۳ - ⑪① (۱۱۱)

$y=x^۲+ax-۲$ $\quad$ $y=-x^۲-۲x+b$

$x=-\frac{a}{۲}$ $\quad$ $x=-\frac{-۲}{-۲}=-۱ \rightarrow -\frac{a}{۲}=-۱$

$\Rightarrow \boxed{a=۲}$

$y=۱ \xrightarrow{a=۲} x^۲+۲x-۲=۱ \rightarrow x^۲+۲x-۳=۰ \rightarrow x=۱,-۳$

$\rightarrow ۱=-۱-۲+b \rightarrow \boxed{b=۴}$ $\quad$ $ab=۸$

۱ - (۱۱۲)

$۱۵x^۲+۷۳x+۱۴<۰$

$(۵x+۱)(۳x+۱۴)<۰$

$-\frac{۱۴}{۳}<x<-\frac{۱}{۵}$

$\left|\frac{x-۱}{۲}-۱\right|>۳$

$|x-۳|>۶$

$x-۳<-۶ \cup x-۳>۶$

$x<-۳ \cup x>۹$

$\xrightarrow{\cap} \underset{a}{\left(-\frac{۱۴}{۳}\right)}<x<\underset{b}{(-۳)} \rightarrow b-a=\frac{۵}{۳}$

۳ - (۱۱۳)

$f(x)=mx^۲-nx-k \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} m=۰,\ n=۰ \Rightarrow f(x)=-k$

$\{\underbrace{(۰,-۱),(۰,k)}_{k=-۱},(-۱,۱)\} \Rightarrow f(x)=۱ \rightarrow f(\sqrt{۵})=۱$

۳ - (۱۱۴)

تابع همانی $f(x)=x \rightarrow g(x)=\frac{۱}{x-a} \rightarrow |g(x)|-۲=\left|\frac{۱}{x-a}\right|-۲=\frac{۱}{|\underbrace{f(x)}_{x}|}$

$x=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \left|\frac{۱}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}-a}\right|-۲=\frac{۱}{\left|\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right|} \rightarrow \left|\frac{۲}{\sqrt{۲}-۲a}\right|=\frac{۲}{\sqrt{۲}}+۲=۲+\sqrt{۲}$

عکس $\left|\frac{۲a-\sqrt{۲}}{\cancel{۲}}\right|=\frac{۱}{\underbrace{۲+\sqrt{۲}}}\times\frac{۲-\sqrt{۲}}{\underbrace{۲-\sqrt{۲}}_{۴-۲=\cancel{۲}}} \rightarrow |۲a-\sqrt{۲}|=۲-\sqrt{۲}$ $\begin{cases} a=۱ \\ a=\sqrt{۲}-۱ \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \boxed{۲-\sqrt{۲}}$

یوسف قاسمی

۱۱۵ ۲

$$S=P \to \alpha^۲\beta+\alpha\beta^۲=\alpha^۲\beta\times\alpha\beta^۲ \xrightarrow{\div\alpha\beta\neq ۰}$$

$$\alpha+\beta=\alpha^۲\beta^۲ \to -\frac{-۸}{a}=\left(\frac{۴}{a}\right)^۲ \longrightarrow \frac{۸}{a}=\frac{۱۶}{a^۲}$$

$$\xrightarrow{a>۰} ۱=\frac{۲}{a} \to \boxed{a=۲} \longrightarrow \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}} ۲=۲$$

۱۱۶ ۴ –

$$\begin{matrix} x\geq ۲ \\ x\leq ۲ \end{matrix} \xrightarrow{\cap} x=۲ \to ۱\neq\sqrt{۲}$$

۱۱۷ ۳ روش اول

$$f(x)=(\sqrt{x})^۲-۲\sqrt{x}+۱=(\sqrt{x}-۱)^۲$$

$$|\sqrt{x}-۱|=\sqrt{y} \xrightarrow{x\geq ۱} \sqrt{x}=\sqrt{y}+۱ \to x=(\sqrt{y}+۱)^۲$$

$$\to g(x)=f^{-۱}(x)=(\sqrt{x}+۱)^۲$$

$$\begin{tikzcd} ۱ \arrow[r] & \boxed{g} \arrow[r, "۴"] & \boxed{g} \arrow[r] & ۹ \end{tikzcd}$$

