

۱۰۱ - حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{88+18\sqrt{7}}-\sqrt{88-18\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}$  کدام است؟

$\frac{9\sqrt{14}}{7}$  (۴)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)       $\sqrt{2}$  (۲)       $\sqrt{14}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\sqrt{88+18\sqrt{7}}-\sqrt{88-18\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{(9+\sqrt{7})^2}-\sqrt{(9-\sqrt{7})^2}}{\sqrt{(\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}})^2}+\sqrt{(\sqrt{\frac{7}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}})^2}} = \frac{9+\sqrt{7}-9+\sqrt{7}}{\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{7}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt{7}}{2\times\sqrt{\frac{7}{2}}} = \sqrt{2}$$

- ۱۰۲ - در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول برابر ۱۵۲ و مجموع سه جمله دوم برابر ۵۱۳ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۸ (۳)

۲۴ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 + a_2 + a_3 = 152 \Rightarrow a + aq^1 + aq^2 = 152$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 513 \Rightarrow aq^3 + aq^4 + aq^5 = 513 \Rightarrow q^3 \overbrace{(a + aq^1 + aq^2)}^{152} = 513 \Rightarrow q^3 = \frac{513}{152} = \frac{27}{8} \Rightarrow q = \frac{3}{2}$$

$$a + aq^1 + aq^2 = 152 \Rightarrow a(1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4}) = 152 \Rightarrow a(\frac{19}{4}) = 152 \Rightarrow a = 32$$

- ۱۰۳ - به ازای چه مقدار از  $m$ ، نمودار تابع  $y = -3x^3 + (2m-1)x^2 + m - 6$  بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

-۶ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

در صورت سوال اشتباه تایپی وجود دارد و شکل صحیح تابع چنین است:

$$\begin{cases} y = -3x^3 + (2m-1)x^2 + m - 6 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -3x^3 + (2m-1)x^2 + m - 6 = -x \Rightarrow -3x^3 + 2mx^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(-3)(m-6) = 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 18 = 0 \Rightarrow (m+6)(m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = +3 \end{cases}$$

چون در ناحیه ۴ بر تابع مماس است، پس طول نقطه تمس مثبت و شیب خط ماس برابر است. پس از تابع مشتق گرفته و داریم:

$$-6x + 4m - 1 = -1 \Rightarrow -6x + 4m = 0 \begin{cases} m = -6 \Rightarrow x = -2 \\ m = +3 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$



۱۰۴- مجموعه جواب نامعادله  $|x-1| < 2x$  شامل چند عدد صحیح است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2x + 1 < 3 \\ x + 2x - 1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 < x \\ x < \frac{4}{3} \end{cases} \cap \begin{cases} -2 < x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} < x < \frac{4}{3} \end{cases} \in \mathbb{Z} \Rightarrow -1, 0, 1$$

۱۰۵- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار  $y = x^2 - 2$  بالاتر از نمودار  $y = x^2$  قرار دارد. مقدار  $b - a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 < (x-2)^2 \Rightarrow x^2 < |x-2| \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \Rightarrow x^2 < -(x-2) \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Rightarrow -2 < x < 1 \\ x \geq 2 \Rightarrow x^2 < +(x-2) \Rightarrow x^2 - x + 2 < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

$$a = -2, b = 1 \Rightarrow b - a = 3$$

۱۰۶- نمودار وارون تابع  $f(x) = \frac{x-3}{2}$  را در راستای محور y ها، ۶ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. اگر A نقطه

تلافقی نمودار منحنی حاصل با نمودار f باشد، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

۱)  $\sqrt{2}$ ۲)  $2\sqrt{2}$ ۳)  $\sqrt{5}$ ۴)  $2\sqrt{5}$ 

پاسخ: گزینه ۴

$$y = \frac{x-3}{2} \Rightarrow x-3 = 2y \Rightarrow x = 2y+3 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+3 \xrightarrow{-6} g(x) = 2x-3$$

$$\begin{cases} y = \frac{x-3}{2} \\ y = 2x-3 \end{cases} \Rightarrow 2x-3 = \frac{x-3}{2} \Rightarrow A : \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{2}$$

۱۰۷- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای  $p(x)$  بر  $x-1$ ، به ترتیب  $q(x)$  و ۲ است. اگر  $p''(x)$  بر ۴ بخش‌پذیر باشد،  $q(-2)$  کدام است؟

