



آزمون «۱۸ آذر ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ‌گویی: ۱۶۵ دقیقه تعداد کل سوالات: ۱۲۰ سؤال

دفترچه سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ‌گویی |
|---------|------------|------------|----------------|
| اجباری | ۱۰ | ۱-۱۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۱۱-۲۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۲۱-۳۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۳۱-۴۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۴۱-۵۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۵۱-۶۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۶۱-۷۰ | ۱۵' |
| اجباری | ۱۰ | ۷۱-۸۰ | ۱۵' |
| انتخابی | ۱۰ | ۸۱-۹۰ | ۱۵' |
| | | ۹۱-۱۰۰ | |
| اجباری | ۱۰ | ۱۰۱-۱۱۰ | ۱۰' |
| اجباری | ۱۰ | ۱۱۱-۱۲۰ | ۱۰' |
| انتخابی | ۱۰ | ۱۲۱-۱۳۰ | ۱۰' |
| | | ۱۳۱-۱۴۰ | |
| جمع کل | ۱۲۰ | ۱-۱۴۰ | ۱۶۵' |

پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان |
|-------------------------------|--|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه | امیر هوشنگ انصاری-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن‌آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان-سعید علم‌پور-حمید علیزاده-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوروی سروش موثینی-جهانبخش نیکنام |
| هندسه | امیر حسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی امیرآبادی-نادر حاجی‌زاده-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی شروین سیاح‌نیا-علیرضا شریف‌خطیبی-رضا عباسی‌اصل-محمدابراهیم گیتی‌زاده-امید محمدطاهری-مهرداد ملوندی |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-رضا توکلی-روح انگیز جلیلیان-جواد حاتمی-عادل حسینی-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-عطا صادقی-محمد صحت‌کار-عزیزاله علی‌اصغری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام |
| فیزیک | خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشاد زاهدی-سعید شرق-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی وانقی-شادمان ویسی |
| شیمی | محمدرضا پورجاوید-مهلا تابش‌نیا-امیر حاتمیان-مرتضی خوش‌کیش-حسن رحمتی‌کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی آروین شجاعی-مبینا شرافتی‌پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم سیدمحمدرضا میرقائم |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ و ریاضی پایه | هندسه | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| گزینشگر | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | سوگند روشنی | بابک اسلامی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی | عادل حسینی علی محمدزاده شبستری | عادل حسینی علی محمدزاده شبستری | حمید زرین‌کفش زهره آقامحمدی | یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | امیرحسین ابومحبوب | بابک اسلامی | امیرحسین مسلمی |
| مستند سازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | مجتبی خلیل‌ارجمندی | سمیه اسکندری |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|---|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی‌زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی |
| حروف‌نگار | میلاد سیاوشی |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

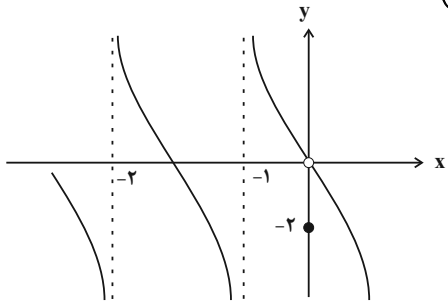
حسابان ۲: مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۸ / حسابان ۱: حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱- تابع f روی \mathbb{R} پیوسته و اکیداً نزولی است. اگر $f(3) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 6}{f(x) - 2}$ کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) ۲

(۳) $+\infty$ (۴) صفر

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حدود چپ و راست تابع $g(x) = f\left(\frac{3}{x}\left(1 + \left[-\frac{x}{3}\right]\right)\right)$ در $x = 3$ کدام است؟ ([] ، نماد



جزء صحیح است و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) $-\infty$ ، -2

(۲) $-\infty$ ، -2

(۳) صفر، $+\infty$

(۴) صفر، $-\infty$

۳- اگر $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{a|x| - a^2x}{2x^2 + x - 2} = -\infty$ ، حدود a کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

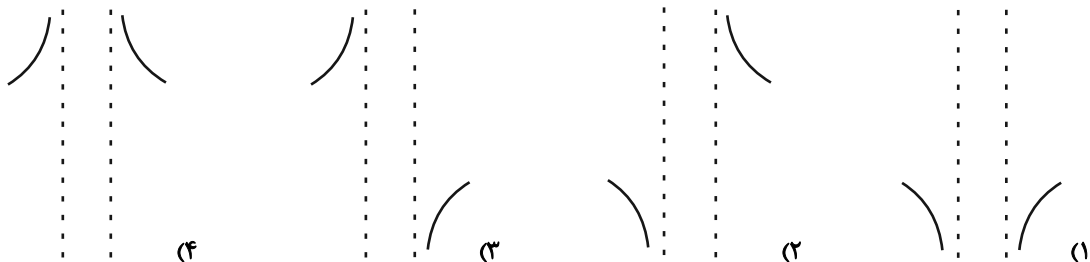
(۱) $(0, 1)$ (۲) $\mathbb{R} - (0, 1)$

(۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, 2)$

۴- نمودار $y = \frac{[x^2 + 4x + 4] \sin x}{x^3 - 4x}$ چند خط مجانب قائم دارد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵- اگر $f(x) = |x-1| + |x-3|$ ، نمودار تابع $g(x) = \frac{1}{f(x)-2}$ در اطراف خطوط مجانب‌های قائم خود چگونه است؟



محل انجام محاسبات

۶- تابع $f(x) = \frac{x[2x^2 - x]}{\sin x}$ در چند نقطه از نقاط بازه $(-1, 1)$ حد ندارد؟ (\quad) ، نماد جزء صحیح است.

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \sqrt{\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 + \sin x}}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $-\infty$

(۳) -1

(۴) -2

۸- تابع $f(x) = \begin{cases} a & ; x = 5 \\ \frac{bx - \sqrt{x-1}}{x-5} & ; x \neq 5 \end{cases}$ روی دامنه‌اش پیوسته است، مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{3}{20}$

(۴) $\frac{13}{10}$

۹- معادله $5 \cos 2\theta + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 = 0$ در بازه $[0, \frac{5\pi}{4}]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۱۰- جواب کلی معادله $\frac{1}{\cos 2x} + \frac{1}{2} \tan 2x = 1$ با جواب کلی معادله برابر است؟

(۱) $\frac{\tan x}{\tan 2x} = 2(1 - \tan x)$

(۲) $10 \sin x \cos x = 3$

(۳) $4 \tan 2x + 3 \tan x = 0$

(۴) $5 \cos 2x + 4 = 0$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳ / حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۳۶

۱۱- کدام سهمی فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد؟

$$y = x + 1 - 4x^2 \quad (۲)$$

$$y = -2x^2 + 3x - 7 \quad (۱)$$

$$y = x^2 - 8x + 2 \quad (۴)$$

$$y = 5x - (x^2 + 2) \quad (۳)$$

۱۲- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 1 = 5x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}$ و $\frac{\beta}{\beta^2 - 1}$ است؟

$$25x^2 + 135x = 1 \quad (۲)$$

$$25x^2 = 135x + 1 \quad (۱)$$

$$25x^2 + 1 = 135x \quad (۴)$$

$$25x^2 + 135x + 1 = 0 \quad (۳)$$

۱۳- جدول تعیین علامت $p(x) = \frac{x^3 - ax^2 + (a+3)x - 4}{x^2 - 2bx + b}$ به صورت زیر است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

| | | |
|------|---------------|-------|
| x | ۱ | c |
| p(x) | - ن ت + | + + |

۳ (۲)

۸ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۱۴- معادله $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$ چند جواب حقیقی دارد؟

۲ (۲)

۳ (۱)

صفر (۴)

۱ (۳)

۱۵- جزء صحیح جواب معادله $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{2x-1}} = \frac{8}{3}$ کدام است؟

-۱ (۲)

-۲ (۱)

صفر (۴)

۱ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۶- معادله $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = \sqrt{kx}$ جواب حقیقی دارد. حدود k کدام است؟

(۱) $0 < k < 4$

(۲) $k > 1$

(۳) $0 < k < 1$

(۴) $k > 4$

۱۷- عدد a را روی محور اعداد حقیقی در نظر بگیرید. فاصله عدد a^2 از 1 ، a واحد بیشتر از فاصله عدد a^2 از 4 است. مقدار

غیرصحیح a کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{41}-1}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{41}-1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{41}+1}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{41}+1}{4}$

۱۸- کمترین مقدار تابع $y = |x+2| - k(x - |x-1|)$ صفر است. مقدار k کدام می تواند باشد؟

(۱) 3

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) 1

۱۹- مساحت مثلث ABC با رئوس A ، $B(0,1)$ و $C(2,0)$ برابر 2 است. اگر نقطه A روی خط $x+2y = m$ قرار داشته باشد، مجموع

مقادیر m کدام است؟

(۱) 4

(۲) 2

(۳) 6

(۴) 1

۲۰- به ازای $m \in \mathbb{R} - [a, b] - \{c\}$ ، پاره خطی که نقاط $A(m-1, 3-m)$ و $B(-1-m, m)$ را به هم وصل می کند، از سه ربع دستگاه

مختصات می گذرد. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

(۱) 2

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) صفر

(۴) -1

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳

۲۱- بزرگ‌ترین عدد صحیح m که به ازای آن، معادله $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + m = 0$ متعلق به یک دایره باشد، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) ۹

۲۲- خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از یک دایره هستند که از مبدأ مختصات عبور می‌کند. کدام یک از نقاط زیر روی

این دایره قرار دارد؟

(۱) $(0, 2)$ (۲) $(2, -3)$

(۳) $(2, -2)$ (۴) $(-1, 1)$

۲۳- نقاط $A(a, -2)$ و $B(6-a, 4)$ دو سر قطری از دایره به معادله $x^2 + y^2 + mx + ny - 15 = 0$ هستند. مقدار مثبت a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳

(۳) ۵ (۴) ۷

۲۴- به ازای چه مقادیری از m ، خط $3x + 4y = m$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$ مماس است؟

(۱) -4 و -26 (۲) 4 و 26

(۳) -4 و 26 (۴) 4 و -26

۲۵- دو خط موازی d و d' در صفحه مفروض‌اند. اگر نقاط A و B روی خط d و نقاط C و D روی خط d' باشند، آن‌گاه چند نقطه در

صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد؟

(۱) همواره صفر (۲) همواره یک

(۳) صفر و یک (۴) صفر یا بی‌شمار

محل انجام محاسبات

۲۶- پاره خط AB به طول ۱۰ واحد در صفحه مفروض است. چند خط در این صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۴ واحد و از B به فاصله ۶ واحد باشند؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۷- دایره $C(O, R)$ در نقاط $(-4, 0)$ و $(0, 4)$ بر محورهای مختصات مماس است. طول کوتاه‌ترین وتر از این دایره که از نقطه $M(-2, 1)$ بگذرد، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) $2\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{6}$

۲۸- خط $x + y = 3$ شامل یکی از قطرهای دایره‌ای است که از دو نقطه $(2, 0)$ و $(0, 1)$ عبور می‌کند. معادله این دایره کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 + 3x + 3y + 2 = 0$
(۲) $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 2 = 0$
(۳) $x^2 + y^2 + 3x + 3y - 2 = 0$
(۴) $x^2 + y^2 - 3x - 3y - 2 = 0$

۲۹- از نقاط به طول ۴ و -4 روی محور x ها، هر کدام دو مماس بر دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ رسم می‌کنیم. مساحت چهارضلعی ساخته شده توسط نقاط تماس بر دایره کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{3}$
(۲) $4\sqrt{3}$
(۳) ۱۲
(۴) ۶

۳۰- مربع ABCD به طول ضلع ۴ واحد مفروض است. اگر مکان هندسی نقاطی از سطح این مربع را که فاصله آن‌ها از قطر AC بیشتر از ۲ واحد باشد S بنامیم، مساحت ناحیه S چند واحد مربع است؟

- (۱) $(2 - \sqrt{2})^2$
(۲) $(4 - \sqrt{2})^2$
(۳) $4(4 - \sqrt{2})^2$
(۴) $4(2 - \sqrt{2})^2$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد، گراف و مدل سازی (تا سر مسیر): صفحه‌های ۲۶ تا ۳۸

۳۱- به ازای چند عدد دو رقمی m ، معادله سیاله $m^2 + 2 = 6x + 21y$ دارای جواب است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۴۵

(۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۳۲- به چند طریق می‌توان با ۴۱۰ لیتر شیر، ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری را چنان پر کرد که حداکثر ۷۰ ظرف استفاده شود؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۱

(۳) ۵ (۴) ۶

۳۳- فرض کنید $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، $N_G(a) = N_G(b) = N_G(c)$ و $N_G(d) = N_G(e) = N_G(f)$ باشد. اگر $\deg(a) = ۳$ باشد.حاصل $p + q + \Delta + \delta$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۴

(۳) ۲۵ (۴) ۲۱

۳۴- در چند حالت زیر یک گراف منتظم قابل رسم است؟

الف) ۸ - منتظم با ۲۱ یال

ب) ۷ - منتظم با ۹ رأس

پ) ۷ - منتظم با ۳۵ یال

ت) ۸ - منتظم با ۷ رأس

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

۳۵- در گراف G از مرتبه ۸ و اندازه ۲۵، مقدار $\Delta - \delta$ کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۳۶- در یک گراف کامل از مرتبه p ($p > 1$) و اندازه q ، رابطه $q - 1 = \delta^2 - 4\Delta - p^2 = 2q - p^2$ برقرار است. نسبت $\frac{q}{\Delta}$ در این گراف کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۳

(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۷- گراف G با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ مفروض است. اگر $N_G(v_1)$ دارای ۵ عضو باشد و رأس‌های v_2

تا v_6 ، دو به دو غیرمجاور باشند، حاصل $\sum_{i=1}^6 |N_G[v_i]|$ کدام است؟

۱۶ (۱) ۱۲ (۲)

۱۰ (۳) ۶ (۴)

۳۸- گراف G ، $2r$ - منتظم مرتبه p بوده و با حذف ۱۲ یال به $\frac{3r}{4}$ - منتظم از همان مرتبه تبدیل خواهد شد. حداقل تعداد یالی که باید

به G اضافه کنیم تا گراف G به گراف کامل تبدیل شود، کدام است؟

۲۸ (۱) ۶۶ (۲)

۱۸ (۳) ۹۶ (۴)

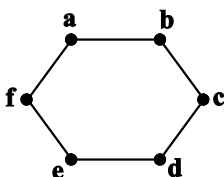
۳۹- گراف زیر، چند زیر گراف دارد به طوری که در تمامی آن‌ها $pq = 6$ باشد؟

۶ (۱)

۱۲ (۲)

۱۸ (۳)

۲۶ (۴)



سایت کنکور

۴۰- در گراف G از مرتبه p و اندازه q ، رابطه $q - p = 2$ برقرار است. اگر مجموع اندازه گراف \bar{G} و سه برابر اندازه گراف G برابر ۲۴

باشد. تفاضل اندازه گراف G و گراف \bar{G} کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲)

۴ (۳) ۵ (۴)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

۴۱- در چه تعداد از گزاره‌های زیر، مجموعه جواب با دامنه داده شده برابر نیست؟

$$(D = \mathbb{R}) \quad 0 \leq \frac{|x|}{|x|+1} < 1 \quad \text{الف}$$

$$(D = \mathbb{N}) \quad \frac{x^2-1}{x+1} = x-1 \quad \text{ب}$$

$$(D = (-\infty, 0)) \quad x + \frac{1}{x} \leq -2 \quad \text{پ}$$

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴۲- گزاره $\neg p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

۱) p

۲) q

۳) T

۴) F

۴۳- گزاره مرکب «اگر بهروز در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب کند آن‌گاه در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود» با چند تا از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی است؟

الف) اگر بهروز در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب نکند، آن‌گاه در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

ب) اگر بهروز در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نشود، آن‌گاه در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب نکرده است.

پ) بهروز در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب نمی‌کند یا در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.

ت) بهروز در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب می‌کند یا در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴۴- رابطه $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; p(x, y)$ ارزش درست دارد. کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟۱) $x < y$ ۲) $x \leq y$ ۳) $y < x$ ۴) $y \leq x$

محل انجام محاسبات

۴۵- اگر $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$ باشد، آن گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

ب) $\forall x \subseteq A; x \in A$

الف) $\forall x \in A; x \subseteq A$

ت) $\forall x, y \in A; x \subseteq y \vee y \subseteq x$

پ) $\forall x, y \in A; x \in y \vee y \in x$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۶- متمم مجموعه $(B - A) - (C - A)$ نسبت به مجموعه مرجع کدام است؟

۲) $(A \cup C) - B$

۱) $A \cup B' \cup C$

۴) $(A \cap C) - B$

۳) $A - (B \cup C)$

۴۷- فرض کنید $C = (A' \cap B') \cup (B - A')$ باشد. حاصل $C' - (A - B)$ کدام است؟

۲) $A \cup C$

۱) $A - B$

۴) $B - A$

۳) C'

۴۸- یکی از افرازهای مجموعه A به صورت $\{a, b, c\}, \{d, e\}$ است. تعداد افرازهای این مجموعه که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی

باشد، کدام است؟

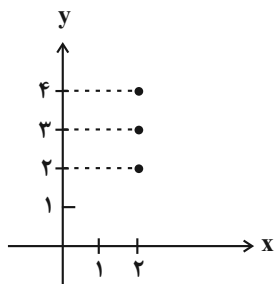
۲) ۱۰

۱) ۵

۴) ۲۰

۳) ۱۵

۴۹- اگر نمودار $A^2 - B \times A$ به صورت شکل مقابل باشد. مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ با فرض $B \subseteq A$ چند عضو دارد؟



۱) ۱

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۹

۵۰- سه مجموعه غیر تهی A ، B و C مفروض‌اند. اگر تعداد اعضای B دو واحد بیشتر از A ، تعداد اعضای $B \times C$ ، نصف تعداد

اعضای $A \times B$ و ۱۲ واحد کم‌تر از A^2 باشد، آن گاه مجموعه $A \times C$ چند عضو دارد؟

۲) ۱۸

۱) ۱۲

۴) ۳۶

۳) ۲۴

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

🔔 پاسخگویی به سوالات آمار و احتمال اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

۵۱- در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، میانگین برابر ۱۰ است. فراوانی نسبی، متناظر با داده ۱۱ کدام است؟

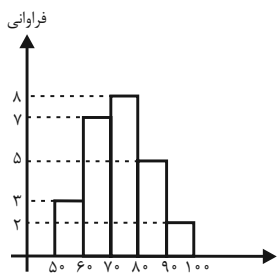
| | | | | |
|---------|---|-------|-----|----|
| داده‌ها | ۵ | $x+3$ | ۱۱ | ۲۵ |
| فراوانی | ۲ | ۳ | x | ۱ |

$$\frac{1}{4} \quad (۲) \qquad \frac{2}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \qquad \frac{1}{3} \quad (۳)$$

۵۲- وزن دانش‌آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم در نمودار بافت نگاشت زیر نمایش داده شده است. اگر ۵ دانش‌آموز به ترتیب به

وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم به این کلاس اضافه شوند، فراوانی نسبی دسته وسط چه تغییری می‌کند؟



(۱) ۰/۰۲ اضافه می‌شود.

(۲) ۰/۰۴ اضافه می‌شود.

(۳) ۰/۰۴ کم می‌شود.

(۴) ۰/۰۲ کم می‌شود.

۵۳- نمرات زبان دانش‌آموزان یک دبیرستان مطابق جدول زیر است. در نمودار دایره‌ای متناظر با این نمرات، زاویه مربوط به نمره A کدام است؟

| نمره | A | B | C | D |
|--------------|---|----|----|----|
| درصد فراوانی | a | ۲۷ | ۳۴ | ۲۴ |

$$۶۰^\circ \quad (۲) \qquad ۵۴^\circ \quad (۱)$$

$$۷۲^\circ \quad (۴) \qquad ۶۶^\circ \quad (۳)$$

۵۴- میانگین داده‌های $۳a+4$ ، ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲، سه واحد بیشتر از میانگین داده‌های a، ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲ است. میانگین

داده‌های دسته دوم کدام است؟

$$۹ \quad (۲) \qquad ۸/۵ \quad (۱)$$

$$۱۰ \quad (۴) \qquad ۹/۵ \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۵۵- نمرات درس ریاضیات گسسته دانش آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانه این نمرات کدام است؟

| | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|
| x | ۱۰ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۷ | ۱۸ |
| f | ۵ | ۸ | ۷ | ۱۰ | ۶ | ۴ |

۰/۲ (۱)

۰/۸ (۳)

۵۶- در داده‌های ۷، ۴، ۱، ۷، ۲، ۸، ۷، ۲، ۱۷، ۱۲، ۹، ۱۷، ۱۳، اختلاف بین مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم و مجموع داده‌های

کوچک‌تر از مد کدام است؟

۳۴ (۱)

۴۲ (۳)

۵۷- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۵، ۱۳، ۱۲، ۶، ۸، ۱۴، ۳، ۵، ۲۳، ۹ و ۱۷، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام

است؟

۱۰ (۱)

۱۲ (۳)

۵۸- به ۲۰ داده آماری با انحراف معیار ۵، حداقل چند داده مساوی با میانگین باید اضافه شود تا انحراف معیار به کمتر از ۴ برسد؟

۱۰ (۱)

۱۲ (۳)

۵۹- اگر ضریب تغییرات داده‌های X_1, X_2, \dots, X_n برابر $1/2$ و میانگین این داده‌ها برابر \bar{X} باشد، ضریب تغییرات داده‌های

$3X_1 + \bar{X}, 3X_2 + \bar{X}, \dots, 3X_n + \bar{X}$ کدام است؟

۰/۴ (۱)

۰/۸ (۳)

۶۰- واریانس داده‌های a, b, c, d, e, f و ۵، برابر ۱۴ است. اگر دو داده ۵ و f را از میان آنها حذف کنیم، میانگین داده‌ها

تغییری نمی‌کند اما واریانس باقی‌مانده برابر صفر می‌شود. مقدار f کدام است؟ ($f > 5$)

۱۹ (۱)

۲۱ (۳)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰

۶۱- در مورد نیروی وزن، چند مورد از عبارتهای زیر درست بیان شده‌اند؟

(الف) وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود.

(ب) جهت وزن همواره به طرف مرکز زمین است.

(پ) وزن یک جسم در ارتفاعهای مختلف از سطح زمین، یکسان است.

(ت) وزن یک جسم به جرم زمین بستگی ندارد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۶۲- سه نیروی افقی ۹، ۱۲ و ۱۷ نیوتونی به جسمی به جرم ۲kg وارد می‌شوند و جسم در حال سکون بر روی یک سطح افقی بدون

اصطکاک قرار دارد. اگر ناگهان نیروی ۱۷ نیوتونی حذف شود، پس از ۴ ثانیه اندازهٔ تکانهٔ جسم متحرک چند واحد SI خواهد

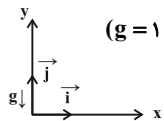
شد؟

۳۴ (۱) ۶۸ (۲) ۴۲ (۳) ۸۴ (۴)

۶۳- گلوله‌ای به جرم m به صورت عمودی رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود و اندازهٔ شتاب گلوله قبل از

رسیدن به بالاترین ارتفاع a_1 ، در بالاترین ارتفاع a_2 و در حرکت رو به پایین a_3 بنامیم، کدام مقایسه صحیح است؟

(۱) $a_1 = a_2 = a_3$ (۲) $a_1 > a_2 > a_3$ (۳) $a_1 = a_2 > a_3$ (۴) $a_1 = a_3 < a_2$

۶۴- جسمی روی سطحی افقی با تندی اولیه $10 \frac{m}{s}$ در جهت محور x پرتاب می‌شود. اگر نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کنددر SI به صورت $\vec{R} = -3\vec{i} + 12\vec{j}$ باشد، جسم پس از پیمودن چه مسافتی بر حسب متر متوقف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

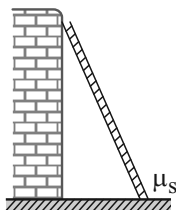
۲۰ (۱) ۲ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴)

۶۵- مطابق شکل یک نردبان یکنواخت به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و نردبان در آستانه لغزش است. اگر

نیرویی که دیوار بر نردبان وارد می‌کند، \vec{F}_{N_1} و نیروی عمودی که سطح زمین بر آن وارد می‌کند، \vec{F}_{N_2} باشد، نسبت $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}}$ کداماست؟ (ضریب اصطکاک ایستایی نردبان و سطح زمین μ_s است.)

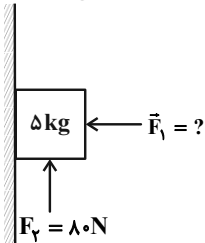
(۱) μ_s (۲) $\frac{1}{\mu_s}$

(۳) ۱ (۴) به جرم نردبان بستگی دارد.



محل انجام محاسبات

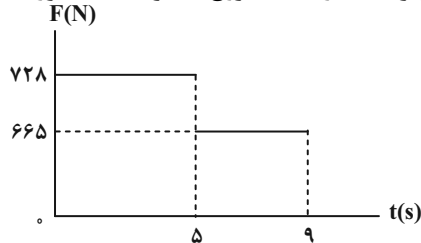
۶۶- در شکل زیر، اگر جسم ۵ کیلوگرمی در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، اندازه اختلاف دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 چند نیوتون است؟



$$(\mu_s = 0.5, g = 10 \frac{N}{kg})$$

- (۱) ۶۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۸۰
(۴) ۲۰

۶۷- شخصی به جرم ۷۰ kg درون آسانسور ساکنی روی یک نیروسنج ایستاده است. اگر بعد از شروع به حرکت آسانسور تا لحظه‌ای که می‌ایستد، نمودار عددی که نیروسنج نشان می‌دهد بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، از لحظه شروع به حرکت آسانسور

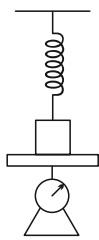


تا لحظه‌ای که می‌ایستد، آسانسور چند متر را طی می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۹

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

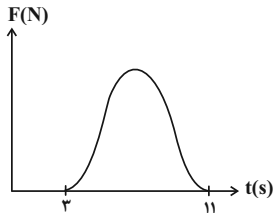
۶۸- مطابق شکل زیر، جسمی روی ترازویی قرار گرفته و فنری با جرم ناچیز به آن متصل شده است. اگر فنر به اندازه x فشرده شود ترازو عدد ۴۸ N و اگر فنر به اندازه x کشیده شود ترازو عدد ۳۶ N را نشان خواهد داد. جرم جسم چند کیلوگرم است؟



$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

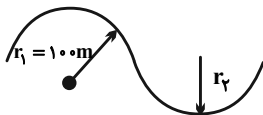
- (۱) ۶
(۲) ۰/۶
(۳) ۴۲
(۴) ۴/۲

۶۹- نمودار نیروی خالص وارد بر یک جسم بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر مساحت زیر منحنی معادل ۶۰ واحد SI باشد، مقدار نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم در این بازه زمانی چند نیوتون است؟



- (۱) ۷/۵
(۲) ۵
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

۷۰- شکل زیر مسیر حرکت اتومبیلی را در دو پیچ متوالی و افقی نشان می‌دهد. اگر حداکثر تندی مجاز اتومبیل در پیچ بزرگ‌تر ۲۵ درصد بیشتر از حداکثر تندی مجاز در پیچ کوچک‌تر باشد، شعاع پیچ کوچک‌تر چند متر است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی در کل مسیر ثابت است.)



