

۱- معادله درجه دوم $(a+b)x^2 + ax + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 1$ است. حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۳

۲- دو چاپگر اگر با هم کار کنند، فیش‌های حقوقی یک شرکت را ظرف مدت ۲ ساعت چاپ می‌کنند. اگر چاپگر اول به تنهایی کار کند، فیش‌های حقوقی را ۳ ساعت زودتر از چاپگر دوم تمام می‌کند. چاپگر دوم به تنهایی ظرف چند ساعت فیش‌ها را چاپ می‌کند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

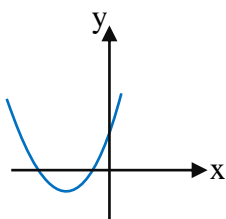
۳- تابع f به هر عدد حقیقی پنج برابر مجذور تفاضل نصف آن عدد از ۴ را نسبت می‌دهد. مقدار $\frac{f(-2) - 5}{2f(4)}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۴- در تابع خطی f داریم $f(-5) = 3$ و $f(-2) = 1$ ، نمودار تابع $f(x)$ محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۵- معادله سهمی شکل زیر کدام است؟



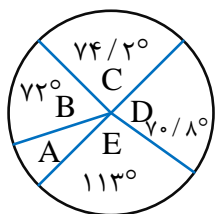
(۱) $y = x^2 + 2x + 5$ (۲) $y = 2x^2 + 4x + 5$

(۳) $y = x^2 + 6x + 8$ (۴) $y = 2x^2 + 8x + 8$

۶- در رسم نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۲۰، ۱۷، ۳، ۱۹، ۵، ۱۱، ۱۵، ۵، ۱۲، ۱۰، ۱۸، ۱۲، ۷، ۴، ۹، ۴، ۱۴ انحراف استاندارد داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

- (۱) $1/7$ (۲) $1/9$ (۳) $2/7$ (۴) $2/9$

۷- نمودار دایره‌ای مقابل متناسب با میزان صادرات یک نوع محصول از پنج استان مختلف است. اگر میزان



صادرات استان A برابر ۳۲ تن باشد، میزان صادرات استان B چند تن است؟

(۱) $76/8$ (۲) $77/6$

(۳) $78/4$ (۴) $79/2$

۸- اگر ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee r)$ (۲) $(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \wedge r)$

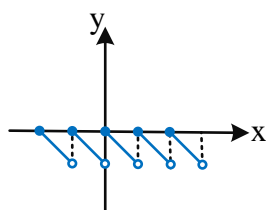
(۳) $(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r)$ (۴) $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$

۹- اگر f تابع ثابت و g تابع همانی باشد به طوری که $\frac{f(-1) + g(-2)}{2f(0) + g(1)} = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\frac{(f+g)(\Delta)}{(f-g)(\Delta)}$ کدام

است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۰- شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟



(۱) $f(x) = [x] + x$ (۲) $f(x) = [x] - x$

(۳) $f(x) = x - [x]$ (۴) $f(x) = 2x - [x]$

۱۱- اگر $f = \{(2, -1), (a+1, 6), (-4, 6)\}$ و $g = \{(2b, -3), (3, 4), (-2, 5)\}$ و $\frac{f}{g} = \{(4, c-1)\}$

آن‌گاه مقدار $a - b - c$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲- قیمت دو نوع کالای A و B در سال پایه ۴۰ و ۶۰ هزار تومان و در سال مورد نظر به ۷۰ و ۸۰ هزار

تومان رسیده است. اگر میزان مصرف آن‌ها به ترتیب ۲۵۰ و ۴۰۰ کیلوگرم باشد، نرخ تورم این دو کالا نسبت

به سال پایه چند درصد است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۲ (۴) ۴۵

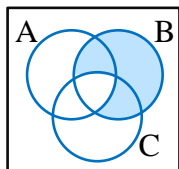
۱۳- با حروف کلمه «مهرشاد» چند جایگشت می توان ساخت به طوری که کلمه «شاد» همه جا به همین صورت بیاید؟

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

۱۴- اعداد ۱ تا ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف دو کارت از بین آن‌ها بیرون می آوریم با کدام احتمال مجموع اعداد این دو کارت برابر ۱۱ است؟

- $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۱۵- اگر A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، ناحیه رنگی از نمودار زیر کدام پیشامد را نشان می دهد؟



- (۱) $(A \cup C) - B$ (۲) $B - (A \cap C)$
(۳) $(A \cup B) - C$ (۴) $B - (A \cup C)$

۱۶- اعداد طبیعی را به صورتی دسته بندی می کنیم که تعداد اعضای هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد مجموع جملات دسته بیستم کدام است؟

- ۴۰۱۰ (۱) ۴۰۲۰ (۲) ۴۰۳۰ (۳) ۴۰۴۰ (۴)

۱۷- در یک دنباله، $a_1 = 40$ ، $a_{n+1} = a_n + 7$ ، اگر $a_n = 208$ ، آن گاه S_n کدام است؟

- ۳۱۰۰ (۱) ۳۱۵۰ (۲) ۳۲۰۰ (۳) ۳۲۵۰ (۴)

۱۸- در یک دنباله هندسی مجموع چهار جمله اول $32\frac{1}{2}$ و نسبت جمله هشتم به ششم برابر $2/25$ است. جمله سوم دنباله کدام است؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)