روش دوم

$$\begin{tikzcd} ۱ \arrow[r] & \boxed{f^{-۱}} \arrow[r] & \boxed{f^{-۱}} \arrow[r] & ? \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} ۱ & \boxed{f} \arrow[l] & \boxed{f} \arrow[l, "۴"'] & ۹ \arrow[l] \end{tikzcd}$$

$$۱+x-۲\sqrt{x}=۴$$

$$(\sqrt{x})^۲-۲\sqrt{x}-۳=۰$$

$$\sqrt{x}=-۱ \quad \times$$

$$\sqrt{x}=۳ \to x=۹$$

$$۱+x-۲\sqrt{x}=۱$$

$$x=۰\ ,۴ \ \checkmark$$

$$x>۰$$

۱۱۸ ۱ –

$$P=\frac{x}{\log_{۱/۲} x}\geq ۰ \quad x \to x>۰$$

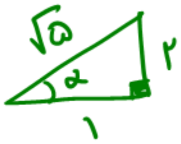
x		۰		۱	
x	$-$	۰	$+$		$+$
$\log_{۱/۲} x$			$+$	۰	$-$
$P\geq ۰$			$+$		$-$

$$۰<x<۱ \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} \times$$

یوسف قاسمی

۲ — ⑪⑨

$\sin\alpha = ۲\cos\alpha \rightarrow \tan\alpha = \frac{۲}{۱}$



ناحیه سوم $\cos\alpha = -\frac{۱}{\sqrt{۵}} = -\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

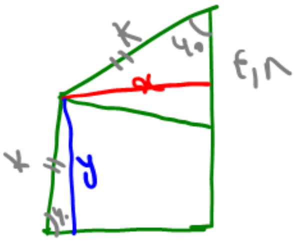
۴ — ⑫⓪

$\sqrt{۳} = \tan۶۰° = -\frac{۲m}{m^۲-۱} \rightarrow \sqrt{۳}\,m^۲ + ۲m - \sqrt{۳} = ۰$

$\Delta = ۴ + ۱۲ = ۱۶$

اختلاف $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{۴}{\sqrt{۳}}$

۲ — ⑫①



$\frac{۱}{۲}K \times ۴,۸ \overset{\sqrt{۳}/۲}{\boxed{\sin۶۰}} = \frac{۷}{۲\sqrt{۳}} \rightarrow K = ۶$

$\overset{\sqrt{۳}/۲}{\boxed{\sin۶۰}} = \frac{x}{K=۶} \rightarrow x = ۳\sqrt{۳} \xrightarrow{\text{قطر مربع}} CD = \sqrt{۲}(\overset{\text{ضلع}}{۳\sqrt{۳}})$

$= ۳\sqrt{۶}$

$\sin۶۰ = \frac{y}{K=۶} \rightarrow y = ۳\sqrt{۳}$

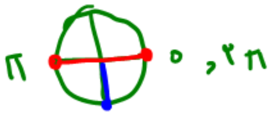
۲ — ⑫②

$\frac{\cos x}{\underbrace{۱+\sin x}_{}\neq ۰} = \frac{۱+\sin x}{\cos x \neq ۰} \rightarrow (۱+\sin x)^۲ = \cos^۲ x$

