod{17} \Rightarrow n = 17k + 3$$

$$\xrightarrow{k=1} n = 20 \text{ کم‌ترین مقدار دورقمی}$$

می‌دانیم سمت چپ معادله مقداری در بازه $[1, 3]$ و سمت راست آن مقداری

بین $[-\frac{1}{p}, \frac{1}{p}]$ می‌باشند، بنابراین تساوی هرگز برقرار نمی‌باشد پس معادله

جواب ندارد.

۲ ۹

$$f(x) = \tan x + \cot x \Rightarrow f(x) = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\Rightarrow \min(f(x)) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$A \left| \frac{\pi}{b} \right. \in \text{تابع} \Rightarrow b = \frac{2}{\sin 2 \times \frac{\pi}{12}} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a - b = -2$$

۳ ۱۰

$$\frac{\cos 4^\circ}{\sin(45^\circ - x)} = 2 \cos(45^\circ - x)$$

$$\Rightarrow 2 \sin(45^\circ - x) \cos(45^\circ - x) = \cos 4^\circ$$

$$\Rightarrow \sin(90^\circ - 2x) = \cos 4^\circ \Rightarrow \cos 2x = \cos 4^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 4^\circ \Rightarrow x = 2^\circ$$

۴ ۱۱ ابتدا معادله هم‌نهشتی را حل می‌کنیم.

$$4x \equiv 17 \pmod{18} \Rightarrow 4x \equiv 17 - 5 \pmod{18} \Rightarrow 4x \equiv 12 \pmod{18}$$

$$\xrightarrow{(\div 4, \text{LCM})=1} x \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k + 3$$

$$\text{جواب‌های طبیعی دورقمی} = \{13, 18, 23, \dots, 98\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = \frac{98-13}{5} + 1 = 18$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = 13 + 18 + 23 + \dots + 98$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} S_{18} = \frac{18}{2} (a_1 + a_{18}) = \frac{18}{2} (13 + 98) = 9 \times 111 = 999$$

۴ ۱۲

$$4x + 4 \equiv 2x - 2 \pmod{18} \Rightarrow 2x \equiv -6 \pmod{18} \xrightarrow{(\div 2, \text{LCM})=2} x \equiv -3 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow x \equiv -3 + 4 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{9} \xrightarrow{\text{به توان } 1401} x^{1401} \equiv 1^4 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow x^{1401} + 2 \equiv 3 \pmod{9}$$



$$11x \equiv 95 \pmod{95} \xrightarrow{95 \equiv 5} 2x \equiv 19 \pmod{5} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$\xrightarrow{(4, 5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$$

با جایگذاری در معادله اولیه (*) داریم:

$$11(5k + 2) + 7y = 95 \Rightarrow y = 13 - 11k$$

$$x + y = -4k + 13 \xrightarrow{k=0} \max(x + y) = 13$$

۱ ۲۰

$$79x \equiv 1 \pmod{79} \xrightarrow{79 \equiv 1} x \equiv 1 \pmod{79} \Rightarrow x = 79k + 1$$

$$1 \leq 79k + 1 \leq 999 \Rightarrow 0 \leq 79k \leq 998$$

$$\xrightarrow{\div 79} 0 \leq k \leq \frac{998}{79} \Rightarrow 0 \leq k \leq 12 \Rightarrow \text{تعداد} = 13$$

۲ ۲۱

$$4A = \begin{bmatrix} |A| & 16 \\ -4 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |4A| = |A|^2 + 64 \Rightarrow 16|A| = |A|^2 + 64$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 16|A| + 64 = 0 \Rightarrow (|A| - 8)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 8$$

$$|2A^{-1}| = 4|A^{-1}| = 4 \frac{1}{|A|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$|A| = abc = 8 \text{ است که } \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ ماتریس } A \text{ به صورت}$$

چون $a, b, c \in \mathbb{N}$ و $a \neq b \neq c$ است، پس این اعداد ۱ و ۲ و ۴ هستند و

$$\text{ماتریس } A + I \text{ یک ماتریس قطری به صورت } \begin{bmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 0 & b+1 & 0 \\ 0 & 0 & c+1 \end{bmatrix} \text{ است،}$$

که اعداد روی قطر اصلی ۲ و ۳ و ۵ است پس: $|A + I| = 5 \times 3 \times 2 = 30$

۴ ۲۳

$$(A - I)^2 = -6A \Rightarrow A^2 - 2A + I = -6A \Rightarrow A^2 + I = -4A$$

$$\Rightarrow |A^2 + I| = |-4A| \Rightarrow |A^2 + I| = (-4)^2 |A| = -64 \times -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow |A^2 + I| = 16 \Rightarrow |A^2 + A| = |A \cdot (A^2 + I)| = |A| \cdot |A^2 + I|$$

$$= -\frac{1}{4} \times 16 = -4$$

۴ ۱۶ شرط جواب صحیح برای معادله سیاله $ax + by = c$ آن است

که $(a, b) | c$

$$(28, 104) | 7n - 2 \Rightarrow 4 | 7n - 2 \Rightarrow 7n - 2 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow 7n \equiv 2 + 3 \times 4 \pmod{4} \Rightarrow 7n \equiv 14 \pmod{4} \xrightarrow{(7, 4)=1} n \equiv 2 \pmod{4}$$

$$n = 4k + 2 \Rightarrow \text{بزرگترین عدد سه رقمی} = 998$$

مجموع ارقام = ۲۶

۳ ۱۷

$$11y \equiv 759 \pmod{759} \xrightarrow{759 \equiv 3} 11y \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow 11y \equiv 0 \pmod{3}$$

$$11y \equiv -33 \pmod{33} \xrightarrow{(11, 33)=1} y \equiv -3 \pmod{3} \Rightarrow y = 12k - 3$$

$$y = 12(8) - 3 = 93 \text{ بزرگترین عدد طبیعی دورقمی}$$

۱ ۱۸

$$5x - 12y = 17 \Rightarrow 5x \equiv 17 \pmod{12} \Rightarrow 5x \equiv 5 \pmod{12}$$

$$\xrightarrow{(5, 12)=1} x \equiv 1 \pmod{12} \Rightarrow x = 12k + 1$$

در معادله سیاله اولیه قرار می‌دهیم.

$$5(12k + 1) - 12y = 17 \Rightarrow 12y = 60k - 12 \Rightarrow y = 5k - 1$$

حال تعداد جواب‌های طبیعی دورقمی را پیدا می‌کنیم:

$$10 \leq x \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 12k + 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{9}{12} \leq k \leq \frac{98}{12} \Rightarrow 1 \leq k \leq 8 \quad (1)$$

$$10 \leq y \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 5k - 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{11}{5} \leq k \leq 20 \Rightarrow 3 \leq k \leq 20 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 3 \leq k \leq 8 \Rightarrow \text{تعداد} = 6$$

ابتدا معادله سیاله را تشکیل داده سپس آن را حل می‌کنیم: ۱ ۱۹

$$x = \text{تعداد دفترهای } 2200 \text{ تومانی} \Rightarrow 2200x + 1400y = 190000$$

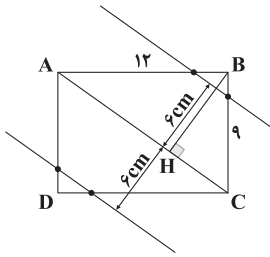
$$y = \text{تعداد دفترهای } 1400 \text{ تومانی}$$

$$\xrightarrow{\div 200} 11x + 7y = 950 \quad (*)$$



مکان هندسی نقاطی که از قطر AC به فاصله ۶cm باشد دو خط موازی AC

و به فاصله ۶cm از آن است که در ۴ نقطه محیط مستطیل را قطع می‌کنند.



پس فاصله این چهار نقطه از قطر AC برابر ۶ واحد است.

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله باشند،

عمودمنصف پاره خط AB است (خط L) و مکان هندسی نقاطی که از خط d به

فاصله ۳ باشد، ۲ خط موازی با d به فاصله ۶ از هم است (خطوط d' و d'')

محل برخورد خط L با دو خط d' و d'' جواب مسئله است که ۳ حالت دارد.

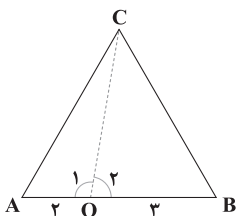
خط L هر دو خط d' و d'' را قطع کند، ۲ جواب و خط L با خط d' و d''

موازی باشد، مسئله جواب ندارد و خط L بر یکی از خطوط d' یا d'' منطبق

شود، مسئله بی‌شمار جواب دارد.

اگر نقطه O روی پاره خط AB طوری اختیار شود

که OA=۲ و OB=۳ باشد و O را به C وصل کنیم، داریم:



$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \Rightarrow \cos \hat{O}_1 = -\cos \hat{O}_2$$

$$\Delta OAC: AC^2 = 4 + OC^2 - 2(2)OC \cos \hat{O}_1$$

$$\Rightarrow 3AC^2 = 12 + 3OC^2 + 12OC \cos \hat{O}_2 \quad (1)$$

$$\Delta OBC: BC^2 = 9 + OC^2 - 2(3)OC \cos \hat{O}_2$$

$$\Rightarrow 2BC^2 = 18 + 2OC^2 - 12OC \cos \hat{O}_2 \quad (2)$$

با جمع دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$3AC^2 + 2BC^2 = 30 + 5OC^2 \Rightarrow 35 = 30 + 5OC^2$$

$$\Rightarrow OC^2 = 1 \Rightarrow OC = 1$$

پس مکان هندسی نقطه C دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ است.

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ a & b+1 & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & -7 \\ 2 & -1 & -7 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ a & b+1 & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & -7 \\ 1 & -b-1 & 2c \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ a & b+1 & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ a+1 & 0 & 3c \end{vmatrix}$$

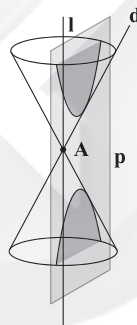
براساس ستون دوم حاصل دترمینان را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{حاصل} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ a+1 & 3c \end{vmatrix} = 15c - 3a - 3 = 3(\Delta c - a - 1)$$

در این صورت فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی یک

۴ ۲۵

هذلولی است.



مکان هندسی موردنظر دو خط موازی با خط‌های d₁ و d₂ است.