۱۹- اگر $A = 81\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}(27)^{-\frac{4}{3}}$ ، آن گاه حاصل $(3A - 2)^{2/5}$ کدام است؟

- $\sqrt{5}$ (۱) ۵ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲۵ (۴)

۲۰- جمعیت کشوری که به طور نمایی و سالانه ۴ درصد رشد می‌کند، پس از چند سال ۵ برابر می‌شود؟

$$((1/0.4)^{48} = 25)$$

۲۴ (۴)

۲۸ (۳)

۳۲ (۲)

۳۶ (۱)

پاسخنامه:

۱- گزینه ۴

$$(a+b)x^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = a + b \\ b = a \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{ریشه مضاعف معادله: } x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{2(a+b)} = 1 \Rightarrow 2a + 2b = -a$$

$$2a + a = -2b \Rightarrow 3a = -2b \Rightarrow a = -\frac{2}{3}b \Rightarrow b = -\frac{3}{2}a$$

$$\text{ریشه مضاعف معادله: } \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (a)^2 - 4(a+b)(1) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a - 4b = 0 \xrightarrow{b = -\frac{3}{2}a} a^2 - 4a - 4(-\frac{3}{2}a) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 6a = 0 \Rightarrow a^2 + 2a = 0 \Rightarrow a(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \rightarrow b = 0 \text{ غ ق} \\ a + 2 = 0 \rightarrow a = -2 \rightarrow b = -\frac{3}{2}(-2) = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (-2)^2 + (3)^2 = 4 + 9 = 13$$

۲- گزینه ۲

چاپگر دوم (B) تمام فیش‌ها را به تنهایی در X ساعت چاپ می‌کند (در هر ساعت $\frac{1}{X}$ فیش‌ها) و چاپگر اول

(A)، ۳ ساعت زودتر (X-۳ ساعت) فیش‌ها را چاپ می‌کند (در هر ساعت $\frac{1}{X-3}$ فیش‌ها) هر دو چاپگر با

هم در ۲ ساعت فیش‌ها را چاپ می‌کنند (یعنی هر دو چاپگر در هر ساعت $\frac{1}{۲}$ فیش‌ها را چاپ می‌کنند):

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-3+x}{x(x-3)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x-3}{x^2-3x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 2(2x - 3) \Rightarrow x^2 - 3x = 4x - 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 4x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x-6=0 \rightarrow x=6 \end{cases}$$

۳- گزینه ۲

$$f(x) = 5\left(4 - \frac{x}{2}\right)^2$$

$$\begin{cases} f(-2) = 5\left(4 - \left(\frac{-2}{2}\right)\right)^2 = 5(4+1)^2 = 5(5)^2 = 125 \\ f(4) = 5\left(4 - \frac{4}{2}\right)^2 = 5(4-2)^2 = 5(2)^2 = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f(-2) - 5}{2f(4)} = \frac{125 - 5}{2 \times 20} = \frac{120}{40} = 3$$

۴- گزینه ۴

$$f(-5) = 3 \Rightarrow A(-5, 3)$$

$$f(-2) = 1 \Rightarrow B(-2, 1)$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{-5 - (-2)} = \frac{2}{-5 + 2} = -\frac{2}{3}$$

$$m = -\frac{2}{3}, B(-2, 1)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -\frac{2}{3}(x - (-2))$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} + 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

برای یافتن نقطه تلاقی خط با محور Xها کافی است به جای y عدد صفر را قرار دهیم:

$$0 = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۵- گزینه ۳

$$S \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ y = \text{جایگزینی } x \text{ در تابع} \end{cases}$$

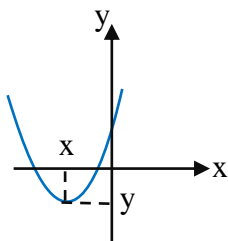
نقطه رأس گزینه‌ها را می‌یابیم:

$$1) \begin{cases} x = \frac{-4}{2(2)} = -1 \\ y = 2(-1)^2 + 2(-1) + 5 = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = \frac{-4}{2(2)} = -1 \\ y = 2(-1)^2 + 4(-1) + 5 = 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x = \frac{-6}{2(1)} = -3 \\ y = (-3)^2 + 6(-3) + 8 = -1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = \frac{-8}{2(2)} = -2 \\ y = 2(-2)^2 + 8(-2) + 8 = 0 \end{cases}$$



طبق شکل، رأس سهمی دارای طول و عرض منفی است.

پس فقط گزینه (۳) می‌تواند معادله این سهمی باشد.

۶- گزینه ۲

$$\overbrace{3, 4, 4, 7, 9, 10, 11/5}^{Q_1 = 7}, \quad \overbrace{12, 12/5, 14, 15, 17, 18, 19, 20}^{Q_3}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 میانه

پانزده داده داریم، داده هشتم میانه است.