- (۱) ۸۰
(۲) ۶۰
(۳) ۶۴
(۴) ۳۲

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۲۶

۷۱- چند کیلوگرم آب 70°C را با 20kg آب 10°C مخلوط کنیم تا آب 50°C حاصل شود؟ (اتلاف انرژی نداریم.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۷۲- فلزی با ظرفیت گرمایی C و دمای 75°C را داخل ظرفی به ظرفیت گرمایی $\frac{400}{\text{kg}}\text{J}$ که محتوی 500 گرم آب 10°C است،می‌اندازیم. اگر دمای تعادل 50°C باشد، C چند واحد SI است؟ (اتلاف گرما ناچیز و $c_{\text{آب}} = \frac{4200}{\text{kg.K}}\text{J}$)

- (۱) ۴۰۰۰ (۲) ۵۰۰۰ (۳) ۳۷۵۰ (۴) ۲۰۰۰

۷۳- چند کیلوژول گرما لازم است تا 2kg یخ $5^{\circ}\text{C}-$ را به آب 60°C تبدیل کند؟ (اتلاف انرژینداریم، $L_F = \frac{334}{\text{kg}}\text{kJ}$, $c_{\text{یخ}} = \frac{2100}{\text{kg.C}}\text{J}$, $c_{\text{آب}} = \frac{4200}{\text{kg.C}}\text{J}$)

- (۱) ۱۱۹۳۰۰۰ (۲) ۲۱۹۳۰۰۰ (۳) ۱۱۹۳ (۴) ۲۱۹۳

۷۴- قطعه یخی به جرم 81g و دمای $10^{\circ}\text{C}-$ را در ظرف آبی با دمای صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم. اگر در تعادل دمای قطعه یخبه $2^{\circ}\text{C}-$ برسد، چند گرم بر جرم یخ افزوده شده است؟ (اتلاف انرژی نداریم، $L_F = \frac{320}{\text{g}}\text{J}$, $c_{\text{یخ}} = \frac{2}{\text{g.C}}\text{J}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۳۰

۷۵- حداکثر چند گرم یخ $20^{\circ}\text{C}-$ را می‌توان به 300 گرم آب 30°C اضافه کرد تا تمامی یخ ذوب شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب ویخ انجام می‌شود، $c_{\text{یخ}} = \frac{2}{\text{g.K}}\text{J}$, $c_{\text{آب}} = \frac{4}{\text{g.K}}\text{J}$ و $L_F = \frac{336}{\text{g}}\text{J}$)

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۳۰۰

۷۶- در دو ظرف جداگانه و هم‌جنس A و B، به جرم‌های مساوی آب می‌ریزیم. اگر بر اثر تبخیر سطحی، جرم برابری از آب در هر دو

ظرف به ترتیب در مدت زمان Δt_A و Δt_B تبخیر شده باشد، در کدام حالت $\Delta t_A > \Delta t_B$ است؟

(۱) سطح مقطع ظرف A بیشتر از سطح مقطع ظرف B باشد.

(۲) فشار روی آب در ظرف A کمتر از فشار روی آب در ظرف B باشد.

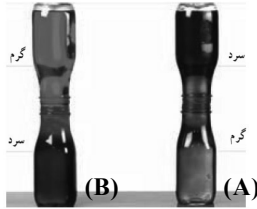
(۳) دمای آب در ظرف A کمتر از دمای آب در ظرف B باشد.

(۴) ضریب انبساط خطی ظرف A بیشتر از ضریب انبساط خطی ظرف B باشد.

محل انجام محاسبات

۷۷- مطابق شکل زیر به کمک کارت ویزیت مقوایی مانع از مخلوط شدن آب درون بطری‌ها شده‌ایم. اگر هم‌زمان کارت‌ها را از بین

بطری‌ها خارج کنیم، برای بطری‌های شکل همرفت رخ خواهد داد.



(۱) A- طبیعی

(۲) B- طبیعی

(۳) A- واداشته

(۴) B- واداشته

۷۸- مخزنی به حجم ۱۲ لیتر حاوی مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیوم در دمای 47°C و فشار $6/4\text{atm}$ است. اگر جرم مخلوط

گازها 40g گرم باشد، چند درصد از جرم مخلوط را هلیوم تشکیل می‌دهد؟ ($M_{\text{He}} = 4\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ، $M_{\text{O}_2} = 32\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ، $R = 8\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$)

و $1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$)

(۴) ۸۰

(۳) ۲۰

(۲) ۵۰

(۱) ۲۵

۷۹- چگالی گاز کاملی در فشار یک اتمسفر و دمای 27°C درجه سلسیوس برابر $\frac{1}{4}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است. چگالی همان مقدار از این گاز در فشار ۲

اتمسفر و دمای 127°C درجه سلسیوس چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

(۴) ۱۲

(۳) $1/2$

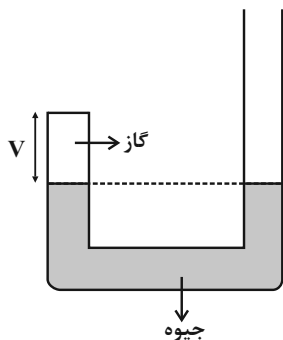
(۲) $2/1$

(۱) $0/4$

۸۰- در نوعی از آزمایش بویل، داخل لوله U شکل که یک طرف آن بسته است، جیوه به حال تعادل قرار دارد و حجم گاز آرمانی

محبوس در طرف چپ لوله برابر V است. در شاخه سمت راست جیوه می‌ریزیم به طوری که اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه

برابر 3cm می‌شود. فشار و حجم گاز آرمانی محبوس به ترتیب چقدر خواهد شد؟ ($P_0 = 76\text{cmHg}$)



(۱) $27, 3\text{cmHg}$

(۲) $\frac{2}{3}V, 114\text{cmHg}$

(۳) $\frac{1}{3}V, 152\text{cmHg}$

(۴) $\frac{1}{2}V, 76\text{cmHg}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

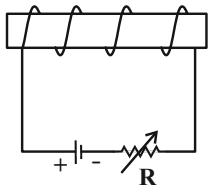
فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- با توجه به شکل‌های نشان داده شده، در کدام گزینه نیروی وارد بر بار منفی q درست نشان داده نشده است؟

۸۲- مطابق شکل یک آهنربای الکتریکی می‌سازیم، با انجام کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان تعداد گیره‌های فلزی بیشتری را با این



آهنربای الکتریکی جذب کرد؟

- (۱) طول سیم‌لوله را افزایش دهیم.
- (۲) قطب‌های باتری را عوض کنیم.
- (۳) از تعداد دورهای سیم‌لوله بکاهیم.
- (۴) مقاومت رثوستا را کاهش دهیم.

۸۳- ذره‌ای با بار $+2nC$ و جرم یک میلی‌گرم با تندی $4 \times 10^6 \text{ m/s}$ مطابق شکل زیر وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواختالکتریکی $E = 50 \cdot \frac{N}{C}$ و مغناطیسی $B = 4G$ وجود دارد. شتاب حرکت ذره چند $\frac{m}{s^2}$ خواهد شد؟ (اثر نیروی گرانش ناچیز است.)

- (۱) $2/4$
- (۲) $4/2$
- (۳) $2/4 \times 10^{-3}$
- (۴) $4/2 \times 10^{-3}$

۸۴- دو ذره باردار q_A و $q_B = 4q_A$ عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شوند. اگر جرم ذره A نصف جرم ذره B و تکانه دو ذره با یکدیگر برابر باشد، بزرگی نیروی وارد بر ذره A چند برابر بزرگی نیروی وارد بر ذره B است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) 2
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) 4

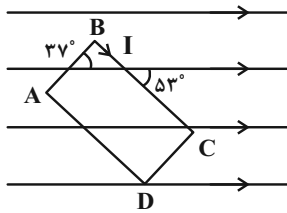
۸۵- الکترونی با انرژی جنبشی $4/5 \times 10^{-17} \text{ J}$ در یک میدان مغناطیسی به بزرگی 200 G در حال حرکت است. اگر زاویه بین حرکت الکترونو میدان مغناطیسی 90° باشد، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون بر حسب نیوتون کدام است؟

$$(m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- (۱) $3/2 \times 10^6$
- (۲) $3/2 \times 10^{-14}$
- (۳) $1/6 \times 10^6$
- (۴) $1/6 \times 10^{-14}$

محل انجام محاسبات

۸۶- در شکل زیر یک قابل مستطیل شکل حامل جریان الکتریکی در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر طول مستطیل دو برابر عرض آن و اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر هر عرض مستطیل ۳۰ نیوتون باشد، اندازه نیروی وارد بر طول مستطیل (BC) چند نیوتون است؟ $(\cos 53^\circ = 0.6)$



چند نیوتون است؟ $(\cos 53^\circ = 0.6)$

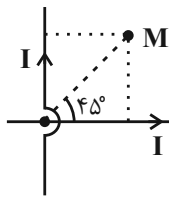
۸۰ (۱)

۴۰ (۲)

۹۰ (۳)

۴۵ (۴)

۸۷- جهت میدان مغناطیسی برآیند ناشی از دو سیم با جریان‌های برابر در نقطه M در کدام جهت است؟



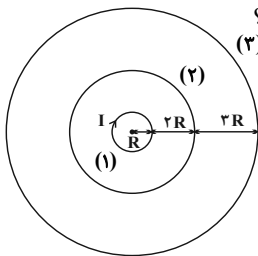
(۱) برون سو

(۲) درون سو

(۳) رو به بالا

(۴) میدان برآیند در این نقطه صفر است و جهتی ندارد.

۸۸- در شکل زیر برآیند میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌های حامل جریان صفر است. اگر اندازه جریان در هر دو حلقه (۲) و (۳) یکسان و برابر با I' باشد، کدام گزینه در مورد I' و جهت آن در حلقه‌های (۲) و (۳) درست است؟



(۱) $I' = I$ ، الزاماً جهت جریان در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

(۲) $I' = 2I$ ، الزاماً جهت جریان در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

(۳) $I' = I$ ، جهت جریان در حلقه (۲) پادساعتگرد و در حلقه (۳) ساعتگرد است.

(۴) $I' = 2I$ ، جهت جریان در حلقه (۲) پادساعتگرد و در حلقه (۳) ساعتگرد است.

۸۹- میدان مغناطیسی ایجاد شده درون سیملوله‌ای که شامل N حلقه به هم چسبیده می‌باشد و از آن جریان الکتریکی می‌گذرد، برابر با 0.16 تسلا است. اگر سیملوله را از وسط طولش نصف کرده و جریان الکتریکی عبوری را 25 درصد کاهش دهیم، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز آن چند گاوس می‌شود؟

۲۴۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۴۰ (۱)

۹۰- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مس در یک میدان مغناطیسی قوی به مقدار مختصری با خط‌های میدان هم‌سو می‌شود.

(۲) دو قطبی‌های سرب و بیسموت در میدان مغناطیسی خارجی قوی، در خلاف سوی میدان خارجی قرار می‌گیرند.

(۳) در میدان مغناطیسی، فولاد دارای خاصیت مغناطیسی موقت می‌گردد.

(۴) کبالت، نیکل و آلومینیم جزء مواد فرومغناطیسی‌اند.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۲۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- یک گوی آلومینیومی به جرم ۱۰۰ گرم و دمای ۱۰۰°C و یک کره فلزی با دمای ۸۰°C را در درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی

۱۵۰ $\frac{J}{K}$ که حاوی ۵۰۰ گرم آب با دمای ۳۰°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه پس از رسیدن به تعادل گرمایی $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, c_{\text{آلومینیم}} = 900 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C})$ می‌باشد؟ $\frac{J}{K}$ چند

۱) ۱۲۰۰ (۲) ۱۳۵۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۶۵۰

۹۲- جرم یخ در مخلوطی از آب و یخ برابر با ۱۰۰ گرم است. اگر به این مخلوط ۱۵/۱۲ kJ گرما دهیم، حجم مخلوط چند سانتی‌متر

مکعب کاهش می‌یابد؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{kJ}{kg \cdot K}, L_F = 336 \frac{kJ}{kg}, \rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$

۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۰

۹۳- گرمکنی در فشار یک اتمسفر ۱/۵ لیتر آب ۲۰°C را در مدت ۵ دقیقه به دمای جوش می‌رساند. با این گرمکن طی مدت ۶ دقیقه

حداکثر چند گرم یخ صفر درجه سلسیوس را می‌توان به آب ۱۰۰°C تبدیل کرد؟ (اتلاف انرژی نداریم،

 $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}, L_{\text{یخ}} = 336 \frac{kJ}{kg})$

۱) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۶۰۰

۹۴- داخل ظرفی عایق با ظرفیت گرمایی $168 \frac{J}{K}$ که محتوی ۴۰۰g آب ۵°C است، فلزی به جرم ۲۵g و دمای ۵۴°C را به آرامی

می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، چه کسری از گرمایی که فلز از دست داده، توسط آب دریافت شده است؟

 $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}, c_{\text{فلز}} = 840 \frac{J}{kg \cdot K})$ و تبادل گرمایی با محیط نداریم.۱) $\frac{10}{11}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۳) $\frac{25}{44}$ (۴) $\frac{15}{44}$

۹۵- چند کیلوژول گرما لازم است تا ۵ گرم یخ با دمای ۴- درجه فارنهایت به آب با دمای ۱۰ درجه سلسیوس تبدیل شود؟

 $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{g \cdot ^\circ C}, L_F = 336 \frac{J}{g})$

۱) ۲/۱ (۲) ۱۹۹۵ (۳) ۱۸۹۵ (۴) ۲۱۰۰

محل انجام محاسبات

۹۶- حداقل چند گرم آب 40°C را بر روی قطعه یخی به جرم 200g و دمای 0°C بریزیم، تا تمام یخ ذوب شود؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}})$$

۰/۱ (۱) ۰/۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴)

۹۷- چند مورد از عبارات زیر، جملهٔ روبه‌رو را به‌صورت صحیح تکمیل می‌کند؟ «در سطح آزاد هر مایع، ...»

الف) در هر دمایی تبخیر رخ می‌دهد.

ب) مقدار مایع در اثر تبخیر کاهش می‌یابد.

پ) تبخیر روی می‌دهد که آهنگ تبخیر سطحی با افزایش دما و فشاری که بر مایع وارد می‌شود، افزایش می‌یابد.

ت) با افزایش سطح آزاد مایع، آهنگ تبخیر سطحی آن سریع‌تر می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۸- اگر در فشار ثابت حجم مقدار معینی گاز از 7L به $13/3\text{L}$ برسد، دمای گاز بر حسب درجهٔ سلسیوس 11 برابر می‌شود. دمای

اولیهٔ گاز چند درجهٔ فارنهایت است؟

۴۸/۶ (۱) ۳۰۰ (۲) ۲۷ (۳) ۸۰/۶ (۴)

۹۹- مخزنی به حجم $11/2$ لیتر حاوی مخلوطی از گازهای آرمانی اکسیژن و هیدروژن به جرم 22 گرم در دمای 27°C است. اگر نسبت جرم

گاز هیدروژن به گاز اکسیژن $\frac{3}{8}$ باشد، فشار مخلوط چند اتمسفر است؟ $(m_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, m_{\text{H}_2} = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}})$

۳/۷۵ (۱) ۰/۳۷۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۷/۵ (۴)

۱۰۰- یک لوله آزمایش به طول L که هر دو انتهای آن باز است را تا عمق 25cm در جیوه فرو می‌بریم. سپس دهانه بالایی آن را با

انگشت مسدود کرده و از جیوه خارج می‌کنیم. اگر ارتفاع جیوه داخل لوله 10 سانتی‌متر کاهش یابد، L بر حسب سانتی‌متر کدام

است؟ $(P_0 = 75\text{cmHg}$ و دما را ثابت فرض کنید.)

۴۰ (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۵ (۴)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۲۷ تا ۵۰

۱۰۱- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

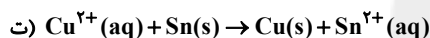
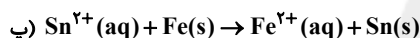
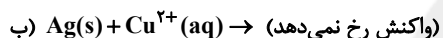
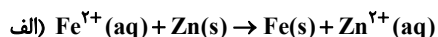
- الف) کسب اطمینان از کیفیت فرآورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در قلمرو علم ترموشیمی قرار دارد.
 ب) چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که دارای باتری‌های قابل شارژ و لامپ‌های LED و سلول‌های خورشیدی است.
 پ) دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی، دو رکن اساسی تحقق فناوری‌های مربوط به افزایش سطح رفاه و آسایش مردم است.
 ت) الکتروشیمی، افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی شیمیایی، می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبزگام بردارد.
- (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) ب و پ (۴) الف و ت

۱۰۲- تیغه‌ای به جرم ۲۵ گرم از آلومینیم را وارد ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر نقره نیترات می‌کنیم. اگر پس از مدتی غلظت محلول نقره نیترات نصف شود و در این مدت واکنش با فرض آن که ۷۵ درصد جرم رسوب تولید شده بر روی تیغه قرار گیرد،

جرم تیغه در این لحظه برابر چند گرم است؟ ($Al = 27, Ag = 108 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲۴/۶۴ (۲) ۲۸/۲۲ (۳) ۲۷/۸۸ (۴) ۲۸/۲۶

۱۰۳- با توجه به واکنش‌های زیر، سومین گونه اکسندۀ از نظر قدرت اکسندگی قوی در کدام گزینه آمده است؟



- (۱) Sn^{2+} (۲) Cu^{2+} (۳) Ag^{+} (۴) Fe^{2+}

۱۰۴- یون Ni^{2+} اکسندۀ تر از یون Zn^{2+} است. درباره سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های نیکل و روی کدام عبارت درست است؟

(۱) روی در نقش آند (قطب مثبت) بوده و نیکل نیز کاتد (قطب منفی) خواهد بود.

(۲) جهت حرکت الکترون‌ها از طرف نیم‌سلول روی به طرف نیم‌سلول نیکل است.

(۳) آنیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به طرف نیم‌سلول نیکل می‌روند.

(۴) کاتیون‌های Ni^{2+} با عبور از دیواره متخلخل به طرف نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر، درباره سلول‌های گالوانی به درستی بیان شده است؟

$$E^{\circ}(Pt^{2+} / Pt) = +1 / 20V$$

$$E^{\circ}(Cr^{3+} / Cr) = -0 / 74V$$

$$E^{\circ}(Cu^{2+} / Cu) = +0 / 34V$$

$$E^{\circ}(Zn^{2+} / Zn) = -0 / 76V$$

$$E^{\circ}(Au^{3+} / Au) = +1 / 50V$$

$$E^{\circ}(Co^{2+} / Co) = -0 / 28V$$

- * در سلول گالوانی $Au - Zn$ ، الکترون‌ها از طریق مدار بیرونی، به سمت نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.
- * در سلول گالوانی $Cu - SHE$ ، با گذر زمان pH محلول الکترولیت در نیم‌سلول استاندارد، کاهش می‌یابد.
- * در سلول گالوانی $Co - Cr$ ، الکتروند فلزی که عدد اتمی بیشتری دارد، کاهش جرم پیدا خواهد کرد.
- * در سلول گالوانی $Au - Pt$ ، آنیون‌ها از طریق دیواره متخلخل به سمت قطب منفی سلول (نیم‌سلول پلاتین) می‌روند.

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

محل انجام محاسبات

۱۰۶- در سلول گالوانی حاصل از نیم سلولهای Mn و SHE، نیم سلول Mn قطب منفی سلول بوده و در سلول گالوانی متشکل از نیم سلولهای Cu و SHE، نیم سلول SHE آند می باشد. چند مورد از عبارتهای زیر در مورد سلول گالوانی حاصل از نیم سلولهای Cu و Mn درست هستند؟

* به مرور زمان محلول حاوی Mn^{2+} غلیظتر می شود.

* نیم سلول Cu^{2+} / Cu به عنوان قطب مثبت عمل می کند.

* الکترون ها در مدار خارجی از طرف نیم سلول منگنز به طرف نیم سلول مس حرکت می کنند.

* با گذشت زمان از جرم تیغه منگیزی کاسته خواهد شد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۷- اگر در سلول گالوانی «کادمیم-بیسموت» جرم اولیه الکترودهای کادمیم و بیسموت با یکدیگر برابر باشد؛ با انتقال $7/224 \times 10^{23}$ الکترون از نیم سلول آندی به نیم سلول کاتدی، اختلاف جرم دو تیغه آندی و کاتدی به چند گرم می رسد؟

($E^\circ(Cd^{2+} / Cd) = -0/40V, E^\circ(Bi^{3+} / Bi) = +0/31V, Bi = 209, Cd = 112 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۶/۴ (۲) ۸۲ (۳) ۱۵۰/۸ (۴) ۷۵۴

۱۰۸- در سلول گالوانی «X-Y»، نیم سلول X قطب مثبت سلول و در سلول گالوانی «Y-Z» الکترودهای Z نقش کاهنده را دارد؛ کدام مورد(ها) از عبارتهای زیر درباره سلول گالوانی «Z-X»، به نادرستی بیان شده است؟

الف) به مرور زمان درون محلولهای الکترولیت این سلول، نسبت $\frac{[Z^{n+}]}{[X^{m+}]}$ کاهش می یابد.

ب) در این سلول، جهت حرکت الکترون ها درون مدار بیرونی، از الکترودهای Z به سمت الکترودهای X می باشد.

پ) اگر فلز X برخلاف Z با محلول HCl واکنش ندهد، قطعاً emf این سلول از سلول «Y-SHE» بیشتر است.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

۱۰۹- اگر E° نیم سلول A^{2+} / A برابر با $-0/4$ ولت بوده و emf سلول گالوانی که واکنش $2B(s) + 3A^{2+}(aq) \rightarrow 2B^{3+}(aq) + 3A(s)$ در آن انجام می شود، برابر با $+0/34$ ولت باشد، E° نیم واکنش $3e^- + B^{3+} \rightarrow B(s)$ چند ولت خواهد بود؟

(۱) $-0/74$ (۲) $-0/06$ (۳) $+0/06$ (۴) $+0/74$

۱۱۰- چند مورد از موارد زیر درباره لیتیم و باتریهای لیتیمی درست است؟

* لیتیم در بین فلزات، کمترین چگالی را دارد.

* E° فلز لیتیم از بقیه عناصر هم گروه خود بیشتر است.

* از ویژگیهای مهم باتریهای دگمه‌ای، سبک بودن و قابل شارژ بودن آنها است.

* پسماندهای الکتریکی سمی هستند در نتیجه نباید در طبیعت رها شوند و باید به درستی دفن شوند.

* برخی از پسماندهای الکتریکی به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از فلزات ارزشمند، منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

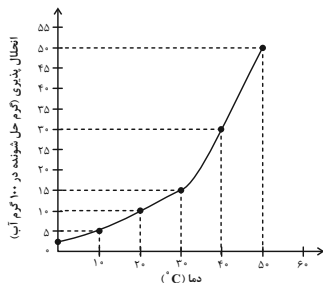
(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۱۰

۱۱۱- اگر نمودار انحلال پذیری - دما برای یک نمک به صورت مقابل باشد و ۲۳۰ گرم از محلول آن را (که حاوی ۲۰۰ گرم حلال است) از

دمای ۵۰°C تا ۲۰°C سرد کنیم، چند گرم رسوب تولید خواهد شد؟



(۱) صفر

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) ۴۰

۱۱۲- انحلال پذیری نمک X در دماهای ۶۰°C و ۳۰°C به ترتیب برابر ۵۸ و ۴۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب می‌باشد، اگر انحلال پذیری نمک Y

در دمای ۶۰°C، ۱۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب از انحلال پذیری نمک X در همین دما کمتر باشد؛ عرض از مبدأ نمودار انحلال پذیری -

دمای نمک Y حداقل چقدر باشد تا در هر دمایی انحلال پذیری نمک X بیشتر از نمک Y باشد؟ (نمودار انحلال پذیری - دما را

برای این دو نمک خطی در نظر بگیرید.)

۳۱ (۴)

۳۴ (۳)

۲۱ (۲)

۱۹ (۱)

۱۱۳- انحلال پذیری نمکی از رابطه $S = 38 - 0.2\theta$ تبعیت می‌کند. چند مورد از عبارات‌های زیر درباره این نمک نا درست است؟

(الف) انحلال پذیری این نمک با دما رابطه مستقیم دارد.

(ب) محلول سیرشده این نمک در دمای ۱۰°C حاوی ۳۸ درصد جرمی از این نمک است.

(پ) اگر در دمای ۲۰°C، مقدار ۳۲ گرم از این نمک را در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم، محلولی سیرنشده حاصل می‌شود.

(ت) با سرد کردن محلولی از آن با دمای ۵۰°C تا دمای ۲۰°C مقداری از نمک حل شده، ته‌نشین می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۴- معادله انحلال پذیری سدیم نیترات به صورت $S = 0.8\theta + 72$ است. در چه دمایی، غلظت محلول سیرشده این نمک به ۱۰ مولاربا چگالی ۱/۸۵ گرم بر میلی‌لیتر می‌رسد؟ ($\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۴۳/۷۵ (۴)

۳۶/۵ (۳)

۱۶/۲۵ (۲)

۷/۷۵ (۱)

۱۱۵- با توجه به جدول داده شده که بیانگر انحلال پذیری نمک AB با جرم مولی 120g.mol^{-1} در دماهای مختلف است، می‌توان نتیجه گرفت:

| $\theta(^{\circ}\text{C})$ | ۰ | ۲۰ | ۴۰ | ۶۰ |
|--|----|----|----|----|
| $S\left(\frac{\text{g AB}}{100 \text{g H}_2\text{O}}\right)$ | ۲۵ | ۳۷ | ۴۹ | ۶۱ |

(۱) با افزایش دمای یک محلول سیرشده از این نمک، محلول فراسیرشده تولید خواهد شد.

(۲) با حل شدن ۰/۳ مول از نمک AB در ۱۰۰ گرم آب در دمای ۲۰°C، محلولی سیرشده به دست می‌آید.

(۳) معادله انحلال پذیری این نمک به صورت $S = 0.6\theta + 25$ می‌باشد.

(۴) نمودار انحلال پذیری نمک AB به صورت نزولی است.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- جهت گیری مولکول های نیتروژن تری فلئوئورید و گوگرد دی اکسید در میدان الکتریکی به ترتیب از راست به چپ مشابه کدامیک

از مولکول های زیر است؟ (H, C, N, O, Si, P, S, Cl)

- (۱) اتانول - متان
 (۲) کربن دی اکسید - سیلیسیم تتراکلرید
 (۳) گوگرد تری اکسید - آب
 (۴) کربن مونوکسید - فسفر تری کلرید

۱۱۷- با توجه به مقایسه های زیر، نسبت تعداد مقایسه های درست به تعداد مقایسه های نادرست کدام است؟

* انحلال پذیری در آب: $C_2H_5OH > C_2H_6O$

* گشتاور دو قطبی: $H_2O > H_2S$

* نقطه جوش: $HF > NH_3$

* قدرت نیروی بین مولکولی: $Br_2 < I_2$

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) ۳
 (۳) ۱
 (۴) صفر

۱۱۸- چند مورد از عبارات های زیر نادرست هستند؟

- * اتانول حلالی قطبی است که از سه عنصر تشکیل شده و به هر نسبتی در آب حل می شود.
- * در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن در راس حلقه های شش ضلعی از یک طرف با تشکیل دو پیوند کووالانسی و از طرف دیگر با تشکیل دو پیوند هیدروژنی به اتم هیدروژن متصل شده است.
- * مولکول های آب در هر سه حالت جامد، مایع و گاز دارای ساختاری خمیده هستند.
- * هگزان، به عنوان رقیق کننده رنگ (تینر) مورد استفاده قرار می گیرد.
- * در بخار آب فقط پیوند کووالانسی بین اتم ها وجود داشته و به نظر می رسد بین مولکول ها پیوند هیدروژنی تشکیل نمی شود.

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر، درباره حالت های فیزیکی مختلف آب درست است؟

- * در حالت بخار، مولکول های آب آزادانه و منظم از جایی به جای دیگر انتقال می یابند.
- * در حالت مایع، به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی ضعیف، مولکول های آب روی هم می لغزند و جابه جا می شوند.
- * در ساختار یخ، مولکول های آب شبکه ای مانند کندوی عسل را به وجود می آورند که در شش بُعد گسترش یافته است.
- * به دلیل وجود حفره های موجود در ساختار شبکه ای یخ، آب به هنگام انجماد افزایش چگالی پیدا می کند.

- (۱) صفر
 (۲) یک
 (۳) دو
 (۴) سه

۱۲۰- چند مورد از موارد زیر از نظر درستی یا نادرستی همانند جمله زیر می باشند؟

- «اتانول و استون دو حلال در صنعت و آزمایشگاه هستند که اتانول نسبت به استون آسان تر تبخیر می شود.»
- * تمامی محلول های موجود در بدن انسان، محلول های آبی هستند.
- * چگالی هگزان مایع همانند گشتاور دو قطبی (μ) آن از آب کمتر است.
- * هوا و آب دریا از جمله محلول هایی هستند که از یک حلال و چند حل شونده تشکیل شده اند.
- * محلول های ید در هگزان و بنزین خودرو، دو محلول غیر آبی هستند که به ترتیب رنگ های بنفش و سبز دارند.

- (۱) یک
 (۲) دو
 (۳) سه
 (۴) چهار

محل انجام محاسبات

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از تغییرات زیر منجر به افزایش سرعت واکنش انجام شده بین فلز منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید خواهد شد؟

* افزایش فشار هوا بر روی ظرف واکنش

* افزودن آب به محلول اسیدی و دو برابر کردن حجم آن

* کاهش دمای ظرف واکنش

* استفاده از براده منیزیم به جای یک قطعه از آن

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۲- کدامیک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) سرعت تولید یا مصرف یک ماده در یک واکنش در گستره زمانی قابل اندازه‌گیری را سرعت متوسط آن ماده می‌گویند.