۴) صفر

۲) (۳)

۳)  $\frac{2}{3}$ ۱)  $\frac{1}{4}$ 

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} p(x) = (x-1)q(x) + 2 \\ p''(x) = (x^2 - 4)q''(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -3q(-2) + 2 \xrightarrow{P(-2)=0} q(-2) = \frac{2}{3} \\ P''(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{cases}$$



$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \quad \text{معادله ۱۰۸}$$

دارای چند جواب است؟

۴) صفر      ۱) ۳      ۲) ۲      ۳) ۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{x^2 + 2x}}{-4x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x = -4x^2 - 10x \Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

غیر قابل

۱۰۹- تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2}$  در یک بازه نزولی است. ضابطه  $f^{-1}$  در این بازه، کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, \quad x \geq \frac{2}{5} \quad (۲) \quad f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, \quad x \leq \frac{29}{5} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, \quad x \geq \frac{2}{5} \quad (۴) \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, \quad x \leq \frac{29}{5} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x \leq -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -(2x+5) - (-5x+2) \Rightarrow y = 3x - 7 \\ x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow y = (2x+5) - (5x-2) \Rightarrow y = -3x + 7 \end{cases}$$

$$y = -3x + 7 \Rightarrow 3x = -y + 7 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3} \xrightarrow{y \geq \frac{2}{5}} f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, \quad x \leq \frac{29}{5}$$

۱۱۰- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  باشد، حاصل  $g(-\frac{3}{7}) + g(\frac{5}{9})$  کدام است؟

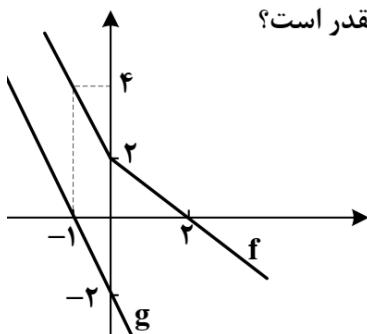
$$-\frac{1}{3} \quad (۴) \quad -\frac{11}{28} \quad (۳) \quad \frac{19}{20} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x > 0 \rightarrow y = \frac{x}{1+x} \Rightarrow y + yx = x \Rightarrow y = x - xy \Rightarrow g(x) = \frac{x}{1-x}, \quad x > 0 \\ x < 0 \rightarrow y = \frac{x}{1-x} \Rightarrow y - yx = x \Rightarrow y = x + xy \Rightarrow g(x) = \frac{x}{1+x}, \quad x < 0 \end{cases}$$

$$g(-\frac{3}{7}) + g(\frac{5}{9}) = -\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}} + \frac{\frac{5}{9}}{1-\frac{5}{9}} = \frac{-3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$$





۱۱۱- با توجه به نمودارهای  $f$  و  $g$  در شکل زیر، حاصل  $gof^{-1}(-2) + fof(-2)$  چقدر است؟

- ۱۶ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & ; x \leq 0 \\ -x + 2 & ; x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = -2x - 2; \quad f(f(-2)) = f(6) = -4$$

$$x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 2; \quad g(f^{-1}(-2)) = g(4) = -10; \quad \boxed{g(f^{-1}(-2)) + f(f(-2)) = -14}$$

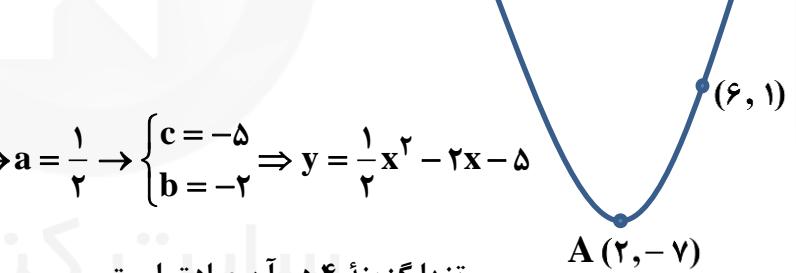
۱۱۲- سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  گذرا بر نقطه  $(1, 6)$ ، محور تقارن خود را در  $(-7, 2)$  قطع می‌کند. این سهمی از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

- $(-2, 1)$  (۱)
- $(4, -3)$  (۲)
- $(4, -1)$  (۳)
- $(-2, 3)$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \rightarrow \boxed{b = -4a} \quad (۱);$$

$$\begin{cases} -7 = 4a + 2b + c \xrightarrow{(1)} -4a + c = -7 \\ 1 = 36a + 6b + c \xrightarrow{(1)} 12a + c = 1 \end{cases}$$



تنها گزینه ۴ در آن صادق است.

