



**آزمون «2 دی 1401»
اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)
مدت پاسخ‌گویی: 165 دقیقه
تعداد کل سوالات: 120 سوال**

دفترچه سوال

نام درس	تعداد سوال	شماره سوال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	10	1-10	15'
اجباری	10	11-20	15'
اجباری	10	21-30	15'
اجباری	10	31-40	15'
اجباری	10	41-50	15'
اختیاری	10	51-60	15'
اجباری	10	61-70	15'
اجباری	10	71-80	15'
انتخابی	10	81-90	15'
انتخابی	10	91-100	
اجباری	10	101-110	10'
اجباری	10	111-120	10'
انتخابی	10	121-130	10'
انتخابی	10	131-140	
جمع کل	120	1-140	165'

جدید آورندگان

نام درس	فهرست مطالب
حسابان 2 و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-امیرمحمد باقری نصر آبادی-شاهین پروازی-میلاد چاوشی-عادل حسینی-میثم حمزه‌لوی-طاهر دادستانی فرامرز سپهری-میلاد سجادی لاریجانی-علی شعبانی-علی شهرابی-عرفان صادقی-بوبان طهرانیان-کامیار علیون-وحید ون آبادی
هندرسه	امیرحسین ابومحبوب-فرزانه خاکپاش محمد خدنان سوکند روشنی سیدامیر ستوده محسن محمدکریمی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی
آمار و احتمال و ریاضیات گسته	امیرحسین ابوی-علی ایمانی-محسن بهرام پور-رضا توکلی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-امیرهوشنگ خمسه مسعود درویشی-سوکند روشنی-علیرضا شیف خطیبی-فرشاد صدقی فر-مهدي عزيزی-عزيزاله على اصغری-علی اکبر علیزاده مرتضی فهمی‌علی-نوید مجیدی-میلاد منصوری-تیلوفر مهدوی-امیر واقفی
فیزیک	خسرو ارغوانی فر-حسن اسحق‌زاده-محمد اسدی-بابک اسلامی-نصرالله افضل-عبدالرضا افضلی-امینی نسب-زهره آقامحمدی امیرمهدی جعفری-ملیحه جعفری-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدي سلطانی-سعید طاهری بروجنی-حیدر عباسی عرفان عسکریان چایخان-علی قائمی-مسعود فره خانی-محسن قندچلر-بهادر کامران-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سپهر مهرور علی نظری-حامد نیسانی-مصطفی واثقی-شادمان وسی
شیمی	حامد اسماعیلی-شهرام امیرمحمدی-جعفر پازوکی-محمد رضا پور جاوید-علی جدی-احمدرضا جعفری‌نژاد-مرتضی خوش‌کیش موسی خیاط علی‌محمدی-فرزاد رضایی-مرتضی رضائی زاده-محمد رضائی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-رضاء سلیمانی ساجد شیری-امیرحسین طبی سودکلایی-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی‌زاده-محمد پارسا فراهانی-محمد حسن محمدزاده مقدم رضا هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2 و ریاضی پایه	گزینشگر
علی شهرابی	امیرحسین ابومحبوب	ایمان حسین نژاد
علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	مهدی ملارمضانی
ویراستار	عادل حسینی	یاسر راش
ویراستار	علی محمدزاده شبستری	محمد حسن محمدزاده مقدم
ویراستار	مهدی ملارمضانی	بازیگری نهایی: امیرحسین عزیزی
ویراستار	مهدی ملارمضانی	بازیگری نهایی: امیرحسین عزیزی
مسنول درس	عادل حسینی	امیرحسین اسلامی
مسنونه اسکندری	سرو زیاراتیان تبریزی	سیمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسنول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف نگار
سوران غیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - تلفن: 021-6463



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۳: حد های نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه های ۴۶ تا ۶۹

۱- نقطه $(1,1)$ ، مراکز یمم سهمی $y = f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f'(x)-1}$ کدام است؟

-۱ (۲) +∞ (۱)۱ (۴) -∞ (۳)

۲- با توجه به تابع $f(x) = \frac{|-2x|+1}{x^3 - x^2}$ ، حاصل کدام حد به درستی محاسبه نشده است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad (3)$$

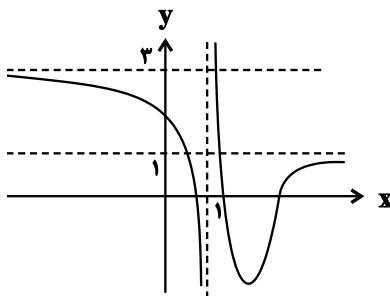
۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^3 + ax + b} = -\infty$ ، حاصل $3a+b$ کدام است؟

۳ (۲) -۷ (۱)۷ (۴) -۳ (۳)

۴- حاصل حد تابع $f(x) = \frac{(2n+1)x^n + 2x^3 - 1}{nx^{2n-1} - 3x^2 + 1}$ وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ ، برابر عدد حقیقی m شده است. مجموع مقادیر m کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ (۲) ۱ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۴) -۵ (۳)

۵- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(f(f(x)))]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).



۱) صفر

۲ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

محل انجام محاسبات



۶ - اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (gof)(x)$ باشد، حاصل $g(x) = \tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$ و $f(x) = \frac{yx+1}{x+1}$ کدام است؟

-∞ (۲)

+∞ (۱)

۰ (۴) صفر

۱ (۳)

۷ - تابع $f(x) = \frac{ax-\Delta}{\sqrt{4x^2+\Delta-3x}}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، مجموعه مقادیر (x) کدام است؟

(-Δ, +∞) (۲)

(-1, +∞) (۱)

(-∞, -1) (۴)

(-∞, -Δ) (۳)

۸ - حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x\left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \frac{x-3}{x-1}\right)$ کدام است؟

۳ (۲)

۳ (۱)

۰ (۴) صفر

۲ (۳)

۹ - نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{x - \sin 4x}$ چند خط مجانب دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۰ - اگر فاصله مجانب‌های افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{|3x+1|-x}{x+4}$ برابر با فاصله مجانب‌های قائم نمودار تابع $g(x) = \frac{x^2+ax+1}{2x^2-8x+a}$ باشد، مقدار a کدام است؟

-10 (۲)

۶ (۱)

-24 (۴)

-16 (۳)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۷۱ تا ۹۰

۱۱- اگر $ab = 1$ ، حاصل $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b}$ کدام است؟

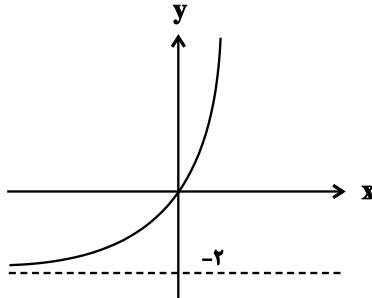
۱ (۲)

(۱) صفر

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱۲- نمودار تابع نمایی $f(x) = b^{x+c} - b$ به صورت زیر است. مقدار $f(c-b)$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱)

-۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۴)

۱۳- اگر مقدار $\log_3 2$ را $\frac{1-x}{5}$ فرض کنیم، جواب معادله $3^{2x-1} = 8^{\frac{1-x}{5}}$ کدام خواهد شد؟

- $\frac{14}{13}$ (۲) $\frac{13}{14}$ (۱) $\frac{14}{13}$ (۴)- $\frac{13}{14}$ (۳)

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $10 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{5}{2}\right)^{x+1}$ کدام است؟

۴ (۲)

(۱) صفر

۱ (۴)

-۴ (۳)

۱۵- تابع $f(x) = \frac{8^x - 27}{2^x - 3}$ مفروض است. دامنه f^{-1} شامل چند عدد طبیعی نیست؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۶ - دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(x-2)\log_x(2x-1)}$ کدام است؟

(۰, +∞) (۲)

($\frac{1}{2}, +\infty$) (۱)

[۳, +∞) (۴)

[۲, +∞) (۳)

۱۷ - اگر $\log_9 x = b$ و $\log_2 42 = a$ باشد، حاصل $\log_{12} x$ بر حسب a و b کدام است؟ $\frac{2}{3b(a-1)}$ (۲) $\frac{3}{2b(a-1)}$ (۱) $\frac{2}{3}a(b-1)$ (۴) $\frac{3}{2}a(b-1)$ (۳)۱۸ - اگر تساوی های $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ برقرار باشد، حاصل $\log_{\frac{a}{b}}(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} + \log_{\frac{a}{b}} a = \frac{3}{2} + \log_{\frac{a}{b}} b$ کدام است؟ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)۱۹ - α و β جواب های معادله $10^{x^2-x} = 5$ باشد، حاصل $A = \alpha + \alpha\beta + \beta$ هستند. اگر A کدام است؟

سایت کنکور

 $\log 5$ (۲) $\log 4$ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۲۰ - مجموع جواب های معادله $2\sqrt{\log_2 x} + 2\log_2 \sqrt{\frac{1}{x}} = 2$ کدام است؟

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۲۰ (۴)

۱۴ (۳)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۴۶ هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶

۲۱ - کدام یک از معادلات زیر، نمی‌تواند معادله یک دایره باشد؟

$$x^2 + y^2 - 5x + 3y + 8 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 3y + 5 = 0 \quad (1)$$

$$2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 4 = 0 \quad (4)$$

$$2x^2 + 2y^2 + 6x - 4y + 6 = 0 \quad (3)$$

۲۲ - به ازای کدام مقادیر m ، خط $2y = x + m$ ، دایرۀ $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ را در دو نقطه قطع می‌کند؟

$$-2 < m < 8 \quad (2)$$

$$-8 < m < 2 \quad (1)$$

$$m < -2 \text{ } \& \text{ } m > 8 \quad (4)$$

$$m < -8 \text{ } \& \text{ } m > 2 \quad (3)$$

۲۳ - در نقطۀ $A(2,3)$ روی دایرۀ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ ، مماسی بر این دایرۀ رسم کردۀ‌ایم. کدام یک از نقاط زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

$$(-2,5) \quad (2)$$

$$(3,2) \quad (1)$$

$$(6,-1) \quad (4)$$

$$(4,1) \quad (3)$$

۲۴ - به ازای کدام مقدار k ، دو دایرۀ $C: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ و $C': x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ مماس داخل هستند؟

سایت کنکور

۲۰ (۲)

۱۱ (۱)

۴۴ (۴)

۳۱ (۳)

۲۵ - دسته خطوط به معادلات $(m+1)x + (2-m)y = 6m$ و $C': x^2 + y^2 = 4$ چگونه است؟

۲) مماس داخل

۱) مماس خارج

۴) متخارج

۳) مقاطع

محل انجام محاسبات



-۲۶ - دو دایره $C: x^2 + y^2 = 16$ و $C': x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ مفروض‌اند. فاصله مرکز دایره کوچک‌تر از وتر مشترک دو دایره کدام است؟

$\frac{13}{5} \text{ (۲)}$

$\frac{17}{5} \text{ (۱)}$

$\frac{8}{5} \text{ (۴)}$

$\frac{12}{5} \text{ (۳)}$

-۲۷ - خطوط $y = 1$ و $3x - 4y = 2$ بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 + 2x + ay + b = 0$ مماس هستند. مقادیر قابل قبول b کدام‌اند؟

(۲) ۲۰ و صفر

(۱) -۳ و -۲۰

(۴) ۲۰ و -۳

(۳) -۲۰ و صفر

-۲۸ - نقاط $A(-2, 4)$ و $B(4, 2)$ مفروض‌اند، طول وتری که از برخورد محورها با دایره محیطی مثلث OAB ایجاد می‌شود، کدام است؟

(۱) مبدأ مختصات است.

$3(2)$

$2(1)$

$6(4)$

$4(3)$

-۲۹ - اختلاف بین طول‌های بلندترین و کوتاه‌ترین مماسی که از نقاط واقع بر دایره $C: x^2 + y^2 + 14x + 2y + 49 = 0$ بر دایره C' می‌توان رسم کرد، کدام است؟

سایت کنکور

$5(2)$

$4(1)$

$7(4)$

$6(3)$

-۳۰ - دایره C به مرکز $O(m, 16)$ بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ مماس بیرونی است. اگر دایره C بر محور x نیز

مماس باشد، مجموع مقادیر قابل قبول m کدام است؟

$-3(2)$

$3(1)$

$-2(4)$

$2(3)$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۱ تا ۴۲

۳۱ - در گراف ساده G , $a \in E$ و $\deg(a) = 5$ باشد. اگر یال ab با هفت یال مجاور باشد. رأس b با چند رأس مجاور است؟

۴ (۲)

۵ (۱)

۶ (۴)

۳ (۳)

۳۲ - چه تعداد گراف با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ می توان رسم کرد که $\sum_{v \in V} \deg(v) = 4$ برابر ۸ باشد؟

۱۲ (۲)

۴ (۱)

۲۴ (۴)

۱۵ (۳)

۳۳ - در گراف همبند G , $p = 50$ و $q = 50$ است. این گراف چند زیرگراف منظم دارد؟

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۳۴ - گراف G , ۶- منظم است و مکمل آن ۳۰ یال دارد. اندازه G کدام است؟

۳۶ (۲)

۴۰ (۱)

۴۸ (۴)

۴۲ (۳)

۳۵ - در گراف G از مرتبه ۸، $\Delta = 7$ و $\delta = 2$ است. بیشترین مقدار ممکن برای مجموع درجات رأس های گراف \bar{G} کدام است؟

۴۰ (۲)

۴۴ (۱)

۵۰ (۴)

۴۴ (۳)

محل انجام محاسبات



۳۶ - اگر حداقل a یال از گراف G منتظم از مرتبه 16 برداریم، گراف ناهمبند می‌شود و اگر حداقل b یال برداریم همچنان همبند باقی می‌ماند. مرتبه گراف a -منتظم با اندازه $2b-a$ کدام است؟

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

۲۶ (۴)

۲۵ (۳)

۳۷ - در گراف G از مرتبه 12 و اندازه 21 که دقیقاً دارای 6 رأس از درجه 1 است، چند دور به طول 4 وجود دارد؟

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۳۸ - در گراف ساده G با مجموعه رئوس $N_G(d) = \emptyset$ و $N_G(b) = \{e\}$ ، $N_G(a) = \{c\}$ ، $V = \{a, b, c, d, e\}$ است. اگر دو رأس c و e در گراف G مجاور باشند، آنگاه در گراف \bar{G} چند مسیر از رأس a به رأس c وجود دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۳۹ - اگر در گراف G ، $p+q=21$ است. اگر a و b دو رأس این گراف باشند، تعداد مسیرهای به طول

سایت کنکور

۳ از a به b کدام است؟

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۸ (۴)

۱۸ (۳)

۴۰ - در گراف ناهمبند G از مرتبه 7 ، $\delta=2$ است. این گراف حداقل چند دور به طول 3 دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۷۲ تا ۳۹

۴۱- جعبه‌ای شامل ۳ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره زرد است. دو مهره به تصادف و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم.

احتمال آن که دو مهره همنگ نباشند، کدام است؟

$\frac{4}{5} (4)$

$\frac{11}{15} (3)$

$\frac{2}{3} (2)$

$\frac{3}{5} (1)$

۴۲- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $P(a) = 3P(\{a, d\}) = P(\{a, b, c\})$ باشد، آنگاه $P(a)$ کدام است؟

$\frac{1}{9} (4)$

$\frac{1}{8} (3)$

$\frac{1}{6} (2)$

$\frac{1}{4} (1)$

۴۳- در جعبه‌ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. دو مهره به تصادف از جعبه خارج کرده و کنار می‌گذاریم و سپس مهره

دیگری به تصادف از این جعبه خارج می‌کنیم. اگر دو مهره اول خارج شده همنگ باشند، با کدام احتمال سومین مهره خارج

شده سیاه است؟

$\frac{8}{35} (4)$

$\frac{1}{5} (3)$

$\frac{6}{35} (2)$

$\frac{1}{7} (1)$

۴۴- سه نفر A، B و C در یک مسابقه که تنها یک برنده دارد شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن A مربع احتمال برنده نشدن B و

احتمال برنده شدن C نصف احتمال برنده شدن A باشد، آنگاه احتمال برنده نشدن A چقدر بیشتر از برنده شدن این فرد

است؟ (شانس برنده شدن هیچ‌کدام از سه نفر صفر نیست).

$\frac{1}{2} (4)$

$\frac{1}{9} (3)$

$\frac{1}{6} (2)$

$\frac{1}{3} (1)$

۴۵- دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند. اگر $P(A \cap B) = 0/1$ و $P(A \cup B') = 0/9$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

$0/4 (4)$

$0/3 (3)$

$0/2 (2)$

$0/1 (1)$

محل انجام محاسبات



46- کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گیرد.

با کدام احتمال بین آن دو حداقل یک کتاب قرار گرفته است؟

$\frac{2}{3} (4)$

$\frac{2}{5} (3)$

$\frac{1}{3} (2)$

$\frac{1}{5} (1)$

47- برای دو پیشامد A و B ، اگر $P(A \cup B) = \frac{1}{5}$ و $P(A - B) - P(B - A) = \frac{4}{15}$ کدام

است؟

$\frac{3}{2} (2)$

$\frac{4}{3} (1)$

$\frac{8}{3} (4)$

$2 (3)$

48- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $P(A \cup B) = \frac{1}{7}$ و $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $B \subseteq A$ حاصل کدام است؟

$\frac{2}{9} (2)$

$\frac{2}{3} (1)$

$\frac{1}{4} (4)$

$\frac{3}{4} (3)$

49- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۷۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد مضرب ۷ باشد ولی

مضرب ۲ یا ۵ نباشد، کدام است؟

$\frac{3}{70} (2)$

$\frac{2}{35} (1)$

$\frac{1}{70} (4)$

$\frac{1}{35} (3)$

50- سه کیسه داریم که در کیسه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، در کیسه دوم ۳ مهره سیاه و در کیسه سوم ۲ مهره سفید وجود

دارد. ۳ مهره از کیسه اول و ۲ مهره از کیسه دوم به تصادف خارج کرده و در کیسه سوم قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از

کیسه سوم به تصادف بر می‌داریم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال از ابتدا متعلق به کیسه سوم بوده است؟

$\frac{16}{25} (2)$

$\frac{19}{56} (1)$

$\frac{25}{56} (4)$

$\frac{9}{25} (3)$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های 103 تا 127

پاسخگویی به سوالات آمار و احتمال اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

51- کدامیک از موارد زیر در مورد نمونه‌گیری‌های خوش‌های و طبقه‌ای نادرست است؟

(1) نمونه‌گیری خوش‌های، هزینه و زمان را نسبت به نمونه‌گیری طبقه‌ای کاهش می‌دهد.

(2) در نمونه‌گیری خوش‌های، همه واحدهای آماری خوش‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.

(3) در نمونه‌گیری خوش‌های، بهتر است ویژگی مورد بررسی درون خوش‌ها تفاوت بیشتری داشته باشد.

(4) همواره اندازه طبقات در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر یکدیگر است.

52- کدامیک از متغیرهای تصادفی زیر کیفی ترتیبی است؟

(2) میزان رضایت از شغل

(1) میزان دمای هوا

(4) تعداد فرزندان یک خانواده

(3) جنسیت فرد

53- مدیر یک دبیرستان برای بررسی کیفیت تدریس دیبران این دبیرستان، از هر کلاس 3 نفر اول ممتاز آن کلاس را به منظور نظرسنجی انتخاب می‌کند. در این بررسی، کدام نمونه‌گیری رخ داده است؟

(2) سامانمند

(1) طبقه‌ای

(4) غیراحتمالی

(3) خوش‌های

54- فرض کنید جامعه‌ای از 100 عضو تشکیل شده است و می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه 20 از آن انتخاب کنیم. برای این کار جامعه را به 10 قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. روش نمونه‌گیری و احتمال انتخاب هر نمونه کدام است؟

 $\frac{1}{5}$ (2) طبقه‌ای، $\frac{1}{10}$ (1) طبقه‌ای، $\frac{1}{10}$ (4) خوش‌های، $\frac{1}{5}$ (3) خوش‌های،

55- کدامیک از تعاریف زیر نادرست است؟

(1) خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه.

(2) آماره مشخصه‌ای عددی است که از داده‌های نمونه به دست می‌آید.

(3) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.

(4) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.

محل انجام محاسبات



۵۶- از جامعه‌ای با انحراف معیار $1/\sqrt{5}$ ، نمونه‌ای به صورت $1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5$ انتخاب شده است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین

این جامعه کدام است؟

$$[2, 4] \quad (2)$$

$$(1) [2/\sqrt{5}, 3/\sqrt{5}]$$

$$[2/\sqrt{5}, 4/\sqrt{5}] \quad (4)$$

$$(3) [3, 4]$$

۵۷- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جای‌گذاری از ۳۰ نفر، قصد داریم ۱۰ نفر را انتخاب کنیم. فرض کنید ۴ نفر را انتخاب کرده‌ایم و

فرد به خصوصی انتخاب نشده است. احتمال این که این فرد در ششمین انتخاب، عضو نمونه باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{25} \quad (2)$$

$$(1) \frac{1}{26}$$

$$\frac{1}{30} \quad (4)$$

$$(3) \frac{1}{24}$$

۵۸- از میان اعداد صحیح 0 تا N ، شش عدد $4, 5, 11, 14, 18, 20$ به طور تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای از N به کمک

پارامتر میانگین کدام است؟

$$23 \quad (2)$$

$$(1) 24$$

$$21 \quad (4)$$

$$(3) 22$$

۵۹- در یک نمونه با اندازه ۱۹۶، حد بالا و پایین فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه برابر ۴۳ و ۳۷ است. انحراف معیار

برآورد میانگین این جامعه چقدر است؟

$$1/\sqrt{75} \quad (2)$$

$$(1) 0/\sqrt{85}$$

$$1/5 \quad (4)$$

$$(3) 0/\sqrt{5}$$

۶۰- از جامعه $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ یک نمونه ۶ تایی انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این نمونه، میانگین جامعه را دقیقاً درست برآورد

می‌کند؟

$$\frac{3}{28} \quad (2)$$

$$(1) \frac{1}{28}$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

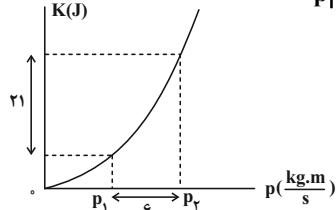
$$(3) \frac{1}{7}$$

محل انجام محاسبات



فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای/ نوسان و موج: صفحه‌های 46 تا 69

- 61- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم 2kg بر حسب اندازهٔ تکانه آن مطابق شکل زیر است. کدام است؟



4 (1)

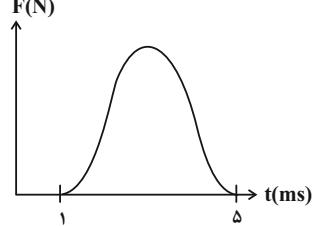
2/5 (2)

10 (3)

2 (4)

- 62- توپی به جرم 300g با سرعت افقی $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دیوار قائمی برخورد می‌کند و نمودار اندازهٔ نیروی وارد بر آن از طرف دیوار بر حسب

زمان مطابق شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف دیوار طی این زمان برابر با 300N باشد، اندازهٔ سرعت افقی توپ هنگام جدا شدن از دیوار چند متر بر ثانیه است؟



3 (1)

5 (2)

6 (3)

7 (4)

- 63- با کدامیک از تغییرات زیر، اندازهٔ شتاب مرکزگرا در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت دو برابر شود؟

(1) تندی و شعاع حرکت، هر دو نصف شوند.

(2) شعاع حرکت دو برابر و دورهٔ حرکت نصف شود.

(3) شعاع و دورهٔ حرکت، هر دو نصف شوند.

- 64- روی لبهٔ یک دیسک افقی به قطر 10cm ، سکه‌ای به جرم 10g قرار داده‌ایم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دیسک و سکه

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}) \quad \mu_s = 0.5 \quad \text{باشد،} \quad \text{کمترین دورهٔ چرخش دیسک چند ثانیه باشد تا سکه روی دیسک نلغزد؟$$

$5\pi/2$ (2) $\frac{\pi}{5}$ (1)

$\frac{\pi}{20}$ (4) 20π (3)

- 65- ماهواره‌ای در فاصله R_e از سطح زمین در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین است. اگر این ماهواره به ارتفاع $3R_e$ از

سطح زمین منتقل شود و در آن ارتفاع در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین باشد، تندی آن نسبت به حالت قبل چند

برابر می‌گردد؟ (R_e شعاع کرهٔ زمین است).

$\sqrt{3}$ (2) 3 (1)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\sqrt{2}$ (3)



- 66- اگر ثابت فنر B، ۴ برابر ثابت فنر A و بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر B، ۳ برابر بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر A باشد، جرم وزنه A چند برابر جرم وزنه B است؟ (جرم فنرها ناچیز فرض شود).

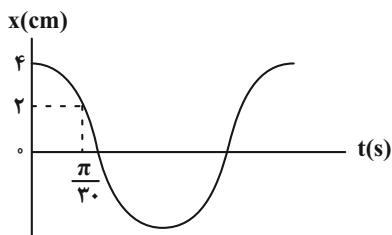
$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

0/75 (1)

$$2/25 \quad (4)$$

1/7 (3)

- 67- شکل زیر نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 100g را نشان می‌دهد. اندازه بیشینه نیروی وارد بر این



نوسانگر چند نیوتون است؟

4 (1)

0/4 (2)

0/2 (3)

2 (4)

- 68- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در هر دقیقه 60 بار طول پاره خط 12 سانتی‌متری را طی می‌کند. اگر انرژی مکانیکی

$$\text{نوسانگر } J / 3 / 6mJ \text{ باشد، جرم نوسانگر چند گرم است؟ } (\pi^2 = 10)$$

$$100 \quad (2)$$

200 (1)

$$10 \quad (4)$$

20 (3)

- 69- نوسانگری به جرم 200g با بسامد 0/25Hz حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در بازه زمانی 2/1s تا 4/1s مسافت

پیموده شده توسط نوسانگر 40cm است، در لحظه‌ای که تنید نوسانگر $\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 2\pi$ است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند میلی‌ژول

$$\text{است؟ } (\pi^2 = 10)$$

$$9/6 \quad (2)$$

0/4 (1)

$$6 \quad (4)$$

4 (3)

- 70- دو آونگ ساده A و B با دامنه کم در یک مکان به نوسان درمی‌آیند. اگر پس از گذشت مدت زمان t ، اختلاف تعداد نوسان این دو

آونگ یک واحد شود، t کدام است؟ ($L_B > L_A$)

$$\frac{T_A T_B}{T_A + T_B} \quad (2)$$

$$\frac{T_A T_B}{T_B - T_A} \quad (1)$$

$$\frac{T_A + T_B}{T_A T_B} \quad (4)$$

$$\frac{T_B - T_A}{T_A T_B} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

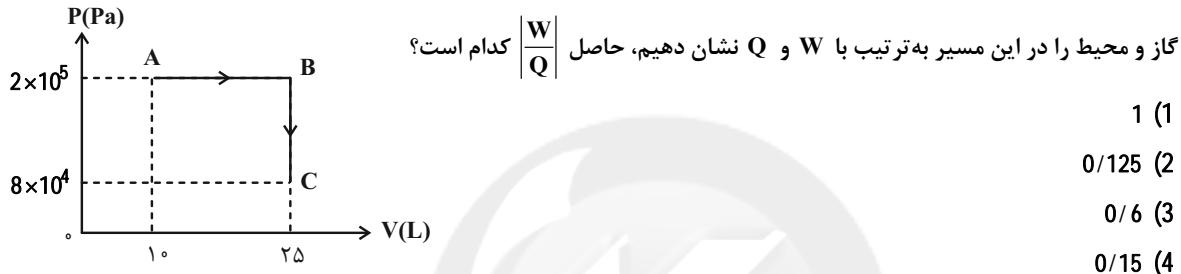
فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۹

71- مطابق نمودار زیر، گاز کاملی سه فرایند متفاوت را طی می کند، کاری که محیط بر روی گاز در فرایندهای AB، BC و CD انجام

می دهد، به ترتیب از راست به چپ چه علامتی دارد؟

- (1) مثبت، کاری انجام نمی دهد، مثبت
- (2) منفی، کاری انجام نمی دهد، منفی
- (3) کاری انجام نمی دهد، مثبت، مثبت
- (4) کاری انجام نمی دهد، منفی، منفی

72- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل در مسیر ABC از حالت A به حالت C می رود. اگر کل کار و گرمای مبادله شده بین



73- در یک فرایند آرمانی با آن که دستگاه از محیط گرما دریافت نمی کند، ولی دمایش افزایش می یابد. این فرایند ... است.