اگر فاصله خط L₁ تا d₁ برابر x و فاصله خط d₂ تا L₂ برابر y باشد، داریم:

$$L_1 \text{ --- } |x|$$

$$d_1 \text{ --- } |6|$$

$$d_2 \text{ --- } |6|$$

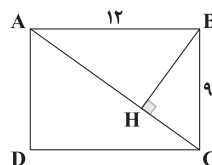
$$L_2 \text{ --- } |y|$$

$$x + 6 + x = 10 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$y + y + 6 = 10 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

$$L_2 \text{ تا } L_1 \text{ فاصله} = y + 6 + x = 10$$

۲ ۲۷



$$\Delta ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow AC = 15$$

$$S_{ABC}: \frac{AB \times BC}{2} = \frac{AC \times BH}{2}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{AB \times BC}{AC} = \frac{9 \times 12}{15} = 7.2$$



۴ ۳۳

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_3 & a_5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1+1 & a_3+2 & a_5+3 \end{array}$$

واضح است که دنباله حاصل باز هم حسابی است از طرفی چون دنباله هندسی نیز می‌باشد پس دنباله ثابت است و داریم:

$$a_1+1 = a_3+2 \Rightarrow a_1+1 = a_1+2d+2 \Rightarrow d = -\frac{1}{2}$$

۱ ۳۴

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{3 + \tan \alpha}} \Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{3 + \tan \alpha}{\tan \alpha}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{3 + \tan \alpha}{\tan \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{3 + \tan \alpha}{\tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \sqrt{3}$$

۳ ۳۵

$$(\sqrt{2})^2 = 2 \sin \alpha \times 2 \cos \alpha \Rightarrow 2 = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{5}{9} \Rightarrow \sin \alpha \times \cos \alpha = -\frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$$

$$= (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \left(\frac{2}{3}\right)\left(1 + \frac{5}{18}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{23}{18} = \frac{23}{27}$$

اگر مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به

۳ ۳۶

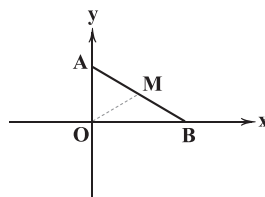
صورت $S_n = An^2 + Bn$ باشد، داریم $d = 2A$ بنابراین:

$$S_n = 2n^2 - 3n \Rightarrow \begin{cases} a_1 = S_1 = -1 \\ d = 2(2) = 4 \end{cases}$$

مجموع n جمله اول در دنباله حسابی از رابطه $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

محاسبه می‌شود.

۳ ۳۰



اگر A و B روی محور حرکت کنند، مثلث OAB همواره در رأس O

قائم‌الزاویه است و OM میانه وارد بر وتر است پس $OM = \frac{AB}{2} = 5$ ، عرض

مکان هندسی نقطه M دایره‌ای به مرکز O و شعاع 5 است و می‌دانیم حداکثر

فاصله نقطه‌ای مثل C تا محیط دایره برابر $OC + R$ است.

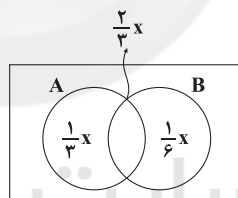
$$OC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\text{فاصله حداکثر} = OC + R = 5 + 13 = 18$$

۱ ۳۱

$$\begin{cases} n(A) = x \\ n(B) = y \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \frac{4}{5}y \Rightarrow y = \frac{5}{6}x$$

در نتیجه:



$$\Rightarrow \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{6}x = \frac{7x}{6} = 140 \Rightarrow x = 120$$

$$A' - B' = \frac{1}{6}x = \frac{1}{6} \times 120 = 20$$

۲ ۳۲

$$\begin{array}{ccc} & \text{عدد } \delta & \text{عدد } n \\ \curvearrowright & & \curvearrowright \\ a_1 & 2a_1 & 4a_1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{2a_1 - a_1}{\delta + 1} = \frac{4a_1 - 2a_1}{n + 1} \Rightarrow n = 11$$

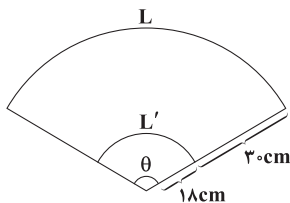
$$d = \frac{t_2 - t_1}{\gamma - 1} = \frac{2a_1 - a_1}{\delta} \Rightarrow a_1 = \delta d$$

ضمناً

$$\Rightarrow \frac{a_7}{a_4} = \frac{a_1 + 6d}{a_1 + 3d} = \frac{12d}{9d} = \frac{4}{3}$$



۳۸ می‌دانیم در یک قطاع اگر زاویه قطاع برحسب رادیان برابر θ و شعاع قطاع را R بنامیم و طول کمان را L فرض کنیم، داریم: $L = R\theta$
در شکل زیر شعاع قطاع کوچک ۱۸cm و شعاع قطاع بزرگ ۴۸cm است. اگر طول کمان در قطاع بزرگ را L و طول کمان در قطاع کوچک را L' فرض کنیم، داریم:



$$\theta = ۱۵^\circ = \frac{\Delta\pi}{۶} \text{ rad}$$

$$L = 48\theta = 48 \times \frac{\Delta\pi}{۶} = 40\pi \text{ cm}$$

$$L' = 18\theta = 18 \times \frac{\Delta\pi}{۶} = 15\pi \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{محیط قسمت پاک شده} &= 2(30^\circ) + L + L' = 60 + 40\pi + 15\pi \\ &= 60 + 55\pi = 5(11\pi + 12) \end{aligned}$$

۳۹ ابتدا هر یک از نسبت‌های موجود در صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم.

$$\cos\left(\frac{9\pi}{۳} - 2\alpha\right) = \cos(4\pi + \frac{\pi}{۳} - 2\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{۳} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha$$

$$\cos(19\pi + 2\alpha) = \cos(18\pi + \pi + 2\alpha) = \cos(\pi + 2\alpha) = -\cos 2\alpha$$

$$\sin(20\pi - 2\alpha) = \sin(-2\alpha) = -\sin 2\alpha$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{۳} + 2\alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{۳} + 2\alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۳} + 2\alpha\right) = -\cos 2\alpha$$

بنابراین عبارت A به صورت زیر خواهد بود:

$$A = \frac{3\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha}{-2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}$$

صورت و مخرج کسر را بر $\cos 2\alpha$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$A = \frac{3\tan 2\alpha + 4}{-2\tan 2\alpha - 3}$$

با داشتن $\cot \alpha = 2$ داریم $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ بنابراین:

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

و در نتیجه عبارت A برابر است با:

$$A = \frac{3\left(\frac{4}{3}\right) + 4}{-2\left(\frac{4}{3}\right) - 3} = \frac{8}{-\frac{17}{3}} = -\frac{24}{17}$$

در مجموع جملات با شماره مضرب ۳، جمله اول برابر a_3 و قدرنسبت برابر $۳d$ و تعداد جملات ۱۳ جمله است. داریم:

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = -1 + 8 = 7 \\ S = a_3 + a_6 + \dots + a_{39} = \frac{13}{۳}[2a_3 + 12(3d)] \\ = \frac{13}{۳}[2(7) + 12(12)] = 1027 \end{cases}$$

در مجموع جملات با شماره مضرب ۴، جمله اول برابر a_4 و قدرنسبت برابر $۴d$ و تعداد جملات ۱۰ جمله است. داریم:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d = 11 \\ S' = a_4 + a_8 + \dots + a_{40} = \frac{10}{۴}[2a_4 + 9(4d)] \\ = 5[2(11) + 9(16)] = 830 \end{cases}$$

و در نتیجه خواهیم داشت: $S - S' = 1027 - 830 = 197$

۳۷ در دنباله هندسی اگر جمله اول را a_1 و قدرنسبت را q فرض کنیم، مجموع n جمله اول از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

بنابراین داریم:

$$f(x) = \cos^2 x + \cos^4 x + \dots + \cos^{256} x = \frac{\cos^2 x [1 - (\cos^2 x)^{128}]}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^{256} x)}{\sin^2 x} = \cot^2 x (1 - \cos^{256} x)$$

در تابع $g(x)$ عبارت را در $(1 - \cos x)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$g(x) = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)(1 + \cos^2 x) \dots (1 + \cos^{128} x)}{1 - \cos x}$$

$$= \frac{(1 - \cos^2 x)(1 + \cos^2 x) \dots (1 + \cos^{128} x)}{1 - \cos x}$$

$$= \frac{(1 - \cos^4 x)(1 + \cos^4 x) \dots (1 + \cos^{128} x)}{1 - \cos x}$$

$$= \frac{(1 - \cos^{128} x)(1 + \cos^{128} x)}{1 - \cos x} = \frac{1 - \cos^{256} x}{1 - \cos x}$$

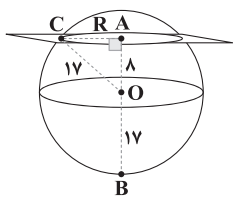
در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\cot^2 x (1 - \cos^{256} x)}{\frac{1 - \cos^{256} x}{1 - \cos x}} = \cot^2 x (1 - \cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{g\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \cot^2 \frac{\pi}{3} (1 - \cos \frac{\pi}{3}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



۴۳ ۴



$$AB=25 \Rightarrow \underbrace{BO}_{R} + OA = 25 \Rightarrow 17 + OA = 25 \Rightarrow OA = 8$$

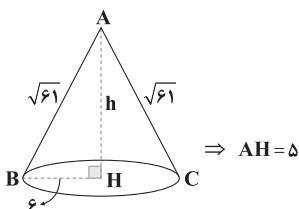
$$\triangle OAC: OC^2 = OA^2 + AC^2 \Rightarrow 17^2 = 8^2 + R^2$$

$$\Rightarrow 289 = 64 + R^2 \Rightarrow R^2 = 225 \Rightarrow R = 15$$

$$S = \pi R^2 = \pi(15)^2 \Rightarrow S = 225\pi$$

نمای روبه روی مخروط یک مثلث متساوی الساقین است.

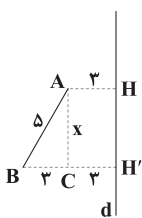
۴۴ ۲



$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 61 - 36 = 25$$

$$\Rightarrow AH = 5$$

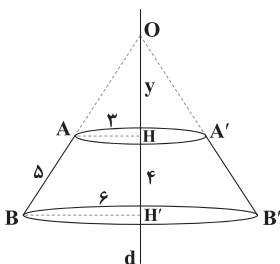
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (6)^2 (5) = 60\pi$$



$$\triangle ABC: AB^2 = BC^2 + AC^2 \Rightarrow 25 = 9 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow HH' = 4$$

از دوران پاره خط AB حول خط d یک مخروط ناقص به وجود می آید:

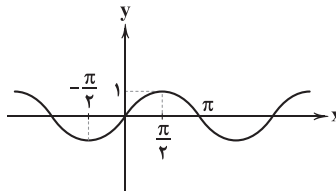
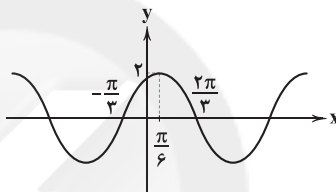


۴۵ ۱

۴۰ ۲ ابتدا ضابطه را به شکل زیر می نویسیم:

$$y = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x\right) = 2\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

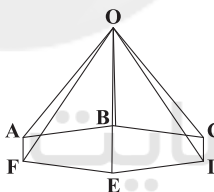
$$= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

نمودار تابع $y = \sin x$ به شکل زیر است:اگر عرض نقاط نمودار فوق را ۲ برابر کرده و به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به چپ منتقل کنیم،نمودار $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ به شکل زیر خواهد بود:

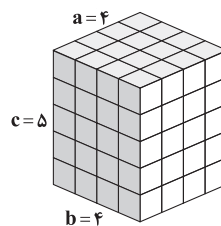
۴۱ ۲ کل خطوط FA, EF, ED, DC, CB و AB در یک صفحه

قرار دارند و با هم متناظر نیستند.