(۲) سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فرآورده‌ها در واکنش‌های شیمیایی با یکدیگر برابر است.

(۳) بررسی شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی و عوامل موثر بر سرعت واکنش‌ها، در حیطه علم سینتیک است.

(۴) شیمی‌دان‌ها به دنبال سرعت بخشیدن به واکنش‌هایی هستند که بتواند فرآورده‌های گوناگونی را با صرفه اقتصادی تولید کنند.

۱۲۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) افزودن مقداری پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش تجزیه آن را افزایش می‌دهد.

(ب) انفجار واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت مایع یا گاز، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

(پ) با نصف کردن یک مکعب زغال، سطح تماس آن به تقریب ۱/۵ برابر می‌شود.

(ت) واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر است، زیرا در خاک باغچه کاتالیزگر برای این واکنش وجود دارد.

(ث) انحلال قرص جوشان خرد شده نسبت به قرص جوشان کامل (با جرم‌های برابر)، حجم بیشتری از گاز CO_2 را در مدت زمان یکسان تولید می‌کند.

(۱) الف، پ و ت (۲) ت و ث (۳) ب، پ (۴) الف، ب و ت

۱۲۴- با توجه به تغییرات غلظت HCl در واکنش گازی $4\text{HCl} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{Cl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ مطابق با جدول زیر، سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه

دوم، چند برابر سرعت واکنش در ۴۵۰ ثانیه پایانی طبق جدول خواهد بود؟

| t(s) | ۰ | ۲۰ | ۴۰ | ۶۰ | ۸۰ | ۱۵۰ | ۲۵۰ | ۴۰۰ | ۶۰۰ |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $[\text{HCl}](\text{mol.L}^{-1})$ | ۰/۵۰۰ | ۰/۳۵۰ | ۰/۲۵۰ | ۰/۲۰۰ | ۰/۱۸۰ | ۰/۱۴۰ | ۰/۱۱۰ | ۰/۰۷۵ | ۰/۰۵۰ |

(۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۱۶ (۳) ۶/۲۵ (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

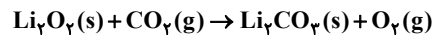
۱۲۵- واکنش $8\text{HNO}_3(\text{aq}) + 3\text{Cu}(\text{s}) \rightarrow 3\text{Cu}(\text{NO}_3)_2(\text{aq}) + 2\text{NO}(\text{g}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ در یک ظرف ۵ لیتری سرریسته انجام شده است. اگر سرعت متوسط تولید گاز NO برابر $0.04 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد، چند دقیقه زمان لازم است تا ۱۱۵۲ گرم فلز مس خالص در

این واکنش مصرف شود؟ ($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Cu} = 64 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۲/۲ (۳) ۳۰ (۴)

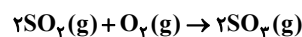
۱۲۶- مقداری لیتیم پراکسید خالص را با مقدار کافی گاز کربن دی‌اکسید مطابق معادله موازنه نشده زیر در شرایط STP واکنش می‌دهیم، اگر پس از گذشت ۵ دقیقه از آغاز واکنش، جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش ۱۵ گرم افزایش یابد؛ سرعت متوسط

تولید گاز اکسیژن در این بازه زمانی برحسب mL.s^{-1} کدام است؟ ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{Li} = 7 : \text{g.mol}^{-1}$)



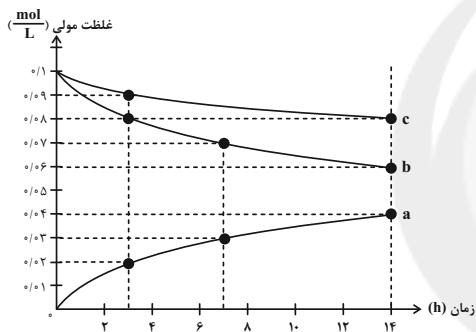
۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۲۷- در ظرفی ۴۰ لیتری و در شرایط STP، مقدار ۵/۶ لیتر گاز اکسیژن با مقدار کافی گاز SO_2 وارد واکنش شده و پس از ۳۰۰ ثانیه جرم گاز اکسیژن به ۴ گرم می‌رسد سرعت تولید گاز SO_2 در این بازه زمانی چند $\text{mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ است؟



۱ (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۲۰۰

۱۲۸- طبق نمودار روبه‌رو که مربوط به واکنش گاز نیتروژن مونواکسید با گاز اکسیژن است، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) منحنی b مربوط به گاز قهوه‌ای رنگ و منحنی c مربوط به گاز اکسیژن است.

(۲) سرعت مصرف اکسیژن نصف سرعت تولید گاز نیتروژن دی‌اکسید است.

(۳) سرعت مصرف گاز نیتروژن مونواکسید در بازه زمانی ۳ تا ۷ ساعت،

برابر با سرعت تولید گاز نیتروژن دی‌اکسید در همان بازه زمانی است.

(۴) اگر زمان انجام واکنش را ۱۴ ساعت در نظر بگیریم، در ۳ ساعت اول

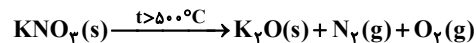
نیمی از فراورده تولید می‌شود.

۱۲۹- بر اساس جدول زیر که مربوط به واکنش $2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{SO}_3(\text{g})$ می‌باشد. مقدار $x + y$ کدام است؟

| $-\frac{\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T}$ | زمان (s) | $[\text{SO}_2]$ | $[\text{O}_2]$ |
|---|----------|-----------------|----------------|
| $7/5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ | ۰ | ۰/۱ | ۰ |
| | ۲۰ | x | y |

۱ (۱) $7/5 \times 10^{-3}$ (۲) $9/75 \times 10^{-2}$ (۳) $9/5 \times 10^{-2}$ (۴) $7/25 \times 10^{-3}$

۱۳۰- هرگاه در واکنش موازنه نشده زیر، طی مدت ۵ دقیقه کاهش جرم مخلوط واکنش برابر ۴/۳۲ گرم باشد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن چند لیتر بر ثانیه می‌باشد و در ۲ دقیقه ابتدایی واکنش به تقریب چند گرم K_2O تولید شده است؟ (سرعت این واکنش را ثابت و حجم مولی گازها را ۲۴ لیتر در نظر بگیرید.) ($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{K} = 39 : \text{g.mol}^{-1}$) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱ (۱) $3, 1/6 \times 10^{-2}$ (۲) $1/5, 8 \times 10^{-3}$ (۳) $3/76, 8 \times 10^{-3}$ (۴) $3/76, 1/6 \times 10^{-2}$

محل انجام محاسبات

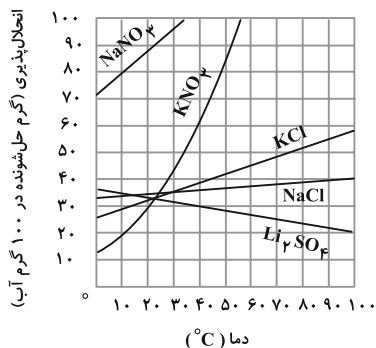
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۱۰

توجه:

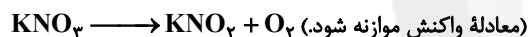
دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- با توجه به نمودار زیر، درصد جرمی پتاسیم نیترات در محلول سیر شده آن در دمای 39°C برابر ... بوده و با سرد کردن 90°C گرم محلول سیر شده پتاسیم کلرید از دمای 75°C تا دمای 44°C ، مقدار ... گرم حل‌شونده رسوب خواهد کرد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



- (۱) $37/5$ ، 60
 (۲) $44/44$ ، 80
 (۳) $37/5$ ، 80
 (۴) $44/44$ ، 60

۱۳۲- انحلال پذیری پتاسیم نیترات در دماهای 60 و 20 درجه سانتی‌گراد به ترتیب $82/5$ و 32 گرم در 100 گرم آب است. اگر دمای $36/5$ گرم محلول سیر شده آن را از 6°C تا 20°C کاهش دهیم و رسوب حاصل مطابق واکنش زیر تجزیه شود، چند گرم گاز اکسیژن تولید خواهد شد؟ ($K = 39, N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



$$1/6 \text{ (۴)} \quad 3/2 \text{ (۳)} \quad 16 \text{ (۲)} \quad 32 \text{ (۱)}$$

۱۳۳- اگر معادله انحلال پذیری در نمک‌های A و B به ترتیب $S_A = -0/3\theta + 70$ و $S_B = 1/4\theta + 36$ (S انحلال پذیری، θ دما بر حسب درجه سلسیوس) باشد؛ در چه دمایی انحلال پذیری دو نمک یکسان می‌شود و اگر 322 گرم محلول سیر شده نمک A را از دمای 80°C تا دمای 30°C سرد کنیم، چند گرم نمک رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$30-20^{\circ}\text{C} \text{ (۱)} \quad 0-20^{\circ}\text{C} \text{ (۲)} \quad 30-31^{\circ}\text{C} \text{ (۳)} \quad 0-31^{\circ}\text{C} \text{ (۴)}$$

۱۳۴- چه تعداد از مولکول‌های زیر در میدان الکتریکی، رفتاری شبیه به مولکول O_3 دارند؟



$$5 \text{ (۴)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad 3 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

۱۳۵- کدام گزینه درست است؟

(۱) در ترکیبات هیدروژن‌دار عنصرهای گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی، نقطه جوش نخستین ترکیب هریک از گروه‌ها از دومین ترکیب همان گروه بیشتر است.

(۲) در ترکیب‌های قطبی، همواره با افزایش جرم مولی، نقطه جوش افزایش می‌یابد.

(۳) AsH_3 نسبت به PH_3 آسان‌تر مایع می‌شود.

(۴) هیدروژن فلئورید همانند آب، در دمای اتاق به حالت مایع است.

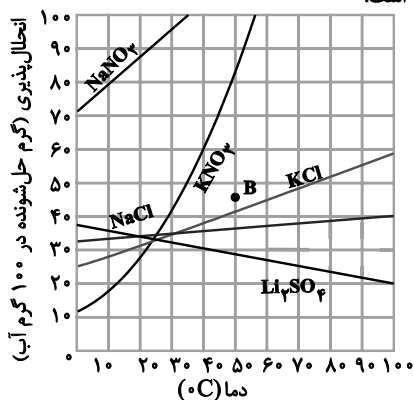
محل انجام محاسبات

۱۳۶- معادله انحلال پذیری پتاسیم کلرید در آب به صورت $S = 0/20 + 27$ است. برای تبدیل ۹۰۰ گرم محلول ۵۰۰۰۰ ppm از آن در دمای 90°C به محلولی سیر شده در همین دما، چند گرم نمک دیگر باید در محلول حل شود؟

۴۸۶ (۴) ۴۵۹ (۳) ۴۴۱ (۲) ۴۱۶/۷ (۱)

($\text{KNO}_3 \approx 100 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱۳۷- با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟



(۱) معادله انحلال پذیری لیتیم سولفات برحسب دما تقریباً بصورت $S = -0/160 + 36$ است.

(۲) نقطه B نسبت به منحنی انحلال پذیری KCl نشان دهنده یک محلول فراسیر شده و نسبت به محلول KNO_3 نشان دهنده یک محلول سیر نشده است.

(۳) غلظت محلول سیر شده پتاسیم نیترات در دمای 56°C به تقریب برابر با

10 mol.L^{-1} است. ($d = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ محلول)

(۴) هنگامی که دمای ۲۰ گرم محلول سیر شده سدیم نیترات را از 35°C به 10°C کاهش دهیم، ۲ گرم رسوب تشکیل می‌شود.

۱۳۸- با توجه به شکل زیر که محلول سیر شده نمک AB را در دو دمای متفاوت نشان می‌دهد، همه عبارات‌های زیر درست‌اند؛ به جز ...



درصد جرمی = ۲۰٪ درصد جرمی = ۴۰٪

(۱) انحلال پذیری نمک AB در دمای 25°C برابر ۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب می‌باشد.

(۲) با سرد کردن ۵۰۰ گرم محلول سیر شده از دمای 60°C به دمای 25°C ، مقدار ۱۵۰ گرم نمک AB رسوب می‌کند.

(۳) اگر معادله انحلال پذیری این نمک به تقریب به صورت $S = 1/190 + b$ باشد، مقدار b برابر $4/75$ است.

(۴) با حرارت دادن ۱۰۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی این نمک و تبخیر کامل آب آن، مقدار ۲۰۰ g نمک AB در ته ظرف باقی می‌ماند.

۱۳۹- انحلال پذیری یک نمک از معادله $S = -0/150 + 36$ پیروی می‌کند. با توجه به آن، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) این معادله را می‌توان به انحلال پذیری پتاسیم نیترات نسبت داد.

(۲) با افزایش دما انحلال پذیری آن افزایش می‌یابد.

(۳) برای تهیه یک محلول سیر شده در دمای 40°C ، می‌توان ۵۰ گرم از این نمک را در ۲۰۰ گرم آب حل کرد.

(۴) با گرم کردن ۲۶۰ گرم محلول سیر شده از دمای 40°C تا 60°C ، ۶ گرم رسوب حاصل می‌شود.

۱۴۰- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(الف) در شرایط یکسان، گاز هیدروژن سولفید آسان‌تر از گاز هیدروژن برمید به حالت مایع تبدیل می‌شود.

(ب) از استون برخلاف اتانول نمی‌توان محلول سیر شده در آب تهیه کرد.

(پ) در ساختار یخ، فضاهای خالی در دو بُعد گسترش یافته است.

(ت) میزان قطبیت مولکول‌های آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

(۴) پ، ت

(۳) ب، پ

(۲) الف، ب

(۱) الف، ت

محل انجام محاسبات



آزمون «۱۸ آذر ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

دفترچه سؤال

مباحث نیم سال دوم دوازدهم
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس‌های نیم سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می‌شود.
تراز درس‌های نیم سال دوم دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ‌گویی |
|-----------------------|------------|------------|----------------|
| حسابان دوازدهم | ۱۰ | ۱۴۱-۱۵۰ | ۱۰' |
| هندسه دوازدهم | ۱۰ | ۱۵۱-۱۶۰ | ۱۵' |
| ریاضیات گسسته دوازدهم | ۱۰ | ۱۶۱-۱۷۰ | ۱۵' |
| فیزیک دوازدهم | ۱۰ | ۱۷۱-۱۸۰ | ۱۰' |
| شیمی دوازدهم | ۱۰ | ۱۸۱-۱۹۰ | ۱۰' |
| جمع کل | ۵۰ | ۱۴۱-۱۹۰ | ۶۰' |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ | هندسه | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| گزینشگر | عادل حسینی | امیرحسین ابومحیوب | سوگند روشنی | بابک اسلامی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی | عادل حسینی | عادل حسینی | حمید زرین کفش | یاسر راش |
| | | علی محمدزاده شبستری | علی محمدزاده شبستری | زهره آقامحمدی | محمدحسن محمدزاده مقدم |
| | | ویراستار استاد: مهرداد ملوندی | ویراستار استاد: مهرداد ملوندی | ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری | بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحیوب | امیرحسین ابومحیوب | بابک اسلامی | امیرحسین مسلمی |
| مستند سازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | مجتبی خلیل‌ارجمندی | سمیه اسکندری |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|---|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی‌زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی |
| حروف‌نگار | میلاد سیاوشی |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): مشتق، کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۶

۱۴۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{2x^2 - 2}$ روی بازه $[1, 3]$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = 4$ می‌باشد؟

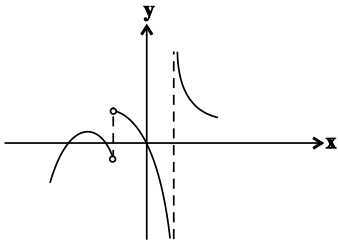
$$\sqrt{30} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{30}}{2} \quad (2) \quad \frac{4}{\sqrt{30}} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{30}}{4} \quad (4)$$

۱۴۲- طول نقطه بحرانی مشتق‌ناپذیر و $x = b$ طول نقطه بحرانی مشتق‌پذیر تابع $f(x) = |x^3 - 1|$ است. مساحت ناحیه محدود به نیم‌خط‌های مماس راست و چپ در $x = a$ و خط مماس در $x = b$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

۱۴۳- نمودار مشتق تابع پیوسته f به صورت زیر است. تعداد مینیمم‌های نسبی f کدام است؟

$$0 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۱۴۴- فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = -x|x|$ در بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

$$\sqrt{34} \quad (1) \quad \sqrt{33} \quad (2) \quad \sqrt{30} \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۱۴۵- می‌خواهیم مخزنی به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع به حجم ۱۰ متر مکعب و در باز بسازیم. قیمت مصالح مورد نیاز کف برای هر متر مربع ۱۰۰ هزار تومان و برای دیوارهای کناری ۴۰ هزار تومان است. اندازه ضلع قاعده مخزن بر حسب متر کدام باشد تا هزینه مصالح مصرف شده حداقل باشد؟

$$4 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

۱۴۶- اگر تابع $y = x^3 - (m+2)x^2 + 3x$ اکیداً صعودی باشد، حدود m کدام است؟

$$-5 \leq m \leq 1 \quad (1) \quad m \geq 1 \quad \text{یا} \quad m \leq -5 \quad (2)$$

$$m \leq 0 \quad \text{یا} \quad m \geq 4 \quad (3) \quad 0 \leq m \leq 4 \quad (4)$$

۱۴۷- اگر نقطه $A(2, \frac{4}{3})$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x+b}$ باشد، عرض اکسترمم نسبی دیگر تابع و نوع آن کدام است؟

$$\frac{16}{3} \quad \text{و ماکزیمم} \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad \text{و ماکزیمم} \quad (2) \quad \frac{16}{3} \quad \text{و مینیمم} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad \text{و مینیمم} \quad (4)$$

۱۴۸- مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + a - \sqrt{1-x^2}$ به ترتیب M و m است. اگر $\frac{M}{m} = 2$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\sqrt{2} - 1 \quad (1) \quad 1 + 2\sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{2} - 1 \quad (3) \quad \sqrt{2} + 1 \quad (4)$$

۱۴۹- به ازای کدام مقدار a تابع $y = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x + a$ در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ دارای ماکزیمم یا مینیمم به عرض $y = \frac{3}{4}$ خواهد بود؟

$$-1 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

۱۵۰- فرض کنید d ، فاصله نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x) = \frac{ax}{x^2 + 1}$ بر حسب پارامتر a باشد. آهنگ لحظه‌ای تغییر d وقتی که $a = 1/5$ باشد، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad \frac{5}{7} \quad (3) \quad \frac{5}{2} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): بردارها: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

۱۵۱ - مجموع مقادیر m که به ازای آنها نقطه $A = (1, m-1, 1)$ از دو صفحه xz و xy به یک فاصله باشد، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۱۵۲ - اگر دو بردار $\vec{a} = (m, m-2, n)$ و $\vec{b} = (n, -n, 2m+n)$ موازی باشند، حاصل $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$ کدام است؟ ($n > 0$)

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۵۳ - اگر بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, 2, -1)$ ، دو ضلع مجاور یک متوازی‌الاضلاع باشند، آنگاه طول بزرگ‌ترین قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{14}$ (۴) ۳

۱۵۴ - دو نقطه $A = (-1, 2, 1)$ و $B = (-3, 0, 1)$ مفروضند. از وسط پاره خط AB ، برداری هم‌ارز با بردار $\vec{a} = (k^2 + 1, -k, k-1)$ رسم می‌کنیم که انتهای آن، نقطه $(3, 3, -2)$ است. k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ± 2 (۴) ± 4

۱۵۵ - تصویر قائم بردار $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (2, -1, -2)$ کدام است؟

- (۱) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (۲) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ (۳) $(2, -1, -2)$ (۴) $(-2, 1, 2)$

۱۵۶ - اگر $|\vec{a}| = 2$ ، $|\vec{b}| = 3$ و زاویه بین \vec{a} و \vec{b} برابر 120° باشد، اندازه بردار $(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $15\sqrt{3}$

۱۵۷ - اگر نقاط $A = (2, 1, -1)$ و $C = (2, -2, 2)$ دو رأس از مربع $ABCD$ باشند، حاصل $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) $\frac{25}{2}$ (۳) $25\sqrt{2}$ (۴) $\frac{25\sqrt{2}}{2}$

۱۵۸ - اگر $\vec{a} = (1, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ باشد، کسینوس زاویه حاده بین قطره‌های متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۵۹ - اگر $x - 2y + 3z = 11$ باشد، مینیمم عبارت $x^2 + 4y^2 + z^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴) ۱۳

۱۶۰ - اگر $\vec{a} = (2, 1, -2)$ و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1, 1, 1)$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) -۹ (۴) ۹

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته (اختیاری): ترکیبات (شمارش): صفحه‌های ۶۲ تا ۷۸

۱۶۱- کدام دو مربع لاتین از میان مربع‌های لاتین زیر متعام هستند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(۴) هیچ کدام

(۳) B و C

(۲) A و C

(۱) A و B

۱۶۲- کدام یک از موارد زیر از ویژگی‌های مربع لاتین $n \times n$ نیست؟

(۱) در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن، عدد تکراری وجود ندارد.

(۲) در هیچ یک از قطرهای آن، عدد تکراری وجود ندارد.

(۳) هر یک از اعداد ۱ تا n در تمام سطرها و در تمام ستون‌ها وجود دارد.

(۴) با تعویض جای دو سطر آن، باز هم یک مربع لاتین حاصل می‌شود.

۱۶۳- در مربع لاتین 3×3 شکل مقابل، مجموع اعداد مربوط به خانه‌های مشخص شده در شکل، حداکثر چقدر است؟

| | | |
|---|--|---|
| • | | • |
| | | |
| • | | • |

(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۱۶۴- به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۶ نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم؟

(۴) ۷۲۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۲۴۰

(۱) ۱۲۰

۱۶۵- چند عضو از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ بر هیچ یک از اعداد ۵ و ۶ بخش پذیر نیست؟

(۴) ۱۳۶

(۳) ۱۳۳

(۲) ۱۳۰

(۱) ۱۲۷

۱۶۶- چند تابع مانند f از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ می‌توان تعریف کرد به گونه‌ای که $R_f = B$ باشد؟

(۴) ۳۶

(۳) ۴۵

(۲) ۵۴

(۱) ۲۷

۱۶۷- در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر فوتبال، ۱۴ نفر والیبال و ۱۰ نفر بسکتبال بازی می‌کنند. اگر بدانیم ۴ نفر عضو هیچ یک از این سه

تیم نبوده و ۶ نفر فوتبال و والیبال، ۵ نفر فوتبال و بسکتبال و ۴ نفر والیبال و بسکتبال بازی می‌کنند، آنگاه چند نفر هر سه

رشته ورزشی را بازی می‌کنند؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۶۸- در چند جایگشت از حروف کلمه TEHRAN، هیچ کدام از حروف T، R و N سر جای خود قرار ندارند؟

(۴) ۴۲۶

(۳) ۴۲۰

(۲) ۳۶۶

(۱) ۳۶۰

۱۶۹- چند تابع یک به یک از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وجود دارد که حتماً شامل یکی از دو عضو (۱و۲) یا

(۱و۳) باشد؟

(۴) ۱۲۰

(۳) ۶۰

(۲) ۴۸

(۱) ۲۴

۱۷۰- روستاهای a, b, c, d, e در یکی از بخشهای یک شهرستان وجود دارند. به چند طریق می‌توان بین این روستاها جاده احداث کرد

به گونه‌ای که هیچ کدام از روستاهای a, b و c بدون ارتباط با سایر روستاها نمانند؟ (بین هر دو روستا حداکثر یک جاده

احداث می‌شود)

(۴) ۱۰۰۲

(۳) ۹۶۰

(۲) ۹۱۶

(۱) ۸۵۴

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): برهم کنش های موج - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۰۲ تا ۱۳۶

۱۷۱- آزمایش یانگ را در آب با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ انجام می دهیم. اگر بسامد نور مورد آزمایش را ۲۰ درصد افزایش و آزمایش را به

جای آب در هوا انجام دهیم، پهنای هر یک از نوارهای تاریک و روشن چند برابر می شود؟

$$(1) \frac{9}{10} \quad (2) \frac{4}{3} \quad (3) \frac{10}{9} \quad (4) \frac{3}{4}$$

۱۷۲- در یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت، یکی از بسامدهای تشدید 280Hz و بسامد تشدید بعدی 320Hz است. اگر طول تار

20cm باشد، طول موج هماهنگ سوم تار چند سانتی متر است؟

$$(1) 40 \quad (2) \frac{4}{30} \quad (3) \frac{40}{3} \quad (4) 0.4$$

۱۷۳- تعداد فوتون های گسیلی یک منبع نور با طول موج 300nm و توان 120W در هر ثانیه برابر با کدام گزینه است؟

$$(h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

$$(1) 3 \times 10^{20} \quad (2) 1.875 \times 10^{20}$$

$$(3) 1.875 \times 10^{15} \quad (4) 3 \times 10^{17}$$

۱۷۴- کدام گزینه در توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک فیزیک کلاسیک، با تجربه (آزمایش) سازگاری ندارد؟

(۱) افزایش شدت نور فرودی بر سطح فلز، انرژی جنبشی فوتوالکترون ها را افزایش می دهد.

(۲) اگر به جای یک لامپ تکفام، از چند لامپ تکفام استفاده کنیم، در این صورت انرژی جنبشی فوتوالکترون ها افزایش می یابد.

(۳) پدیده فوتوالکتریک به ازای هر بسامدی رخ می دهد.

(۴) هر سه گزینه فوق سازگاری ندارند.

۱۷۵- تابش فرابنفشی با طول موج 200nm بر سطح فلزی با تابع کار 4.38eV تابیده می شود. بیشینه تندی فوتوالکترون های جدا

شده از سطح فلز چند متر بر ثانیه است؟ ($hc = 1240\text{eV.nm}$ ، $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ و $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\text{kg}$)

$$(1) 8 \times 10^5 \quad (2) 4\sqrt{5} \times 10^5$$

$$(3) 2\sqrt{10} \times 10^5 \quad (4) 4 \times 10^5$$

محل انجام محاسبات

۱۷۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در دمای اتاق، بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیه فرسرخ طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد.

(ب) طیف گسیلی رشته داغ یک لامپ روشن، یک طیف پیوسته است.

(پ) طیف گسیلی خطی برای گازهای مختلف یکسان است.

(ت) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم کنش قوی بین اتمهای سازنده آن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷۷- گستره طول موجهای رشته بالمر ($n' = 2$) چند برابر گستره طول موجهای رشته لیمان ($n' = 1$) است؟ (گستره طول موج در هر

رشته برابر با اختلاف بین بلندترین و کوتاهترین طول موج آن رشته است.)

(۱) $\frac{48}{5}$ (۲) $\frac{24}{5}$ (۳) ۴ (۴) ۹

۱۷۸- الکترونی در اتم هیدروژن در تراز $n = 6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان

گسیل چند فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد و کوتاهترین طول موج فوتون تابشی بین آنها چند نانومتر است؟

$$(R = 0.01(nm)^{-1})$$

(۱) ۱۵ و $\frac{720}{7} nm$ (۲) ۱۵ و $100 nm$ (۳) ۵ و $\frac{720}{7} nm$ (۴) ۵ و $100 nm$

۱۷۹- در اتم هیدروژن، اگر اختلاف انرژی الکترون بین ترازهای ۱ و ۲ برابر ΔE و بین ترازهای ۱ و ۵ برابر $\Delta E'$ باشد، $\Delta E' - \Delta E$

چند ریدبرگ است؟

(۱) ۰/۲۹ (۲) ۰/۲۱ (۳) ۰/۵۸ (۴) ۰/۴۲

۱۸۰- الکترون در اتم هیدروژن از مدار با شعاع r به مدار با شعاع r' گذار می کند. اگر r و r' به ترتیب ۱۶ و ۴ برابر شعاع مدار بور

باشند، انرژی الکترون طی این گسیل ریدبرگ می یابد.

(۱) $\frac{1}{4}$ ، کاهش (۲) $\frac{3}{16}$ ، افزایش (۳) $\frac{3}{16}$ ، کاهش (۴) $\frac{1}{4}$ ، افزایش

محل انجام محاسبات

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (نا سر گروه عاملی): صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۸۱- اگر در تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ در دمای ثابت فشار افزایش یابد، کدام مورد رخ می‌دهد؟

(۱) شمار مول گازهای اکسیژن و گوگرد تری‌اکسید کاهش می‌یابد.

