

$$y = 2^{-|x|} \quad (۲)$$

$$y = 2^{-x} \quad (۴)$$

۱ شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟

$$y = |2^x| \quad (۱)$$

$$y = 2^{|x|} \quad (۳)$$

$$۳f(x) \quad (۴)$$

$$۲f(x) \quad (۳)$$

$$f(x) \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

۲ اگر $f(x) = 3^x$ مقدار $f(x+2) - 2f(x+1)$ کدام است؟

$$۳a - ۲ \quad (۴)$$

$$۳a - ۱ \quad (۳)$$

$$۲ - ۳a \quad (۲)$$

$$۱ - ۳a \quad (۱)$$

۳ با فرض $\text{Log} 2 = a$ مقدار $\text{Log} 1/25$ کدام است؟

$$۳ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۳ \quad (۱)$$

۴ اگر $\text{Log} \sqrt{7} = -\frac{1}{2}$ ، آن گاه $\text{Log} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

۵ اگر $\text{Log}_4^x = x^3$ ، مقدار لگاریتم x در پایه $\frac{1}{4}$ کدام است؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$-۲ \quad (۱)$$

۶ اگر $9^x = 3\sqrt{3}$ ، آن گاه $\text{Log}_4(1-x)$ برابر کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$-۱ \quad (۲)$$

$$-۲ \quad (۱)$$

۷ لگاریتم عددی در مبنای a ، برابر b است. لگاریتم این عدد در کدام مبنای برابر $\frac{b}{۳}$ است؟

$$\frac{a}{۳} \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{a} \quad (۳)$$

$$۳a \quad (۲)$$

$$a^۳ \quad (۱)$$

۸ اگر عددی در ۲۵ ضرب شود به لگاریتم آن دو واحد اضافه می‌شود، مبنای لگاریتم کدام است؟

- ۵ (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴)

۹ a و b دو عدد مثبت هستند اگر $\text{Log}_b a = \frac{3}{4}$ و $b \neq 1$ باشند کدامیک از روابط زیر بین a و b برقرار است؟

- ۳a = ۴b (۱) ۴a = ۳b (۲) $a^3 = b^4$ (۳) $a^4 = b^3$ (۴)

۱۰ اگر $\text{Log} \frac{1}{\lambda} = x$ باشد، مقدار x کدام است؟

- ۳ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴)

۱۱ اگر $\text{Log} 2 = a$ و $\text{Log} 3 = b$ باشد $\text{Log} 0.0006$ کدام است؟

- a + b - ۴ (۱) a + b - ۵ (۲) a + b - ۶ (۳) a + b - ۷ (۴)

۱۲ اگر $\text{Log}_{10} 2 = a$ و $\text{Log}_{10} 3 = b$ باشد، $\text{Log}_{10} \frac{15}{3}$ کدام است؟

- ۱ + b - ۲a (۱) ۱ + ۲b - a (۲) ۱ + b + a (۳) ۱ + ۳b - ۲a (۴)

۱۳ مقدار عبارت $(\frac{1}{2} \text{Log}_{10}^{15} - \text{Log}_{10}^3)$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{4}}{3}$ (۱) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴)

۱۴ حاصل عبارت $(2 \text{Log}_{\frac{1}{4}}^{12} - 2 \text{Log}_{\frac{1}{4}}^4)$ کدام است؟

- $\frac{4}{9}$ (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴)

۱۵ لگاریتم $\text{Log}_5 625$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴)

۱۶ اگر $\text{Log} 2 = b$ آن‌گاه $\text{Log} 0.125$ کدام است؟

- b (۱) -۳b (۲) b^{-3} (۳) -۲b (۴)



۱۷

حاصل عبارت $\text{Log}_{\frac{1}{5}} 125 + \text{Log}_{\frac{64}{4}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۹

۱۸

اگر $\text{Log}_2 = 0.30103$ باشد، $\text{Log}_{\frac{625}{16}}$ کدام است؟

- (۱) $1/30.103$ (۲) $1/54561$ (۳) $1/59176$ (۴) $1/64171$

۱۹

اگر $\text{Log}_5 = 0.6990$ باشد، لگاریتم عدد $\sqrt{125}$ چقدر است؟

- (۱) $1/0.485$ (۲) $1/1485$ (۳) $1/2980$ (۴) $1/3980$

۲۰

در کدام مبنا لگاریتم عدد ۲۷ برابر ۳- است؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۲۱

مقدار X از معادله $\text{Log}_3 81 = \text{Log}_3 27 + X$ کدام است؟

- (۱) $\text{Log}_9 3$ (۲) $\text{Log}_3 9$ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۲

جواب معادله $\text{Log} X + \text{Log} 2X + \text{Log} 3X = \text{Log} 48$ چیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳

از معادله $\text{Log}_{\frac{X+2}{2}} - \text{Log}_{\frac{X}{2}} = 2$ مقدار X کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۲۴

جواب معادله $\text{Log}(3X+1) = \text{Log} 5 + 3\text{Log} 2$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۲۵

اگر $\text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 60 - \text{Log}_5 X$ باشد، مقدار X کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۶

اگر $\text{Log}_{10} 80 = 1/9.30$ ، آنگاه $\text{Log}_{10} 4$ چقدر است؟

- (۱) 0.6002 (۲) 0.6020 (۳) 0.6202 (۴) 0.6220

۲۷

به عدد ۲۸ چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۴ برابر ۳ گردد؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۵ (۳) ۱۶ (۴) ۸



۲۸ مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{4}} 64$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴) -۱۲

۲۹ مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 + \text{Log}_{\frac{1}{2}} 32$ چیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۰ $\text{Log}_{\frac{1}{3}} 9$ برابر کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۳۱ اگر $17 < N < 60$ آنگاه $\text{Log}_7 N$ ، بین کدام دو عدد قرار دارند؟

- (۱) ۳ و ۵ (۲) ۴ و ۶ (۳) ۴ و ۷ (۴) ۵ و ۷

۳۲ مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{9}} 3\sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/6$ (۳) $0/75$ (۴) $0/8$

۳۳ $\text{Log}_{81} 243\sqrt{3}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۴ اگر $\text{Log}_2 a = a$ باشد، مقدار $\text{Log}_{0/25} a$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) $1 + a$ (۲) $-a$ (۳) $1 - a$ (۴) $-2a$

۳۵ اگر $\text{Log}_a N = x$ باشد $\text{Log}_{a^n} N$ کدام است؟

- (۱) x^n (۲) $\sqrt[n]{x}$ (۳) nx (۴) $\frac{x}{n}$

۳۶ ریشه‌های معادله $\text{Log}(4-x) = \text{Log}(6-x) - \text{Log} x$ کدام است؟

- (۱) ۰ و ۱ (۲) ۲ و ۳ (۳) ۴ و ۵ (۴) ۵ و ۶



کدام یک از اعداد زیر جواب معادله $\text{Log}_{11}(x-1) + \text{Log}_{11}(x+1) = 1$ است؟ (۳۷)

- (۱) ۱۱ (۲) $-\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{11}$ (۴) $\pm\sqrt{11}$

جواب معادله $\text{Log}(x+4) = \frac{1}{4}\text{Log}(2x+11)$ کدام است؟ (۳۸)

- (۱) -۵ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۵

جواب معادله $\text{Log}_x(x+2) = \text{Log}_x(4-x) + 1$ کدام است؟ (۳۹)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

اگر $\begin{cases} \text{Log}_3 x - \text{Log}_4 y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ آنگاه $x+y$ چقدر است؟ (۴۰)

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۲

مقدار $\text{Log}_8 32$ کدام است؟ (۴۱)

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{8}{5}$

به عدد ۳۰۱ چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد در مبنای ۸ برابر ۳ گردد؟ (۴۲)

- (۱) ۱۰۳ (۲) ۱۱۲ (۳) ۲۱۱ (۴) ۳۰۱

اگر به عدد A ، ۱۵ واحد اضافه شود به لگاریتم آن در مبنای ۴ یک واحد اضافه می‌شود. A چقدر است؟ (۴۳)

- (۱) $7/5$ (۲) ۱۵ (۳) ۳ (۴) ۵

$\text{Log}_1 a$ برابر کدام است؟ (۴۴)

- (۱) $\text{Log}_b \frac{1}{a}$ (۲) $-\text{Log}_b \frac{1}{a}$ (۳) $\text{Log}_a b$ (۴) $(\text{Log}_b a)^{-1}$

اگر $\text{Log}_a 8 = -\frac{3}{4}$ باشد مقدار $\text{Log}_7 \frac{2}{a}$ کدام است؟ (۴۵)