- (1) انبساط همدما
- (2) تراکم بی دررو
- (3) انبساط هم فشار
- (4) هم حجم

74- مقدار معینی گاز کامل دو فرایند مجزای همدما و بی دررو را به صورت شکل زیر طی کند. اگر تغییر انرژی درونی فرایند (1) ۱۰۰J

کمتر از فرایند (2) باشد، کاری که محیط روی گاز در فرایند (2) انجام می دهد، چند ژول است؟



75- ۰/25mol گاز کامل در فشار ۲/۵ اتمسفر دارای حجم ۴ لیتر است. اگر این گاز چرخه‌ای مطابق شکل زیر را بپیماید که در آن

فرایند CA فرایندی همدما است، دمای گاز در نقاط C و B به ترتیب از راست به چپ چند درجه سلسیوس است؟



محل انجام محاسبات



76- در کدام قسمت ماشین بخار وات، بخار آب منبسط می شود و فشار آن کاهش می یابد؟

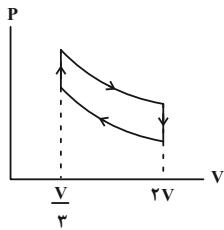
(2) چکالنده

(1) دیگ بخار

(4) تامبه

(3) استوانه

77- چرخه یک ماشین گرمایی درون سوز مطابق شکل زیر است. نسبت تراکم این ماشین کدام است؟



2 (1)

6 (2)

$\frac{1}{2}$ (3)

$\frac{1}{6}$ (4)

78- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه $21/6 \text{ kJ}$ گرما از منبع دما بالا دریافت می کند. اگر در هر دقیقه 90 چرخه را طی کند و در هر

چرخه 156 J گرما به منبع دما پایین بدهد، بازده آن چند درصد است؟

65 (4)

75 (3)

25 (2)

35 (1)

79- در کدام یک از گزینه های زیر، مقادیر داده شده مربوط به چرخه یک یخچال است و قانون دوم ترمودینامیک در آن نقض نشده است؟

$$Q_H = -1200 \text{ J}, W = 0, Q_L = 1200 \text{ J} \quad (2)$$

$$Q_H = 750 \text{ J}, W = -750 \text{ J}, Q_L = 0 \quad (1)$$

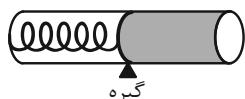
$$Q_H = -1100 \text{ J}, W = 650 \text{ J}, Q_L = 450 \text{ J} \quad (4)$$

$$Q_H = 850 \text{ J}, W = -250 \text{ J}, Q_L = -600 \text{ J} \quad (3)$$

80- در شکل زیر استوانه ای به طول 100cm و سطح مقطع 50cm^2 از طریق پیستونی که اصطکاک آن با دیواره ها ناجیز است، به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. نیمه سمت راست، محتوی 16 گرم گاز آرمانی اکسیژن با دمای 77°C و نیمه سمت چپ، خلا و دارای یک فنر با طول عادی در حال تعادل است. اگر گیره متصل به پیستون را برداریم، فنر 20cm فشرده شده و در همان

وضعیت باقی می ماند. اگر دمای گاز ثابت بماند ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

$1/5 \times 10^4$ (1)



10^4 (2)

$\frac{4}{3} \times 10^4$ (3)

$7/5 \times 10^4$ (4)

محل انجام محاسبات



فیزیک ۲: الای کترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۰۹ تا ۱۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

81- یکای «هانری» معادل کدام گزینه است؟

$$\frac{m^2 \cdot T \cdot J}{N^2} \quad (4)$$

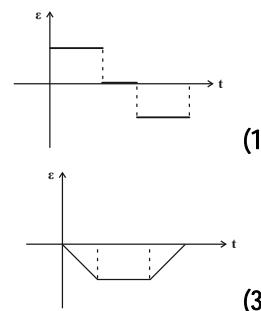
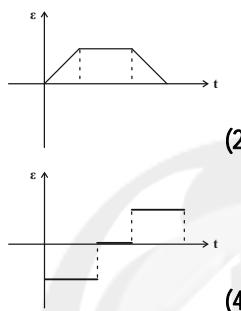
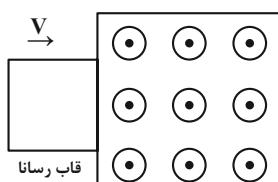
$$\frac{J \cdot V^2}{\Omega^2} \quad (3)$$

$$\frac{W \cdot s \cdot \Omega^2}{V^2} \quad (2)$$

$$\frac{W}{A^2 \cdot s} \quad (1)$$

82- مطابق شکل در لحظه $t=0$ قاب رسانایی با تندي ثابت وارد فضای یک میدان مغناطیسی یکنواخت بروان سو می شود. کدام گزینه

نمودار ولتاژ الای کایی درون قاب را به صورت کیفی به درستی نشان می دهد؟ (عرض ناحیه میدان از عرض قاب بیشتر است.)

83- از سیم‌لوله‌ای آرمانی به طول 20cm و شعاع 10cm که از 100 دور سیم تشکیل شده است، جریان الکتریکی $0.5A$ عبور می‌کند. اگر سطح سیم‌لوله بر خط‌های میدان مغناطیسی گذرنده از آن عمود باشد، شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌لوله چند

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$$

(4) صفر

10 (3)

 10^{-5} (2) 10^{-6} (1)84- سطح پیچه‌ای به شعاع 10cm که دارای 100 حلقه می‌باشد، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0.02T$ می‌باشد. اگر جهت میدان مغناطیسی در مدت 0.04 ثانیه تغییر کند و به $0.02T$ در خلاف جهت اولیه برسد، اندازه نیروی حرکت الای کایی متوسط در پیچه چند ولت است؟ ($\pi = 3$)

0/06 (4)

3 (3)

0/03 (2)

1 (1) صفر

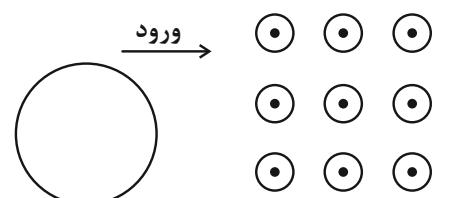
85- یک حلقه رسانای غلتان با تندي ثابت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت بروان سویی می‌شود. جهت جریان الای کایی در پیچه هنگام ورود و خروج از میدان مغناطیسی چگونه است؟

(1) همواره پاد ساعتگرد

(2) هنگام ورود ساعتگرد و هنگام خروج پاد ساعتگرد

(3) همواره ساعتگرد

(4) هنگام ورود پاد ساعتگرد و هنگام خروج ساعتگرد



محل انجام محاسبات



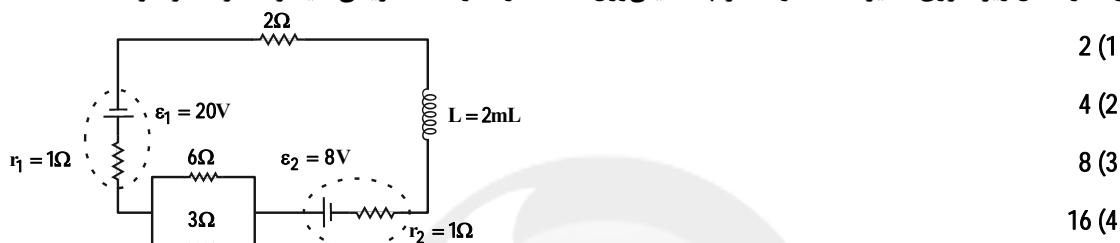
86- اگر از دو سیم‌لوله آرمانی A و B جریان یکسانی عبور دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله‌ها برابر خواهد شد. اگر طول سیم‌لوله A دو برابر طول سیم‌لوله B و قطر سیم‌لوله A نیز دو برابر قطر سیم‌لوله B باشد، نسبت ضریب الفاوری آن‌ها

$$\text{کدام است؟} \left(\frac{L_A}{L_B} \right)$$

4 (2) 2 (1)

16 (4) 8 (3)

87- در مدار شکل زیر، انرژی ذخیره شده در القاگر چند میلیژول است؟ (از مقاومت الکتریکی سیم‌لوله صرف نظر شود.)



88- پیچه یک مولد جریان متناوب در هر 5ms یک دور می‌چرخد. در لحظه $1/25\text{ms}$ زاویه سطح پیچه با خط‌های میدان مغناطیسی چند رادیان است؟

$\frac{\pi}{3}$ (2) صفر

$\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{2}$ (3)

89- معادله جریان - زمان برای جریان متناوبی در SI، به صورت $I = 0/2 \sin \frac{50\pi}{3} t$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای چهارمین بار اندازه نیروی محرکه القایی به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

0/15 (2) 0/21 (1)

0/6 (4) 0/3 (3)

90- در مورد مبدل‌ها کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

(1) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کرد.

(2) در خط‌های انتقال توان الکتریکی به طور معمول از ولتاژ در حدود 400V استفاده می‌کنند.

(3) پیچه‌های مبدل را دور هسته آهنی می‌پیچند.

(4) ولتاژ تولید شده در نیروگاه تا استفاده از در منازل چند بار تغییر می‌کند.



وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و باسخ دهید.

۹۱- اگر طی فرایندی، دمای مطلق و فشار مقدار معینی گاز کامل به ترتیب دو و چهار برابر شود، حجم نهایی گاز چند برابر حجم اولیه آن خواهد شد؟

2 (2)

 $\frac{1}{2}$ (1) $\frac{1}{4}$ (4)

4 (3)

۹۲- کدام عبارت درباره فرایندهای ترمودینامیکی برای مقدار معینی گاز کامل نادرست است؟

(۱) کار در فرایند هم حجم صفر است.

(۲) در فرایند هم فشار، بزرگی گرمای مبادله شده بیشتر از بزرگی تغییرات انرژی درونی است.

(۳) در فرایند هم دما، تغییرات انرژی درونی صفر است.

(۴) در فرایند انبساط بی دررو، تغییرات انرژی درونی مثبت است.

۹۳- در کدام فرایند زیر برای مقدار معینی گاز کامل، انرژی درونی گاز افزایش می یابد؟

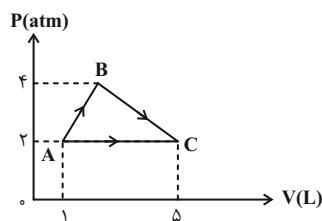
(۱) انبساط هم دما

(۲) انبساط بی دررو

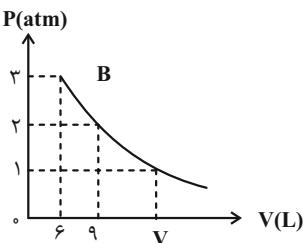
(۳) تراکم هم دما

۹۴- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل طی دو مسیر متفاوت از حالت A به حالت C می رسد. کار انجام شده روی گاز در مسیر

ABC چند برابر کار انجام شده روی گاز در مسیر AC است؟



1 (1)

 $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3)(4) باید V_B معلوم باشد.۹۵- نمودار $P - V$ یک مول گاز کامل در یک فرایند آرمانی خاص مطابق شکل زیر است. در فشار 1atm، به ترتیب از راست به چپ، $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$ حجم گاز بر حسب لیتر و دمای آن بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟

48 و 15 (1)

-48 و 18 (2)

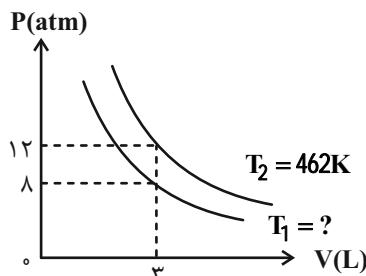
225 و 15 (3)

225 و 18 (4)

محل انجام محاسبات



96- اگر نمودار $P - V$ دو فرایند همدماي T_1 و $T_2 = 462K$ مطابق شکل زیر باشد، T_1 چند کلوین است؟



693 (1)

462 (2)

308 (3)

231 (4)

97- مقدار معینی گاز آرمانی چرخه‌ای را در سه مرحله طی می‌کند: انبساط بی‌دررو و با کار کل روی محیط $125J$ ، تراکم همدما در

دماي $325K$ و افزایش فشار در حجم ثابت، در مرحله آخر چرخه، چند ژول انرژی به صورت گرمای مبادله شده است؟

250 (2)

125 (1)

425 (4)

325 (3)

98- با یک ماشین گرمایی، می‌توان در هر دقیقه وزنه‌ای به جرم $50kg$ را به اندازه $20m$ با تندي ثابت از سطح زمین بالا برد. اگر

بازده این ماشین 25 درصد باشد، گرمایی که ماشین در هر دقیقه از منبع دمابالا می‌گیرد، چند کیلوژول است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

20 (2)

10 (1)

40 (4)

30 (3)

99- اگر اندازه گرمایی که یک یخچال آرمانی به محیط بیرون می‌دهد، $\frac{6}{5}$ برابر اندازه گرمایی باشد که از مواد داخل یخچال می‌گیرد،

نسبت گرمای گرفته شده از منبع دما پایین به کار انجام شده روی یخچال $(\frac{Q_L}{W})$ کدام است؟

5 (2)

4 (1)

7 (4)

6 (3)

100- یخچال (1) با توان مصرفی P جرم m از آب $0^\circ C$ را در مدت t به يخ صفر درجه سلسیوس و یخچال (2) با توان مصرفی $1/5P$

جرم $3m$ از آب $0^\circ C$ را در مدت $2t$ به يخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌کند. گرمایی که یخچال (2) به منبع دمابالا می‌دهد

چند برابر گرمایی است که یخچال (1) به منبع دمابالا می‌دهد؟

2 (2)

1 (1)

4 (4)

3 (3)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 3: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های 44 تا 64

101- اگر دیواره متخخل موجود در سلول گالوانی «مس - نقره» برداشته شود، چند مورد از عبارت های زیر رخ می دهد؟

* الکترون ها بر روی تیغه مس جذب شده و فرایند کاهش در نیم سلول کاتدی رخ نمی دهد.

* قطع شدن تدریجی جریان مدار، سلول گالوانی از کار خواهد افتاد.

* جمع شدن بارهای مثبت پس از مدتی منجر به عدم حرکت الکترون ها در سیم از طرف تیغه کاتدی خواهد شد.

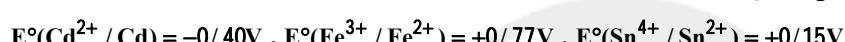
* اکسید شدن تیغه مسی منجر به ورود کاتیون های آن به محلول شده و در نتیجه محلول اطراف آند دارای بار الکتریکی مثبت می شود.

3 (4) 2 (3) 1 (2) 1) صفر

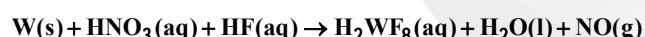
102- با توجه به پتانسیل های کاهشی داده شده، به طور قطع چند مورد از محلول های زیر را می توان در ظرفی از جنس مس برخلاف ظرفی از جنس روی، نگهداری کرد؟

(آ) آهن (III) کلرید (ب) آلومینیم سولفات (ج) آهن (IV) نیترات

(ت) کادمیم (II) نیترات (ث) قلع (II) برمید



3 (4) 2 (3) 1 (2) 1) صفر

103- اگر در یک سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن در شرایط STP حجم گاز هیدروژن مصروف شده $\frac{1}{2} \times 179$ لیتر باشد، تعداد یون های حاصل از نیم واکنش اکسایش کدام است؟144 / 48×10^{23} (4) 96 / 32×10^{23} (3) 48 / 16×10^{23} (2) 36 / 12×10^{23} (1)104- کدام گزینه درباره واکنش موازنہ نشده زیر نادرست است؟ (W نماد عنصر تنگستن است.)(1) W گونه کاهنده و HNO₃ گونه اکسنده است.

(2) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در این واکنش، برابر با 18 است.

(3) به ازای مصرف هر مول اسید ضعیف در این واکنش، 515×10^{23} / 4 الکترون مبادله می شود.(4) تغییر عدد اکسایش هر اتم تنگستن در این واکنش، 3 برابر عدد اکسایش کربن در CH₃Cl است.

105- چند مورد از عبارت های زیر درباره سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن درست است؟

* رایج ترین سلول سوختی به شمار می آید و در آن همه انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می شود.

* الکترون ها و یون های H⁺ در جهتی یکسان اما از طریق محیط های متفاوت از آند به سمت کاتد می روند.

* در قطب مثبت این سلول، یک نوع گاز وارد اما دو نوع گاز از آن خارج می شود.

* نیم واکنش کاتدی در این سلول، با نیم واکنش انجام شده در قطب مثبت سلول الکتروولیتی برق کافت آب یکسان است.

* برای به دست آوردن emf این سلول، باید پتانسیل کاهشی نیم واکنش کاتدی را از پتانسیل کاهشی نیم واکنش اکسایش گاز هیدروژن کم کنیم.

4) چهار 3) سه 2) دو 1) یک

محل انجام محاسبات



106- در سلول الکتروولیتی بر قکافت سدیم کلرید مذاب، اگر $10^{23} \times 214 / 4$ الکtron از مدار بیرونی عبور کند، اختلاف جرم فراورده های تولید شده در این سلول کدام است و اگر بخواهیم الکترسیته مورد نیاز برای این سلول الکتروولیتی را از سلول گالوانی «کروم - کبالت» تامین کنیم، کدام یک از نیمه سلول ها در سلول گالوانی باید توسط سیم به الکتروود کاتدی سلول الکتروولیتی بر قکافت سدیم کلرید مذاب متصل شود؟ ($\text{Cl} = 35 / 5$ ، $\text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$E^\circ(\text{Co}^{2+} / \text{Co}) = -0 / 28\text{V}$$

$$E^\circ(\text{Cr}^{3+} / \text{Cr}) = -0 / 74\text{V}$$

3/36 (4)

3/36 (3)

8/75 (2)

8/75 (1)

107- در صورتی که مخلوط مذابی از دو ترکیب یونی منگنز (II) یدید و آهن (III) کلرید را در یک سلول الکتروولیتی قرار دهیم، فراورده های حاصل از بر قکافت آنها کدام است؟

$$E^\circ(\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}) = -0 / 04\text{V} , E^\circ(\text{I}_2 / \text{I}^-) = +0 / 54\text{V}$$

$$E^\circ(\text{Mn}^{2+} / \text{Mn}) = -1 / 18\text{V} , E^\circ(\text{Cl}_2 / \text{Cl}^-) = +1 / 36\text{V}$$

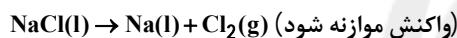
$$\text{Cl}_2(\text{g}) , \text{Fe}(\text{l}) (4)$$

$$\text{I}_2(\text{l}) , \text{Fe}(\text{l}) (3)$$

$$\text{Cl}_2(\text{g}) , \text{Mn}(\text{l}) (2)$$

$$\text{I}_2(\text{l}) , \text{Mn}(\text{l}) (1)$$

108- در بر قکافت سدیم کلرید مذاب، مقدار 142 گرم گاز کلر تولید می شود. چنانچه بخواهیم از سدیم تولیدی برای تهیه صابون جامد به فرمول RCOONa (گروه R، 12 کربنی و سیر شده است) استفاده کنیم، چند گرم از این صابون به دست می آید؟ (تمامی مواد به مقدار کافی در محیط واکنش حضور دارند).



$$(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35 / 5, \text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1})$$

949 (4)

494 (3)

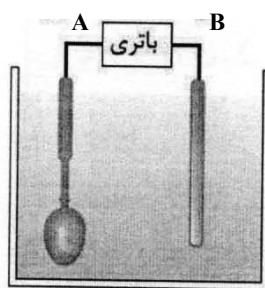
944 (2)

449 (1)

109- کدام گزینه نادرست است؟

(1) نیم واکنش آندی بر قکافت آب به صورت $2\text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$ است.(2) نیم واکنش کاتدی بر قکافت آب به صورت $2\text{H}_2\text{O(l)} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2\text{OH}^-(\text{aq})$ است.(3) نیم واکنش کاهش در خودگی فلزات در محیط خنثی به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O(l)} + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$ است.(4) نیم واکنش اکسایش در فرایند هال به صورت $\text{Al}^{3+}(\text{l}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}(\text{l})$ است.

110- شکل زیر، آبکاری یک قاشق مسی را با فلز نقره نشان می دهد. کدام مطلب درباره آن درست است؟



(1) جهت حرکت الکtron از قطب A به قطب B است.

(2) الکتروولیت لازم برای آبکاری از جنس نمک مس است و $[\text{Cu}^{2+}]$ در طول فرایند آبکاری ثابت است.(3) قطب A به کاتد متصل است و نیم واکنش کاتدی به صورت $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$ است.(4) آند این سلول، همانند فرایند هال مصرف و خورده می شود و نیم واکنش آندی آن به صورت $\text{Ag}(\text{s}) \rightarrow \text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^-$ است.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیوه ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۲۲

۱۱۱- چند مورد از عبارت های زیر نادرست است؟

- * ید با گشتاور دوقطبی تقریباً صفر، به خوبی در هگزان حل شده و محلولی بنفش رنگ ایجاد می کند.
- * در انحلال استون در آب، استون ماهیت خود را در محلول حفظ می کند.
- * در فرایند انحلال نیمی از مواد اشاره شده، میانگین جاذبه ها در حل خالص و حل شونده خالص کمتر از جاذبه های حل شونده با حل در محلول است. (۱- هگزانول در آب، ید در پروپان، باریم سولفات در آب، استون در اتانول)
- * حل خالص های مناسب چربی همگی دارای گشتاور دو قطبی صفر یا تقریباً صفر هستند.
- * ماده ای که در حل غیرآبی حل می شود، در حل آبی نامحلول است.

1 (4) 2 (3) 3 (2) 4 (1)

۱۱۲- در کدام یک از محلول های زیر، شمار بیون های آب پوشیده بیشتری وجود دارد؟ ($\text{Ca} = 40, \text{P} = 31, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

(1) ۲/۵ لیتر محلول ۳ مولار آلومینیم نیترات

(2) ۵ لیتر محلول ۶۴ درصد جرمی متابول با چگالی $1/2$ گرم بر لیتر

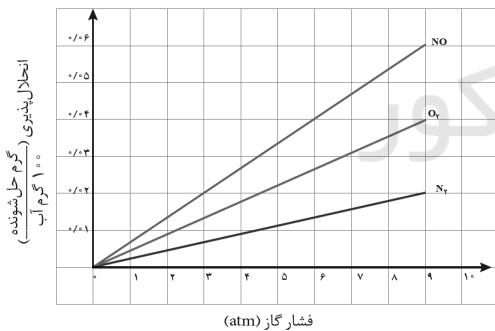
(3) محلول حاصل از اضافه کردن ۹۳ گرم کلسیم فسفات به ۲ لیتر آب مقطر

(4) ۴ لیتر محلول سیرشده سدیم کربنات در دمای اتاق (انحلال پذیری سدیم کربنات در دمای 25°C $21/2$ گرم در 100 گرم آب و چگالی محلول $1/212\text{g.mL}^{-1}$ است.)

۱۱۳- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

- * نیروی جاذبه بین مولکول های استون و ید در مخلوط این دو ماده، از میانگین نیروهای جاذبه در استون و ید خالص کمتر است.
- * از میان آمونیوم کلرید، ید، استون و سدیم نیترات، انحلال دو ماده در آب به صورت مولکولی انجام می شود.
- * انحلال ید در هگزان همچون انحلال اتانول در آب با حفظ ساختار مواد همراه است.
- * مولکول های آب از طرف اتم های هیدروژن خود در اطراف بیون های منفی قرار می گیرند.

1 (4) 2 (2) 3 (3) 4 (1)

۱۱۴- با توجه به نمودار «انحلال پذیری - فشار» زیر، پاسخ پرسش های «الف» و «ب» در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)الف) دو محلول سیرشده جداگانه از گاز های N_2 و O_2 در مقدار برابر آب در فشار ۹ اتمسفر در اختیار داریم.

اگر گاز حل شده در آن ها را به طور کامل خارج کرده و در محفظه های جداگانه نگهداری کنیم، شمار جفت الکترون های پیوندی در محفظه کدام گاز بیشتر است؟

ب) غلظت مولار محلول سیرشده از گاز NO در فشار۴/۵ اتمسفر چند mol.L^{-1} می باشد؟(1) ۰/۰۱ ، N_2 (2) ۰/۰۱، O_2 (3) ۰/۰۱۵، N_2 (4) ۰/۰۱۵، O_2

۱۱۵- با دما و فشار، انحلال پذیری گازها در آب می باید و در فشار ۰atm و دمای یکسان، انحلال پذیری گازها مقدار ممکن خواهد بود.

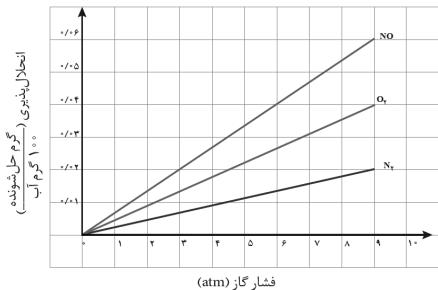
(1) افزایش، کاهش، کاهش، کاهش، بیشترین

(2) کاهش، افزایش، افزایش، کاهش، بیشترین

(3) افزایش، افزایش، افزایش، افزایش، بیشترین

(4) افزایش، کاهش، افزایش، افزایش، کاهش

محل انجام محاسبات



116- چند مورد از مطالب زیر، درباره انحلال پذیری گازها درست است؟

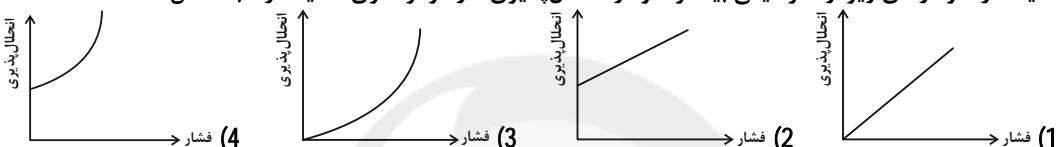
- * مقایسه انحلال پذیری گازها به صورت $\text{NH}_3 > \text{CO}_2 > \text{NO}$ درست است.
- * تأثیر فشار بر انحلال پذیری NO سه برابر تأثیر آن بر انحلال پذیری N₂ است.
- * در حل کردن قرص جوشان در آب، هرچه آب سردتر باشد، pH محلول حاصل کمتر می‌شود.
- * در هر دو حالت اشاره شده ماهی دچار کمبود اکسیژن می‌شود. (قراردادن ماهی آب شیرین در آب دریا - افزایش یافتن دما)

* با توجه به نمودار روبرو که مربوط به دمای 20°C است، برای بدست آوردن محلول 0.0125 مولار گاز اکسیژن باید فشار حداقل 9

اتمسفر باشد. (چگالی آب: 1g.mL⁻¹)

- 2 (4) 3 (3) 4 (2) 5 (1)

117- کدامیک از نمودارهای زیر از نظر کیفی بیانگر نمودار انحلال پذیری گاز گوگرد تری اکسید در آب خالص است؟



118- دو محلول هم حجم با غلظت‌های مختلف از نمک خوارکی را در یک لوله U شکل می‌ریزیم بطوريکه یک غشای نیمه‌تراوا در بین‌شان قرار داشته باشد (محلول A در سمت راست و محلول B در سمت چپ غشا قرار دارد) پس از مدتی مشاهده کردیم که ارتفاع محلول در سمت راست لوله افزایش یافت. چند مورد از عبارات زیر نادرست است؟ (Na = 23, Cl = 35 / 5 : g.mol⁻¹)

- * جابه‌جایی مولکول‌های آب در هر دو جهت راست به چپ و چپ به راست بوده و زمانی که ارتفاع محلول‌ها ثابت شد، به معنای توقف این جابه‌جایی است.

* محلول A و B به ترتیب می‌توانند دارای غلظت 200 گرم بر لیتر و 3 مولار باشند.

* اگر بجای محلول A، از آب مقطر استفاده می‌شود، محلول B نمک‌زادایی می‌شود.

* در دو مورد از سه مورد روبرو ارتفاع دو مایع می‌تواند مجدداً یکسان شود (افزودن نمک به سمت چپ، متصل کردن سمت چپ لوله به پمپ خلا، وارد کردن فشار اضافی به سمت راست لوله)

* نگهداری طولانی مدت گوشت و ماهی در نمک، مربوط به خاصیت مشاهده شده در این فرایند است.

- 2 (4) 3 (3) 4 (2) 5 (1)

119- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- * قدرت نیروی پیوند هیدروژنی بین آب و اتانول از قدرت پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب بیشتر است.
- * میزان انحلال پذیری گازها در آب با افزایش دما و افزودن نمک به محلول به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.
- * نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به کاتیون فلزات گروه 1 (در دوره‌های 3 و 4) با عدد اتمی آن‌ها، رابطه مستقیم دارد.
- * هنگامی که میوه‌های خشک مانند مویز درون آب قرار می‌گیرند، هیچ مولکولی از درون میوه به آب وارد نمی‌شود.
- * روش تقطیر برخلاف روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن، قادر به جداسازی ترکیبات آلی فرار از آب نیست.

- (1) یک (2) دو (3) سه (4) چهار

120- کدامیک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (1) در فرایند اسمز معکوس، به مرور و با اعمال فشار به محلول موجود، این محلول غلیظتر خواهد شد.
- (2) غشای تراوا در دیواره یاخته‌های گیاهان امکان عبور برخی از ذره‌های سازنده مواد را فراهم می‌کند.
- (3) استفاده از روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن در تصفیه آب، تمام آلودگی‌های موجود را از بین نمی‌برد.
- (4) در فرایند گذرندگی، مولکول‌های آب از محیط غلیظ رقیق به محیط غلیظ منتقل می‌شوند.

