

۱ مجموع دو زاویه ۷۵ درجه است، عدد زاویه کوچکتر برحسب گراد یک واحد از عدد زاویه بزرگتر برحسب درجه بیشتر است، تفاضل دو زاویه چند درجه است؟

۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۲ بیشترین مقدار عبارت $\sin(x+y) + \cos(x-y)$ کدام است؟

۲ (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۳ اگر مجموع دو زاویه ۱۰۰ گراد و یکی از آنها ۳۶° درجه باشد دیگری چند گراد است؟

۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴)

۴ اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \left(2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 x \right)$ کدام است؟

$\sin x$ (۱) $\cos x$ (۲) $-\sin x$ (۳) $-\cos x$ (۴)

۵ اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$ کدام است؟

$-\cos^2 x$ (۱) $-\cos x$ (۲) $\cos^2 x$ (۳) $\cos x$ (۴)

۶ مجموع کمانهای $\frac{100\pi}{12}$ و ۷۵۰ درجه و ۲۳۰۰ - گراد برحسب درجه کدام است؟

۱۸۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۹۰ (۴)

۷ با فرض $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ و $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{m-1}$ حدود تغییرات m کدام است؟

$m < -1$ (۱) $m < 1$ (۲) $-1 < m < 1$ (۳) $-2 < m < -1$ (۴)

۸ اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ و $\cos 2\alpha = \frac{1}{1-m}$ آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(1, \infty)$ (۳) $[2, \infty)$ (۴) $(-\infty, 1)$

۹ اگر $\frac{\pi}{9} < x < \frac{2\pi}{9}$ و $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ مقادیر m در کدام فاصله است؟

- (۱) $(1, 2]$ (۲) $(0, 2)$ (۳) $(2, 3]$ (۴) $[3, 4)$

۱۰ با فرض $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6}$ و $\sin x = \frac{3-m^2}{3+m^2}$ مقادیر m در کدام فاصله است؟

- (۱) $|m| < \sqrt{3}$ (۲) $|m| < \sqrt{2}$ (۳) $|m| < 1$ (۴) $|m| < \frac{1}{\sqrt{2}}$

۱۱ حاصل عبارت $\cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۰

۱۲ حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳ حاصل عبارت $\operatorname{tg}\frac{17\pi}{6}\sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $\sqrt{3}$

۱۴ حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = 0/4$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۱۵ حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$



۱۶ حاصل عبارت $\text{tg}(300^\circ)\text{Cos}(210^\circ) + \text{tg}(480^\circ)\text{Sin}(840^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند.)

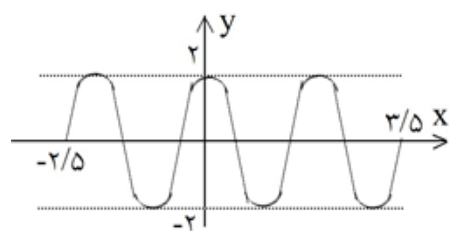
- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۷ حاصل عبارت $\text{tg}(285^\circ)\text{tg}(-165^\circ) - \text{Sin}(1095^\circ)\text{Cos}(255^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند.)

- ۱) $\text{Sin}^2(15^\circ)$ ۲) $\text{Cos}^2(15^\circ)$ ۳) $-\text{Sin}^2(15^\circ)$ ۴) $-\text{Cos}^2(15^\circ)$

۱۸ نمودار تابع $y = 3\text{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ روی بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{4}\right]$ در چند نقطه محور Xها را قطع می‌کند؟

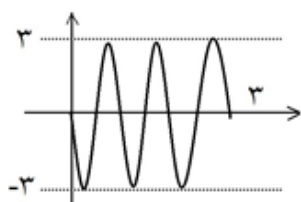
- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵



۱۹ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a\text{Sin}\pi\left(\frac{1}{4} + bx\right)$ است.

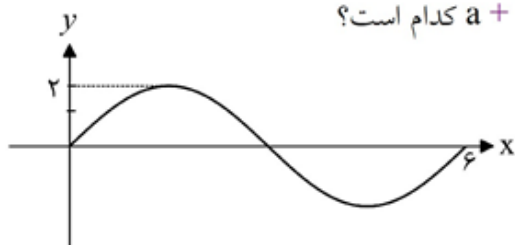
کدام است a, b؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{3}{5}$



۲۰ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a\text{Sin}(b\pi x)$ است. کدام است a, b؟