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) ۵

از معادله $\text{Log}_x 3 + \text{Log}_x(2x+9) = 2$ مقدار $\text{Log}_9 x$ کدام است؟ (۴۶)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲



۴۷ اگر $\text{Log}_{16} N = \frac{3}{2}$ باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۲) ۸ (۳) ۳) ۳۲ (۴) ۴) ۶۴

۴۸ از تساوی $\text{Log}_q (x - 4) = 1 - \text{Log}_p 2$ ، مقدار x کدام است؟

- ۱) $\frac{6}{25}$ (۲) ۲) $\frac{6}{5}$ (۳) ۳) $\frac{6}{75}$ (۴) ۴) $\frac{7}{5}$

۴۹ اگر $\text{Log} 2 = 0.301$ باشد مقدار $\text{Log} 25$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{301}$ (۲) ۲) $\frac{1}{398}$ (۳) ۳) $\frac{2}{301}$ (۴) ۴) $\frac{2}{398}$

۵۰ اگر $A = \text{Log}_e 2 + \text{Log}_e 18 - \text{Log}_x \sqrt[3]{x}$: آنگاه مقدار A کدام است؟

- ۱) $2 - x$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $1 + x$ (۴) $\frac{7}{3}$

۵۱ دامنه تغییرات $f(x) = \text{Log}_x (x^2 - 1)$ کدام است؟

- ۱) $x > 1$ یا $x < -1$ (۲) $x \geq 1$ (۳) $|x| < 1$ (۴) $x > 1$

۵۲ حاصل $\text{Log}_n 2 + \text{Log}_{\frac{3}{2}} + \dots + \text{Log}_{\left(\frac{n}{n-1}\right)}$ کدام است؟

- ۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $n \text{Log}_n 2$ (۴) $\left(\frac{n+1}{n}\right) n \text{Log}_n 2$

۵۳ حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{3} - \text{Log}_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{2}$ برابر کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{15}$

۵۴ کدام عدد جواب معادله $3^{2x} - 8(3^x) + 15 = 0$ است؟

- ۱) $\text{Log}_5 3$ (۲) $\text{Log}_3 5$ (۳) $\text{Log}_3 4$ (۴) $\text{Log}_4 3$

۵۵ به ازای کدام مقدار x تساوی $\text{Log}_{10} \dots = \text{Log}_{10}^x + \text{Log}_{10} \dots$ برقرار می‌گردد؟

- ۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۰۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰۰۰



۵۶ جواب معادله $\text{Log}_p(4x + 2) - \text{Log}_p(x + 4) = 1$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۶ (۱)

۵۷ جواب معادله $\text{Log}_3 \sqrt[3]{3} + \text{Log}_5 \sqrt[5]{5} = \frac{1}{p} \text{Log}_p x$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $\sqrt[2]{2}$ (۱)

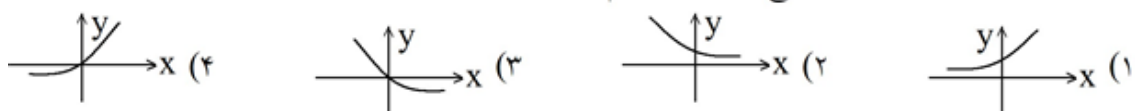
۵۸ اگر $\text{Log}_x \frac{1}{x} = 2$ ، مقدار x کدام است؟

- $2\sqrt[2]{2}$ (۴) $\sqrt[2]{2}$ (۳) $\frac{\sqrt[2]{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt[2]{2}}{2}$ (۱)

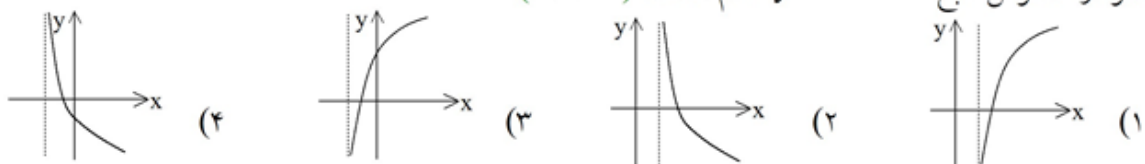
۵۹ تابع $y = a^x$ برای $a > 1$ و برای $a < 1$ است.

- صعودی - صعودی (۴) صعودی - نزولی (۳) نزولی - نزولی (۲) نزولی - صعودی (۱)

۶۰ اگر $0 < a < 1$ باشد، نمودار تابع $y = a^x$ کدام است؟



۶۱ نمودار معکوس تابع $y = 1 + e^x$ ($e \approx 2.7$) کدام است؟



۶۲ لگاریتم x در مبنای a برابر با لگاریتم x در مبنای b است. کدام رابطه بین a ، b صحیح است؟

- $a^3 = b^2$ (۴) $a^2 = b^3$ (۳) $3a = 2b$ (۲) $2a = 3b$ (۱)

۶۳ جواب معادله $\text{Log}_2 \sqrt[2]{2} = \text{Log}_2 \frac{64}{2}$ کدام است؟

- ۴۸ (۴) ۳۲ (۳) ۱۶ (۲) ۸ (۱)

۶۴ لگاریتم عددی از لگاریتم عکس مجذور آن عدد، در پایه ۹ به اندازه $4/5$ واحد بیشتر است، آن عدد کدام است؟

- ۱۸ (۴) ۲۷ (۳) ۳۶ (۲) ۸۱ (۱)



۶۵ $\text{Log} \frac{\sqrt{2}}{4}$ برابر کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۶۶ اگر $\text{Log}(x^2 - x + 1) + \text{Log}(x + 1) = 1$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۳ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۶۷ لگاریتم عدد ۱۲۵ در کدام مبنا برابر $\frac{3}{4}$ است؟

- ۱) ۲۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

۶۸ اگر $\text{Log}_y(5x + 1) + \text{Log}_y x = 2$ باشد عدد $\frac{4}{x}$ کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۶۹ اگر جمعیت کشوری به طور نمایی با ضریب ثابت ۲ درصد در هر سال رشد کند، پس از چند سال جمعیت این کشور ۲ برابر می‌شود؟ ($\text{Log} 1/0.2 = 0/0.86$ و $\text{Log} 20 = 1/3.010$)

- ۱) ۴۵ ۲) ۴۰ ۳) ۳۵ ۴) ۳۰

۷۰ اگر $\text{Log} x = \text{Log} \sqrt{2} + \frac{1}{4} \text{Log} \frac{2}{25}$ ، مقدار x کدام است؟

- ۱) $0/2$ ۲) $0/4$ ۳) $0/5$ ۴) $0/8$

۷۱ لگاریتم عدد ۴ در کدام مبنا برابر $\frac{1}{4}$ است؟

- ۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۷۲ از معادله $\text{Log}(x + 1) + \text{Log}(x - 1) = \frac{1}{3} \text{Log} 125 - 2 \text{Log} 2$ ، مقدار x کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$



۷۳ اگر $\text{Log}_r \sqrt[5]{e^2} = A$ ، حاصل $\text{Log}_{\sqrt{e}} e^{32}$ کدام است؟

- $\frac{A}{4}$ (۴) $\frac{2}{A}$ (۳) $\frac{A}{2}$ (۲) $\frac{A}{4}$ (۱)

۷۴ اگر $\text{Log}_b a = \frac{3}{2}$ آنگاه $\text{Log}_{\sqrt{b}} ab^2$ کدام است؟

- ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۷۵ حاصل $\text{Log} 5 + \text{Log} 200 + \text{Log} 500 + \text{Log} 2000$ کدام است؟

- ۱۵ (۴) ۱۲ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

۷۶ لگاریتم x در مبنای ۱۶ برابر $\frac{1}{8}$ است. x کدام است؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۷۷ حاصل $\text{Log}_5 (\sqrt[3]{125})$ کدام است؟

- ۵/۵ (۴) ۵ (۳) ۴/۵ (۲) ۴ (۱)

۷۸ فاصله نقطه برخورد تابع نمایی $y = 2^x$ با محور y ها و نقطه برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۴) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۱)

۷۹ اگر $\text{Log}_3 (x^2 - 1) = \text{Log}(x - 1) + 2\text{Log} 3$ آنگاه $\text{Log}_3 x$ کدام است؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) ۱ (۱)

۸۰ اگر $\text{Log}_x \frac{2}{x} + \text{Log}(x + 1) = 1$ باشد، لگاریتم عدد x در پایه ۸ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۱)