داده‌های داخل جعبه عبارتند از:

$$9, 10, 11/5, 12, 12/5, 14, 15$$

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 11/5 + 12 + 12/5 + 14 + 15}{7} = \frac{84}{7} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{(9-12)^2 + (10-12)^2 + (11/5-12)^2 + (12-12)^2}{7} + \frac{(12/5-12)^2 + (14-12)^2 + (15-12)^2}{7}$$

$$= \frac{9+4+0/25+0+0/25+4+9}{7} = \frac{26/5}{7} = \frac{265}{70} \approx 3/7$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{3/7} \approx 1/9$$

۷- گزینه ۱

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° است پس زاویهٔ مربوط به استان A برابر است با:

$$360^\circ - (70/8^\circ + 74/2^\circ + 113^\circ + 72^\circ) = 360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$$

با تشکیل یک نسبت تناسب، میزان کل محصولات صادراتی به دست می‌آید:

$$\frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{n} \Rightarrow n = \frac{360 \times 32}{30} = 384 \text{ (تن)}$$

حالا در مورد استان B داریم:

$$\frac{72^\circ}{360^\circ} = \frac{x}{384} \Rightarrow x = \frac{72 \times 384}{360} = 76/8$$

۸- گزینه ۳

ارزش گزارهٔ شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow r$ فقط وقتی نادرست است که مقدم $(p \wedge q)$ درست و تالی (r) نادرست باشد. از آن جا که ارزش گزاره $p \wedge q$ درست است پس هر دو گزاره p و q درست هستند در نتیجه ارزش گزارهٔ $p \wedge r$ نادرست و ارزش گزارهٔ $q \vee r$ درست است و لذا گزارهٔ دو شرطی $(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r)$ (گزینه ۳) نادرست می‌باشد زیرا دو طرف هم‌ارزش نیستند.

۹- گزینه ۱

f تابعی ثابت است، یعنی $f(x) = a$ و g تابع همانی است، یعنی $g(x) = x$ ، پس:

$$f(-1) = a, g(-2) = -2, 2f(0) = 2a, g(1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{f(-1) + g(-2)}{2f(0) + g(1)} = \frac{a - 2}{2a + 1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2a + 1 = 3a - 6$$

$$\Rightarrow 2a - 3a = -6 - 1 \Rightarrow -a = -7 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow f(x) = 7$$

$$\Rightarrow \frac{(f+g)(5)}{(f-g)(5)} = \frac{f(5)+g(5)}{f(5)-g(5)} = \frac{7+5}{7-5} = \frac{12}{2} = 6$$

۱۰- گزینه ۲

با فرض آن که دامنه تابع به صورت $-2 \leq x < 2$ باشد، داریم:

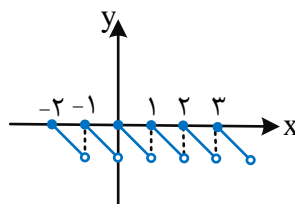
$$f(x) = [x] - x$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow y = -2 - x \Rightarrow y = -x - 2$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = -1 - x \Rightarrow y = -x - 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = 0 - x \Rightarrow y = -x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = 1 - x \Rightarrow y = -x + 1$$



۱۱- گزینه ۳

از آن جا که دامنه تابع $\frac{f}{g}$ برابر است با $\{x | g(x) \neq 0\}$ ، پس $D_f \cap D_g$ ،

$$4 \in (D_f \cap D_g) \Rightarrow 4 \in D_f$$

و در نتیجه الزاماً در تابع f داریم: $a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$

و در تابع g داریم: $2b = 4 \Rightarrow b = 2$

$$\frac{f(4)}{g(4)} = \frac{6}{-3} = -2 \Rightarrow c - 1 = -2 \Rightarrow c = -2 + 1 \Rightarrow c = -1$$

و در نتیجه:

$$a - b - c = 3 - 2 - (-1) = 3 - 2 + 1 = 2$$

و در نهایت:

۱۲- گزینه ۴

$$\text{شاخص کل} = \frac{(250 \times 7) + (400 \times 80)}{(250 \times 40) + (400 \times 60)} \times 100 = \frac{17500 + 32000}{10000 + 24000} \times 100$$

$$= \frac{49500}{34000} \times 100 = \frac{495}{340} \times 100 \approx 1/45 \times 100 = 145$$

$$\text{درصد نرخ تورم} = \frac{145 - 100}{100} \times 100 = \frac{45}{100} \times 100 = 45\%$$

۱۳- گزینه ۳

کلمه شاد را یک شیء در نظر می‌گیریم که به همراه سه شیء دیگر، جمعاً ۴ شیء خواهیم داشت و جایگشت

این چهار شیء برابر ۴! است. م هر شاد

۱۴- گزینه ۲

فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ کارت از بین ۹ کارت است:

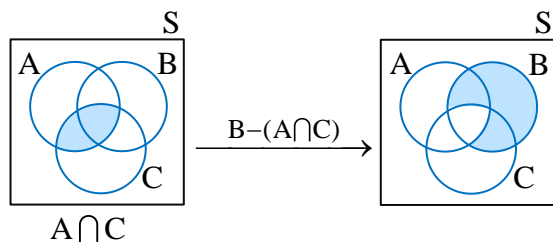
$$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{7! \times 2!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{7! \times 2} = 36$$

حالاتی که مجموع شماره‌های دو کارت برابر ۱۱ می‌گردد عبارتند از:

$$A = \{(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱۵- گزینه ۲



۱۶- گزینه ۱

در دسته‌بندی اعداد طبیعی به صورت:

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10\}, \dots$$

اعداد انتهایی هر دسته به صورت $1, 3, 6, 10, \dots$ هستند که تشکیل دنباله مثلثی می‌دهند و می‌دانیم جمله

$$\text{عمومی دنباله مثلثی } a_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ است:}$$

$$\text{جمله انتهایی دسته بیستم} = \frac{20 \times (20+1)}{2} = 10 \times (21) = 210$$

$$\text{جمله انتهایی دسته نوزدهم} = \frac{19 \times (19+1)}{2} = 19 \times 10 = 190$$

$$\Rightarrow \text{جمله ابتدایی دسته بیستم} = 191$$

پس اعداد دسته بیستم به صورت $۱۹۱, ۱۹۲, ۱۹۳, \dots, ۲۱۰$ هستند و مجموع آنها برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{۲۰}{2}(۱۹۱ + ۲۱۰) = ۱۰(۴۰۱) = ۴۰۱۰$$

۱۷- گزینه ۱

با توجه به رابطه بازگشتی داده شده، یک دنباله حسابی با $d = ۷$ خواهیم داشت، ابتدا باید بفهمیم که ۲۰۸ جمله چندم دنباله است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow ۲۰۸ = ۴۰ + (n-1)7 \Rightarrow ۲۰۸ - ۴۰ = 7(n-1) \Rightarrow ۱۶۸ = 7(n-1)$$

$$\xrightarrow{\div 7} ۲۴ = n-1 \Rightarrow ۲۴+1 = n \Rightarrow n = ۲۵$$

حال مجموع جملات را از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ می یابیم:

$$S_{۲۵} = \frac{۲۵}{2}(۴۰ + ۲۰۸) = \frac{۲۵}{2}(۲۴۸) = ۲۵ \times ۱۲۴ = ۳۱۰۰$$

۱۸- گزینه ۳

$$S_۴ = ۳۲ \frac{1}{2} = \frac{۶۵}{2}, n = ۴$$

$$\frac{a_۸}{a_۶} = \frac{a_1 r^۷}{a_1 r^۵} = ۲/۲۵ \Rightarrow r^۲ = ۲/۲۵ \Rightarrow r = 1/5 = \frac{۳}{۲}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow \frac{۶۵}{۲} = \frac{a_1(1-(\frac{۳}{۲})^۴)}{1-\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \frac{۶۵}{۲} = \frac{a_1(1-\frac{۸۱}{۱۶})}{-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \frac{۶۵}{۲} = \frac{a_1(-\frac{۶۵}{۱۶})}{-\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{۶۵}{۲} = \frac{۲ \times a_1 \times ۶۵}{۱۶} \Rightarrow ۲ \times ۲ \times a_1 \times ۶۵ = ۶۵ \times ۱۶ \xrightarrow[\text{از طرفین}]{\text{حذف } ۶۵} ۴a_1 = ۱۶ \Rightarrow a_1 = \frac{۱۶}{۴} = ۴$$

$$a_۳ = a_1 r^۲ = ۴(\frac{۳}{۲})^۲ = ۴ \times \frac{۹}{۴} = ۹$$

۱۹- گزینه ۱

$$۸۱ = ۳^۴ \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-۴} = (\sqrt{3})^۴ = (۳^{\frac{1}{2}})^۴ = ۳^۲$$

$$(۲۷) \frac{-۴}{۳} = (۳^۲) \frac{-۴}{۳} = ۳^{-۴}$$

$$\Rightarrow A = ۳^۴ \times ۳^۲ \times ۳^{-۴} = ۳^۲ = ۹$$

$$\Rightarrow (۳A - ۲)^{۰/۲۵} = ((۳ \times ۹) - ۲)^{\frac{1}{۴}} = (۲۵)^{\frac{1}{۴}} = (۵^۲)^{\frac{1}{۴}} = ۵^{\frac{1}{۲}} = \sqrt{۵}$$

۲۰- گزینه ۴

$$f(t) = \Delta c, r = \frac{۴}{۱۰۰} = ۰/۰۴, t = ?$$

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow \Delta c = c(1+۰/۰۴)^t \Rightarrow \Delta = (1/۰۴)^t$$

$$(1/۰۴)^{۴۸} = ۲۵ \xrightarrow{\text{جذر از طرفین}} \sqrt{(1/۰۴)^{۴۸}} = \sqrt{۲۵} \xrightarrow{\text{طبق فرض مساله}} (1/۰۴)^{\frac{۴۸}{۲}} = ۵$$

$$(1/۰۴)^{۲۴} = ۵ \Rightarrow t = ۲۴$$

$$(1/۰۴)^t = ۵$$

۱- اگر $x = -4$ یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $2x^2 - (a-1)x + 28 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

(۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $-\frac{15}{2}$ (۳) $\frac{17}{2}$ (۴) $-\frac{17}{2}$

۲- به ازای چه مقدار از a معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x = 2$ است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳- تابع f به هر عدد حقیقی ثلث دو برابر مکعب همان عدد منهای ۲ را نسبت می‌دهد. حاصل $f(-1) - f(-2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{14}{3}$ (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