- ۱) -۶ ۲) -۳ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) ۶



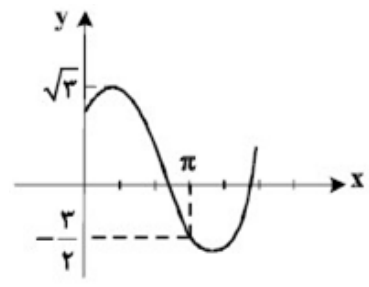
۲۱ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a\text{Sin}(b\pi x)$ است. کدام است a + b؟

- ۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{8}{3}$



۲۲

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b کدام است؟

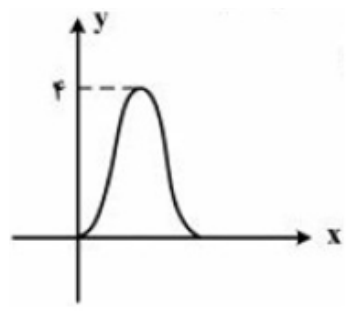


- ۳/۲ (۲)
- ۲ (۴)

- کدام است؟
- ۳/۲ (۱)
- ۳ (۳)

۲۳

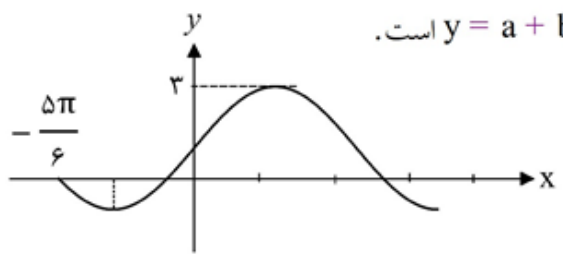
شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

۲۴

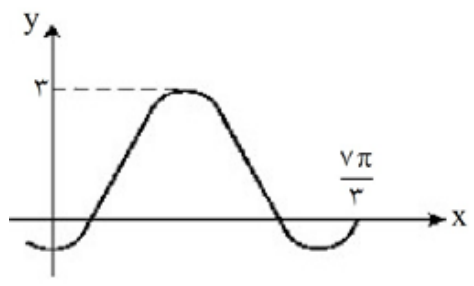
شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



- ۱/۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- $1 + \sqrt{3}$ (۴)

۲۵

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ است. مقدار b، کدام است؟



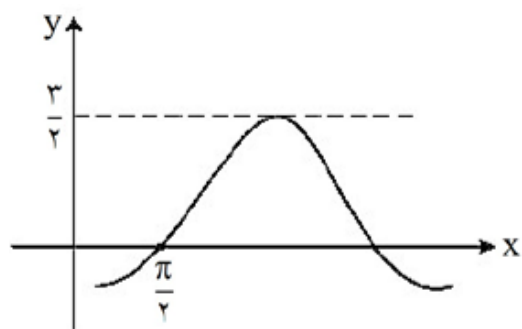
- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)



شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی

$$y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

است. مقدار a ، کدام است؟



$$-\frac{1}{2} \quad (2) \quad -1 \quad (1)$$

$$1 \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (3)$$

سید علی موسوی

۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴

مشهد مقدس



۱ یادآوری: هرگاه α اندازه زاویه‌ای بر حسب درجه باشد، اندازه آن بر حسب گراد برابر است با $\frac{10}{9}\alpha$.

فرض کنیم دو زاویه بر حسب درجه A و B باشند و A زاویه کوچکتر باشد.

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 75 \\ \frac{10}{9}A = B + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A + \left(\frac{10}{9}A - 1 \right) = 75 \Rightarrow \frac{19}{9}A = 76 \Rightarrow A = \frac{9 \times 76}{19} = 36$$

$$\Rightarrow B = 75 - A = 75 - 36 = 39 \Rightarrow B - A = 39 - 36 = 3$$

لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲ چون کمانهای $x + y$ و $x - y$ متفاوتند و دو جمله عبارت مستقل از هم هستند لذا بیشینه هر کدام برابر ۱ و در

نهایت بیشینه کل عبارت برابر ۲ خواهد بود و گزینه ۱ جواب صحیح است. مثلاً برای $x = y = \frac{\pi}{4}$

$$\sin(x + y) + \cos(x - y) = \sin \frac{\pi}{4} + \cos 0 = 2$$

$$\frac{G}{D} = \frac{10}{9}$$

۳ یادآوری: هرگاه اندازه زاویه‌ای بر حسب گراد G و بر حسب درجه D باشد خواهیم داشت:

لذا 360 بر حسب گراد برابر است با $G = \frac{10}{9}D = \frac{360}{9} = 40$ پس زاویه دیگر برابر است با:

$$100 - 40 = 60 \text{ (گراد)}$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \left(2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 x \right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} (1 - \sin^2 x)} = \frac{1}{|\cos x|} \cos^2 x$$

$$= |\cos x| \xrightarrow{\pi < x < \frac{3\pi}{2}} -\cos x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

$$\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \left(\frac{1}{\operatorname{Sin} x} - \operatorname{Sin} x \right) = \frac{\frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Cos} x}}{\sqrt{\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}}} \left(\frac{1 - \operatorname{Sin}^2 x}{\operatorname{Sin} x} \right)$$

$$= \frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Cos} x} \times |\operatorname{Cos} x| \left(\frac{\operatorname{Cos}^2 x}{\operatorname{Sin} x} \right) = -\operatorname{Cos}^2 x$$

۶ کافی است که واحدهای رادیان و گراد را به درجه تبدیل کنیم می‌دانیم که هر π رادیان برابر 180° است پس کمان اول برابر $1500 = \frac{100 \times 180}{12}$ درجه است و همچنین یک گراد برابر $\frac{9}{10}$ درجه است پس کمان سوم بر حسب درجه برابر است با $-2070 = -2300 \times \frac{9}{10}$ بنابراین مجموع سه کمان بر حسب درجه برابر است با:
 $1500^\circ + 750^\circ + (-2070^\circ) = 180^\circ$
 لذا گزینه ۱ جواب صحیح است.

چون $\operatorname{tg} \alpha$ یک تابع صعودی است پس: ۷

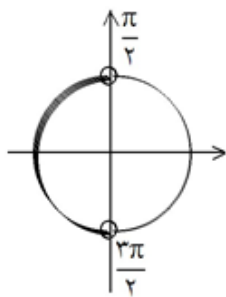
$$\frac{2\pi}{3} < \alpha < \pi \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} < \operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \pi \Rightarrow -1 < \operatorname{tg} \alpha < 0 \Rightarrow -1 < \frac{2}{m-1} < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{m-1} < 0 \Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow m < 1 \\ * -1 < \frac{2}{m-1} \xrightarrow{\text{ضرب در } (m-1)} -(m-1) > 2 \Rightarrow -m+1 > 2 \Rightarrow -m > 1 \Rightarrow m < -1 \end{array} \right\} \Rightarrow m < -1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 * چون از رابطه بالا $m-1 < 0$ شد پس وقتی نامساوی را در $(m-1)$ ضرب کردیم جهت نامساوی عوض شد.



۸



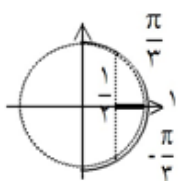
با توجه به فرض $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 2\alpha < \frac{3\pi}{2}$. انتهای کمان 2α در ناحیه دوم و سوم تغییر می‌کند، پس کسینوس آن منفی خواهد شد، بنابراین $-1 < \cos 2\alpha < 0$ پس با جایگذاری:

$$-1 < \frac{1}{1-m} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{1-m} < 0 \Rightarrow 1-m < 0 \\ \frac{1}{1-m} > -1 \Rightarrow \frac{1}{1-m} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{1-m+1}{1-m} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{2-m}{1-m} > 0 \Rightarrow (m > 2 \text{ یا } m < 1) \Rightarrow m > 2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ جواب صحیح است.

۹



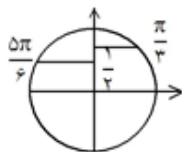
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به حدود تغییرات x ، حدود تغییرات $3x$ و از دایره مثلثاتی حدود $\cos 3x$ را

$$\frac{\pi}{3} < 3x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 3x < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} < 1$$

$$\Rightarrow 1 < m-1 < 2 \Rightarrow 2 < m < 3$$

و مقادیر m در فاصله $(2, 3)$ است و گزینه ۳ جواب صحیح است.

۱۰



$$\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3-m^2}{3+m^2} < 1$$

چون m^2 مثبت است پس طرف دوم همواره درست است و برای طرف اول داریم:

$$\frac{1}{2} < \frac{3-m^2}{3+m^2} \Rightarrow 3+m^2 < 6-2m^2 \Rightarrow m^2 < 1 \Rightarrow |m| < 1$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{می دانیم } \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \end{cases}$$

$$\cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = \cos^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \cos^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{19\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) \\ &= \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-3\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) \left(-\cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right) \left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} + (-1) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}\frac{17\pi}{6} \sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3} = \operatorname{tg}\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right) \left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) - \cos\frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\begin{aligned} & \frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{\sin(270^\circ - 20^\circ) + \sin(2 \times 360^\circ - 20^\circ)}{\cos(3 \times 180^\circ + 20^\circ) - \cos(90^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ} \\ & \xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{صورت و مخرج را بر } \cos 20^\circ} \frac{-\cos 20^\circ / \cos 20^\circ - \sin 20^\circ / \cos 20^\circ}{-\cos 20^\circ / \cos 20^\circ + \sin 20^\circ / \cos 20^\circ} = \frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0/4}{-1 + 0/4} = \frac{-1/4}{-0/6} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول نسبت‌ها را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم: ۱۵

$$\begin{aligned} \cos(285^\circ) &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ \\ \sin(255^\circ) &= \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin(525^\circ) &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ \\ \sin(105^\circ) &= \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \\ \text{عبارت اصلی: } & \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \end{aligned}$$