۸۱) از معادله $\text{Log}_8 X = \text{Log}(2X - 1) + \text{Log}(X + 3) = \text{Log } 30 - \text{Log } 2$ مقدار X کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۸۲) از معادلات $\text{Log } x = \text{Log } 2 + \text{Log } y$ و $2^X \times 8^Y = 4$ مقدار X کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۸۳) اگر $\text{Log}_a^x = A$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\sqrt{a}}^{x^2}$ کدام است؟

- (۱) A (۲) A^4 (۳) $2A$ (۴) $4A$

۸۴) اگر $\text{Log}(x^2 - 11) = 1 + \text{Log } x$ باشد، $\text{Log}(x - 1)$ کدام است؟

- (۱) 0 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) 2

۸۵) اگر $2 \text{Log}(x - 2) = \text{Log}(x + 10)$ آن گاه $\text{Log}_4(x + 2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۸۶) اگر لگاریتم عددی در پایه ۹ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، لگاریتم معکوس این عدد در پایه ۳ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۸۷) جمعیت یک کشور با گذشت ۴۰ سال ۴ برابر شده است. یک جمعیت با همین رشد ثابت، با گذشت ۶۰ سال چند برابر خواهد شد؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 8 (۴) 9

۸۸) از تساوی $\text{Log}_5(2X - 1) + \text{Log}_5(3X - 5) = 1$ ، مقدار $\text{Log}_4(6X + 3)$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

۸۹) در تابع با ضابطه $f(x) = a \cdot b^x$; $b > 0$ داریم $f(0) = \frac{3}{4}$ و $f(-2) = \frac{3}{32}$ مقدار $f\left(\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 24 (۳) 12 (۴) 8



۹۰ اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ ، از دو نقطه‌ی $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)

۹۱ فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ ، از نقطه‌ی $A(0, 4)$ ، کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۹۲ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = A(2)^{Bx}$ و خط به معادله‌ی $4y = 5x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع

هستند. مقدار $f^{-1}(10)$ ، کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۳ (۱)

۹۳ نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ ، در نقطه‌ای به طول -۱ متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد،

مقدار $f^{-1}(27)$ ، کدام است؟

- ۳ (۴) ۱ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

۹۴ نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲

قطع می‌کند. $f(3)$ کدام است؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۹۵ کدام عبارت برای معادله‌ی $f(x) = 2^x - x^2 = 0$ ، درست است؟

- (۱) معادله در بازه‌ی $[0, 1]$ دو ریشه دارد. (۲) معادله در بازه‌ی $[0, 1]$ فاقد ریشه است.
(۳) معادله در بازه‌ی $[0, 1]$ یک ریشه دارد. (۴) معادله در بازه‌ی $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد.

۹۶ کدام عبارت برای تعداد ریشه‌های معادله‌ی $2^x = x^2$ ، درست است؟

- (۱) معادله در بازه‌ی $[-1, 0]$ فاقد ریشه است. (۲) معادله در بازه‌ی $[-1, 0]$ یک ریشه دارد.
(۳) معادله در بازه‌ی $[-1, 0]$ دو ریشه دارد. (۴) معادله در بازه‌ی $[-1, 0]$ بیش از دو ریشه دارد.



۹۷ تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور X ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور Y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. منحنی حاصل، محور X ها را با کدام طول، قطع می کند؟

- ۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$ (۴)

۹۸ اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار X کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹ اگر $3^a = A$ باشد، $\text{Log}_3 9A^2$ کدام است؟

- ۱) $2+2a$ (۲) $3+2a$ (۳) $2+a^2$ (۴) $3+a^2$

۱۰۰ اگر $\text{Log } 3 + \text{Log } \sqrt[3]{3} = \text{Log } (81)^k$ ، آنگاه لگاریتم $\frac{5}{k}$ در پایه ی ۲ کدام است؟

- ۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۱۰۱ اگر $\text{log } 2 = 0.3010$ و $\text{log } 3 = 0.4771$ باشد، $\text{Log } \sqrt[3]{12}$ کدام است؟

- ۱) 0.3597 (۲) 0.3613 (۳) 0.3623 (۴) 0.3657

۱۰۲ حاصل عبارت $\text{Log } \frac{27\sqrt[3]{81}}{\sqrt{9}} + \text{Log } \frac{1}{\sqrt{49}} + \text{Log } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{17}{5}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $\frac{25}{3}$ (۴) $\frac{27}{2}$

۱۰۳ خلاصه شده ی عبارت $\text{Log } 35 + 2 \text{Log } 2\sqrt{7} - \text{Log } 200 - 2 \text{Log } 7$ ، کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -2 (۳) $-\frac{5}{4}$ (۴) -1

۱۰۴ اگر $\text{Log } 5 = 3k$ باشد، $\text{Log } \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

- ۱) $1 - 4k$ (۲) $2 - 5k$ (۳) $1 - 2k$ (۴) $1 - k$



۱۰۵) اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ ، لگاریتم $(4a + 1)$ در پایه ۴ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۰۶) اگر $\text{Log}_7 12 = \alpha$ باشد، عدد $4^{\alpha-2}$ کدام است؟

- $\frac{9}{2}$ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴)

۱۰۷) اگر $\text{Log}_5 8 = a$ باشد، $\text{Log}_{10} 2$ چه قدر است؟

- $a + 3$ (۱) $\frac{a}{a+3}$ (۲) $3a$ (۳) $\frac{1}{3a}$ (۴)

۱۰۸) اگر $\text{Log}(x-2) = 2\text{Log} 2 - \text{Log}(x-4)$ ، حاصل $\text{Log}_5(x-3)$ کدام است؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۰۹) از معادله $\text{Log}(x^2 - 9) = \text{Log}(x+3) + 2\text{Log} 3$ مقدار x کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۱۰) از تساوی $\text{Log}_x(x^2 + 4) = 1 + \text{Log}_x 5$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۲، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴)

۱۱۱) از دو معادله $\text{Log}_y x = 1 + \text{Log}_y(y+1)$ و $x^2 - y^2 = 32$ مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه ۴، کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴)

۱۱۲) اگر $\text{Log}_6(x-5) = 2 - \text{Log}_6 x$ باشد $\text{Log}_7(x-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۱۳) جواب معادله لگاریتمی $\text{Log} x - \text{Log}(x-2) = 2\text{Log} \sqrt{3} + \frac{1}{3}\text{Log} 8$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{2}{4}$ (۲) $\frac{2}{8}$ (۳) $\frac{3}{6}$ (۴)

۱۱۴) از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ و $\text{Log}(x+1) + \text{Log}(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)



۱۱۵) از معادله $\text{Log}_3(x^2 - 1) = 1 + \text{Log}_3(x + 3)$ مقدار لگاریتم $(x - 3)$ در مبنای ۴ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۱۶) در معادله لگاریتمی $2\text{Log} x = 1 + \text{Log}\left(x + \frac{12}{5}\right)$ مقدار $\text{Log}_5(2x + 1)$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۱۷) معادله $\text{Log}(x - 1) + \text{Log}(x - 2) = \text{Log}(x^3 + 2)$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۸) اگر $x = 8 \text{Log}_4 2\sqrt{2}$ باشد، لگاریتم عدد $4(x + 3)$ در پایه‌ی x کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۹) از دو معادله $\text{Log}(y + 2) = 1$ و $\text{Log}(y - x) + \text{Log}(4x + y) = 2$ مقدار x کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۰) از معادله $\frac{1}{2}\text{Log} 25 + \text{Log}(x - 3) = 2$ عدد x کدام است؟ (پایه لگاریتم ۱۰ می‌باشد.)