خطوط OF, OE, OD, OC, OB و OA در رأس O متقاطع هستند.

هر پاره خط مثل OA با دو ضلع ۶ ضلعی (AF, AB) متقاطع و با ۴ ضلع دیگر متناظر هستند پس به طور کلی $6 \times 4 = 24$ جفت خط داریم که با هم متناظر هستند.

۴۲ ۳ اگر در یک مکعب مستطیل طول و عرض و ارتفاع آن a, b و

c باشد و همه وجوه آن رنگ آمیزی شده باشد، در این صورت تعداد مکعب های رنگ نشده $(a-2)(b-2)(c-2)$ است.

$$\text{تعداد مکعب های رنگ نشده} = (4-2)(5-2)(4-2) = 2 \times 3 \times 2 = 12$$



۴ ۵۰

مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی = $\{1, 2, 3, \dots, 99\} - \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

$$\Rightarrow n(S) = 90$$

$$4 \text{ مضارب: } n(A) = \left[\frac{99}{4}\right] - \left[\frac{9}{4}\right] = 24 - 2 = 22$$

$$6 \text{ و } 4 \text{ مضارب مشترک } n(A \cap B) = \left[\frac{99}{12}\right] - \left[\frac{9}{12}\right] = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 22 - 8 = 14$$

$$P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$$

$$P(A) = \frac{1}{10}$$

$$P(B') = \frac{1}{5} \Rightarrow P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{cases} P(C') - P(C) = \frac{9}{10} \\ P(C') + P(C) = 1 \end{cases} \Rightarrow P(C') = \frac{19}{20}, P(C) = \frac{1}{20}$$

چون A، B و C ناسازگار هستند.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{19}{20} = 0.95$$

۱ ۵۲

i	a	b	c	d	e
P(i)	x	x+d	x+2d	x+3d	x+4d

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1 \Rightarrow 5x + 10d = 1$$

$$\Rightarrow x + 2d = \frac{1}{5}$$

$$P(a) + P(c) = \frac{1}{4} \Rightarrow 2x + 2d = \frac{1}{4} \Rightarrow x + d = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} x + 2d = \frac{1}{5} \\ -x - d = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow d = -\frac{1}{20} \quad x = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$P(\{b, e\}) = P(b) + P(e) = x + d + x + 4d = 2x + 5d$$

$$= \frac{6}{10} - \frac{1}{4} = 0.6 - 0.25 = 0.35$$

$$\Delta \text{OBH}' : \text{AH} \parallel \text{BH}' \xrightarrow{\text{تالیس}} \frac{\text{OH}'}{\text{OH}} = \frac{\text{AH}}{\text{BH}'}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{y+4} = \frac{3}{6} \Rightarrow 2y = y+4 \Rightarrow y = 4$$

$$v = \frac{1}{3} \pi (\text{AH})^2 \times \text{OH} = \frac{1}{3} \pi \times 9 \times 4 = 12\pi$$

$$v = \frac{1}{3} \pi (\text{BH}')^2 \times \text{OH}' = \frac{1}{3} \pi \times 36 \times 8 = 96\pi$$

$$v = 96\pi - 12\pi = 84\pi$$

$$n(S) = 6!$$

$$n(A') = 5! \times 2!$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{5! \times 2!}{6!} \Rightarrow P(A') = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

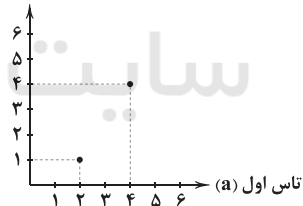
شرط ریشه مضاعف داشتن معادله $x^2 + ax + b = 0$ آن است که $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(b) = 0 \Rightarrow a^2 = 4b$$

$$A = \{(2, 1), (4, 4)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{18}$$

تاس دوم (b)



۱ ۴۸

$$P(A) = 0.24 \quad P(B) = 0.43 \quad P(A \cap B) = 0.08$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.24 + 0.43 - 0.08 = 0.59$$

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.59 = 0.41$$

۴ ۴۹

فضای نمونه‌ای یک بازی = $\{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$
 $\{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$

$$n(S) = 8$$

پس در ۳ بازی، فضای نمونه‌ای $8 \times 8 \times 8 = 512$ حالت دارد.



۲ ۵۳

i	۱	۲	۳	۴
P(i)	$\frac{۳}{r}$	$\frac{۵}{r}$	$\frac{۷}{r}$	$\frac{۹}{r}$

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) = ۱ \Rightarrow \frac{۲۴}{r} = ۱ \Rightarrow r = ۲۴$$

$$P(۱) = \frac{۳}{r} = \frac{۳}{۲۴} = \frac{۱}{۸}$$

۴ ۵۴

i	$m_۱$	$m_۲$	$m_۳$	$w_۱$	$w_۲$	$w_۳$	$w_۴$
P(i)	$\frac{۲x}{۱۸}$	$\frac{۲x}{۱۸}$	$\frac{۲x}{۱۸}$	$\frac{۳x}{۱۸}$	$\frac{۳x}{۱۸}$	$\frac{۳x}{۱۸}$	$\frac{۳x}{۱۸}$

$$P(m_۱) + P(m_۲) + P(m_۳) + P(w_۱) + P(w_۲) + P(w_۳) + P(w_۴)$$

$$= ۱ \Rightarrow ۱۸x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۸}$$

$$P(m_۲, w_۳) = ۲x + ۳x = ۵x = \frac{۵}{۱۸}$$

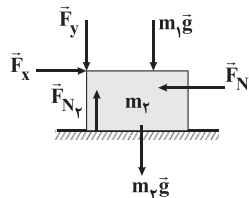
۱ ۵۵

اگر شخص a را کنار بگذاریم، ۳ نفر دیگر به ۶ حالت زیر

سوئیچ اتومبیل خود را برداشته‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} bcd \times \\ bdc \times \\ cbd \times \\ cdb \checkmark \\ dbc \checkmark \\ dcb \times \end{array} \right\} \Rightarrow n(S) = ۶, n(A) = ۲$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

نیروهای وارد بر جسم به جرم m_p را رسم می‌کنیم:

نیروی عمودی سطح که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود را با \vec{F}_{N_1} و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح افقی به جسم وارد می‌شود را با \vec{F}_{N_p} نشان داده‌ایم. شرط ساکن ماندن جسم آن است که برآیند نیروهای وارد شده بر آن، در تمام راستاها صفر باشد، پس داریم:

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_x - F_{N_1} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = 6N \Rightarrow \vec{F}_{N_1} = -6\vec{i} (N)$$

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_{N_p} - m_p g - m_1 g - F_y = 0$$

$$\Rightarrow F_{N_p} = \left(\frac{70^\circ}{100^\circ} \times 10\right) + \left(\frac{30^\circ}{100^\circ} \times 10\right) + 4$$

$$\Rightarrow F_{N_p} = 14N \Rightarrow \vec{F}_{N_p} = 14\vec{j} (N)$$

هم در شروع حرکت و هم در اتمام حرکت، شتاب حرکت

آسانسور رو به بالاست، بنابراین اندازه نیروی عمودی سطح وارد شده بر شخص در لحظه شروع و اتمام حرکت برابر است با:

$$\begin{cases} \text{در لحظه شروع حرکت: } F_{N_1} = m(g+4) \\ \text{در لحظه اتمام حرکت: } F_{N_1} = m(g+8) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta F_N = m(g+8) - m(g+4) \Rightarrow \Delta F = 4m$$

طبق اطلاعات سؤال، اختلاف اندازه نیروی عمودی سطح وارد شده بر شخص در ابتدای این حرکت با لحظات پایانی این حرکت برابر با $240N$ است، پس جرم شخص برابر است با:

$$\Delta F = 4m \xrightarrow{\Delta F = 240N} 4m = 240$$

$$\Rightarrow m = \frac{240}{4} = 60 \text{ kg}$$

شرط شروع حرکت، غلبه نیروی \vec{F} بر نیروی اصطکاک ایستایی

بیشینه است.

اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین جسم و سطح برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.6 \times 60 \times 10 = 360N$$

با توجه به این که $f_{s,max} > F$ است، بنابراین جسم در این ۲ ثانیه حرکت نخواهد کرد و ساکن است.

با افزایش نیرو به $2F = 40N$ و با توجه به این که $2F > f_{s,max}$ است، بنابراین جسم حرکت کرده و شتاب حرکت آن برابر است با:

$$\begin{cases} a_p = \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f_k}{m} \\ f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \xrightarrow{\mu_k = 0.3} 0.3 \times 60 \times 10 \Rightarrow f_k = 180N \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_p = \frac{F - f_k}{m} = \frac{40 - 180}{60} = \frac{20}{60} \Rightarrow a_p = \frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی جسم در این سه ثانیه که نیروی $2F$ به جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_p t^2 + v_0 t + \frac{1}{2} \times 0$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 9 = 1.5m$$

سرعت جسم در پایان ثانیه پنجم برابر است با:

$$v = a_p t + \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{3} \times 3 = 1 \frac{m}{s}$$

شتاب جسم از لحظه قطع نیروی $2F$ تا توقف کامل آن برابر است با:

$$a_p = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-f_k}{m} = \frac{-180}{60} = -3 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی

جسم از لحظه قطع نیروی $2F$ تا توقف کامل آن برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_p \Delta x \Rightarrow 0 - 1^2 = 2 \times (-3) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{6}m$$

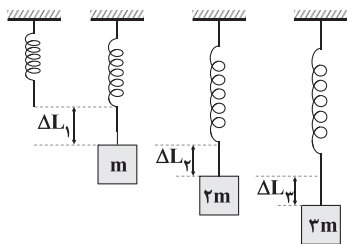
بنابراین جابه‌جایی جسم از ابتدای وارد شدن نیروی \vec{F} تا لحظه توقف جسم

$$22/5 + 1/6 = 22.16m$$

طبق قانون هوک ($F_e = k\Delta L$)، تغییر طول فنر با نیروی

وارد شده به آن که برابر با وزن کل اجسام آویخته شده به آن است، نسبت

مستقیم دارد، پس می‌توان نوشت:



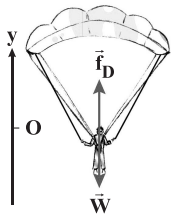
$$\begin{cases} \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{2mg}{mg} = 2 = \alpha \\ \frac{\Delta L_3}{\Delta L_2} = \frac{3mg}{2mg} = \frac{3}{2} = \beta \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$



بررسی عبارت‌ها:

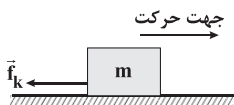
(الف) در هنگامی که چترباز، چترش را باز می‌کند، به سبب نیروی مقاومت هوایی که به آن وارد می‌شود، شتابی به سمت بالا خواهد داشت. (✓)

(ب) با توجه به شکل زیر، نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت به سمت بالا است، پس عکس‌العمل نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز به سمت پایین است. (✓)



(ج) تندی حدی کم‌ترین تندی چترباز در حین سقوطش است. (✗)

۶۳ ۳ وقتی جسم مماس بر سطح پرتاب می‌شود، تنها نیروی وارد بر آن نیروی اصطکاک جنبشی است. ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

مشخص است که چون جرم از طرفین رابطه حذف شده است، پس تأثیری در شتاب جسم در این سؤال ندارد. برای به دست آوردن مسافت لازم برای توقف، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2}{-2\mu_k g}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{v_0'}{v_0}\right)^2 \times \left(\frac{\mu_k}{\mu_k}\right) = (1/2)^2 \times 1/2$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = 0.125 \Rightarrow \Delta x' = 0.125 \Delta x$$

درصد تغییرات مسافت توقف جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \times 100 = \frac{0.125\Delta x - \Delta x}{\Delta x} \times 100 = \frac{-0.875\Delta x}{\Delta x} \times 100 = -87.5\%$$

بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط جسم تا لحظه توقف، ۸۷.۵ درصد کاهش می‌یابد.