۱۱۳- اگر  $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{4}{3}$  باشد، مقدار  $\tan 2\alpha$  کدام است؟

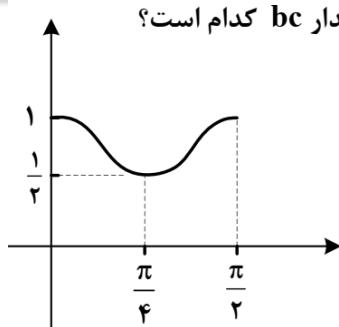
- $-\frac{2}{3}$  (۱)
- $-\frac{3}{2}$  (۲)
- $\frac{3}{2}$  (۳)
- $\frac{2}{3}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos 2\alpha}{\frac{1}{2}\sin 2\alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \cot 2\alpha = -\frac{2}{3}$$

$$\boxed{\tan 2\alpha = -\frac{2}{3}}$$





- ۱۱۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  کدام است؟
- ۳ (۱)
  - ۱ (۲)
  - ۱ (۳)
  - ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{1}{4}; bc = 4 \times \frac{1}{4} \Rightarrow bc = 1$$

- ۱۱۵- معادله مثلثاتی  $\tan 2x = \cot x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند جواب دارد؟

- ۷ (۴)
- ۶ (۳)
- ۵ (۲)
- ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\tan 2x = \cot x \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad \text{---} \pi \leq x \leq \pi \Rightarrow k = \underbrace{-3, -2, -1, 0, 1, 2}_{6}$$

- ۱۱۶- اگر  $\log_{15} \sqrt{b} = 1+a$  و  $\log_3 5 = a$  باشد، مقدار  $\log_9 b$  کدام است؟

- ۲/۵ (۴)
- ۲ (۳)
- ۱/۵ (۲)
- ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\log_9 b = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 b = \log_3 3 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 b = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 5 \Rightarrow$$

$$\log_3 b = \log_3 3^2 + \log_3 5^2 \Rightarrow \log_3 b = \log_3 15^2 \Rightarrow b = 15^2$$

$$\log_{15} \sqrt{b} = \log_{15} \sqrt{15^2} = \log_{15} 15 = 1$$



۱۱۷ - در تابع با ضابطه  $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟  
 $f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}$

$\log_2 \frac{1}{\sqrt{3}}$  (۴)       $\log_2 \sqrt{3}$  (۳)       $\log_2 3$  (۲)       $\log_2 \frac{1}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{(2^x)^2 - 1}{2^x}}{\frac{(2^x)^2 + 1}{2^x}} \Rightarrow 2(2^x)^2 - 2 = (2^x)^2 + 1 \Rightarrow (2^x)^2 = 3 \Rightarrow$$

$$2^x = \sqrt{3} \xrightarrow{\log_2} \log_2 2^x = \log_2 \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{x = \log_2 \sqrt{3}}$$

۱۱۸ - میانگین داده‌های  $a, a, a, 5$  و  $-2$  برابر ۳ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}$  (۴)       $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$  (۳)       $\frac{3\sqrt{10}}{8}$  (۲)       $\frac{8}{3\sqrt{10}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-2 + 5 + 3a}{5} \Rightarrow \boxed{a = 4} ; \sigma^2 = \frac{(-2-3)^2 + (5-3)^2 + 3(4-3)^2}{5} = 6/4 \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{8}{\sqrt{10}}}$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{8}{\sqrt{10}}}{3} \Rightarrow \boxed{Cv = \frac{8}{3\sqrt{10}}}$$

۱۱۹ - میانه تعدادی داده آماری برابر  $3/5$  است. مجموع میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه و میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه برابر ۷ است. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

۷/۵ (۴)      ۷ (۳)      ۳/۵ (۲)      ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$n = 2k - 1 \quad \underbrace{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}}_{S_1}, \underbrace{\dots, x_{n-1}, x_n}_{S_2} \Rightarrow \frac{S_1}{n-1} + \frac{S_2}{n-1} = 7 \Rightarrow \boxed{S_1 + S_2 = \frac{7n}{2} - 3/5}$$

$$\bar{x} = \frac{S_1 + S_2 + 3/5}{n} = \frac{\frac{7n}{2} - 3/5 + 3/5}{n} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 3/5}$$