(۲) تعادل جدیدی ایجاد می‌شود که در آن نسبت به تعادل اولیه غلظت همه مواد افزایش می‌یابد.

(۳) شمار مول‌های فرآورده برخلاف واکنش دهنده‌ها کاهش می‌یابد.

(۴) همانند تعادل $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ ، به سمت راست جابه‌جا می‌شود.

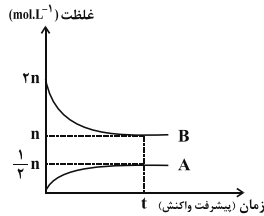
۱۸۲- با توجه به نمودار روبه‌رو که مربوط به یک تعادل گازی است، کدام گزینه درست است؟

(۱) با کاهش حجم، واکنش در زمان کمتر و با فرآورده کمتر به تعادل می‌رسد.

(۲) با افزایش حجم، غلظت تعادلی A و B کاهش می‌یابد و مقدار K بدون تغییر باقی می‌ماند.

(۳) واحد K، $L \cdot mol^{-1}$ است و مقدار عددی آن با دما رابطه مستقیم و با حجم رابطه معکوس دارد.

(۴) تغییر حجم تعادل را جابه‌جا نمی‌کند و مقدار عددی K همواره برابر $\frac{1}{2n}$ است.



۱۸۳- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با تعادل $A(g) + B(g) \rightleftharpoons AB(g) + Q$ درست است؟

(الف) ثابت تعادل آن در دمای $50^\circ C$ بزرگ‌تر از ثابت تعادل در دمای $35^\circ C$ است.

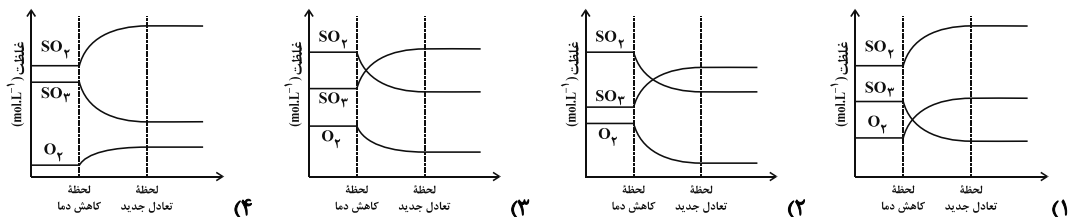
(ب) خارج کردن مقداری از AB سبب جابه‌جایی تعادل در جهت تعداد مول گازی بیشتر می‌شود.

(پ) افزایش دما باعث افزایش سرعت واکنش در جهت برگشت و کاهش سرعت در جهت رفت خواهد شد.

(ت) افزایش دما و افزایش فشار تأثیر یکسانی بر روی جابه‌جایی تعادل دارند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۴- کدام یک از نمودارهای زیر در رابطه با تغییر غلظت مواد موجود در تعادل گرماده $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ با کاهش دما درست است؟



محل انجام محاسبات

۱۸۵- تعادل گازی $2A \rightleftharpoons 2B + C$ را در دمای معین در ظرفی به حجم یک لیتر، با ۲ مول گاز A آغاز می‌کنیم تا به تعادل برسد. در این تعادل ۰/۵ مول گاز C و یک مول گاز A وجود دارد. حال در دمای ثابت، به این تعادل مقدار ۰/۳ مول گاز C می‌افزاییم. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) مقدار ثابت تعادل در تعادل اولیه (قبل از تغییر مقدار C) برابر 0.5 mol.L^{-1} است.

ب) با افزودن C به تعادل اولیه، ثابت تعادل جدید برابر با 0.8 mol.L^{-1} می‌شود.

پ) در تعادل جدید شمار مول‌های A و C نسبت به تعادل اولیه افزایش و شمار مول‌های B کاهش می‌یابد.

ت) با افزودن C تعادل در جهت برگشت یعنی مصرف C پیش می‌رود تا تمام ۰/۳ مول اضافه شده به تعادل را مصرف کند.

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸۶- کدام یک از عبارتهای زیر، نادرست است؟

۱) در برخی کشورها برای افزایش بازده فرآورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را به عنوان کود شیمیایی به‌طور غیرمستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

۲) در واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن و تولید آمونیاک، مولکول‌های N_2 نقش اکسنده را دارند.

۳) با اینکه گیاهان با جوی سرشار از گاز نیتروژن احاطه شده‌اند، اما امکان جذب این عنصر ضروری را به‌صورت مستقیم از هوا ندارند.

۴) آمونیاک و اوره از جمله ترکیب‌های نیتروژن‌دار هستند که می‌توان آنها را به خاک افزود.

۱۸۷- در تعادل گازی $2AB \rightleftharpoons A_2 + B_2$ سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها پایین‌تر است. با کاهش حجم ظرف تعادل در

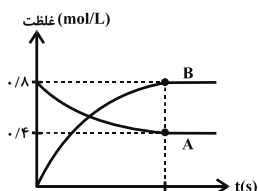
دمای ثابت شمار مول‌های AB و با افزایش دما ثابت تعادل یافته و مقدار A_2 و B_2 در تعادل جدید می‌یابد.

۱) ثابت می‌ماند - افزایش - کاهش ۲) تغییر می‌کند - افزایش - کاهش

۳) ثابت می‌ماند - کاهش - افزایش ۴) تغییر می‌کند - کاهش - افزایش

۱۸۸- در نمودار زیر، تغییرات غلظت مواد A و B در تعادل گازی نمایش داده شده است، براین اساس، ثابت تعادل برابر چند

mol.L^{-1} است و اگر حجم ظرف کاهش یابد، شمار مول A یافته و مقدار عددی ثابت تعادل



۱) ۱/۶، کاهش، افزایش می‌یابد.

۲) ۰/۶۲۵، کاهش، کاهش می‌یابد.

۳) ۱/۶، افزایش، تغییر نمی‌کند.

۴) ۰/۶۲۵، افزایش، تغییر نمی‌کند.

۱۸۹- مقداری گاز N_2O_5 را وارد ظرفی به حجم ۲ لیتر می‌کنیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در لحظه تعادل، ۰/۲ مول NO_2 و

۰/۴ مول N_2O_5 در ظرف وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل چند $\text{mol}^3.L^{-3}$ است؟



۱) 10^{-3} ۲) $6/25 \times 10^{-3}$ ۳) $6/25 \times 10^{-5}$ ۴) 10^{-4}

۱۹۰- کدام گزینه در مورد سامانه تعادلی: $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ درست است؟

۱) با افزایش دما، پس از برقراری تعادل، شمار مول‌های مواد گازی در سامانه تعادلی افزایش می‌یابد.

۲) با کاهش حجم در دمای ثابت $[NO_2]$ کاهش و $[N_2O_4]$ افزایش می‌یابد.

۳) با افزودن مقداری NO_2 به سامانه تعادلی در دما و حجم ثابت، غلظت $[NO_2]$ در سامانه تعادلی جدید نسبت به سامانه تعادلی اولیه کمتر خواهد بود.

۴) با افزایش حجم در دمای ثابت، سامانه گازی پررنگ‌تر می‌شود.



آزمون ۱۸ آذر ۱۴۰۱

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

| نام درس | نام طراحان |
|-------------------------------|--|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه | امیر هوشنگ انصاری-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه خان بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان-سعید علم-پور حمید علیزاده-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوروی سروش موثینی-جهانبخش نیکتام |
| هندسه | امیر حسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی-امیرآبادی-نادر حاجی-زاده-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی شروین سیاح-نیا-علیرضا شریف خطیبی-رضا عباسی-اصل-محمدابراهیم گیتی-زاده-امید محمدطاهری-مهرداد ملوندی |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب-محسن بهرام پور-رضا توکلی-روح انگیز جلیلیان-جواد حاتمی-عادل حسینی-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-عطا صادقی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم علوی نیلوفر مهدوی-مجید نیکتام |
| فیزیک | خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-فرشاد زاهدی-سعید شرق-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی وائقی-شادمان ویسی |
| شیمی | محمدرضا پورچاوید-مهلا تابش-نیا-امیر حاتمیان-مرتضی کیش-حسن رحمتی-کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی آروین شجاعی-میثا شرافتی-پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان-زواره-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده-مقدم سیدمحمدرضا میرقائم |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ و ریاضی پایه | هندسه | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| گزینشگر | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | سوگند روشنی | بابک اسلامی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی | عادل حسینی علی محمدزاده شبستری | عادل حسینی علی محمدزاده شبستری | حمید زرین کفش زهره آقامحمدی | یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم |
| | | ویراستار استاد: مهرداد ملوندی | ویراستار استاد: مهرداد ملوندی | ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری | بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | امیرحسین ابومحبوب | بابک اسلامی | امیرحسین مسلمی |
| مستندسازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | مجتبی خلیل ارجمندی | سمیه اسکندری |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|---|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی |
| حروف نگار | میلاد سیاوشی |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۳» ۱-

(میلار پاشمی)

تنها توضیحاتی که در مورد تابع f داده شده است، پیوسته، اکیداً نزولی و $f(3) = 2$ ، پس اگر تابع f را مثلاً $f(x) = -x + 5$ در نظر بگیریم تمام این شروط برقرار می‌شوند. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 6}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 6}{-x + 3} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

دقت کنید که هر تابع دیگری که سه شرط گفته شده را دارا باشد، قابل قبول است. (حسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نهایت؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه «۱» ۲-

(سعید علم‌پور)

هرکدام از حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f\left(\frac{3}{x}\left(1 + \left[-\frac{x}{3}\right]\right)\right) = f(0) = -2$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f\left(\frac{3}{x}\left(1 + \left[-\frac{x}{3}\right]\right)\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} f\left(-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$$

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نهایت؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه «۴» ۳-

(شاهین پروازی)

در یک همسایگی چپ $x = -1$ ، $x = -2$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{a[x] - a^2x}{3x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{a^2 - 2a}{(x+1)(3x-2)} = \frac{a^2 - 2a}{0^+} = -\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است $a^2 - 2a$ منفی باشد.

$$\Rightarrow a^2 - 2a = a(a-2) < 0 \Rightarrow 0 < a < 2 \quad (1)$$

در یک همسایگی راست $x = -1$ ، $x = -1$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{a[x] - a^2x}{3x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{a^2 - a}{(x+1)(3x-2)} = \frac{a^2 - a}{0^-} = -\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است $a^2 - a$ مثبت باشد.

$$\Rightarrow a^2 - a = a(a-1) > 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > 1 \quad (2)$$

از اشتراک دو مجموعه (۱) و (۲) بازه قابل قبول برای a ، $(1, 2)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نهایت؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه «۲» ۴-

(سعید علم‌پور)

مجانب‌های قائم از بین ریشه‌های مخرج انتخاب می‌شود:

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 2$$

در همسایگی هر سه مقدار، حد تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(x+2)^2]}{(x+2)(x-2)}$$

$$= (1) \times \left(-1 - \frac{3}{4}\right) = -1 - \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{0}{0} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[(x+2)^2] \sin x}{x(x+2)(x-2)} = \frac{(16) \sin 2}{\pm 0} = \pm \infty$$

پس تنها خط مجانب قائم نمودار این تابع $x = 2$ است.

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۵- گزینه «۴» (علی سلامت)

ابتدا تابع $y = f(x) - 2$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

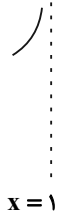
$$f(x) - 2 = \begin{cases} -2x + 2 & ; x < 1 \\ 0 & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 2x - 6 & ; x > 3 \end{cases}$$

روی بازه $[1, 3]$ مخرج $g(x)$ برابر صفر است. بنابراین:

$$D_g = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

مخرج $g(x)$ در $x = 1$ برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط در همسایگی چپ $x = 1$ تعریف شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{-2x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{-2(x-1)} = +\infty$$



مخرج تابع $g(x)$ در $x = 3$ برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط

در همسایگی راست $x = 3$ تعریف شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{f(x) - 2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2(x-3)} = +\infty$$



(حسابان ۲- مرهای نامتناهی - مر در پی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

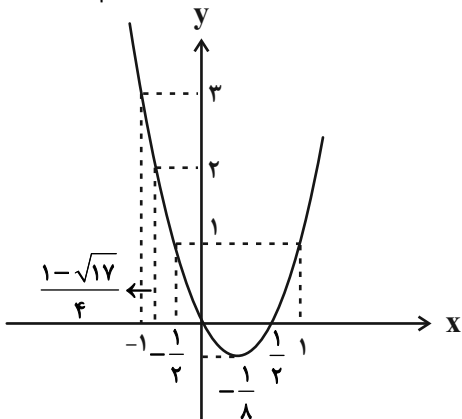
۶- گزینه «۳» (عادل عسینی)

تابع $y = \frac{x}{\sin x}$ در تمام نقاط بازه $(-1, 1)$ حد دارد. پس نقاطی که f

در آنها حد ندارد، همان نقاطی است که نمودار تابع $g(x) = [2x^2 - x]$

در آنها حد ندارد؛ تابع g نیز در نقاطی که $2x^2 - x$ مقداری صحیح داشته باشد، حد ندارد.

نمودار سهمی $y = 2x^2 - x$ را در شکل زیر می‌بینیم:



$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۹- گزینه «۲» (جهان‌نشین نیک‌نام)

معادله را بر حسب $\cos \theta$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\Delta(2 \cos^2 \theta - 1) + 2\left(\frac{1 + \cos \theta}{2}\right) + 1 = 0$$

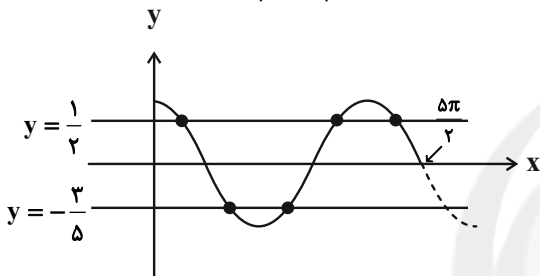
$$\Rightarrow 1 \cdot \cos^2 \theta + \cos \theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\Delta \cos \theta + 3)(2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}, -\frac{3}{5}$$

حال برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها، نمودار $y = \cos x$ و خطوط $y = \frac{1}{2}$

و $y = -\frac{3}{5}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل بالا، خط‌ها نمودار تابع را در ۵ نقطه قطع می‌کند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰- گزینه «۱» (عادل مسینی)

با استفاده از اتحادهای زیر، معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}, \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

پس داریم:

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{2} \frac{\tan^2 x + 3}{1 - \tan^2 x}$$

$$\xrightarrow{\tan x \neq \pm 1} 2 \tan x = \frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\tan x \neq 1} \tan x = 3$$

جواب‌های این معادله با جواب‌های معادله گزینه «۱» برابر است:

$$\frac{\tan x}{\tan 2x} = 2(1 - \tan x) \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan^2 x = 2 - 2 \tan x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = (\tan x - 1)(\tan x - 3) = 0$$

$\tan x = 1$ غیرقابل قبول است، زیرا $\tan 2x$ غیرقابل تعریف می‌شود.

پس $\tan x = 3$ جواب این معادله است.

در معادله‌های سایر گزینه‌ها، جواب‌هایی بیش از جواب‌های معادله $\tan x = 3$ تولید می‌شود.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

با توجه به نمودار بالا، در نقاط $x = \frac{1 - \sqrt{17}}{4}$ ، $x = -\frac{1}{2}$ ، $x = 0$ و

$x = \frac{1}{2}$ مقادیر سهمی عددی صحیح است، پس تابع g و در نتیجه تابع f در این نقاط حد ندارند.

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۷- گزینه «۴» (عادل مسینی)

روش اول: هوییتال

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \sqrt{\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 + \sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{-\sin x - \frac{\cos x}{2\sqrt{1 + \sin x}}} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \sqrt{\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 + \sin x}} \times \frac{1 + \sin x + \sqrt{\cos x}}{1 + \sin x + \sqrt{\cos x}} \times \frac{\cos x + \sqrt{1 + \sin x}}{\cos x + \sqrt{1 + \sin x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \sin x)^2 - \cos x}{\cos^2 x - (1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x + 2 \sin x - \cos x}{(1 - \sin^2 x) - (1 + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos^2 x - \cos x + 2 + 2 \sin x}{-\sin^2 x - \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x + \cos x - 2}{\sin^2 x + \sin x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{\sin^2 x + \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x + 2)(\cos x - 1)}{\sin x(\sin x + 1)} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{\sin x(\sin x + 1)}$$

$$= 3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x} - 2 = 3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} - 2$$

$$= -3 \lim_{x \rightarrow 0} \tan \frac{x}{2} - 2 = 0 - 2 = -2$$

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۸- گزینه «۳» (عادل مسینی)

تابع باید در $x = 5$ نیز پیوسته باشد، یعنی حد آن با مقدار تابع برابر باشد.

$$f(5) = a$$

پس تابع $y = \frac{bx - \sqrt{x-1}}{x-5}$ در $x = 5$ حد دارد، برای اینکه اینکار صورت این کسر نیز باید صفر باشد.

$$\Rightarrow 5b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{2}{5}$$

حال حد تابع بالا را با روش هوییتال به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{2}{5}x - \sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{1} = \frac{3}{20}$$

برای پیوستگی حاصل این باید برابر مقدار a باشد:

ریاضی پایه

گزینه «۳» - ۱۱

(عادل مسینی)

سهمی $y = ax^2 + bx + c$ با شرایط $a < 0$, $b > 0$, $c \leq 0$ و $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ فقط از ناحیه دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. این شرایط در سهمی گزینه «۳» برقرار است.

(مسلمان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۳» - ۱۲

(موری ملارمضان)

در معادله $x^2 - 5x - 1 = 0$ داریم: $S = \alpha + \beta = 5$ و $P = \alpha\beta = -1$. از طرفی جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، یعنی:

$$\alpha^2 - 1 = 5\alpha, \beta^2 - 1 = 5\beta$$

پس ریشه‌های معادله مورد نظر را $\alpha' = \frac{\alpha}{5\alpha}$ و $\beta' = \frac{\beta}{5\alpha}$ در نظر می‌گیریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{\alpha}{5\beta} + \frac{\beta}{5\alpha} = \frac{1}{5} \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \right)$$

$$\Rightarrow S' = \frac{1}{5} \left(\frac{S^2 - 2P}{P} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{25 - 2(-1)}{-1} \right) = -\frac{27}{5}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{\alpha}{5\beta} \times \frac{\beta}{5\alpha} = \frac{1}{25}$$

پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$x^2 + \frac{27}{5}x + \frac{1}{25} = 0 \Rightarrow 25x^2 + 135x + 1 = 0$$

(مسلمان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۱» - ۱۳

(عادل مسینی)

با توجه آنکه $x = c$ ریشه صورت و مرتبه زوج است و $x = 1$ ریشه مخرج (و شاید مشترک با صورت) و مرتبه فرد است، تنها حالت زیر برای $p(x)$ قابل قبول است:

$$p(x) = \frac{(x-1)(x-c)^2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2 - 2cx + c^2)}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - ax^2 + (a+3)x - 4}{x^2 - 2bx + b}$$

$$= \frac{x^3 - (2c+1)x^2 + (c^2+2c)x - c^2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{c > 1} c = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a + b + c = 8$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

(سامان سلامیان)

گزینه «۲» - ۱۴

با تغییر متغیر $t = x + \frac{1}{x}$ ، معادله گویای داده شده به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود:

$$t^2 - 2 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \pm \sqrt{3}$$

اما باید دقت کنیم که $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$ است، پس جواب $t = 1 - \sqrt{3}$ قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow t = x + \frac{1}{x} = 1 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^2 - (1 + \sqrt{3})x + 1 = 0$$

در این معادله Δ ، S و P هر سه مثبت هستند، پس معادله دو جواب مثبت دارد.

(مسلمان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۷ تا ۱۹)

(سامان سلامیان)

گزینه «۲» - ۱۵

معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{\frac{2x-1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{2x-1}} = \frac{8}{3}$$

حال با تغییر متغیر $t = \sqrt{\frac{2x-1}{x}}$ داریم:

$$t - \frac{1}{t} = \frac{8}{3} \Rightarrow 3t^2 - 8t - 3 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{3} \text{ یا } 3$$

اما بدیهی است که مقدار مثبت t قابل قبول است.

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2x-1}{x}} = 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x} = 9 \Rightarrow 2x-1 = 9x$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow [x] = -1$$

(مسلمان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(انجمن فاضله‌شان)

گزینه «۴» - ۱۶

برای اینکه معادله جواب داشته باشد، باید $k > 0$ باشد، زیرا در غیر این صورت بر اساس دامنه متغیر x ، معادله جواب نخواهد داشت. حال برای $k > 0$ داریم:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{k}\sqrt{x} - \sqrt{x} = (\sqrt{k}-1)\sqrt{x}$$

طرفین تساوی را به توان دو می‌رسانیم:

$$x+1 = (\sqrt{k}-1)^2 x \Rightarrow ((\sqrt{k}-1)^2 - 1)x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{(\sqrt{k}-1)^2 - 1}$$

دامنه جواب بازه $[0, +\infty)$ است، پس جواب بالا باید نامنفی باشد:

$$\Rightarrow (\sqrt{k}-1)^2 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{k}-1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{k} \geq 2$$

$$\Rightarrow k \geq 4$$



$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) < 0 &\Rightarrow k > -\frac{1}{2} \\ 1-2k < 0 &\Rightarrow k > \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k > \frac{1}{2}$$

قابل قبول $k = 3$ $\Rightarrow y_{\min} = y(1) = 3 - k = 0$
پس مقادیر قابل قبول k ، صفر و 3 هستند.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه 24)

19- گزینه «1» (عادل حسینی)

مختصات نقطه $A(x, y)$ را در نظر می‌گیریم.

مساحت مثلث را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left| \begin{aligned} & (y_A y_B + y_B y_C + x_C y_A) \\ & - (y_A y_B + y_B x_C + y_C x_A) \end{aligned} \right|$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |x + 2y - 2| = 2$$

$$\Rightarrow |x + 2y - 2| = 4 \Rightarrow x + 2y - 2 = \pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$

پس مجموع مقادیر m برابر $4 - 2 = 6$ است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 29 تا 36)

20- گزینه «4» (عادل حسینی)

برای اینکه پاره‌خط AB از سه ربع دستگاه مختصات بگذرد، باید طول نقاط A و B و هم‌چنین عرض آن‌ها غیرهم علامت باشند:

$$\begin{cases} x_A = m-1, x_B = -1-m \Rightarrow x_A x_B < 0 \\ \Rightarrow (m-1)(m+1) > 0 \Rightarrow m < -1 \vee m > 1 \\ y_A = 3-m, y_B = m \Rightarrow y_A y_B < 0 \Rightarrow m(m-3) > 0 \\ \Rightarrow m > 3 \vee m < 0 \end{cases}$$

اشتراک مجموعه‌های بالا، مجموعه $\mathbb{R} - [-1, 3]$ است. از طرفی پاره‌خط

AB نباید از مبدأ مختصات بگذرد، پس نباید نسبت $\frac{y_A}{x_A}$ با نسبت $\frac{y_B}{x_B}$

برابر باشد:

$$\frac{y_A}{x_A} \neq \frac{y_B}{x_B} \Rightarrow \frac{3-m}{m-1} \neq \frac{m}{-1-m}$$

$$\Rightarrow m^2 - m \neq m^2 - 2m - 3 \Rightarrow m \neq -3$$

پس مجموعه قابل قبول برای m برابر $\mathbb{R} - [-1, 3] - \{-3\}$ است. این

یعنی $a = -1$ ، $b = 3$ و $c = -3$ و در نتیجه $a + b + c = -1$ است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 29 تا 36)

اما دقت کنید که به ازای $k = 4$ معادله جواب حقیقی نخواهد داشت، پس حدود $k > 4$ قابل قبول است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه‌های 20 و 21)

17- گزینه «4» (پویانیش نیکنام)

فاصله عدد a^2 از 1 برابر $|a^2 - 1|$ و فاصله آن از 4 برابر $|a^2 - 4|$ است. پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$|a^2 - 1| - |a^2 - 4| = a$$

مشخص است که a مثبت است (بخاطر جمله « a واحد بیشتر است»). حال معادله بالا را در محدوده‌های $0 \leq a < 1$ ، $1 \leq a < 2$ و $a \geq 2$ حل می‌کنیم.

$$0 \leq a < 1: -a^2 + 1 - (-a^2 + 4) = -3 = a \quad | \quad \emptyset$$

$$1 \leq a < 2: a^2 - 1 - (-a^2 + 4) = 2a^2 - 5 = a \Rightarrow 2a^2 - a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4} \quad 1 \leq a < 2 \rightarrow a = \frac{1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$a \geq 2: a^2 - 1 - (a^2 - 4) = 3 = a \Rightarrow a = 3$$

پس مقدار ناصحیح a برابر $\frac{1 + \sqrt{41}}{4}$ است.

(مسئله 1- پیر و معارله: صفحه 26)

18- گزینه «1» (میلاد منصوری)

بر اساس ریشه‌های عبارت‌های قدرمطلق ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \begin{cases} -(2k+1)x + k - 2 & ; x < -2 \\ (1-2k)x + k + 2 & ; -2 \leq x < 1 \\ x - k + 2 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

در حالت‌های زیر این تابع مینیمم خواهد داشت:
(الف) شیب ضابطه اول برابر صفر و شیب ضابطه دوم نیز مثبت باشد، در این حالت روی بازه $[-2, -\infty)$ کم‌ترین مقدار تابع رخ می‌دهد:

$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) &= 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \\ 1-2k &\geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{\min} = k - 2 = -\frac{5}{2} \neq 0$$

(ب) شیب ضابطه اول منفی باشد و شیب ضابطه دوم نامنفی باشد، در این حالت کم‌ترین مقدار در $x = -2$ رخ می‌دهد:

$$\left. \begin{aligned} -(2k+1) &< 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{2} \\ 1-2k &\geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = y(-2) = 5k = 0 \Rightarrow k = 0$$

(پ) شیب ضابطه‌های اول و دوم منفی باشند، در این حالت کم‌ترین مقدار در $x = 1$ رخ می‌دهد:

مرکز: $O(1, 2)$

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 - 4(-4)} = 3$$

شرط مماس بودن خط بر دایره آن است که فاصله مرکز دایره از خط، برابر شعاع دایره باشد. اگر فاصله مرکز دایره از خط $3x + 4y - m = 0$ را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|11 - m|}{5}$$

$$d = R \Rightarrow \frac{|11 - m|}{5} = 3 \Rightarrow |11 - m| = 15$$

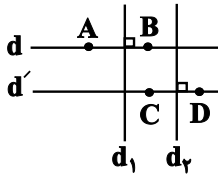
$$\Rightarrow \begin{cases} 11 - m = 15 \Rightarrow m = -4 \\ 11 - m = -15 \Rightarrow m = 26 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

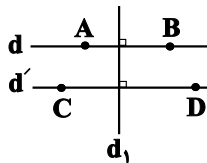
(امیرحسین ابومویب)

۲۵- گزینه «۴»

نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB و نقاطی از صفحه که از دو نقطه C و D به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط CD واقع‌اند. با توجه به اینکه پاره‌خط‌های AB و CD موازی یکدیگرند، یکی از دو وضعیت زیر امکان‌پذیر است. (۱) عمودمنصف AB موازی با عمودمنصف CD باشد. در این صورت مسئله فاقد جواب است.



(۲) عمود منصف AB بر عمودمنصف CD منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.

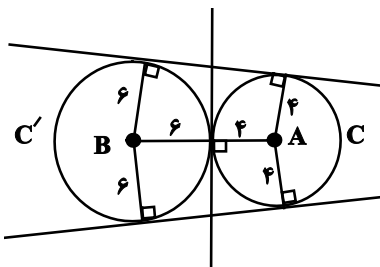


(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۹)

(سوگند روشنی)

۲۶- گزینه «۳»

دو دایره $C(A, 4)$ و $C'(B, 6)$ مماس خارج هستند. مماس مشترک‌های این دو دایره خطوطی از صفحه هستند که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ واحد قرار دارند.



