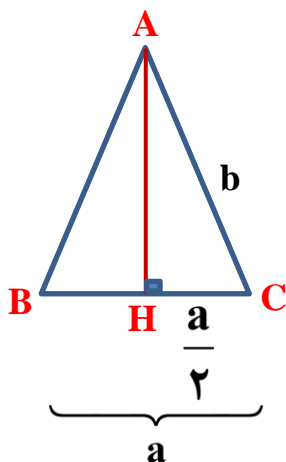


۱۰۱- در یک مثلث متساوی الساقین، اندازه زاویه بین دو ساق مثلث کمتر از  $60^\circ$  است. اگر اندازه‌های نصف ضلع کوچک‌تر، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر و ساق مثلث، تشکیل یک دنباله حسابی دهند، اندازه ضلع کوچک‌تر، چند برابر قدر نسبت دنباله است؟

۲ (۴)      ۳ (۳)      ۴ (۲)      ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{a}{2}, AH, b \Rightarrow \frac{b + \frac{a}{2}}{2} = AH \Rightarrow \boxed{b = 2AH - \frac{a}{2}} \quad (1)$$

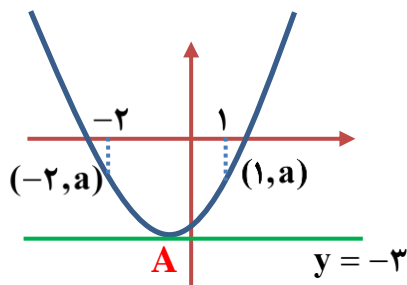
$$\Delta ABC \Rightarrow b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AH^2 \xrightarrow{(1)} \left(2AH - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AH^2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{2AH}{2}}$$

$$d = AH - \frac{a}{2} \rightarrow d = AH - \frac{2AH}{2} = \frac{AH}{4}; \quad \boxed{\frac{a}{d} = \frac{2}{\frac{AH}{4}} = 8}$$

۱۰۲- سهمی گذرا از نقاط  $(1, a)$  و  $(-2, a)$  بر خط  $y + 3 = 0$  مماس بوده و از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد. اگر فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات ۲ واحد باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۶ (۴)      -۶ (۳)      -۲۰ (۲)      ۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$$y = a'x^2 + b'x + c', c' = 2, \begin{cases} x_A = \frac{(-2) + 1}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow \boxed{a' = b'} \\ y_A = -3 \end{cases}$$

$$\frac{A \in f(x)}{\rightarrow -3 = \frac{a'}{4} - \frac{b'}{2} - 2} \Rightarrow \boxed{a' - 2b' = -4} \xrightarrow{a'=b'} \boxed{a' = b' = 4}$$

$$y = 4x^2 + 4x - 2 \xrightarrow{(1, a) \in f(x)} \boxed{a = 6}$$



۱۰۳- دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. اگر نیمی از عضوهای A را به B منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های A، ۷۵٪ کاهش می‌یابد و اگر نیمی از عضوهای B را به A منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های B نصف می‌شود. نسبت تعداد عضوهای B به تعداد عضوهای A، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴) \quad ۳ \quad (۳) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad ۲ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$n(A) = x \longrightarrow 2^x - 2^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{4} \times 2^x \Rightarrow \frac{1}{4} \times 2^x = \sqrt{2^x} \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$n(B) = y \longrightarrow 2^y - 2^{\frac{y}{2}} = \frac{1}{2} \times 2^y \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^y = \sqrt{2^y} \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$\frac{n(B)}{n(A)} = \frac{y}{x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۱۰۴- به ازای دو مجموعه ناهمپوش A و B، مجموعه  $[B' - (A' \cup B)'] \cap [A' \cup B' - (A \cup B)']$  با کدام مجموعه، برابر است؟

$$\emptyset \quad (۴) \quad B - A \quad (۳) \quad B - A' \quad (۲) \quad B \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$[B' - (A' \cup B)'] = [B' \cap (A' \cup B)'] = B'$$

$$[A' \cup B' - (A \cup B)'] = [A' \cup (B' \cap (A \cup B))'] = \left[ \underbrace{A' \cup (B' \cap A)}_{(A' \cup B') \cap (A' \cup A)} \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} \right] = (A' \cup B')$$

$$[B' - (A' \cup B)'] \cap [A' \cup B' - (A \cup B)'] = B' \cap (A' \cup B') = B'$$

۱۰۵- کدام مورد در خصوص ارزش گزاره  $q \Rightarrow [p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]$ ، صحیح است؟

- (۱) با ارزش گزاره  $\sim p$  برابر است.  
 (۲) همواره درست است.  
 (۳) با ارزش گزاره  $\sim q$  برابر است.  
 (۴) با ارزش گزاره  $(p \vee q) \sim$  برابر است.

پاسخ: گزینه ۲

اگر q درست باشد که کل عبارت درست است و اگر q نادرست باشد، با هر نوع ارزش p عبارت  $[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]$  نادرست می‌شود و در نتیجه کل عبارت  $(F \Rightarrow F)$  درست می‌شود. پس گزاره در هر حالت همواره درست است.