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۳

۱۲۱) اگر $\text{Log}_p(2x - 1) = -2$ باشد، آنگاه لگاریتم $(9x + 3)$ در پایه ۲ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۲) از دو معادله $\text{Log}_3 x + \text{Log}_3 y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ لگاریتم $(x + y)$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) ۳

۱۲۳) از تساوی $\text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{2}\text{Log} x^2 = \text{Log} 3$ ، مقدار لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۴) حاصل $\text{Log}_6 2\sqrt{3} + \text{Log}_6 3\sqrt{2}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۳



۱۲۵ تابع $f(x) = \text{Log}_3(ax+b)$ فقط برای مقادیر $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ با معنی است. اگر $f(4) = 2$ باشد، آنگاه کدام است $f\left(-\frac{4}{9}\right)$ ؟

- ۱ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

۱۲۶ اگر $\text{Log}_y x = 3$ باشد، $\text{Log}_y \sqrt{x}$ چه قدر است؟

- $\sqrt{3}$ (۴) ۶ (۳) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۱۲۷ اگر a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\text{Log} a + \text{Log} b - \text{Log}(a+b)$ کدام است؟

- ۱ (۴) صفر (۳) -۱ (۲) -۲ (۱)

۱۲۸ اگر $x = \text{Log} 42 + \frac{1}{3} \text{Log} 50 - \frac{1}{3} \text{Log} 49 - \text{Log} 15$ باشد، آنگاه 10^x کدام است؟

- $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

۱۲۹ اگر $\text{Log} 2 = k$ باشد، حاصل $\text{Log}(6 - 2\sqrt{5}) + 2\text{Log}(1 + \sqrt{5})$ کدام است؟

- $2 + 4k$ (۴) $1 + k$ (۳) $4k$ (۲) $2k$ (۱)

۱۳۰ اگر $\text{Log}(x+1) + \text{Log} x = 4 \text{Log} 2 + \text{Log} 15 - \frac{1}{2} \text{Log} 144$ باشد، عدد x کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) -۵ (۱)

۱۳۱ نمودار تابع $y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(ax+b)$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول -۱ و نیم‌ساز ناحیه‌ی چهارم را در نقطه‌ای به

عرض -۱ قطع کرده است. b کدام است؟

- ۳ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۱۳۲ اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{0/25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $\left(\frac{1}{A} - 1\right)$ در پایه ۴ کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) -۳ (۱)

۱۳۳ از تساوی $\text{Log}_x(3x+8) = 2 - \text{Log}_x(x-6)$ ، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟

- ۲ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)



۱۳۴

اگر $\text{Log} x = 2/72$ و $y = 10^{1/0.3}$ ، $\text{Log} z = 0/52$ باشند، حاصل $\text{Log} \frac{y\sqrt{x}}{z^3}$ کدام است؟

۱/۰۲ (۴)

۰/۹۴ (۳)

۰/۸۳ (۲)

۰/۷۸ (۱)

۱۳۵

فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

$\text{Log}_2(2 + \sqrt{3})$ (۴)

$\text{Log}_2(1 + \sqrt{3})$ (۳)

$\text{Log}_2(\sqrt{3} - 1)$ (۲)

$\text{Log}_2(2 - \sqrt{3})$ (۱)

۱۳۶

اگر $\text{Log}_{\frac{3}{4}} = 0/8$ باشد، مقدار $\text{Log}_{\frac{6}{12}}$ کدام است؟

$\frac{7}{9}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{8}{11}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۱)

۱۳۷

اگر $3^{x^2 - 2} = 81^x$ باشد، $\text{Log}_{\frac{1}{6}}(x - 2)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

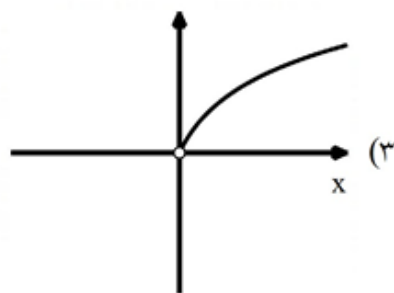
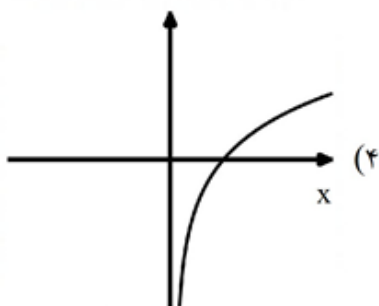
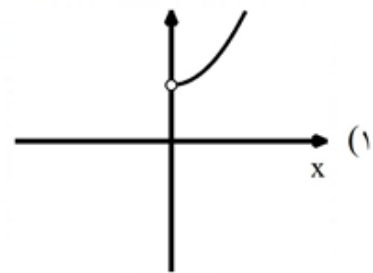
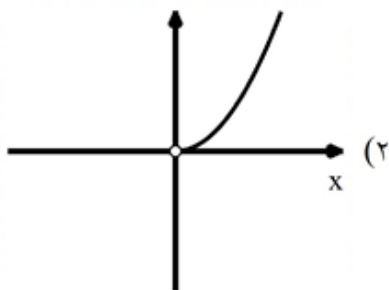
$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۳۸

نمودار تابع $f(x) = 9^{\text{Log}_3 x}$ کدام است؟



۱۳۹ اگر $\text{Log}_3^2 = \frac{5}{8}$ باشد، آن گاه Log_{18}^8 کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{15}{22}$ (۱)

۱۴۰ در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس

از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\text{Log}_2 = 0.3$, $\text{Log}_3 = 0.48$)

۳۲ (۴) ۳۰ (۳) ۲۴ (۲) ۲۰ (۱)

۱۴۱ اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a , b و c تساوی $\text{Log}_a^c + \text{Log}_b^c = 1$ برقرار باشد، آن گاه

$\text{Log}_c^a \cdot \text{Log}_c^b$ کدام است؟

$2 \text{Log}_c(a+b)$ (۴) $\text{Log}_c(a+b)$ (۳) $2 \text{Log}_c(ab)$ (۲) $\text{Log}_c(ab)$ (۱)

۱۴۲ دامنه‌ی تغییرات تابع $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ کدام است؟

$(-4, 4)$ (۴) $(4, 9)$ (۳) $(-4, 9)$ (۲) $(-9, 9)$ (۱)

۱۴۳ کدام یک از توابع زیر، با تابع $y = \text{Log} \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

$\text{Log} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$ (۲) $\text{Log}(x-2) - \text{Log} x$ (۱)

$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}}$ (۴) $\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x} \right)^2$ (۳)

۱۴۴ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \text{Log}(x^2 - 3x)}$ به کدام صورت بازه‌ها است؟

$[-2, 0] \cup (3, 5)$ (۲) $[-2, 0) \cup (3, 5]$ (۱)
 $(0, 5]$ (۴) $[-2, 3)$ (۳)



دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\text{Log}(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1 + 1}}$ کدام است؟ ۱۴۵

(۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
 (۲) $(-1, 2)$
 (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
 (۴) $(-2, 1)$

دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \text{Log}_4(|x^2 - 2| - x)$ کدام است؟ ۱۴۶

(۱) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$
 (۲) $(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
 (۳) $[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
 (۴) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

اگر $(\frac{125}{8})^{x^2} = (\frac{5}{4})^{2x-1}$ باشد، $\text{Log}_8(9x+1)$ کدام است؟ ۱۴۷

(۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

از معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$ مقدار لگاریتم $\sqrt{x+1}$ در پایه‌ی ۱۴۸

۴، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) ۱

از معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}_3(2x^2 + 1) - \text{Log}_3(x + 2) = 1$ مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه‌ی ۸، کدام است؟ ۱۴۹

(۱) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

از رابطه‌ی $\text{Log} x + \text{Log}(x - 1) = 1 + \text{Log} 3 - 3\text{Log} 2$ مقدار x کدام است؟ ۱۵۰

(۱) $-\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

از دو معادله‌ی دو مجهولی $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ و $\text{Log} y = 2\text{Log} 3 + \text{Log} x$ مقدار y کدام است؟ ۱۵۱

(۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



۱۵۲ از دو معادله دو مجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\text{Log}(x + 2y) = 1 + \text{Log} y$ مقدار x کدام است؟

- ۱/۲ (۱) ۱/۴ (۲) ۱/۵ (۳) ۱/۶ (۴)

۱۵۳ اگر $4\sqrt{2} = 4^x$ و $1 + \text{Log}\sqrt{x+1} = \text{Log} y$ مقدار y کدام است؟

- ۷/۵ (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴)

۱۵۴ از رابطه $\text{Log}(x+2) + \text{Log}(2x-1) = \text{Log}(4x+1)$ مقدار لگاریتم $(2x+5)$ در پایه ۴، کدام است؟

- ۰/۵ (۱) ۰/۷۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴)

۱۵۵ مجموع جواب‌های معادله $\text{Log}_2(4^x + 15) = x + 3$ ، کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۵ (۲) $\text{Log}_2 15$ (۳) $\text{Log}_4 15$ (۴)

۱۵۶ اگر تساوی $1 = \text{Log}_x y - 2 \text{Log}_y x$ به ازای $1 < y, x$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

- $y = x^2$ (۱) $y = x^3$ (۲) $y = \sqrt{x}$ (۳) $xy = 2$ (۴)

۱۵۷ اگر در معادله $2 = \text{Log}_a \sqrt{x} + 2 \text{Log}_x a$ مقدار x برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- $\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴)

۱۵۸ نمودارهای دو تابع $f(x) = \text{Log}_2 \frac{1}{x}$ ، $g(x) = \text{Log} \frac{1}{2}$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

- $f(x)$ بالاتر (۱) $g(x)$ بالاتر (۲) منطبق‌اند (۳) فقط در یک نقطه متقاطع (۴)

۱۵۹ وضع نمودار تابع $y = 2^x - 1$ کدام است؟

- (۱) همواره صعودی (۲) همواره نزولی
(۳) برای $x > 1$ صعودی و برای $x < 1$ نزولی است (۴) برای $x > 1$ نزولی و برای $x < 1$ صعودی است



۱۶۰

نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a\left(\frac{1}{3}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول -1 و محور y ها را با عرض 2 قطع می‌کند.

مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

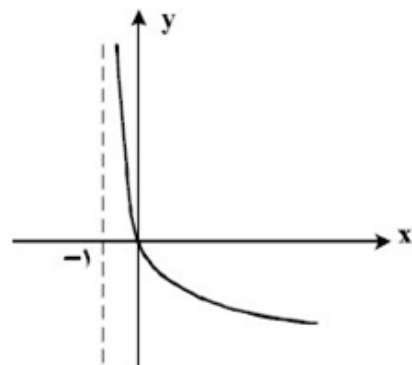
۱۶۱

نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول‌های 1 و 3 قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{27}$ ۲ (۲) $\frac{1}{9}$ ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ ۴ (۴) $\sqrt{3}$

۱۶۲

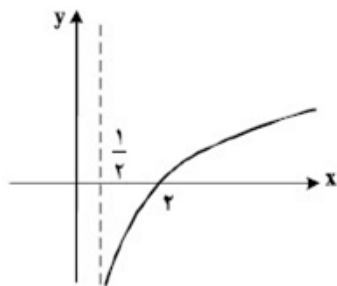
شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \text{Log}_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟



- ۱ (۱) $x + 1$
۲ (۲) $(x + 1)^{-1}$
۳ (۳) $x - 1$
۴ (۴) $1 - x$

۱۶۳

شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \text{Log}_b(2x + a)$ است. این منحنی خط

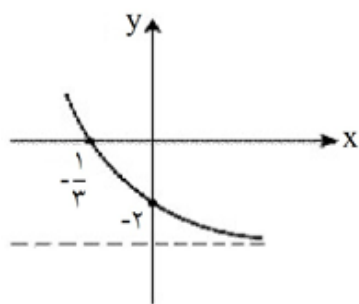


$y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۴
۲ (۲) ۵
۳ (۳) ۶
۴ (۴) ۷

۱۶۴

شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f\left(-\frac{5}{3}\right)$

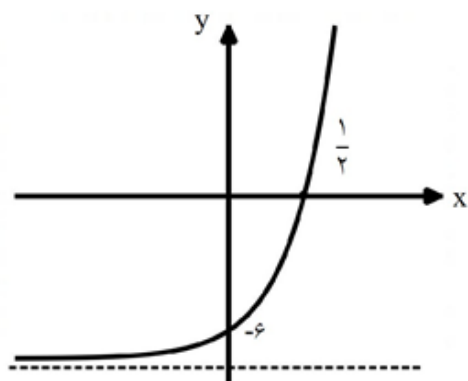


کدام است؟

- ۱ (۱) ۵۴
۲ (۲) ۶۰
۳ (۳) ۴۸
۴ (۴) ۲۸



۱۶۵



$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه‌ی

است. $f(2)$ ، کدام است؟

۲۳۴ (۱)

۱۰۸ (۲)

۷۲ (۳)

۱۸ (۴)

۱۶۶ یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول

می‌رسد؟ ($\text{Log } 19 = 1/287$, $\text{Log } 2 = 0/301$)

۲۵ (۴)

۲۱/۵ (۳)

۱۸/۵ (۲)

۱۷ (۱)

۱۶۷ اگر جمعیت به‌طور نمایی و با ضریب ثابت ۲٪ در سال رشد کند پس از چند سال این جمعیت ۳/۱ برابر می‌شود؟

($\text{Log } 31 = 1/4902$, $\log 1/02 = 0/0086$)

۵۸ (۴)

۵۷ (۳)

۵۶ (۲)

۵۵ (۱)

۱۶۸ جمعیت کشوری پس از ۸ سال ۱/۲ برابر برآورد می‌شود. اگر ضریب تناسب ثابت بماند، این جمعیت پس از ۱۶ سال

چند برابر خواهد شد؟

۱/۴۴ (۴)

۱/۵۶ (۳)

۱/۸ (۲)

۲/۴ (۱)

۱۶۹ اگر جمعیت به‌طور نمایی، با ضریب ثابت ۲ درصد در سال رشد کند، پس از چه مدت، این جمعیت دو برابر می‌شود؟

($\text{Log } 1/02 = 0/0086$ و $\text{Log } 2 = 0/301$)

۳۷ (۴)

۳۶ (۳)

۳۵ (۲)

۳۴ (۱)

۱۷۰ جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر،

نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ ($\text{Log } 99 = 1/995$, $\text{Log } 2 = 0/3$)

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مشخص است که گزینه ۱ و گزینه ۴ جواب نمی‌باشد چرا که:

$$y = |2^x| = 2^x \xrightarrow{\text{نمودار}} \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \\ x \end{array}$$

$$y = |2^{-x}| = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \xrightarrow{\text{نمودار}} \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \\ x \end{array}$$

گزینه ۳ صحیح نمی‌باشد چرا که:

$$y = 2^{|x|} \Rightarrow \begin{cases} y = 2^x & x \geq 0 \\ y = 2^{-x} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در شکل اینگونه نمی‌باشد}$$

با جایگذاری $f(x) = 3^x$ در عبارت:

$$f(x+2) - 2f(x+1) = 3^{x+2} - 2 \times 3^{x+1} = 3^{x+1}(3-2) = 3^{x+1} = 3 \times 3^x = 3f(x)$$

پس گزینه ۴ جواب صحیح است.

$$I = \log_{1/25} = \log\left(1 + \frac{1}{25}\right) = \log\left(1 + \frac{1}{4}\right) = \log\frac{5}{4} = \log\frac{10}{8} = \log 10 - \log 8$$

$$\left. \begin{array}{l} I = 1 - \log 2^3 = 1 - 3\log 2 \\ \log 2 = a \end{array} \right\} \Rightarrow \log 1/25 = 1 - 3a$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_x \sqrt{v} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{-1}{2}} = \sqrt{v} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{v} \Rightarrow \frac{1}{x} = v$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \log_{\frac{1}{2}} (1+v) = \log_{\frac{1}{2}} 2 = \log_{\frac{1}{2}} 2^3 = 3 \log_{\frac{1}{2}} 2 = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون لگاریتم X در پایه $\frac{1}{2}$ را می‌خواهیم پس X باید بزرگتر از صفر باشد.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^X = x^3 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{2^X} = x^3 \Rightarrow 2X = x^3 \Rightarrow 2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^X = \text{Log}_{2^{-1}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-1} \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$9^X = 3\sqrt{3} \Rightarrow \left((\sqrt{3})^4 \right)^X = (\sqrt{3})^2 \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{3})^{4X} = (\sqrt{3})^3 \Rightarrow 4X = 3 \Rightarrow X = \frac{3}{4}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(1-X)} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2^{-2} = -2 \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_a^X = b \Rightarrow X = a^b$$

$$\text{Log}_y^X = \frac{b}{3} \Rightarrow \text{Log}_y^a = \frac{b}{3} \Rightarrow y^{\frac{b}{3}} = a^b \Rightarrow (\sqrt[3]{y})^b = a^b \Rightarrow \sqrt[3]{y} = a \Rightarrow y = a^3$$

$$\text{Log}_b a = k \Rightarrow \text{فرض مسئله} : \text{Log}_b (25a) = k + 2 \Rightarrow \text{Log}_b a + \text{Log}_b 25 = k + 2$$

$$\Rightarrow k + \text{Log}_b 25 = k + 2 \Rightarrow \text{Log}_b 25 = 2 \Rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین گزینه ۱، پاسخ صحیح است.