$\boxed{۱} + ۲\sin x + \sin^۲ x = \cos^۲ x$

$\swarrow$ $\sin^۲ x + \cos^۲ x$

$۲\sin^۲ x + ۲\sin x = ۰ \rightarrow \sin x = ۰ , -۱$



غ.ق.ق

یوسف قاسمی

۱۲۳ – ۱

$$b=\log_{mn}mn+\log_{mn}m=1+\frac{1}{\log_m mn=\log_m m+\log_m n}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{a}}$$

$$a>0\rightarrow\frac{1}{a}>0\rightarrow\quad 1+\frac{1}{a}>1\longrightarrow 0<\frac{1}{1+\frac{1}{a}}<1\rightarrow\left[\frac{1}{1+\frac{1}{a}}\right]=0$$

$$[b]=\left[1+\frac{1}{1+\frac{1}{a}}\right]=1$$

۱۲۴ – ۴

σ یکسان

کمترین $CV=?$

بیشترین $\bar{x}$

$$\overset{-۲}{۹۴},\ \overset{۰}{۹۶},\ \overset{۲}{۹۸}\longrightarrow\bar{x}=۹۶$$

$$\sigma^۲=\frac{۴+۰+۴}{۳}=\frac{۸}{۳}\rightarrow\sigma=\sqrt{\frac{۸}{۳}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$$

صورت کسرها

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}}{۹۶}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}\,۹۶}=\frac{۱}{۲۴\sqrt{۶}}$$

۱۲۵ – ۱

$\boxed{۱+a+b=۰}$

x=۱ ریشه معادله $\rightarrow\boxed{۵-a+b=۰}$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{x^۲+ax+b}{x-۱}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{H}{=}}\lim_{x\to۱}(۲x+a)$$

$a=۲,\ b=-۳$

$$\left[\frac{-۳-۴}{۲}\right]=\left[-\frac{۷}{۲}\right]=-۳$$

۱۲۶ – ۱

$$f(۱)=\lim_{x\to۱^-}f(x)=\tan\frac{۳\pi}{۴}=-۱$$

$$\lim_{x\to۱^+}f(x)=\lim_{x\to۱^+}\frac{|x-۱||x+۲|}{a(x-۱)}=\frac{-۳}{a}$$

$=$

$\boxed{a=۳}$

یوسف قاسمی

$$\lim_{x\to ۵^+} f(x) = f(۵) = b\big(۵-[-۵]\big) = ۱۰b \;\rightarrow\; ۱۰b = -\frac{۷}{a=۳}$$

$$\lim_{x\to ۵^-} f(x) = \frac{۲۵+۵-۲}{a(-۴)} = \frac{۲۸}{-۴a} = -\frac{۷}{a} \qquad \boxed{b=-\frac{۷}{۳۰}}$$

$$ab = ۳\times\frac{-۷}{۳۰} = -۰/۷$$

۴ – ۱۲۷

$$a\,\overset{۱/۲}{\boxed{\cos\frac{\pi}{۳}}} - \overset{\sqrt{۳}/۲}{\boxed{\sin\frac{\pi}{۳}}} = ۰ \rightarrow \boxed{a=\sqrt{۳}}$$

$$\boxed{\sqrt{۳}\cos x - \sin x} \rightarrow ۰^- \qquad x\rightarrow\frac{\pi}{۳}^+$$

$$\sin\frac{\pi}{۳}^+ > \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow -\sin x < \frac{-\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos\frac{\pi}{۳}^+ < \frac{۱}{۲}$$

$$۲\cos\frac{\pi}{۳}^+ < ۱$$

درشتو

$$\sqrt{۳}\times\frac{\pi}{۳}+b > ۰ \rightarrow b > -\frac{\pi}{\sqrt{۳}} = -۱/\ldots$$

حداقل مقدار صحیح $b = -۱$

۲ – ۱۲۸

$f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{a-۲x}$ دامنه $x \geq ۰$, $x \leq \frac{a}{۲}$ $\rightarrow ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲}$

$$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} + \frac{-۲}{۲\sqrt{a-۲x}} = \frac{\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{x}\sqrt{a-۲x}} = ۰ \rightarrow \sqrt{a-۲x} = ۲\sqrt{x}$$

$$x = \frac{a}{۶}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & ۰ & \frac{a}{۶} & \frac{a}{۲} \\ \hline f(x) & \sqrt{a} & \underline{\frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}}} & \underline{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{۲}}} \end{array} \xrightarrow{\text{ضرب}} \frac{۳}{\sqrt{۱۲}}a = \sqrt{۱۲} \qquad \boxed{a=۴}$$