۶۰ ۱ اندازه نیروی گرانشی بین دو ذره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

که در این رابطه، G ثابت گرانش عمومی است.

با قرار دادن یکاها (واحدها) در رابطه فوق، یکای G به دست می‌آید:

$$N = [G] \times \frac{\text{kg} \cdot \text{kg}}{\text{m}^2} \Rightarrow [G] = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

یکای نیرو طبق قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$[G] = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m}^2}{\frac{\text{kg} \times \text{kg}}{\text{kg}}} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

از رابطه کار، یکای کار (= یکای انرژی) چنین به دست می‌آید:

$$W = Fd \Rightarrow J = \text{N} \cdot \text{m}$$

$$[G] = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{kg}^2} = \frac{\text{N} \times \text{m} \times \text{m}}{\text{kg}^2} = \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{kg}^2}$$

پس داریم:

تنها گزینه‌ای که نمی‌تواند یکای ثابت گرانش عمومی باشد، گزینه (۱)،

یعنی $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.

۶۱ ۲ قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت از رابطه زیر

به دست می‌آید:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

در مورد این سؤال که تنها نیروی وارد بر گلوله وزن آن است (چون در شرایط خلأ هستیم، نیروی مقاومت هوا وجود ندارد)، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{g} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

پس بردار $\Delta \vec{p}$ همواره هم‌جهت با بردار وزن و رو به پایین است.

۶۲ ۲ اندازه سرعت چترباز از لحظه رها شدن تا لحظه باز شدن

چترش افزایش می‌یابد و پس از باز شدن چترش (به علت شتابی که در ابتدا رو به بالا می‌گیرد و حرکتش کندشونده می‌شود)، کاهش می‌یابد و در نتیجه نیروی

مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا این‌که نیروی مقاومت هوا و وزن هم‌اندازه شده و نیروهای وارد بر چترباز، متوازن می‌شوند. پس از این چترباز با تندی ثابتی

موسوم به تندی حدی به طرف پایین حرکت می‌کند.



بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف کره ماه، ۲۵ درصد بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف زمین است، بنابراین:

$$\frac{F_p}{F_1} = \frac{M_p}{M_1} \times \left(\frac{r_1}{r_p}\right)^2 \xrightarrow{F_p = 4F_1} \frac{4}{81} = \left(\frac{r_1}{r_p}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} 2 = 9 \times \left(\frac{r_1}{r_p}\right) \Rightarrow r_p = 4/5 r_1$$

فاصله مرکز کره ماه تا مرکز کره زمین برابر 374×10^6 m است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$r_1 + r_p = 374 \times 10^6 \xrightarrow{r_p = 4/5 r_1} 4/5 r_1 + r_1 = 374 \times 10^6$$

$$\Rightarrow 5/5 r_1 = 374 \times 10^6 \Rightarrow r_1 = \frac{374 \times 10^6}{5/5}$$

$$\Rightarrow r_1 = 68 \times 10^6 \text{ m} \xrightarrow{r_p = 4/5 r_1} r_p = 4/5 \times (68 \times 10^6)$$

$$\Rightarrow r_p = 30.6 \times 10^6 \text{ m} = 0.306 \times 10^9 \text{ m} = 0.306 \text{ Gm}$$

ابتدا تمام نیروهای واردشده بر جسم را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که جسم در حالت تعادل قرار دارد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F \\ F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow f_s = mg \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح از رابطه $f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N$ به دست می‌آید، بنابراین با کاهش اندازه F_N ، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی نیز کاهش می‌یابد.

(۲) نیروی واردشده از طرف سطح به جسم برابر با برآیند نیروهای عمودی سطح و نیروی اصطکاک است، یعنی:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

بنابراین با کاهش اندازه نیروی F_N ، نیروی واردشده از طرف سطح بر جسم نیز کاهش می‌یابد.

(۳) با توجه به این‌که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح، برابر با نیروی وزن جسم است، بنابراین با کاهش اندازه نیروی F_N و با توجه به ساکن ماندن جسم، هم‌چنان نیروی اصطکاک برابر mg بوده و ثابت می‌ماند.

(۴) اندازه نیروی عمودی سطح واردشده بر جسم (F_N)، برابر با اندازه نیروی F_N است، بنابراین با کاهش اندازه نیروی F_N ، نیروی عمودی سطح نیز کاهش می‌یابد.

در حالت اول و با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - T = ma \quad (1)$$

در حالت دوم که جسم رو به بالا حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 2T - mg = ma \quad (2)$$

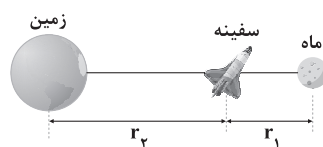
چون مقادیر ma در هر دو رابطه (۱) و (۲) برابرند، می‌توان سمت چپ هر دو رابطه را مساوی قرار داد، بنابراین:

$$mg - T = 2T - mg \Rightarrow 2mg = 3T \Rightarrow \frac{mg}{T} = \frac{3}{2}$$

تکانه برابر با حاصل ضرب سرعت جسم در جرم جسم است، پس هر جا تکانه صفر شود، یعنی سرعت صفر شده است، پس تنها در لحظه t_p سرعت صفر است.

شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ بیانگر جرم در شتاب است (ma)، که همان نیرو است، پس هر جا شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ صفر شود، نیرو صفر شده و در نتیجه شتاب صفر می‌شود که این اتفاق تنها در لحظه t_p اتفاق افتاده است.

ابتدا شکل ساده‌ای از وضعیت سفینه و کره زمین و کره ماه را رسم می‌کنیم:



اطلاعات مربوط به کره ماه را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به کره زمین را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم و داریم:

$$F = \frac{GM_{\text{کره}} m}{r^2} \Rightarrow \frac{F_p}{F_1} = \frac{M_p}{M_1} \times \left(\frac{r_1}{r_p}\right)^2$$

توجه داشته باشید که G و سفینه m در هر دو رابطه F_p و F_1 یکسان هستند، در نتیجه با هم ساده شده‌اند.



به کمک قانون دوم نیوتون در حالت افقی، مقدار نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_f - f_k = ma \Rightarrow 30 - f_k = \Delta m \Rightarrow f_k = 30 - \Delta m \quad (1)$$

جسم در راستای قائم، حرکتی ندارد، پس برابند نیروهای وارد شده بر جسم در راستای قائم صفر است، بنابراین:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + F_f = mg \Rightarrow F_N = mg - F_f \Rightarrow F_N = 10m - \Delta \quad (2)$$

طبق اطلاعات داده شده در سؤال، اندازه نیرویی که سطح به این جسم وارد می‌کند، برابر با ۲۵ N است، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 25 = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 25 = \sqrt{(10m - \Delta)^2 + (30 - \Delta m)^2}$$

$$\Rightarrow 625 = (10m - \Delta)^2 + (30 - \Delta m)^2$$

با حل معادله فوق، مقدار m برابر ۲ kg به دست می‌آید. البته توصیه می‌شود به جای حل معادله که بسیار وقتگیر است، مقادیر داده شده در گزینه‌ها را در این معادله امتحان کنید تا به گزینه‌ای که صدق می‌کند، برسید.

نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می‌کند در حالت اول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N_1 = m(g - a) = 3 \times (10 - 2) = 3 \times 8 = 24 \text{ N}$$

در حالت دوم اندازه نیروی مورد نظر ۱۲/۵ درصد افزایش یافته است، بنابراین خواهیم داشت:

$$N_2 = \frac{100 + 12/5}{100} N_1 = \frac{112/5}{100} N_1 = 1/125 \times 24 = 27 \text{ N}$$

بزرگی شتاب حرکت جسم در حالت دوم برابر است با:

$$N_2 = m(g - a) \Rightarrow 27 = 3 \times (10 - a) \Rightarrow 27 = 30 - 3a$$

$$\Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در نتیجه تغییرات بزرگی شتاب حرکت آسانسور نیز $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

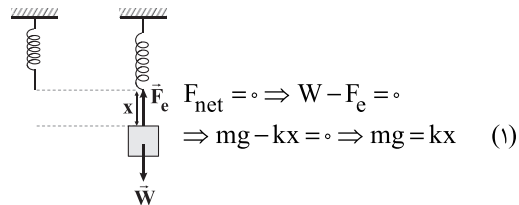
به کمک تغییرات تکانه توپ، اندازه نیروی خالص متوسط

وارد شده به جسم را در مدت زمان برخورد با زمین به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \times (3 - (-5))}{0.04} = \frac{3 \times 8}{0.04} \Rightarrow F_{\text{av}} = 600 \text{ N}$$

۶۸ | هنگامی که وزنه به فنر متصل به سقف، آویزان است، طول فنر

به اندازه X متر افزایش می‌یابد و چون فنر در حال تعادل است، هیچ شتابی ندارد، بنابراین:



در این حالت با نیرویی وزنه را به اندازه X' پایین کشیدیم، در نتیجه داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e' - mg = ma \Rightarrow k(x + x') - mg = ma$$

$$\xrightarrow{(1)} kx + kx' - kx = ma \Rightarrow kx' = ma \Rightarrow a = \frac{kx'}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{75 \times 4 \times 10^{-2}}{5} = 0.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۹ | با استفاده از رابطه تکانه، ابتدا معادله سرعت - زمان جسم را

محاسبه می‌کنیم:

$$p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{t^2 + t - 54}{1} \Rightarrow v = t^2 + t - 54$$

سرعت متحرک را با استفاده از رابطه انرژی جنبشی محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K=2J} 2 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از معادله سرعت - زمان، لحظه‌ای که سرعت متحرک، ۲ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است را

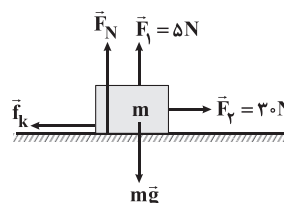
به دست می‌آوریم:

$$2 = t^2 + t - 54 \Rightarrow t^2 + t - 56 = 0 \Rightarrow (t - 7)(t + 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t - 7 = 0 \Rightarrow t = 7 \text{ s} & (\checkmark) \\ t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8 \text{ s} & (\times) \end{cases}$$

در نتیجه در لحظه $t = 7 \text{ s}$ ، انرژی جنبشی جسم برابر با ۲ J می‌شود.