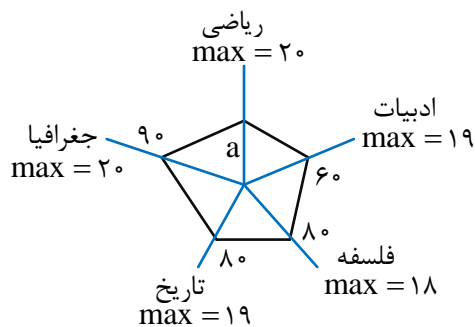
۴- مجموع عرض نقاط تلاقی نمودارهای دو تابع $y = -x^2 + 6x + 1$ و $y = x^2 + 4x - 3$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۳

۵- در داده‌ای آماری ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، ۲۳، ۲۰، ۱۸، مقدار $\frac{Q_1 - 2Q_2 + Q_3}{IQR}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۳

۶- نمودار مقابل مربوط به نمرات پنج درس آرزو است. اگر معدل نمرات پنج درس برابر ۱۴ باشد، مقدار a کدام است؟



(۱) ۵۰

(۲) ۵۵

(۳) ۶۰

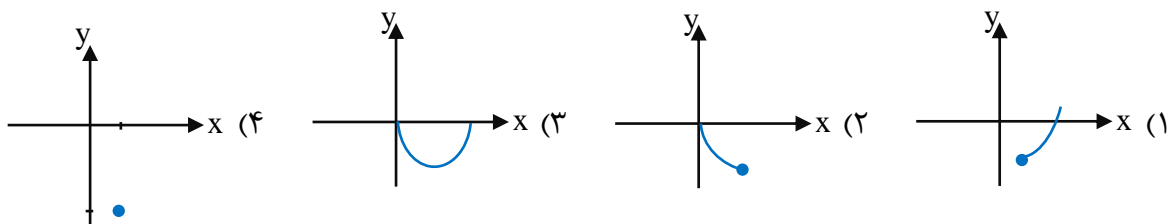
(۴) ۶۵

۷- هم‌ارز گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ کدام است؟

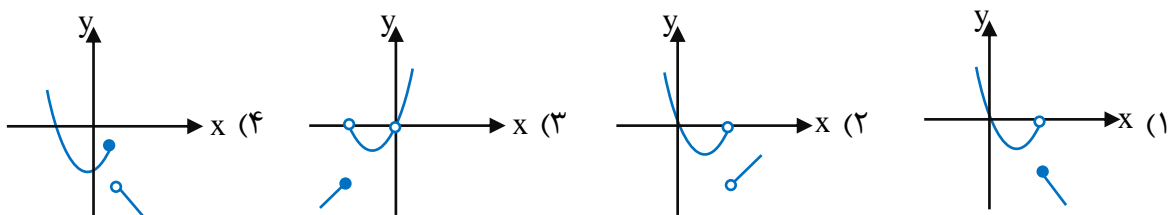
(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) هم‌ارز p (۴) هم‌ارز $\sim p$

۹- اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) = x^2 - 4$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ باشند، نمودار تابع

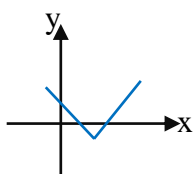
$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ کدام است؟



۱۰- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x < 2 \\ 1 - 2x & x \geq 2 \end{cases}$ کدام است؟



۱۱- ضابطهٔ تابع مربوط به شکل مقابل کدام است؟



$$y = |x - 2| - 1 \quad (۲)$$

$$y = |x - 2| - 3 \quad (۱)$$

$$y = |x - 3| - 5 \quad (۴)$$

$$y = |x - 3| - 4 \quad (۳)$$

۱۲- اگر $f = \{(-1, 4), (2, 5), (3, -2), (1, 8)\}$ و $g = \{(1, -2), (3, 1), (-1, 0), (-2, 4)\}$ آن‌گاه مجموعه

برد تابع $\frac{f+g}{g}$ کدام است؟

$$\{-1, 3\} \quad (۴)$$

$$\{1, -3, 0\} \quad (۳)$$

$$\{-1, -3\} \quad (۲)$$

$$\{-1, -3, 0\} \quad (۱)$$

۱۳- شاخص خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها در سال ۱۴۰۰ برابر ۲۸۵ و در سال ۱۳۹۵ برابر ۱۲۵ بوده است. اگر سال ۱۳۹۵ پایه باشد، درصد قیمت خوراکی و آشامیدنی‌ها در سال ۱۴۰۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۱۴- می‌خواهیم از بین ۴ دانش‌آموز کلاس یازدهم و ۶ دانش‌آموز کلاس دوازدهم، یک تیم ۳ نفره انتخاب کنیم. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است به طوری که در تیم انتخابی تعداد دانش‌آموزان کلاس دوازدهم از تعداد دانش‌آموزان کلاس یازدهم بیشتر باشد؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۱۵- چقدر احتمال دارد که در یک تیم کوهنوردی ۳ نفره، هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشند؟

- (۱) $\frac{۱۷}{۳۶}$ (۲) $\frac{۱۹}{۳۶}$ (۳) $\frac{۲۵}{۷۲}$ (۴) $\frac{۵۵}{۷۲}$

۱۶- یک تاس و دو سکه را همزمان پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال «سکه‌ها متفاوت» و «تاس عدد مضرب ۳ ظاهر می‌شود»؟