۱۲۰- به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - x - 2|}{x - 2} & x < 2 \\ a[-x] + 3 + 3a & x \geq 2 \end{cases}$  پیوسته است؟

(۱) ۳ هر مقدار  $a$  هیچ مقدار  $a$  (۲) ۶ (۳) هر مقدار  $a$

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)}{x-2} = -3$$

حد چپ و راست در ۲ برابر نیستند، پس در ۲ پیوسته نیست و در نتیجه در  $\mathbb{R}$  پیوسته نیست.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} a[-x^+ + 3 + 3a] = \lim_{x \rightarrow 2^-} -3a + 3 + 3a = 3$$

۱۲۱- در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax + \sqrt{x^2 + 12}}{x + 2}$  باشد، حد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  اگر  $x \rightarrow -2$  وقتی  $f(x) = 1$  کدام است؟

(۱) ۰/۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{x + 2} = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{x + 2} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{4x^2 - x^2 - 12}}{x + 2} \times \frac{1}{-4 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x+2)(x-2)}{x+2} \times \frac{1}{-8} = \frac{3}{2}$$

۱۲۲- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & x \geq 2 \\ ax^2 + bx & x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. مقدار  $b$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{7}{6}$  (۳)  $-\frac{5}{6}$  (۴)  $-\frac{5}{12}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{4x+1} = 3, \lim_{x \rightarrow 2^-} 4a + 2b \Rightarrow 4a + 2b = 3 \xrightarrow{x \rightarrow 1} -4a - 2b = -3 \quad (1)$$

$$f'_+(2) = \frac{4}{2\sqrt{4(2)+1}} = \frac{2}{3}, f'_-(2) = 4a + b \Rightarrow 4a + b = \frac{2}{3} \xrightarrow{+(1)} -b = -\frac{7}{3} \Rightarrow b = \frac{7}{3}$$





۱۲۳- خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع  $y = \frac{1-5x}{1+2x}$  بر خط  $y = 7x - 2$  عمود است. فاصله بین این دو نقطه، کدام است؟

$7\sqrt{2}$  (۴)       $5\sqrt{2}$  (۳)       $7\sqrt{13}$  (۲)       $2\sqrt{13}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$y = 7x - 2 \Rightarrow m = 7 \xrightarrow{m \times m' = -1} m' = -\frac{1}{7}; y' = \frac{-5(1+2x) - 2(1-5x)}{(1+2x)^2} = \frac{-7}{(1+2x)^2}$$

$$y'(x_0) = -\frac{1}{7} \Rightarrow \frac{-7}{(1+2x)^2} = -\frac{1}{7} \Rightarrow (1+2x)^2 = 49 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 7 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, -2) \\ 2x+1 = -7 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B(-4, -3) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-2 - (-3))^2} = \sqrt{50} \Rightarrow AB = 5\sqrt{2}$$

۱۲۴- آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$  در نقطه  $x = 4$  کدام است؟

$\frac{5}{27}$  (۴)       $\frac{4}{27}$  (۳)       $\frac{5}{9}$  (۲)       $\frac{2}{9}$  (۱)

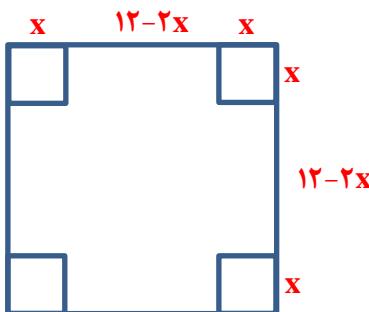
پاسخ: گزینه ۱

$$f'(x) = \frac{1 \times \sqrt{2x+1} - \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} \times x}{2x+1} \Rightarrow f'(4) = \frac{\frac{3}{9} - \frac{4}{9}}{9} \Rightarrow f'(4) = \frac{5}{27}$$

۱۲۵- یک سازنده جعبه‌های مقوایی می‌خواهد از مقواهای ۱۲cm مربع، با بریدن مربع‌های مساوی از چهارگوش و بالا بردن اضلاع جعبه‌های باز بسازد. طول ضلع مربعی را که باید ببرید چند سانتی‌متر باشد تا جعبه بیشترین حجم را داشته باشد؟