۷۰ | نیروهای وارد شده بر جسم را رسم می‌کنیم:





$$\begin{cases} S_1 = \frac{v_0 + v}{2} \times \frac{t}{2} = \frac{v_0 + v}{2} \times \frac{t}{2} = \frac{v_0 t}{4} \\ S_2 = \frac{v \times t}{2} = \frac{v \times t}{2} = \frac{v t}{2} \end{cases}$$

طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

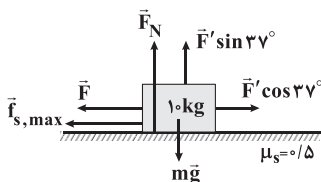
$$S_1 = S_2 + \Delta \Rightarrow \frac{v_0 t}{4} = \frac{v t}{2} + \Delta \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

بنابراین تندی اولیه پرتاب این جسم برابر است با: $v_0 = 2t = 2 \times 1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

فرض می‌کنیم جسم در آستانه حرکت به سمت راست است،

۴ ۷۴

بنابراین:

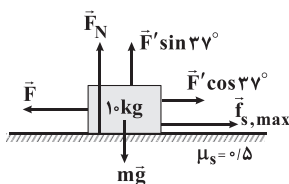


$$\begin{cases} F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F' \cos 37^\circ = F + f_{s, \text{max}} \Rightarrow F' \cos 37^\circ = F + \mu_s F_N \\ F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + F' \sin 37^\circ = mg \Rightarrow F_N = mg - F' \sin 37^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow F' \cos 37^\circ = F + \mu_s (mg - F' \sin 37^\circ)$$

$$\Rightarrow 1 \times 0.8 = F + 0.5(10 - 0.6) \Rightarrow 0.8 = F + 2 \Rightarrow F = 6 \text{ N}$$

این بار فرض می‌کنیم جسم در آستانه حرکت به سمت چپ است، بنابراین:



$$\begin{cases} F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F = F' \cos 37^\circ + f_{s, \text{max}} \\ F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + F' \sin 37^\circ = mg \Rightarrow F_N = mg - F' \sin 37^\circ \end{cases}$$

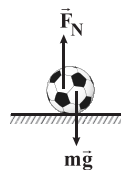
$$\Rightarrow F = F' \cos 37^\circ + \mu_s (mg - F' \sin 37^\circ)$$

$$\Rightarrow F = 1 \times 0.8 + 0.5(10 - 0.6) \Rightarrow F = 8 + 2 \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

در نتیجه با در نظر گرفتن این که جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار

بگیرد و یا به سمت چپ، هر دو گزینه (۱) و (۳) می‌توانند صحیح باشند.

در هنگام برخورد توپ با زمین، دو نیروی \vec{F}_N و $m\vec{g}$ به توپ وارد می‌شوند که برآیند آن‌ها (\vec{F}_{av}) به سمت بالا می‌باشد و داریم:



$$F_{av} = F_N - mg \Rightarrow 600 = F_N - 3 \times 10 = F_N - 30 \Rightarrow F_N = 630 \text{ N}$$

دقت کنید: توجه داشته باشید در بازه زمانی مورد نظر، توپ در حال تعادل

قرار ندارد و شما نمی‌توانید \vec{F}_N را برابر $m\vec{g}$ قرار دهید.

۳ ۷۳

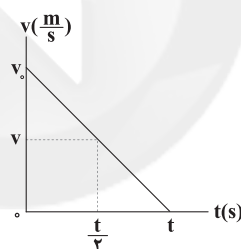
تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است،

بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جسم با تندی اولیه v_0 پرتاب شده و پس از مدت زمان t متوقف می‌شود،

بنابراین نمودار سرعت - زمان حرکت این جسم به صورت زیر است:



تندی متحرک در لحظه $t = 0$ برابر است با:

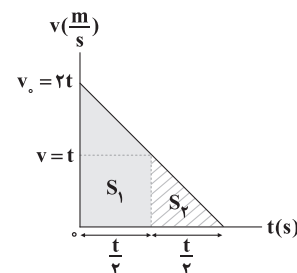
$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} -v_0 = at \Rightarrow -v_0 = -2t \Rightarrow v_0 = 2t$$

با توجه به این که سرعت متحرک در لحظه t برابر صفر است و با توجه به مفهوم

شتاب، سرعت آن $\frac{t}{2}$ ثانیه قبل از لحظه توقف برابر است با:

$$v = |a| \times \frac{t}{2} \xrightarrow{|a|=2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} v = 2 \times \frac{t}{2} = t$$

مساحت زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، پس:





با توجه به این که هر دو ماهواره در مسیری دایره‌ای شکل در حال گردش هستند، داریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{F_{\text{net}} = F_{\text{گرانشی}} = \frac{GmM_e}{r^2}} \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

با جایگذاری مقدار $r_1 = 2R_e$ در رابطه فوق می‌توان نوشت:

$$r_2 = 4r_1 \xrightarrow{r_1 = R_e + R_e} 4(2R_e) = 8R_e$$

$$\Rightarrow r_2 = R_e + h_2 \xrightarrow{r_2 = 8R_e} 8R_e = R_e + h_2 \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$\Rightarrow 7R_e = h_2 \Rightarrow R_e = \frac{1}{7}h_2$$

۷۷ می‌دانیم دوره گردش دو ماهواره، مستقل از جرم آن‌هاست و برای مقایسه دوره دو ماهواره، با توجه به رابطه دوره گردش داریم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \frac{v_2}{v_1}$$

با توجه به این که هر دو ماهواره در مسیر دایره‌ای شکل در حال گردش هستند، داریم:

$$F_{\text{net}} = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{F_{\text{net}} = F_{\text{گرانشی}} = \frac{GmM_e}{r^2}} \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \quad (*)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{(*)} \frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

ماهواره اول، در ارتفاعی معادل شعاع زمین و ماهواره دوم در ارتفاعی معادل ۳ برابر شعاع زمین قرار دارد، بنابراین:

$$r_1 = h_1 + R_e \xrightarrow{h_1 = R_e} r_1 = R_e + R_e = 2R_e$$

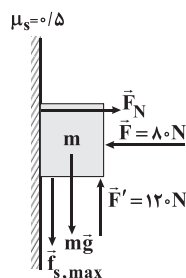
$$r_2 = h_2 + R_e \xrightarrow{h_2 = 3R_e} r_2 = 3R_e + R_e = 4R_e$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3} \xrightarrow{r_1 = 2R_e, r_2 = 4R_e} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{2R_e}{4R_e}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}}{8} = \frac{2\sqrt{2}}{8}$$

۷۵ با فرض این که جسم در آستانه حرکت رو به بالا باشد، خواهیم داشت:



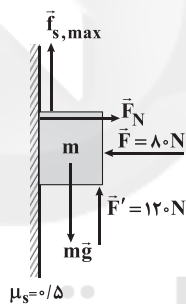
$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 80 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F' = mg + f_{s,\text{max}} \Rightarrow 120 = mg + (0.5 \times 80)$$

$$\Rightarrow 120 = mg + 40 \Rightarrow mg = 80 \xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} m_{\text{min}} = \frac{80}{10} = 8 \text{ kg}$$

m باید حداقل ۸ kg باشد.

با فرض این که جسم در آستانه حرکت رو به پایین باشد نیز می‌توان نوشت:



$$mg = F' + f_{s,\text{max}}$$

$$\Rightarrow mg = 120 + (0.5 \times 80)$$

$$\Rightarrow mg = 120 + 40 = 160 \xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} m = \frac{160}{10} = 16 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_{\text{max}} = 16 \text{ kg}$$

بنابراین به ازای هر جرم $8 \leq m \leq 16 \text{ kg}$ جسم روی دیوار ثابت می‌ماند.

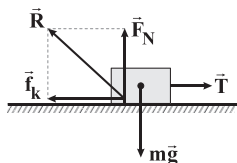
۷۶ با توجه به برابر بودن تکانه دو ماهواره با یکدیگر، می‌توان نوشت:

$$r_1 = R_e + h_1 = R_e + R_e = 2R_e, p_1 = p_2$$

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \xrightarrow{m_2 = 2m, m_1 = m} m v_1 = 2m v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1$$



۸۰ | ۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس شتاب حرکت آن صفر است، بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a=0} F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T - f_k = 0$$

$$\Rightarrow T = f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} T = \mu_k mg$$

$$\xrightarrow{\substack{m=5\text{kg} \\ \mu_k=0.5}} T = 0.5 \times 5 \times 10 = 25\text{N} \Rightarrow f_k = 25\text{N}$$

اندازه نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (\vec{R}) برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{F_N = mg} \sqrt{f_k^2 + (mg)^2} = \sqrt{25^2 + 50^2} = 25\sqrt{5}\text{N}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{T}{R} = \frac{25}{25\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{T}{R} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۸۱ | ۳ در نمودار P-T، خط گذرنده از مبدأ مختصات، نشان دهنده

فرایند هم‌حجم است. از آن‌جا که خط گذرنده از نقاط a و d از مبدأ مختصات می‌گذرد، حجم گاز در نقطه a با حجم گاز در نقطه b برابر بوده و کار در کل مسیر برابر صفر است. همچنین از نقطه a تا نقطه d دما افزایش یافته، پس ΔU نیز افزایش یافته و مثبت است. حال بنابر قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} Q = \Delta U \xrightarrow{\Delta U > 0} Q > 0$$

از آن‌جا که Q مثبت است، یعنی گاز گرما گرفته است، بنابراین Q سؤال که گرمای گرفته شده از گاز است، منفی خواهد بود.