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومویب)

معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ متعلق به یک دایره است، هرگاه $a^2 + b^2 - 4c > 0$ باشد. بنابراین داریم:

$$2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + m = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{m}{2} = 0$$

$$(-1)^2 + 3^2 - 4\left(\frac{m}{2}\right) > 0 \Rightarrow 10 - 2m > 0$$

$$\Rightarrow 2m < 10 \Rightarrow m < 5$$

پس بزرگ‌ترین عدد صحیح m که به ازای آن، معادله داده شده متعلق به یک دایره باشد، برابر $m = 4$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(امیرحسین ابومویب)

۲۲- گزینه «۲»

تمامی قطرهای یک دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، پس داریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O'(2, -1)$$

این دایره از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$\text{شعاع دایره: } R = OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه $(1, -3)$ در معادله دایره صدق می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(مهرزاد ملونری)

۲۳- گزینه «۴»

نقاط $A(a, -2)$ و $B(6-a, 4)$ دو سر قطری از دایره هستند، پس نقطه

$$W = \frac{A+B}{2} = (3, 1)$$

وسط آن‌ها مرکز دایره است:

از طرفی با توجه به معادله ضمنی دایره داریم:

$$\text{مرکز دایره: } W\left(-\frac{m}{2}, -\frac{n}{2}\right) = (3, 1) \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ n = -2 \end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 - 4(-15)} = \frac{1}{2} \sqrt{100} = 5$$

طول قطر AB ، دو برابر شعاع دایره است، پس داریم:

$$AB = 2R \Rightarrow \sqrt{(6-a-a)^2 + (4+2)^2} = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{(6-2a)^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow (6-2a)^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6-2a = 8 \Rightarrow a = -1 \\ 6-2a = -8 \Rightarrow a = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6-2a = 8 \Rightarrow a = -1 \\ 6-2a = -8 \Rightarrow a = 7 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(سامان اسپهرم)

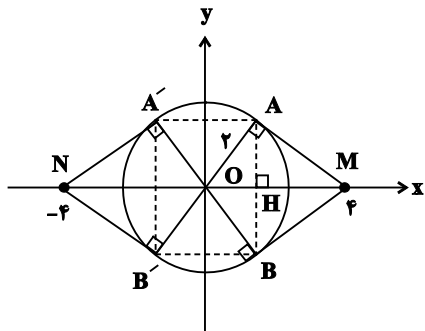
۲۴- گزینه «۳»

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

(موردار ملونری)

گزینه «۲»

مطابق شکل چهارضلعی حاصل، یک مستطیل است که طول اضلاع آن به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\Delta OAM: AM = \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

طبق روابط طولی در مثل قائم‌الزاویه OAM داریم:

$$AH \times OM = OA \times AM$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = 2AH = 2\sqrt{3}$$

همچنین در مثل قائم‌الزاویه OAM داریم:

$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow OH = \frac{2^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow AA' = 2OH = 2$$

$$S_{ABB'A'} = AB \times AA' \quad \text{مساحت چهارضلعی مورد نظر}$$

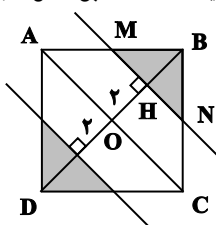
$$= 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۴»

دو خط موازی با قطر AC و به فاصله ۲ واحد از آن رسم می‌کنیم. ناحیه رنگی در شکل، همان ناحیه S است. مطابق شکل داریم:



$$OB = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2} - 2$$

$$AOB: MH \parallel AO \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BM}{AB} = \frac{BH}{BO}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{4} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2\sqrt{2}} \Rightarrow BM = 4 - 2\sqrt{2} = BN$$

$$S_{BMN} = \frac{1}{2} \times BM \times BN = \frac{1}{2} (4 - 2\sqrt{2})^2$$

$$S_{\text{ناحیه}} = 2S_{BMN} = (4 - 2\sqrt{2})^2 = 4(2 - \sqrt{2})^2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

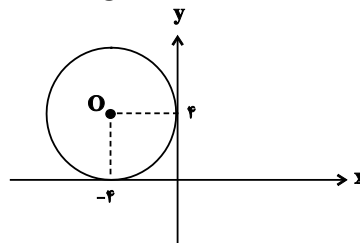
با توجه به اینکه دو دایره مماس خارج، ۳ مماس مشترک دارند، پس ۳ خط در صفحه با ویژگی مورد نظر وجود دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(سولندر روشنی)

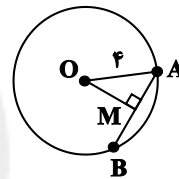
گزینه «۱»

دایره‌ای که بر محورهای مختصات در دو نقطه $(-4, 0)$ و $(0, 4)$ مماس باشد، دایره‌ای است به مرکز $O(-4, 4)$ و شعاع $R = 4$.



کوتاه‌ترین وتر گذرنده از هر نقطه در دایره، وتری است که بر قطر گذرنده از آن نقطه عمود است.

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس مطابق شکل داریم:



$$OM = \sqrt{(-2+4)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{13}$$

$$\Delta OAM: AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{16 - 13} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = 2AM = 2\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۲»

فرض کنید $O(\alpha, \beta)$ مرکز این دایره باشد. چون مرکز دایره روی خط $x + y = 3$ واقع است، پس $\beta = 3 - \alpha$ بوده و در نتیجه با فرض $A(2, 0)$ و $B(0, 1)$ داریم:

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 2)^2 + \beta^2} = \sqrt{\alpha^2 + (\beta - 1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} (\alpha - 2)^2 + (3 - \alpha)^2 = \alpha^2 + (2 - \alpha)^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + 9 - 6\alpha + \alpha^2 = \alpha^2 + 4 - 4\alpha + \alpha^2$$

$$\Rightarrow 6\alpha = 9 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{شعاع دایره} = OA = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} + y^2 - 3y + \frac{9}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 3x - 3y + 2 = 0$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)



ریاضیات گسسته

گزینه «۳» -۳۱

(سوکندر روشنی)

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جوابباشد، آن است که: $(a, b) | c$

بنابراین:

$$(6, 21) | m^2 + 2$$

$$3 | m^2 + 2 \Rightarrow m^2 + 2 \equiv 0 \Rightarrow m^2 \equiv -2 \equiv 1$$

بنابراین اگر m مضرب ۳ نباشد، معادله دارای جواب است. کافی است

مضارب ۳ را از کل اعداد دو رقمی کنار بگذاریم.

$$\text{تعداد} = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30 - 3 = 27$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۶)

گزینه «۴» -۳۲

(ممسن بهرام‌پور)

اگر x و y را به ترتیب تعداد ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری فرض کنیم. می‌توانیمبنویسیم: $(k \in \mathbb{Z})$

$$\Delta x + 7y = 410 \Rightarrow 7y \equiv 410 \Rightarrow 2y \equiv 0 \Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = \Delta k$$

$$\Delta x + 7\Delta k = 410 \Rightarrow \Delta x = -7\Delta k + 410 \Rightarrow x = -7k + 82$$

$$x + y \leq 70 \Rightarrow -7k + 82 + \Delta k \leq 70 \Rightarrow 2k \geq 12 \Rightarrow k \geq 6 \quad (1)$$

$$x = -7k + 82 \geq 0 \Rightarrow k \leq 11 \quad (2)$$

$$y = \Delta k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \quad (3)$$

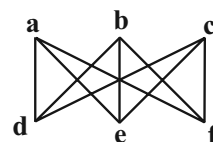
$$(1), (2), (3): 6 \leq k \leq 11$$

پس به ۶ طریق می‌توان ۴۱۰ لیتر را در ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری پر کرد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

گزینه «۴» -۳۳

(رضا توکلی)

اگر $N_G(a) = N_G(b)$ باشد، بین a و b یالی رسم نمی‌شود و $\deg(a) = \deg(b)$ می‌باشد. پس یال‌های ab و ac و bc رسم نمی‌شودو $\deg(b) = \deg(c) = 3$ می‌باشد. در نتیجه تنها شکل زیر قابل رسم است:

$$p = 6, q = 9, \Delta = \delta = 3$$

$$p + q + \Delta + \delta = 21$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۱» -۳۴

(ممد صمدکار)

در گراف $-k$ منتظم از مرتبه p و اندازه q ، رابطه $kp = 2q$ برقرار است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{الف) غ ق ق} \Rightarrow p = \frac{21}{4} \Rightarrow 4p = 2 \times 21$$

(ب) گراف فرد منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد، در نتیجه گراف ۷-منتظم

مرتبه ۹ نیز قابل رسم نیست.

(پ) ق ق $10 \Rightarrow p = 10 \Rightarrow 2 \times 35 = 7p$ پس این گراف قابل رسم است.

(ت) گرافی که ۷ رأس دارد بیشترین درجه‌ای که می‌تواند داشته باشد، ۶

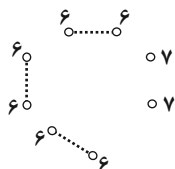
است. در نتیجه گراف ۸-منتظم مرتبه ۷ قابل رسم نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

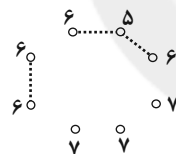
گزینه «۴» -۳۵

(سوکندر روشنی)

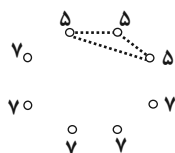
گراف کامل مرتبه ۸ دارای ۸ یال است. در نتیجه

گراف G در صورت سؤال، گراف کاملی است که ۳ یال آن را حذفکرده‌ایم و $\Delta - \delta$ یکی از حالت‌های زیر است:

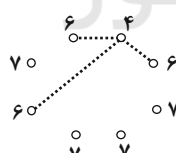
$$\Delta - \delta = 6 - 6 = 0$$



$$\Delta - \delta = 6 - 5 = 1$$



$$\Delta - \delta = 6 - 4 = 2$$



$$\Delta - \delta = 6 - 3 = 3$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

گزینه «۲» -۳۶

(امیرحسین ابومیبوب)

در یک گراف کامل مرتبه p ، $q = \frac{p(p-1)}{2}$ و $\Delta = \delta = p-1$ است.

بنابراین داریم:



$$(۲) \begin{cases} p=12 \\ r=8 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{12 \times 8}{2} = 48$$

گراف K_{12} دارای $\frac{12 \times 11}{2} = 66$ یال است. پس با افزودن ۱۸ یال به آن کامل خواهد شد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(عطا صادقی)

۳۹- گزینه «۲»

اگر بخواهیم $pq = 6$ باشد، دو حالت رخ می‌دهد:

الف) $p = 6$ و $q = 1$ باشد.

در این حالت هر ۶ رأس باید انتخاب شوند و یکی از ۶ یال را باید انتخاب

کنیم. در نتیجه تعداد حالات برابر است با: $\binom{6}{1} = 6$

ب) $p = 3$ و $q = 2$ باشد.

در این حالت ۳ رأس باید به گونه‌ای انتخاب شوند که دو یال مجاور هم

باشند، برای مثال سه رأس $\{a, b, c\}$ و یال‌های $\{ab, bc\}$ بنابراین ۶ زیر

گراف با این ویژگی وجود دارد.

بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها با شرط $pq = 6$ برابر ۱۲ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۷)

(مییر نیکنام)

۴۰- گزینه «۳»

$$\text{نکته: } q(\bar{G}) = \frac{p(G)(p(G)-1)}{2} - q(G)$$

$$\begin{cases} q-p=2 \\ \left(\frac{p(p-1)}{2} - q\right) + 3q = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = p+2 \\ p(p-1) + 4q = 48 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p^2 - p + 4(p+2) = 48$$

$$\Rightarrow p^2 + 3p - 40 = 0 \Rightarrow (p-5)(p+8) = 0 \xrightarrow{p>0} p = 5$$

$$\Rightarrow q = 5 + 2 = 7$$

$$\text{در نتیجه: } q(\bar{G}) = \frac{5 \times 4}{2} - 7 = 3$$

$$\Rightarrow q(G) - q(\bar{G}) = 7 - 3 = 4$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

$$2 \times \frac{p(p-1)}{2} - p^2 = 4(p-1) - (p-1)^2 - 1$$

$$\Rightarrow p^2 - p - p^2 = 4p - 4 - p^2 + 2p - 1 - 1$$

$$\Rightarrow p^2 - 7p + 6 = 0 \Rightarrow (p-1)(p-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p=1 \\ p=6 \end{cases} \text{ غ ق ۱}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{\Delta} = \frac{p(p-1)}{p-1} = \frac{p}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(امیر حسین ابومصوب)

۳۷- گزینه «۱»

با توجه به فرض سؤال، رأس v_1 با رئوس v_2 تا v_6 مجاور است و با

توجه به اینکه رئوس v_2 تا v_6 دو به دو غیرمجاور هستند، پس رأس v_1

از درجه ۵ و سایر رئوس از درجه ۱ هستند.

تعداد اعضای همسایگی بسته هر رأس، یک واحد بیشتر از درجه آن است،

پس داریم:

$$\sum_{i=1}^6 |N_G[v_i]| = 6 + 5 \times 2 = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۶)

(امد رضا فلاح)

۳۸- گزینه «۳»

تعداد یال‌های گراف r -منتظم از مرتبه p برابر $\frac{rp}{2}$ می‌باشد. در نتیجه:

$$q = \frac{rp}{2}, q' = \frac{3r}{4} \times p$$

$$q - 12 = q' \Rightarrow \frac{rp}{2} - 12 = \frac{3r}{4} \times p$$

$$\xrightarrow{\times 2} rp - 24 = \frac{3}{2} rp \Rightarrow rp = 96$$

می‌دانیم $r < p$ و $r = 4k$ در نتیجه:

$$pr = 24 \times 4 = 12 \times 8$$

$$(۱) \begin{cases} p = 24 \\ r = 4 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{24 \times 4}{2} = 48$$

گراف K_{24} دارای $\frac{24 \times 23}{2} = 276$ یال است، پس با افزودن ۲۲۸ یال به

آن کامل می‌شود.



آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۱»

(مفسر بهرام پور)

به بررسی موارد می پردازیم:

الف) می دانیم $|x| + 1 \leq x < |x| + 1$ است. اگر طرفین را بر $|x| + 1$ تقسیم

$$\text{کنیم، خواهیم داشت: } 0 \leq \frac{|x|}{|x| + 1} < 1$$

در نتیجه مجموعه جواب گزاره نما \mathbb{R} بوده که با دامنه برابر است.

$$\text{ب) تساوی } x - 1 = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \text{ به ازاء } x \neq -1 \text{ همواره برقرار است. در}$$

نتیجه مجموع جواب گزاره نما با دامنه برابر است.

$$\text{پ) به ازاء } x < 0 \text{ به صورت بازگشتی می توان ثابت کرد } x + \frac{1}{x} \leq -2$$

است و در نتیجه مجموعه جواب گزاره نما با دامنه داده شده برابر است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۵ و ۶)

۴۲- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

گزاره داده شده را به صورت زیر ساده تر می نویسیم:

$$\sim [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow \sim p$$

$$\equiv [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \vee \sim p$$

$$\equiv [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee \sim p \equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p$$

$$\equiv (q \vee p) \vee \sim p \equiv q \vee (p \vee \sim p) \equiv q \vee T \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۳)

۴۳- گزینه «۲»

(مهمر صدت کور)

گزاره مرکب به صورت اگر p بهبود در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب کندآنگاه q در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می شود است.

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \text{ (گزاره پ)}$$

$$p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow \sim p \text{ (گزاره ب)}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۶ تا ۱۱)

۴۴- گزینه «۳»

(رضا توکلی)

در گزینه «۳» به ازاء $x = 1$ عدد طبیعی کوچک تر از آن پیدا نمی شود و در گزینه های دیگر داریم:گزینه «۱»: اگر $y = x + 1$ باشد، همواره درست است.گزینه «۲»: اگر $y = x$ باشد، همواره درست است.گزینه «۴»: اگر $y = x$ باشد، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۵- گزینه «۱»

(غرزانه شکاپاش)

گزاره «الف»: درست است، چون هر عضو A ، زیر مجموعه ای از A نیز هست.گزاره «ب» نادرست است، زیرا $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ زیر مجموعه ای از A است، ولی عضو A نیست.گزاره «پ» نادرست است، چون اگر $x = \emptyset$ و $y = \{\{\emptyset\}\}$ باشد، آن گاه هیچ کدام از بین x و y ، عضو دیگری نیست.گزاره «ت» نادرست است، چون اگر $x = \{\emptyset\}$ و $y = \{\{\emptyset\}\}$ باشد، آن گاه هیچ کدام از بین x و y ، زیر مجموعه دیگری نیست.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۱۹)

۴۶- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومفیوب)

طبق قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$\begin{aligned} [(B - A) - (C - A)]' &= [(B \cap A') \cap (C \cap A')]' \\ &= (B \cap A') \cup (C \cap A') = (B' \cup A) \cup (C \cap A') \\ &= B' \cup [A \cup (C \cap A')] = B' \cup [(A \cup C) \cap (A \cup A')] \end{aligned}$$

$$= B' \cup (A \cup C) = A \cup B' \cup C$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۲۶ تا ۳۴)

۴۷- گزینه «۴»

(مییر نیکانام)

روش اول:

$$C = (A' \cap B') \cup (B - A')$$

$$C = (A \cup B)' \cup (B \cap A)$$

$$C' = (A \cup B) \cap (B' \cup A')$$

$$= ((A \cup B) \cap B') \cup ((A \cup B) \cap A')$$

$$C' = (B' \cap A) \cup (A' \cap B)$$

$$= (A - B) \cup (B - A)$$

$$\Rightarrow C' - (A - B) = [(A - B) \cup (B - A)] - (A - B) = B - A$$

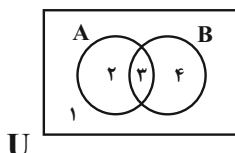
با استفاده از نمودار ون و شماره گذاری می توانیم به صورت زیر عمل کنیم.

روش دوم:

$$\Rightarrow A' \cap B' = \{1\}, A - B = \{2\}, B - A' = B \cap A = \{3\}$$

$$C = \{1\} \cup \{3\} = \{1, 3\}$$

$$C' - (A - B) = \{2, 4\} - \{2\} = \{4\} = B - A$$



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۲۶ تا ۳۴)

آمار و احتمال (اختیاری)

(روح انگیز جلیلیان)

گزینه «۱» ۵۱

$$\bar{x} = 10 \Rightarrow \frac{2 \times 5 + 3(x+3) + 11x + 25}{2+3+x+1} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{14x + 44}{6+x} = 10 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{x}{6+x} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \text{فراوانی نسبی داده ۱۱}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۴» ۵۲

جدول فراوانی داده‌های اولیه مطابق با نمودار بافت نگاشت داده شده به صورت زیر است:

| | | | | | |
|-----------|---------|---------|---------|---------|----------|
| حدود دسته | [۵۰,۶۰] | [۶۰,۷۰] | [۷۰,۸۰] | [۸۰,۹۰] | [۹۰,۱۰۰] |
| فراوانی | ۳ | ۷ | ۸ | ۵ | ۲ |

با افزودن دانش آموزانی به وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم، تعداد کل داده‌ها ۵ واحد و تعداد داده‌های دسته وسط یک واحد افزایش می‌یابد. داریم:

$$\text{فراوانی نسبی اولیه دسته وسط} = \frac{8}{25} = 0.32$$

$$\text{فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط} = \frac{9}{30} = 0.3$$

چون فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط کمتر از فراوانی نسبی اولیه آن است، پس فراوانی نسبی آن ۰/۰۲ کم شده است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

(نیلوغر مهروری)

گزینه «۱» ۵۳

مجموع درصد‌های فراوانی برابر ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$a + 27 + 34 + 24 = 100 \Rightarrow a = 15$$

بنابراین زاویه متناظر با نمره A در نمودار دایره‌ای این نمرات برابر است با:

$$\alpha = \frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

(مرتضی فقیه‌علوی)

گزینه «۲» ۵۴

فرض کنید مجموع داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲، برابر x باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{x+3a+4}{6} = \frac{x+a}{6} + 3 \xrightarrow{\times 6} x+3a+4 = x+a+18$$

$$\Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

بنابراین دسته دوم داده‌ها به صورت ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۷، ۳ و ۲ هستند و

میانه این داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط است، یعنی داریم:

$$Q_2 = \frac{7+11}{2} = 9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۴» ۴۸

با توجه به افراز داده شده، مجموعه A به صورت $A = \{a, b, c, d, e\}$ و پنج عضوی است. در نتیجه تعداد افرازی‌های آن به گونه‌ای که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی است برابر است با:

$$\boxed{4|1} \Rightarrow \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5$$

$$\boxed{2|2|1} \Rightarrow \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = 15$$

$$\Rightarrow 5 + 15 = 20$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۲» ۴۹

مطابق شکل $A^2 - B \times A = \{(2,2), (2,3), (2,4)\}$ است. از طرفی:

$$A^2 - B \times A = A \times A - B \times A = (A - B) \times A = \{(2,2), (2,3), (2,4)\}$$

$$\Rightarrow (A - B) = \{2\}, A = \{2, 3, 4\}$$

با فرض $B \subseteq A$ خواهیم داشت: $B = \{3, 4\}$ و در نتیجه $A \cap B = \{3, 4\}$ است.

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 2^2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۲» ۵۰

$$\frac{n(B \times C)}{n(A \times B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(B) \times n(C)}{n(A) \times n(B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 2n(C)$$

اگر فرض کنیم $n(C) = x$ باشد، آن‌گاه $n(A) = 2x$ و $n(B) = 2x + 2$ است و در نتیجه داریم:

$$n(A^2) - n(B \times C) = 12 \Rightarrow (n(A))^2 - n(B) \times n(C) = 12$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \text{غقی } x = -2 \end{cases}$$

بنابراین $n(C) = 3$ و $n(A) = 2 \times 3 = 6$ است و داریم:

$$n(A \times C) = n(A) \times n(C) = 6 \times 3 = 18$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)



فرض کنید k داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحراف معیار داده‌های جدید را با σ' نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_p - \bar{x})^2 + k(\bar{x} - \bar{x})^2}{20 + k} = \frac{500}{20 + k}$$

$$\sigma' < 4 \Rightarrow \sigma'^2 < 16 \Rightarrow \frac{500}{20 + k} < 16 \Rightarrow 500 < 320 + 16k$$

$$\Rightarrow 16k > 180 \Rightarrow k > 11/25$$

بنابراین حداقل باید ۱۲ داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا انحراف معیار کمتر از ۴ شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۵۹- گزینه «۴» (بوار ماتی)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با \bar{x} و σ_x و میانگین و انحراف معیار داده‌های جدید را با \bar{y} و σ_y نمایش دهیم، آنگاه با توجه به اینکه \bar{x} عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} \bar{y} = 3\bar{x} + \bar{x} = 4\bar{x} \\ \sigma_y = 3\sigma_x \end{cases}$$

$$\frac{CV_y}{CV_x} = \frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{3\sigma_x}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{4\bar{x}} = \frac{3}{4} \Rightarrow CV_y = \frac{3}{4} \Rightarrow CV_y = 0/9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۶۰- گزینه «۱» (مرتفی فویم‌علوی)

با حذف داده‌های ۵ و f ، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، پس میانگین این دو داده با میانگین داده‌های باقی‌مانده برابر است. همچنین با حذف داده‌های ۵ و f ، واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر است که در نتیجه داده‌های e ، d ، c ، b و a برابر یکدیگرند. اگر هر کدام از این داده‌ها را مساوی a در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{5 + f}{2} = \frac{a + b + c + d + e}{5} = \frac{5a}{5} = a \Rightarrow 5 + f = 2a$$

$$\Rightarrow 5 - a = a - f \Rightarrow (\Delta - a)^2 = (a - f)^2 = (f - a)^2 \quad (1)$$

واریانس داده‌های اولیه برابر ۱۴ است. با توجه به اینکه میانگین داده‌ها برابر a است، داریم:

$$14 = \frac{(\Delta - a)^2 + \Delta(a - a)^2 + (f - a)^2}{2} \xrightarrow{(1)} 2(\Delta - a)^2 = 98$$

$$\Rightarrow (\Delta - a)^2 = 49 \Rightarrow |\Delta - a| = 7 \xrightarrow{\Delta < a} a - \Delta = 7 \Rightarrow a = 12$$

$$5 + f = 2a = 24 \Rightarrow f = 19$$

تذکر: از $f > 5$ نتیجه می‌شود که میانگین دو داده ۵ و f ، بزرگتر از ۵ است، پس $a > 5$.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۵۵- گزینه «۲» (غریزه فاکلپاش)

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = \frac{568}{40} = 14/2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، داده بیستم برابر ۱۴ و داده بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانه داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های

$$Q_2 = \frac{14 + 15}{2} = 14/5 \quad \text{وسط است:}$$

$$Q_3 - \bar{x} = 14/5 - 14/2 = 0/3 \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۵۶- گزینه «۲» (نیلوغر مهروری)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 2, 2, 4, 7, 7, 7, 8, 9, 12, 13, 17, 17$$

مد داده‌ها برابر ۷ است و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد برابر است با:

$$1 + 2 + 2 + 4 = 9$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس داده هفتم میانه و میانگین داده‌های دهم و

$$Q_3 = \frac{12 + 13}{2} = 12/5 \quad \text{بازدهم برابر چارک سوم است.}$$

مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با: $13 + 17 + 17 = 47$

بنابراین اختلاف بین مجموع این دو دسته از داده‌ها برابر است با: $47 - 9 = 38$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۵۷- گزینه «۲» (امیرسین ابومصوب)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$3, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 17, 23$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس میانه ۵ داده اول، یعنی داده سوم برابر چارک اول و میانه ۵ داده آخر، یعنی داده نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_1 = 6, Q_3 = 15$$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند، بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 + 15}{7} = \frac{77}{7} = 11$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۸- گزینه «۳» (عزیزاله علی‌اصغری)

برای ۲۰ داده اولیه داریم:

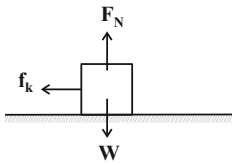
$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_p - \bar{x})^2}{20} = 25$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_p - \bar{x})^2 = 500$$

(امسان ایرانی)

۶۴- گزینه «۱»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



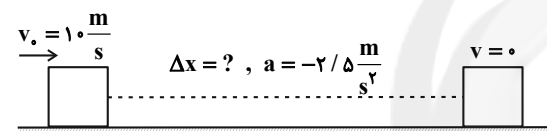
با توجه به شکل مشخص می‌شود که نیروهای \vec{F}_N و \vec{f}_k ، مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سطح به جسم هستند. یعنی:

$$\vec{R} = -f_k \vec{i} + F_N \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} f_k = 30\text{N} \\ F_N = 120\text{N} \end{cases}$$

$$F_N = mg \Rightarrow 120 = m \times 10 \Rightarrow m = 12\text{kg}$$

در پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی مؤثر بر جسم نیروی اصطکاک است:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-30}{12} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



برای به دست آوردن مسافت طی شده تا لحظه توقف، از معادله سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) داریم:

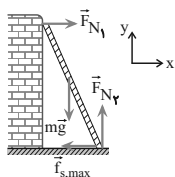
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \begin{matrix} v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ a = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{matrix} \Rightarrow \Delta x = \frac{-v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{-10^2}{2 \times (-2.5)} = \frac{-100}{-5} = 20\text{m}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(کتاب آبی کنکور ریاضی)

۶۵- گزینه «۲»



مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده‌ایم. چون دستگاه در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر نردبان در راستای X و Y صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{N_1} = f_{s,\text{max}} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s F_{N_2}$$

$$\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \frac{F_{N_2}}{\mu_s F_{N_2}} = \frac{1}{\mu_s}$$

بنابراین:

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۳»

(غلامرضا مبی)

وزن یک جسم همان نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود، همواره به طرف مرکز زمین است و به جرم زمین بستگی دارد و هم‌چنین وزن یک جسم در ارتفاع‌های متفاوت از سطح زمین، یکسان نیست. (فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۶۲- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

وقتی سه نیروی افقی به جسمی وارد شوند و جسم در حال سکون روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، یعنی برآیند آن‌ها برابر صفر است. پس برآیند دو نیروی ۹ و ۱۲ نیوتونی برابر همان ۱۷ نیوتون است (فقط در جهت معکوس). پس:

$$F_{\text{net}} = 17\text{N}$$

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 17 = \frac{\Delta p}{4} \Rightarrow \Delta p = 68 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow p_0 = 0 \rightarrow p_1 = 68 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

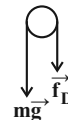
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۶ تا ۳۸)

۶۳- گزینه «۲»

(بهنام رستمی)

$$\text{اندازه شتاب گلوله هنگام بالا رفتن: } f_D + mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{f_D + mg}{m}$$

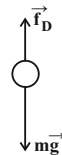


در نقطه اوج سرعت صفر است، در نتیجه نیروی مقاومت هوا در آن لحظه نیز صفر است و بنابراین اندازه شتاب در آن لحظه g است.

$$a_1 = g$$

$$\text{اندازه شتاب گلوله هنگام بازگشت: } mg - f_D = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{mg - f_D}{m}$$



$$a_1 > a_2 > a_3$$

بنابراین:

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(سعی شرق)

۶۸- گزینه «۴»

در حالت اول که فنر فشرده شده است، نیرویی هم جهت با وزن به جسم وارد می کند و داریم:

$$mg + k\Delta x = 48\text{N}$$

در حالت دوم که فنر کشیده شده است، نیرویی در خلاف جهت با وزن به جسم وارد می کند و داریم:

$$mg - k\Delta x = 36\text{N}$$

دو معادله را با هم جمع می کنیم:

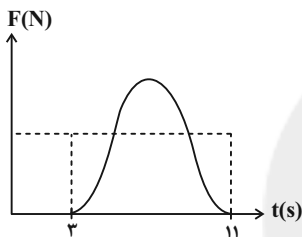
$$2mg = 48 + 36 \Rightarrow mg = 42 \Rightarrow \frac{g=10\text{N/kg}}{m} \rightarrow m = 4.2\text{kg}$$

(فیزیک ۳ - ریتمیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

(مسعود قره فانی)

۶۹- گزینه «۱»

می دانیم مساحت زیر نمودار $F-t$ نشان دهنده تغییرات تکانه (Δp) است. همچنین برای سادگی کار آن را با مساحت مستطیلی که با نقطه چین در شکل نشان داده شده برابر فرض می کنند. بنابراین:



$$\Delta p = F_{av} \Delta t \Rightarrow 60 = F_{av} \times 8 \Rightarrow F_{av} = \frac{60}{8} = 7.5\text{N}$$

(فیزیک ۳ - ریتمیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

(زهره آقاممدری)

۷۰- گزینه «۳»

با توجه به این که نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت در مسیر دایره ای و افقی اتومبیل را تأمین می کند، داریم:

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

از طرفی برای داشتن بیشینه تندی مجاز، نیروی اصطکاک ایستایی باید بیشینه باشد، پس داریم:

$$f_{s, \max} = m \frac{v_{\max}^2}{r} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv_{\max}^2}{r}$$

$$\frac{F_N = mg}{v_{\max}^2} \rightarrow v_{\max}^2 = \mu_s gr$$

پس داریم:

$$\frac{(v_{\max}^2)_r}{(v_{\max}^2)_l} = \frac{r_r}{r_l} \Rightarrow r_r = 100 \times \left(\frac{(v_{\max}^2)_r}{(v_{\max}^2)_l} \right)$$

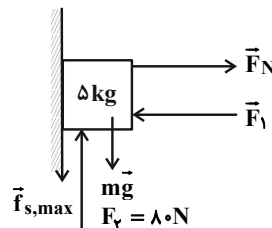
$$\frac{(v_{\max}^2)_l = 1/25 (v_{\max}^2)_r}{r_r} \rightarrow r_r = 100 \times \left(\frac{1}{25} \right) = 4\text{m}$$

(فیزیک ۳ - ریتمیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۸ تا ۵۳)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۶- گزینه «۴»

هرگاه جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و به سمت پایین خواهد بود.