۱۰۶-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 + 6x + a = 0$  هستند. اگر  $\beta < \alpha < 0$  و  $\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$  باشد،

مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{33}{4}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳) ۳ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

$$2\beta^2 + 6\beta + a = 0 \Rightarrow \left(\beta + \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{a}{2} + \frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{\beta = -\sqrt{-\frac{a}{2} + \frac{9}{4}} - \frac{3}{2}} ; \boxed{S = -3, P = \frac{-a}{2}}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow (-3)^3 - 3\left(\frac{-a}{2}\right)(-3) + \left(-\sqrt{-\frac{a}{2} + \frac{9}{4}} - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$-27 - \frac{9a}{2} - \frac{a}{2} + \frac{9}{4} + \frac{9}{4} + 3\sqrt{-\frac{a}{2} + \frac{9}{4}} = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{-\frac{a}{2} + \frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

۱۰۷- اگر  $\frac{1}{a + \frac{1}{a}} + \frac{1}{a - \frac{1}{a}} = 2a$  باشد، حاصل  $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{a^2 - a + 1}}$  چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\sqrt[3]{2}$  (۴)  $-\sqrt[3]{2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{a + \frac{1}{a}} + \frac{1}{a - \frac{1}{a}} = 2a \Rightarrow \frac{a - \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a}}{a^2 - \frac{1}{a^2}} = 2a \Rightarrow 2a = 2a\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) \rightarrow a^2 - \frac{1}{a^2} = 1 \Rightarrow \boxed{a^2 + 1 = \frac{1}{a^2} + 2}$$

$$\frac{1}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{a^2 - a + 1} = \frac{2(a^2 + 1)}{\underbrace{a^4 + a^2 + 1}_{a^2(a^2 + 1)}} = \frac{2(a^2 + 1)}{a^2\left(\frac{1}{a^2} + 2\right) + 1} = \frac{2(a^2 + 1)}{2(a^2 + 1)} = 1$$

۱۰۸- تابع با ضابطه  $y = |2x + 2| - \left|\frac{x}{2} - 2\right|$  در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}, x \geq -\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}, x \geq -\frac{5}{2}$   
 (۳)  $-\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}, x \geq -\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}, x \geq -\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\xrightarrow{x \leq -1} y = -2x - 2 + \frac{x}{2} - 2 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x - 4 \xrightarrow{y \geq -\frac{5}{2}} \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}, x \geq -\frac{5}{2}}$$

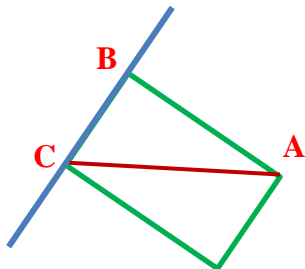


۱۰۹- خط  $x - 2y = 2$  معادله یک ضلع و نقطه  $A(2, 5)$  مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر

مستطیل  $4\sqrt{5}$  باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱)  $10\sqrt{3}$  (۲)  $10\sqrt{2}$  (۳)  $20\sqrt{2}$  (۴)  $20\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴



$$x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|2 - 10 - 2|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}, BC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{60}$$

$$S = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \sqrt{60} \Rightarrow \boxed{S = 20\sqrt{3}}$$

۱۱۰- اگر  $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$  باشد، حاصل  $f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{7}$  (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)  $\frac{123}{41}$

پاسخ: گزینه ۱

$$y = \frac{x+2}{2x-1} \rightarrow 2yx - y = x + 2 \Rightarrow x(2y - 1) = y + 2 \Rightarrow x = \frac{y+2}{2y-1} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2x-1}}$$

$$f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4) = f^{-1} \circ f^{-1}\left(\frac{6}{7}\right) = f^{-1}(4) = \frac{6}{7} \Rightarrow \boxed{f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4) = \frac{6}{7}}$$

۱۱۱- اگر  $3^x = 0,216$  و  $5^y = 675$  باشد،  $y$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{x-3}{2x-15}$  (۲)  $\frac{3x-5}{x+2}$  (۳)  $\frac{2x-15}{x-3}$  (۴)  $\frac{x+2}{3x-5}$

پاسخ: گزینه ۳

$$3^x = 0,216 \xrightarrow{\log_3} \log_3 3^x = \log_3 \frac{3^3}{5^3} \Rightarrow x = 3 - 3 \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\log_5} \log_5 5^y = \log_5 675 \Rightarrow y = \log_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \log_5 3$$

$$y = 2 + 3\left(\frac{3}{3-x}\right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \rightarrow \boxed{y = \frac{2x-15}{x-3}}$$



۱۱۲- اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل  $2 \sin A \cos B - \sin C$  با کدام مورد برابر است؟  
 (۱)  $-\sin A$  (۲)  $-\sin B$  (۳)  $\sin B$  (۴)  $\sin A$

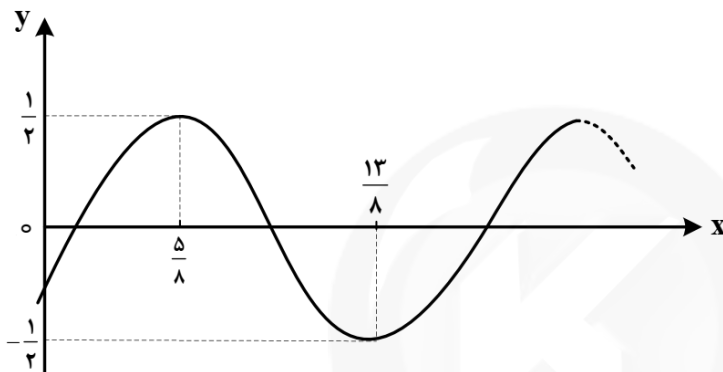
پاسخ: گزینه ۱

$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow 3A + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - 3A \xrightarrow{\sin} \boxed{\sin C = \sin 3A}$$

$$\sin 3A = \sin(A + 2A) \longrightarrow \boxed{\sin C = \sin 3A = \sin A \cos 2A + \cos A \sin 2A}$$

$$\begin{aligned} 2 \sin A \cos B - \sin C &= 2 \sin A \cos 2A - (\sin A \cos 2A + \cos A \sin 2A) = \\ &= \sin A \cos 2A - \cos A \sin 2A = \sin(A - 2A) = -\sin A \end{aligned}$$

۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin(bx - c)$  را نشان می‌دهد. اگر  $a > 0$ ،  $b > 0$  و  $0 < c < 2\pi$  باشند،

مقدار  $\frac{ab}{c}$  کدام است؟

- (۱) ۴  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $\frac{1}{\pi}$   
 (۴)  $2\pi$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{T}{2} = \frac{13}{8} - \frac{5}{8} \Rightarrow \boxed{T = 2}; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \boxed{b = \pi}$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c' = 0/5 \\ y_{\min} = -|a| + c' = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c' = 0 \\ a = 0/5 \end{cases}; \left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{8} - c\right) \Rightarrow \frac{5\pi}{8} - c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{c = \frac{\pi}{8}}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{0/5 \times \pi}{\frac{\pi}{8}} \longrightarrow \boxed{\frac{ab}{c} = 4}$$

۱۱۴- معادله  $\sin x \cos x + \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2} \cos^2 x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$ ، چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\sin x \cos x + \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2} \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \rightarrow \boxed{4} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \otimes \end{cases}$$



۱۱۵- اگر  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-27}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|}$  کدام است؟

- (۱)  $-0/3$     (۲)  $-0/6$     (۳)  $0/3$     (۴)  $0/6$

پاسخ: گزینه ۱

$$y = -\sqrt{x-27} \Rightarrow y^2 = x-27 \Rightarrow x = y^2 + 27 \Rightarrow \boxed{f(x) = x^2 + 27}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 27}}{|(x+3)(x-2)|} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 27}}{2x - \sqrt{x^2 + 27}} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{3(x^2 - 9)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{-6-6} = -0/3$$

۱۱۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x^2 < |x| \\ \cos \pi x & x^2 = |x| \\ |x|([x] + 1) & |x| < x^2 < 2 \end{cases}$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

(۱) ۱    (۲) ۲    (۳) ۳    (۴) در همه نقاط پیوسته است.

پاسخ: گزینه ۲

$$x=1 \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} [x] + [-x] = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} |x|([x] + 1) = 2 \Rightarrow \text{ناپیوسته در } 1 \\ f(1) = \cos(\pi) = -1 \end{cases} ; x=-1 \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} [x] + [-x] = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} |x|([x] + 1) = -1 \Rightarrow \text{پیوسته در } -1 \\ f(-1) = \cos(-\pi) = -1 \end{cases}$$

$$x=0 \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} [x] + [-x] = -1 \\ f(0) = \cos(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{ناپیوسته در صفر}$$

۱۱۷- چند جمله‌ای  $p(x) = x^{2n-1} + 3x^{2n-2} + \frac{1}{27}x^6 - \frac{1}{9}x^4 + a$  بر  $x+3$  بخش پذیر

است. باقی مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  کدام است؟

(۱)  $-x + \frac{407}{27}$     (۲)  $x - \frac{227}{27}$     (۳)  $-x + \frac{227}{27}$     (۴)  $x - \frac{407}{27}$

پاسخ: گزینه ۴

$$p(-3) = 0 \Rightarrow \underbrace{(-3)^{2n-1} + 3(-3)^{2n-2}}_0 + \frac{1}{27}(-3)^6 - \frac{1}{9}(-3)^4 + a = 0 \Rightarrow a = -27 + 9 \Rightarrow \boxed{a = -18}$$

$$\begin{cases} p(1) = 1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = a + b \\ p(-1) = -1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = -a + b \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 2a \Rightarrow \boxed{a = 1}, \boxed{b = -\frac{407}{27}} ; \boxed{R(x) = x - \frac{407}{27}}$$



۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به‌جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی  $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$  میان‌عضوهای دسته چهاردهم کدام است؟

۱)  $4608/5$       ۲)  $9216/5$       ۳)  $14806/5$       ۴)  $18432/5$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left\{ \begin{array}{l} b_3 = 4 \\ e_3 = 6 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_4 = 7 \\ e_4 = 12 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_5 = 13 \\ e_5 = 24 \end{array} \right\}, \dots, \left\{ \begin{array}{l} b_n = 3 \times 2^{(n-3)} + 1 \\ e_n = 3 \times 2^{(n-2)} \end{array} \right\} \xrightarrow{n=14} \left\{ \begin{array}{l} b_{14} = 3 \times 2^{11} + 1 \\ e_{14} = 3 \times 2^{12} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow m = \frac{6145 + 12288}{2} = 9216/5$$

۱۱۹- تابع  $f(x) = \frac{|x| + |a|x}{|2x-1| + b}$  دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر  $y = \alpha$  و  $y = 2\alpha$  مجانب‌های افقی

و  $x = \beta$  و  $x = 2\beta$  مجانب‌های قائم باشند، کدام مورد برابر  $b$  است؟