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 2: پوشک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه های 97 تا 121

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی 2 (121 تا 130) و شیمی 1 (131 تا 140) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

121- پلیمرهای سازنده پتو و ظروف یکبار مصرف و کیسه خون و نخ دندان را به ترتیب A، B، C و D نامگذاری کرده‌ایم. چند مورد درست است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

* برای سیرشدن کامل یک مول از پلیمر B به $10^{24} / 806$ مولکول هیدروژن و برای سوختن کامل یک مول از آن به 10 مول گاز اکسیژن نیاز است.

* نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به الکترون‌های ناپیوندی در مونومر پلیمر A، 18 برابر این نسبت در مونومر پلیمر D است.

* نیمی از آن‌ها برخلاف مونومرشان سیرشده هستند.
* مونومر پلیمرهای B و C را می‌توان به ترتیب از جایگزینی یک حلقه بنزنی با گروه متیل پلیمر سازنده سرنگ و افزودن یک مول هیدروژن کلرید به یک مول اتین تهیه کرد.

1 (4) 2 (3) 3 (2) 4 (1)

122- چند مورد از مطالبات زیر در ارتباط با الکل‌ها درست است؟

* می‌توان محصول واکنش وارد کردن گاز اتن در محلول آب و سولفوریک اسید را از آبکافت استرهای موجود در آناناس و انگور بدست آورد.

* ششمین عضو خانواده الکل‌های راست زنجیر و سیرشده، برخلاف پنجمین عضو این خانواده، در آب کم محلول بوده و میزان انحلال پذیری الکل با 14 هیدروژن و الکل با 18 هیدروژن تقریباً با هم برابر است.

* با افزایش تعداد کربن در الکل‌های راست زنجیر، هر دو مورد اشاره شده اتفاق می‌افتد (افزایش قدر مطلق آنتالپی سوختن، کاهش فاصله با آلان ہم کربن از لحظه انحلال پذیری در آب)

* در محلول سیرشده اتانول در آب، تعداد مول آب از الکل بیشتر است.

1 (4) 2 (3) 3 (2) 4 (1)

123- کدامیک از عبارت‌های زیر درست است؟

(1) استیک اسید (متانوئیک اسید) یک اسید دوکربنی است که در اثر گرتش مورجه وارد بدن می‌شود.

(2) نام کربوکسیلیک اسیدی که در آن زنجیره هیدروکربنی C_4H_9 به یک گروه کربوکسیل متصل شده است، بوتانوئیک اسید می‌باشد.

(3) تعداد اتم‌های تشکیل دهنده بخش ناقطبی هپتاanol بیش از سه برابر تعداد این اتم‌ها در اتانول است.

(4) تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در ویتامین D، دو برابر تعداد اتم‌های کربن مولکول ویتامین A است.

124- چند مورد از موارد زیر درباره کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی درست است؟

* گروه عاملی آن‌ها برخلاف گروه عاملی استری، شامل سه عنصر می‌باشد.

* برای سوختن کامل 3 گرم از آشناترین عضو این خانواده، 0/1 مول گاز اکسیژن نیاز است.

* با افزایش شمار اتم‌های کربن در آن‌ها، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی افزایش می‌یابد.

* عضوی از این خانواده که در ساختار خود 3 گروه CH_2 دارد، می‌تواند جرم مولی 88 گرم بر مول داشته باشد.

* با افزایش نیروی بین مولکولی و اندروالس در آن‌ها، انحلال پذیری آن به انحلال پذیری ویتامین K در آب نزدیک‌تر می‌شود.

(1) یک (2) دو (3) سه (4) چهار

125- چند مورد در ارتباط با ویتامین‌ها درست است؟

* ویتامین K برخلاف ویتامین A آروماتیک بوده و هر دو آن‌ها برای سیرشدن به گاز هیدروژن نیاز دارند.

* هر مولکول ویتامین C توانایی تشکیل 4 پیوند هیدروژنی دارد و شمار اکسیژن‌های مولکول آن دو برابر شمار حلقه‌های مولکول ویتامین D است.

* همه چهار ویتامین A، K، D و C قادر به برقراری قوی‌ترین نوع نیروهای بین مولکولی هستند.

* نقطه جوش ویتامین C نسبت به آلکان ہم کربن خود بالاتر است و مصرف بیش از اندازه آن مشکل خاصی برای بدن ایجاد نمی‌کند.

1 (4) 2 (3) 3 (2) 4 (1)

محل انجام محاسبات



126- 47/4 گرم از یک استر یک عاملی سیرشده غیرحلقوی را در شرایط مناسب در محیط اسیدی با آب واکنش داده و 9/66 گرم اتانول و 27/3 گرم از فراورده آلی دیگر را تولید می‌کند. بازده درصدی واکنش صورت گرفته کدام است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g/mol^{-1})$$

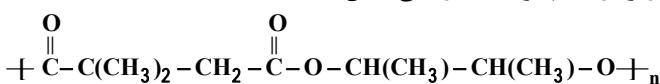
60 (4)

70 (3)

80 (2)

90 (1)

127- فرمول مولکولی فراورده‌های حاصل از آبکافت پلی استر زیر در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟



$$\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2 - \text{C}_6\text{H}_8\text{O}_4 \quad (2)$$

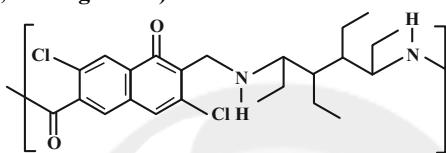
$$\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}_2 - \text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_4 \quad (4)$$

$$\text{C}_5\text{H}_6\text{O}_4 - \text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 \quad (1)$$

$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 - \text{C}_5\text{H}_8\text{O}_4 \quad (3)$$

128- برای آبکافت کامل 224/5 گرم از یک نمونه پلی آمید با ساختار زیر، به چند مولکول آب نیاز است؟

$$(Cl = 35 / 5, O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g/mol^{-1})$$

9/06×10²⁴ (4)6/02×10²³ (3)3/01×10²³ (2)1/505×10²³ (1)

129- چند مورد از مطالبات زیر درست است؟

* در حالیکه میزان تولید پشم در سال‌های اخیر تقریباً ثابت مانده است. امروزه تولید پلی استر در جهان تقریباً سه برابر تولید پنبه است.

* در ساختار پلی اتن با چگالی $\frac{g}{cm^3} = 0.92$ ، بعضی شاخه‌ها از کناره به یکدیگر اضافه شده‌اند.

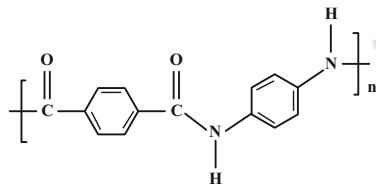
* در تهیه پلی اتن هنگامی که نسبت شمار مول‌های کاتالیزگر محتوی آلومینیم به شمار مول‌های کاتالیزگر محتوی تیتانیم برابر سه باشد، پلی اتن حاصل دارای بالاترین نقطه ذوب خواهد بود.

* استفاده بیش از اندازه شوینده‌ها در شستن لباس به علت برقراری واکنش میان مولکول‌های سازنده لباس با آن‌ها سبب پوسیده شدن سریعتر آنها می‌شود.

* پلی لاکتیک اسید نوعی پلی استر است که می‌تواند جایگزین پلی اتن در تولید کیسه‌های پلاستیکی شود.

2 (4) 3 (3) 4 (2) 5 (1)

130- چند مورد در ارتباط با پلیمری با ساختار زیر درست است؟ (O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g/mol⁻¹)



* تفاوت جرم مولی دی‌آمین و دی‌اسید به کار رفته در آن 58 گرم است.

* اگر 4150 گرم از دی‌اسید به کار رفته در این پلیمر و 1620 گرم دی‌آمین به کار رفته در آن را در یک ظرف داشته باشیم و واکنش بسیارش انجام شود، در پایان واکنش 252 میلی‌لیتر آب تولید می‌شود. (چگالی آب: 1g.mL⁻¹)

* هر مونومر این پلیمر توانایی تشکیل 2 پیوند هیدروژنی دارد.

* تعداد پیوندهای دوگانه در 3570 گرم از این پلیمر برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در 4760 گرم آن است.

1 (4) 2 (3) 3 (2) 4 (1)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۲۲

توجه:

داش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- جدول زیر، به آزمایش انحلال قرص جوشان در آب و در دمای‌های داده شده مربوط است. چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

آزمایش	مقدار قرص جوشان	دماي آب (°C)
1	یک قرص	0
2	نصف قرص (پودر)	0
3	یک قرص	25
4	نصف قرص (پودر)	25

- سرعت واکنش در آزمایش ۳، از آزمایش ۱ بیشتر است.
- سرعت واکنش در آزمایش ۲، نصف سرعت واکنش در آزمایش ۱، است.
- آزمایش ۴، در قیاس با ۳ آزمایش دیگر، بیشترین سرعت واکنش را دارد.
- با کامل شدن واکنش‌ها، حجم گاز جمع‌آوری شده در آزمایش ۲ نسبت به ۳ آزمایش دیگر، کمتر است.

4 (4) 3 (3) 2 (2) 1 (1)

۱۳۲- کدام دو مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) پیوند هیدروژنی بین یک مولکول آب و یک مولکول اتانول، قوی‌تر از پیوند هیدروژنی بین دو مولکول آب است.

(ب) طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

(پ) انحلال‌پذیری گاز CO₂ به دلیل گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر و جرم مولی بیشتر، در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی بیشتر از گاز NO است.

(ت) چگالی بین به دلیل وجود فضاهای خالی بین آرایش منظم شش‌ضلعی مولکول‌های H₂O، کمتر از چگالی آب است.

(۱) (۱) و (۲) (۲) (۲) (۱) و (۲) (۳) (۱) و (۲) (۴) (۱) و (۲)

۱۳۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

در مخلوط آب و هگزان، برخلاف محلول استون و آب، اجزای مخلوط، هیچ اختلاطی با یکدیگر ندارند.

در حالت مایع، مولکول‌های آب، پیوندهای هیدروژنی ضعیفی دارند و به همین علت روی هم می‌لغزند و جایه‌جا می‌شوند.

در انحلال ید در هگزان، رنگ مخلوط بنفش است و مولکول‌های حل‌شونده، ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند.

با اضافه کردن سدیم سولفات به آب، قدرت نیتروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول، بیشتر از میانگین قدرت پیوند یونی در سدیم سولفات و پیوندهای هیدروژنی در آب خواهد بود.

4 (4) 3 (3) 2 (2) 1 (1)

۱۳۴- در دمای C ۱۵ و فشار 2 اتمسفر، 0/035 گرم گاز اکسیژن در 500g آب حل شده و محلولی سیرشده به دست آمده است. در این دما انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در فشار 15 اتمسفر کدام است؟

2/4×10⁻³ (4) 1/5×10⁻¹ (3) 1/02×10⁻² (2) 1/75×10⁻² (1)

۱۳۵- اگر در دمای C 20 انحلال‌پذیری گاز NO در فشار 9atm برابر 6 میلی‌گرم در 100g آب باشد، غلظت NO در همان دما و فشار 3atm در محلول سیرشده آن به تقریب چند ppm است؟

0/2 (4) 2 (3) 20 (2) 200 (1)

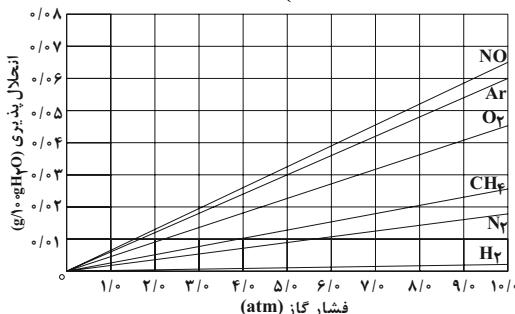
۱۳۶- معادله انحلال‌پذیری (S) گاز نیتروژن بر حسب فشار (P) در دمای اتاق از رابطه $S = \frac{g}{100gH_2O} = 7/5 \times 10^{-3} P$ پیروی می‌کند. با کاهش فشار از 5 اتمسفر به یک اتمسفر، به تقریب چند میلی مول گاز نیتروژن به ازای هر کیلوگرم آب از این محلول خارج می‌شود؟ (N = 14g.mol⁻¹)

15 / 6 (4) 7 / 8 (3) 10 / 7 (2) 21 / 4 (1)

محل انجام محاسبات



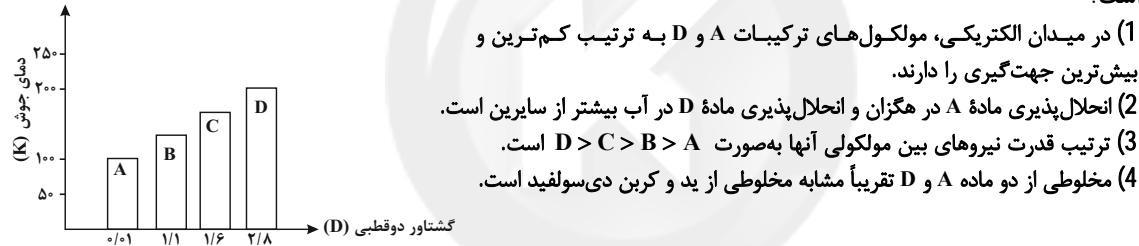
137- با توجه به نمودار زیر که تأثیر فشار بر انحلال پذیری چند گاز را در آب 20°C نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Ar} = 40: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- (آ) تمامی این گازها بدون انجام واکنش شیمیایی در آب حل می‌شوند.
 (ب) در تمام موارد با افزایش جرم مولی گازها در فشار ثابت، شیب نمودار بیشتر شده است.
 (پ) غلظت گاز آرگون در فشار 5 atm برابر 300 ppm است.
 (ت) با افزایش فشار گاز متان از 2 atm به 6 atm، مقدار 0.05 g گرم دیگر از این گاز در نیم کیلو گرم محلول وارد می‌شود.
 (ث) در فشار 3 atm به تقریب می‌توان $1/2$ گرم گاز NO در $0/6$ لیتر آب حل نمود. (چگالی آب برابر با $1\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ است.)

(۱) (آ)، (پ) و (ت) (۲) (آ)، (ب) و (پ) (۳) (ب)، (پ) و (ث) (۴) (پ)، (ت) و (ث)

138- نمودار زیر رابطه گشتاور دوقطبی چند ترکیب آلی با جرم مولی یکسان را با نقطه جوش آنها نشان می‌دهد. کدام گزینه نادرست است؟



- 1) در میدان الکتریکی، مولکول‌های ترکیبات A و D به ترتیب کمترین و بیشترین جهت‌گیری را دارند.
 2) انحلال پذیری ماده A در هگزان و انحلال پذیری ماده D در آب بیشتر از سایرین است.
 3) ترتیب قدرت نیروهای بین مولکولی آنها به صورت $D > C > B > A$ است.
 4) مخلوطی از دو ماده A و D تقریباً مشابه مخلوطی از بد و کربن دی‌سولفید است.

1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

139- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- اغلب واکنش‌های شیمیایی درون بدن انسان، در محلول‌های آبی انجام می‌شود.
- در اثر انحلال نیمی از ترکیب‌های «شکر، اوزون، اتیلن گلیکول و سدیم هیدروکسید» در آب، ماهیت ساختاری ماده تغییر نمی‌کند.
- نیتروی غالب در فرایند انحلال چربی در هگزان و سدیم کلرید در آب، به ترتیب از نوع وان دروالسی و یون - دوقطبی است.
- با انحلال یک مول از هریک از ترکیب‌های آمونیوم نیترات و پتانسیم سولفات در آب، چهار مول یون آزاد می‌شود.

1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

140- کدامیک از عبارت‌های زیر درست است؟

- 1) برای تصفیه آب به روش تقطیر، برخلاف روش اسمز معکوس و صافی کربن، مرحله کلرزنی باید انجام شود.
 2) اگر حالت فیزیکی در سرتاسر یک مخلوط یکسان باشد آن را مخلوط همگن می‌نامیم.
 3) محلول سیرشده استون در آب در دمای 25°C بی‌رنگ است.
 4) افزودن مقداری سدیم کلرید به آب باعث کاهش انحلال پذیری گاز اکسیژن در آن می‌شود.



آزمون «۲۰۱۴» دی اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیرمشترک)

دفترچه سوال

مباحثت نیمسال دوم دوازدهم
پاسخ‌گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس‌های نیمسال دوم دوازدهم تراز جدآگانه در کارنامه داده می‌شود.
تراز درس‌های نیمسال دوم دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندرسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	حسابان ۱	هندرسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علی شهرابی	امیرحسین ابو معجوب	سوگند روشنی	باپک اسلامی	ایمان حسین نژاد	یاسر راش
گروه ویراستاری	مهدی مادرمصانی علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی	عادر حسینی	حمدی زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابو معجوب	مهداد ملوندی	مهداد ملوندی	ویراستار استاد:	بازیبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	باپک اسلامی	امیرحسین مسلمی

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنیزاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی	میلاد سیاوشی
	حروف نگار
	سوران نعیمی
	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۳۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۴۴

-۱۴۱- تابع $f(x) = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3$ روی بازه $[-\infty, a)$ اکیداً نزولی است. حداقل مقدار a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -1

-۱۴۲- اگر در تابع $f(x) = x^3 - \sqrt{ax} + b$, نقطه اکسترم نسبی باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) -3 (۴) -1

-۱۴۳- نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = 2\cos x + \cos 2x$ روی بازه $(0, 2\pi)$ چگونه است؟

- (۱) دو نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم (۲) دو نقطه ماکزیمم و یک نقطه مینیمم (۳) یک نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم (۴) فاقد نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم

-۱۴۴- جهت تقری نمودار تابع $f(x) = \frac{1-8\sqrt{x}}{x}$ روی بازه $(0, a)$ رو به بالا است. بیشترین مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{9}$

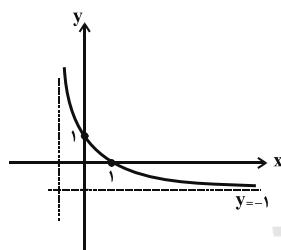
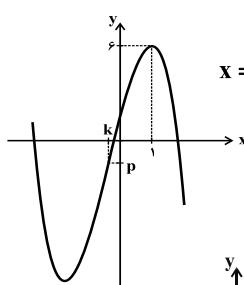
-۱۴۵- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & ; x < -1 \\ -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2} & ; x \geq -1 \end{cases}$ در نقطه عطف آن کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) صفر

-۱۴۶- A و B نقاط عطف نمودار تابع $y = \cos(2x)$ هستند. اگر خطوط مماس بر نمودار تابع در این نقاط یکدیگر را روی خط $y = k$ قطع کنند، مقدار k کدام است؟

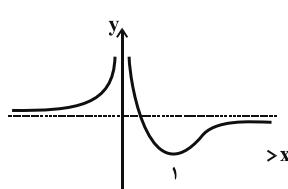
-۱۴۷- شکل روبرو مربوط به نمودار تابع $f(x) = -x^3 - 3x^2 + cx + d$ است. اگر خط مماس بر نمودار در $x = k$ از آن عبور کند، حاصل $p+k$ کدام است؟

- (۱) -10 (۲) -11 (۳) -12 (۴) -13



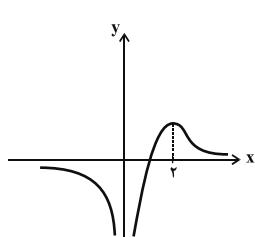
-۱۴۸- بخشی از نمودار تابع هموگرافیک f در شکل زیر رسم شده است. $f(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$



-۱۴۹- نمودار تابع f در شکل روبرو رسم شده است. ضابطه $y = f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{x^3 + 1}{x^3}$ (۲) $\frac{x^3 - 2x + 1}{x}$ (۳) $\frac{x^3 - 1}{x^2}$



-۱۵۰- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x^2+b}$ را نمایش می‌دهد. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 1 (۳) صفر (۴) -1

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندهسه ۳ (اختیاری): بردارها: صفحه های ۷۷ تا ۸۴

- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیر صفر و r عددی حقیقی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \quad (2)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \quad (4)$$

$$r\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times r\vec{b} \quad (3)$$

- حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار $(1, 2, -1)$, $(1, 2, 1)$, $(m, -2, 1)$ واحد مکعب است. مقادیر m کدام است؟

$$-6 \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$-8 \quad (2)$$

$$18 \quad (1)$$

- اگر $\vec{a} + \vec{b}$ باشد، مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

- اگر $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (3, 2, 1)$ باشند، طول تصویر قائم بردار \vec{a} روی بردار \vec{b} کدام است؟

$$\frac{5}{\sqrt{12}} \quad (2)$$

$$\frac{3}{\sqrt{12}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{12}} \quad (4)$$

$$\frac{4}{\sqrt{12}} \quad (3)$$

- اگر $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ باشند، تصویر قائم بردار $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})$ روی صفحه xy کدام است؟

$$(-3, 6, 0) \quad (2)$$

$$(3, 6, 0) \quad (1)$$

$$(3, -6, 0) \quad (4)$$

$$(-3, -6, 0) \quad (3)$$

- بردارهای $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (1, 1, -1)$ مفروض آند. کدام یک از بردارهای زیر، بر دو بردار $3\vec{a} - 2\vec{b}$ و $2\vec{a} + 5\vec{b}$ عمود است؟

$$(1, 1, 1) \quad (2)$$

$$(4, -3, 1) \quad (1)$$

$$(1, -1, 1) \quad (4)$$

$$(4, 3, -1) \quad (3)$$

- بردار $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ با کدام یک از بردارهای داده شده، زاویه بزرگ تری می سازد؟

$$(3, 0, 4) \quad (2)$$

$$(2, -7, -1) \quad (1)$$

$$(4, 1, 6) \quad (4)$$

$$(-2, 4, 1) \quad (3)$$

- اگر $|\vec{a}| = 6$ و دو بردار \vec{a} و \vec{b} با هم زاویه 150° بسانند، طول بردار $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}$ کدام است؟

$$54\sqrt{2} \quad (2)$$

$$108 \quad (1)$$

$$108\sqrt{3} \quad (4)$$

$$54 \quad (3)$$

- شکل مقابل مکعبی به ضلع ۲ است. حاصل $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ کدام است؟

$$-4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

$$-8 \quad (4)$$

$$-4\sqrt{2} \quad (3)$$

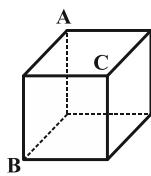
- مساحت مثلث ABC با سه رأس $C = (1, 2, 1)$, $B = (-1, 0, 4)$, $A = (2, 3, 1)$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$



محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گستته (اختیاری): ترکیبات (شمارش): صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴

۱۶۱- اگر یک دبیرستان دارای 337 دانش‌آموز باشد، آنگاه بیشترین مقدار n به‌گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n دانش‌آموز این دبیرستان در یک روز از هفته و یک ماه از سال متولد شده‌اند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۶۲- ۸۵ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۷ شاخه گل قرار گرفته است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۱۶۳- از مجموعه $A = \{2, 5, 8, \dots, 50\}$ که اعضای آن به صورت یک دنباله حسابی مرتب شده‌اند، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم در میان اعداد انتخاب شده، حداقل ۲ عدد وجود دارد که مجموع آنها برابر ۵۸ است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۶۴- اگر هر یک از یال‌های گراف کامل K_{11} را با استفاده از ۶ رنگ موجود رنگ آمیزی کنیم، آنگاه بیشترین مقدار n برای اینکه مطمئن باشیم حداقل n یال همنگ در این گراف وجود دارد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۶۵- نقطه داخل مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ وجود دارد. کدامیک از گزینه‌های زیر ممکن است نادرست باشد؟

- (۱) مربعی به طول ضلع ۱ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۲ نقطه باشد.

- (۲) مربعی به طول ضلع ۲ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۵ نقطه باشد.

- (۳) مستطیلی به طول اضلاع ۲ و ۴ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۱۰ نقطه باشد.

- (۴) مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۲ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۷ نقطه باشد.

۱۶۶- یک زیر مجموعه حداقل چند عضوی به دلخواه از مجموعه اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم که حداقل ۴ عضو از این زیر مجموعه دارای باقی‌مانده یکسان در تقسیم بر ۶ هستند؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۱۶۷- چند تابع غیرپوشای مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ وجود دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

۱۶۸- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد، که بر هیچ کدام از اعداد ۷ و ۱۱ بخش‌پذیر نباشند؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۷۰۱ (۳) ۷۰۲ (۴) ۷۰۳

۱۶۹- در یک کلاس با ۲۵ دانش‌آموز، ۱۶ نفر فوتبال و ۱۳ نفر والیبال بازی می‌کنند. اگر تعداد کسانی که هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند، دو برابر تعداد کسانی باشد که هیچ کدام از این دو رشته را بازی نمی‌کنند، آنگاه در این کلاس دقیقاً چند نفر فقط یکی از این دو رشته را بازی می‌کنند؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۱۷۰- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که نه مربع کامل باشند و نه مکعب کامل؟

- (۱) ۷۰۶ (۲) ۷۴۲ (۳) ۸۳۶ (۴) ۸۷۴

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): آشنایی با فیزیک اتمی / آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۵۶

- ۱۷۱- بسامد فوتون A، 25 eV درصد بیشتر از بسامد فوتون B و اندازه اختلاف طول موج آنها $15 \mu\text{m}$ است. اندازه اختلاف انرژی این دو فوتون چند الکترون‌ولت است؟ $(hc = 12 \times 10^{-7} \text{ eV.m})$

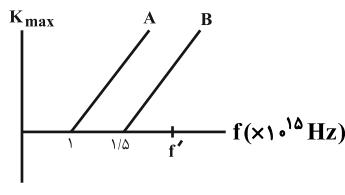
۰/۶ (۲)

۰/۴ (۱)

۱/۸ (۴)

۱/۶ (۳)

- ۱۷۲- در شکل زیر، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی در آزمایش فوتوالکتریک بر حسب بسامد موج فرویدی برای دو فلز A و B رسم شده است. اگر به هر دو فلز فوتونی با بسامد f' بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز A چند الکترون‌ولت از بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز B بیشتر است؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s})$



۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۱۷۳- اندازه اختلاف کوتاه‌ترین طول موج گسیلی خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشتة پاشن ($n' = 3$) با بلندترین طول موج گسیلی خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشتة لیمان ($n' = 1$)، چند نانومتر است؟ $(R = 0.1 \text{ nm}^{-1})$

 $\frac{400}{3}$ (۲)

۹۰۰ (۱)

۷۰۰ (۴)

 $\frac{2300}{3}$ (۳)

- ۱۷۴- اگر در اتم هیدروژن اختلاف انرژی دو تراز به صورت $\Delta E(n_U \rightarrow n_L) = E_U - E_L$ تعریف شود، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

$$\Delta E(3 \rightarrow 2) = \Delta E(5 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 3) \quad (1)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) \quad (2)$$

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 3) = \Delta E(3 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 4) \quad (3)$$

$$\Delta E(6 \rightarrow 2) = \Delta E(6 \rightarrow 1) + \Delta E(2 \rightarrow 1) \quad (4)$$

- ۱۷۵- با توجه به رابطه بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن، اندازه اختلاف انرژی الکترون در ترازهای 2 و 5 چند ریدبرگ است؟

۰/۲۹ (۴)

۰/۰۴ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۲۱ (۱)

محل انجام محاسبات

- ۱۷۶- در کدام یک از گزینه‌ها، دو عنصر نشان داده شده، ایزوتوپ یکدیگر هستند؟

$$^{14}_7 Y, ^{14}_6 X \quad (2)$$

$$^{36}_{18} Y, ^{35}_{18} X \quad (1)$$

$$^4_2 Y, ^3_1 X \quad (4)$$

$$^{37}_{18} Y, ^{31}_{22} X \quad (3)$$

- ۱۷۷- اگر هسته مادر $^{25}_{13} Al$ با گسیل یک پوزیترون واپاشی کند، هسته دختر دارای چند نوترون خواهد بود؟

$$12 \quad (2)$$

$$11 \quad (1)$$

$$13 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

- ۱۷۸- تعداد هسته‌های یکسانی از دو ماده پرتوزای A و B با نیمه عمرهای $(T_1)_B = 4/5h$ و $(T_1)_A = 1/5h$ در اختیار داریم. پس

از چند دقیقه نسبت تعداد هسته‌های پرتوزای فعال ماده A به ماده B برابر با $\frac{1}{16}$ خواهد شد؟

$$540 \quad (2)$$

$$900 \quad (1)$$

$$720 \quad (4)$$

$$600 \quad (3)$$

- ۱۷۹- ۲۴ گرم از ماده رادیواکتیوی با نیمه عمر ۱۳ سال وجود دارد. بعد از گذشت ۳ نیمه عمر، اگر تمامی جرم باقیمانده به انرژی

تبديل شود، انرژی آن معادل با چند کیلووات ساعت است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

$$6 \times 10^8 \quad (2)$$

$$6 \times 10^7 \quad (1)$$

$$7/5 \times 10^8 \quad (4)$$

$$7/5 \times 10^7 \quad (3)$$

- ۱۸۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند بیشتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

ب) در واکنش گداخت، دو هسته کم جرم، باید به قدر کافی به هم نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگه‌دارد.