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_N$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = 0 / \Delta F_1$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_2 = mg + f_{s, \max} \Rightarrow 80 = 50 + 0 / \Delta F_1$$

$$\Rightarrow 30 = 0 / \Delta F_1 \Rightarrow F_1 = 60\text{N}$$

اندازه اختلاف دو نیرو برابر است با:

$$\Delta F = |F_2 - F_1| = 80 - 60 = 20\text{N}$$

(فیزیک ۳ - ریتمیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۳)

(بابک اسلامی)

۶۷- گزینه «۳»

وقتی آسانسور ساکن است، نیروسنج وزن شخص را نشان می دهد.

$$F_N = mg = 70 \times 10 = 700\text{N}$$

چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده و در ابتدا عددی که نیروسنج نشان می دهد از وزن شخص بیشتر است، می توان نتیجه گرفت حرکت تشدنده و به سمت بالا بوده است و در نتیجه اندازه شتاب آسانسور برابر است با:

$$F_N' = m(g + a_1) \Rightarrow 728 = 70 \times (10 + a_1) \Rightarrow a_1 = 0 / 4 \frac{m}{s^2}$$

جابه جایی آسانسور طی مدت Δs با شتاب $a_1 = 0 / 4 \frac{m}{s^2}$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0 / 4 \times 5^2 \Rightarrow \Delta x = \Delta m$$

در قسمت دوم حرکت، عددی که نیروسنج نشان می دهد کمتر از وزن شخص است و چون آسانسوری به سمت بالا در حال حرکت است، بنابراین حرکت آن کندشونده خواهد بود. داریم:

$$F_N'' = m(g + a_2) \Rightarrow 665 = 70 \times (10 + a_2) \Rightarrow a_2 = -0 / 5 \frac{m}{s^2}$$

جابه جایی آسانسور طی مدت Δs با شتاب $a_2 = -0 / 5 \frac{m}{s^2}$ و به سمت

بالا برابر است با:

$$\Delta x_2 = -\frac{1}{2} a_2 t_2^2 = -\frac{1}{2} \times (-0 / 5) \times 4^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 4\text{m}$$

بنابراین در مجموع آسانسور $\Delta x = 5 + 4 = 9\text{m}$ را از شروع تا پایان حرکت طی کرده است.

(فیزیک ۳ - ریتمیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۹)



فیزیک ۱

گزینه ۲ - ۷۱

(مسئله مفروضی)

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta_e - \theta_1) + m_2 c (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 (50 - 70) + 20 \times (50 - 10) = 0$$

$$\Rightarrow -20m_1 + 800 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{800}{20} = 40 \text{ kg}$$

روش دوم:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \quad c_1 = c_2 \Rightarrow \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{m_1 \times 70 + 20 \times 10}{m_1 + 20} \Rightarrow 50m_1 + 1000 = 70m_1 + 200$$

$$\Rightarrow 20m_1 = 800 \Rightarrow m_1 = 40 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه ۱ - ۷۲

(سیرعلی میرنوری)

برای تعیین دمای تعادل داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow (C\Delta\theta)_{\text{ظرف}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow C \times (50 - 75) + 400 \times (50 - 10) + 0 + 5 \times 4200 \times (50 - 10) = 0$$

$$\Rightarrow 25C = 16000 + 84000 \Rightarrow C = \frac{16000 + 84000}{25} = 4000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه ۳ - ۷۳

(عبدالرضا امینی نسب)

مراحل این فرایند را به صورت طرح‌واره در شکل زیر ملاحظه می‌کنید:

$$\text{آب } 60^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + mL_F + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_T = 2 \times 2100 \times 5 + 2 \times 334000 + 2 \times 4200 \times 60$$

$$\Rightarrow Q_T = 210000 + 668000 + 504000 = 1193000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_T = 1193 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

گزینه ۱ - ۷۴

(عبدالرضا امینی نسب)

آب صفر درجه سلسیوس به عنوان جسم گرم، گرما از دست می‌دهد و ابتدا به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل و یخ صفر درجه سلسیوس به دست آمده نیز به یخ -2°C تبدیل می‌شود. از طرفی یخ 10°C به یخ -2°C تبدیل می‌شود.

$$\text{یخ } 10^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } -2^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 0^\circ\text{C}$$

جرم آب که به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود را m' می‌نامیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -m' L_F + m' c \Delta\theta' + (m c \Delta\theta) = 0$$

$$\Rightarrow -m' (320) + m' \times 2 \times (-2) + 810 \times 2 \times (8) = 0$$

$$\Rightarrow -324m' = -12960 \Rightarrow m' = 40 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

گزینه ۳ - ۷۵

(علیرضا کونه)

$$m \text{ گرم یخ } -20^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_1} m \text{ گرم یخ } 0^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_2} m \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C}$$

$$300 \text{ گرم آب } 30^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_3} 300 \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m \times 2 / 1 \times (0 - (-20)) + m \times 336 + 300 \times 4 / 2 \times (0 - 30) = 0$$

$$\Rightarrow 10m + 80m = 9000 \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

گزینه ۳ - ۷۶

(میثم رشتیان)

اگر بخواهیم تبخیر سطحی در ظرف A در مدت زمان بیشتری صورت گیرد، باید آهنگ تبخیر سطحی در ظرف A کمتر باشد. با افزایش عواملی چون دمای مایع، دمای محیط و مساحت سطح مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش و با کاهش فشار، تبخیر سطحی با آهنگ بیشتری انجام خواهد شد. پس اگر دمای آب در ظرف A کمتر از دمای آب در ظرف B باشد، آهنگ تبخیر آب در ظرف A کمتر بوده و $\Delta t_A > \Delta t_B$ خواهد شد.

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۸)



۷۷- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

برای ایجاد جریان همرفتی باید بخشی از سیال (مایع یا گاز) که دمای بالاتری دارد پایین‌تر از سیال با دمای پایین‌تر قرار بگیرد (A). از طرفی همرفتی که بدون دخالت پمپ انجام شود، همرفت طبیعی است.

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۴)

۷۸- گزینه «۳»

(مسعود قره‌قانی)

ابتدا با توجه به معادله حالت، مقدار مول گاز را پیدا می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{6/4 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-3}}{8 \times 220}$$

$$\Rightarrow n = \frac{640 \times 12}{8 \times 220} = 3 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{\text{He}} + n_{\text{O}_2} = 3 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به جرم مولی گازها می‌توان نوشت:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = nM \Rightarrow m_{\text{He}} = 4n_{\text{He}}, m_{\text{O}_2} = 32n_{\text{O}_2}$$

همچنین داریم:

$$m_{\text{He}} + m_{\text{O}_2} = 40 \Rightarrow 4n_{\text{He}} + 32n_{\text{O}_2} = 40 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$n_{\text{He}} = 2 \text{ mol}, n_{\text{O}_2} = 1 \text{ mol}$$

بنابراین:

$$m_{\text{He}} = 2 \times 4 = 8 \text{ g} \Rightarrow \text{درصد جرمی هلیوم} = \frac{8}{40} \times 100 = 20\%$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۳)

۷۹- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم رابطه قانون گازها به صورت زیر می‌باشد:

$$PV = nRT$$

از طرفی برای مقایسه حالت مقدار معینی از یک گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

در این رابطه، دما حتماً باید برحسب کلونین جای‌گذاری شود ولی فشارها و حجم‌ها باید یکای یکسانی داشته باشند.

$$\begin{cases} T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K} & , & P_1 = 1 \text{ atm} \\ T_2 = 273 + 127 = 400 \text{ K} & , & P_2 = 2 \text{ atm} \end{cases}$$

با جای‌گذاری داریم:

$$\frac{1 \times V_1}{300} = \frac{2 \times V_2}{400} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3}$$

از طرفی می‌دانیم چگالی گاز با حجم آن نسبت عکس دارد. بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$$

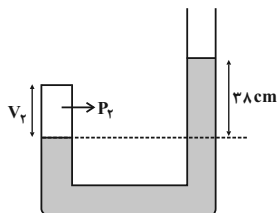
$$\frac{\rho_1 = 1/4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\rho_2} \rightarrow \rho_2 = \frac{3}{2} \times 1/4 = 3/8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۳)

۸۰- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_r = h_{\text{Hg}} + P_0 = 38 + 76 = 114 \text{ cmHg}$$

در آزمایش بویل، دمای گاز ثابت است، پس می‌توان نوشت:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1 = P_2} 76 \times V = 114 V_r \Rightarrow V_r = \frac{2}{3} V$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۳)



فیزیک ۲

$$F_E + F_B = ma \Rightarrow |q| |E| + |q| |vB| = ma$$

$$a = \frac{2 \times 10^{-9} \times (500 + 4 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-4})}{10^{-6}} = 4 / 2 m / s^2$$

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

(میثم شتیان)

۸۴ - گزینه «۱»

با توجه به برابری تکانه‌ها داریم:

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_A = 2 v_B$$

$$F = |q| |vB| \sin \alpha \xrightarrow{\alpha=90^\circ \text{ ثابت}} \frac{F_A}{F_B} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{q_A}{4q_A} \times \frac{2v_B}{v_B} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{4} \times 2 \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۸۵ - گزینه «۲»

ابتدا به کمک رابطه انرژی جنبشی، تندی حرکت الکترون را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 4 / 5 \times 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{10^{-17}}{10^{-31}} = 10^{14} \Rightarrow v = 10^7 \frac{m}{s}$$

سپس با جای گذاری در رابطه $F = |q| |vB| \sin \theta$ ، اندازه نیرو را به دست

می‌آوریم:

$$F = |q| |vB| \sin \theta = 1 / 6 \times 10^{-19} \times 10^7 \times 200 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F = 3 / 2 \times 10^{-14} N$$

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۸۱ - گزینه «۲»

(مهمعلی راست پیمان)

با توجه به قاعده دست راست، چهار انگشت طوری روی بردار \vec{v} (سرعت) باشد که وقتی تا می‌شوند، روی بردار \vec{B} (میدان مغناطیسی) قرار گیرند. در این صورت انگشت شست دست راست، جهت نیروی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد، در این جا چون بار q منفی است نتیجه به دست آمده را وارون می‌کنیم تا جهت نیروی وارد بر بار منفی به دست آید یا چهار انگشت دست چپ را طوری روی \vec{v} قرار می‌دهیم که وقتی تا شوند روی بردار \vec{B} قرار گیرند در این صورت انگشت شست دست چپ، جهت نیروی وارد بر بار منفی را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۸۲ - گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه مقاومت رنوستا را کاهش دهیم، جریان مدار افزایش یافته و طبق رابطه $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$ ، با افزایش جریان سیملوله، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و آهنربای موقت قوی‌تری خواهیم داشت و تعداد گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند.

(فیزیک ۲ - مقناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۸۳ - گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

جهت میدان الکتریکی رو به بالا است پس بر بار مثبت هم جهت میدان نیرو به سمت بالا وارد می‌شود. با توجه به جهت میدان مغناطیسی و جهت سرعت و با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی هم رو به بالا خواهد شد. پس داریم:



-۸۶ گزینه «۱»

(مسعود شرفقانی)

$$F = BI\ell \sin \alpha$$

$$\frac{F_{عرض}}{F_{طول}} = \frac{BI\ell \sin ۳۷^\circ}{BI\ell \sin ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{۳۰}{F_{طول}} = \frac{L \times ۰/۶}{۲L \times ۰/۸}$$

$$\Rightarrow F_{طول} = \frac{۳۰ \times ۱/۶}{۰/۶} = ۸۰ \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

-۸۷ گزینه «۴»

(شاهمان ویسی)

با توجه به قاعده دست راست، میدان ناشی از جریان سیم افقی در نقطه M بیرون سو \odot و میدان ناشی از جریان سیم عمودی در نقطه M درون سو \otimes است. اما چون اندازه جریان عبوری از سیم‌ها و فاصله نقطه M از سیم‌ها یکسان است ($\theta = ۴۵^\circ$)، اندازه میدان هر دو سیم برابر است و چون در این نقطه میدان‌ها در خلاف جهت یکدیگر هستند، پس میدان برآیند در نقطه M صفر است و جهت ندارد.

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

-۸۸ گزینه «۲»

(شاهمان ویسی)

ابتدا میدان ناشی از حلقه اول را در مرکز می‌یابیم.

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R} \otimes$$

طبق قاعده دست راست.

اندازه میدان‌های ناشی از حلقه‌های ۲ و ۳ را هم حساب می‌کنیم:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I'}{2 \cdot 3R}, \quad B_3 = \frac{\mu_0 I'}{2 \cdot 6R}$$

اگر $I' = I$ باشد، $B_2 + B_3 < B_1$ می‌شود و هیچگاه میدان در مرکز حلقه‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

اما اگر $I' = 2I$ و هر جریان در هر دو حلقه بیرونی پادساعتگرد باشد، داریم:

$$\odot \quad \odot \quad \otimes$$

$$B_2 + B_3 = B_1$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

-۸۹ گزینه «۲»

(ممنون خندپهلر)

میدان مغناطیسی درون سیملوله‌ای رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به دست می‌آید. نصف کردن طول سیملوله تأثیری در مقدار میدان ندارد. زیرا در این حالت هم N نصف می‌شود و هم l. از آنجائیکه جریان الکتریکی با اندازه میدان رابطه مستقیم دارد، خواهیم داشت:

$$\frac{B'}{B} = \frac{I'}{I} \Rightarrow \frac{B'}{۰/۰۱۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow B' = ۰/۰۱۲ \text{ T} = ۱۲ \text{ G}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

-۹۰ گزینه «۲»

(ممنون علی راست پیمان)

گزینه «۱»: نادرست، مس از مواد دیامغناطیسی است.

گزینه «۳»: نادرست، زیرا فولاد در میدان مغناطیسی خارجی خاصیت مغناطیسی خواهد داشت و در خارج میدان، بخشی از این خاصیت را حفظ می‌کند.

گزینه «۴»: نادرست، آلومینیم جزء مواد پارامغناطیسی است.

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)



فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۲»

(عسین مشرومی)

$$\begin{aligned}
 & m_1 c_1 \Delta\theta_1 + (C\Delta\theta)_{\text{کره}} + (m_3 c_3 \Delta\theta_3)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}} = 0 \\
 & \Rightarrow 0/1 \times 900 \times (50 - 100) + C_{\text{کره}} \times (50 - 80) \\
 & + 0/5 \times 4200 \times (50 - 30) + 150 \times (50 - 30) = 0 \\
 & \Rightarrow -4500 - 30C_{\text{کره}} + 42000 + 30000 = 0 \\
 & \Rightarrow 30C_{\text{کره}} = 40500 \Rightarrow C_{\text{کره}} = 1350 \frac{\text{J}}{\text{K}}
 \end{aligned}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۹۲- گزینه «۲»

(مصطفی وائقی)

ابتدا جرم یخ ذوب شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q &= mL_F \Rightarrow 15/12 \times 1000 = m \times 336000 \\
 \Rightarrow m &= 0/45 \text{kg} = 45 \text{g}
 \end{aligned}$$

جرم یخ ذوب شده با جرم آب ایجاد شده با هم برابر است، پس:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{آب}} = \frac{45}{1} = 45 \text{cm}^3 \\ V_{\text{یخ}} = \frac{45}{0/9} = 50 \text{cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{کاهش حجم مخلوط} = 45 - 50 = -5 \text{cm}^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۹۳- گزینه «۲»

(مسعود قره‌شانی)

توان گرمکن ثابت است. یعنی:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_2 \xrightarrow{P=\frac{Q}{t}} \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \\
 \Rightarrow \frac{m_1 c_1 \Delta\theta}{t_1} &= \frac{m_2 L_F + m_2 c_2 \Delta\theta_2}{t_2}
 \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \rightarrow \frac{1/5 \times 4200 \times 80}{5 \times 60} = \frac{336000m + 420000m}{6 \times 60}$$

$$\Rightarrow m = 0/8 \text{kg} = 80 \text{g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(زهره آقاممدری)

۹۴- گزینه «۱»

چون تبادل گرمایی با محیط نداریم، می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{فلز}} = 0$$

در ابتدا دمای آب و ظرف یکسان است.

$$m c_{\text{آب}} \Delta\theta + C_{\text{ظرف}} \Delta\theta + m' c' \Delta\theta' = 0$$

$$\Rightarrow 0/4 \times 4200 \times (\theta_e - 5) + 168(\theta_e - 5) + 0/25 \times 840(\theta_e - 54) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e = 10^\circ \text{C}$$

بنابراین:

$$\left| \frac{Q_{\text{آب}}}{Q_{\text{فلز}}} \right| = \frac{0/4 \times 4200 \times 5}{0/25 \times 840 \times 44} = \frac{10}{11}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(علیرضا کونه)

۹۵- گزینه «۱»

ابتدا دمای ۴- درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$-4 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = -20^\circ \text{C}$$

یخ -20°C ابتدا به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده سپس ذوبمی‌شود و پس از آن به آب با دمای 10°C خواهد رسید، بنابراین می‌توان

نوشت:

$$Q = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q = \frac{5}{1000} \times 2100 \times (0 - (-20)) + \frac{5}{1000} \times 336 \times 10^3 + \frac{5}{1000} \times 4200 \times (10 - 0) = 210 + 1680 + 210 = 2100 \text{J} = 2/1 \text{kJ}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)



گزینه «۴» - ۹۶

(عبدالرضا امینی نسب)

چون باید تمام یخ ذوب شود، بنابراین حالت نهایی تعادل آب صفر درجه سلسیوس خواهد بود، داریم:

$$\text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_1} \text{آب } 40^{\circ}\text{C}$$

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (m_1 c_1 \Delta\theta)_{\text{آب}} = m_2 L_F$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times 40 = \frac{2}{10} \times 336000 \Rightarrow m_1 = 0.4 \text{ kg} = 400 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

گزینه «۳» - ۹۷

(شادمان ویسی)

آهنگ تبخیر سطحی با فشار هوای وارد بر مایع رابطه عکس دارد. موارد «الف»، «ب»، «ت» جمله را به صورت صحیح کامل می‌کنند.

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

گزینه «۴» - ۹۸

(فسرو ارغوانی فرد)

ابتدا تغییر دما بر حسب کلونین را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 273 + \theta_1$$

$$T_2 = 273 + \theta_2 \xrightarrow{\theta_2 = 11\theta_1} T_2 = 273 + 11\theta_1$$

$$P_{\text{ثابت}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{13/3}{7} = \frac{273 + 11\theta_1}{273 + \theta_1}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 27^{\circ}\text{C}$$

$$F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \xrightarrow{\theta_1 = 27^{\circ}\text{C}} F_1 = \frac{9}{5} \times 27 + 32$$

$$\Rightarrow F_1 = 80.6^{\circ}\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

گزینه «۴» - ۹۹

(زهرا آقاممیری)

اکسیژن را گاز (۱) و هیدروژن را گاز (۲) می‌گیریم.

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 22 \text{ g} \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 16 \text{ g} \\ m_2 = 6 \text{ g} \end{cases}$$

با توجه به رابطه $n = \frac{m}{M}$ ، تعداد مول‌های هر گاز را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} n_1 = \frac{16}{32} = 0.5 \text{ mol} \\ n_2 = \frac{6}{2} = 3 \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow n_{\text{کل}} = n_1 + n_2 = 3.5 \text{ mol}$$

با توجه به معادله حالت گاز آرمانی داریم:

$$PV = nRT$$

$$\xrightarrow{T=27+273=300\text{K}} P \times 11/2 \times 10^{-3} = 3.5 \times 8 \times 300$$

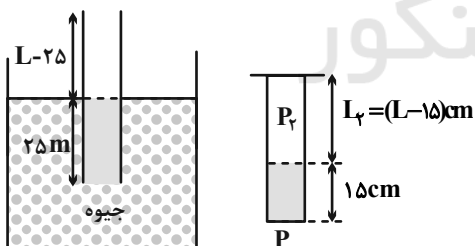
$$\Rightarrow P = 7.5 \times 10^5 \text{ Pa} = 7.5 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

گزینه «۴» - ۱۰۰

(شادمان ویسی)

شکل مناسبی برای سؤال رسم می‌کنیم.



$$P_1 = P_0$$

$$P_r + 15 = P_0$$

$$L_1 = (L - 25) \text{ cm}$$

$$P_r = P_0 - 15 = 60 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_r V_r}{T_r} \xrightarrow{V=AL} P_1 L_1 = P_r L_r$$

$$\Rightarrow 75(L - 25) = 60(L - 15)$$

$$\Rightarrow 5L - 125 = 4L - 60 \Rightarrow L = 65 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(امیر فاطمیان)

موارد «ب» و «پ» درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) کسب اطمینان از کیفیت فرآورده‌های دارویی، بهداشتی و غذایی و ... در

قلمرو علم الکتروشیمی قرار دارد.

ت) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی «الکتریکی»

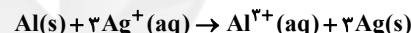
می‌تواند در راستای پیاده‌کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۰۲- گزینه «۳»

(امیر فاطمیان)

معادله واکنش موازنه شده:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.4 \text{ L} \times 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.08 \text{ mol Ag}^+$$

چون غلظت نصف شده است؛ در نتیجه غلظت محلول نقره نیترات پس از

گذشت مدتی از آغاز واکنش، $0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$ می‌شود.

مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.4 \times 0.1 = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0.08 - 0.04 = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{مقدار Al مصرف شده} = ? \text{ g Al} = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.36 \text{ g Al}$$

$$\text{مقدار Ag} = ? \text{ g Ag} = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$

$$\times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 4.32 \text{ g Ag}$$

$$\text{جرم Ag تولید شده} + \text{جرم Al مصرف شده} - \text{جرم اولیه} = \text{جرم تیغه}$$

$$= 25 - 0.36 + \frac{4.32}{100} = 24.64 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۰۳- گزینه «۱»

(امیر فاطمیان)

با توجه به واکنش «الف» چون انجام پذیر بوده است Fe^{2+} اکسندۀقوی‌تری از Zn^{2+} است. $\text{Fe}^{2+} > \text{Zn}^{2+}$: اکسندگی- در واکنش «ب» چون انجام پذیر نبوده است Ag^+ اکسندۀ قوی‌تری از Cu^{2+} بوده است. $\text{Ag}^+ > \text{Cu}^{2+}$: اکسندگی- واکنش «پ»: $\text{Sn}^{2+} > \text{Fe}^{2+}$: اکسندگی- واکنش «ت» چون انجام‌پذیر بوده است Cu^{2+} اکسندۀ قوی‌تری از Sn^{2+} بوده است. $\text{Cu}^{2+} > \text{Sn}^{2+}$: اکسندگیترتیب قدرت اکسندگی: $\text{Ag}^+ > \text{Cu}^{2+} > \text{Sn}^{2+} > \text{Fe}^{2+} > \text{Zn}^{2+}$ پس سومین اکسندۀ قوی Sn^{2+} است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۴۷)

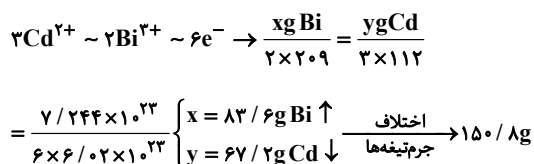
۱۰۴- گزینه «۲»

(معمدرضا پورماوید)

از آنجا که قدرت اکسندگی Ni^{2+} بیشتر از Zn^{2+} است، Ni در سری

الکتروشیمیایی بالاتر از Zn قرار داشته و در سلول گالوانی حاصل از آن‌ها

Ni کاتد (قطب مثبت) و Zn آنُد (قطب منفی) خواهد بود. کاتیون‌های



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۰۸- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

تنها عبارت «الف» نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

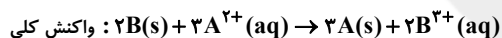
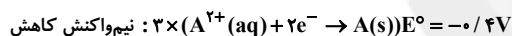
عبارت «الف»: به مرور زمان غلظت کاتیون Z^{n+} افزایش و غلظت کاتیون

X^{m+} کاهش می‌یابد و نسبت این دو افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۰۹- گزینه «۱» (ممدرضا پورجاوید)

نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول گالوانی توصیف شده عبارتند از:



$$E^{\circ} \text{سلول} = E^{\circ} \text{کاتد} - E^{\circ} \text{آند} = -0.4 - (x) = +0.34$$

$$\Rightarrow x = -0.74$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱۱۰- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: E° فلز Li از همه عناصر کمتر است.

عبارت سوم: این ویژگی مربوط به دسته‌ای از باتری‌های لیتیومی است که در

تلفن و رایانه همراه به کار می‌روند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

Zn^{2+} از دیواره متخلخل عبور کرده و به طرف کاتد می‌روند. آنیون‌ها نیز

از دیواره متخلخل عبور کرده و از طرف کاتد به آند می‌روند. جهت حرکت

الکترون‌ها نیز در تمام سلول‌های گالوانی از سمت آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱۰۵- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد اول: در سلول گالوانی $Zn - Au$ الکتروود روی آند سلول بوده و

الکترون‌ها به سمت نیم‌سلول Au حرکت می‌کنند.

مورد سوم: الکتروود Cr که عدد اتمی کوچک‌تری دارد نقش آند داشته و

کاهش جرم تیغه دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱۰۶- گزینه «۴» (ممدرضا پورجاوید)

در سلول گالوانی $Mn - SHE$ ، نیم‌سلول Mn قطب منفی (آند) بوده و

در نتیجه Mn در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از H_2 بوده و E°

نیم‌سلول Cu^{2+} / Cu عددی مثبت بوده و جایگاه آن نیز در سری

الکتروشیمیایی بالاتر از H_2 خواهد بود.