- (۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) $\frac{۱}{۴}$ (۳) $\frac{۱}{۶}$ (۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۱۱۷- «ارائه نمودارها» و «شیوه تحلیل داده‌ها» به ترتیب در کدام گام از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل صورت می‌گیرد؟

- (۱) دوم - چهارم (۲) چهارم - دوم (۳) دوم - سوم (۴) پنجم - چهارم

۱۱۸- در یک دنباله حسابی با جمله n ام $a_n = \frac{۶n - ۳}{۲}$ ، مجموع چند جمله اول برابر ۳۸۴ است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۹- اعداد $5^x, 5\sqrt{5}, 25, 5^y, \dots$ جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. حاصل $x + y$ کدام است؟

$$\frac{9}{2} \text{ (۴)} \qquad \frac{7}{2} \text{ (۳)} \qquad \frac{5}{2} \text{ (۲)} \qquad \frac{3}{2} \text{ (۱)}$$

۲۰- جمعیت کشوری سالانه با نرخ ۲ درصد در حال کاهش است. پس از گذشت چند سال، جمعیت آن نصف

می‌شود؟ $((0/98)^{68} = 0/25)$

$$35 \text{ (۴)} \qquad 34 \text{ (۳)} \qquad 33 \text{ (۲)} \qquad 32 \text{ (۱)}$$

پاسخنامه:

۱- گزینه ۲

$$2x^2 - (a-1)x + 28 = 0$$

جواب معادله در معادله صدق می‌کند:

$$\frac{x=-4}{\text{صدق در معادله}} \rightarrow 2(-4)^2 - (a-1)(-4) + 28 = 0$$

$$\Rightarrow 32 + 4a - 4 + 28 = 0 \Rightarrow 4a = -56 \Rightarrow a = \frac{-56}{4} = -14$$

$$\frac{a=-14}{\text{جایگزین}} \rightarrow 2x^2 - (-14-1)x + 28 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 15x + 28 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-15}{2}$$

۲- گزینه ۳

$$\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x} \xrightarrow{x=2} \frac{2}{a-2} + \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{2}{a-2} = \frac{a}{2} - \frac{a-2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a-2} = \frac{a-a+2}{2} \Rightarrow \frac{2}{a-2} = 1 \Rightarrow a-2=2 \Rightarrow a=4$$

۳- گزینه ۱

$$f(x) = \frac{2x^2}{3} - 2$$

ابتدا ضابطه تابع f را می‌نویسیم:

$$f(-1) = \frac{2(-1)^3}{3} - 2 = \frac{-2}{3} - 2 = \frac{-2-6}{3} = \frac{-8}{3}$$

$$f(-2) = \frac{2(-2)^3}{3} - 2 = \frac{2(-8)}{3} - 2 = \frac{-16}{3} - 2 = \frac{-16-6}{3} = \frac{-22}{3}$$

$$f(-1) - f(-2) = -\frac{8}{3} - \left(-\frac{22}{3}\right) = -\frac{8}{3} + \frac{22}{3} = \frac{14}{3}$$

۴- گزینه ۴

$$\begin{cases} y = -x^2 + 6x + 1 \\ y = x^2 + 4x - 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 4x - 3 = -x^2 + 6x + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 3 + x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=2} y = (2)^2 + 4(2) - 3 = 4 + 8 - 3 = 9 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{x=-1} y = (-1)^2 + 4(-1) - 3 = 1 - 4 - 3 = -6 \Rightarrow A \begin{vmatrix} -1 \\ -6 \end{vmatrix}$$

مجموع عرض نقاط: $9 - 6 = 3$

۵- گزینه ۱

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{نیمه اول داده‌ها} & & \text{نیمه دوم داده‌ها} & & & & \\ \hline 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 23 & & & & & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ Q_1 & & Q_2 = \text{میانه} & & Q_3 & & \end{array}$$

پانزده داده داریم که داده هشتم میانه است.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 19 - 9 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 2Q_2 + Q_3}{IQR} = \frac{9 - 2(14) + 19}{10} = \frac{28 - 28}{10} = \frac{0}{10} = 0$$

۶- گزینه ۲

$$\text{نمره درس ریاضی} = \frac{a}{100} \times 20 = \frac{1}{5}a$$

$$\text{نمره درس ادبیات} = \frac{60}{100} \times 19 = 11/4$$

$$\text{نمره درس فلسفه} = \frac{80}{100} \times 18 = 14/4$$

$$\text{نمره درس تاریخ} = \frac{80}{100} \times 19 = 15/2$$

$$\text{نمره درس جغرافیا} = \frac{90}{100} \times 20 = 18$$

$$\text{معدل} = \frac{\frac{1}{5}a + 11/4 + 14/4 + 15/2 + 18}{5} = 14 \Rightarrow \frac{1}{5}a + 59 = 70$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}a = 70 - 59 \Rightarrow \frac{1}{5}a = 11 \Rightarrow a = 55$$

۷- گزینه ۱

p	q	~q	(p ∧ ~q)	(p ⇒ q)	(p ∧ ~q) ∨ (p ⇒ q)
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