پ) در هم‌جوشی هسته‌های دو ایزوتوپ هیدروژن، هسته هلیم و یک پروتون پرانرژی تولید می‌شود.

ت) در واکنش گداخت، دما باید بسیار بالا باشد تا هسته‌ها با انرژی جنبشی زیاد به هم برخورد کنند.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

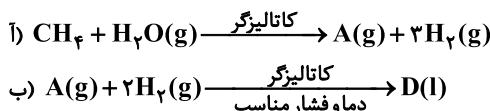
محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روش‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۲۱

۱۸۱- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه درست است؟



۱) تغییر عدد اکسایش کربن در واکنش (آ) برابر ۶ است.

۲) پایداری گاز A از پایداری گاز کربن دی‌اکسید کمتر است.

۳) گاز A در واکنش (ب) نقش کاهنده را دارد.

۴) نیروی غالب بین مولکولی در ترکیب D از نوع پیوند هیدروژنی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۱۸۲- کدام گزینه درست است؟

۱) از واکنش پارازایلن با محلول غلیظ پتانسیم پرمنگنات در دمای اتاق، ترفتالیک اسید با بازده نسبتاً خوب تولید می‌شود.

۲) با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب، می‌توان بازدهی تولید ترفتالیک اسید از پارازایلن را افزایش داد.

۳) اتیلن گلیکول را همانند ترفتالیک اسید می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۴) PET پلیمری است که برخلاف پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی دارد ولی می‌توان آن را بازیافت کرد.

۱۸۳- کدام گزینه درست است؟

۱) در روش مستقیم تولید متان از پتانسیم پرمنگنات به عنوان واکنش‌دهنده استفاده می‌شود.

۲) وجود کاتالیزگر در روش‌های مستقیم و غیرمستقیم تولید متان از متان، باعث افزایش بازده تبدیل متان به متانول شده است.

۳) متان گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد.

۴) از ویژگی پلاستیک‌ها، می‌توان به چگالی کم، نفوذناپذیری نسبت به آب و هوا و مقاومت در برابر خوردگی اشاره کرد.

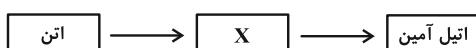
۱۸۴- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

• اتیلن استات و کلرواتان از جمله موادی هستند که به طور مستقیم از اتن تهیه می‌شوند و در فرمول شیمیابی آن‌ها به ترتیب ۱۴ و ۸ اتم وجود دارد.

• در شرایط مناسب، گاز اتن به طور مستقیم به اتانویک اسید قابل تبدیل است.

• با قرار دادن گاز اتن در فشار و دمای بالا، ترکیبی با جرم مولکولی بالا تولید می‌شود که برخلاف اتن، سیرشده است.

• با توجه به شکل زیر، از ترکیب X می‌توان برای ضدغوفونی کردن استفاده کرد.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸۵- همه گزینه‌های زیر نادرست‌اند؛ به جز

۱) افشارهای بی‌حس کننده موضعی را از واکنش گاز اتیلن با گاز کلر تهیه می‌کنند.

۲) PET یک پلی‌آمید است که از پلیمری شدن اتیلن گلیکول با ترفتالیک اسید به دست می‌آید.

۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ترفتالیک اسید برابر ۲+ است.

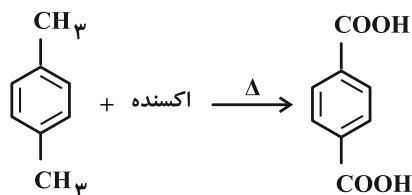
۴) فرمول اتیلن گلیکول به صورت $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ بوده و از اکسایش گاز اتن در اثر واکنش با محلول غلیظ پتانسیم پرمنگنات به دست می‌آید.

محل انجام محاسبات



۱۸۶- با توجه به واکنش زیر که مربوط به اکسایش پارازایلن در حضور پتاسیم پرمگنات است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$$(C=12, H=1, O=16 : g/mol^{-1})$$



(آ) در این واکنش یون پرمگنات (MnO_4^-) به منگنز (IV) اکسید تبدیل می‌شود و به ازای مصرف هر مول پتاسیم پرمگنات، عدد اکسایش منگنز ۳ واحد تغییر می‌کند.

(ب) با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می‌توان بازده این واکنش را بالا برد.

(پ) به ازای تولید $\frac{3}{2}$ گرم اسید دو عاملی در این واکنش، باید $\frac{1}{2}$ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله شود.

(ت) تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در ماده آلی تولید شده، دو واحد از تعداد اتم‌های هیدروژن آن بیشتر است.

(۱) فقط آ، ب

(۲) ب، پ، ت

(۳) آ، ب، ت

۱۸۷- کدام گزینه درست است؟

(۱) از اتانول به عنوان ضدغوفنی کننده استفاده می‌شود و در مقیاس صنعتی می‌توان آن را از واکنش گاز اتن با آب در حضور H_2SO_4 به عنوان کاتالیزگر تهیه کرد.

(۲) استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH را می‌توان به طور مستقیم از گاز اتن تهیه کرد.

(۳) از واکنش گاز کلرو و گاز اتن در شرایط مناسب ۱، ۲-دی‌کلرو اتان تهیه می‌شود که از آن به عنوان افشاره بی‌حس کننده استفاده می‌شود.

(۴) اتیل استات، حلal چسب بوده که از واکنش اتانوییک اسید و ساده‌ترین الکل به دست می‌آید.

۱۸۸- با توجه به الگوی تولید PET چند مورد از مطالب زیر صحیح می‌باشد؟ $(O=16, H=1, C=12 : g/mol^{-1})$

* در هر یک از تکپارهای شرکت کننده در واکنش دو گروه عاملی مشابه وجود دارد.

* در هر واحد تکرار شونده در بسپار PET، یک حلقه بنزن و چهار اتم اکسیژن وجود دارد.

* در هر واحد تکرار شونده PET، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

* $\frac{3}{2}$ گرم از یکی از تکپارها می‌تواند محلولی حاوی ۱۸ گرم NaOH را به طور کامل خنثی کند.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۹- پتاسیم پرمگنات ای است که محلول غلیظ آن در شرایط مناسب پارازایلن را با بازده به ترفتالیک اسید با فرمول مولکولی تبدیل می‌کند.

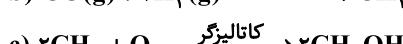
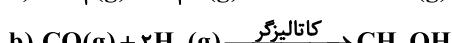
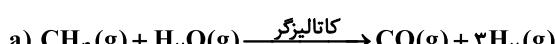
(۱) اکسنده - بالا - $C_6H_4(COOH)_2$

(۳) اکسنده - بالا - $C_8H_6O_4$

(۲) اکسنده - نسبتاً خوب - $C_8H_6O_4$

(۴) اکسنده - نسبتاً خوب - $C_8H_6O_4$

۱۹۰- بازده درصدی واکنش‌های a و b به ترتیب کدام گزینه می‌تواند باشد، تا بتوان طبق واکنش‌های زیر از واکنش O_2 در حضور کاتالیزگر (واکنش c) و با بازده ۹۰٪ تولید می‌شود؟ $(C=12, H=1 : g/mol^{-1})$



۶۵ - ۹۰ (۴)

۴۵ - ۷۰ (۳)

۳۰ - ۴۵ (۲)

۹۰ - ۵۰ (۱)



آزمون ۲ دی ۱۴۰۱

و فقرچه پیاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

نام درس	نام طراحان
حسابات ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-میلاد چشمی-عادل حسینی-سید حمزه‌لوی-طاهرداد استانی فرامرز سپهری-میلاد سجادی لاریجانی-علی شعبانی-علی شهرابی-عرفان صادقی-بیویان طهرانیان-کامیار علی‌بیون-وحیدون‌آبادی
هندسه	امیرحسین ابومحوب-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-سیدامیر سوده-محسن محمدکریمی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی
آمار و احتمال و ریاضیات گستره	امیرحسین ابومحوب-علی ایمانی محسن بهرام‌پور-رضاء توکلی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-امیرهوشگ خمسه مسعود درویشی-سوگند روشنی-علی‌ضا شیف خطيه-فرشاد صدقی‌فر-مهدي عزيزي-عزيز الله على اصغری-علی اکبر علیزاده مرتضی فهمی‌علوی-توفیق مجیدی-میلاد منصوری-تیلوف مهدوی-امیر وفاتی
فیزیک	خسرو ارغوانی-فر-حسن اسحاق‌زاده-محمد اسدی-بابک اسلامی-نصرالله افضل-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی امیرمهدي جعفری-ملیحه جعفری-محمدعلی راستی-پیمان بهنام رستمی-مهدي سلطانی-سعید طاهری بروجنی-حمدی عباسی عرفان عسکریان چابچان-علی قائمی-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلار-بهادر کامران-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سپهر مهرور علی نظری حامد نیسانی-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
شیمی	حامد اسماعیلی-شهرام امیرمحمدی-جعفر پازوکی-محمد رضا پور جاوید-علی جدی-احمدرضا جعفری‌بنزاد-مرتضی خوش‌کیش موسی خیاط علی‌محمدی-فرزاد رضایی-مرتضی رضائی زاده-محمد رضائی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-رضایا سلیمانی ساجد شیری-امیرحسین طبیبی‌سودکلایی-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی‌زاده-محمد پارسا فراهانی-محمد حسن محمدزاده مقدم رضای هترمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابات ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گستره	فیزیک	شیمی	گزینشگران
علی شهرابی	امیرحسین ابومحوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد		
مهدی ملارضانی علی سرآبادانی	علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی	حمد زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش	محمد حسن محمدزاده مقدم	
ویراستار استاد:	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	ویراستار استاد:	ویراستار استاد:	بازیمنی نهایی: امیرحسین عزیزی	
عادل حسینی	امیرحسین ابومحوب	امیرحسین ابومحوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلحی	سیمیه اسکندری	مسئول درس
مسئله اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	میلانی	سیمیه اسکندری		مسئله اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئل دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مسئول دفترچه: مازیار شیروانی مقدم
حروف‌نگار	میلان سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



(عادل هسین)

گزینه «۴»

حد این تابع در $\pm\infty$ زمانی یک عدد حقیقی می‌شود که درجه صورت کمتر از یا مساوی با درجه مخرج باشد. اگر کمتر باشد، حاصل حد صفر و اگر مساوی باشد حاصل یک عدد ناصل است.

حال در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:

(الف) درجه صورت و مخرج برابر باشند:

$$2n-1=3 \Rightarrow n=2 \Rightarrow f(x)=\frac{2x^3+5x^2-1}{2x^3-3x^2+1}$$

$$\Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3}{2x^3} = 1$$

ب) درجه مخرج بزرگ‌تر باشد:

$$2n-1 > n, 3 \Rightarrow n > 2$$

در این حالت $m=0$ است.

پس مجموع مقادیر m برابر ۱ است.

(حسابان - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(کامیار علیوون)

گزینه «۳»

$$\text{ابتدا باید حاصل } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} \text{ را حساب کنیم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پس حاصل حد با حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f \circ f \circ f)(x)]$ برابر است. در این حد نیز مرحله به مرحله پیش می‌رویم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

اما تابع از مقادیر کمتر از یک به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f \circ f \circ f(x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = [-\infty] = 2$$

(حسابان - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴ تا ۶۶)

(علی شهرابی)

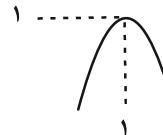
گزینه «۲»

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2x+2-1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1}$$

حسابان ۲

گزینه «۳»

نمودار سهمی در همسایگی $x=1$ به صورت زیر است:



پس در یک همسایگی $x=1$ ، مقادیر $f(x)$ کمتر از ۱ است و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f'(x)-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{(f(x)+1)(f(x)-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2(f(x)-1)} = \frac{2}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

گزینه «۴»

حد هر کدام از گزینه‌ها را حساب و بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|-2x|+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{|(-2)^-|+1}{1(1-1^+)} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|-2x|+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{|2^+|+1}{-1(1-1^+)} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|-2x|+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{|0^+|+1}{0^-(1-0^+)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|-2x|+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{|0^-|+1}{0^+(1-0^+)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(حسابان - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

گزینه «۱»

حدود چپ و راست در $x=1$ هر دو برابر $-\infty$ است. پس $x=1$ باید

ریشه مضاعف مخرج باشد. ریشه دیگر مخرج را c در نظر می‌گیریم و داریم:

$$x^3 + ax + b = (x-1)^2(x-c) = (x^2 - 2x + 1)(x-c)$$

$$\Rightarrow x^3 + ax + b = x^3 - (c+2)x^2 + (2c+1)x - c$$

$$\Rightarrow c+2=0 \Rightarrow c=-2 \Rightarrow \begin{cases} a=2c+1=-3 \\ b=-c=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a+b=-7$$

(حسابان - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)



$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{(x-2)(x-1)-(x-2)^2}{(x-1)^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{2x-2}{(x-1)^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 7x}{2x^2 - 4x + 2} = \frac{3}{2}$$

(مسابقات - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

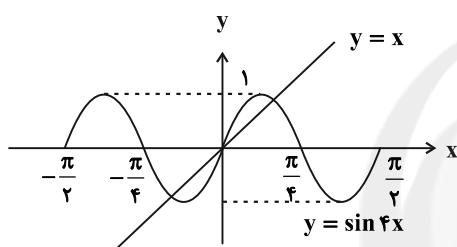
(علی شهرابی)

گزینه ۴

حد تابع در $+∞$ برابر صفر است، پس خط $y = 0$ تنها مجانب افقی f است.

ریشه های مخرج از حل معادله $x - \sin 4x = 0$ یا $\sin 4x = x$ بدست

می آیند. از روش هندسی کمک می گیریم:



دو نمودار در سه نقطه متقاطع اند، یعنی معادله $x - \sin 4x = 0$ سه جواب و نمودار تابع سه مجانب قائم دارد. پس در کل $4+1=5$ مجانب دارد.

(مسابقات - صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

(علی شهرابی)

گزینه ۳

حد تابع f در $+∞$ و $-∞$ را حساب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3x+1|-x}{x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-x}{x+4} = \frac{2x}{x+4} \xrightarrow{\text{تجانب افقی}} y = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x+1|-x}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x-x}{x+4} = \frac{-4x}{x+4} \xrightarrow{\text{تجانب افقی}} y = -4$$

$= 6$ فاصله مجانبها

ریشه های مخرج تابع g هم، مجانب های قائم g هستند.

$$2x^2 - 8x + a = 0$$

فاصله مجانبها همان اختلاف ریشه ها است که باید برابر ۶ باشد، پس:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 6 \Rightarrow \frac{\sqrt{64-8a}}{2} = 6 \Rightarrow 64 - 8a = 144 \Rightarrow a = -10$$

(مسابقات - صفحه های ۵۵ و ۵۷)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - \frac{1}{x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - \frac{1}{+\infty}) = 2 - 0^+ = 2^-$$

حد $f(x)$ در $+∞$ برابر ۲ است، ولی تابع از مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می شود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2^-}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)^+ = -\infty$$

(مسابقات - صفحه های ۴۹ تا ۵۲ و ۶۱ تا ۶۴)

(مینم همزه لوبی)

گزینه ۴

ابتدا مخرج تابع را گویا می کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(ax-\delta) \times (\sqrt{4x^2 + \delta} + 3x)}{(\sqrt{4x^2 + \delta} - 3x)(\sqrt{4x^2 + \delta} + 3x)} \\ &= \frac{(ax-\delta)(\sqrt{4x^2 + \delta} + 3x)}{\delta - 9x^2} \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(ax-\delta)(\sqrt{4x^2 + \delta} + 3x)}{\delta - 9x^2} \\ &= \frac{6(a-\delta)}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

پس باید $a - \delta > 0$ و در نتیجه $\delta > a$ باشد.

حال سراغ محاسبه حد آخر می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax-\delta}{\sqrt{4x^2 + \delta} - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{|2x| - 3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{-5x} = -\frac{a}{5}$$

پس حاصل این حد در محدوده $(-\infty, -1)$ تغییر می کند.

(مسابقات - صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

(شاهین پروازی)

گزینه ۱

حد را در مزدوج عبارت داخل پرانتز ضرب و تقسیم می کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \frac{x-3}{x-1} \right) \times \frac{\left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} + \frac{x-3}{x-1} \right)}{\left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} + \frac{x-3}{x-1} \right)} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{x-2}{x-1} - \frac{(x-3)^2}{(x-1)^2} \right) \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{x-2}{x-1} - \frac{(x-3)^2}{(x-1)^2} \right)$$



$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 10 \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x + \left(\frac{5}{2}\right)^x = 4$$

$$\text{با تغییر متغیر } \left(\frac{2}{5}\right)^x = t \text{ داریم:}$$

$$t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_1} = 2 + \sqrt{3} \\ t_2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

با ضرب طرفین تساوی بالا داریم:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x_1} \left(\frac{2}{5}\right)^{x_2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_1+x_2} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 = \left(\frac{2}{5}\right)^0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

(مسابقات صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

(علی شهرابی)

- ۱۵ گزینه «۳»

ضابطه f را به کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2^x - 27}{2^x - 3} = \frac{(2^x)^3 - 3^3}{2^x - 3} = \frac{(2^x - 3)(4^x + 3(2^x) + 9)}{2^x - 3}$$

$$\xrightarrow{2^x \neq 3} f(x) = 2^x + 3(2^x) + 9$$

f تابعی اکیداً صعودی با دامنه $\mathbb{R} - \{\log_2 3\}$ است.

حد تابع در $-\infty$ و $+\infty$ سر و ته بازه برد f را می‌دهد:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

از طرفی اگر $3 = 2^x$ باشد، آن‌گاه خروجی f برابر است با:

$$(2^x)^3 + 3(2^x) + 9 = 3^3 + 3(3) + 9 = 27$$

$$R_f = (9, +\infty) - \{27\}$$

پس:

همان R_f است، پس $D_{f^{-1}}$ شامل ۱۰ عدد طبیعی نمی‌شود:

$$\{1, 2, \dots, 9, 27\}$$

(مسابقات صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

(امیرمحمد راقری نصرآبادی)

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۴»

$$\text{می‌دانیم، } \log_a b = \frac{1}{\log_b a}, \text{ پس داریم:}$$

$$\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \log_a^b + \log_b^a \quad (*)$$

از طرفی $b = \frac{1}{a}$ و $ab = 1$ است. پس داریم:

$$\log_a^b + \log_b^a = \log_a \frac{1}{a} + \log_{\frac{1}{a}} a = \log_a a^{-1} + \log_{a^{-1}} a$$

$$= -1 - 1 = -2$$

(مسابقات صفحه ۸۶)

۱۲- گزینه «۲»

با توجه به خط‌چین افقی رسم شده که معادله‌اش $y = -2$ است، نتیجه می‌گیریم $b = -2$ ، پس $-b = 2$ است.

تا اینجا ضابطه به صورت $f(x) = 2^{x+c} - 2$ شد.

تابع از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$\Rightarrow c - b = -1$$

پس ضابطه تابع $f(x) = 2^{x+1} - 2$ است و داریم:

$$f(c - b) = f(-1) = 2^{-1+1} - 2 = -1$$

(مسابقات صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

۱۳- گزینه «۴»

$$3^{2x-1} = (2^3)^{1-\frac{x}{3}} \Rightarrow 3^{2x-1} = 2^{3-x}$$

از طرفین تساوی بالا در مبنای ۳ لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow 2x - 1 = (3 - x) \log_3 2$$

با فرض $\log_3 2 = \frac{3}{5}$ داریم:

$$2x - 1 = \frac{9}{5} - \frac{3}{5}x \Rightarrow \frac{13}{5}x = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{13}$$

(مسابقات صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۴- گزینه «۱»

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

(ظاهر، اولستران)



$$\gamma + \log_{\frac{1}{\gamma}} b = T \Rightarrow \log_{\frac{1}{\gamma}} b = T - \gamma \Rightarrow b = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{T-\gamma} \Rightarrow \left(\frac{1}{\gamma}\right)^T = \frac{b}{\lambda}$$

حال بر اساس رابطه (*) داریم:

$$a^\gamma + b^\gamma = (\sqrt[3]{a}) \left(\frac{b}{\lambda}\right) = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{a^\gamma + b^\gamma}{ab} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\lambda}$$

(مساچان ا- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(علی شعبانی)

گزینه «۳»

ابتدا از طرفین معادله داده شده، در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم تا معادله

درجه دوم بسازیم:

$$x^\gamma - x = \log_{10}^A = \log \Delta \Rightarrow x^\gamma - x - \log \Delta = 0$$

در این معادله درجه دوم است، $p = \alpha\beta = -\log \Delta$ و $S = \alpha + \beta = 1$

پس داریم:

$$A = (\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = S + P = 1 - \log \Delta = \log 2$$

$$\text{حال با استفاده از ویژگی } a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a} \text{ حاصل } 10^0 A = 10^0 \text{ را حساب}$$

می‌کنیم:

$$10^0 A = 10^0 \log 2 = 2^{\log 10^0} = 2^0 = 1$$

(مساچان ا- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(مینم همزه‌لوی)

گزینه «۴»

ابتدا معادله را مرتب می‌کنیم؛ این را هم می‌دانیم که $x > 1$ است.

$$\sqrt{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\log_2 x} + 2 \log_2 x^{-\frac{1}{2}} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\log_2 x} - \log_2 x = 2$$

با تغییر متغیر $\sqrt[3]{\log_2 x} = T$ داریم:

$$3T - T^2 = 2 \Rightarrow T^2 - 3T + 2 = (T-1)(T-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = \sqrt[3]{\log_2 x_1} = 1 \Rightarrow \log_2 x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \\ T_2 = \sqrt[3]{\log_2 x_2} = 2 \Rightarrow \log_2 x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 16 \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های معادله برابر $x_1 + x_2 = 18$ است.

(مساچان ا- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(عادل مسین)

روش اول: $X = 1$ در دامنه تابع قرار ندارد، پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند، از طرفی $X = 2$ نیز باید در دامنه قرار داشته باشد، پس گزینه «۳» درست است.

روش دوم:

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x-2)\log(2x-1)}{\log x}}$$

برای هر سه عبارت جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

۰	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲
$x-2$	-	-	-	-
$\log(2x-1)$			-	+
$\log x$		-	-	+
عبارت		-	-	+

عبارت زیر را دیگال باید نامنفی باشد، پس با توجه به جدول بالا $D_f = [2, +\infty)$ است.

(مساچان ا- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(امیرمحمد راقری نصرآبادی)

از قوانین لگاریتم استفاده می‌کنیم تا پس از ساده کردن، a و b را به هم

ربط دهیم:

$$a = \log_2 42 = \log_2 2 \times 21 = \log_2 2 + \log_2 21 = 1 + \log_2 21$$

$$\Rightarrow \log_2 21 = a - 1$$

$$b = \log_{21} 3 = \log_2 3 \times \log_{21} 2 = \log_2 3 \times \left(\frac{1}{a-1}\right)$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = b(a-1) \Rightarrow \log_2 2 = \frac{1}{b(a-1)}$$

حال حاصل $\log_9 8$ را حساب می‌کنیم:

$$\log_9 8 = \log_2 8^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_2 8 = \frac{3}{3b(a-1)}$$

(مساچان ا- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(شاهین پروازی)

گزینه «۴»

$$\log_{\frac{1}{2}}(a^\gamma + b^\gamma) = \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2}} a = \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2}} b = T$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(a^\gamma + b^\gamma) = T \Rightarrow a^\gamma + b^\gamma = \left(\frac{1}{2}\right)^T = \frac{1}{2^T} \left(\frac{1}{2}\right)^T \quad (*)$$

$$\frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2}} a = T \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} a = T - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{2}\right)^{T-\frac{1}{2}} = 2^{T-\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{a}$$



$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow 2y - 6 = -x + 2$$

$$\Rightarrow x + 2y = 8$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه $(-2, 5)$ در معادله این خط صدق می‌کند.

(هنرسه ۳۰- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(فرزانه کاپانش)

گزینه «۳»

ابتدا مرکز و شعاع هر کدام از دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$C: x^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0$$

$$O(-1, -2), R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2 - 4(-k)} = \frac{1}{2}\sqrt{20 + 4k} = \sqrt{5+k}$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$$

$$O'(3, 1), R' = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 - 4(6)} = 1$$

طول خطالمرکزین دو دایره برابر است با:

$$OO' = \sqrt{(3+1)^2 + (1+2)^2} = 5$$

شرط مماس داخل بودن دو دایره عبارت است از:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 5 = |\sqrt{5+k} - 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5+k} - 1 = 5 \Rightarrow \sqrt{5+k} = 6 \Rightarrow 5+k = 36 \Rightarrow k = 31 \\ \sqrt{5+k} - 1 = -5 \Rightarrow \sqrt{5+k} = -4 \end{cases}$$

(هنرسه ۳۰- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(سوكند روشنی)

گزینه «۳»

تمام قطرهای دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، بنابراین ابتدا با انتخاب دو مقدار متفاوت برای پارامتر m مختصات مرکز دایره را پیدا می‌کنیم.

$$m = -1 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$$

$$m = 2 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین نقطه $(4, -2)$ مرکز دایره C است. شعاع این دایره برابر است با:

$$R = OA = \sqrt{(1-4)^2 + (2+2)^2} = 5$$

از طرفی $(0, 0)$ مرکز و R' شعاع دایره است، پس داریم:

$$d = OO' = \sqrt{(0-4)^2 + (0+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده $d < R - R'$ است، پس دو دایره متقاطع هستند.

(هنرسه ۳۰- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(فرزانه کاپانش)

گزینه «۴»

مرکز و شعاع دو دایره عبارتند از:

$$C: x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow O(0, 0), R = 4$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$$

$$O'(3, -4), R' = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 5$$

هندسه ۳

-۲۱ گزینه «۴»

(محمد فدراو)

معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ متعلق به یک دایره است، هرگاه

$a^2 + b^2 - 4c > 0$ باشد. با بررسی گزینه‌ها داریم:

گزینه «۱»:

$$a^2 + b^2 - 4c = 16 + 9 - 20 = 5 > 0$$

$$a = -5, b = 3, c = 8$$

گزینه «۲»:

$$a^2 + b^2 - 4c = 25 + 9 - 32 = 2 > 0$$

$$x^2 + y^2 + 3x - 2y + 3 = 0$$

گزینه «۳»:

$$a = 3, b = -2, c = 3$$

گزینه «۴»:

$$a^2 + b^2 - 4c = 9 + 4 - 12 = 1 > 0$$

$$x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y + 2 = 0$$

گزینه «۴»:

$$a = -\frac{3}{2}, b = 2, c = 2$$

$$a^2 + b^2 - 4c = \frac{9}{4} + 4 - 8 = -\frac{7}{4} < 0$$

بنابراین معادله گزینه «۴» به یک دایره تعلق ندارد.

(هنرسه ۳۰- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

-۲۲ گزینه «۱»

(امیرحسین ابومهرب) خط d و دایره C در صورتی یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند که فاصله مرکز دایره از خط، کوچکتر از شعاع دایره باشد.

$$C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$$

$$O(1, -1)$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 4(-3)} = \sqrt{5}$$

اگر فاصله نقطه O از خط d را با $d = x - 2y + m = 0$ نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|1-2(-1)+m|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|m+3|}{\sqrt{5}}$$

$$d < R \Rightarrow \frac{|m+3|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5} \Rightarrow |m+3| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < m+3 < 5 \Rightarrow -8 < m < 2$$

(هنرسه ۳۰- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

-۲۳ گزینه «۲»

(محمد فدراو) می‌دانیم شعاع گذرنده از نقطه تماس، بر خط مماس بر دایره در این نقطه عمود است، پس داریم:

$$O(1, 1) \Rightarrow m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2$$

اگر خط مماس را با d نمایش دهیم، آنگاه $m_d = -\frac{1}{2}$ و در نتیجه معادله

خط مماس به صورت زیر است:



(امیرمسین ابومهوب)

گزینه «۱»

ابتدا مرکز و شعاع دو دایره را تعیین می کنیم:

$$C : x^2 + y^2 + 14x + 2y + 49 = 0$$

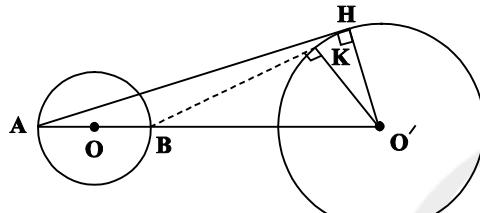
$$O(-7, -1), R = \frac{1}{2} \sqrt{14^2 + 2^2 - 4(49)} = 1$$

$$C' : x^2 + y^2 - 14x + 2y - 94 = 0$$

$$O'(7, -1), R' = \frac{1}{2} \sqrt{(-14)^2 + 2^2 - 4(-94)} = 12$$

طول خط المركزين دو دایره برابر است با:

$$OO' = |7 - (-7)| = 14$$

چون $OO' > R + R'$. پس دو دایره متاخرج هستند.