۱)  $-|a|$       ۲)  $|a|$       ۳)  $2|a|$       ۴)  $-2|a|$

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |a|x}{2x - 1 + b} = \frac{1 + |a|}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + |a|x}{-2x + 1 + b} = \frac{1 - |a|}{2} \Rightarrow \frac{1 + |a|}{2} = 2 \times \frac{1 - |a|}{2} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$|2x - 1| = -b \xrightarrow{b < 0} \begin{cases} 2x - 1 = -b \Rightarrow x = \frac{1 - b}{2} \\ 2x - 1 = +b \Rightarrow x = \frac{1 + b}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 - b}{2} = 2 \times \frac{1 + b}{2} \rightarrow b = \frac{-1}{3} \rightarrow \boxed{b = -|a|}$$

۱۲۰- در نقطه تلاقی منحنی‌های  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2$  در ناحیه دوم دستگاه مختصات، خط مماسی بر

$g(x)$  رسم می‌شود. فاصله نقطه برخورد این خط با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات، کدام است؟

۱)  $\frac{5}{3}$       ۲)  $\frac{4}{3}$       ۳)  $\frac{2}{3}$       ۴)  $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$g(x) = f(x) \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} - 2 = -\sqrt[3]{x} \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x} = 1 \rightarrow x = 1 \\ \sqrt[3]{x} = -2 \rightarrow \boxed{x = -8} \end{cases}$$

$$g'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow m = g'(-8) = \frac{2}{3}(-8)^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}, \quad y - 2 = -\frac{1}{3}(x + 8) \xrightarrow{x=0} y = -\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{3}}$$



۱۲۱- تابع  $f$  مشتق پذیر و با دوره تناوب  $\frac{\pi}{8}$  است. اگر  $f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  و  $f(2x - \frac{23\pi}{24}) = f(x - \frac{\pi}{3}) + f(2x - \frac{23\pi}{24})$  باشد.

حاصل  $h'(\frac{\pi}{2})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{-2}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $-\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴

$$h'(x) = f'(x - \frac{\pi}{3}) + 2f'(2x - \frac{23\pi}{24}) \Rightarrow h'(\frac{\pi}{2}) = f'(\frac{\pi}{6}) + 2f'(\frac{\pi}{24}) \xrightarrow{\otimes} h'(\frac{\pi}{2}) = 3f'(\frac{\pi}{6}) = 3 \times \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$

$$f'(\frac{\pi}{24}) = f'(\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{8}) = f'(\frac{\pi}{6}) \quad \otimes$$

۱۲۲- آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \frac{\pi}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)$  در بازه  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع

در  $x = \frac{3\pi}{8}$  است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{\pi}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$  (۴)  $-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \frac{\pi}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) \Rightarrow f(x) = \frac{\pi}{2} \cos 2x; \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{\pi}{2}(\cos^2(\frac{\pi}{2}) - \cos^2(\frac{\pi}{4}))}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{4}} = -2$$

$$f'(x) = -\pi \sin 2x \xrightarrow{\text{در } x = \frac{3\pi}{8}} f'(\frac{3\pi}{8}) = -\pi \sin 2(\frac{3\pi}{8}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \pi; \quad \frac{-2}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

۱۲۳- نقطه  $A(-1, 2)$ ، نقطه مینیمم نسبی تابع  $y = ax^2 + b|x|$  است. مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{8}{9}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-8$

پاسخ: گزینه ۴

$$x < 0 \Rightarrow y = ax^2 - bx \Rightarrow y' = 2ax - b \xrightarrow{y'(-1)=0} -2a - b = 0 \quad \otimes$$

$$A(-1, 2) \in y \Rightarrow 2 = a + b \xrightarrow{\otimes} a = -2, b = 4 \longrightarrow ab = -8$$





۱۲۴- به ازای مقادیری از  $\alpha$ ، تابع  $f(x) = \frac{(1-\alpha)x-3}{x-\alpha(1+x)}$  موازی خط  $y + \alpha = 0$  است. به ازای مقادیر مختلف  $\alpha$ ،

مجموع فاصله‌های مقادیر تابع  $f$  تا خط  $y + \alpha = 0$ ، کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۸ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \frac{(1-\alpha)x-3}{(1-\alpha)x-\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \Rightarrow f(x) = 1 \xrightarrow{y+3=0 \Rightarrow y=-3} 1 - (-3) = 4 \xrightarrow{+} 8 \\ \alpha = 1 \Rightarrow f(x) = 3 \xrightarrow{y+1=0 \Rightarrow y=-1} 3 - (-1) = 4 \end{cases}$$

۱۲۵- در یک رستوران، ۱۰ نوع غذا سرو می‌شود. به چند طریق می‌توان ۵ نوع غذای مختلف را به تصادف انتخاب کرد

به طوری که دو نوع غذای خاص را نتوان همزمان انتخاب نمود؟

- ۸۸ (۱)      ۱۱۲ (۲)      ۱۹۶ (۳)      ۲۲۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\binom{8}{5} + \binom{2}{1} \binom{8}{4} = \binom{8}{3} + 2 \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} + 2 \times \frac{7 \times 2 \times 5}{1} = 56 + 140 = 196$$

۱۲۶- سه دانش‌آموز، به تنهایی در مورد مسئله‌ای فکر می‌کنند. اگر احتمال حل این مسئله توسط هر کدام از این سه

دانش‌آموز به ترتیب  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{7}$  باشد، با کدام احتمال، این مسئله حل می‌شود؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