با توجه به این که مقدار $\tan 15^\circ$ را داریم، صورت و مخرج کسر را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم:

$$\text{کسر} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} \xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}} \frac{0/28 + 1}{0/28 - 1} = \frac{1/28}{-0/72} = \frac{-16}{9}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\operatorname{tg} 300^\circ = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}, \operatorname{tg} 480^\circ = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{3} \qquad 2\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\operatorname{Cos} 210^\circ = -\operatorname{Cos} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \operatorname{Sin} 140^\circ = \operatorname{Sin} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\pi + \frac{\pi}{6} \qquad 5\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\left(-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\operatorname{tg}(285^\circ) = \operatorname{tg}(270^\circ + 15^\circ) = -\operatorname{Cotg} 15^\circ$$

$$\operatorname{tg}(-165^\circ) = -\operatorname{tg}(180^\circ - 15^\circ) = \operatorname{tg} 15^\circ$$

$$\operatorname{Sin}(1095^\circ) = \operatorname{Sin}(6\pi + 15^\circ) = \operatorname{Sin} 15^\circ$$

$$\operatorname{Cos}(255^\circ) = \operatorname{Cos}(270^\circ - 15^\circ) = -\operatorname{Sin} 15^\circ$$

$$\tan(285^\circ)\tan(-165^\circ) - \operatorname{Sin}(1095^\circ)\operatorname{Cos}(255^\circ) = -\cot 15^\circ \times \tan 15^\circ - \operatorname{Sin} 15^\circ(-\operatorname{Sin} 15^\circ)$$

$$= -1 + \operatorname{Sin}^2 15^\circ = -(1 - \operatorname{Sin}^2 15^\circ) = -\operatorname{Cos}^2 15^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$3 \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (2k+1) \frac{\pi}{8}$$

$$-\pi < (2k+1) \frac{\pi}{8} < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow -8 < 2k+1 < 12 \Rightarrow -2/25 < k < 2/75 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع $[-2, 2]$ است و برد تابع سینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است. ۱۹

$$y = 2 \operatorname{Sin}\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right) \Rightarrow y = 2 \operatorname{Cos}(b\pi x)$$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \operatorname{Cos} \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \operatorname{Cos} \frac{3\pi}{2} b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است پس: (۲۰)

همچنین با توجه به این تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده است. پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin(-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم (۲۱)

دوره‌ی تناوب تابع $y = a \sin bx$ از رابطه‌ی $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع $y = a \sin bx$ ماکزیمم تابع برابر $|a|$ است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ در انتها دقت شود با توجه به آن که تابع بلافاصله بعد از $x = 0$ افزایش می‌یابد. باید علامت a و b یکسان باشند. یعنی برای a و b دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin\left(-\frac{\pi x}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم (۲۲)

شود باید $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ باشد، در نتیجه $x = \frac{\pi}{6}$ است یعنی تابع از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ می‌گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می‌گذرد بنابراین مختصات مبدأ $O(0, 0)$ را درون تابع قرار می‌دهیم تا یک (۲۳)

رابطه برحسب a و b به دست آید.

$$(0, 0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴)

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow y = a + b \sin x$$

چون به ازای $x > 0$ ، شروع صعودی است پس $b > 0$

$$y_{\max} = a + b = 3$$

$$f\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a + b \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow a + 2a = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \sin x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۵)
ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow y = a + b \cos(x)$$

با توجه به نمودار تابع که عرض از مبدأ آن می نیمم است بنابراین باید ضریب کسینوس منفی باشد ($b < 0$) در نتیجه به ازای $x = \pi$ باید نمودار ماکزیمم شود یعنی نقطه ماکزیمم با عرض ۳ دارای طول π است و تابع از نقاط $A(\pi, 3)$ و $B\left(\frac{\sqrt{\pi}}{3}, 0\right)$ می گذرد.

$$A(\pi, 3) \Rightarrow a + b \cos(\pi) = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$B\left(\frac{\sqrt{\pi}}{3}, 0\right) \Rightarrow a + b \cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

بنابراین $a = 1$ ، $b = -2$ می باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۶)

$$\text{Sin برعکس } b < 0 \Rightarrow \text{Max} = a + |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow a - b = \frac{3}{2}$$

$$A = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