طبق شکل مماس‌های رسم شده از نقاط A و B به ترتیب، بلندترین و کوتاه‌ترین مماس‌هایی هستند که می‌توان از نقاط واقع بر دایره C بر دایره C' رسم کرد. داریم:

$$O'A = OO' + OA = 15$$

$$\Delta O'AH : AH^2 = O'A^2 - O'H^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

$$\Rightarrow AH = 9$$

$$O'B = OO' - OB = 13$$

$$\Delta O'BK : BK^2 = O'B^2 - O'K^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow BK = 5$$

پس اختلاف طول دو مماس برابر است با:

$$AH - BK = 9 - 5 = 4$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(مهندس امیرمسین ابومهوب)

گزینه «۳»

مرکز و شعاع دایرة C' : $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ به صورت زیر است:

$$O'(1, 1), R' = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 2^2 - 4(1)} = 1$$

چون دایرة C بر محور X ها مماس است، شعاع آن برابر قدر مطلق عرض مرکز دایره است، پس $R = 16$ و در نتیجه با توجه به اینکه دو دایره C و C' مماس بیرونی‌اند، داریم:

$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{(m-1)^2 + (16-1)^2} = 16 + 1$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 17^2 - 15^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 8 \Rightarrow m = 9 \\ m-1 = -8 \Rightarrow m = -7 \end{cases}$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

بنابراین دایرة C از دایرة C' کوچک‌تر است. برای پیدا کردن معادله و ترسیم دایره، معادلات دو دایره را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 - 16 = x^2 + y^2 - 6x + 8y \Rightarrow 6x - 8y - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4y - 8 = 0$$

فاصله نقطه (O, 0) از وتر مشترک برابر است با:

$$D = \frac{|3(0) - 4(0) - 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{8}{5}$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

گزینه «۴» (مهندس امیرمسین ابومهوب)

با فرض $a = 2m$ ، مرکز دایرة C به صورت $O(-1, -m)$ است. خطوط داده شده بر دایرة C مماس‌اند، پس فاصله مرکز دایره از این دو خط با هم برابر بوده و مساوی شعاع دایره است:

$$R = |-m - 1| = \frac{|3(-1) - 4(-m) - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5m + 5 = 4m - 5 \Rightarrow m = -10 \Rightarrow a = -20, R = 9 \\ 5m + 5 = 5 - 4m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow a = 0, R = 1 \end{cases}$$

در هر کدام از حالت‌ها، شعاع دایره را از روی معادله ضمنی دایره به دست می‌آوریم:

$$(1) : R = 9 = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + (-20)^2 - 4b}$$

$$\Rightarrow 404 - 4b = 18^2 = 324 \Rightarrow b = 40$$

$$(2) : R = 1 = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 0^2 - 4b}$$

$$\Rightarrow 4 - 4b = 2^2 = 4 \Rightarrow b = 0$$

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

گزینه «۴» (امیرمسین ابومهوب)

فرض کنید معادله دایرة محیطی مثلث OAB به صورت

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$O(0, 0) \Rightarrow 0 + 0 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$A(-2, 4) \Rightarrow 4 + 16 - 2a + 4b = 0 \Rightarrow a - 2b = 10$$

$$B(4, 2) \Rightarrow 16 + 4 + 4a + 2b = 0 \Rightarrow 2a + b = -10$$

$$\begin{cases} a - 2b = 10 \\ 2a + b = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \end{cases}$$

بنابراین معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ است. دایره را با محور y ها تلاقی می‌دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y^2 - 6y = 0 \Rightarrow y(y - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 6 \end{cases}$$

بنابراین طول وتر ایجاد شده برابر فاصله دو نقطه تلاقی دایره با محور y ها، یعنی برابر 6 است.

(هنرسه ۳-آشناي با مقاطع مفروطي: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)



از طرفی گراف ۳-منتظم مرتبه ۵ وجود ندارد پس فقط ۵ حالت انتخاب گراف ۳-منتظم مرتبه ۴ را خواهیم داشت.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۹)

(فرشاد صدیقه فر)

گزینه «۲» -۳۴

در گراف G داریم:

$$rp = 2q \rightarrow 6p = 2q \quad (*)$$

در گراف G' داریم:

$$r'p = 60$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{می دانیم } r+r'=p-1} 6 + r' = p - 1 \rightarrow r' = p - 7 \\ & \rightarrow (p - 7)p = 60 \Rightarrow p = 12 \xrightarrow{(*)} 72 = 2q \Rightarrow q = 36 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

(امیرحسین ابومهند)

گزینه «۱» -۳۵

مجموع درجات رأس های گراف \bar{G} زمانی بیشترین مقدار ممکن را دارد که مجموع درجات رأس های گراف G دارای کمترین مقدار ممکن باشد. برای این منظور لازم است که تعداد رأس های با درجه ۳، حداقل مقدار ممکن یعنی هفت رأس از گراف باشد.

اما در این حالت گراف فقط یک رأس فرد (از درجه ۷) خواهد داشت که امکان پذیر نیست (تعداد رأس های فرد گراف همسواره عددی زوج است). بنابراین لازم است یک رأس گراف از درجه ۳ و ۶ رأس دیگر از درجه

$\delta = 2$ باشند.

در این صورت داریم:

$$G = 7 + 3 + 6 \times 2 = 22$$

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{x2} 2q(G) + 2q(\bar{G})$$

$$= p(p-1)$$

$$\Rightarrow p(p-1) = \text{مجموع درجات گراف } \bar{G} + \text{مجموع درجات گراف } G$$

$$\Rightarrow \bar{G} = 8 \times 7 - 22 = 34$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

(نیاوفر مهروی)

گزینه «۳» -۳۶

$$pr = 2q \Rightarrow 16 \times 12 = 2q \Rightarrow q = 96$$

ریاضیات گسسته

(رضا توکلی)

-۳۱ - گزینه «۲»

دو یال زمانی مجاورند که در یک رأس مشترک باشند. اگر $ab \in E$ باشد.

یال ab با $\deg(a) + \deg(b) - 2$ یال مجاور است. پس:

$$\deg(a) + \deg(b) - 2 = 7 \xrightarrow{\deg(a)=5} \deg(b) = 4$$

بنابراین رأس b با چهار رأس مجاور است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۵ و ۳۶)

(سوکنده روشنی)

-۳۲ - گزینه «۴»

هنگامی که همسایگی بسته رأس ۷۲ برابر ۴ است، درجه این رأس ۳ می باشد. بنابراین ۳ یال به ۷۲ وصل شده است.

و باید ۱ یال دیگر را انتخاب کنیم زیرا $\sum_{v \in V} \deg(v)$ با مجموع درجات

گراف ۸ و در نتیجه تعداد یال های گراف ۴ خواهد بود.

$$2q = 8 \Rightarrow q = 4$$

$$\text{اگر رأس ۷۲ را کنار بگذاریم، ۴ رأس دیگر حداقل ۶} \xrightarrow{2} \text{یال می توانند داشته باشند که از میان آنها ۱ یال را انتخاب می کنیم.}$$

از طرفی ۳ یالی که از ۷۲ خارج می شوند می توانند به ۴ حالت به

۳ رأس دیگر وصل شوند.

$$\binom{4}{3} \times \binom{6}{1} = 24$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

(سوکنده روشنی)

-۳۳ - گزینه «۱»

حالاتی که حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف ۵۰ شود برابر

$$\begin{cases} p = 5 \\ q = 10 \end{cases} \text{ است که از این حالات} \xrightarrow{p \mid 1 \ 5 \ 0 \ 2 \ 2 \ 5 \ 5 \ 10} \text{ ۵۰} \text{ می شود.}$$

گراف همبند است و فقط گراف کامل مرتبه ۵ قابل قبول است.

برای زیر گراف ۳-منتظم باید ۴ رأس داشته باشیم و تعداد حالاتی که

$$\binom{5}{4} = 5 \text{ حالت است. رأس از این رؤوس انتخاب کنیم.}$$



مسیرهای موجود از رأس a به رأس c در گراف \bar{G} عبارتند از:

$$abc, adc, abdc, adbc, aedc, aedb$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

(سوالند روشنی)

گزینه ۲۹

اگر در گرافی به ازاء هر دو رأس دلخواه $N[x] = N[y]$ باشد و یا به عبارتی یال xy وجود داشته باشد یعنی گراف کامل است و خواهیم داشت:

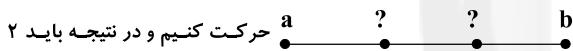
$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$p+q = 21 \Rightarrow p + \frac{p(p-1)}{2} = 21 \Rightarrow \frac{2p+p(p-1)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{p(p+1)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow p(p+1) = 42 \Rightarrow p = 6$$

برای مسیر به طول ۳ در گراف کامل مرتبه ۶ باید به صورت



رأس از ۴ رأس را انتخاب کنیم و این دو رأس ! جایه جایی دارند.

$$\binom{4}{2} \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

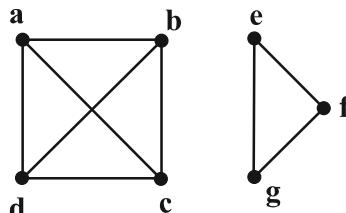
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ و ۳۸)

(امیرحسین ابومهوب)

گزینه ۴۰

با توجه به مینیمم درجه در گراف G . این گراف باید از دو بخش که به ترتیب ۳ و ۴ رأس دارند، تشکیل شده باشد. این گراف در صورتی دارای بیشترین تعداد دور به طول ۳ است که شامل یک گراف K_3 و یک گراف

K_4 باشد. در این صورت مطابق شکل دورهای به طول ۳ عبارتند از:



$$abca, abda, acda, bedb, efge$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

برای آن که گراف ۱۲ منتظم از مرتبه ۱۶ با برداشتن حداقل تعداد یال ناهمبند شود کافی است یک رأس گراف را تنها کنیم یعنی از یک رأس همه ۱۲ یال را برداریم پس $a = 12$ است.

همچنین b برابر $81 - 15 = 66$ است زیرا گراف مرتبه ۱۶ حداقل ۱۵ یال لازم دارد تا همبند باشد.

حال مرتبه گراف ۱۲ منتظم با اندازه $150 - 12 = 138 = 2 \times 81$ برابر است با:

$$12 \times p = 2 \times 138 \rightarrow p = 25$$

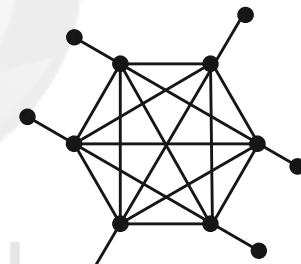
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ و ۳۶)

(ممدن بهرام)

گزینه ۴۱

می دانیم در گرافی با ۶ رأس حداقل $\binom{6}{2} = 15$ یال وجود دارد. برای

اینکه گرافی از مرتبه ۱۲ با ۲۱ یال بسازیم که دقیقاً ۶ رأس از درجه ۱ دارد کافی است به هر رأس گراف کامل مرتبه ۶، یک یال متصل کنیم و تعداد دور به طول ۴ برابر است با:



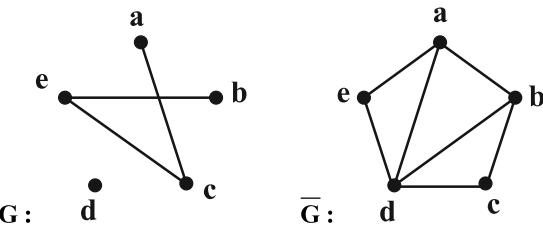
$$\binom{6}{4} \times 4! = 15 \times 4 = 45$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۸)

(امیرحسین ابومهوب)

گزینه ۴۲

با توجه به مجموعه همسایگی باز رئوس a, b, c و d و مجاور بودن دو رأس c و e . گراف G و مکمل آن به صورت زیر هستند:





احتمال برند شدن افراد A، B و C به ترتیب x^2 ، $1-x$ و $\frac{x}{2}$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow x^2 + (1-x) + \frac{x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2}{2} - x = 0 \Rightarrow x\left(\frac{3x}{2} - 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$P(A) = x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow P(A') - P(A) = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۵۹)

(امیرحسین ابومهیوب)

«۴۵- گزینه»

اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه A و B' نیز مستقل از یکدیگرند و در نتیجه داریم:

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow 0/9 = P(A) \underbrace{(1 - P(B'))}_{P(B)} + P(B')$$

$$\Rightarrow 0/9 = P(A \cap B) + P(B') \Rightarrow P(B') = 0/8 \Rightarrow P(B) = 0/2$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow 0/1 = P(A) \times 0/2$$

$$\Rightarrow P(A) = 0/5$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/5 - 0/1 = 0/4$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(سکندر روشن)

«۴۶- گزینه»

تعداد حالت‌های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با:

$$n(S) = \frac{4!}{2} = 360$$

تعداد حالت‌هایی که در آن‌ها حداقل یک کتاب بین ریاضی و فیزیک قرار داشته باشد، برابر است با کل حالت‌ها منهای حالت‌هایی که کتاب ریاضی بلافاصله بعد از کتاب فیزیک باشد که در این شرایط، دو کتاب به صورت یک بسته در نظر گرفته می‌شوند.

ریاضی فیزیک



$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$n(A) = 360 - 120 = 240$$

آمار و احتمال

«۴۱- گزینه»

اگر پیشامد همنگ نبودن دو مهره خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، آنگاه پیشامد A' (مستتم پیشامد A) آن است که دو مهره خارج شده همنگ باشند. احتمال پیشامد A' برابر است با:

$$P(A') = \frac{\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}}{6} + \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{5}}{6} = \frac{6}{30} + \frac{2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

دو مهره‌آبی دو مهره‌قرمز

بنابراین احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۵۹)

«۴۲- گزینه»

احتمال فضای نمونه برابر یک است، پس با توجه به فرض سؤال داریم:

$$P(\{a, d\}) = 3P(a) \Rightarrow P(a) + P(d) = 3P(a)$$

$$\Rightarrow P(d) = 2P(a)$$

$$3P(a) = \frac{3}{4} P(\{a, b, c\}) \Rightarrow P(\{a, b, c\}) = 4P(a)$$

$$P(\{a, b, c\}) + P(d) = 1 \Rightarrow 4P(a) + 2P(a) = 1$$

$$\Rightarrow 6P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۵۹)

«۴۳- گزینه»

اگر پیشامد A سیاه بودن مهره سوم و پیشامدهای B_۱ و B_۲ به ترتیب سفید بودن و سیاه بودن دو مهره اول باشند، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \times \frac{4}{5} + \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{35}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

«۴۴- گزینه»

احتمال برند شدن فرد B را برابر x در نظر می‌گیریم. در این صورت



$$\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)} = \frac{P(A|B')}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(نیلوفر مهدوی)

«۴۹ گزینه»

در فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, \dots, 700\}$ ، پیشامدهای A, B, C را به ترتیب بخش پذیری بر ۷، ۲ و ۵ در نظر می‌گیریم. هدف یافتن تعداد اعضاي مجموعه $A - (B \cup C)$ است.

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} P[A - (B \cup C)] &= P(A) - P[A \cap (B \cup C)] \\ &= P(A) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)] \\ &= P(A) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)) \\ &= \left[\frac{700}{7} \right] - \left(\left[\frac{700}{14} \right] + \left[\frac{700}{35} \right] - \left[\frac{700}{70} \right] \right) \\ &= \frac{100}{700} - \left(\frac{50}{700} + \frac{20}{700} - \frac{10}{700} \right) = \frac{40}{700} = \frac{2}{35} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(علی‌اکبر علیزاده)

«۵۰ گزینه»

در بین ۷ مهره موجود در کيسه سوم، ۳ مهره از ابتدا به کيسه اول، ۲ مهره از ابتدا به کيسه دوم و ۲ مهره از ابتدا به کيسه سوم تعلق داشته‌اند. پس طبق نمودار درختی زیر و قانون احتمال کل، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از این کيسه برابر است با:

$$\begin{cases} \text{کيسه اول} \Rightarrow \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} \frac{3}{8} \\ \text{کيسه دوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 0 \\ \text{کيسه سوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 1 \end{cases}$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \times 0 + \frac{2}{7} \times 1 = \frac{9}{56} + \frac{2}{56} = \frac{25}{56}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{سفید} | \text{کيسه سوم}) = \frac{\frac{2}{7} \times 1}{\frac{25}{56}} = \frac{16}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳)

$$P(A) = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(خرزانه گلپاش)

«۴۷ گزینه»

$$P(A - B) - P(B - A) = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow (P(A) - P(A \cap B)) - (P(B) - P(A \cap B)) = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow P(A) - P(B) = \frac{4}{15}$$

$$P(A' \cup B') - P(A \cup B) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow (1 - P(A \cap B)) - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{4}{5}$$

$$\begin{cases} P(A) + P(B) = \frac{4}{5} \\ P(A) - P(B) = \frac{4}{15} \end{cases}$$

$$2P(A) = \frac{4}{5} + \frac{4}{15} = \frac{16}{15} \Rightarrow P(A) = \frac{8}{15}$$

$$P(B) = \frac{4}{5} - \frac{8}{15} = \frac{4}{15} \quad (2)$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{15}} = 2$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(نیلوفر مهدوی)

«۴۸ گزینه»

با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B')}$$

$$= \frac{P(A) - P(B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{5}{24}}{\frac{7}{8}} = \frac{5}{42} = \frac{2}{9}$$



$$P = \frac{25}{26} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{26}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرين؛ صفحه ۱۱۶)

(اميرحسين ابومهوب)

۵۸- گزینه «۱»

ميانگين اعداد صحيح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی ميانگين اعداد انتخاب شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4+5+11+14+18+20}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر ميانگين به صورت زیر است:

$$\frac{N}{2} = 12 \Rightarrow N = 24$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرين ۲؛ صفحه ۱۲۵)

(نيلوفر مهدوي)

۵۹- گزینه «۴»

اگر نمونه‌اي تصادفي به اندازه n در اختصار داشته باشيم، سا اطمینان بيش از ۹۵ درصد مي توانيم بگويم:

$$\begin{aligned} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \\ \left. \begin{aligned} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 37 \\ \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 43 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 6 \\ \Rightarrow \sigma_x^- = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{4} = 1/5 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(مدرس فقیم‌علوی)

۶۰- گزینه «۳»

ميانگين جامعه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+8}{8} = 4/5$$

بنابراین اگر يك نمونه ۶ تا ي ميانگين را دقیق برآورد کند، باید ميانگين

نمونه برابر $4/5$ باشد، در اين صورت مجموع اعضای اين نمونه برابر است با:

$$6 \times 4/5 = 24$$

و با توجه به اينکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر سا

$36 = 1+2+\dots+8$ است، می توان نتيجه گرفت که مجموع دو عضوی که

در نمونه نمی باشند برابر با ۹ است. بنابراین اين دو عضو حالت زير را دارند:

$$\{1,8\}, \{2,7\}, \{3,6\}, \{4,5\}$$

$$\text{تعداد کل نمونه‌هاي } 6 \text{ تا ي برابر است با: } \binom{8}{6} = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

بنابراین احتمال اينکه يك نمونه ۶ تا ي ميانگين جامعه را دقیق برآورد کند،

$$P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

برابر است با:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

آمار و احتمال - اختباری

(اميرحسين ابومهوب)

برابری اندازه طبقات از ويژگی‌های نمونه‌گيري سیستماتیک است. در نمونه‌گيري طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر طبقه، يك نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

«۴- گزینه

میزان رضایت از شغل به صورت کم، متوسط و زیاد، دسته‌بندی می‌شود و متغیر کیفی ترتیبی است. تعداد فرزندان يك خانواده، متغیر کمی گستته، جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی و میزان دمای هوا، متغیر کمی پیوسته است.

(علی ایمانی)

انتخاب نفرات اول تا سوم ممتاز هر کلاس، پدیده‌ای تصادفی و احتمالی نیست و این افراد با توجه به نمرات، کاملاً معین هستند، پس نمونه‌گيري غیراحتمالی است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

«۲- گزینه

میزان رضایت از شغل به صورت کم، متوسط و زیاد، دسته‌بندی می‌شود و متغیر کیفی ترتیبی است. تعداد فرزندان يك خانواده، متغیر کمی گستته، جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی و میزان دمای هوا، متغیر کمی پیوسته است.

(ریاضی ا - آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۶۰)

«۴- گزینه

انتخاب نفرات اول تا سوم ممتاز هر کلاس، پدیده‌ای تصادفی و احتمالی نیست و این افراد با توجه به نمرات، کاملاً معین هستند، پس نمونه‌گيري غیراحتمالی است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

«۳- گزینه

چون دو قسمت از ده قسمت به طور کامل انتخاب شده است، پس نمونه‌گيري خوش‌های صورت گرفته است. اگر اندازه نمونه را با n و اندازه جامعه را با N نمایش دهیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

«۴- گزینه

اگر يك روش نمونه‌گيري از نمونه‌گيري ايده‌آل فاصله بگيرد و به سمتی خاص انحراف پيدا کند، آن روش نمونه‌گيري اريب است. بنابراین آمارشناسان تلاش می کنند تا با شناسابی متتابع تولید اريبي، نمونه‌گيري ها را تا جایي که مي توانند ناريش کنند و در واقع نمونه‌گيري ناريش، ارزش بالايي برای بررسی يك جامعه دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

«۲- گزینه

ميانگين اين نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر n ميانگين جامعه و S و n به ترتيب انحراف معیار و اندازه نمونه باشند، آن گاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1/5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2,4]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

«۱- گزینه

چون ۴ نفر تاکتون انتخاب شده‌اند، پس ۲۶ نفر باقی مانده است. حال فرد موردنظر در انتخاب پنجم باید برگزیده شود و سپس در انتخاب ششم باید به عنوان عضو نمونه انتخاب گردد، پس احتمال موردنظر برابر است با:



(مسعود قره‌قانی)

«۶۳- گزینه ۳»

با توجه به رابطه اندازه شتاب مرکزگرا، داریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌برداریم:

$$1) \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \quad \times$$

$$2) \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = 4 \times 2 = 8 \quad \times$$

$$3) \frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 = \frac{1}{4} \times (2)^2 = 2$$

$$4) \frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 = 2 \times 2^2 = 8 \quad \times$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایرہ‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

(عرفان عسکریان چاچوان)

«۶۴- گزینه ۱»

در این سؤال، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایرہ‌ای سکه به همراه دیسک توسط نیروی اصطکاک ایستایی تامین می‌شود. چون کمترین دوره چرخش دیسک مورد سؤال است، اصطکاک ایستایی بیشینه خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایرہ‌ای یکنواخت، داریم:

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_{s,max} = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2} \Rightarrow \mu_s F_N = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2}$$

$$\Rightarrow \mu_s mg = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2} \Rightarrow T_{min} = \frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}$$

$$\frac{r=5cm}{\mu_s=0.5} \Rightarrow T_{min} = \frac{4\pi^2 \times 0 / 0.5}{0 / 5 \times 10} \Rightarrow T_{min} = \frac{\pi}{5} s$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایرہ‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

(حسین مفدومنی)

«۶۵- گزینه ۴»

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره برای حرکت دایرہ‌ای یکنواخت آن توسط نیروی گرانشی تامین می‌شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایرہ‌ای یکنواخت داریم:

$$F_e = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

(بابک اسلامی)

«۶۱- گزینه ۲»

با استفاده از تعریف انرژی جنبشی بر حسب تکانه، داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{2m} \quad \frac{p_2 = (p_1 + \epsilon)}{s} \rightarrow$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{(p_1 + \epsilon)^2 - p_1^2}{2m}$$

$$\Rightarrow 21 = \frac{12p_1 + 2\epsilon}{2 \times 2} \Rightarrow p_1 = \frac{4 \text{ kg.m}}{\text{s}}$$

$$p_2 = 10 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{10}{4} = 2.5$$

بنابراین:

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایرہ‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

(امیر محمدی پهلوی)

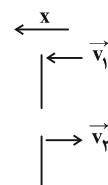
«۶۲- گزینه ۱»

$$F_{av} \Delta t = |\vec{\Delta p}| = \text{مساحت زیر نمودار نیرو - زمان}$$

اندازه تغییرات بردار تکانه توپ برابر است با:

$$|\vec{\Delta p}| = F_{av} \Delta t \Rightarrow m |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 300 \times (5-1) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 0.3 |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 1/2 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \Rightarrow |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = \frac{4}{3} \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

جسم با سرعت \vec{v}_1 به دیوار برخورد می‌کند و با سرعت \vec{v}_2 از دیوار جدامی‌شود. پس بنابراین داریم: $|\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = v_1 + v_2$ 

در نتیجه:

$$v_1 + v_2 = 4 \frac{m}{s} \rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایرہ‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)



می‌دهد، بنابراین بسامد آن $f = \frac{N}{t} = \frac{۳}{۶} = ۰.۵ \text{ Hz}$ است. در نتیجه

داریم:

$$E = ۲\pi^۲ m A^۲ f^۲ \Rightarrow m = \frac{E}{۲\pi^۲ A^۲ f^۲} = \frac{۳/۶ \times ۱۰^{-۳}}{۲ \times ۱۰ \times (۰.۵)^۲ \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲}$$

$$\Rightarrow m = ۰.۲ \text{ kg} = ۲۰ \text{ g}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(مسئلہ و اثیر)

«۶۹- گزینہ»

$$\begin{cases} \Delta t = ۴/۱ - ۲/۱ = ۲s \\ T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۰.۲\Delta} = ۴s \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۲}$$

در مدت زمان $\frac{T}{۲}$ نوسانگر مسافت $2A$ را می‌پیماید:

$$2A = ۴ \cdot cm \Rightarrow A = ۲ \cdot cm = ۰.۲m$$

$$\omega = ۲\pi f = ۲\pi \times (۰.۲\Delta) = ۰.۵\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E = \frac{۱}{۲} m A^۲ \omega^۲ = \frac{۱}{۲} (۰.۲)(۰.۲)^۲ (۰.۵\pi)^۲ = ۱۰mJ$$

$$K = \frac{۱}{۲} mv^۲ = \frac{۱}{۲} (۰.۲)(۲\pi \times ۱۰^{-۲})^۲ = ۰.۴mJ$$

$$U = E - K = ۱۰ - ۰.۴ = ۹.۶mJ$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(دانشمند ویس)

«۷۰- گزینہ»

می‌دانیم تعداد نوسان‌ها از رابطه $n = \frac{t}{T}$ به دست می‌آید و دوره تناوب

$$\text{آویگ ساده کم‌دامنه طبق رابطه } T = ۲\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ محاسبه می‌شود. چون}$$

آویگ B طول بیشتری دارد، پس $T_B > T_A$ است و در نتیجه:

$$n_A > n_B \Rightarrow n_A - n_B = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = ۱ \Rightarrow t \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) = ۱ \Rightarrow t = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{r}{r'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{R_e + h}{R_e + h'}} = \sqrt{\frac{R_e + R_e}{R_e + ۳R_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{۲}{۴}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایرہ‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

(مسئلہ مفروض)

«۶۶- گزینہ»

با استفاده از رابطه بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر، داریم:

$$f = \frac{۱}{۲\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{k_B}{k_A}} \times \sqrt{\frac{m_A}{m_B}}$$

$$\frac{k_B = ۴k_A}{f_B = ۲f_A} \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۹}{۴} = ۲.۲5$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(علیٰ نظری)

«۶۷- گزینہ»

ابتدا با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت نوسانگر ساده داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳} = ۴ \times ۱۰^{-۲} \cos \left(\frac{\pi}{۳} \times \omega \right)$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{\pi}{۳} \times \omega \right) = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۳} \omega = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \omega = ۱.۰ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

از طرفی داریم:

$$F_{\max} = ma_{\max} = m(A\omega^۲)$$

$$\Rightarrow F_{\max} = ۰.۱ \times (۴ \times ۱۰^{-۲}) \times (۱.۰^۲) = ۰.۴N$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(سعید طاهری بردوین)

«۶۸- گزینه»

پاره خطی که نوسانگر طی می‌کند از $-A$ تا $+A$ است. پس طولش دو

برابر دامنه نوسان است و در نتیجه دامنه نوسان $6cm$ است. چون در هر

دقیقه ۶ بار طول پاره خط را طی می‌کند، در هر دقیقه ۳۶ نوسان کامل انجام



$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0 \\ \Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow T_f > T_i$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

(فادر نیسان)

«۳» ۷۴ - گزینه

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_1 = 0 \quad (\text{هم دما}) \\ \Delta U_2 = W_2 \quad (\text{بی درو}) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\text{طبق گفته مسئله}} \Delta U_1 + 100 = \Delta U_2 \\ &\xrightarrow{(1),(2)} 0 + 100 = W_2 \Rightarrow W_2 = 100\text{J} \end{aligned}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

(مسعود قره‌قانز)

«۴» ۷۵ - گزینه

برای محاسبه دمای گازهای کامل با استفاده از معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \\ \Rightarrow T_B = \frac{2/5 \times 1.0^5 \times 8 \times 10^{-3}}{0.25 \times 8} = 1000\text{K}$$

$$P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow T_C = T_A \\ \Rightarrow T_C = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{2/5 \times 1.0^5 \times 4 \times 10^{-3}}{0.25 \times 8} = 500\text{K}$$

$$\theta_C = T_C - 273 = 500 - 273 = 227^\circ\text{C}$$

$$\theta_B = T_B - 273 = 1000 - 273 = 727^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

(ملیمه پغدری)

«۳» ۷۶ - گزینه

طبق متن کتاب درسی، زمانی که بخار آب از دیگر بخار وارد استوانه می‌شود، منبسط شده و فشار آن کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه ۱۳۵)

فیزیک ۱

۷۱ - گزینه «۴»

(بجایر کامران)

کاری که محیط بر روی گاز (دستگاه) انجام می‌دهد، در هنگام تراکم، مثبت و در هنگام انبساط، منفی است و هنگامی که حجم ثابت باشد صفر است دقت کنید در این سؤال محور قائم نشان دهنده حجم گاز می‌باشد.