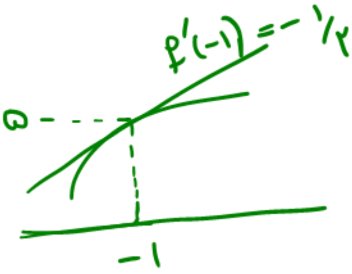
$$f(۰) = \sqrt{a}$$

$$f\left(\frac{a}{۶}\right) = \sqrt{\frac{a}{۶}} + \sqrt{a-۲\times\frac{a}{۶}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} + \frac{۲\sqrt{a}}{\sqrt{۶}} = \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}}$$

$$f\left(\frac{a}{۲}\right) = \sqrt{\frac{a}{۲}} + \sqrt{a-۲\times\frac{a}{۲}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{۲}}$$

یوسف قاسمی

۱۲۹ – ۴



$$g(x) = \sqrt[۳]{x}\, f(x)$$

$$g'(x) = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} f(x) + f'(x) \times \sqrt[۳]{x} \Big|_{x=-۱}$$

$$g'(-۱) = \frac{۱}{۳}\underbrace{f(-۱)}_{۵} + \underbrace{f'(-۱)}_{-۱/۲} \times -۱ = \frac{۵}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۳}{۶}$$

۱۳۰ – ۳

$$P(۱۰ = \text{عددسوم}) = \frac{۱}{n} \longrightarrow \frac{۱}{۱۵} = \frac{۱}{n} \rightarrow n = ۱۵$$

$$P = \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۹}{۱۴} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{۱۵}{۹۱}$$

۱۳۱ – ۳

A: بردن رقیب اصلی $\quad P(A) = \frac{۱}{۵}$

B: قهرمانی $\quad P(B) = \frac{۱}{۳}$

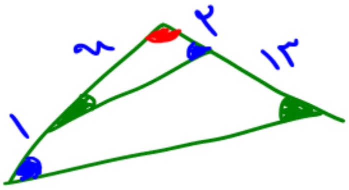
$$P(B|A) = \frac{۱}{۲} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$P(A \cup B) = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۳}{۳۰}$$

۱۳۲ – ۱

$$P = \frac{۱۶}{۴۵} \times \frac{۴}{۱۶} + \frac{۱۵}{۴۵} \times \frac{۶}{۱۵} + \frac{۱۴}{۴۵} \times \frac{۵}{۱۴} = \frac{\overbrace{۴+۶+۵}^{۱۵}}{۴۵} = \frac{۱}{۳}$$

۱۳۳ – ۳



$$\frac{x}{۱۵} = \frac{۲}{x+۱}$$

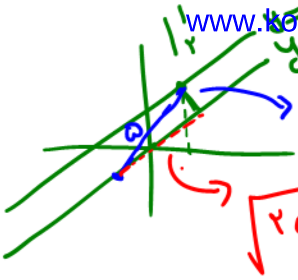
$$x^۲ + x = ۳۰ \longrightarrow \boxed{x = ۵}$$

۱۳۴ – ۲

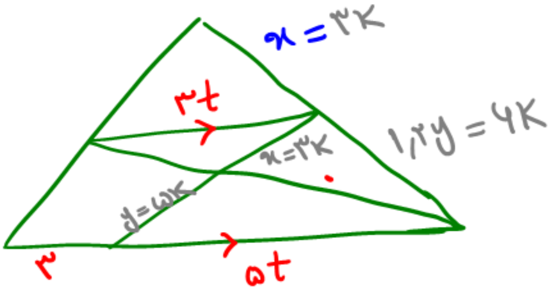
خطوط موازی $\quad a = \frac{۱}{a} \rightarrow a^۲ = ۱ \rightarrow a = \pm ۱$

$$\begin{cases} a=۱ \begin{cases} y = x \\ y = x+۱ \ \checkmark \end{cases} \parallel \ ۱ \ ۲ \\ \times \end{cases}$$