با توجه به تعریف لگاریتم داریم که :

$$\text{Log}_b a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = b^{\frac{3}{4}} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۴ می‌رسانیم}} a^4 = b^3$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = x \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}^1 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} = 0 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} = x \Rightarrow -3 \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} = x \Rightarrow x = -3$$



$$\text{Log } 0.0006 = \text{Log} \frac{6}{10000} = \text{Log } 6 - \text{Log } 10000 = \text{Log}(2 \times 3) - \text{Log } 10^4 = \text{Log}(2 \times 3) - 4$$

$$\text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 4 = a + b - 4$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \text{Log}_{10} \frac{15}{2} &= \text{Log}_{10} 15 - \text{Log}_{10} 2 = \text{Log}_{10} 3 \times 5 - \text{Log}_{10} 2 = \text{Log}_{10} 3 + \text{Log}_{10} 5 - \text{Log}_{10} 2 \\ \text{Log}_{10} 10 &= \text{Log}_{10} 2 \times 5 = \text{Log}_{10} 2 + \text{Log}_{10} 5 = a + \text{Log}_{10} 5 = 1 \Rightarrow \text{Log}_{10} 5 = 1 - a \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{10} \frac{15}{2} = \text{Log}_{10} 3 + \text{Log}_{10} 5 - \text{Log}_{10} 2 = b + 1 - a - a = b + 1 - 2a$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت $\frac{1}{2} \text{Log}_{10} 15 - \text{Log}_{10} 3$ را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \text{Log}_{10} 15 = \text{Log}_{10} 15^{\frac{1}{2}} = \text{Log}_{10} \sqrt{15}$$

$$\text{Log}_{10} \sqrt{15} - \text{Log}_{10} 3 = \text{Log}_{10} \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow x = 10^{\left(\frac{1}{2} \text{Log}_{10} 15 - \text{Log}_{10} 3\right)} = 10^{\text{Log}_{10} \frac{\sqrt{15}}{3}}$$

با توجه به اینکه $\text{Log}_a^b = b$ خواهیم داشت:

$$x = 10^{\text{Log}_{10} \frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، $\text{Log}_a^b = b$. بنابراین:

$$\frac{1}{4} (\text{Log}_{\frac{1}{4}} 12 - \text{Log}_{\frac{1}{4}} 8) = \frac{1}{4} \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{12}{8} = \frac{1}{4} \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{3}{2} = \frac{1}{4} \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{3}{2} = \frac{1}{4}$$

عبارت را ساده می‌کنیم (طبق قوانین لگاریتم) داریم:

$$\text{Log}_{50} 625 = \text{Log}_{50} 5^4 = 4 \text{Log}_{50} 5 = 4 \times 1 = 4$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح می‌باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۶)

$$\text{Log } 0.125 = \text{Log} \frac{125}{1000} = \text{Log } 125 - \text{Log } 1000 = \text{Log } 5^3 - \text{Log } 10^3 = 3\text{Log } 5 - 3 \quad (1)$$

برای به دست آوردن $\text{Log } 5$ از $\text{Log } 2 = b$ و $\text{Log } 10 = 1$ داریم:

$$\text{Log } 10 = \text{Log}(2 \times 5) = \text{Log } 2 + \text{Log } 5 = b + \text{Log } 5 = 1 \Rightarrow \text{Log } 5 = 1 - b$$

با جایگذاری مقدار $\text{Log } 5$ در رابطه (۱):

$$\text{Log } 0.125 = 3\text{Log } 5 - 3 = 3(1 - b) - 3 = -3b$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بر اساس ویژگی‌های لگاریتم مقادیر را ساده می‌کنیم. (۱۷)

$$\text{Log} \frac{1}{125} + \text{Log} \frac{64}{4} = \text{Log} 125^{-1} + \text{Log} \frac{64}{4} = -\text{Log} 125 + \text{Log} \frac{64}{4}$$

$$= -\text{Log} 5^3 + \text{Log} \frac{4^3}{4} = -3\text{Log} 5 + 3\text{Log} \frac{4}{1} = -3 + 3 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Log} \frac{625}{16} &= \text{Log} \frac{5^4}{2^4} = \text{Log} 5^4 - \text{Log} 2^4 = 4\text{Log} 5 - 4\text{Log} 2 \\ \text{Log} 5 &= \text{Log} \frac{10}{2} = \text{Log} 10 - \text{Log} 2 = 1 - \text{Log} 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{Log} \frac{625}{16} = 4(1 - \text{Log} 2) - 4\text{Log} 2 = 4 - 8\text{Log} 2 = 4 - 8 \times 0.30103 = 4 - 2.40824 = 1.59176$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم $\text{Log} a^b = b\text{Log} a$ ، همچنین $125 = 5^3$ پس: (۱۹)

$$\text{Log} \sqrt{125} = \text{Log} \sqrt{5^3} = \text{Log} 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times \text{Log} 5 = \frac{3}{2} \times 0.6990 = 1.0485$$

پس گزینه ۱ درست است.

مبنای مورد سوال را x فرض می‌کنیم، بنابراین: (۲۰)

$$\text{Log}_x 27 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 27 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow x^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.



$$x + \text{Log}_3 27 = \text{Log}_3 81 \Rightarrow x = \text{Log}_3 81 - \text{Log}_3 27 \Rightarrow x = \text{Log}_3 3^4 - \text{Log}_3 3^3 \Rightarrow$$

$$x = 4\text{Log}_3 3 - 3\text{Log}_3 3 = 4 - 3 = 1$$

۲۱

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم $\text{Log} a + \text{Log} b = \text{Log} ab$ پس:

$$\text{Log} x + \text{Log} 2x + \text{Log} 3x = \text{Log} x \times 2x \times 3x = \text{Log} 6x^3 \Rightarrow \text{Log} 6x^3 = \text{Log} 48 \Rightarrow$$

$$6x^3 = 48 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قوانین ساده‌سازی لگاریتم داریم:

$$\text{Log}_2^{(x+2)} - \text{Log}_2^x = \text{Log}_2 \frac{x+2}{x} = 2 = \text{Log}_2^4$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{x} = 4 \Rightarrow x+2 = 4x \Rightarrow 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

۲۲

$$\text{Log}(3x+1) = \text{Log} 5 + 3\text{Log} 2 \Rightarrow \text{Log}(3x+1) = \text{Log} 5 + \text{Log} 2^3$$

$$\Rightarrow \text{Log}(3x+1) = \text{Log} 5 + \text{Log} 8 \Rightarrow \text{Log}(3x+1) = \text{Log} 5 \times 8 \Rightarrow \text{Log}(3x+1) = \text{Log} 40$$

$$\Rightarrow 3x+1 = 40 \Rightarrow 3x = 39 \Rightarrow x = 13$$

۲۴

بنابراین گزینه ۴، پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تفریق لگاریتم دو عدد برابر با لگاریتم حاصل تقسیم آن دو عدد می‌باشد، پس:

$$\text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 60 - \text{Log}_5 x \Rightarrow \text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 \left(\frac{60}{x}\right) \Rightarrow 30 = \frac{60}{x} \Rightarrow x = 2$$

۲۵

$$\text{Log}_{10} 80 = 1/9.30 \Rightarrow \text{Log}_{10} (8 \times 10) = 1/9.30 \Rightarrow \text{Log}_{10} 8 + \text{Log}_{10} 10 = 1/9.30$$

۲۶

$$\Rightarrow \text{Log}_{10} 2^3 + 1 = 1/9.30 \Rightarrow 3\text{Log}_{10} 2 = 0/9.30 \Rightarrow \text{Log}_{10} 2 = 0/3.10$$

$$\text{Log}_{10} 4 = \text{Log}_{10} 2^2 = 2\text{Log}_{10} 2 \Rightarrow \text{Log}_{10} 4 = 2(0/3.10) = 0/6.20$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

با فرض عدد مورد نظر بصورت x و با توجه به صورت مسئله:

$$\text{Log}_7 (28+x) = 3 \Rightarrow 28+x = 7^3 \Rightarrow 28+x = 64 \Rightarrow x = 64 - 28 = 36$$

۲۷

لذا گزینه ۱ درست است.