$A \rightarrow B$: حجم ثابت است: $W_{AB} = 0$

$B \rightarrow C$: حجم زیاد می‌شود: $W_{BC} < 0$

$C \rightarrow D$: حجم زیاد می‌شود: $W_{CD} < 0$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۷۲ - گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

با توجه به اینکه $T_A = T_C$ می‌باشد لذا $P_A V_A = P_C V_C$ و در نتیجه $\Delta U_{ABC} = 0$ می‌باشد.

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \\ \Rightarrow Q_{ABC} = -W_{ABC} \Rightarrow \left| \frac{W_{ABC}}{Q_{ABC}} \right| = 1$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۷۳ - گزینه «۲»

(محمدعلی راست پیمان)

در فرایند بی درو بین دستگاه و محیط گرمایی مبادله نمی‌شود، یعنی: $Q = 0$ طبق قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = W + Q$ است، پس $\Delta U = W$ بوده و چون در تراکم $W > 0$ است، پس $\Delta U > 0$ و دمای گاز افزایش می‌یابد.



منبع با دمای پایین به منبع با دمای بالا برود و همواره $W \neq 0$ است.

بنابراین با این توضیحات گزینه «۴» صحیح است.

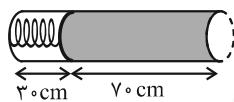
(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۸)

(سپور مفرور)

«۴. گزینه «۴»

در ابتدا طول هر قسمت ۵۰ cm است. با برداشتن گیره، فتر ۲۰ cm فشرده

شده و طول سمت راست به ۷۰ cm می‌رسد.



$$V = A \times L = 50 \text{ cm}^2 \times 70 \text{ cm} = 3500 \text{ cm}^3 = 35 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

تعداد مول‌های گاز آرمانی اکسیژن موجود در استوانه برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{16}{32} = 0.5 \text{ mol}$$

طبق معادله حالت گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 35 \times 10^{-4} = 0.5 \times 8 \times (273 + 77)$$

$$\Rightarrow P = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

حال نیرویی را که گاز به پیستون وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$F = P \times A = 4 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 2 \times 10^3 \text{ N}$$

با توجه به قانون هوک داریم:

$$F = kx \Rightarrow 2 \times 10^3 = k \times 2 \times 10^{-1} \Rightarrow k = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

(بابک اسلامی)

-۷۷ گزینه «۲»

نسبت بیشترین حجم گاز به کمترین حجم آن در چرخه یک ماشین گرمایی،

نسبت تراکم نامیده می‌شود. بنابراین:

$$r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V}{\frac{V}{3}} = 6$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

(بابک اسلامی)

-۷۸ گزینه «۱»

در هر دقیقه ماشین گرمایی ۹۰ چرخه را طی می‌کند و $21/6 \text{ kJ}$ گرمایی از

منبع دما بالا دریافت می‌کند. بنابراین گرمایی دریافتی در هر چرخه برابر

است با:

$$Q_H = \frac{21/6 \times 10^3}{90} = 240 \text{ J}$$

حال با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{156}{240} \Rightarrow \eta = 0.35 \Rightarrow \eta = 35\%$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

(بابک اسلامی)

-۷۹ گزینه «۴»

در چرخه یک یخچال، با انجام کار W ، گرمای Q_L از منبع دماپایین

دریافت و گرمای Q_H به منبع دماپایین داده می‌شود.

بنابراین علامت W و Q_L مثبت و علامت Q_H منفی است. از طرفی طبق

قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، امکان ندارد گرما خود به خود از



(علیرضا کوئنه)

«۳» - ۸۳ گزینه

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100 \times 0 / 5}{2 \times 10^{-2}} = 10^{-4} \pi T$$

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow \Phi = 10^{-4} \pi \times \pi \times (10 \times 10^{-2})^2 \\ \Rightarrow \Phi = 10^{-6} \pi^2 = 10^{-6} \times 10 = 10^{-5} Wb = 1 \mu Wb$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و هریان متناظر؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

«۴» - ۸۴ گزینه

ابتدا مساحت حلقه را به دست می‌آوریم.

$$A = \pi r^2 = 3 \times (0 / 1)^2 = 0 / 0.3 m^2$$

اگرچه کمک رابطه نیروی محرکه القایی متوسط داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -NBA \frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = -100 \times 0 / 0.3 \times 0 / 0.2 \times \frac{(-1 - 1)}{0 / 0.4} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 3V$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و هریان متناظر؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

«۵» - ۸۵ گزینه

هنگام ورود پیچه به درون میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی گذرنده از پیچه

افزایش می‌یابد، طبق قانون لنز، جریان القایی با افزایش شار مخالفت می‌کند.

بنابراین جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد. هنگام خروج پیچه از میدان

مغناطیسی، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز جهت جریان القایی

پاد ساعتگرد می‌باشد.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و هریان متناظر؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)

فیزیک ۲

(ممدن قندپلر)

«۶» - ۸۱ گزینه

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow L = \frac{2U}{I^2} \Rightarrow H = \frac{J}{A^2} = \frac{W \cdot s}{A^2} \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{I=\frac{V}{R}} U = \frac{1}{2} L \left(\frac{V^2}{R^2} \right) \quad \text{گزینه ۲ و گزینه ۳:}$$

$$\Rightarrow L = \frac{2UR^2}{V^2} \Rightarrow H = \frac{J \cdot \Omega^2}{V^2} = \frac{W \cdot s \cdot \Omega^2}{V^2}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{F=I\ell B \sin \theta} U = \frac{1}{2} L \left(\frac{F}{\ell B \sin \theta} \right)^2 \quad \text{گزینه ۴:}$$

$$\Rightarrow H = \frac{J \cdot T^2 \cdot m^2}{N^2}$$

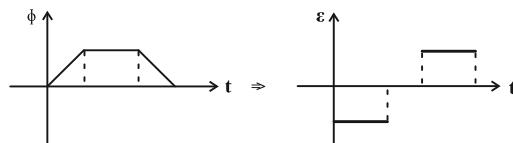
(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و هریان متناظر؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)

«۷» - ۸۲ گزینه

با ورود قاب ابتدا شار مغناطیسی عبوری از قاب افزایش و وقتی که تمام قاب

درون ناحیه مغناطیسی قرار بگیرد ثابت می‌ماند و با شروع خروج قاب از

ناحیه مغناطیسی، شار عبوری از قاب کم می‌شود. پس:



(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و هریان متناظر؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)



$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = I_m \sin \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}$$

$$\Rightarrow I = I_m \sin \frac{\pi}{4}$$

یعنی زاویه بین خط عمود بر سطح پیچه و خطهای میدان $\frac{\pi}{4}$ rad است پس

زاویه بین سطح پیچه و خطهای میدان صفر خواهد شد.

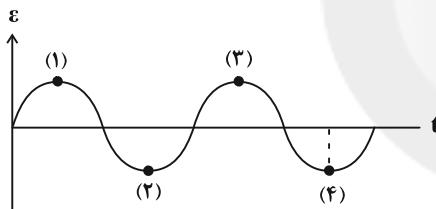
(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و پریان متناسب؛ صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

(معبدی سلطان)

«گزینه ۱» - ۸۹

$$I = I_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{50\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6}{50} = \frac{12}{100} \text{ s}$$



در لحظه $\frac{7T}{4}$ برای چهارمین بار، اندازه نیروی حرکت القایی بیشینه خواهد

شد:

$$\frac{T}{4} = 7 \times \frac{0/12}{4} = 7 \times 0/03 = 0/21 \text{ s}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و پریان متناسب؛ صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

(مسین مفروضی)

«گزینه ۲» - ۹۰

گزینه ۲ نادرست است، زیرا از ولتاژ 400 kV استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و پریان متناسب؛ صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(زهره آقامحمدی)

«گزینه ۳» - ۸۶

چون میدان مغناطیسی و جریان عبوری از سیم‌ولوهای یکسان است، داریم:

$$B_A = B_B \xrightarrow{B = \frac{\mu_0 NI}{l}} \frac{N_A}{l_A} = \frac{N_B}{l_B} \xrightarrow{l_A = 2l_B} N_A = 2N_B$$

با استفاده از رابطه ضریب القویری می‌توان نوشت:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B} \right) \times \left(\frac{l_B}{l_A} \right)$$

$$\xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2 \times \left(\frac{l_B}{l_A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 4 \times 4 \times \frac{1}{4} = 4$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و پریان متناسب؛ صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

(مسین مفروضی)

«گزینه ۴» - ۸۷

ابتدا جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\sum \epsilon}{\sum r + R_{eq}} = \frac{20 - 8}{1+1+2+2} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

(مقاومت‌های موازی ۶ و ۳ برابر با مقاومت معادل ۲ اهم است).

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و پریان متناسب؛ صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)

(زهره آقامحمدی)

«گزینه ۵» - ۸۸

دوره جریان برابر $T = 5 \text{ ms}$ است. لحظه $1/25 \text{ ms}$ برابر با $\frac{T}{4}$ است.

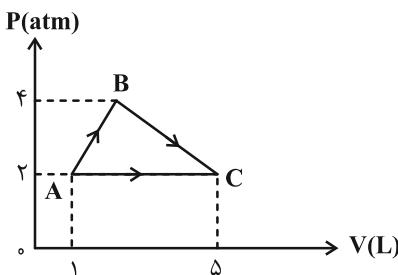


(حسن اسماق زاده)

«۹۴- گزینه ۲»

مساحت زیر نمودار $C \rightarrow A$ را S_1 و مساحت داخل مثلث را S_2 در نظر

می‌گیریم.



$$W_{A \rightarrow C} = -S_1 = -2 \times (5-1) \times 10^2 = -800 \text{ J}$$

$$W_{\text{چرخه}} = -S_2 = -\frac{4 \times 2}{2} \times 100 = -400 \text{ J}$$

کار انجام شده در فرایند ABC برابر با مجموع S_1 و S_2 است.

$$W_{ABC} = -(S_1 + S_2) = -1200 \text{ J}$$

بنابراین:

$$\frac{W_{ABC}}{W_{AC}} = \frac{-1200}{-800} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

(همید عباسی)

«۹۵- گزینه ۲»

چون حاصل ضرب PV در نمودار مقدار ثابتی است، پس فرایند نشان داده

شده هم دما است، بنابراین:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 3 \times 6 = 1 \times V = 18 \text{ L}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} = \frac{1 \times 10^5 \times 18 \times 10^{-3}}{1 \times 8} = 225 \text{ K}$$

$$T = 273 + \theta \Rightarrow 225 = 273 + \theta \Rightarrow \theta = -48^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

(علی قائمی)

«۹۱- فیزیک ۱»

اگر مؤلفه‌های ترمودینامیکی برای قبل از فرایند را با P_1 , V_1 و T_1 مؤلفه‌های ترمودینامیکی برای بعد از فرایند را با P_2 , V_2 و T_2 نام‌گذاری

کنیم، با نوشتن هر دو معادله حالت و تقسیم معادله دوم بر معادله اول داریم:

$$P_1 V_1 = n R T_1 \quad \text{در حالت اول}$$

$$P_2 V_2 = n R T_2 \quad \text{در حالت دوم}$$

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{P_2 = P_1} \frac{4 P_1 V_1}{P_1 V_1} = \frac{4 T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

(بهنام رستمی)

«۹۲- گزینه ۴»

عبارت گزینه (۴) نادرست است، در فرایند انبساط بی‌درو رو، تغییرات انرژی

درونی، منفی است.

$$\Delta U > 0 \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U < 0$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

(مسعود قره‌فانی)

«۹۳- گزینه ۴»

در فرایند هم‌دمای مقدار معینی گاز کامل، انرژی درونی تغییری نمی‌کند.

در انبساط بی‌درو داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

$$\xrightarrow{\Delta U > 0} W < 0 \xrightarrow{\Delta U < 0}$$

در انبساط هم‌فشار مقدار معینی گاز کامل، چون دمای گاز افزایش می‌یابد،

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش خواهد یافت.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)



(پایک اسلامی)

«۹۹- گزینه ۲»

در یک یخچال با انجام کار W ، گرمای Q_L از مواد داخل یخچال (منبع دماپایین) گرفته شده و گرمای Q_H به محیط بیرون (منبع دمابالا) داده می‌شود، بنابراین در این یخچال داریم:

$$|Q_H| = \frac{\epsilon}{\delta} Q_L$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در مورد یخچال‌ها، داریم:

$$|Q_H| = W + Q_L$$

$$\frac{|Q_H| = \frac{\epsilon}{\delta} Q_L}{|Q_H| = \frac{\epsilon}{\delta} Q_L} \rightarrow \frac{\epsilon}{\delta} Q_L = W + Q_L \Rightarrow \frac{Q_L}{W} = \delta$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(پایک اسلامی)

«۱۰۰- گزینه ۳»

برای تبدیل جرم m از آب 0°C به يخ صفر درجه سلسیوس، اندازه گرمای گرفته شده و کار انجام شده توسط یخچال (۱) برابر است با:

$$Q_{L,1} = mc\theta + mL_F$$

$$W_1 = Pt$$

برای تبدیل جرم $3m$ از آب 0°C به يخ صفر درجه سلسیوس، اندازه گرمای گرفته شده و کار انجام شده توسط یخچال (۱) برابر است با:

$$Q_{L,2} = 3mc\theta + 3mL_F$$

$$W_2 = 1/\delta P \times 2t = 2Pt$$

طبق قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک یخچال داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W \Rightarrow \begin{cases} |Q_{H,1}| = Q_{L,1} + W_1 \\ |Q_{H,2}| = Q_{L,2} + W_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |Q_{H,1}| = mc\theta + mL_F + Pt \\ |Q_{H,2}| = 3mc\theta + 3mL_F + 2Pt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_{H,2}}{Q_{H,1}} = 3$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(علیرضا گونه)

«۹۶- گزینه ۳»

با توجه به نمودار در حجم ثابت، فشار $\frac{2}{3}$ برابر شده است، بنابراین دمای

$$\text{مطلق نیز } \frac{2}{3} \text{ برابر می‌شود}$$

$$T_1 = \frac{2}{3} T_2 = \frac{2}{3} \times 462 = 308K$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۹)

(ممدر اسری)

«۹۷- گزینه ۱»

با توجه به توضیحات صورت سوال داریم:

$$\Rightarrow Q_{12} = 0 \rightarrow \text{فرایند ۲} \rightarrow 1 \text{ بی دررو}$$

$$\Rightarrow W_{21} = 0 \rightarrow \text{فرایند ۱} \rightarrow 3 \text{ حجم ثابت}$$

$$\Rightarrow Q_{23} = -W_{23} \rightarrow \text{فرایند ۳} \rightarrow 2 \text{ دما ثابت}$$

در هر چرخه می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 : \text{در کل چرخه}$$

$$\Rightarrow (Q_{12} + W_{12}) + (Q_{23} + W_{23}) + (Q_{31} + W_{31}) = 0$$

$$\Rightarrow (0 + W_{12}) + 0 + (Q_{31} + 0) = 0$$

$$\Rightarrow Q_{31} = -W_{12} = -(125)J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۹)

(نصرالله اخاضل)

«۹۸- گزینه ۴»

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی و کار لازم برای جایه‌جایی وزنه، می‌توان نوشت:

$$|W| = mgh = 50 \times 10 \times 20 = 10000J$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{10000}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 40000J = 40kJ$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۷)



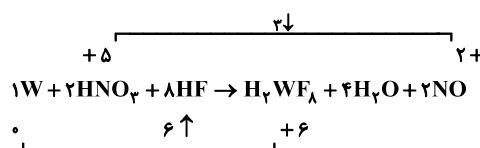
$$\frac{179}{2LH_2} \times \frac{1\text{ mol } H_2}{22/4LH_2} \times \frac{2\text{ mol } H^+}{1\text{ mol } H_2}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23} H^+}{1\text{ mol } H^+} = \text{يون} = 96/32 \times 10^{23} H^+$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵ و ۵۲)

(امیرحسین طیبی سوکلابی)

«۱۰۴- گزینه ۴»



W. گونه کاهنده و H_2WF_6 : گونه حاصل از اکسایش و HNO_4

گونه کستنده و NO : گونه حاصل از کاهش می‌باشد.

بررسی گزینه ۴:

$$? e^- : 1\text{ mol } HF \times \frac{6\text{ mole}^-}{\lambda\text{ mol } HF} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} e^-}{1\text{ mole}^-}$$

$$= 4/515 \times 10^{23} e^-$$

بررسی گزینه ۴: نادرست: تغییر عدد اکسایش عنصر تنگستن (+۶) بود.

عدد اکسایش C در CH_3Cl برابر با -۲ می‌باشد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵ و ۵۲)

(امیرحسین طیبی سوکلابی)

«۱۰۵- گزینه ۴»

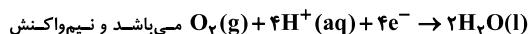
موارد دوم و سوم درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

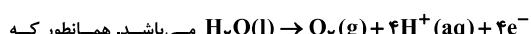
مورد اول: بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی در این دستگاه به انرژی

کالریکی تبدیل می‌شود. (نه همه آن!)

مورد چهارم: نیم واکنش کاتدی در این سلول



اجام شده در قطب مثبت (آنده) سلول برگرفت آب به صورت



می‌بینید این دو واکنش با یکدیگر یکسان نیستند.

مورد پنجم: emf سلول‌های گالوانی از رابطه آند E° - کاتد

به دست می‌آید. به این معنا که در آن‌ها باید آند E° را از کاتد E° کم کنیم.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵ و ۵۲)

شیمی ۳

«۱۰۱- گزینه ۴»

تنها موردی که رخ نمی‌دهد عبارت اول است.

در سلول گالوانی «مس - نقره» نیم‌سلول مس در نقش آند بوده و نیم‌سلول

نقره نیز کاتد خواهد بود. اگر دیواره متخخل از این سلول حذف شود،

الکترون‌های حاصل از اکسایش مس (در آند) جذب کاتیون‌های Ag^+

موجود در محلول شده و وارد سیم رابط (مدار بیرونی) نمی‌شوند. بنابراین

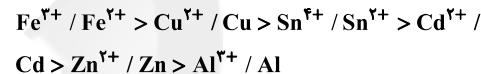
فرآیند کاهش در نیم‌سلول کاتدی اتفاق نمی‌افتد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵ و ۵۲)

«۱۰۲- گزینه ۳»

(محمد رضا پور پاور) با توجه به مقادیر E° داده شده، سری الکتروشیمیایی برای گونه‌های داده

شده عبارت است از:



برای فراهم بودن شرایط نگهداری محلول در ظرف باید امکان انجام واکنش

بین کاتیون محلول و فلز سازنده ظرف وجود نداشته باشد. با توجه به امکان

انجام واکنش بین گونه سمت چپ بالاتر با گونه سمت راست، یون Fe^{3+} با

هر دو فلز Cu و Zn واکنش داده و امکان نگهداری آن در این ظرف

وجود ندارد. یون Al^{3+} نیز با هیچ یک از این فلزها واکنش نمی‌دهد و

می‌توان آن را در هر دو ظرف نگهداری کرد. اما یون‌های Sn^{4+} و Cd^{2+} با

با روی واکنش داده و با مس واکنش نمی‌دهند. بنابراین می‌توان آن‌ها را در

ظرف مسی نگه داشت.

توجه داشته باشید که با توجه به اطلاعات داده شده، نمی‌توان در مورد امکان

انجام واکنش بین Sn^{4+} با Cu و Zn نظری داد. زیرا هر دو در یک

ظرف نیم‌واکنش‌ها قرار دارند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۷)

«۱۰۳- گزینه ۳»

(محمد رضا پور پاور) با توجه به نیم‌واکنش اکسایش انجام شده در این سلول

می‌توان تعداد یون‌های H^+ حاصل

از آن را به صورت زیر به دست آورد:



$$? \text{mol Na} = 142 \text{g Cl}_\ell \times \frac{1 \text{mol Cl}_\ell}{71 \text{g Cl}_\ell} \times \frac{1 \text{mol Na}}{1 \text{mol Cl}_\ell} = 4 \text{mol Na}$$

اکنون محاسبه می‌کنیم که هر مول صابون RCOONa گروه آلکیلی است و برابر با C_{17}H_{25} چند گرم جرم دارد:

$$(12 \times 12) + (25 \times 1) + (12 + 16 \times 2 + 23) = 144 + 25 + 67 = 236 \text{g/mol}^{-1}$$

مقدار صابون به دست آمده برابر است با:

$$4 \text{mol Na} \times \frac{1 \text{mol RCOONa}}{1 \text{mol Na}} \times \frac{236 \text{g RCOONa}}{1 \text{mol RCOONa}} = 944 \text{g RCOONa}$$

(شیمی ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۵ و ۶ و ۷)

(هادر اسماعیلی)

«۴» - گزینه ۴



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۳، ۵۵ و ۵۷)

(محمد پارسا فراهانی)

«۴» - گزینه ۴

قطب A قطب منفی است که قاشق را به عنوان کاتد به آن متصل می‌کنیم و قطب B قطب مثبت است که تیغه نقره را به عنوان آند به آن متصل می‌کنیم. الکتروولیت مورد استفاده از نمک نقره است و جهت حرکت الکترون‌ها از تیغه نقره به قاشق یعنی از قطب B به A است و در طول فرایند غلظت الکتروولیت [Ag^+] ثابت است. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

گزینه ۳: نیم واکنش کاتدی Ag(s) + e^- \rightarrow Ag(aq) است که در

الکتروولیت به قطب (A) یعنی کاتد انجام می‌گیرد. (رد گزینه ۳ گزینه ۴): در فرایند هال تیغه‌های گرافیتی در آند خورده می‌شوند و در این فرایند نیز تیغه نقره در آند خورده می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

(امیدرضا پعفری نژاد)

شیمی ۱

«۷» - گزینه ۷

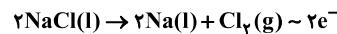
عبارت‌های «اول» و «چهارم» و «پنجم» نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: گشتوار دوقطبی ید دقيقاً صفر است.

عبارت دوم: چون انحلال مولکولی دارد.

عبارت سوم: یعنی کدام موارد در یک دیگر محلول هستند. از بین این ۴ مورد ید در پرپان و استون در اتانول محلول هستند.

(امیدرضا پعفری نژاد)

«۱۰۶» - گزینه ۱۰۶



$$? g Na = 4 / 214 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{mol e}^-}{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{2 \text{mol Na}}{1 \text{mol e}^-} \times \frac{23 \text{g Na}}{1 \text{mol Na}} = 16 / 1 \text{g Na}$$

$$? g Cl_\ell = 4 / 214 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{mol e}^-}{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{1 \text{mol Cl}_\ell}{1 \text{mol e}^-} \times \frac{71 \text{g Cl}_\ell}{1 \text{mol Cl}_\ell} = 24 / 85 \text{g Cl}_\ell$$

$$24 / 85 - 16 / 1 = 8 / 75 \text{g}$$

در سلول‌های الکتروولیتی الکتروولیت کاتدی به قطب منفی باطری و الکتروولیت آندی به قطب مثبت باطری متصل می‌شود.

سلول‌های گالوانی یک نوع باطری محاسبه می‌شوند که قطب مثبت آنها نیم سلول کاتدی و قطب منفی آنها نیم سلول آندی می‌باشد. در نتیجه الکتروولیت کاتدی در سلول بر قکافت آب باید به نیم سلول آندی سلول گالوانی «کروم - کبالت» متصل شود.

در سلول‌های گالوانی نیم سلول آندی از جنس عنصری است که E^\circ کمتری داشته باشد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱ و ۵۵)

(محمد رضا پور رفایر)

«۳» - گزینه ۳

در کاتد رقابت بین دو یون Fe^{3+} و Mn^{2+} است. از آنجا که نیم واکنش E^\circ دارای Fe^{3+} + 3e^- \rightarrow Fe^{2+} بزرگ‌تری نسبت به نیم واکنش Mn^{2+} + 2e^- \rightarrow Mn^{3+} می‌باشد، برنده این رقابت Fe^{3+} بوده و در کاتد آهن مذاب تولید می‌شود.

در رقابت آندی وضعیت کاملاً بر عکس بوده و بین دو گونه I^- و Cl^- گونه‌ای که E^\circ کمتری دارد (I^-) برنده رقابت خواهد بود. بنابراین نیم واکنش I^- + 2e^- \rightarrow I_2 + 2e^- انجام شده و یه مذاب به دست می‌آید.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

(فرزاد رضایی)

«۲» - گزینه ۲

ابتدا تعیین می‌کنیم طی بر قکافت سدیم کلرید چند مول سدیم به دست می‌آید: 2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_\ell(g)



(امیرحسین طبیب‌سکلاین)

۱۱۱- گزینه «۴»

الف) فرض می‌کیم محلول هر دو گاز دارای 10 mol/L آب باشد؛ در نتیجه در محلول O_2 ، 10 mol/L گرم گاز اکسیژن و در محلول N_2 ، 10 mol/L گرم گاز نیتروژن وجود خواهد داشت. می‌دانیم در مولکول O_2 ($\ddot{O} = \ddot{O}$) دو جفت کترون پیوندی و در مولکول N_2 ($N \equiv N$) ۳ جفت کترون پیوندی داریم.

$$\times \frac{1\text{ mol } O_2}{32\text{ g } O_2} : \text{ جفت } e^- \text{ پیوندی ؟}$$

$$\times \frac{2\text{ mol } e^- \text{ پیوندی}}{1\text{ mol } O_2} = 2 / 5 \times 10^{-3} \text{ mol} : \text{ جفت } e^- \text{ پیوندی ؟}$$

$$\times \frac{1\text{ mol } N_2}{28\text{ g } N_2} : \text{ جفت } e^- \text{ پیوندی ؟}$$

$$\times \frac{3\text{ mol } e^- \text{ پیوندی}}{1\text{ mol } N_2} = 2 / 1 \times 10^{-3} \text{ mol} : \text{ جفت } e^- \text{ پیوندی ؟}$$

پس نتیجه می‌گیریم که محفظه گاز O_2 ، دارای جفت e^- پیوندی بیشتری می‌باشد.

پاسخ پرسش ب) در صورت سؤال گفته شده است که از تغییر حجم محلول‌ها بر اثر انحلال صرف نظر کنید در نتیجه می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$\frac{10 \times 0 / 0^3}{30} : \text{ مولاوته} \Rightarrow M = \frac{10 \times 0 / 0^3}{30} = 0 / 0 1 \text{ mol} / \text{ جرم مولی}$$

(شیمی - آب، آهنجک زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۶)

(محمد رضا پورچاپور)

۱۱۲- گزینه «۱»

بیشتر شدن دما در یک محلول گازی موجب کاهش انحلال‌پذیری آن خواهد شد و کاهش فشار نیز موجب کمتر شدن انحلال‌پذیری گازها می‌شود. بنابراین در فشار atm میزان انحلال‌پذیری یک گاز به کمترین مقدار خود خواهد رسید.

(شیمی - آب، آهنجک زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۶)

(امیرحسین طبیب‌سکلاین)

۱۱۳- گزینه «۲»

هر پنج مورد درست است. بررسی عبارات:

عبارت اول) NH_3 برای برقراری پیوند هیدروژنی، CO_2 هم برای جرم و حجم بالا و واکنش دادن با آب

عبارت چهارم: استون یک حلال مناسب چربی است که گشتاور بزرگ‌تر از صفر دارد.

عبارت پنجم: اگر ماده‌ای توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی داشته باشد، هم در اتanol (که غیر آبی است) حل می‌شود و هم آب.

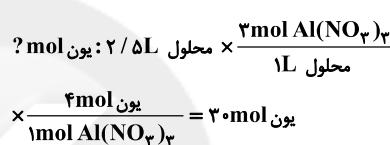
(شیمی - آب، آهنجک زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

(امیرحسین طبیب‌سکلاین)

۱۱۴- گزینه «۱»

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به ازای هر مول آلومینیم نیترات، ۴ مول یون آب پوشیده تولید می‌شود.