۸۲ | ۱ می‌دانیم مساحت سطح زیر نمودار P-V بیان‌کننده قدرمطلق

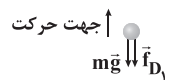
کار انجام شده توسط گاز است. با توجه به شکل باید در ابتدا مقدار تقریبی برای مساحت زیر نمودار ($|W|$) به دست آوریم. با وصل کردن نقطه A به نقطه B دوزنقهای قائم‌الزاویه به دست می‌آید که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{(3+12) \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{2} = 2250\text{J}$$

از آن‌جا که گاز منقبض شده است، پس داریم:

شتاب بالا رفتن گلوله را با استفاده از قانون دوم نیوتون

محاسبه می‌کنیم:

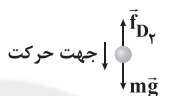


$$\Rightarrow F_{\text{net}1} = ma_1 \Rightarrow -mg - f_{D1} = ma_1$$

$$\xrightarrow{f_{D1} = \frac{25}{100}mg} -mg - \frac{25}{100}mg = ma_1 \Rightarrow -\frac{5}{4}mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}g$$

شتاب پایین آمدن (سقوط) گلوله را نیز با استفاده از قانون دوم نیوتون تعیین می‌کنیم:



$$\Rightarrow F_{\text{net}2} = ma_2 \Rightarrow mg - f_{D2} = ma_2$$

$$\xrightarrow{f_{D2} = \frac{20}{100}mg} mg - \frac{20}{100}mg = ma_2 \Rightarrow \frac{4}{5}mg = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{4}{5}g$$

جابه‌جایی گلوله در مسیر رفت و برگشت یکسان است، بنابراین:

$$|\Delta y_1| = |\Delta y_2| \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \Rightarrow \frac{5}{4} t_1^2 = \frac{4}{5} t_2^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{5}$$

۷۹ | ۱ با استفاده از رابطه $T = \frac{t}{n}$ ، دوره حرکت متحرک را

محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}\text{s}$$

حال با استفاده از رابطه $v = \frac{2\pi r}{T}$ ، سرعت حرکت متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{\substack{T = \frac{1}{2}\text{s} \\ r = \frac{d}{2} = 5\text{m}}} v = \frac{2\pi \times 5}{\frac{1}{2}} = 20\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه $F = \frac{mv^2}{r}$ ، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک را

محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{2/5 \times (20\pi)^2}{5} = \frac{2/5 (400\pi^2)}{5} = 200\pi^2$$

$$\Rightarrow F = 200\pi^2 (\text{N})$$



۳ ۸۵ فرایند bc یک فرایند هم‌دما است، بنابراین:

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \xrightarrow{W < 0} Q > 0$$

در فرایند ab که هم‌حجم است، داریم:

$$\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$$

در این فرایند، فشار گاز افزایش یافته است، بنابراین دمای گاز نیز افزایش یافته

است، در نتیجه:

$$\Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W = 0} \Delta U = Q \xrightarrow{\Delta U > 0} Q > 0$$

در فرایند da که بی‌دررو است، داریم:

$$Q = 0$$

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q = 0} \Delta U = W \xrightarrow{W > 0} \Delta U > 0$$

ΔU	W	Q	کمیت فرآیند
صفر	منفی	مثبت	bc
مثبت	صفر	مثبت	ab
مثبت	مثبت	صفر	da

۱ ۸۶ با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \quad \eta = \frac{37}{50} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{Q_H} = \frac{2}{5} \Rightarrow Q_H = 62.5 \text{ J}$$

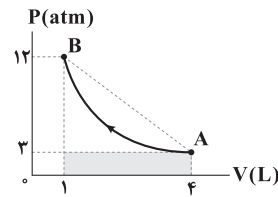
بنابراین:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 62.5 = |W| + 25 \Rightarrow |W| = 37.5 \text{ J}$$

این ماشین در هر ثانیه، چهار چرخه کامل را طی می‌کند، پس یک چرخه را

در $\frac{1}{4}$ ثانیه طی می‌کند. در نتیجه با استفاده از رابطه توان داریم:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{37.5}{\frac{1}{4}} = 150 \text{ W}$$



پس W نهایتاً می‌تواند ۲۲۵ J شود. هم‌چنین مقدار W باید از مساحت

مستطیل زیر نمودار بیشتر باشد چرا که مساحت زیر نمودار نمی‌تواند از آن

کم‌تر باشد، پس داریم:

$$S_{\text{مستطیل}} = 3 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5 = 900$$

پس کار انجام‌شده در محدوده ۹۰۰ و ۲۲۵ J است.

با توجه به قانون اول ترمودینامیک و این‌که فرایند، هم‌دما است، داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = -W$$

از آن‌جا که W در محدوده ۹۰۰ J و ۲۲۵ J است، Q نیز در

محدوده ۹۰۰ J و ۲۲۵ J است.

۳ ۸۳ فرایندهای ab، bc و ca به ترتیب هم‌دما، هم‌حجم و

بی‌دررو هستند. به یاد داشته باشید که بین دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو،

فرایندی بی‌دررو است که شیب بیشتری دارد، یعنی ca. هم‌چنین طی

فرایند ab، حجم گاز افزایش می‌یابد (رد گزینه‌های (۲) و (۴)). فرایند bc یک

فرایند هم‌حجم است که طی آن دما کاهش می‌یابد. (رد گزینه (۱))

۴ ۸۴ در یک چرخه ترمودینامیکی، تغییرات انرژی درونی گاز برابر

صفر است ($\Delta U = 0$)، پس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q + W = 0 \Rightarrow W = -Q$$

گاز در این چرخه ۲۵۰ ژول گرما از دست می‌دهد، یعنی:

$$Q = -250 \text{ J}$$

بنابراین $W = 250 \text{ J}$ خواهد بود. در چرخه‌های پادساعتگرد در صفحه P-V

کار انجام‌شده روی دستگاه، مثبت است.

اندازه کار انجام‌شده در چرخه برابر با مساحت سطح داخل چرخه در

صفحه P-V است.

$$S = |W| \Rightarrow S = 250 \Rightarrow \frac{1 \times 10^{-3} \times (P_f - 1) \times 10^5}{2} = 250$$

$$\Rightarrow (P_f - 1) \times 100 = 500 \Rightarrow P_f - 1 = 5 \Rightarrow P_f = 6 \text{ atm}$$



حال می‌دانیم مقدار مول اضافه‌شده به ظرف معادل اختلاف تعداد مول گاز در حالت دوم و تعداد مول گاز در حالت اول است، بنابراین:

$$n_{\text{اضافه شده}} = n_2 - n_1 = \frac{P_2 V_2}{R_2 T_2} - \frac{P_1 V_1}{R_1 T_1}$$

$$= \frac{7/2 \times 10^5 \times 20 \times 10^{-3}}{8 \times 240} - \frac{4 \times 10^5 \times 20 \times 10^{-3}}{8 \times 200}$$

$$\Rightarrow n_{\text{اضافه شده}} = 7/5 - 5 = 2/5 \text{ mol}$$

دقت کنید: دمای گاز در حالت اول و دوم باید برحسب کلونین باشد.

حال جرم $2/5 \text{ mol}$ هلیوم را با توجه به جرم مولی آن محاسبه می‌کنیم:

$$m = n \times M = 2/5 \times 4 = 1.6 \text{ g}$$

۹۰ بررسی گزینه‌ها:

(۱) هنگامی که پیستون در بالاترین وضعیت خود قرار دارد، شمع جرقه می‌زند. (×)

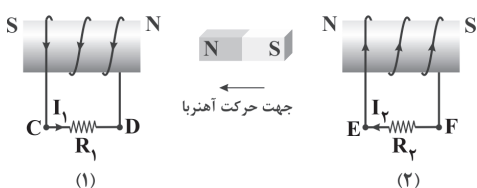
(۲) مراحل ضربه تراکم و ضربه قدرت، بی‌دررو و مراحل آتش گرفتن و تخلیه، هم‌حجم هستند. (✓)

(۳) در مرحله تخلیه، فشار گاز داخل سیلندر با فشار جو یکسان است. (×)

(۴) محصولات احتراق در مراحل تخلیه و ضربه خروج گاز از دریچه خارج می‌شوند. (×)

۹۱ ابتدا به کمک قاعده دست راست، قطب‌های مغناطیسی

سیملوله سمت چپ را مشخص می‌کنیم:



بنابراین سیملوله (۱) در حال دفع کردن آهنربا است، بنابراین حتماً آهنربا به سیملوله (۱) نزدیک شده است که سیملوله (۱) با نزدیک شدن آن مخالفت می‌کند.

از طرف دیگر آهنربا در حال دور شدن از سیملوله (۲) می‌باشد، بنابراین سمت چپ سیملوله (۲) قطب N می‌شود تا آهنربا را جذب کند. با استفاده از قاعده دست راست، جهت جریان القایی در سیملوله (۲) را مشخص می‌کنیم، بنابراین جریان در مقاومت R_2 از F به E عبور می‌کند.

با توجه به شکل و از آن جا که شیب نمودار فرایند بی‌دررو بیشتر از شیب نمودار فرایند هم‌دما باشد، پس ab فرایند هم‌دما و bc فرایند بی‌دررو است.

تغییرات انرژی درونی یک چرخه همواره برابر صفر است، پس برای این چرخه می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca}$$

$$\frac{\Delta U_{ab} = 0}{Q_{bc} = 0} \rightarrow W_{bc} + Q_{ca} + W_{ca} = 0$$

$$Q_{ca} = -3000 \text{ J} \rightarrow W_{bc} + W_{ca} = 3000 \text{ J}$$

کار انجام‌شده روی گاز در فرایند هم‌فشار ca را می‌توان از روی نمودار محاسبه کرد:

$$W_{ca} = -P\Delta V = -3 \times 10^5 \times (2-6) \times 10^{-3} = 1200 \text{ J}$$

$$W_{bc} + W_{ca} = 3000 \text{ J}$$

بنابراین:

$$\frac{W_{ca} = 1200 \text{ J}}{\rightarrow} W_{bc} + 1200 = 3000 \Rightarrow W_{bc} = 1800 \text{ J}$$

فقط عبارت «ج» درست است. ۱ ۸۸

تغییرات انرژی درونی گاز در یک چرخه برابر صفر است.

از طرفی در چرخه‌های پادساعتگرد در صفحه $P-V$ ، کار انجام‌شده روی دستگاه (گاز)، مثبت است.

$$\Delta U_{\text{کل}} = W_{\text{کل}} + Q_{\text{کل}} \xrightarrow{\Delta U_{\text{کل}} = 0} Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}} \xrightarrow{W_{\text{کل}} > 0} Q_{\text{کل}} < 0$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف)

$$\begin{cases} \Delta U_{cd} = Q_{cd} + W_{cd} \Rightarrow \Delta U_{cd} = W_{cd} \\ \Delta V_{cd} < 0 \Rightarrow W_{cd} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{cd} > 0 \Rightarrow U_d - U_c > 0 \Rightarrow U_d > U_c$$

(ب) $W_{ab} = 0$ ، اما ΔU_{bc} و ΔU_{da} برابر صفر نیستند.

دقت کنید: نمودار $P-V$ یک فرایند هم‌دما از مبدأ نمودار $P-V$ نمی‌گذرد.

(د) نتیجه هم‌دما در نظر گرفتن فرایندهای da و bc می‌باشد که اشتباه است.