در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های این دو فلز، نیم‌سلول Cu به عنوان

کاتد و نیم‌سلول Mn در نقش آند خواهند بود. به این ترتیب تمام

عبارت‌های گفته شده درست خواهند بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۰۷- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)



شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۳»

(منمدرضا پوریاوید)

محلول توصیف شده دارای ۲۰۰ گرم حلال و ۳۰ گرم حل شونده است. از آنجا که نمودار انحلال پذیری - دما برای ۱۰۰ گرم حلال رسم می شود.

نمک حلال

$$200g \quad 30g$$

$$100 \quad x \Rightarrow x = 15g$$

می توان مقدار حل شونده به ازای ۱۰۰ گرم حلال در دمای ۵۰°C را به دست آورد.

طبق نمودار داده شده محلولی با ۱۰۰ گرم حلال و ۱۵ گرم حل شونده در دمای ۵۰°C یک محلول سیرنشده است که سرد کردن آن تا دمای ۲۰°C منجر به تولید ۵ گرم رسوب خواهد شد. به این ترتیب رسوب حاصل از سرد کردن ۲۳۰g از چنین محلولی برابر است با:

رسوب محلول

$$115g \quad 5g$$

$$230 \quad x \Rightarrow x = 10g$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۱۲- گزینه «۲»

(امیر مسین طیبی)

ابتدا معادله انحلال پذیری نمک X را تعیین می کنیم:

$$S - 46 = \left(\frac{58 - 46}{60 - 30} \right) (\theta - 30)$$

$$S = 0 / 4\theta + 34$$

حال معادله انحلال پذیری نمک Y را با شیب خط بدست آمده در معادله

انحلال پذیری X به دست می آوریم:

$$S - 45 = 0 / 4(\theta - 60)$$

$$\Rightarrow S = 0 / 4\theta + 21$$

توجه کنید حداقل عرض از مبدأ برای این که نمودار Y همواره پایین تر از نمودار X باشد، هنگامی بدست می آید که دو خط موازی باشند.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۳- گزینه «۳»

(امیر شاتمیان)

عبارت های «الف» و «ب» و «ت» نادرست است.

بررسی عبارت ها:

الف) چون شیب معادله انحلال پذیری بر حسب دما منفی است، با افزایش دما

انحلال پذیری کاهش می یابد. (رابطه معکوس)

ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 10^\circ C \rightarrow S = 38 - 0 / 2 \times 10 = 36$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{36}{100 + 36} \times 100 \approx 26 / 5\%$$

ب) طبق معادله انحلال پذیری داریم:

$$\theta = 20 \rightarrow S = 38 - 0 / 2 \times 20 = 34$$

یعنی در ۱۰۰ گرم حلال می توانیم ۳۴ گرم از این نمک اضافه کنیم، در حالی

که در عبارت گفته شده ۳۲ گرم از این نمک را حل کرده ایم که محلولی سیرنشده می باشد.

ت) با سرد کردن محلول (کاهش دما) انحلال پذیری (S) افزایش می یابد و

نمک ته نشین نمی شود.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۴- گزینه «۲»

(امیر شاتمیان)

ابتدا جرم نمک و جرم محلول ۱۰ مولار NaNO_3 را محاسبه می کنیم.

$$10 \text{ mol NaNO}_3 \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3} = 850 \text{ g NaNO}_3$$



در بین مولکول‌های داده شده اتانول، آب، کربن مونواکسید و فسفرتری کلرید چنین شرایطی دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۱۷- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

تنها مقایسه اول نادرست است و انحلال‌پذیری اتانول و استون در آب بی‌نهایت است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۱۸- گزینه «۱» (ممدرضا پورجاوید)

تمام عبارتهای گفته شده درست هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۱۱۹- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

همه عبارتها نادرست هستند.

بررسی عبارتها:

مورد اول: در حالت بخار مولکول‌های آب آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر جابه‌جا می‌شوند.

مورد دوم: در حالت مایع، پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب قوی است.

مورد سوم: ساختار یخ در سه بعد گسترش یافته است.

مورد چهارم: چگالی آب هنگام انجماد کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۲۰- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

عبارت داده شده و عبارت اول نادرست هستند.

نقطه جوش اتانول از استون بیشتر است و سخت‌تر تبخیر می‌شود.

عبارت اول: در بدن انسان اغلب محلول‌ها آبی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

$$\text{محلول } 185^{\circ}\text{g} = \frac{\text{محلول } 185\text{g}}{1\text{mL}} \times \frac{1}{1000} \times \frac{\text{محلول } 1000\text{mL}}{1\text{L}} \times \text{محلول } 1\text{L}$$

$$1000\text{g} = 1850 - 850 = \text{جرم حل‌شونده} - \text{جرم محلول} = \text{جرم حلال}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{آب} \\ 1000\text{g} \sim 850\text{g NaNO}_3 \\ \text{آب} \\ 1000\text{g} \sim x \end{array} \right] x = 85\text{g}$$

که این عدد همان انحلال‌پذیری است.

$$S = 0 / 180 + 72 \Rightarrow 85 = 0 / 180 + 72$$

$$\theta = 16 / 25^{\circ}\text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰، ۹۹ و ۱۰۳)

۱۱۵- گزینه «۳» (ممدرضا پورجاوید)

برای تعیین معادله انحلال‌پذیری نمک AB می‌توان نوشت:

$$\text{شیب} = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{37 - 25}{20 - 0} = \frac{12}{20} = 0 / 6$$

$$\Rightarrow \text{معادله انحلال‌پذیری } S = 0 / 6\theta + 25$$

از آنجا که با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری این نمک افزایش می‌یابد،

نمودار انحلال‌پذیری آن صعودی است و با افزایش دمای یک محلول سیر شده

به محلولی سیر نشده خواهیم رسید. از طرفی $0 / 3$ مول از نمک AB جرمی

معادل با ۳۶g دارد که حل شدن این مقدار نمک در ۱۰۰ گرم آب در

دمای 20°C منجر به تهیه محلولی سیر نشده خواهد شد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۶- گزینه «۴» (ممدرضا پورجاوید)

SO_4 و NF_3 هر دو مولکول‌های قطبی به شمار می‌روند و در میدان

الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.



$$\bar{R}(\text{واکنش})_{(150-600)s} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{4} = \frac{0/0002}{4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

در نتیجه برای تعیین نسبت خواسته شده می توان نوشت:

$$\frac{\bar{R}(\text{واکنش})_{(20-40)} = \frac{0/005}{4}}{\bar{R}(\text{واکنش})_{(150-600)} = \frac{0/0002}{4}} = 25$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

(ممنور رضا پوریاوید)

۱۲۵- گزینه «۱»

برای تعیین زمان مورد نیاز برای مصرف شدن فلز مس در طی واکنش خواهیم داشت:

$$1152g \text{ Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64g \text{ Cu}} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{3 \text{ mol Cu}} = 12 \text{ mol NO}$$

$$\Rightarrow \bar{R} = \frac{\Delta[\text{NO}]}{\Delta t} \Rightarrow 0/004 = \frac{12}{\Delta t(s)}$$

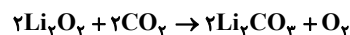
$$\Rightarrow \Delta t(s) = 600s \Rightarrow 10 \text{ min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

(امیرحسین طیبی)

۱۲۶- گزینه «۲»

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



به ازای تولید هر مول گاز O_2 ، جرم ماده جامد به اندازه ۵۶ گرم افزایش می یابد:

$$2 \times [2(7) + 12 + 48] - 2 \times [2(7) + 32] = 56g$$

$$15g \text{ افزایش جرم} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{56g \text{ افزایش جرم}} \times \frac{22400 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 6000 \text{ mL O}_2$$

$$R_{\text{O}_2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6000}{5 \times 60} = 20 \text{ mL.s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

(امیر شامیان)

۱۲۷- گزینه «۳»

$$\text{O}_2 \text{ گاز} = 5/6L \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ LO}_2} = \frac{1}{4} \text{ mol O}_2$$

$$300s \text{ پس از O}_2 \text{ مول} = 4g \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32g \text{ O}_2} = \frac{1}{8} \text{ mol O}_2$$

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(ممنور رضا پوریاوید)

استفاده از براده منیزیم به جای یک قطعه از آن منجر به افزایش سطح تماس فلز با محلول اسیدی شده و در نتیجه سرعت واکنش را بیشتر می کند. از آنجا که واکنش دهنده‌های این واکنش $(\text{HCl(aq)}, \text{Mg(s)})$ گازی شکل نیستند، افزایش فشار تأثیری بر روی سرعت واکنش ندارد. رقیق کردن محلول اسیدی (با افزودن آب به آن) و کاهش دمای ظرف، هر دو منجر به کاهش سرعت این واکنش خواهند شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(ممنور رضا پوریاوید)

۱۲۲- گزینه «۲»

هیچ رابطه خاصی بین سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده‌ها و تولید فرآورده‌ها وجود ندارد و این سرعت‌ها ممکن است با یکدیگر برابر باشند و یا نباشند. (به ضریب آن‌ها بستگی دارد.)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

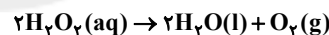
(امیرحسین طیبی)

۱۲۳- گزینه «۲»

عبارت‌های «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، گاز اکسیژن تولید می شود:



عبارت «ب»: ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع است.

عبارت «پ»: نادرست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

(ممنور رضا پوریاوید)

۱۲۴- گزینه «۴»

ابتدا باید سرعت تغییر غلظت HCl در بازه‌های زمانی گفته شده را به دست آوریم:

$$\bar{R}(\text{HCl})_{(20-40)s} = \frac{|0/250 - 0/350|}{40 - 20} = \frac{0/100}{20}$$

$$= 0/005 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{HCl})_{(150-600)s} = \frac{|0/050 - 0/140|}{600 - 150} = 0/0002 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

به این ترتیب سرعت واکنش در این بازه‌های زمانی برابر است با:

$$\bar{R}(\text{واکنش})_{(20-40)s} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{4} = \frac{0/005}{4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



(امیر هاتمیان)

گزینه «۲» - ۱۲۹

ابتدا با توجه به واکنش رابطه سرعت را می‌نویسیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_2}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_2}}{2} = \bar{R}_{\text{O}_2}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta T}$$

$$\frac{-\Delta[\text{SO}_2]}{2\Delta T} = 7/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \rightarrow \frac{-(x-0/1)}{2 \times \frac{20}{60}} = 7/5 \times 10^{-3}$$

$$-(x-0/1) \times 3 = 15 \times 10^{-3} \Rightarrow x-0/1 = -5 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow x = 0.095 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta T} = 7/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \Rightarrow \frac{y-0}{\frac{20}{60}} = 7/5 \times 10^{-3}$$

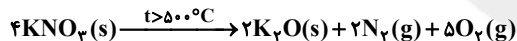
$$3y = 7/5 \times 10^{-3} \Rightarrow y = 2/5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$x + y = 9/75 \times 10^{-2}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

(محمّد عظیمیان زواره)

گزینه «۲» - ۱۳۰

کاهش جرم در این واکنش مربوط به جرم گازهای N_2 و O_2 می‌باشد. به ازایتولید ۵ مول O_2 و ۲ مول N_2 ۲۱۶ گرم از جرم مخلوط کاسته می‌شود.

$$? \text{L O}_2 = 4 / 32 \text{g} \times \frac{5 \text{mol O}_2}{216 \text{g جرم کاسته}}$$

$$\times \frac{24 \text{LO}_2}{1 \text{mol O}_2} = 2 / 4 \text{LO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2 / 4 \text{LO}_2}{300 \text{s}} = 8 \times 10^{-3} \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$? \text{g K}_2\text{O} = 2 / 4 \text{LO}_2 \times \frac{1 \text{mol O}_2}{24 \text{LO}_2} \times \frac{2 \text{mol K}_2\text{O}}{5 \text{mol O}_2}$$

$$\times \frac{94 \text{g K}_2\text{O}}{1 \text{mol K}_2\text{O}} = 3 / 76 \text{g K}_2\text{O} \text{ در } 5 \text{ دقیقه}$$

$$\frac{2 \text{ min}}{5 \text{ min}} = \frac{x \text{g K}_2\text{O}}{3 / 76 \text{g K}_2\text{O}} \Rightarrow x = 1 / 504 \text{g} = 1 / 5 \text{g K}_2\text{O}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

$$\Delta n(\text{O}_2) = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$$

$$\bar{R}(\text{O}_2) = -\frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta t} = -\frac{-\frac{1}{8} \text{mol}}{4 \times \frac{1}{60} \text{min}} = \frac{1}{1600} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

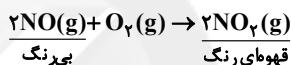
$$\bar{R}(\text{SO}_2) = 2\bar{R}(\text{O}_2) = 2 \times \frac{1}{1600} = \frac{1}{800} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(امیر هاتمیان)

گزینه «۱» - ۱۲۸

بررسی گزینه‌ها:

معادله واکنش گاز نیتروژن مونواکسید (NO) و گاز اکسیژن (O_2) به

صورت زیر است:

۱) ضریب استوکیومتری NO دو برابر ضریب استوکیومتری O_2 است.نمودار گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 برابر a و نمودار O_2 برابر c و نمودار

NO برابر b می‌باشد.

۲) از آن جا که ضریب استوکیومتری O_2 نصف NO_2 است بنابراینسرعت مصرف O_2 نیز، نصف سرعت تولید NO_2 است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}}{\bar{R}_{\text{NO}_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{NO}_2}$$

۳) در بازه زمانی ۳ تا ۷ ساعت، سرعت مصرف گاز NO، با سرعت تولید

گاز NO_2 برابر است، چون تغییرات یکسان و ضریب دو ماده نیز با هم

برابر است.

۴) همان طور که مشاهده می‌شود طی ۱۴ ساعت ۰/۰۴ مول NO_2 تولید

شده است که از این مقدار ۰/۰۲ آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از NO_2 تشکیل

شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(معمد عقیمیان/زواره)

انحلال پذیری KNO_3 در دمای $39^\circ C$ برابر با 60 گرم (در 100 گرم آب) می باشد.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{60}{160} \times 100 = 37.5\%$$

برای محلول سیر شده پتاسیم کلرید می توان نوشت:

$$\frac{\text{رسوب } 60 \text{ g}}{\text{محلول } 90 \text{ g}} = \frac{\text{رسوب } 10 \text{ g}}{\text{محلول } 150 \text{ g}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۳)

۱۳۲- گزینه «۴»

(فرزاد رضایی)

ابتدا مقدار رسوب را به دست می آوریم:

مقدار محلول در دمای $60^\circ C = 182/5$ گرم $82/5$ گرم حل شونده
 + 100 گرم آب

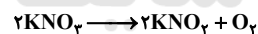
مقدار محلول در دمای $20^\circ C = 132$ گرم 32 گرم حل شونده + 100 گرم آب
 اگر دمای محلول را از 60 به 20 برسانیم مقدار حلال ثابت و به اندازه
 اختلاف انحلال پذیری دو محلول، رسوب پتاسیم نترات تشکیل خواهد شد.
 یعنی $50/5$ گرم به ازای $182/5$ گرم محلول اما در اینجا $36/5$ گرم محلول
 داریم پس:

$$50/5 \text{ گرم رسوب} \quad 182/5 \text{ گرم محلول}$$

$$x \text{ گرم رسوب} \quad 36/5 \text{ گرم محلول}$$

$$\text{گرم رسوب پتاسیم نترات } x = 10/1$$

با توجه به واکنش زیر و محاسبات استوکیومتری داریم:



$$10/1 \text{ g } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$= 1/6 \text{ g } O_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۳۳- گزینه «۲»

(آروین شیخی)

$$S_A = S_B \Rightarrow -0/3\theta + 70 = 1/4\theta + 36$$

$$\Rightarrow 1/7\theta = 34 \Rightarrow \theta = 240^\circ C$$

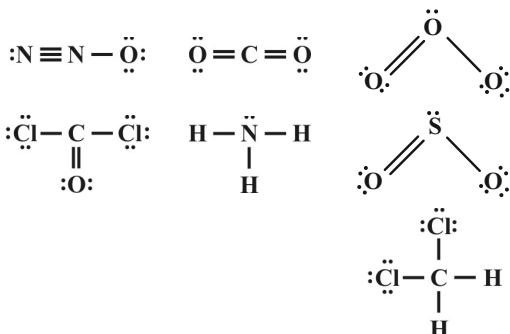
نمک A شیب منفی داشته و انحلال پذیری آن گرماده است. بنابراین با
 کاهش دما نه تنها در محلول رسوب نمی دهد. بلکه انحلال پذیری آن بیشتر
 می شود. بنابراین مقدار رسوب برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۳۴- گزینه «۴»

(مولا تابش نیا)

مولکول O_3 همانند مولکول های N_2O ، SO_2 ، NH_3 ، $COCl_2$ و
 CH_2Cl_2 در میدان الکتریکی جهت گیری می کند. ساختار لوویس این
 ترکیبات داده شده در سوال به صورت زیر است:



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۳۵- گزینه «۳»

(مینا شرافتی پور)

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»: در گروه ۱۴، CH_4 و SiH_4 هر دو ناقطبی بوده و نقطه جوش
 SiH_4 بیشتر از CH_4 است.

گزینه «۲»: با این که HCl و HF هر دو قطبی اند اما HF با وجود جرم
 مولی کمتر به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بیشتری نسبت به
 HCl دارد. پس لزوماً با افزایش جرم مولی نقطه جوش افزایش نمی یابد.

گزینه «۴»: نقطه جوش HF ، $19^\circ C$ بوده و در دمای اتاق ($25^\circ C$)،
 به صورت گاز می باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۳۶- گزینه «۱»

(مهمدرشا پور جاوید)

جرم نمک حل شده در 900 گرم محلول 50000 ppm برابر است با:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 50000 = \frac{x}{900} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ g } KCl$$

مقدار حلال موجود در این محلول برابر است با:

$$900 \text{ g محلول} = x \text{ g آب} + 45 \text{ g شونده} \Rightarrow x = 855 \text{ g آب}$$

انحلال پذیری KCl در دمای $90^\circ C$ در آب عبارت است از:

$$S = (0/3 \times 90) + 27 = 54 \text{ g } KCl$$

به این ترتیب مقدار KCl مورد نیاز برای حل شدن در 855 گرم آب و
 تولید محلول سیر شده برابر خواهد بود با:

$$855 \text{ g آب} \times \frac{54 \text{ g } KCl}{100 \text{ g آب}} = 461/7 \text{ g } KCl$$



$$\text{رسوب } 125 \text{ g} = \frac{125 \text{ g}}{3} \times \frac{2}{500 \text{ g}} \times \text{محلول } 500 \text{ g}$$

گزینه «۳»: با جای‌گذاری اطلاعات مربوط به انحلال‌پذیری در دمای 25°C داریم:

$$S = 1/19\theta + b \Rightarrow 25 = 1/19 \times 25 + b \Rightarrow b = -4/75$$

گزینه «۴»: مقدار حل‌شونده برابر است با:

$$\text{حل‌شونده } 200 \text{ g} = \frac{20 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times \text{محلول } 1000 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(سیر ممد مرزا میرقائمی)

۱۳۷- گزینه «۴»

گزینه «۱»: نادرست است. زیرا در معادله انحلال‌پذیری داده شده، شیب منفی است پس می‌توان آن را به انحلال‌گرماده لیتیم سولفات نسبت داد.

گزینه «۲»: نادرست است. زیرا با توجه به معادله انحلال‌پذیری داده شده، با افزایش دما انحلال‌پذیری کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: نادرست است. زیرا در دمای 40°C ، انحلال‌پذیری این نمک برابر 30 g گرم است. پس برای تهیه یک محلول سیر شده می‌توان 60 g گرم از آن را در 200 g گرم آب حل کرد.

گزینه «۴»: درست است. زیرا:

$$S = -0/15\theta + 36 \begin{cases} 40^\circ\text{C} \rightarrow S = 30 \text{ g} \\ 60^\circ\text{C} \rightarrow S = 27 \text{ g} \end{cases} \Rightarrow \text{رسوب } 3 \text{ g} \rightarrow \text{محلول } 130 \text{ g}$$

بنابراین با گرم کردن یک محلول 260 g گرمی از آن از دمای 40°C تا 60°C ، 6 g گرم رسوب حاصل می‌شود.

(شیمی ۱، آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(ممد مرسن ممدزاده مقدم)

۱۴۰- گزینه «۳»

الف) درست است. نقطه جوش H_2S و HBr به ترتیب برابر با -60°C و -67°C است. بنابراین، گاز H_2S آسان‌تر از گاز HBr به حالت مایع تبدیل می‌شود.

ب) نادرست است. از اتانول و استون نمی‌توان محلول سیر شده در آب تهیه کرد زیرا به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

پ) نادرست است. در ساختار یخ، فضاهای خالی در سه بُعد گسترش یافته است.

ت) درست است. گشتاور دو قطبی مولکول‌های H_2O و H_2S به ترتیب برابر با $1/85 \text{ D}$ و $0/97 \text{ D}$ است. این کمیت‌ها نشان می‌دهد قدرت نیروهای بین مولکولی آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

(شیمی ۱، آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

در نتیجه مقدار KCl اضافی مورد نیاز برابر است با:

$$461/7 - 45 = 416/7 \text{ g KCl}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۹۵، ۱۰۲ و ۱۰۳)

۱۳۷- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)

در دمای 56°C حدود 100 g گرم KNO_3 در 100 g گرم آب حل‌شده و 200 g گرم محلول سیر شده از پتاسیم نیترات ایجاد می‌کند.

$$? \text{ mol KNO}_3 = 100 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{100 \text{ g KNO}_3} = 1 \text{ mol KNO}_3$$

$$V = 200 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 0/2 \text{ L}$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{1}{0/2} = 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۱»: دو نقطه را روی نمودار در نظر می‌گیریم؛ دمای 10°C که

انحلال‌پذیری برابر با $\frac{20 \text{ g}}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$ است و دمای 0°C که انحلال‌پذیری 26 g است.

$$S = a\theta + b; b = 36, a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

$$a = \frac{20 - 36}{100 - 0} = -0/16$$

$$S = -0/16\theta + 36$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۳۸- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انحلال‌پذیری در دو دمای داده شده را تعیین می‌کنیم:

$$\theta = 25^\circ\text{C}: \text{درصد جرمی} = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = 25$$

$$\theta = 60^\circ\text{C}: \text{درصد جرمی} = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

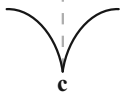
$$\Rightarrow 40 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = \frac{200}{3} = 66/66$$

گزینه «۲»: به ازای کاهش دمای محلول سیر شده به جرم $166/66 \text{ g}$ گرم از دمای 60°C به دمای 25°C به اندازه تفاوت انحلال‌پذیری

$$\left(\frac{125}{3} = 41/66 = 66/66 - 25 \right) \text{ رسوب تشکیل می‌شود. بنابراین:}$$



نقطه a مینیمم نسبی عادی است. به عنوان مثال: $\frac{1}{x^2}$
 نقطه b نقطه مینیمم گوشه‌ای است. (مشتق راست و چپ نابرابر هستند.) به عنوان مثال:



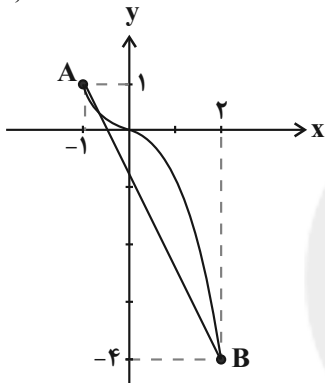
c نقطه مینیمم با نیم مماس قائم است. (مشتق راست و چپ $\pm\infty$ هستند.) به عنوان مثال: $|x|$
 بنابراین ۳ نقطه مینیمم نسبی دارد.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(بایک سارات)

۱۴۴- گزینه «۴»

$$-x|x| = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، نقطه A ماکزیمم مطلق و نقطه B مینیمم مطلق است و

$$AB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \text{ است؛ } AB \text{ فاصله آن‌ها برابر طول پاره خط } AB$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(ممید علیزاده)

۱۴۵- گزینه «۲»

فرمول هزینه را نوشته و از آن مشتق می‌گیریم:

$$C_{\text{هزینه}} = 100x^2 + 40(4xh)$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل: } x^2h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{x^2}$$

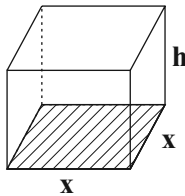
با جای گذاری h در معادله هزینه داریم:

$$C = 100x^2 + \frac{1600}{x}$$

$$C'_x = 200x - \frac{1600}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 200x^3 = 1600 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)



(مدرسار پیشوایی)

۱۴۶- گزینه «۲»

کافی است از ضابطه تابع، مشتق بگیریم: $y' = 3x^2 - 2(m+2)x + 3$

اگر بخواهیم تابع اکیداً صعودی باشد، باید مشتق تابع همیشه نامنفی باشد،

پس:

$$a > 0 \Rightarrow 3 > 0 \text{ همواره برقرار است.}$$

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۴»

(لیلا مرادی)

آهنگ متوسط تغییر تابع را با فرمول زیر می‌توان به دست آورد:

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{\sqrt{18-2} - \sqrt{2-2}}{2} = \frac{4-0}{2} = 2$$

و برای محاسبه آهنگ لحظه‌ای تغییر باید از تابع مشتق بگیریم:

$$f'(x) = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2-2}} \Rightarrow f'(2) = \frac{16}{2\sqrt{30}} = \frac{8}{\sqrt{30}}$$

$$\frac{2}{\frac{8}{\sqrt{30}}} = \frac{\sqrt{30}}{4} \text{ نسبت آهنگ متوسط به آهنگ لحظه‌ای برابر است با:}$$

$$\frac{\sqrt{30}}{4}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۲- گزینه «۲»

(سعید تن‌آرا)

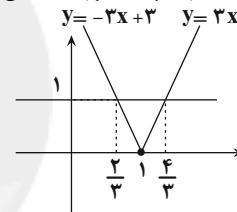
تابع $f(x) = |x^3 - 1|$ در $x = 0$ دارای مشتق صفر است ($b = 0$) زیرا:

$$x < 1 \rightarrow f(x) = -x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 \Rightarrow f'(0) = 0$$

بنابراین معادله خط مماس در $x = 0$ به صورت $y = 1$ خواهد بود.

($f(0) = 1$) همچنین f در $x = 1$ مشتق‌ناپذیر است ($a = 1$) و شیب

نیم‌خط‌های مماس چپ و راست به صورت زیر به دست می‌آیند:



$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^3 - 1|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x^2 + x + 1) = -3$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^3 - 1|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + x + 1) = 3$$

نیم‌مماس‌های راست و چپ در $x = 1$ از نقطه $(1, 0)$ می‌گذرند، بنابراین

معادله نیم‌خط مماس چپ برابر $y = -3x + 3$ و معادله نیم‌خط مماس راست

به صورت $y = 3x - 3$ خواهد بود. این دو نیم‌خط، خط مماس $y = 1$ را در

$$\text{نقاط } x = \frac{2}{3} \text{ و } x = \frac{4}{3} \text{ قطع خواهند کرد لذا } S = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه ۱۱۷)

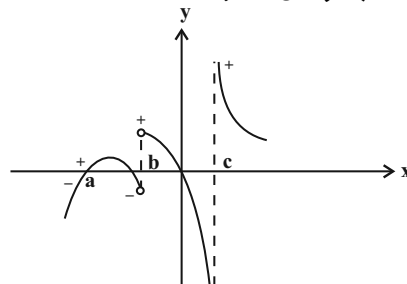
(سروش موئینی)

۱۴۳- گزینه «۴»

هر وقت مشتق تابع پیوسته f از سمت چپ به راست، از منفی به مثبت تغییر

علامت دهد در نمودار f نقطه مینیمم نسبی داریم:

این اتفاق در نقاط به طول‌های a ، b و c افتاده است.