۱۲۷- در یک تجربه تصادفی،  $S = \{x, y, z, t\}$  یک فضای نمونه‌ای است و  $P(x)$ ،  $P(y)$ ،  $P(z)$  و  $P(t)$  یک دنباله

حسابی تشکیل می‌دهند. اگر کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در  $S$  برابر  $\frac{1}{12}$  باشد، بیشترین مقدار

احتمال یک پیشامد ساده در  $S$ ، چقدر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12} + d\right) + \left(\frac{1}{12} + 2d\right) + \left(\frac{1}{12} + 3d\right) = 1 \Rightarrow 6d = \frac{2}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{9} \longrightarrow P_{\max} = \frac{1}{12} + 3 \times \frac{1}{9} \Rightarrow P_{\max} = \frac{5}{12}$$

۱۲۸- در جعبه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. دو کارت به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم یکی از کارت‌ها شماره ۴ است. با کدام احتمال، عدد کارت دیگر، زوج است؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۴)} \quad \frac{3}{10} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{4}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

چون دو کارت با جایگذاری انتخاب می‌شوند پس تاثیری بر روی هم ندارند. از این رو اگر یکی ۴ باشد، احتمال اینکه دیگری زوج شود برابر  $\frac{2}{5}$  است.

۱۲۹- از جامعه‌ای با واریانس ۸، یک نمونه تصادفی ۳۲ تایی انتخاب شده و میانگین نمونه، گزارش شده است. طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین این جامعه، کدام است؟

$$2 \text{ (۴)} \quad 1 \text{ (۳)} \quad 4\sqrt{2} \text{ (۲)} \quad 2\sqrt{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{بازه اطمینان ۹۵ درصدی: } \left( \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\text{طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی: } \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4\sqrt{8}}{\sqrt{32}} = 2$$

۱۳۰- میانگین پنج داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها به صورت  $4, b, 9, a, 9$  است. اگر واریانس آنها  $8/4$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟ ( $a$  و  $b$  عدد طبیعی هستند).

$$36 \text{ (۴)} \quad 64 \text{ (۳)} \quad 75 \text{ (۲)} \quad 100 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

باید  $a$  و  $b$  را مربع کامل در نظر بگیریم. در ضمن جذر بعضی از اعداد باید منفی باشند تا جمع آنها صفر شود.

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 3 + \sqrt{a} + (-3) + (-\sqrt{b}) - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{n} \rightarrow 8/4 = \frac{4 + b + 9 + a + 9}{5} \Rightarrow a + b = 20 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 64$$

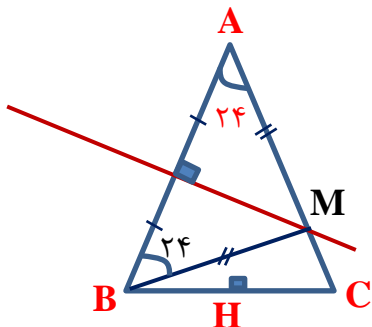


۱۳۱- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = AC$  و عمود منصف  $AB$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه  $M$  قطع می‌کند. اگر  $\angle ABM = 24^\circ$  باشد،

اندازه زاویه  $\widehat{BMC}$  چند درجه است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۷۸

پاسخ: گزینه ۲



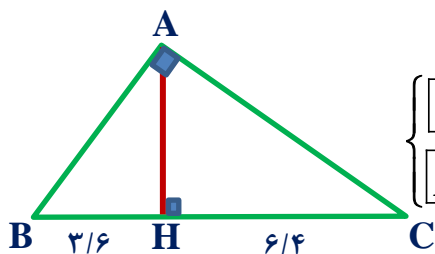
$$\text{زاویه خارجی BMC} = 24 + 24 \Rightarrow \boxed{M = 48^\circ}$$

۱۳۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند،  $3/6$  و  $6/4$  سانتی‌متر

است. مجموع اندازه‌های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

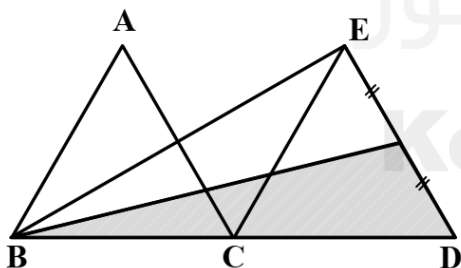
پاسخ: گزینه ۳



$$\begin{cases} AB^2 = BH \times BC \rightarrow AB^2 = 3/6 \times 10 \Rightarrow \boxed{AB = 6} \\ AC^2 = CH \times BC \rightarrow AC^2 = 6/4 \times 10 \Rightarrow \boxed{AC = 8} \end{cases} \rightarrow \boxed{AB + AC = 14}$$

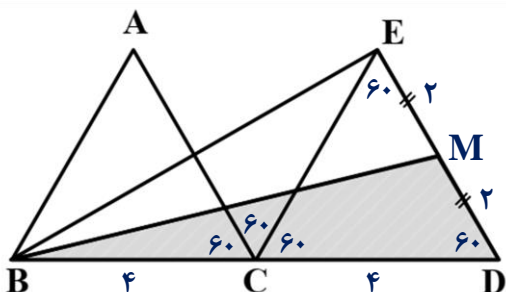
۱۳۳- در شکل زیر، مثلث‌های  $ABC$  و  $CDE$  متساوی‌الاضلاع به ضلع  $4$  سانتی‌متر هستند. مساحت ناحیه هاشور خورده

چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱)  $2\sqrt{3}$   
(۲)  $4\sqrt{3}$   
(۳)  $8\sqrt{3}$   
(۴)  $6\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲

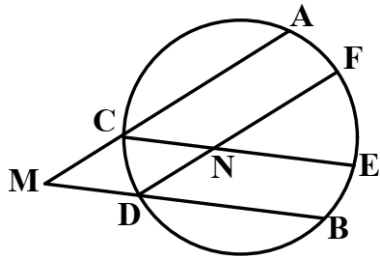


$$S_{\Delta BDM} = \frac{1}{2} \times MD \times BD \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta BDM} = 3\sqrt{3}}$$

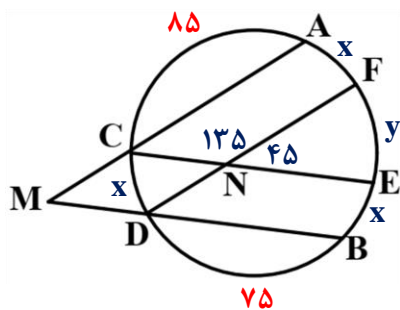


۱۳۴- در شکل زیر،  $BD \parallel CE$ ،  $AC \parallel DF$ ،  $\widehat{AC} = 85^\circ$  و  $\widehat{BD} = 75^\circ$  است. اگر  $\widehat{CNF} = 135^\circ$  باشد، اندازه کمان  $\widehat{EF}$  چند درجه است؟



- (۱) ۴۵  
(۲) ۴۰  
(۳) ۳۵  
(۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

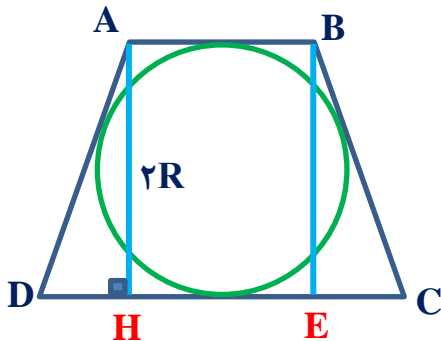


$$\left. \begin{aligned} FNE = 45 = \frac{x+y}{2} &\Rightarrow x+y = 90 \xrightarrow{x-1} \\ 85 + 75 + 3x + y = 360 &\Rightarrow 3x + y = 200 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x = 110 \Rightarrow \begin{cases} x = 55 \\ y = 35 \end{cases}$$

۱۳۵- دایره‌ای به شعاع  $2\sqrt{5}$  واحد، در دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین، محاط است. اگر اختلاف دو قاعده برابر ۱۶ واحد باشد، طول ساق دوزنقه، چند واحد است؟

- (۱)  $\frac{19}{2}$  (۲)  $\frac{29}{2}$  (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴



$$DH = CE = \frac{DC - AB}{2} = \frac{16}{2} \Rightarrow \boxed{DH = 8}$$

$$AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow AD^2 = (4\sqrt{5})^2 + 8^2 = 144 \Rightarrow \boxed{AD = 12}$$

۱۳۶- طول مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره متخارج به ترتیب  $2\sqrt{14}$  و  $4\sqrt{5}$  واحد است. اگر طول

خط‌المركزين آنها ۹ واحد باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = (oo')^2 - (R + R')^2 \Rightarrow (R + R')^2 = 81 - (2\sqrt{14})^2 \Rightarrow \boxed{R + R' = 5}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{(oo')^2 - (R - R')^2} \Rightarrow (R - R')^2 = 81 - (4\sqrt{5})^2 \Rightarrow \boxed{R - R' = 1}$$

$$: 2R = 6 \Rightarrow \boxed{R = 3}$$



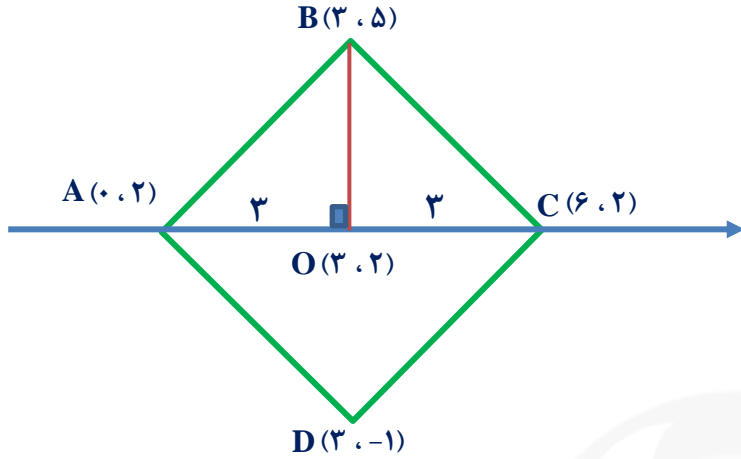
۱۳۷- در مربع ABCD، نقطه (۶, ۲) رأس C و عرض رأس‌های A و D به ترتیب ۲ و -۱ است. اگر بازتاب نقطه A نسبت به محور y ها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدأ مختصات، چقدر است؟

$$2\sqrt{17} \quad (4) \quad 2\sqrt{10} \quad (3) \quad \sqrt{10} \quad (2) \quad \sqrt{34} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

بازتاب نقطه A نسبت به محور y ها بر خودش منطبق شده است،

پس A روی محور y ها است.



$$\text{فاصله B تا مبدأ مختصات} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