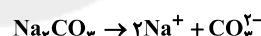


گزینه «۲»: مثانول در آب انحلال مولکولی دارد و هیچ یونی تولید نمی‌کند.

گزینه «۳»: کلسیم فسفات یک ماده نامحلول در آب است.

گزینه «۴»: می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$\frac{10 \times ad}{106} : \text{ مولاوته} \Rightarrow M = \frac{10 \times 21 / 2}{106} = 2 \text{ mol} / \text{ L}$$



$$\times \frac{2\text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{\text{ محلول ۱L}} : \text{ یون ۴L} = \frac{2\text{ mol}}{\text{ یون ۱L}}$$

$$\times \frac{3\text{ mol}}{\text{ یون ۱L}} = 24\text{ mol} : \text{ یون Na}_2\text{CO}_3$$

(شیمی - آب، آهنجک زندگی؛ صفحه ۱۱۲)

(محمد رضا پورچاپور)

۱۱۵- گزینه «۲»

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

از آنجا که استون و یوک در یکدیگر حل می‌شوند، نیروی موجود در بین آن‌ها

در حالت مخلوط بیش از میانگین نیروها در حالت خالص آن‌ها خواهد بود.

انحلال آمونیوم کلرید و سدیم نیترات در آب به صورت یونی بوده و استون به

شکل مولکولی در آب حل می‌شود. اما یوک در آب حل نمی‌شود. بنابراین در

بنین این مواد تنها انحلال یک ماده به شکل مولکولی انجام می‌شود.

(شیمی - آب، آهنجک زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۴)



عبارت پنجم: زمانی که گوشت‌ها نمک سود می‌شوند، غلظت محیط اطراف گوشت بسیار زیاد می‌شود و باعث می‌شود آب میان بافتی و آب درون سلول از گوشت خارج شود و گوشت دیرتر فاسد شود.

(شیمی - آب، آهنج زنگی؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(امیرحسین طیبی‌سوزکلاین)

۱۱۹- گزینه «۴»

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد اول: به دلیل انحلال‌پذیری اتانول در آب، نتیجه می‌گیریم که نیتروز پیوند هیدروژنی بین آب و آب قوی تر است.

مورد دوم: انحلال‌پذیری گازها در آب با افزایش دما همانند افزودن نمک به محلول، کاهش می‌یابند.

مورد سوم: نیاز روزانه بدن به یون K^+ حدود ۷ برابر یون Na^+ می‌باشد.

مورد چهارم: در این فرایند مقداری از ویتامین‌ها و مواد آلی موجود در میوه به درون آب وارد می‌شوند.

مورد پنجم: مطابق شکل کتاب درسی درست می‌باشد.

(شیمی - آب، آهنج زنگی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرحسین پورچاوبور)

۱۲۰- گزینه «۴»

دیواره یاخته‌ها در گیاهان دارای غشای نیمه‌تراوا است که امکان عبور برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک نظری آب و یون‌ها از آن وجود دارد.

(شیمی - آب، آهنج زنگی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرحسین پعقدنی‌نژاد)

شیمی ۲

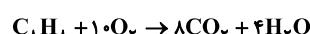
۱۲۱- گزینه «۱»

همه موارد درست هستند. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: یک مول پلی‌استیرن سه مول پیوند دوگانه دارد که بوسیله ۳ مول H_2 سیر می‌شود.

$$3\text{mol H}_2 = 1/806 \times 10^{24} \text{H}_2$$

برای سوختن کامل یک مول از آن هم به ۱۰ مول اکسیژن نیاز داریم:



عبارت دوم) با بدست آوردن شیب دو نمودار متوجه می‌شویم که شیب نمودار مربوط به گاز NO سه برابر شیب نمودار N_2 است.

عبارت سوم) آب سرد بهتر می‌تواند گاز را در خود حل کند. CO_2 علاوه بر انحلال مولکولی، با آب واکنش هم می‌دهد که محصول آن کربنیک اسید است. هرچقدر دمای آب کمتر باشد، CO_2 بیشتری حل می‌شود، کربنیک اسید بیشتری تولید می‌شود و pH هم کمتر می‌شود.

عبارت چهارم) کمبود اکسیژن ماهی یعنی انحلال کمتر اکسیژن در آب، حل کردن نمک در آب و افزایش دما هم هر دو باعث کاهش انحلال گاز می‌شوند.

$$\text{عبارت پنجم: } 0.0125 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{32\text{g O}_2}{1\text{mol O}_2} \times 0 / 1\text{L} = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{g O}_2}{10.0\text{g H}_2\text{O}}$$

(شیمی - آب، آهنج زنگی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۱۷- گزینه «۱»

طبق قانون هنری با افزایش فشار انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت خطی افزایش می‌یابد. بنابراین نمودارهای ۳ و ۴ نادرست خواهد بود. از طرفی در فشار صفر، میزان انحلال‌پذیری گازها صفر خواهد بود و نمودار فشار - انحلال‌پذیری در آن‌ها از مبدأ مختصات عبور خواهد کرد.

(شیمی - آب، آهنج زنگی؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۱۸- گزینه «۳»

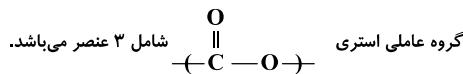
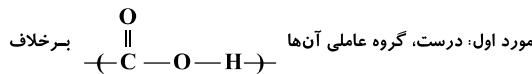
مورد دوم و پنجم درست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: در لحظه تعادل، جایه‌جایی‌ها هنوز ادامه دارد ولی سرعت هر دو چهت با هم برابر شده است.

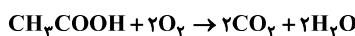
عبارت دوم: طبق فرض سوال، محلول A از محلول B غلیظتر است که مولکول‌های آب به سمت آن آمدند.

$$200 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1\text{mol}}{58 / 5\text{g}} = 3 / 4 \Rightarrow 3 / 4 > 3$$

عبارت چهارم: در هر سه مورد می‌تواند این اتفاق بیفتد. در مورد اول که غلظت محلول B را زیادتر می‌کنیم، در مورد دوم هم فشار هوا را از سمت چپ حذف می‌کنیم و طبق قاعده هم‌ترازی، ارتفاع سمت چپ بالاتر می‌رود. در مورد سوم که اسمز معکوس اتفاق می‌افتد.

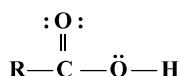


مورد دوم: درست، آشنا ترین عضو این خانواده، استیک اسید می‌باشد.

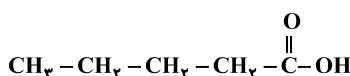


$$\begin{aligned} ? \text{ mol O}_2 &: ۳\text{ g CH}_3\text{COOH} \times \frac{۱\text{ mol CH}_3\text{COOH}}{۶۰\text{ g CH}_3\text{COOH}} \\ &\times \frac{۲\text{ mol O}_2}{۱\text{ mol CH}_3\text{COOH}} = ۰ / ۱\text{ mol O}_2 \end{aligned}$$

مورد سوم: نادرست، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنها ثابت و برابر با ۴ است و با افزایش شمار اتم‌های کربن تغییری نمی‌کند.



مورد چهارم: نادرست، پنتانوئیک اسید دارای ۳ گروه CH_3 در ساختار خود است.



$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 = 60 + 10 + 32 = 102 \text{ g/mol}$$

مورد پنجم: با افزایش نیتروی بین مولکولی و اندروالسی در ترکیبات آئی، اتحلال پذیری آنها در آب کاهش می‌یابد.

برای مثال ویتامین K بخش ناقطبی بسیار بزرگی دارد و در آب نامحلول است.

(شیمی ۲- پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

(امه‌رضا پهلوی‌نژاد)

۱۲۵- گزینه «۲»

فقط مورد چهارم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت دوم: سیانو اتن: ۹ جفت الکترون پیوندی و ۲ الکترون ناپیوندی $\xleftarrow[۲]{9}$

تترافلور و اتن: ۶ جفت الکترون پیوندی و ۲۴ الکترون ناپیوندی $\xleftarrow[۲۴]{6}$

$$\frac{9}{2} = ۱۸$$

$\frac{6}{2} = ۳$

عبارت سوم: نفلون و پلی‌وینیل کلراید

(شیمی ۲- پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه ۱۰۳)

۱۲۶- گزینه «۲»

(امه‌رضا پهلوی‌نژاد)

فقط مورد چهارم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: اتانول را هم می‌شود از واکنش اشاره شده بدست آورد. هم آبکافت اتیل بوتانوات و اتیل هپتانوات

عبارت دوم: طبق نمودار صفحه ۱۱۰ کتاب درسی درست است.

عبارت چهارم: آب و اتانول به هر نسبتی در هم حل می‌شوند و نمی‌توان محلول سیرشده از آنها تهیه کرد.

(شیمی ۲- پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۲۷- گزینه «۳»

(امه‌رضا پهلوی‌نژاد)

نام دیگر استیک اسید، اتانوئیک اسید است. اسیدی که بر اثر گزش مورچه وارد بدن می‌شود، فرمیک اسید (متانوئیک اسید) نام دارد.

کربوکسیلیک اسیدی که گروه $\text{R}-\text{C}_6\text{H}_5$ دارد، فرمول $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ بوده و نام آن پنتانوئیک اسید است.

هپتانول و اتانول به ترتیب دارای فرمول $\text{C}_7\text{H}_{16}\text{OH}$ و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

هستند که بخش ناقطبی آنها به ترتیب شامل ۲۲ و ۷ اتم است.

فرمول مولکولی ویتامین D به صورت $\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$ بوده و فرمول مولکولی ویتامین A نیز $\text{C}_{20}\text{H}_{30}\text{O}$ می‌باشد. نسبت تعداد H در ویتامین D به

تعداد C در ویتامین A برابر با $\frac{۲}{۲} = \frac{۴۴}{۲۰}$ خواهد بود.

(شیمی ۲- پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱۲۸- گزینه «۳»

(امیرحسین طیب‌سکلاین)

موارد اول و دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد سوم: ویتامین K توأماتی برقراری پیوند هیدروژنی ندارد. چون هیدروژن

متصل به O, F و N می‌دارد.

مورد چهارم: به دلیل برقراری پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود برخلاف

آلکان‌ها، نقطه جوش بالاتری دارد.

(شیمی ۲- پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)



$$\frac{\text{پلی آمید}}{\text{پلی آمید}} \times \frac{1 \text{ mol}}{44 \text{ g}} \times \frac{224 / 5 \text{ g}}{\text{H}_2\text{O}} = \text{مولکول H}_2\text{O}$$

$$\times \frac{(2n-1) \text{ mol H}_2\text{O}}{\text{mol آمید}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23}}{\text{mol H}_2\text{O}} = \frac{\text{مولکول H}_2\text{O}}{\text{mol آمید}}$$

$$= 6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ mol H}_2\text{O}$$

(شیمی - پوشک نیازی پایان تاپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(امدرضا پعقری نژاد)

«۳» - گزینه ۳

فقط عبارت چهارم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: طبق نمودار صفحه ۹۹ کتاب درسی درست است.

عبارت دوم: پلی‌اتن سبک، شاخه دار است.

عبارت سوم: در این حالت پلی‌اتنی با بیشترین جرم مولی بدست می‌آید و

جرم مولی بیشتر یعنی جاذبه بین مولکولی بیشتر و نقطه جوش بالاتر است.

عبارت چهارم: خیر، به علت نقش کاتالیزوری مولکول‌های شوینده، در

آبکافت تسریع می‌شود.

(شیمی - پوشک نیازی پایان تاپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(امدرضا پعقری نژاد)

«۱» - گزینه ۱

همه موارد درست هستند. بررسی عبارات:

عبارت اول: تفاوت‌شان در این است که دی‌اسید دو تا COOH دارد.

دی‌آمین هم دو تا NH₂، تفاوت جرم شان می‌شود.

$$(2 \times 46) - (2 \times 16) = 58$$

$$\text{عبارت دوم: } 4150 \text{ گرم دی‌اسید یعنی } 25 \text{ مول} = \frac{4150}{1620} \text{ و} \\ 1620 = 25 \text{ مول}$$

$$\text{گرم دی‌آمین یعنی } 15 \text{ مول} = \frac{1620}{108} = 15 \text{ مول از دی‌اسید با } 15 \text{ مول}$$

دی‌آمین در واکنش شرکت کرده (۱۰ مول مونومر از دی‌اسید اضافی است) و

۱۴ مول H₂O تولید می‌شود. این ۱۴ مول آب، ۲۵۲ گرم جرم دارند که

چون چگالی آب ۱ g.cm^{-۳} است. ۲۵۲ گرم آب ۲۵۲ سانتی‌متر مکعب (میلی‌لیتر) حجم دارد.

عبارت سوم: چون دو H متصل به N دارد.



عبارت چهارم: جرم هر مول واحد تکرارشونده این پلیمر ۲۳۸ گرم است.

(امبره‌سین طیبی سوکلاین)

«۳» - گزینه ۳



ابتدا شمار اتم‌های کربوکسیلیک اسید و استر را به دست می‌آوریم:

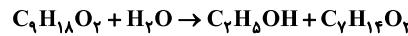
$$\frac{9 / 66}{46} = 0 / 21 \text{ mol} \xrightarrow{1:1} 0 / 21 \text{ mol اتانول}$$

$$\frac{22 / 3}{M} = 0 / 21 \text{ mol اسید}$$

$$\Rightarrow M = 13 \text{ g.mol}^{-1} \xrightarrow{\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2} 14n + 32 = 130$$

$$\Rightarrow n = 7 \xrightarrow{+2} 9 \text{ کربنی}$$

در نتیجه فرمول استر اولیه C₉H₁₈O₂ می‌باشد.



$$? g : 47 / 46 \text{ g C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2}{158 \text{ g C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2}$$

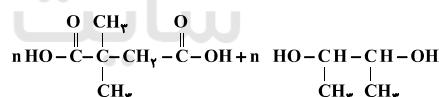
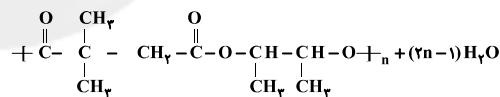
$$\times \frac{R}{100} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 9 / 66 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \Rightarrow R = 270$$

(شیمی - پوشک نیازی پایان تاپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

(امدرضا پورچاپور)

«۴» - گزینه ۴

فرمول ساختاری دی‌اسید و دی‌الکل سازنده این پلی‌استر طبق واکنش زیر به دست می‌آیند:



به این ترتیب فرمول مولکولی دی‌کربوکسیلیک اسید و دی‌الکل به ترتیب C₄H₁₀O₂ و C₆H₁₀O₄ خواهد بود.

(شیمی - پوشک نیازی پایان تاپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

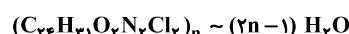
(امبره‌سین طیبی سوکلاین)

«۳» - گزینه ۳

فرمول شیمیابی این پلی‌آمید برابر با (C₂₄H₃₁O₇N₇Cl₇)_n می‌باشد و

جرم مولی آن ۴۴۹۱ گرم بر مول است.

می‌دانیم برای آبکافت یک پلی‌آمید به ازای هر مول از پلی‌آمید به (۱ - ۲n) مول آب نیاز داریم.





(پا سلیمانی)

«۱۳۳-گزینه ۲»

موارد سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: در محلولهای ناهمنگ به حالت مایع مانند محلول آب و هگزان،

اجزای محلول به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند.

مورد دوم: در حالت مایع، مولکول‌های آب با یکدیگر پیوندهای هیدروژنی قوی دارند، اما روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.

مورد سوم: انحلال ید در هگزان، اتحالی مولکولی است و مولکول‌های ید، ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند.

مورد چهارم: سدیم سولفات در آب حل می‌شود. برای مواد محلول در آب،

قدرت نیروی جاذبه حلال - حل شونده در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه حل شونده خالص و حلال خالص است.

(شیمی ۱-آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۱)

«C₁₄H₁₀N₂O₂T_n

۳۵۷۰ گرم یعنی ۱۵ مول، هر مول ۸ پیوند دو گانه دارد. پس ۱۲۰ مول

پیوند دو گانه ۴۷۶۰ گرم یعنی ۲۰ مول، هر مول ۶ جفت الکترون ناپیوندی

دارد. پس ۱۲۰ مول جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(شیمی ۲-پوشک نیازی پایان‌نایزیر؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۱۱۷)

شیمی ۱

«۱۳۱-گزینه ۴»

عبارات اول و سوم درست‌اند. بررسی عبارات:

عبارة اول: به دلیل بالاتر بودن دمای آزمایش ۳، سرعت واکنش در آزمایش ۳

از آزمایش ۱ بیشتر است.

عبارة دوم: سرعت واکنش در آزمایش شماره ۲ از سرعت واکنش در

آزمایش ۱ بالاتر است، زیرا پودر در مقایسه با قرص سطح تماس بیشتری

دارد اما نسبت سرعت آزمایش (۱) به (۲) برابر ۵/۰ نیست.

عبارة سوم: واکنش در آزمایش شماره ۴ بیشترین سرعت را دارد، زیرا در

این آزمایش، دما و سطح تماس بالاتر از سایر آزمایش‌ها است.

عبارة چهارم: مقدار نهایی فراورده، به دمای آزمایش بستگی ندارد. بنابراین

حجم گاز جمع آوری شده در آزمایش‌های ۲ و ۴ برابر است.

(شیمی ۱-آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴) (شیمی ۱-صفحه‌های ۵۷۱)

(امید رضوانی)

«۱۳۴-گزینه ۱»

براساس قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال‌پذیری گازها در آب با فشار آن‌ها رابطه‌ای مستقیم و خطی دارد. پس می‌توانیم از تناسب استفاده کنیم:

$$(S_1) \text{ اتحال پذیری در فشار atm} = \frac{100gO_2}{500gH_2O} = 100gH_2O \times \frac{0.045gO_2}{100gO_2}$$

در این دما و فشار، در ۱۰۰ آب، ۰/۰۰۷g ۰/۰۰۷g گاز اکسیژن حل شده است.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0/007gO_2} = \frac{5atm}{2atm} \Rightarrow S_2 = 1/75 \times 10^{-3} g O_2$$

(شیمی ۱-آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(مرتضی رضائیزاده)

«۱۳۵-گزینه ۲»

نمودار «تحلیل‌پذیری - فشار» گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند، خطی است.

$$3atm \times \frac{6mgNO}{9atm} = 2mgNO = \text{تحلیل‌پذیری در } 3atm$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} = \frac{(2 \times 10^{-3})g}{(100 + 2 \times 10^{-3})g} \times 10^6 \approx 20ppm$$

نکته: نمودار انحلال‌پذیری گازهایی مانند N₂, O₂ و NO که با آب

واکنش نمی‌دهند، در دمای ثابت، خطی است، به طوری که اگر فشار گاز n برابر شود، انحلال‌پذیری آن‌ها نیز n برابر خواهد شد.

(شیمی ۱-آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(ساید شیری)

«۱۳۲-گزینه ۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد ب: طبق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد.

مورد پ: انحلال‌پذیری گاز CO₂ به دلیل واکنش با آب و تشکیل

کربنیک اسید و از طرفی جرم مولی بیشتر، از انحلال‌پذیری NO در هر دمایی

بیشتر است. (دقت شود CO₂ برخلاف NO مولکولی ناقطبی است.)

(شیمی ۱-آب، آهنج زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۵)



(رضا هنرمند)

۱۳۹-«گزینه ۲»

مواد دوم و چهارم نادرست است. بررسی موارد:

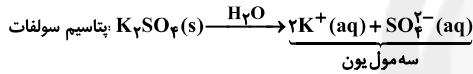
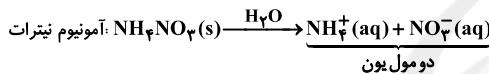
مورد اول: اغلب محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های آبی هستند.

مورد دوم: شکر، اوزون و آئینه گلیکول، ترکیب‌های مولکولی دارند و در اندر اتحال در آب، یون تولید نمی‌کنند.

مورد سوم: چربی و هگزان، هر دو ناقطبی‌اند و جاذبه ذرات محلول آن‌ها از نوع واندروالسی است.

در محلول سدیم کلرید در آب، جاذبه میان ذرات موجود در محلول از نوع یون دوقطبی است.

مورد چهارم:



از اتحال یک مول آمونیوم نیترات، ۲ مول یون و از اتحال یک مول پتاسیم سولفات، ۳ مول یون در محلول ایجاد می‌شود.

(شیمی ا- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(امیر رضوانی)

۱۴۰-«گزینه ۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: در هر سه روش تصفیه آب، به کلرزنی نیاز است، زیرا میکروب‌ها باقی می‌مانند.

گزینه ۲: در مخلوط هگزان در آب هر دو مایع هستند ولی در یکدیگر حل نمی‌شوند و مخلوط آن‌ها ناهمگن است.

گزینه ۳: استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود، بنابراین نمی‌توان از آن محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

گزینه ۴: افزودن نمک به آب باعث می‌شود که مولکول‌های آب اطراف یون‌ها را احاطه کرده و مقداری از مولکول‌های گازی اکسیژن از آب خارج می‌شوند.

(شیمی ا- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۷، ۱۰۹، ۱۱۹ و ۱۲۱)

(روزبه رضوانی)

۱۴۱-«گزینه ۲»

اختلاف اتحال‌پذیری گاز N_2 در دو فشار ۱ و ۵ اتمسفر:

$$S_2 - S_1 = 7 / 5 \times 10^{-3} (5 - 1) = 3 \times 10^{-3} \text{ g}$$

اتحاد‌پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می‌شود، پس به ازای یک کیلوگرم آب، مقدار گاز N_2 آزاد شده برابر $3 / 100$ گرم است.

$$? \text{ mol N}_2 = 0 / 3 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{10^3 \text{ mmol N}_2}{1 \text{ mol N}_2} \simeq 10 / 7 \text{ mol N}_2$$

(شیمی ا- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(رضا هنرمند)

۱۴۲-«گزینه ۱»

بررسی موارد:

(آ) این گازها به صورت فیزیکی در آب حل می‌شوند. (درست)

(ب) در مورد گازهای (CH_4, N_2) و همچنین گازهای (Ar, NO) با کاهش جرم مولی مواجه هستیم. (نادرست)

(پ) در فشار ۵ atm اتحال‌پذیری گاز Ar برابر با $3 / 100$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است:

$$\text{ppm} = \frac{\text{Ar جرم}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{3 / 100}{100} \times 10^6 = 30.0 \text{ ppm}$$

(ت) اتحال‌پذیری گاز متان در فشارهای ۲ و ۶ اتمسفر به ترتیب $5 / 100$ و $10 / 100$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

مقدار افزایش اتحال CH_4 به ازای افزایش فشار در ۱۰۰ گرم آب:

$$= 0 / 10 / 100 = 0 / 10 \text{ g}$$

(درست) ۱۰ گرم آب:

مقدار افزایش اتحال CH_4 در نیم کیلوگرم آب در ۱۰۰ گرم آب:

$$= 50.0 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0 / 10 \text{ g CH}_4}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 0 / 5 \text{ g CH}_4$$

(ث) مطابق نمودار، در فشار ۳ atm مقدار NO حل شده برابر با $6 / 100$ گرم

در ۱۰۰ گرم آب است. توجه: با توجه به اینکه چگالی آب 1 g.cm^{-3} بنابراین جرم $6 / 100$ آب، 600 گرم است.

$$? \text{ g NO} = 600 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0 / 12 \text{ g NO}}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 0 / 12 \text{ g NO}$$

(نادرست) (شیمی ا- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۱۱۵)

(حسن عیسی‌زاده)

۱۴۳-«گزینه ۴»

مواد A و D به ترتیب کم‌ترین و بیش‌ترین قطبیت را دارند، بنابراین مخلوط حاصل از آنها، ناهمگن خواهد بود. در صورتی که I_۲ و CS_۲ هر دو ناقطبی هستند و مخلوطی همگن ایجاد می‌کنند.

(شیمی ا- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۲۰)



x	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$
f'	-	+	-
f	min	max	min

تابع دو نقطه مینیمم نسبی و یک نقطه ماکریمم نسبی دارد.

(حسابان ۲ - صفحه های ۷۰ ۱۲۲)

(عارل فسینی)

«۴» - گزینه «۴»

$$f'(x) = \frac{4\sqrt{x}-1}{x^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{2-6\sqrt{x}}{x^3}$$

برای اینکه جهت تغیر تابع رو به بالا باشد، لازم است $f''(x) > 0$ باشد.

داریم:

$$\frac{2-6\sqrt{x}}{x^3} > 0 \xrightarrow{D_{f'}=D_{f''}=(0,+\infty)} 2-6\sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x < \frac{1}{9} \xrightarrow{x>0} x \in \left(0, \frac{1}{9}\right)$$

بنابراین بیشترین مقدار $a = \frac{1}{9}$ است.

(حسابان ۲ - صفحه ۹۰)

(عارل فسینی)

«۳» - گزینه «۳»

مطابق قسمت (ب) مثال صفحه ۱۳۳، کتاب درسی می دانیم طول نقطه عطف

نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ ، $x = 0$ است. پس با توجه به محدود کردن دامنه آن

به $x < -1$ و همچنین اینکه سهمی نقطه عطف ندارد، طول نقطه عطف نمودار

تابع f ، قطعاً $x = -1$ است و داریم:

$$f(-1) = -\frac{1}{2}(1) - \frac{5}{2} = -3$$

تابع f در $x = -1$ پیوسته است. بنابراین کافی است شب خط مماس بر

آن را در $x = -1$ به دست آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} & ; x < -1 \\ -x & ; x \geq -1 \end{cases}$$

تابع در $x = -1$ مشتق بذیر نیز می باشد و $f'(-1) = 1$ است. بنابراین خط

مماس بر نمودار تابع در نقطه $(-1, -3)$ به صورت زیر است:

$$y = x - 2$$

(کاظم اجلالی)

حسابان ۲ - اختیاری

«۲» - گزینه «۲»

مشتق تابع را تعیین علامت می کنیم.

$$f'(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2 = (x^5 - x^3) + (x^4 - x^2)$$

$$= x^3(x^2 - 1) + x^2(x^2 - 1) = (x^3 - 1)(x^2 + x^2)$$

$$= x^3(x+1)^2(x-1)$$

x	$-\infty$	-1	0	1
$f'(x)$	-	+	+	+

بنابراین تابع f روی بازه $(-\infty, 1]$ و روی هر بازه زیر مجموعه آن نیز

اکیداً نزولی است، پس بیشترین مقدار a برابر ۱ است.

(حسابان ۲ - صفحه های ۷۰ ۱۲۰)

(میلاد پاشمنی)

«۴» - گزینه «۴»

$$f'(1) = 2x - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}} \Big|_{x=1} = 0 \Rightarrow 2 - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{1}} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = 4 \xrightarrow{a>0} a = 16$$

$$b = f(1) \Rightarrow b = 1 - 4 = -3$$

$$\Rightarrow a + b = 13$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۷۰ ۱۲۲)

(عمر خان صادرقی)

«۱» - گزینه «۱»

$$f(x) = 2 \cos x + \cos 2x$$

$$f'(x) = -2 \sin x - 2 \sin 2x = -2 \sin x - 2(2 \sin x \cdot \cos x)$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} -2 \sin x(1 + 2 \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 & \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} x = \pi \\ x = \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \\ \cos x = \frac{-1}{2} & \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

معادله $f'(x) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، سه جواب دارد. حال با جدول

تفصیلات رفتار تابع داریم:



$$\text{I) } f(0) = 1 \Rightarrow \frac{b}{d} = 1 \Rightarrow b = d \Rightarrow f(x) = \frac{ax + b}{cx + b}$$

$$\text{II) } f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a \Rightarrow f(x) = \frac{ax - a}{cx - a}$$

$\frac{a}{c} = -1$ است. (III) خط $y = -1$ ، مجانب افقی نمودار است، یعنی -1 است.

$$\Rightarrow c = -a \Rightarrow f(x) = \frac{ax - a}{-ax - a} = \frac{x - 1}{-x - 1} = \frac{1 - x}{1 + x}$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{1 - 2}{1 + 2} = -\frac{1}{3}$$

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۶)

(عادل مسینی)

«۳» - گزینه ۱۴۹

$x = 0$ مجانب قائم نمودار تابع است، به طوری که در همسایگی آن علامت f یکسان است، بنابراین $x = 0$ باید ریشه مضاعف عبارت مخرج باشد. از طرفی نمودار تابع در $x = 1$ بر محور x ها مماس است یعنی $x = 1$ باید ریشه مضاعف عبارت صورت باشد.

در نتیجه ضابطه $(x - 1)^r$ را می‌توان به صورت

$$f(x) = \frac{(x - 1)^r}{x^r} = \frac{x^r - rx + r}{x^r}$$

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۶)

(فرامرز سپهری)

«۴» - گزینه ۱۵۰

$x = 0$ مجانب قائم نمودار است و از آنجا که در دو طرف آن علامت تابع b یکسان است، $x = 0$ باید ریشه مضاعف عبارت مخرج باشد، بنابراین $b = 0$ است.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x + a}{x^r} = \frac{1}{x} + \frac{a}{x^r}$$

$f'(x) = 2$ نیز طول نقطه اکسترم نسبی نمودار تابع است، پس باید $f'(2) = 0$ باشد:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^r} - \frac{2a}{x^r} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{4} - \frac{a}{4} = 0$$

$$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow a + b = -1$$

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۶)

عرض از مبدأ این خط برابر 2 است.