۲۸

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}} 64 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x = 64 \Rightarrow 4^{-x} = 64 \Rightarrow 4^{-x} = 4^3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$$

می‌دانیم $4^3 = 64$ پس $x = -3$ می‌باشد. لذا گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log}_2 32 = x \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 = y \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^y = 81 \Rightarrow 3^{-y} = 81 \Rightarrow 3^{-y} = 3^4 \Rightarrow -y = 4 \Rightarrow y = -4$$

بنابراین:

$$\text{Log}_2 32 + \text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 = x + y = 5 + (-4) = 1$$

پس گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{9}} 3 = x \Rightarrow \frac{1}{9} = 9^x \Rightarrow 3^{-1} = (3^2)^x \Rightarrow 3^{-1} = 3^{2x} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

چون $2^4 = 16$ و $2^6 = 64$ پس $\text{Log}_2 17 \cong 4$ ، $\text{Log}_2 60 \cong 6$ بنابراین:

$$17 < N < 60 \Rightarrow \text{Log}_2 17 < \text{Log}_2 N < \text{Log}_2 60 \Rightarrow 4 < \text{Log}_2 N < 6$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{Log}_9 \sqrt{3} = x \Rightarrow \text{Log}_9 \left(3 \times 3^{\frac{1}{2}}\right) = x \Rightarrow \text{Log}_9 \left(3^{\frac{3}{2}}\right) = x \Rightarrow 3^{\frac{3}{2}} = 9^x \Rightarrow$$

$$3^{\frac{3}{2}} = (3^2)^x \Rightarrow 3^{\frac{3}{2}} = 3^{2x} \Rightarrow 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{4} = 0.75$$

پس گزینه ۳ صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۲۴۳ را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 243 = 3^5$$

بنابراین:

$$\text{Log}_{81} \sqrt[243]{3} = \text{Log}_{81} \left(3^5 \times 3^{\frac{1}{3}} \right) = \text{Log}_{81} \left(3^{\frac{16}{3}} \right) = x \Rightarrow 3^{\frac{16}{3}} = (81)^x \Rightarrow$$

$$3^{\frac{16}{3}} = (3^4)^x \Rightarrow 3^{\frac{16}{3}} = 3^{4x} \Rightarrow \frac{16}{3} = 4x \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Log}_{0.25} = \text{Log}_{\left(\frac{1}{4}\right)} = \text{Log}_{\frac{1}{4}} = \text{Log} 1 - \text{Log} 4 = 0 - \text{Log} 2^2 = -2 \text{Log} 2 = -2a$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{Log}_a N = \frac{1}{n} \text{Log}_a N = \frac{1}{n} \times x = \frac{x}{n}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

یادآوری: $\text{Log} \frac{A}{B} = \text{Log} A - \text{Log} B$ پس خواهیم داشت:

$$\text{Log}_{4-x} = \text{Log}_{6-x} - \text{Log} x \Rightarrow \text{Log}_{4-x} = \text{Log} \frac{6-x}{x} \Rightarrow 4-x = \frac{6-x}{x} \Rightarrow 4x - x^2 = 6 - x$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

با توجه به اینکه به ازاء این مقادیر علامات $4-x$ و $6-x$ و x هر ۳ مثبتند پس هر دو جواب قابل قبولند پس گزینه ۲ جواب صحیح است.

$$\text{Log}_{10} (x-1) + \text{Log}_{10} (x+1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_{10} (x-1)(x+1) = 1 = \text{Log}_{10} 10 \Rightarrow$$

$$(x-1)(x+1) = 10 \Rightarrow x^2 - 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm \sqrt{11}$$

برای اینکه $\text{Log}_{10} (x+1) + \text{Log}_{10} (x-1)$ تعریف شده باشد، باید هم $x-1 > 0$ و هم $x+1 > 0$ باشند. بنابراین باید $x > 1$ و $x > -1$ که در نتیجه اشتراک این دو محدوده $x > 1$ می‌باشد. بنابراین x هایی می‌توانند جواب باشند که بزرگتر از ۱ باشند. لذا $x = -\sqrt{11}$ نمی‌تواند جواب معادله باشد. بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۳۸ می‌دانیم که اعداد غیر مثبت لگاریتم ندارند، پس شرط بامعنی بودن معادله داده شده بصورت زیر می‌باشد:

$$x + 4 > 0, 2x + 11 > 0$$

$$\text{Log}(x + 4) = \frac{1}{2} \text{Log}(2x + 11) \Rightarrow \text{Log}(x + 4)^2 = \text{Log}(2x + 11) \Rightarrow (x + 4)^2 = 2x + 11 \Rightarrow$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = -1, -5$$

مقدار $x = -5$ در نامساوی $x + 4 > 0$ صدق نمی‌کند و $x = -1$ در هر دو نامعادله صادق است. پس تنها $x = -1$ مورد قبول می‌باشد. بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۹ یادآوری: $\text{Log}_x x = 1$, $\text{Log} A + \text{Log} B = \text{Log} AB$, پس داریم:

$$\text{Log}_x(x + 2) = \text{Log}_x(4 - x) + \text{Log}_x x \Rightarrow \text{Log}_x(x + 2) = \text{Log}_x x(4 - x) \Rightarrow$$

$$x + 2 = 4x - x^2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, 2$$

چون عدد ۱ نمی‌تواند مبنای لگاریتم باشد پس قابل قبول نیست لذا $x = 2$ و گزینه ۲ جواب صحیح است.

۴۰ با توجه به آنکه رابطه $\text{Log}_a x = n \text{Log}_{a^n} x$ همواره برقرار است داریم:

$$\text{Log}_n x = k \Rightarrow x = (a^n)^k = a^{nk} \Rightarrow \text{Log}_a x = nk$$

$$\text{Log}_3 x = 2 \text{Log}_9 x \Rightarrow \text{Log}_9 x^2 = \text{Log}_9 y$$

پس از ساده‌سازی‌ها داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 1 \Rightarrow x + y = 2$$

طبق صورت سوال $2x - y = 1$

پس گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

۴۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به قوانین ساده‌سازی لگاریتم‌ها داریم:

$$\text{Log}_8 32 = x \Rightarrow 32 = 8^x \Rightarrow 2^5 = 2^{3x} \Rightarrow 5 = 3x \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

پس جواب $\frac{5}{3}$ بوده و گزینه ۱ صحیح است.

۴۲ در این سوال تساوی لگاریتمی را براساس قوانین لگاریتم به توان تبدیل می‌کنیم پس داریم:

$$\text{Log}_8(301 + x) = 3 \Rightarrow 301 + x = 8^3 = 512 \Rightarrow x = 512 - 301 = 211$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۴۳ ابتدا فرم لگاریتمی را تشکیل داده سپس براساس قوانین لگاریتم ساده سازی می‌کنیم. پس داریم:

$$\text{Log}_4(A + 15) = 1 + \text{Log}_4 A = \text{Log}_4 A + \text{Log}_4 4 = \text{Log}_4 4A \Rightarrow A + 15 = 4A \Rightarrow A = 5$$

پس جواب ۵ بوده و گزینه ۴ صحیح می‌باشد.



$$\text{Log}_{\frac{1}{b}} a = \text{Log}_{b^{-1}} a = -\text{Log}_b a = \text{Log}_b \left(\frac{1}{a}\right) \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.} \quad (44)$$

با استفاده از خواص لگاریتم خواص لگاریتم $\text{Log}_y a$ را محاسبه می‌کنیم داریم: (45)

$$\text{Log}_a 8 = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{Log}_a 2^3 = \frac{3}{4} \Rightarrow 3 \text{Log}_a 2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{Log}_a 2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Log}_y a = -4$$

$$\text{Log}_y \frac{2}{a} = \text{Log}_y 2 - \text{Log}_y a = 1 - (-4) = 5 \quad \text{پس:}$$

یعنی گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم $\text{Log}_x a + \text{Log}_x b = \text{Log}_x a.b$ بنابراین: (46)

$$\text{Log}_x 3 + \text{Log}_x (2x+9) = 2 \Rightarrow \text{Log}_x (6x+27) = 2 \Rightarrow x^2 = 6x+27 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 9 \end{cases}$$

مقدار منفی قابل قبول نیست زیرا x باید مثبت باشد، پس $\text{Log}_q x = \text{Log}_q 9 = 1$. بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم، داریم: (47)

$$\text{Log}_a N = x \Rightarrow N = a^x$$

$$\text{Log}_{16} N = \frac{3}{2} \Rightarrow N = 16^{\frac{3}{2}} = 4^3 = 64$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Log}_q (x-4) = 1 - \text{Log}_q 2 &\Rightarrow \text{Log}_q (x-4) + \text{Log}_q 2 = 1 \\ \text{Log}_q 2 = \text{Log}_q 2^2 &= \text{Log}_q 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{Log}_q (x-4) + \text{Log}_q 4 = \text{Log}_q (4x-16) = 1 \Rightarrow 4x-16=9 \Rightarrow x=6/25$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{Log} 25 = \text{Log} 5^2 = 2 \text{Log} 5$$

$$\text{Log} 10 = 1 \Rightarrow \text{Log} 2 \times 5 = \text{Log} 2 + \text{Log} 5 = 0.301 + \text{Log} 5 = 1$$

$$\Rightarrow \text{Log} 5 = 0.699 \Rightarrow \text{Log} 25 = 2 \text{Log} 5 = 1.398$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (49)

از طرفی داریم:

و گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم $\text{Colog} x = -\text{Log} x$ و $\text{Log}_x x = 1$: (50)

$$A = \text{Log}_6 2 + \text{Log}_6 18 - \text{Log}_x \sqrt[3]{x} = \text{Log}_6 (2 \times 18) - \frac{1}{3} \text{Log}_x x = 2 \text{Log}_6 6 - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.