۱۳۸- نیمساز زاویه A در مثلث ABC، ضلع مقابل را در نقطه D قطع کرده و آن را به پاره‌خط‌های  $\frac{5}{4}$  و  $\frac{7}{4}$  واحدی

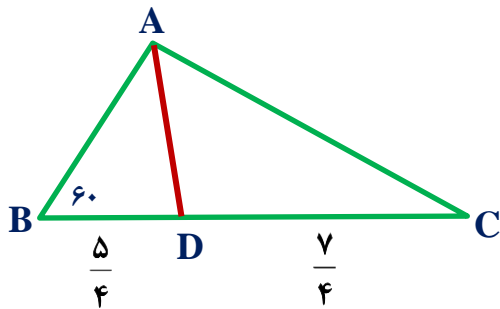
تقسیم کرده است. اگر  $\hat{B} = 60^\circ$  باشد، طول AD چقدر است؟

$$\frac{5}{4}\sqrt{2} \quad (4) \quad \frac{5}{8}\sqrt{2} \quad (3) \quad \frac{5}{8}\sqrt{7} \quad (2) \quad \frac{5}{4}\sqrt{7} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{قضیه نیمساز: } \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{5}{4}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{7}{5} \Rightarrow \boxed{AC = \frac{7}{5}AB}$$

$$\text{قضیه کسینوسها: } AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos B \Rightarrow \frac{49}{25}AB^2 = AB^2 + 3^2 - 2AB \times 3 \times \frac{1}{2} \Rightarrow$$



$$\frac{24}{25}AB^2 + 3AB - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AB = -5 \\ AB = \frac{15}{8} \end{cases} \Rightarrow \boxed{AC = \frac{21}{8}}$$

$$AD^2 = AC \times AB - DC \times DB$$

$$AD^2 = \frac{21}{8} \times \frac{15}{8} - \frac{5}{4} \times \frac{7}{4} = \frac{25 \times 7}{64} \Rightarrow \boxed{AD = \frac{5}{8}\sqrt{7}}$$



۱۳۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix}$  و  $A^2$  ماتریس اسکالر باشد، حاصل  $x^2 - y + z$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۲ (۳) -۶ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+y & 0 & y+yz \\ 0 & x^2 & 0 \\ 1+z & 0 & y+z^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+z=0 \Rightarrow \boxed{z=-1} \\ x^2=1+y \Rightarrow \boxed{x^2-y=1} \end{cases} \xrightarrow{+} x^2 - y + z = 0$$

۱۴۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $X$  در رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} \sqrt{|A|} & 0 \\ 0 & -\sqrt{|A|} \end{bmatrix}$  صدق  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{|A|} & 0 \\ 0 & -\sqrt{|A|} \end{bmatrix}$

کند، کوچکترین درایه ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۵/۵

پاسخ: گزینه ۲

$$|A| = -(-5)(-1+6) = 25$$

$$X = \frac{1}{-8+3} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \times \frac{1}{2-4} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \frac{5}{10} \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4/5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۴۱- اگر  $x + ay = 3$  و  $x + by = c$  به ترتیب خطوط مماس و قائم بر دایره  $x^2 + y^2 + \alpha x + y = \beta$  در نقطه  $(1, -1)$  باشند، مقدار  $\alpha + \beta$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

$$L_1: x + ay = 3 \xrightarrow{(1, -1) \in L_1} a = -2; L_2: x + by = c \xrightarrow{(1, -1) \in L_2} 1 - b = c \xrightarrow{(1)} \boxed{c = \frac{1}{2}}$$

$$L_1: x + (-2)y = 3 \Rightarrow \boxed{m_1 = \frac{1}{2}}, L_2: x + by = c \Rightarrow \boxed{m_2 = \frac{-1}{b}}; L_1 \perp L_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{-1}{b} = -1 \Rightarrow \boxed{b = \frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$O(\frac{-\alpha}{2}, \frac{-1}{2}) \xrightarrow{O \in L_2} \frac{-\alpha}{2} + \frac{1}{2}(\frac{-1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{-3}{2}}; (1, -1) \in C \Rightarrow 1 + 1 - \frac{3}{2} - 1 = \beta \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{-1}{2}}$$

$$\alpha + \beta = -2$$



۱۴۲- در سهمی  $۴y^2 - ۲by - ۳۲x + a = ۰$  نقطه  $(\frac{1}{۴}, -۲)$  رأس سهمی است. مقدار  $a - b$  کدام است؟

- ۴۸ (۴)    ۴۰ (۳)    ۳۲ (۲)    ۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$۴\left(y^2 - \frac{b}{۲}y + \frac{b^2}{۱۶}\right) = ۳۲x - a + \frac{b^2}{۴} \Rightarrow \left(y - \frac{b}{۴}\right)^2 = ۸\left(x - \frac{a}{۳۲} + \frac{b^2}{۱۲۸}\right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \beta = -۲ = \frac{b}{۴} \Rightarrow \boxed{b = -۸} \\ \alpha = \frac{1}{۲} = \frac{a}{۳۲} - \frac{b^2}{۱۲۸} \xrightarrow{b=-۸} \boxed{a = ۳۲} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a - b = ۴۰}$$

۱۴۳- معادله‌های هم‌نهبستی  $۸x \equiv n - 1$  و  $۸x \equiv ۲n^2 + ۴$  دارای جواب هستند. اگر  $(۸, m) = d$  و  $d \neq 1$  باشد، مقدار