$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ در معادله فوق صدق نمی‌کند، پس $x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ یک نقطه بحرانی

تابع است. حالا مقادیر تابع را به ازای ابتدا، انتهای دامنه تابع و $x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

با هم مقایسه می‌کنیم.

$$f(-1) = a - 1, \quad f(1) = a + 1$$

$$f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + a - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + a - \frac{\sqrt{2}}{2} = a - \sqrt{2}$$

در نتیجه ماکزیمم مطلق $M = a + 1$ و مینیمم مطلق $m = a - \sqrt{2}$ است.

$$\frac{M}{m} = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{a-\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow 2a - 2\sqrt{2} = a + 1 \Rightarrow a = 1 + 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(کتاب آبی)

۱۴۹- گزینه «۴»

$$y = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x + a, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$y' = -2 \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos x = \cos x (-2 \sin x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\cos x = 0 \xrightarrow{x \in (0, \frac{\pi}{2})} \text{ جواب ندارد.}$$

$$2 \sin x = \sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{x \in (0, \frac{\pi}{2})} x = \frac{\pi}{3}$$

پس نقطه $(\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3})$ ، نقطه اکسترمم نسبی است و در خود تابع صدق

$$\Rightarrow y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = -1$$

می‌کند، لذا:

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(جوانبش نیکنام)

۱۵۰- گزینه «۱»

طول نقاط اکسترمم، جواب‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

$$f'(x) = a \left(\frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} \right) = a \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{f'(x) = 0}{\rightarrow} 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس نقاط $(1, \frac{a}{2})$ و $(-1, -\frac{a}{2})$ اکسترمم‌های نسبی نمودار f هستند،

فاصله این نقاط برابر است با:

$$d(a) = \sqrt{(1 - (-1))^2 + \left(\frac{a}{2} - \left(-\frac{a}{2}\right)\right)^2}$$

$$\Rightarrow d(a) = \sqrt{a^2 + 4}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$d'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}} \xrightarrow{a=1/5} d' = \frac{1/5}{\sqrt{6/25}} = \frac{1/5}{2/5} = \frac{3}{5}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow (-2(m+2))^2 - 4(3)(3) \leq 0 \Rightarrow (m+2)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -3 \leq m+2 \leq 3 \Rightarrow -5 \leq m \leq 1$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

(بهرام علاج)

۱۴۷- گزینه «۳»

نقطه $A(2, \frac{4}{3})$ اکسترمم نسبی تابع است. پس اولاً مختصات آن در ضابطه

تابع صدق می‌کند و دوماً $f'(2) = 0$:

$$A(2, \frac{4}{3}) \Rightarrow \frac{4+2a}{2+b} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3a - 2b = -2 \Rightarrow a = \frac{2b-2}{3} \quad (I)$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+a)(x+b) - (1)(x^2+ax)}{(x+b)^2}$$

$$\Rightarrow f'(2) = (4+a)(2+b) - (4+2a) = 0 \Rightarrow ab + 4b + 4 = 0 \quad (II)$$

از جایگذاری I در II داریم:

$$\left(\frac{2b-2}{3}\right)b + 4b + 4 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 2b + 12b + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 2b^2 + 10b + 12 = 0 \Rightarrow b^2 + 5b + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = -2 \\ b = -3 \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - \frac{4}{3}x}{x-3} = \frac{3x^2 - 4x}{3x-9}$$

با مشتق‌گیری از تابع f داریم:

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(6x-4)(3x-9) - 3(3x^2-4x)}{(3x-9)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases} \Rightarrow f(4) = \frac{16}{3}$$

| | | | |
|------|---|---|---|
| x | ۲ | ۳ | ۴ |
| f' | + | - | - |
| f | ↗ | ↘ | ↗ |

نقطه $(4, \frac{16}{3})$ مینیمم نسبی تابع است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(امیرحوشنگ انصاری)

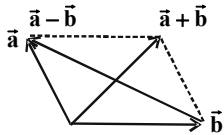
۱۴۸- گزینه «۲»

ابتدا دامنه تعریف تابع را به دست می‌آوریم. سپس نقاط بحرانی را می‌یابیم:

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \xrightarrow{f'(x)=0} \sqrt{1-x^2} = -x$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 1 - x^2 = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{\sqrt{2}}{2} \times \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \checkmark \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (2+1, -1+2, 1-1) = (3, 1, 0) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10} \\ \vec{a} - \vec{b} = (2-1, -1-2, 1+1) = (1, -3, 2) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14} \end{cases}$$

(هنرسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

(عباس اسری امیرآبادی)

گزینه «۲» - ۱۵۴

وسط پاره خط AB را M می‌نامیم.

$$M = \left(\frac{-3-1}{2}, \frac{0+2}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (-2, 1, 1)$$

$$(-2, 1, 1) + (k^2 + 1, -k, k - 1) = (3, 3, -2)$$

$$\Rightarrow (k^2 - 1, -k + 1, k) = (3, 3, -2)$$

$$\begin{cases} k^2 - 1 = 3 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2 \\ -k + 1 = 3 \Rightarrow k = -2 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow k = -2$$

(هنرسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

(علیرضا شریف‌نظیبی)

گزینه «۱» - ۱۵۵

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1, 1, 0) \cdot (2, -1, -2) = -2 - 1 + 0 = -3$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

اگر بردار \vec{a}' تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد \vec{b} باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-3}{9} (2, -1, -2) = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

(هنرسه ۳- بردارها؛ مشابه مثال صفحه ۸۰)

هندسه ۳- اختیاری

گزینه «۴» - ۱۵۱

(رضا عباس اصل)

فاصله نقطه (x_0, y_0, z_0) از صفحات xy و xz به ترتیب برابر $|y_0|$ و

$|z_0|$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$|m-1| : \text{فاصله } (1, m-1, 1) \text{ از صفحه } xz$$

$$1 : \text{فاصله } (1, m-1, 1) \text{ از صفحه } xy$$

$$\Rightarrow |m-1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} m-1=1 \Rightarrow m=2 \\ m-1=-1 \Rightarrow m=0 \end{cases}$$

(هنرسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه «۳» - ۱۵۲

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

بردارهای $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ که مؤلفه‌هایشان غیرصفر

هستند، موازی‌اند اگر و فقط اگر $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$. طبق فرض.

چون $n > 0$ است پس مؤلفه‌های دو بردار موازی \vec{a} و \vec{b} غیرصفر بوده و داریم:

$$\frac{m}{n} = \frac{m-2}{-n} = \frac{n}{2m+n} \xrightarrow{\text{تساوی سمت چپ}} m = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1-2}{-n} = \frac{n}{2(1)+n} \Rightarrow n^2 - n - 2 = 0 \xrightarrow{n>0} n = 2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (1, -1, 2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{6}, \vec{b} = (2, -2, 4) \Rightarrow |\vec{b}| = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

گزینه «۳» - ۱۵۳

(امیر ممدطاهری)

مطابق شکل بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ ، اقطار این متوازی‌الاضلاع هستند.

داریم:

$$\vec{a} + \vec{b} = (1, -1, 2) + (1, -1, 0) = (2, -2, 2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (1, -1, 2) - (1, -1, 0) = (0, 0, 2)$$

$$\cos \theta = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{|0 + 0 + 4|}{\sqrt{4+4+4} \times \sqrt{0+0+4}} = \frac{4}{2\sqrt{3} \times 2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

(شروین سیاح‌نیا)

۱۵۹- گزینه «۱»

فرض کنید $\vec{a} = (x, 2y, z)$ و $\vec{b} = (1, -1, 3)$. آن‌گاه با توجه به نامساوی

کشی-شوارتز داریم:

$$\vec{a} = (x, 2y, z), \vec{b} = (1, -1, 3)$$

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |x - 2y + 3z| \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \times \sqrt{1+1+9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \geq \frac{11}{\sqrt{11}} \Rightarrow x^2 + 4y^2 + z^2 \geq 11$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۷۹)

(نادر عایی زاده)

۱۶۰- گزینه «۲»

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$$

از طرفی:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1, 1, 1) \Rightarrow \vec{b} + \vec{c} = (1, 1, 1) - \vec{a} = (1, 1, 1) - (2, 1, -2)$$

$$\Rightarrow \vec{b} + \vec{c} = (-1, 0, 3)$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (2, 1, -2) \cdot (-1, 0, 3) = -2 + 0 - 6 = -8$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(مهرداد ملونری)

۱۵۶- گزینه «۳»

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})| = \left| \frac{2\vec{a} \times \vec{a}}{0} + \frac{4\vec{a} \times \vec{b}}{0} + \frac{\vec{b} \times \vec{a}}{0} + \frac{2\vec{b} \times \vec{b}}{0} \right|$$

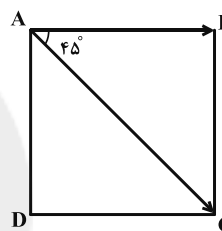
$$= |4\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b}| = 3|\vec{a} \times \vec{b}| = 3|\vec{a}| |\vec{b}| \sin 120^\circ$$

$$= 3 \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(مهم قنران)

۱۵۷- گزینه «۲»



$$|\vec{AC}| = \sqrt{(2-2)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = 5$$

طول قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است. از طرفی بردارهای \vec{AB} و

\vec{AC} با یکدیگر زاویه 45° می‌سازند. بنابراین داریم:

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2} |\vec{AB}| \Rightarrow |\vec{AB}| = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos 45^\circ = \frac{5}{\sqrt{2}} \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25}{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(امیرسین ابومضوب)

۱۵۸- گزینه «۴»

بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاع هستند که روی دو

بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود. اگر زاویه حاده بین دو قطر متوازی‌الاضلاع

برابر θ باشد، داریم:



ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

مربع‌های لاتین A و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون چهارم و سطر سوم ستون اول در مربع A هر دو برابر ۴ و در مربع C هر دو برابر ۳ است. مربع‌های لاتین B و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون اول و سطر دوم ستون دوم در مربع B هر دو برابر ۱ و در مربع C نیز هر دو برابر ۱ است.

ولی دو مربع لاتین A و B متعامدند، چون در صورت ترکیب این دو مربع، مربع زیر حاصل می‌شود که در آن هیچ عدد دو رقمی تکراری وجود ندارد.

| | | | |
|----|----|----|----|
| ۱۱ | ۲۲ | ۳۳ | ۴۴ |
| ۳۲ | ۴۱ | ۱۴ | ۲۳ |
| ۴۳ | ۳۴ | ۲۱ | ۱۲ |
| ۲۴ | ۱۳ | ۴۲ | ۳۱ |

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۶۲ - گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

موارد بیان شده در گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» از ویژگی‌های مربع لاتین $n \times n$ است، ولی در یک مربع لاتین، لزوماً اعداد روی قطرهای غیر تکراری نیستند. به عنوان مثال به یک مربع لاتین 3×3 در شکل زیر توجه کنید:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۲ |

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۶۲)

۱۶۳ - گزینه «۲»

(کیوان داری)

مجموع هر سطر یا ستون از یک مربع لاتین 3×3 ، برابر ۶ و مجموع کل اعداد یک مربع لاتین 3×3 ، برابر ۱۸ است. مطابق شکل اگر عدد وسط را x فرض کنیم، آنگاه داریم:

| | | |
|---|---|---|
| • | | • |
| | x | |
| • | | • |

$$12 - x = \text{مجموع اعداد سطر دوم و ستون دوم}$$

$$6 + x = 18 - (12 - x) = \text{مجموع ۴ خانه مورد نظر}$$

این مقدار زمانی ماکزیمم است که x برابر ۳ باشد که در این صورت حاصل برابر ۹ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۴ - گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک به یک از مجموعه‌ای ۴ عضوی به مجموعه‌ای ۶ عضوی. خودکار اول را به هر یک از ۶ نفر می‌توان اختصاص داد و برای خودکارهای بعدی، هر بار یک نفر از تعداد انتخاب‌ها کم می‌شود، پس تعداد روش‌های انجام این کار برابر است با:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه مثال صفحه ۷۸)

۱۶۵ - گزینه «۳»

(عارل مسینی)

فرض کنید A_1 و A_2 زیرمجموعه‌هایی از مجموعه A باشند که اعضای آنها به ترتیب بر ۵ و ۶ بخش‌پذیر هستند. در این صورت داریم:

$$|A_1| = \left[\frac{200}{5} \right] = 40$$

$$|A_2| = \left[\frac{200}{6} \right] = 33$$

$$|A_1 \cap A_2| = \left[\frac{200}{30} \right] = 6$$

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| = 40 + 33 - 6 = 67$$

اعضایی از مجموعه A که بر هیچ‌یک از اعداد ۵ و ۶ بخش‌پذیر نیستند، معادل مجموعه $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$ است. داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2| = |\overline{A_1 \cup A_2}| = |A| - |A_1 \cup A_2| = 200 - 67 = 133$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۶۶ - گزینه «۴»

(عارل مسینی)

اگر S مجموعه توابع f از A به B و A_1 و A_2 و A_3 توابعی از A به B باشند که برد آنها به ترتیب فاقد ۱، ۲ و ۳ هستند، آنگاه داریم:

$$|S| = 3^4 = 81$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 = 16$$



$$= 720 - 294 = 426$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(عادل حسینی)

۱۶۹ - گزینه «۲»

تابع f را می‌توان به یکی از دو حالت $f = \{(1, 2), (2, \square), (3, \square), (4, \square)\}$

یا $f = \{(1, 3), (2, \square), (3, \square), (4, \square)\}$ نوشت که برای پر کردن مؤلفه‌های

دوم در هر کدام از این دسته توابع $4 \times 3 \times 2 = 24$ روش وجود دارد و در

نتیجه تعداد توابع مورد نظر برابر $2 \times 24 = 48$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(امیرحسین ابومفیوب)

۱۷۰ - گزینه «۱»

تعداد روش‌هایی که می‌توان بین n روستا جاده احداث کرد، معادل تعداد

گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ یعنی برابر $2^{\binom{n}{2}}$ است.

حال اگر مجموعه حالت‌هایی که هر یک از روستاهای a ، b و c بدون

ارتباط با سایر روستاها باقی می‌مانند را به ترتیب با مجموعه‌های A ، B و

C نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

$$|A| = |B| = |C| = 2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$$

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 2^{\binom{2}{2}} = 2^1 = 2$$

$$|A \cap B \cap C| = 2^{\binom{1}{2}} = 2^0 = 1$$

$$|A \cup B \cup C| = 3 \times 64 - 3 \times 2 + 1 = 170$$

تعداد حالت‌هایی که هیچ کدام از روستاهای a ، b و c بدون ارتباط با

سایر روستاها نمانند معادل تعداد اعضای مجموعه $\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ است،

بنابراین داریم:

$$|\bar{A} \bar{B} \bar{C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = 1024 - 170 = 854$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه کار در کلاس صفحه ۷۶)

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1^4 = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 16 - 3 \times 1 + 0 = 45$$

تعداد توابعی که $R_f = B$ باشد، معادل تعداد اعضای مجموعه

$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3|$ است، بنابراین داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

$$= 81 - 45 = 36$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه فعالیت صفحه ۷۷)

(سیرومیر ذوالفقاری)

۱۶۷ - گزینه «۱»

اگر مجموعه بازیکنان فوتبال، والیبال و بسکتبال را به ترتیب با A ، B و C

نمایش دهیم، آنگاه طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B|$$

$$- |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow 32 - 4 = 18 + 14 + 10 - 6 - 5 - 4 + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow |A \cap B \cap C| = 1$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۳ صفحه ۸۳)

(امیرحسین ابومفیوب)

۱۶۸ - گزینه «۴»

اگر مجموعه حالت‌هایی که به ترتیب حروف T ، R و N سر جای خود

قرار دارند را با A_1 ، A_2 و A_3 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 6! = 720$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 5! = 120$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 4! = 24$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 3! = 6$$

مجموعه حالت‌هایی که هیچ کدام از سه حرف T ، R و N سر جای خود

قرار نداشته باشند، معادل مجموعه $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$ است که طبق اصل

شمول و عدم شمول داریم:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 120 - 3 \times 24 + 6 = 294$$

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$



$$E_{\text{کل}} = P\Delta t = 120(1) = 120 \text{ J}$$

انرژی کل منبع نور:

تعداد فوتون‌ها:

$$n_{\text{فوتون}} = \frac{E_{\text{کل}}}{E_{\text{فوتون}}} = \frac{120}{6/4 \times 10^{-19}} = 18/75 \times 10^{19} = 1/875 \times 10^{20}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» - ۱۷۴

در توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک فیزیک کلاسیک، به دو نتیجه مغایر با آزمایش دست می‌یابیم:

(۱) طبق فیزیک کلاسیک، هر چه شدت نور فرودی (البته در بسامد معین) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد که با آزمایش مغایرت دارد.

(۲) فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کرد که اثر فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ می‌دهد، در صورتی که در آزمایش اینگونه نیست.

دقت کنید در گزینه «۲»، هرگاه تعداد لامپ‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد می‌کنیم. بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(سیرعلی میرنوری)

گزینه «۱» - ۱۷۵

در ابتدا رابطه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز را می‌نویسیم، سپس تندی بیشینه را محاسبه می‌کنیم.

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 \quad \frac{K_{\text{max}} = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2}{f = \frac{c}{\lambda}}$$

$$\frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9/1 \times 10^{-31} v_{\text{max}}^2 = \left(\frac{1240}{200} - 4/38 \right) \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9/1 \times 10^{-31} v_{\text{max}}^2 = (6/2 - 4/38) \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 = 4 \times 16 \times 10^{10} \Rightarrow v_{\text{max}} = 8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

فیزیک ۳- اختیاری

گزینه «۳» - ۱۷۱

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم که در آزمایش ینانگ، پهنای نوارها متناسب با طول موج نور فرودی است.

$$f_{\text{هوآ}} = f_{\text{آب}} + \frac{v_0}{100} f_{\text{آب}} = 1/2 f_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{f_{\text{هوآ}}}{f_{\text{آب}}} = 1/2$$

$$\lambda = \frac{v}{f}, v = \frac{c}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\text{هوآ}}}{\lambda_{\text{آب}}} = \frac{v_{\text{هوآ}}}{v_{\text{آب}}} \times \frac{f_{\text{آب}}}{f_{\text{هوآ}}} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{هوآ}}} \times \frac{f_{\text{آب}}}{f_{\text{هوآ}}} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{9}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

گزینه «۳» - ۱۷۲

(عبدالرضا امینی نسب)

با استفاده از رابطه بین طول موج هماهنگ‌های تار و طول تار، داریم:

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L \Rightarrow 3 \frac{\lambda_3}{2} = 20 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

روش دوم: اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، برابر با بسامد اصلی تار است.

داریم:

$$f_1 = 320 - 280 = 40 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 40 = \frac{v}{2 \times 20/2} \Rightarrow v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بسامد هماهنگ سوم برابر است با:

$$f_n = n f_1 \Rightarrow f_3 = 3 f_1 = 3 \times 40 = 120 \text{ Hz}$$

آنگاه داریم:

$$\lambda_3 = \frac{v}{f_3} = \frac{16}{120} \text{ m} = \frac{4}{30} \text{ m} = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

گزینه «۲» - ۱۷۳

(فرشاد زاهری)

انرژی هر فوتون:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6/4 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{300 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow E = 6/4 \times 10^{-19} \text{ J}$$



برای کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی، باید الکترون از تراز $n = 6$ به تراز $n' = 1$ برود. دقت کنید، کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی در حالتی به وجود می‌آید که اختلاف دو تراز که الکترون بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود، بیشترین مقدار را داشته باشد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n=6, n'=1} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \frac{35}{36} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{720}{35} \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(زهره آقاممیری)

۱۷۹ - گزینه «۲»

می‌دانیم که اختلاف انرژی بین ترازها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E_{(5 \rightarrow 1)} = \Delta E_{(5 \rightarrow 2)} + \Delta E_{(2 \rightarrow 1)}$$

$$\Delta E' = \Delta E_{(5 \rightarrow 2)} + \Delta E$$

$$\Delta E' - \Delta E = \Delta E_{(5 \rightarrow 2)}$$

$$\Delta E_{(5 \rightarrow 2)} = E_5 - E_2 \xrightarrow{E_n = \frac{-E_R}{n^2}}$$

$$\Delta E_{(5 \rightarrow 2)} = \frac{-E_R}{25} - \frac{-E_R}{4} = \frac{21}{100} E_R$$

$$\Delta E_{(5 \rightarrow 2)} = 0.21 E_R$$

با توجه به این که E_R یک ریذبرگ نام دارد، پس:

$$\Delta E' - \Delta E = 0.21$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)

(امیرسین برادران)

۱۸۰ - گزینه «۳»

ابتدا انرژی الکترون در مدار n م را به دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad r_n = a \cdot n^2 \rightarrow E_n = \frac{-E_R a}{r_n}$$

$$\frac{r=16a}{r'=4a} \rightarrow E' - E = \frac{-E_R a}{4a} - \left(\frac{-E_R a}{16a} \right)$$

$$\Rightarrow E' - E = \frac{-3}{16} E_R$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)

(مصطفی کیانی)

۱۷۶ - گزینه «۳»

الف) درست

ب) درست

پ) نادرست - طیف گسیلی خطی برای اتم‌های هر گاز منحصر به فرد است.

ت) درست

بنابراین ۳ عبارت درست است.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(مهمد علی راست پیمان)

۱۷۷ - گزینه «۱»

با توجه به معادله ریذبرگ، گستره طول موج اختلاف بلندترین طول موج و کوتاه‌ترین طول موج تابشی در هر رشته یا سری است. پس گستره طول موج برای رشته لیمان ($n' = 1$) با جایگذاری $n = \infty$ و $n = 2$ در معادله ریذبرگ به دست می‌آید و برای رشته بالمر ($n' = 2$) با استفاده از $n = \infty$ و $n = 3$ این گستره به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\text{رشته لیمان } (n' = 1) \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \end{cases}$$

$$\text{گستره طول موج } \Delta \lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{1}{3R} \text{ (nm)}$$

$$\text{رشته بالمر } (n' = 2) \begin{cases} \frac{1}{\lambda'_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda'_{\max} = \frac{36}{5R} \\ \frac{1}{\lambda'_{\min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{4}{R} \end{cases}$$

$$\text{گستره طول موج } \Delta \lambda' = \lambda'_{\max} - \lambda'_{\min} = \frac{36}{5R} - \frac{4}{R} = \frac{36 - 20}{5R} = \frac{16}{5R}$$

$$\frac{\Delta \lambda'}{\Delta \lambda} = \frac{\frac{16}{5R}}{\frac{1}{3R}} \Rightarrow \frac{\Delta \lambda'}{\Delta \lambda} = \frac{48}{5}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

(مصطفی کیانی)

۱۷۸ - گزینه «۱»

ابتدا تعداد فوتون‌های گسیلی را با استفاده از رابطه زیر می‌یابیم:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=6} N = \frac{6 \times (6-1)}{2} = 15$$



شیمی ۳- اختیاری

۱۸۱- گزینه «۲»

(مرتضی خوش‌کیش)

با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود، بنابراین شمار مول گازهای اکسیژن و گوگرد تری‌اکسید به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. چون فشار افزایش یافته، بنابراین در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، حجم سامانه کمتر می‌شود. به دلیل کاهش حجم سامانه، غلظت تمام مواد افزایش می‌یابد. در تعادل $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ ، تعداد مول مواد گازی واکنش‌دهنده و فرآورده یکسان است. بنابراین تغییر فشار این تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۸۲- گزینه «۲»

(مسن لشکری)

نمودار داده شده مربوط به تعادل گازی $A \rightleftharpoons 2B$ است.

هنگامی که حجم افزایش می‌یابد غلظت A و B هر دو کاهش می‌یابد اما تغییرات غلظت B کمتر است زیرا تعادل به سمت تولید B پیش می‌رود. (تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود).

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱» نادرست است. زیرا، با کاهش حجم، فشار افزایش می‌یابد و تعادل به سمت تولید مول گاز کمتر یعنی A پیش می‌رود. (تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود).

گزینه «۳» نادرست است. زیرا مقدار عددی K فقط به دما بستگی دارد و تغییر حجم مقدار آن را تغییر نمی‌دهد.

گزینه «۴» نادرست است. زیرا با تغییر حجم تعادل جابه‌جا می‌شود و از آنجایی که K فقط با دما تغییر می‌کند، مقدار عددی K در دمای تعادل نشان داده شده در نمودار برابر با $\frac{1}{2n}$ خواهد بود:

$$K = \frac{[A]}{[B]^2} = \frac{\frac{1}{2n}}{n^2} = \frac{1}{2n}$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۸۳- گزینه «۱»

(مهمدرضا پوریاویر)

بررسی عبارت‌ها:

الف) این واکنش گرماده بوده و با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. بنابراین ثابت تعادل آن در دمای $50^\circ C$ کوچک‌تر از مقدار ثابت تعادل در دمای $35^\circ C$ خواهد بود.

ب) با کاهش غلظت AB، تعادل در جهت رفت (یعنی تعداد مول گازی کم‌تر) جابه‌جا می‌شود.

پ) افزایش دما سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت را افزایش می‌دهد. ولی سرعت واکنش برگشت را بیشتر از واکنش رفت افزایش می‌دهد.

ت) در این واکنش تأثیر افزایش دما (جابه‌جا کردن تعادل در جهت برگشت) برعکس تأثیر افزایش فشار (جابه‌جا کردن تعادل در جهت رفت) است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۸۴- گزینه «۳»

(مهمدرضا پوریاویر)

این واکنش گرماده $2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3 + Q$ است و با کاهش دما، غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش یافته و غلظت فرآورده‌ها افزایش می‌یابد. پس از رسیدن به تعادل جدید نیز غلظت همه مواد ثابت خواهد ماند. توجه داشته باشید که میزان تغییر غلظت مواد متناسب با ضریب مولی آنها در معادله واکنش است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۱۸۵- گزینه «۳»

(مسن رحمتی‌کوکندره)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف) به ازای تولید هر مول C، ۲ مول B نیز تولید می‌شود. پس مقدار B در تعادل اولیه برابر با یک مول است. با توجه به اینکه حجم ظرف برابر با یک لیتر است می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow K = \frac{[B]^2[C]}{[A]^2} = \frac{(2)^2(0.5)}{(1)^2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$



وقتی حجم ظرف کاهش یابد تعداد مول A افزایش می‌یابد، زیرا تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی چپ جابه‌جا می‌شود و مقدار عددی ثابت تعادل تغییر نمی‌کند؛ زیرا فقط تغییر دما، می‌تواند K را تغییر دهد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱۸۹- گزینه «۳» (مهم‌مسئله ممبرزاده‌مقدم)

با توجه به ضرایب استوکیومتری می‌توان مقدار O_2 تولید شده را محاسبه کرد:

$$0.2 \text{ mol NO}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol NO}_2} = 0.05 \text{ mol O}_2$$

اکنون ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[NO_2]^2 [O_2]}{[N_2O_4]} = \frac{\left(\frac{0.2}{2}\right)^2 \left(\frac{0.05}{2}\right)}{\left(\frac{0.4}{2}\right)^2} = 6.25 \times 10^{-5} \text{ mol}^3 \cdot L^{-2}$$

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۹۰- گزینه «۱» (مهم‌مسئله ممبرزاده‌مقدم)

تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ گرماگیر است، بنابراین با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و شمار مول‌های مواد گازی در سامانه تعادلی افزایش می‌یابد.
بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: با کاهش حجم در دمای ثابت، غلظت تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد.
گزینه «۳»: طبق اصل لوشاتلیه با افزودن مقداری NO_2 ، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود، اما تمام NO_2 اضافی مصرف نمی‌شود، بنابراین در تعادل جدید $[NO_2]$ افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»: شدت رنگ سامانه به غلظت ماده رنگی بستگی دارد. با افزایش حجم، غلظت تمام گونه‌ها کاهش می‌یابد، بنابراین شدت رنگ سامانه کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۷)

ب) با افزودن C، مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند چون ثابت تعادل فقط تابع دما است.

پ و ت) با افزودن ۰/۳ مول C به سامانه، تعادل در جهت برگشت (مصرف C) پیش می‌رود و تا حدودی مقدار اضافه شده C (نه همه آن) مصرف می‌شود. بنابراین مقدار A و C نسبت به تعادل اولیه افزایش و فقط مقدار B کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۸۶- گزینه «۱» (مهم‌مسئله پورجوید)

تزیق مستقیم (و نه غیرمستقیم) آمونیاک به خاک سبب افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی خواهد شد.

در واکنش میان N_2 و H_2 برای تولید NH_3 ، عدد اکسایش نیتروژن از صفر (در N_2) به ۳- (در NH_3) می‌رسد. در نتیجه N_2 کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۸۷- گزینه «۱» (مهم‌مسئله عظیمیان زواره)

این تعادل گرماگیر است ($\Delta H > 0$) و چون شمار مول‌های گازی در دو طرف تعادل یکسان است؛ با کاهش حجم ظرف در دمای ثابت، تعادل جابه‌جا نمی‌شود و شمار مول‌های مواد شرکت کننده در تعادل ثابت می‌ماند. با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار A_2 و B_2 در تعادل کاهش یافته و ثابت تعادل نیز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۸۸- گزینه «۳» (مسئله لشکری)

با توجه به نمودار، واکنش $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$ می‌باشد و داریم:

$$K = \frac{[B]^2}{[A]} = \frac{(0.8)^2}{0.4} = 1.6 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$