۸- گزینه ۴

$$f(x) = \left[x - \frac{1}{2} \right] - \text{sign}(x)$$

$$f(2 - \sqrt{3}) = \left[2 - \sqrt{3} - \frac{1}{2} \right] - \text{sign} \left(\underbrace{2 - \sqrt{3}}_{+} \right)$$

$$= \left[\frac{3}{2} - \sqrt{3} \right] - 1 = \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right] - 1 = \left[-\frac{2}{7} \right] - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$f(1-\sqrt{2}) = [1-\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}] - \text{sign}(1-\sqrt{2})$$

$$= [\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}] - (-1) = [0.707 - 1.414] + 1 = [-0.707] + 1 = -0.707 + 1 = 0.293$$

$$\Rightarrow f(2-\sqrt{2}) - f(1-\sqrt{2}) = -2 - 0 = -2$$

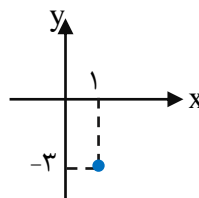
۹- گزینه ۴

$$\begin{cases} D_f : 0 \leq x \leq 1 \\ D_g : -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x | f(x) = 0\} = \{0 \leq x \leq 1\} - \{0 \leq x < 1\} = \{1\}$$

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 4}{[x]} \Rightarrow h(1) = \frac{g(1)}{f(1)} = \frac{1^2 - 4}{[1]} = -3$$

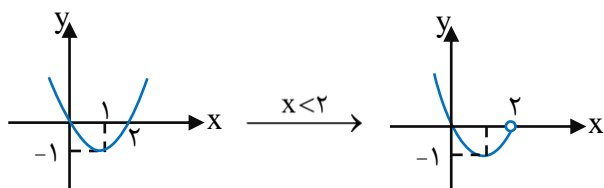
$$\Rightarrow h(1) = 1 - 4 = -3$$



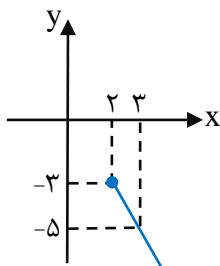
۱۰- گزینه ۱

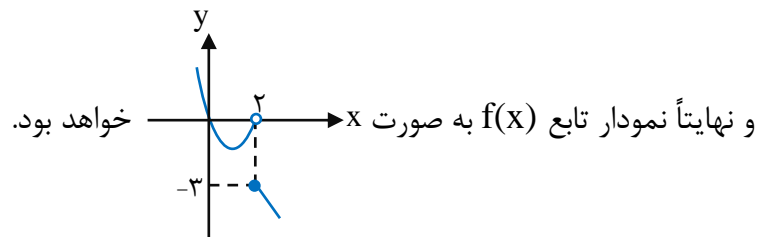
$$y = x^2 - 2x \quad x < 2$$

$$\begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1 \\ y = (1)^2 - 2(1) = 1 - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{array}$$



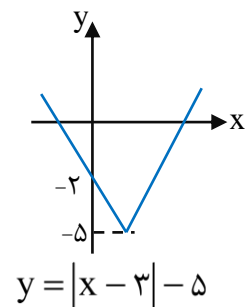
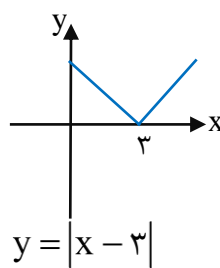
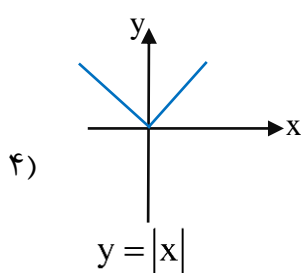
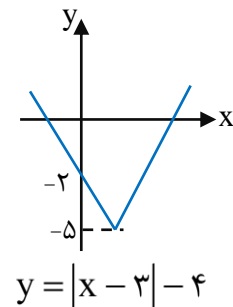
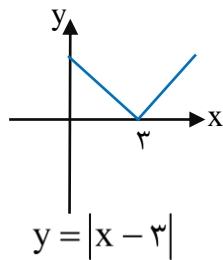
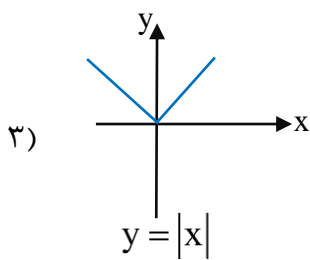
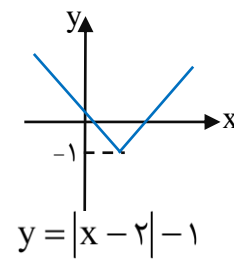
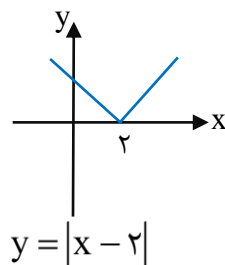
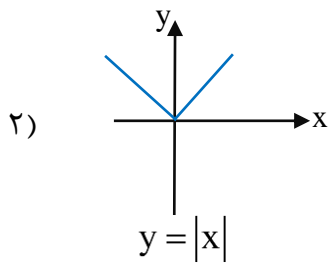
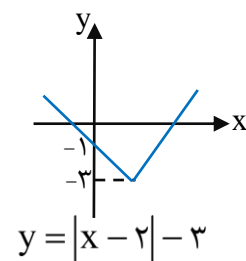
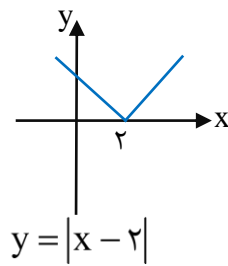
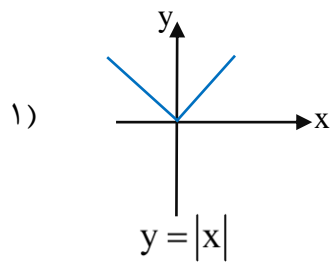
$$y = 1 - 2x \quad x \geq 2 \quad \begin{array}{c|c} 2 & 3 \\ -3 & -5 \end{array}$$