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۶)

(ویدیو آپدیت)

«۱» - گزینه ۱۴۶

$$y' = -2 \sin(2x)$$

$$y'' = -4 \cos(2x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} x = \frac{\pi}{4}, x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow m = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \\ y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y = -2x + \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow m = y'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = +2 \\ y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y = 2x + \frac{\pi}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{ تقاطع دو خط}} 2x + \frac{\pi}{2} = -2x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۶)

(علی شهرابی)

«۲» - گزینه ۱۴۷

نقطه $(1, 6)$ اکسترم نسبی تابع f است، پس:

$$f'(1) = 0 \Rightarrow -3 - 6 + c = 0 \Rightarrow c = 9 \quad (1)$$

$$f(1) = 6 \Rightarrow -1 - 3 + 9 + d = 6 \Rightarrow d = 1 \quad (2)$$

نقطه $x = k$ ، نقطه عطف تابع است، پس $f''(k) = 0$

$$f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 \Rightarrow f''(x) = -6x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow k = -1$$

$$p = f(-1) = 1 - 3 - 9 + 1 = -10$$

$$\Rightarrow p + k = -10 + (-1) = -11$$

(مسابان ۲ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۶)

(عادل مسینی)

«۳» - گزینه ۱۴۸

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ در نظر می‌گیریم. داریم:}$$



$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 32 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 4\sqrt{2}$$

مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(سروش موئین)

«۱۵۴ - گزینه»

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (1, -1, -1) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (4, 1, 0) = \vec{c} \\ \vec{b} &= (3, 2, 1) \end{aligned}$$

اگر \vec{a}' تصویر قائم بردار \vec{a} روی بردار \vec{c} باشد، داریم:

$$\Rightarrow |\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{c}|}{|\vec{c}|} = \frac{4 - 1 + 0}{\sqrt{4^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(عباس اسدی، امیرآبادی)

«۱۵۵ - گزینه»

$$(\vec{v}\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{v}\vec{a} - \vec{b}) = \vec{v}\vec{b} \times \vec{a} - \underbrace{\vec{v}\vec{b} \times \vec{b}}_{\vec{0}} - \underbrace{\vec{v}\vec{a} \times \vec{a}}_{-\vec{b} \times \vec{a}} + \vec{a} \times \vec{b} = \vec{v}\vec{b} \times \vec{a}$$

$$\begin{cases} \vec{b} = (1, 1, -1) \\ \vec{a} = (1, -2, 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{a} = (-1, -2, -3)$$

$$3\vec{b} \times \vec{a} = (-3, -6, -9) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی صفحه xy}} (-3, -6, 0)$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(مسنون محمد کریمی)

«۱۵۶ - گزینه»

اگر برداری بر دو بردار $2\vec{a} - 5\vec{b}$ و $3\vec{a} + 5\vec{b}$ عمود باشد، بر صفحه شامل

بردارهای \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس موازی بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ می‌باشد.

(امیرحسین ابوالهوب)

«۱۵۱ - گزینه»

۱) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$$

۲) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(مهرداد ملکونزی)

«۱۵۲ - گزینه»

حجم متوازیالسطوح تولید شده توسط سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \text{ است. با فرض } \vec{a} = (1, 2, -1), \vec{b} = (m, -2, 1) \text{ و } \vec{c} = (3, 1, 0)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = m + 6 - 3 = m + 3$$

$$\begin{cases} \vec{b} = (1, 2, -1) \\ \vec{c} = (3, 1, 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = (1, -3, -5)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = m + 6 - 5 = m + 1$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \Rightarrow |m + 1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} m + 1 = 5 \Rightarrow m = 4 \\ m + 1 = -5 \Rightarrow m = -6 \end{cases}$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه ۸۱)

(امیرحسین ابوالهوب)

«۱۵۳ - گزینه»

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 36 = 8 + 12 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

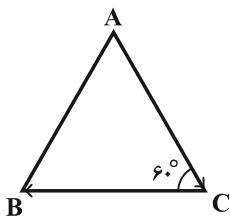
$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 8$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 64 = 8 \times 12$$



(سروش موئین)

«۱» - گزینه



ABC، AB و AC هر سه قطر وجههای مکعب هستند، پس مثلث

متساوی‌الاضلاع است و زاویه ACB برابر ۶۰° خواهد بود. چون انتهای

بردار \overrightarrow{AC} بر ابتدای بردار \overrightarrow{CB} منطبق است، پس زاویه بین دو بردار

مکمل زاویه ACB یعنی برابر ۱۲۰° است و داریم:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cos 120^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(سید امیر ستوره)

«۱» - گزینه

ابتدا دو بردار \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} را تشکیل می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3, -3, 3) \\ \overrightarrow{AC} = (-1, -1, 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (3, -3, 0)$$

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

$$\begin{cases} \vec{a} = (2, 3, 1) \\ \vec{b} = (1, 1, -1) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-4, 3, -1)$$

بردار گزینه ۱، گزینه این بردار است یعنی با $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی است.

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۸۱ و ۸۳)

(مفمن محمد کربیم)

«۳» - گزینه

اگر حاصل ضرب داخلی هر یک از بردارهای داده شده را در بردار \vec{a} محاسبهکنیم، خواهیم دید که به غیر از گزینه ۳، ماقبی مثبت خواهد شد. پس بردار \vec{a}

با بردارهای داده شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ زاویه‌ای حاده می‌سازد، اما چون

حاصل ضرب داخلی بردار \vec{a} در بردار گزینه «۳» منفی است، زاویه‌ای که با این

بردار می‌سازد منفرجه است.

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(سروش موئین)

«۳» - گزینه

چون $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ بر \vec{a} عمود می‌شود، زاویه بین این دو بردار قائم است، پس

سینوس آن برابر ۱ است. در نتیجه داریم:

$$|\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a}| |\vec{a} \times \vec{b}| \times 1 = |\vec{a}| |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

از طرفی، $|\vec{b}| = 3$ و $|\vec{a}| = 3$ ، پس:

$$|\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 15^\circ = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 30^\circ = 54$$

(هنرسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۸۱ و ۸۳)



(امیرحسین ابومهوب)

«۱۶۴ - گزینه ۳»

تعداد یال‌های گراف کامل K_{11} برابر است با:

$$q(K_{11}) = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

$$\text{با توجه به اینکه } \left[\frac{55-1}{6} \right] = 9, \text{ پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل } 10 \text{ یال}$$

در این گراف وجود دارد که همنگ باشند.

(ریاضیات گستاخ- ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

(علیرضا شریف‌ظیبی)

«۱۶۵ - گزینه ۳»

گزینه «۱»: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۴۸ مربع به طول ضلع ۱ تقسیم کرد. چون $48 > 50$, پس مربعی به ضلع ۱ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۲ نقطه باشد.

گزینه «۲»: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۱۲ مربع به طول ضلع ۲ تقسیم کرد. چون $48 < 50 < 60$, پس مربعی به ضلع ۲ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۵ نقطه باشد.

گزینه «۳»: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۶ مستطیل به طول اضلاع ۲ و ۴ تقسیم کرد. با توجه به رابطه $6 \times 9 < 50 < 6 \times 10$, نمی‌توان مطمئن بود که مستطیلی به طول اضلاع ۲ و ۴ در مستطیل مفروض و شامل ۱۰ نقطه وجود داشته باشد. (ممکن است در هیچ‌کدام از مستطیلهای کوچک‌تر، بیشتر از ۹ نقطه وجود نداشته باشد).

گزینه «۴»: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۸ مستطیل به طول اضلاع ۳ و ۲ تقسیم کرد. چون $48 < 50 < 60$, پس مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۲ در مستطیل مفروض وجود دارد که شامل حداقل ۷ نقطه باشد.

(ریاضیات گستاخ- ترکیبات؛ مشابه‌کار در کلاس ۲ صفحه ۱۰)

(نوید مهیدی)

«۱۶۶ - گزینه ۳»

طبق قضیه تقسیم، در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد b , باقی مانده یکی از

ریاضیات گستاخ- اختیاری

«۱۶۱ - گزینه ۲»

هر سال دارای ۱۲ ماه و هر هفته دارای ۷ روز است. بنابراین به تعداد $12 \times 7 = 84$ ترکیب متفاوت شامل یک روز از هفته و یک ماه از سال وجود دارد.

$$\text{حال چون } \left[\frac{337}{84} \right] = 4, \text{ پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل } 5 = 4 + 1$$

دانش‌آموز در این دیبرستان وجود دارند که در یک روز از هفته و در یک ماه از سال متولد شده‌اند.

(ریاضیات گستاخ- ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

«۱۶۲ - گزینه ۱»

طبق تعیین اصل لانه کبوتری هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، آنگاه لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k+1)$ کبوتر در آن قرار گرفته است. بنابراین داریم:

$$k+1=7 \Rightarrow k=6$$

$$85 \geq 6n+1 \Rightarrow 6n \leq 84 \Rightarrow n \leq 14$$

بنابراین اگر ۸۵ شاخه گل را حداکثر در ۱۴ گلدان قرار دهیم، آنگاه گل‌دانی وجود دارد که در آن حداقل ۷ شاخه گل قرار گرفته است.

(ریاضیات گستاخ- ترکیبات؛ مشابه‌کار در کلاس ۲ صفحه ۸۲)

«۱۶۳ - گزینه ۴»

زیرمجموعه‌هایی دو عضوی از مجموعه A که مجموع اعضای آنها برابر ۵۸ است، عبارت‌اند از:

$$\{8, 50\}, \{11, 47\}, \{14, 44\}, \{17, 41\}, \{20, 38\}, \{23, 35\}, \{26, 32\}$$

همچنین اعداد ۲، ۵ و ۲۹ در هیچ‌کدام از این زیرمجموعه‌ها قرار نمی‌گیرند. با انتخاب ۱۰ عدد (برابر مجموع تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی و اعدادی که در هیچ‌کدام از این زیرمجموعه‌ها قرار نمی‌گیرند) ممکن است مجموع هیچ دو عضوی برابر ۵۸ نباشد ولی با انتخاب عدد یازدهم، حداقل دو عدد وجود دارند که به یکی از زیرمجموعه‌های دو عضوی مشخص شده تعلق دارند و در نتیجه مجموع آنها برابر ۵۸ است.

(ریاضیات گستاخ- ترکیبات؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۸۲)



تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که بر هیچ کدام از اعداد ۷ و ۱۱ بخش پذیر

نباشد، معادل تعداد اعضای مجموعه $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$ است.

داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2| = |S| - |A_1 \cup A_2| = 900 - 198 = 702$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۶ و ۷۳)

(امیرحسین ابومهوب)

«۳» - گزینه

فرض کنید تعداد کسانی که هم فوتبال و هم والیال بازی می‌کنند، برابر $2x$ باشد. در این صورت x نفر نیز هیچ کدام از این دو رشته را بازی نکرده و $25-x$ نفر حداقل یکی از این دو رشته را بازی می‌کنند. اگر مجموعه دانش‌آموزانی که فوتبال و والیال بازی می‌کنند را به ترتیب با A_1 و A_2 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$

$$\Rightarrow 25 - x = 16 + 13 - 2x \Rightarrow x = 4$$

تعداد کسانی که در این کلاس فقط فوتبال یا فقط والیال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$|A_1 - A_2| + |A_2 - A_1| = |A_1| + |A_2| - 2|A_1 \cap A_2|$$

$$= 16 + 13 - 2 \times 4 = 15$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۶ و ۷۳)

(مهدی عزیزی)

«۴» - گزینه

اعداد مکعب کامل ۳ رقمی $= B$ و اعداد مربع کامل ۳ رقمی $= A$

$$100 \leq k^3 \leq 999 \Rightarrow 10 \leq k \leq 31 \quad \text{تعداد} \rightarrow |A| = 22$$

$$100 \leq k^3 \leq 999 \Rightarrow 5 \leq k \leq 9 \quad \text{تعداد} \rightarrow |B| = 5$$

$$100 \leq k^6 \leq 999 \Rightarrow k = 3 \quad \text{تعداد} \rightarrow |A \cap B| = 1$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\bar{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| \\ = 900 - (22 + 5 - 1) = 874$$

کل اعداد ۳ رقمی

(ریاضیات گسسته - ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۶ و ۷۳)

اعداد ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ است، یعنی تعداد لانه‌ها برابر $n = 6$ است. با توجه به

اینکه $k+1 = 4$ است، پس $k = 3$ بوده و در نتیجه طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، حداقل تعداد اعداد انتخابی برابر است با:

$$kn + 1 = 3 \times 6 + 1 = 19$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۳)

(امیرحسین ابومهوب)

«۳» - گزینه

یک تابع تعریف شده از مجموعه A به مجموعه B در صورتی غیرپوشش است که برد آن فاقد حداقل یکی از اعضای مجموعه B باشد. اگر توابعی از مجموعه A به مجموعه B که برد آنها فاقد عضوهای ۱، ۲ و ۳ باشد را به ترتیب با A_1, A_2, A_3 نشان دهیم، داریم:

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 = 16$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$= |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 16 - 3 \times 1 + 0 = 45$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبات؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(مسعوده روشی)

«۳» - گزینه

اگر S مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی و A_1 و A_2 زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آنها به ترتیب بر ۷ و ۱۱ بخش پذیر هستند، داریم:

$$|S| = 999 - 99 = 900$$

$$|A_1| = \left[\frac{999}{7} \right] - \left[\frac{99}{7} \right] = 142 - 14 = 128$$

$$|A_2| = \left[\frac{999}{11} \right] - \left[\frac{99}{11} \right] = 90 - 9 = 81$$

$$|A_1 \cap A_2| = \left[\frac{999}{77} \right] - \left[\frac{99}{77} \right] = 12 - 1 = 11$$

$$|A_1 \cup A_2| = 128 + 81 - 11 = 198$$



$$n' = ۳, n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{۳} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{R}{۹}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R} = ۹۰۰ \text{ nm}$$

در هر رشته بلندترین طول موج زمانی گسیل می شود که الکترون از یک تراز

بالاتر به تراز مربوط به آن رشته گذار انجام دهد. برای سری لیمان ($n' = ۱$)

$$n' = ۱, n = ۲ \quad \text{داریم:}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{۱} - \frac{1}{۳} \right) = \frac{۲}{۳} R \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۳}{۲} R = \frac{۴۰۰}{۳} \text{ nm}$$

$$900 - \frac{400}{3} = \frac{2700}{3} - \frac{400}{3} = \frac{2300}{3} \text{ nm} \quad \text{در نتیجه:}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

(بابک اسلامی)

«۴» - گزینه ۴

با استفاده از تعریف داریم:

گزینه «۱»

$$\Delta E(\delta \rightarrow \gamma) - \Delta E(\delta \rightarrow \gamma) = (E_\delta - E_\gamma) - (E_\delta - E_\gamma) \\ = E_\gamma - E_\gamma = \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma)$$

گزینه «۲»

$$\Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) + \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) = (E_\gamma - E_\gamma) + (E_\gamma - E_\gamma) \\ = E_\gamma - E_\gamma = \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma)$$

گزینه «۳»

$$\Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) - \Delta E(\delta \rightarrow \gamma) = (E_\gamma - E_\gamma) - (E_\delta - E_\gamma) \\ = (E_\gamma - E_\gamma) - (E_\delta - E_\gamma) = \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) - \Delta E(\delta \rightarrow \gamma)$$

گزینه «۴»

$$\Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) + \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma) = (E_\gamma - E_\gamma) + (E_\gamma - E_\gamma) \\ = E_\gamma + E_\gamma - ۲E_\gamma \neq \Delta E(\gamma \rightarrow \gamma)$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

فیزیک ۳- اختیاری

«۱۷۱» - گزینه

(ممتن قندپلر)

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \frac{\lambda_A + ۰/۱۵}{\lambda_A} = \frac{\Delta}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda_A = ۰/۶ \mu\text{m} \\ \lambda_B = ۰/۶ + ۰/۱۵ = ۰/۷۵ \mu\text{m} \end{cases}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{12 \times 10^{-۷}}{0/6 \times 10^{-۹}} = ۲\text{ eV} \\ E_B = \frac{12 \times 10^{-۷}}{0/75 \times 10^{-۹}} = 1/۶\text{ eV} \end{cases} \\ \Rightarrow \Delta E = ۲ - 1/۶ = ۰/۴\text{ eV}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

«۱۷۲» - گزینه

(محمدعلی راست پیمان)

با توجه به اطلاعات روی نمودار و معادله فتوالکتریک، خواهیم داشت:

$$B : K_{\max} = hf - W \Rightarrow (K_{\max})_B = hf' - h(1/5 \times 10^{15})$$

$$A : K_{\max} = hf - W \Rightarrow (K_{\max})_A = hf' - h(1 \times 10^{15})$$

بنابراین:

$$(K_{\max})_A - (K_{\max})_B = (hf' - 1 \times 10^{15}h) - (hf' - 1/5 \times 10^{15}h) \\ \Rightarrow (K_{\max})_A - (K_{\max})_B = 0/5 \times 10^{15}h = 0/5 \times 10^{15} \times ۴ \times 10^{-۹} \\ \Rightarrow (K_{\max})_A - (K_{\max})_B = ۲\text{ eV}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

«۱۷۳» - گزینه ۳

(عبدالرضا امینی سب)

در هر رشته، کوتاه ترین طول موج زمانی گسیل می شود که الکترون از

تراز $n = \infty$ به تراز مربوط به آن رشته گذار انجام دهد. برای سری پاشن

$(n' = ۳)$ داریم:



$$N = N_A \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{T_1}{T}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{\frac{t}{(T_1)B}}{\frac{\gamma}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = 1 \times \frac{\frac{t}{2^{4/5}}}{\frac{t}{2^{1/5}}} \Rightarrow 2^{-4} = 2^{4/5 - 1/5} \Rightarrow 2^{-4} = 2^{-4}$$

$$\Rightarrow t = 6h = 540\text{min}$$

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک هسته‌اي؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(مسنون قندپلر)

«۳» - گزینه ۳

ابتدا جرم ماده باقیمانده بعد از سه نیمه عمر را محاسبه می‌کنیم:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{\gamma}\right)^n = 24 \times \left(\frac{1}{\gamma}\right)^3 \Rightarrow m = 3g$$

طبق رابطه $E = mc^2$ ، انرژی حاصل از ۳ گرم ماده را بحسب زول بدست

آورده و سپس آن را به کیلووات ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$E = mc^2 = (3 \times 10^{-3}) \times (9 \times 10^{19}) = 27 \times 10^{13} J$$

$$\Rightarrow E = \frac{27 \times 10^{13}}{36 \times 10^5} = 7.5 \times 10^7 \text{ kW.h}$$

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک هسته‌اي؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(زهره آقامحمدی)

«۴» - گزینه ۴

صور «الف» نادرست است چون در واکنش «گداخت» مجموع جرم

محصولات کمتر از مجموع جرم هسته‌های اوپیسه است و این اختلاف جرم

($E = mc^2$) سبب آزاد شدن مقدار زیادی انرژی می‌شود.

مورد «ب» نادرست است. چون در این فرایند هسته هلیم و یک نوترون برانرژی تولید می‌شود.

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک هسته‌اي؛ صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

(مسعود قربه‌فانی)

«۱۷۵» - گزینه ۱

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow E_\delta - E_\gamma = \frac{-E_R}{\delta^2} - \left(\frac{-E_R}{\gamma^2}\right) = \frac{-E_R}{\gamma^2} + \frac{E_R}{\delta^2}$$

$$\Rightarrow E_\delta - E_\gamma = \frac{21E_R}{100}$$

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک اتمي؛ صفحه‌های ۱۴۷ و ۱۴۸)

(پاپک اسلامي)

«۱۷۶» - گزینه ۳

هسته‌هایی که تعداد پروتون مساوی دارند، دارای خواص شبیه‌ی یکسان هستند و

ایزوتوپ نامیده می‌شوند. با توجه به اینکه یک عنصر به صورت $Z X_N$ نشان داده

می‌شود که در آن $A = Z + N$ است، بنابراین عنصرهای نشان داده شده در

گزینه ۳ با عدد اتمي $Z = 19$ ایزوتوپ هستند.

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک هسته‌اي؛ صفحه ۱۴۹)

(پاپک اسلامي)

«۱۷۷» - گزینه ۴

ابتدا معادله واپاشی را می‌نویسیم:



بنابراین محصول نهایی منیزیم است و طبق رابطه $A = Z + N$ ، تعداد

$$25 = 12 + N \Rightarrow N = 13$$

(فیزیک ۳- آشناي با فیزیک هسته‌اي؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

(پاپک اسلامي)

«۱۷۸» - گزینه ۴

با استفاده از رابطه تعداد هسته‌های پرتوزای فعال یک مادة پرتوزا، داریم:



گزینه «۳»: متابول مایعی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

(میرتفنی فوشکیش)

«۱۸۴- گزینه «۴»

موارد سوم و چهارم درست است، بررسی موارد:

مورد اول: اتیل استات با فرمول $C_2H_5O_2$ دارای ۱۴ اتم است که به صورت مستقیم از واکنش اتانول و استیک اسید تهیه می‌شود.

کلرواتان با فرمول C_2H_5Cl دارای ۸ اتم است که به صورت مستقیم از واکنش اتن و گاز هیدروژن کلرید تهیه می‌شود.

مورد دوم: برای تهیه اسیدها، ابتدا باید آلكن را به الکل و سپس الکل را به اسید تبدیل کرد، بنابراین نمی‌توان اتن را به طور مستقیم به اتانوییک اسید تبدیل کرد.

مورد سوم: با قرار دادن گاز اتن در فشار و دمای بالا ترکیب پلیمری پلی اتن تولید می‌شود که ترکیبی با جرم مولکولی بالاست و برخلاف اتن، سپرشده می‌باشد.

مورد چهارم: با توجه به شکل، ترکیب‌های اتن و اتیل آمین به ترتیب آلكن و آمین دو کربنه هستند، بنابراین ترکیب X الکل دو کربنه یعنی اتانول می‌باشد که برای ضدغوفونی کردن استفاده می‌شود.

(شیمی ۳؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

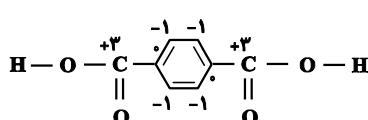
(یعقوب پازوکی)

«۱۸۵- گزینه «۳»

گزینه «۱»: افشاهه‌های بی‌حسن کننده را از واکنش گاز اتیلن با هیدروژن کلرید (HCl) بدست می‌آورند.

گزینه «۲»: پلی‌اتیلن ترفتالات یک پلی‌استر می‌باشد.

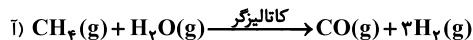
گزینه «۳»: $= 2(+3) + 4(-1) + 2(0) = +2$ مجموع عدد اکسایش



شیمی ۳(اختیاری)

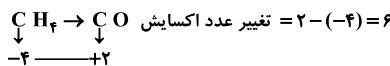
«۱۸۱- گزینه «۳»

(محمد عظیمیان؛ واره)



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



گزینه «۲»: پایداری کربن مونوکسید (CO) از پایداری کربن دی‌اکسید (CO₂) کمتر است.

گزینه «۳»: در واکنش (ب) عدد اکسایش C در CO از +۲ به -۲ در CH₃OH تغییر کرده و بنابراین کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

گزینه «۴»: نیروی بین مولکولی غالب در متابول از نوع بیوند هیدروژنی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

«۱۸۲- گزینه «۲»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به منظور تولید ترفتالیک اسید با بازده بالا از پارازایلن، باید از محلول پتانسیم پرمکنگات در دمای بالا استفاده کرد. البته به منظور افزایش بازدهی، استفاده از اکسیزن در حضور کاتالیزگرهای مناسب می‌تواند راه گشای باشد.

گزینه «۳»: این مواد را نمی‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

گزینه «۴»: همانند پلیمرهای سنتزی، PET نیز ماندگاری بالایی دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

«۱۸۳- گزینه «۴»

بررسی سایر گزینه‌ها:

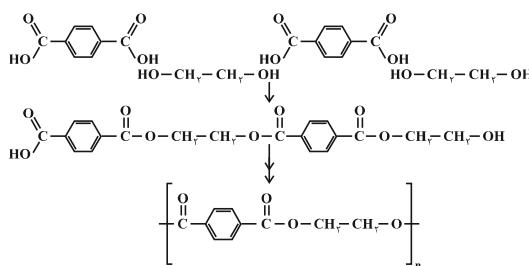
گزینه «۱»: در این روش از گاز O₂ در حضور کاتالیزگر استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: کاتالیزگر، سبب افزایش بازده درصدی واکنش‌ها نمی‌شود.



$$\text{? g NaOH} = \frac{۳۳}{۲g} / \frac{۲g}{\text{C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴} \times \frac{\text{۱mol C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴}{۱۶g \text{C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴}$$

$$\times \frac{\text{۴mol NaOH}}{\text{۱mol C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴} \times \frac{۴\text{g NaOH}}{\text{۱mol NaOH}} = ۱۶\text{g NaOH}$$



(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روش‌نامه؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

(محمد عظیمیان؛ زواره)

«۴» گزینه «۳»

پتانسیم پرمنگنات در این واکنش نقش اکسنده را دارد و بازده واکنش نسبتاً

خوب است. فرمول مولکولی ترفتالیک اسید $\text{C}_۶\text{H}_۴(\text{COOH})_۲$ یا $\text{C}_۶\text{H}_۶\text{O}_۴$ می‌باشد.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روش‌نامه؛ صفحه ۱۱۵)

(موسی فیاط علی‌محمدی)

«۱۹۰ گزینه «۱»

$$\text{۸۰۰.۰g CH}_۴ \times \frac{\text{۱mol CH}_۴}{۱۶g \text{CH}_۴} \times \frac{\text{۱mol CO}}{\text{۱mol CH}_۴} = ۵۰\text{.۰mol CO}$$

$$\text{۵۰.۰mol CO} \times \frac{\text{۱mol CH}_۴\text{OH}}{\text{۱mol CO}} = ۵۰.۰\text{mol CH}_۴\text{OH}$$

$$\text{۴۰۰.۰g CH}_۴ \times \frac{\text{۱mol CH}_۴}{۱۶g \text{CH}_۴} \times \frac{\text{۱mol CH}_۴\text{OH}}{\text{۱mol CH}_۴} \times \frac{۹۰}{۱۰۰}$$

$$= ۲۲۵\text{mol CH}_۴\text{OH}$$

$$\frac{\text{مقدار علمی}}{\text{مقدار نظری}} = \frac{۲۲۵}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۴۵\%$$

حاصل ضرب بازده a و b باید برابر ۴۵٪ شود.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روش‌نامه؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

گزینه «۴»: از واکنش گاز اتن با محلول آبی و رقیق پتانسیم پرمنگنات، در

شرایط مناسب اتیلن کلیکول با فرمول شیمیایی $\text{C}_۶\text{H}_۶\text{O}_۲$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

(محمد رضائی)

«۴» گزینه «۴»

تنهای عبارت «پ» نادرست است.

تغییر عدد اکسایشن هر واحد پارازایلن در تبدیل به ترفتالیک اسید، برابر ۱۲

است. بنابراین:

$$\text{? mole}^- = \frac{۳۳}{۲g} / \frac{۲g}{\text{C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴} \times \frac{\text{۱mol C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴}{۱۶g \text{C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴} \times \frac{\text{۱۲mole}^-}{\text{۱mol C}_۸\text{H}_۶\text{O}_۴}$$

$$= ۲ / ۴\text{mole}^-$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

(محمدحسن محمدزاده‌قدم)

«۱۸۷ گزینه «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: استیک اسید را نمی‌توان به طور مستقیم از گاز اتن تهیه کرد.

گزینه «۳»: کلرواتان به عنوان افسانه‌ی حس‌کننده موضعی مورد استفاده قرار

می‌گیرد که از واکنش هیدروژن کلرید با گاز اتن تهیه می‌شود.

گزینه «۴»: اتیل استات از واکنش اتانوبیک اسید و اتانول به دست می‌آید.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روش‌نامه؛ صفحه ۱۱۳)

(شهرام امیرمحموی)

«۱۸۸ گزینه «۱»

بررسی موارد:

مورد اول: صحیح است. ترفتالیک اسید دارای دو گروه عاملی اسیدی و اتیلن

کلیکول دارای دو گروه عاملی الکلی است.

مورد دوم: صحیح است.

مورد سوم: نادرست است. در هر واحد تکرارشونده PET، اتم هیدروژن وجود دارد.

مورد چهارم: نادرست است. ترفتالیک اسید دارای دو گروه عاملی اسیدی

است. بنابراین هر مول آن با دو مول از NaOH به طور کامل خنثی می‌شود.