۳ ۸۹ می‌دانیم ابتدا باید در این سؤال مقدار مول اضافه‌شده به ظرف

را محاسبه کنیم. برای این گاز داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$



مقدار جریان در لحظه $t = \frac{1}{3}$ s را حساب می‌کنیم:

$$I = 0.05 \sin \frac{5\pi}{3} = 0.05 \sin \frac{\pi}{6} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ A}$$

در این صورت انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 6 / 25 \times 10^{-4} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ J}$$

تنها عبارت «ب» نادرست است. **۲ ۹۵**

اگر جریان عبوری از سیم‌لوله‌ای نصف شود، انرژی ذخیره‌شده در آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

$$\frac{I_2 = \frac{1}{2} I_1}{U_1} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

با توجه به رابطه نیرو محرکه القایی متوسط $\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ **۲ ۹۶**

در رسم نمودارهای $\varepsilon - t$ و $\Phi - t$ حواستان باشد که ε و تغییرات شار، هم‌علامت نیستند.

نیرو محرکه مثبت باشد، تغییرات شار، منفی خواهد بود و هر چه مقدار نیرو محرکه بیشتر باشد، تغییرات شار نیز بیشتر خواهد بود. در این صورت گزینه (۲) نمودار $\Phi - t$ مورد نظر است.

ولتاژ دو سر مقاومت برابر است با: **۲ ۹۷**

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{300}{900} = \frac{V_2}{15} \Rightarrow V_2 = 5 \text{ V}$$

بنابراین بیشینه توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{V_{\max}^2}{R} = \frac{5^2}{2/5} = 10 \text{ W}$$

زاویه بین نیم‌خط عمود بر حلقه با جهت خطوط میدان **۴ ۹۸**

مغناطیسی است، پس داریم:

$$\theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \theta_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

با توجه به رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ داریم:

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow A_1 B_1 \cos \theta_1 = A_2 B_2 \cos \theta_2$$

$$\frac{A_1 = A_2}{B_1} \rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

در هنگام ورود به میدان مغناطیسی که مدت زمان **۳ ۹۲**

نیاز دارد، شار مغناطیسی عبوری از قاب در حال

افزایش بوده و با توجه به قانون لنز، جهت جریان القایی در قاب، پادساعتگرد

(منفی) است. از سوی دیگر مقدار این جریان القایی برابر است با:

$$|\bar{I}| = \left| -\frac{N B \Delta x \cos \theta}{R \Delta t} \right|$$

$$|\bar{I}| = \left| \frac{10 \times 2 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^{-2}}{10} \times \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = 12 \times 10^{-6} \text{ A} = 0.012 \text{ mA}$$

با ورود کامل قاب به داخل میدان تا زمانی که ضلع سمت راست آن به انتهای

میدان مغناطیسی می‌رسد، یعنی به مدت زمان 5 ms ، تغییرات شار

مغناطیسی عبوری از قاب صفر بوده و جریان القایی نیز صفر است، بنابراین:

$$\Delta t = \frac{0.1}{1} = 0.1 \text{ s} = 100 \text{ ms}$$

جاهه جایی ضلع سمت راست.

تنها نمودار ترسیم شده در گزینه (۳) می‌تواند صحیح باشد.

دقت کنید: در مرحله خروج قاب از میدان، شار عبوری در حال کاهش و

جریان القایی ساعتگرد (مثبت) است.

در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 4 \text{ s}$ شیب نمودار، ثابت است، **۱ ۹۳**

پس نیروی محرکه القایی متوسط و لحظه‌ای با هم برابر هستند.

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = \left| -1 \times \frac{0-3}{3} \right| = 1 \text{ V}$$

ابتدا دوره تناوب را حساب می‌کنیم: **۴ ۹۴**

$$\frac{3T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

اکنون معادله جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = 0.05 \sin \frac{2\pi}{0.4} t = 0.05 \sin 5\pi t$$



با توجه به اطلاعات سؤال و رابطه ضرب القابری داریم:

$$\begin{cases} \ell_A = \frac{1}{2} \ell_B \\ N_A = 2N_B \\ A_A = A_B \\ L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) = \left(\frac{2N_B}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_B}{\frac{1}{2}\ell_B}\right) = 2^2 \times 2 = 18$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 = 18 \times \left(\frac{I_A}{2I_A}\right)^2 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

تغییرات مساحت حلقه برابر است با:

$$A = \pi R^2 = \pi \times (0.1)^2 = 0.01 \pi \text{ m}^2$$

$$|\Delta A| = \frac{2}{100} A = \frac{2}{100} \times 0.01 \pi = 0.002 \pi \text{ m}^2$$

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = B \frac{\Delta A}{\Delta t} = 0.02 \times \frac{0.002 \pi}{0.01} = 0.004 \pi \text{ V}$$

با کشیدن حلقه، مساحت آن کم می‌شود و شار مغناطیسی گذرنده از آن کاهش

می‌یابد. مطابق با قانون لنز، جریانی در حلقه القا می‌شود تا میدان مغناطیسی

ناشی از آن با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین جهت جریان میدان

مغناطیسی القایی در حلقه باید درونسو باشد، پس طبق قاعده دست راست،

جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد می‌باشد.



شیمی

۱۰۶ ۱

فقط عبارت سوم درست است.

در سلول گالوانی استاندارد هیدروژن - مس، نیم‌سلول‌های هیدروژن و مس به ترتیب آند و کاتد هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- جرم تیغه موجود در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، تغییر نمی‌کند.
- از این سلول می‌توان برای اندازه‌گیری پتانسیل الکترودی استاندارد مس به طور نسبی و در مقایسه با پتانسیل الکترودی سلول استاندارد هیدروژن استفاده کرد.
- کاتیون‌های H^+ با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول استاندارد مس (کاتد) حرکت می‌کنند.

۱۰۷ ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

{ قطب منفی) آند: آهن
{ قطب مثبت) کاتد: نقره
سلول آهن - نقره

{ منفی) آند: منیزیم
{ مثبت) کاتد: آهن
سلول منیزیم - آهن

بررسی عبارت‌هاک:

- قطب الکترود Fe از منفی به مثبت تغییر می‌یابد.
- در حالت اول E° سلول برابر است با: $emf = 0.80 - (-0.44) = 1.24$
- در حالت دوم E° سلول برابر است با: $emf = (-0.44) - (-2.37) = 1.93$
- $\frac{1.93 - 1.24}{1.24} > 0.5$
- جرم تیغه آهن در سلول اولیه، کاهش ولی در سلول جدید افزایش می‌یابد.
- در سلول اولیه جهت جریان الکترون از سمت آهن به سمت نقره ولی در سلول جدید از سمت منیزیم به سمت آهن است.

۱۰۸ ۳

تنها با قراردادن تیغه‌های فلزی آهن و روی در محلول

مس (II) نینترات یک واکنش شیمیایی انجام می‌شود.

• از آن‌جا که روی کاهنده‌تر از آهن است، دمای ظرف شامل تیغه روی افزایش بیشتری می‌یابد.

۱۰۹ ۲

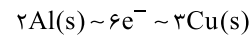
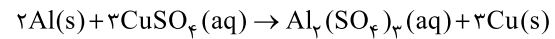
ولتاژی که ولت‌سنج سلول گالوانی نشان می‌دهد، اختلاف

پتانسیل میان دو نیم‌سلول بوده که به مرور کاهش می‌یابد تا به صفر برسد.

۱۰۱ ۱

در جدول پتانسیل کاهش استاندارد، علامت E° فلزهایی کهقدرت کاهندگی بیشتر از H_2 دارند، منفی است.

۱۰۲ ۴

با مصرف ۲ مول آلومینیم ($2 \times 27g Al$) و مبادله ۶ مولالکترون ($6 \times 6/0.2 \times 10^{23} e^-$)، ۳ مول فلز مس ($3 \times 64g Cu$) تولید شدهو $138 = (2 \times 27) - (3 \times 64)$ گرم بر جرم تیغه افزوده می‌شود.

افزایش جرم تیغه شمار الکترون‌ها

$$\left[\begin{array}{l} 138g \\ x \end{array} \right] \Rightarrow x = 0.345g$$

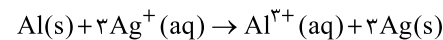
۱۰۳ ۲

فقط عبارت (ب) درست است.

مطابق داده‌های سؤال، قدرت کاهندگی فلزها به صورت $Hg < Sn < Mn$ است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- (آ) اتم‌های هیچ فلزی کاهش نمی‌یابند.
- (پ) الکترون‌ها از دیواره متخلخل عبور نمی‌کنند.
- (ت) اتم‌های فلزی کاهنده هستند، نه اکسند!!
- ۱۰۴ ۱ در سلول گالوانی آلومینیم - نقره، جرم تیغه آلومینیم (آند)
- کاهش و جرم تیغه نقره (کاتد) افزایش می‌یابد.



$$\frac{x g Al}{1 \times 27} = \frac{5/4 Ag}{3 \times 108} \Rightarrow x = 0.45 g Al$$

$$Al \text{ درصد کاهش جرم تیغه} = \frac{0.45g}{5/4g} \times 100 = 18/33$$

۱۰۵ ۳

در سلول گالوانی $Ag-Au$ ، الکترود نقره، آند و الکترود طلا،

کاتد است.

$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 1.50 - 0.80 = 0.70V$$

$$E_{\text{سلول}} = 0.70 - \frac{0.059}{3} \log \frac{0.2}{0.4}$$

$$E_{\text{سلول}} = 0.70 - (0.02 \times (-0.3)) = 0.706V$$



۱۱۰ بررسی عبارت‌ها: ۲

(آ) فلز D با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد زیرا E° مربوط به کاتیون D بزرگ‌تر از E° مربوط به یون H^{+} (صفر) است.

(ب) فلز A با محلول کاتیون D واکنش می‌دهد، زیرا فلز A کاهنده‌تر از فلز D است. بنابراین ظرف A برای نگهداری محلول کاتیون D مناسب نیست.

(پ) در سلول گالوانی حاصل از A و B، الکتروود A، آند و الکتروود B کاتد است. بنابراین کاتیون‌های A به سمت کاتد (الکتروود B) حرکت می‌کنند.

(ت) با توجه به این‌که از موقعیت D در سری الکتروشیمیایی اطلاعی نداریم، درستی این عبارت بدیهی است.

۱۱۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

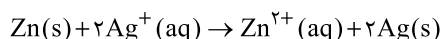
• فلز آهن با محلول نیکل (II) به طور طبیعی واکنش می‌دهد زیرا آهن کاهنده‌تر از نیکل است.

• فلز Cd با محلول سرب (II) به طور طبیعی واکنش می‌دهد. زیرا Cd کاهنده‌تر از Pb است. در چنین واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، فرآورده‌ها سطح انرژی پایین‌تری در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها دارند.

• مقایسه میان قدرت اکسندگی گونه‌ها به صورت $Pb^{2+} > Ni^{2+} > Cd^{2+} > Fe^{2+}$ است.

• حداکثر می‌توان ۶ نوع سلول گالوانی ساخت و بیشترین emf متعلق به سلولی است که الکترودهای آن بیشترین فاصله را از هم دارند.