$d$  کدام است؟

- ۸ (۴)    ۵ (۳)    ۴ (۲)    ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} (۸, m) = d \\ d = ۱, ۲, ۴, ۸(۱) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | n - 1 \Rightarrow n - 1 = ۰ \Rightarrow \boxed{n = ۱} \\ d | ۲n^2 + ۴ \xrightarrow{n=1} d | ۶ \end{cases} \Rightarrow d = ۱, ۲, ۳, ۶ \xrightarrow[\substack{\cap(۱) \\ d \neq 1}]{} \boxed{d = ۲}$$

۱۴۴- چند نقطه با مختصات صحیح، روی تابع هموگرافیک  $y = \frac{x+۳}{۲x-1}$  قرار دارد؟

- ۴ (۴)    ۳ (۳)    ۲ (۲)    ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow ۲x - 1 | x + ۳ \xrightarrow{۲x-1=۰ \Rightarrow x=۰/۵} ۲x-1 | \frac{y}{۲} \Rightarrow ۲x-1 | ۷$$

$$۲x - 1 = ۱ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ y = ۴ \end{cases}, ۲x - 1 = -۱ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ y = -۳ \end{cases}, ۲x - 1 = ۷ \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ y = ۱ \end{cases}, ۲x - 1 = -۷ \Rightarrow \begin{cases} x = -۳ \\ y = ۰ \end{cases}$$



۱۴۵- دو عدد  $a^2 + 1$  و  $6a - 3$  رقم یکان برابری دارند. رقم یکان  $a^2 - a$  کدام است؟

- ۸ (۴)      ۶ (۳)      ۴ (۲)      ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$a^2 + 1 \equiv 6a - 3 \pmod{10} \Rightarrow a^2 - 6a + 4 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a^2 - 6a - 16 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow (a - 8)(a + 2) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow \begin{cases} a = 10k + 8 \\ a = 10k - 2 \end{cases}$$

$$a = 8 \Rightarrow 8^2 - 8 = 56$$

۱۴۶- جوابهای عمومی معادله سیاله خطی  $11x + 15y = 209$  به صورت  $x = a - bk$  و  $y = c + dk$ ،  $k \in \mathbb{Z}$  هستند. اگر  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  مثبت باشند، به ازای چند مقدار صحیح  $k$  حاصل  $x + y$  مثبت است؟

- ۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$11x + 15y = 209 \Rightarrow 11x \equiv 209 - 15y \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 19 - 15k \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 4 - 15k$$

$$11(4 - 15k) + 15y = 209 \Rightarrow 15y = 165 + 165k \Rightarrow y = 11 + 11k$$

$$x + y = 15 - 4k \xrightarrow{x+y \geq 0} k \leq 3$$

۱۴۷- در گراف  $G$  مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۳ عضو است. اگر  $q(\bar{G}) = 6q(G)$  باشد، مقدار  $p(G)$  کدام است؟

- ۱۸ (۴)      ۲۰ (۳)      ۲۲ (۲)      ۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

این گراف ۳- منتظم است. اگر گراف دارای  $n$  رأس باشد، درجه هر رأس گراف مکمل برابر  $(n - 4)$  منتظم است. داریم:

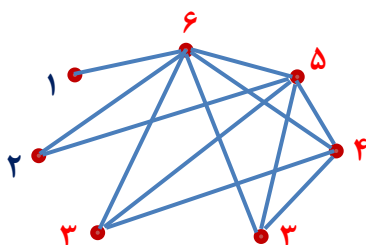
$$nr = 2q_G \xrightarrow{r=3} q_G = \frac{3n}{2}, \quad nr = 2q_{\bar{G}} \xrightarrow{r=n-4} q_{\bar{G}} = \frac{(n-4)n}{2}$$

$$q_{\bar{G}} = 6q_G \Rightarrow \frac{(n-4)n}{2} = 6 \times \frac{3n}{2} \Rightarrow n - 4 = 18 \Rightarrow n = 22$$

۱۴۸- در گراف  $G$  با درجه رأسهای ۳، ۳، ۴، ۵، ۶،  $x$ ،  $y$ ، کمترین مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۴ (۴)      ۷ (۳)      ۵ (۲)      ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



$$x = 2, y = 1 \Rightarrow x + y = 2 + 1 = 3$$





۱۴۹- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + 3x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$  کدام است؟

- ۱۶ (۴)      ۱۸ (۳)      ۲۰ (۲)      ۲۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x_3 = 0, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 4 \rightarrow \boxed{5}; x_3 = 0, x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \rightarrow \boxed{2}$$

$$x_3 = 1, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 3 \rightarrow \boxed{4}; x_3 = 1, x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \rightarrow \boxed{1}$$

$$x_3 = 4, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \rightarrow \boxed{3}; x_3 = 9, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \rightarrow \boxed{2}$$

$$x_3 = 16, x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \rightarrow \boxed{1}; \quad \boxed{5+2+4+1+3+2+1=18}$$

۱۵۰- هر زیرمجموعه  $\Pi$  عضوی از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 38\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۲۴ است. حداقل

مقدار  $\Pi$  کدام است؟

- ۲۸ (۴)      ۲۷ (۳)      ۲۵ (۲)      ۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{\{1, 23\}, \{2, 22\}, \dots, \{11, 13\}}_{11}; A = \left\{ \underbrace{12}_1, \underbrace{24, 25, \dots, 38}_{15}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{11} \right\} \rightarrow 1 + 15 + 11 + \boxed{1} = 28$$

سایت کنکور

Konkur.in