۶ (۴)      ۴ (۳)      ۳ (۲)      ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



$$V(x) = x(12-2x)^2 \Rightarrow V'(x) = (12-2x)^2 - 2 \times 2x(12-2x) = 0 \Rightarrow$$

$$(12-2x)(12-2x-4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 12 \end{cases}$$



۱۲۶- به چند طریق ۶ دانشآموز می‌توانند در ۴ رشته ورزشی متمایز ثبت‌نام کنند به‌طوری که در هر رشته ورزشی، حداقل یک دانشآموز ثبت‌نام کند؟

۱۵۶۰ (۴)

۷۹۲ (۳)

۷۲۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

تعداد توابع پوشای مجموعه ۶ عضوی به ۴ عضوی را باید بدست آوریم:

$$4^6 - \left( \binom{4}{1}(4-1)^6 - \binom{4}{2}(4-2)^6 + \binom{4}{3}(4-3)^6 \right) = 4096 - (2916 - 384 + 4) = \boxed{1560}$$

۱۲۷- هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آنها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۶ است؟

 $\frac{4}{15}$  $\frac{2}{15}$  $\frac{3}{10}$  $\frac{1}{10}$ 

پاسخ: گزینه ۳

$$n(s) = \binom{5}{3} \times 3! = 60, A = \left\{ \underbrace{132, 312}_{2}, \underbrace{432, 342, 234, 324}_{4}, \underbrace{354, 534}_{2} \right\} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{8}{60} \Rightarrow \boxed{P(A) = \frac{2}{15}}$$

۱۲۸- اگر نقطه  $A(-2, -3)$  رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع  $4x + 3y = 9$  باشد، مساحت مربع چقدر است؟

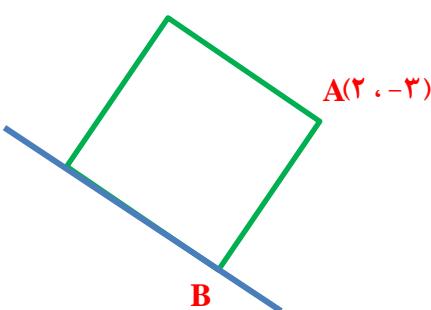
۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



$$4x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \sqrt{|4(-2) + 3(-1) - 9|} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

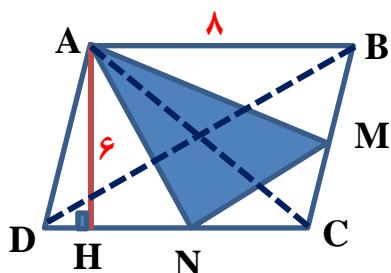
$$S = AB^2 = 25 \Rightarrow \boxed{S = 25}$$



۱۲۹- در متوازی الاضلاع  $ABCD$ , نقاط  $M$  و  $N$  وسط اضلاع  $BC$  و  $AD$  هستند. اگر  $AB = 8$  و فاصله  $A$  از ضلع  $CD$  برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث  $AMN$  کدام است؟

۱۸ (۴)      ۱۶ (۳)      ۱۵ (۲)      ۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 48 = 24$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{2}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD}\right) = 6$$

$$S_{AMN} = 24 - 6 \Rightarrow \boxed{S_{AMN} = 18}$$

۱۳۰- قطرهای یک بیضی روی خطوط  $3y + 2x = 11$  و  $2y - 3x = 3$  قرار دارند. فاصله مرکز بیضی تا مبدأ مختصات،

چقدر است؟

$\sqrt{5}$  (۴)      ۵ (۳)       $\sqrt{10}$  (۲)      ۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} 2y - 3x = 3 & \xrightarrow{\times 2} 4y - 6x = 6 \\ 3y + 2x = 11 & \xrightarrow{\times 3} 9y + 6x = 33 \end{cases} \rightarrow 13y = 39 \rightarrow \boxed{y = 3} \Rightarrow \boxed{x = 1} \Rightarrow \boxed{O'(1, 3)}$$

$$OO' = \sqrt{1+9} \Rightarrow \boxed{OO' = \sqrt{10}}$$

سایت کنکور

Konkur.in