۱۱۲ در سلول گالوانی روی - نقره که الکترودهای روی و نقره به ترتیب آند و کاتد هستند با گذشت زمان غلظت یون‌های Zn^{2+} و Ag^{+} به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند (حذف گزینه‌های ۱ و ۴). از طرفی تغییرات غلظت یون Ag^{+} ، دو برابر تغییرات غلظت یون Zn^{2+} است.



۱۱۳ فقط مورد اول در عمل هیچ‌گاه رخ نمی‌دهد.

زیرا برای ادامه واکنش اکسایش - کاهش، محلول‌های موجود در هر دو ظرف باید از نظر بار الکتریکی خنثی بمانند.

۱۱۴ فلئوئور اکسندترین عنصر جدول دوره‌ای است که در گروه ۱۷

و دوره دوم جدول تناوبی جای دارد.

۱۱۵ ۳ لیتیم در میان فلزها، کم‌ترین چگالی و E° را دارد.

۱۱۶ بررسی عبارت‌ها: ۲ نادرست:

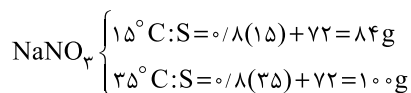
(ب) در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۴ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود. (پ) اگر محلول سیرشده‌ای از لیتیم سولفات را به اندازه کافی گرم کنیم، مقداری از حل‌شونده آن ته‌نشین می‌شود.

۱۱۷ ۳ شکل‌های مربوط به مولکول‌های H_2O و HCl نادرست

نشان داده شده‌اند. زیرا در هر کدام از این مولکول‌ها، اتم‌های H، که سر مثبت مولکول را تشکیل می‌دهند باید به سمت صفحه با بار منفی میدان الکتریکی جهت‌گیری کنند.

۱۱۸ ۳ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:



به ازای ۱۰۰ گرم آب، جرم محلول سیرشده $NaNO_3$ در دماهای $35^{\circ}C$ و $15^{\circ}C$ به ترتیب برابر ۲۰۰ و ۱۸۴ گرم است، تفاوت جرم این دو محلول همان رسوب تولیدشده بر اثر کاهش دما است:

$$\frac{(200 - 184)g}{200g} \times 100 = 8\%$$

• در دمای ثابت نمی‌توان محلول فراسیر شده ساخت.

• در دمای $60^{\circ}C$ ، انحلال‌پذیری KCl برابر است با:

$$S = 0/2(60) + 27 = 45g$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{45}{(100 + 45)} \times 100 \approx 31\%$$

• در تمامی دماها انحلال‌پذیری $NaNO_3$ بیشتر از KCl است. زیرا هم شیب و هم عرض از مبدأ معادله مربوط به $NaNO_3$ بیشتر از معادله KCl است.

۱۱۹ ۴

$$S = a\theta + b$$

$$\begin{cases} \theta_1 = 20^{\circ}C, S_1 = 99g \\ \theta_2 = 45^{\circ}C, S_2 = 129g \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{129 - 99}{45 - 20} = \frac{30}{25} = 1/2$$

یکی از نقاط بالا را استفاده کرده و معادله خط را پیدا می‌کنیم:

$$S - 99 = 1/2(\theta - 20) \Rightarrow S = 1/2\theta - 24 + 99 = 1/2\theta + 75$$



بررسی گزینه‌ها: ۱ ۱۲۶

$$۱) \text{ پلی استیرن } (C_8H_8)_n : \frac{\Delta}{\lambda} = ۱$$

$$۲) \text{ تفلون } (C_2F_4)_n : \frac{\Delta}{\lambda} = ۰/۵$$

$$۳) \text{ پلی سیانواتن } (C_3H_3N)_n : \frac{\Delta}{\lambda} = ۰/۷۵$$

$$۴) \text{ پلی وینیل کلرید } (C_2H_3Cl)_n : \frac{\Delta}{\lambda} = ۰/۵$$

۴ ۱۲۷ به جز عبارت سوم، سایر عبارات درست هستند.

پلی اتن، جامدی سفیدرنگ است.

۲ ۱۲۸ عبارات اول و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارات نادرست:

• نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در مولکول ساده‌ترین

آمید ($HCONH_2$) برابر با $1/5 = \frac{6}{4}$ است.

• به عنوان نمونه پلی پروپین یک هیدروکربن سیرشده بوده و واکنش پذیری آن ناچیز است، در حالی که مونومر آن (پروپین)، هیدروکربنی سیرنشده است و واکنش پذیری زیادی دارد.

۳ ۱۲۹ به جز عبارت نخست، سایر عبارات درست هستند.

بررسی عبارات:

• فرمول این ترکیب، $C_4H_8O_4$ و فرمول ساده‌ترین دی‌اسید $C_4H_4O_4$ بوده و در نتیجه جرم مولی آن نمی‌تواند دو برابر جرم مولی ساده‌ترین دی‌اسید باشد.

• ترکیب داده‌شده ($C_6H_8O_4$) همانند اتیل استات ($CH_3COOC_2H_5$) دارای ۸ اتم هیدروژن است.

• ترکیب داده‌شده ($C_6H_8O_4$) همانند اسید سازنده استر موجود در آناناس (اتیل بوتانات) که بوتانوئیک اسید ($C_4H_8O_2$) می‌باشد، دارای ۴ اتم کربن است.

• این ترکیب دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل و هیدروکسیل بوده و می‌توان از آن برای تولید پلی‌استر استفاده کرد.

۳ ۱۳۰ الکل مورد نظر همان $C_5H_{11}OH$ و اسید مورد نظر

نیز $HCOOH$ است. بنابراین ترکیب آلی A یک استر ۶ کربنی با فرمول $C_6H_{12}O_2$ است.

$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{6(4) + 12(1) + 2(2)}{2} = ۲۰$$

$$۴ = 2 \times 2 = 4 \text{ (تعداد اتم‌های اکسیژن)} : ۲ \text{ شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}$$

نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{20}{4} = ۵$

در دمای $30^\circ C$ حداکثر می‌توان $111 = 75 + 1/2(30) = 111$ گرم از ترکیب A را در $100g$ آب حل کرد و محلولی به جرم $211g$ تهیه کرد.

جرم حل‌شونده جرم محلول

$$\begin{bmatrix} 211 & 111 \\ 527/5 & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 277/5 g$$

۳ ۱۳۰ به جز عبارت سوم، سایر عبارات درست هستند.

برخلاف آب، ساختار یخ منظم است.

۲ ۱۳۱ عبارات اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارات نادرست:

• مولکول‌های O_2 و N_2 هر دو ناقطبی هستند و جرم مولی O_2 بیشتر از N_2 است. بیشتر بودن جرم O_2 در مقایسه با N_2 باعث می‌شود که نیروهای بین مولکولی O_2 به نسبت قوی‌تر بوده و راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

• خیار در آب شور به طور خودبه‌خودی چروکیده می‌شود و نمونه‌ای از فرایند اسمز است.

۲ ۱۳۲ عبارات اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارات نادرست:

• قطبیت مولکول C بیشتر از مولکول H_2O است، زیرا گشتاور دوقطبی بزرگ‌تری دارد.

• B نمی‌تواند اتانول باشد، زیرا نقطه جوش اتانول مایع بالاتر از $273K$ است.

۳ ۱۳۳

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{جگالی محلول (درصد جرمی)}}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow 4/5 = \frac{10 \times a \times 1/2}{100}$$

$$\Rightarrow a = 37/5$$

محلول $37/5\%$ جرمی یعنی این‌که به ازای $100g$ محلول، $37/5$ گرم حل‌شونده و $62/5$ گرم آب داریم:

$$?g KNO_3 = 100g H_2O \times \frac{37/5g KNO_3}{62/5g H_2O} = 60g KNO_3$$

۴ ۱۳۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۱ ۱۳۵ با استفاده از روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن می‌توان

ترکیب‌های آلی فرار را از آب آلوده جدا کرد.


۱۳۵ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در ساختار ویتامین C، یک گروه عاملی استری و چهار گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

(۲) ویتامین A در مجموع یک مولکول ناقطبی بوده و نیروی جاذبه میان مولکول‌های آن نمی‌تواند به طور عمده از نوع پیوند هیدروژنی باشد.

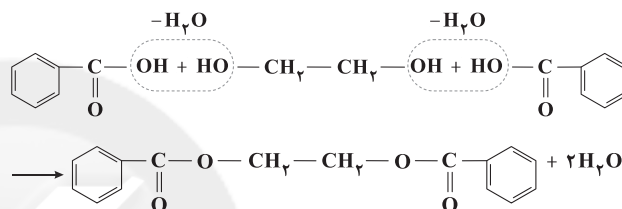
(۳) در ساختار ویتامین K یک حلقه بنزنی و دو گروه عاملی کتونی وجود دارد.

۱۳۱ بررسی عبارت‌های نادرست:

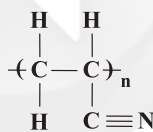
(ب) جرم مولی متیل آمین (CH_3NH_2)، سیانواتن ($\text{C}_2\text{H}_3\text{N}$) و اتین (C_2H_2) به ترتیب برابر با ۳۱، ۵۳ و ۲۶ گرم بر مول است.

(پ) پلیمرهای طبیعی مانند شاخ گوزن و پشم گوسفند از ۴ عنصر (C, H, N, O) تشکیل شده‌اند.

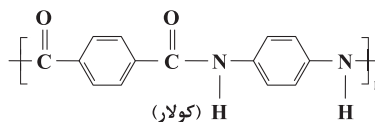
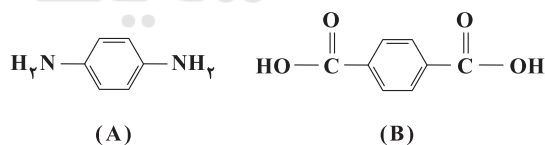
۱۳۲ ترکیب (I) یک دی‌الکل و ترکیب (II) یک کربوکسیلیک اسید است. از واکنش این دو ترکیب نمی‌توان پلی‌استر تولید کرد. زیرا ترکیب (II) دی‌اسید نیست. دی‌الکل داده شده از دو سمت خود با مولکول اسید آلی واکنش می‌دهد.



۱۳۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. در هر واحد تکرارشونده از پلی‌سیانواتن، یک پیوند سه‌گانه وجود دارد:



۱۳۴ مطابق داده‌های سؤال، ساختار دی‌آمین A، دی‌اسید B و کولار به صورت زیر است:



همان‌طور که می‌بینید در هر واحد تکرارشونده از کولار، ۸ پیوند وجود داشته و جرم مولی واحد تکرارشونده برابر است با:



$$2(12+16) + 2(72+4) + 2(14+1) = 2(28+76+15) = 238 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$?g = \frac{238 \text{ g}}{8 \times 6.02 \times 10^{23}} \times \text{پیوند دوگانه } 2.5 \times 10^{25}$$

$$= 238 \text{ g} \approx 238 \text{ kg}$$