۱۱- گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:



۱۲- گزینه ۲

$$D_f = \{-1, 2, 3, 1\}, D_g = \{1, 3, -1, -2\}$$

$$D = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{-1, 3, 1\} - \{-1\} = \{3, 1\}$$

$$\frac{f+g}{g} = \begin{cases} \frac{f(3)+g(3)}{g(3)} = \frac{(-2)+(1)}{(1)} = -1 \\ \frac{f(1)+g(1)}{g(1)} = \frac{(1)+(-2)}{-2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{برد تابع} = \{-1, -2\}$$

۱۳- گزینه ۴

$$\text{شاخص کل} = \frac{\text{شاخص سال ۱۳۹۵} - \text{شاخص سال ۱۴۰۰}}{\text{شاخص سال ۱۳۹۵}} \times 100$$

$$= \frac{285 - 125}{125} \times 100 = \frac{160}{125} \times 100 = \frac{160 \times 100}{125} = 128$$

$$\text{درصد تورم} = \frac{128 - 100}{100} = 28\%$$

۱۴- گزینه ۲

باید دو حالت زیر را در نظر گرفت:

$$\binom{6}{2} \binom{4}{1} = 15 \times 4 = 60: \text{ ۱ دانش آموز یازدهم و ۲ دانش آموز دوازدهم}$$

$$\binom{6}{3} = 20: \text{ ۳ دانش آموز دوازدهم}$$

طبق اصل جمع، تعداد کل حالات برابر است با: $60 + 20 = 80$

۱۵- گزینه ۴

برای آن که در بین این سه نفر هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشند باید این سه نفر در ماه‌های

مختلف سال به دنیا آمده باشند:

$$P(A) = \frac{12 \times 11 \times 10}{(12)^3} = \frac{11 \times 10}{(12)^2} = \frac{11 \times 10}{144} = \frac{55}{72}$$

۱۶- گزینه ۳

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 = 24$$

$$A = \{(6, \text{رو}, \text{پشت}), (6, \text{پشت}, \text{رو}), (3, \text{رو}, \text{پشت}), (3, \text{پشت}, \text{رو})\}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

۱۷- گزینه ۲

ارائه نمودارها ← گام چهارم

شیوه تحلیل داده‌ها ← گام دوم

۱۸- گزینه ۲

$$a_n = \frac{6n - 3}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{n=1} a_1 = \frac{6(1) - 3}{2} = \frac{6 - 3}{2} = \frac{3}{2} \\ \xrightarrow{n=2} a_2 = \frac{6(2) - 3}{2} = \frac{12 - 3}{2} = \frac{9}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow d = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$S_n = 384, a_1 = \frac{3}{2}, d = 3, n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 384 = \frac{n}{2}\left(2\left(\frac{3}{2}\right) + (n-1)3\right)$$

$$= 384 = \frac{n}{2}(3 + 3n - 3) \Rightarrow 384 = \frac{n}{2}(3n)$$

$$\Rightarrow 384 = \frac{3n^2}{2} \Rightarrow 3n^2 = 2 \times 384 \Rightarrow n^2 = \frac{2 \times 384}{3}$$

$$n^2 = 256 \xrightarrow{n > 0} n = 16$$

۱۹- گزینه ۳

$$5^x, 5\sqrt{5}, 25, 5^y, \dots$$

$$r = \frac{25}{5\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = 5 \div \sqrt{5} = 5 \div 5^{\frac{1}{2}} = 5^{1 - \frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}}$$

$$r = \frac{5\sqrt{5}}{5^x} = \frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}}}{5^x} = \frac{5^{\frac{3}{2}}}{5^x} = 5^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 5^{\frac{3}{2}-x} = 5^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = x \Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

$$5^y = 25 \times r = 25 \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^2 \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^{2+\frac{1}{2}} = 5^{\frac{5}{2}} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$x + y = 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \text{ بنابراین:}$$

۲۰- گزینه ۳

$$f(t) = \frac{1}{2}c, r = 0.02, t = ?$$

$$f(t) = c(1-r)^t \Rightarrow \frac{1}{2}c = c(1-0.02)^t \Rightarrow \frac{1}{2} = (0.98)^t \Rightarrow 0.5 = (0.98)^t$$

طبق اطلاعات مساله داریم:

$$(0.98)^{68} = 0.25 \xrightarrow{\text{جذر از طرفین}} \sqrt{(0.98)^{68}} = \sqrt{0.25}$$

$$\Rightarrow (0.98)^{\frac{68}{2}} = 0.5 \Rightarrow (0.98)^{34} = 0.5 \Rightarrow t = 34$$