یوسف قاسمی



$$\sqrt{۲۵-\frac{۱}{۲}}=\frac{۷}{\sqrt{۲}} \to S=\frac{۷}{۲}=۳٫۵$$



$۳y=۵x$

۱ - (۱۳۵)

$$\frac{x}{y}=\frac{۳}{۵}=\frac{۳K}{۵K}$$

$$\frac{۳t}{۳+۵t}=\frac{۳K}{۹K}=\frac{۱}{۳} \to t=\frac{۳}{۴}$$

$$BC=۳+۵\times\frac{۳}{۴}=۳+\frac{۱۵}{۴}=\frac{۲۷}{۴}=۶٫۷۵$$

$x^۲+y^۲-۴x+۲y=۱$

$(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۶$

مرکز $\left|\begin{matrix}۲\\-۱\end{matrix}\right.$ $\quad R=\sqrt{۶}$

۴ - (۱۳۶)

$$۶=\frac{۹}{۴}+h^۲ \to h^۲=۶-\frac{۹}{۴}=\frac{۱۵}{۴}$$

$$h=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$$

فاصله‌ی نقطه از خط $\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}=\frac{|۲-۲-a|}{\sqrt{۱+۴}} \Rightarrow |a|=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

اختلاف $=۵\sqrt{۳}$

$$a^{\frac{۱}{۷}}=۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}} \to \frac{۱}{۲۷}=a^{\frac{۱۵}{۷}-\frac{۱}{۷}}=a^۲ \to a=\frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$$

۱ - (۱۳۷)

$$\frac{\frac{۱}{a}-۳}{\sqrt{۳}+۱}=\frac{۳\sqrt{۳}-۳}{\sqrt{۳}+۱}\times\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱}=\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)^۲}{۲}=۶-۳\sqrt{۳}$$

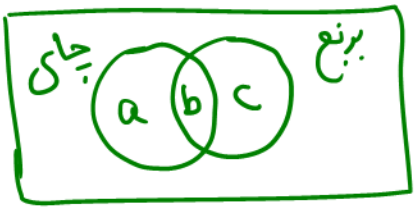
۳ - (۱۳۸)

$b+c=۲۰۰$

$$\begin{cases} a+b=۳۷۰ \\ ۲c+\underbrace{b+a}_{۳۷۰}=۵۰۰ \Rightarrow c=۶۵ \end{cases}$$

$b=۱۳۵$

$a=۲۳۵$



یوسف قاسمی

۱۳۹ ـ۴

$$+۴d \left(\begin{array}{l} a_۴ = b_۲ \\ a_۸ = b_۷ \end{array} \right) +۵d'$$

$$+۵d' \left(\begin{array}{l} b_{۱۰} = ۰ \\ b_{۱۵} = ? \end{array} \right) +۴d$$

۱۴۰ ـ ۲

$$(۲^۳)^{-\frac{۲}{۳}m} \times (۲^۲)^{-n} + (۲^۲)^{-m} \times (۲^۳)^{-\frac{۲}{۳}n} > ۲^{-۷}$$

$$۲^{-۲m} \times ۲^{-۲n} + ۲^{-۲m} \times ۲^{-۲n} > ۲^{-۷}$$

$$\underbrace{۲^{-۲m-۲n} + ۲^{-۲m-۲n}}_{\text{۲ت}} > ۲^{-۷}$$

$$۲ \times ۲^{-۲m-۲n} > ۲^{-۷}$$

$$۲^{-۲m-۲n} > ۲^{-۸} \xrightarrow{۱ > \text{پایه}} -۲m-۲n > -۸$$

$$\boxed{m+n<۴}$$

$$m,n \in \mathbb{N}$$

$$m=۲ , n=۱$$

$$m^۳+n^۲ = ۸+۱=۹$$

یوسف قاسمی