۵۱

$$f(x) = \text{Log}_x(x^2 - 1) \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 > 1 \\ x > 0, x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

بنابراین گزینه ۴ جواب صحیح است.

۵۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم مجموع دو لگاریتم برابر با لگاریتم حاصل ضرب مقادیر است. پس می‌توان عبارت را به صورت زیر نوشت:

$$\text{Log}_n^2 + \text{Log}_n^{\frac{2}{n}} + \dots + \text{Log}_n\left(\frac{n}{n-1}\right) = \text{Log}_n^{2 \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{n}{n-1}} = \text{Log}_n^n = 1$$

۵۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که $\text{Log}_a^a = 1$ داریم:

$$\begin{aligned} \text{Log}_3 \sqrt{3} - \text{Log}_3 \sqrt[2]{2} &= \frac{1}{2} \text{Log}_3^3 + \frac{1}{2} \text{Log}_3^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \text{Log}_3^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \text{Log}_3^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

۵۴

با در نظر گرفتن مجهول معاون y به جای 3^x :

$$3^{2x} - 8(3^x) + 15 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 8(3^x) + 15 = 0 \Rightarrow y^2 - 8y + 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$y = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$y = 5 \Rightarrow 3^x = 5 \Rightarrow x = \text{Log}_3 5$$

جواب ۵ $x = \text{Log}_3 5$ در گزینه ۲ موجود است. بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۵۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{10}^{1000000} = \text{Log}_{10}^x + \text{Log}_{10}^{1000} \Rightarrow \text{Log}_{10}^{10^6} = \text{Log}_{10}^x + \text{Log}_{10}^{10^3} \Rightarrow$$

$$6 = \text{Log}_{10}^x + 3 \Rightarrow \text{Log}_{10}^x = 3 \Rightarrow x = (10)^3 = 1000$$

۵۶

$$\text{Log}_7(4x + 2) - \text{Log}_7(x + 4) = \text{Log}_7\left(\frac{4x + 2}{x + 4}\right) = 1 \Rightarrow \frac{4x + 2}{x + 4} = 7^1 = 7 \Rightarrow$$

$$4x + 2 = 7x + 28 \Rightarrow x = -8$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

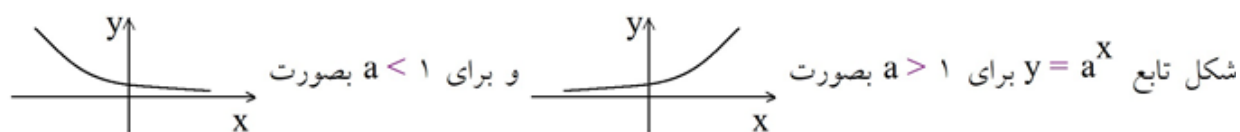


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بر اساس قوانین لگاریتم عبارت سؤال را ساده می‌کنیم. ۵۷

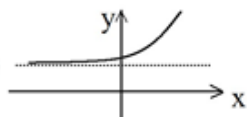
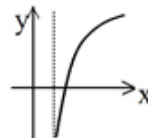
$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{x} + \log \sqrt[5]{x} &= \frac{1}{3} \log x + \frac{1}{5} \log x \Rightarrow \log x^{\frac{1}{3}} + \log x^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{3} \log x + \frac{1}{5} \log x \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \log x \\ \Rightarrow 1 &= \frac{1}{2} \log x \Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه رابطه $\log_a x = y$ داریم $a^y = x$ پس برای این سؤال داریم: ۵۸

$$\log_x \frac{1}{8} = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



در توابع نمایی زمانی $0 < a < 1$ باشد، شکل به صورت گزینه ۲ می‌باشد. بنابراین گزینه ۲، پاسخ صحیح است. ۶۰

اگر نمودار $y = 1 + e^x$ را رسم کنیم، بصورت  می‌باشد. می‌دانیم نمودار معکوس یک تابع، قرینه نمودار نسبت به نیمساز ربع اول و سوم ($y = x$) است. پس نمودار معکوس تابع مورد نظر بصورت  می‌باشد. بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$\log_a x = \log_b x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \log_a x = \frac{3}{2} \log_b x \Rightarrow \log_x a = \frac{2}{3} \log_x b \Rightarrow$$

$$2 \log_x a = 3 \log_x b \Rightarrow \log_x a^2 = \log_x b^3 \Rightarrow a^2 = b^3$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$\log \sqrt{x} = \log \sqrt[64]{x} \Rightarrow \log \sqrt{x} = \log \sqrt[2^6]{x} \Rightarrow \log \sqrt{x} = \frac{1}{6} \log x \Rightarrow x = (\sqrt{x})^6 = x^3 \Rightarrow x = 8$$



$$\text{Log}_q x = \text{Log}_q \left(\frac{1}{x} \right) + 4/5 \Rightarrow \text{Log}_q x = -\text{Log}_q x^2 + 4/5 \Rightarrow \text{Log}_q x = -2\text{Log}_q x + 4/5$$

۶۴

$$\Rightarrow 3\text{Log}_q x = 4/5 \Rightarrow \text{Log}_q x = 1/5 \Rightarrow x = 9^{1/5} \Rightarrow x = (3^2)^{1/5} \Rightarrow x = 3^3 = 27$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح سوال است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر مقدار مذکور را X بنامیم، داریم:

$$\text{Log} \frac{\sqrt{2}}{4} = x \Rightarrow \lambda^x = \frac{\sqrt{2}}{4} = 2^{-1} \times \sqrt{2} = 2^{-2} \times 2^{1/2} = 2^{-3/2} \Rightarrow \lambda^x = 2^{3x} = 2^{-3/2} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۶۵

$$\text{Log}(x^2 - x + 1) + \text{Log}(x + 1) = 1 \Rightarrow \text{Log}[(x^2 - x + 1)(x + 1)] = 1$$

۶۶

$$\Rightarrow \text{Log}(x^3 + 1) = 1 = \text{Log} 10 \Rightarrow x^3 + 1 = 10 \Rightarrow x^3 = 9 \Rightarrow \text{Log}_3 x^3 = \text{Log}_3 9 = 2$$

$$\Rightarrow 3\text{Log}_3 x = 2 \Rightarrow \text{Log}_3 x = \frac{2}{3}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.

مبنای مورد نظر را X می‌گیریم.

$$\text{Log}_x 125 = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{3/2} = 125 \Rightarrow x^{3/2} = 5^3 \Rightarrow \left(x^{1/2}\right)^3 = 5^3 \Rightarrow x^{1/2} = 5 \Rightarrow \left(x^{1/2}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow x = 25$$

۶۷

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.

$$\text{Log}_7(5x + 1) + \text{Log}_7 x = 2 \Rightarrow \text{Log}_7((5x + 1)x) = 2 \Rightarrow \text{Log}_7(5x^2 + x) = 2$$

۶۸

$$\Rightarrow 5x^2 + x = 2^2 \Rightarrow 5x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق } 1 \\ \text{تعریف نشده می شود} \\ x = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{4}{x} = 5 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} k = \%2 = 0.02 \\ P(t) = p(0)(1+k)^t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} p(t) = (1/0.2)^t p(0) \\ p(t) = 2p(0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1/0.2)^t = 2 \Rightarrow \text{Log}(1/0.2)^t = \text{Log} 2 \\
 & \Rightarrow t \text{Log} 1/0.2 = \text{Log} 2 \Rightarrow t = \frac{\text{Log} 2}{\text{Log} 1/0.2} = \frac{\text{Log} \frac{20}{10}}{\text{Log} 1/0.2} = \frac{\text{Log} 20 - \text{Log} 10}{\text{Log} 1/0.2} = \frac{(1/30.10) - 1}{0.0086} \\
 & \Rightarrow t = \frac{30.10}{86} = 35
 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح سوال است.

$$\begin{aligned}
 & \text{Log } x = \text{Log} \sqrt{2} + \frac{1}{2} \text{Log} \frac{2}{25} = \text{Log} \sqrt{2} + \text{Log} \sqrt{\frac{2}{25}} \Rightarrow \text{Log } x = \text{Log} \sqrt{2} + \text{Log} \frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \text{Log } x = \text{Log} \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \text{Log } x = \text{Log} \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{10} = 0.4 \\
 & \text{بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.}
 \end{aligned}$$

$$\text{Log}_a 4 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 = a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sqrt{a} = 4 \Rightarrow a = 16$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{می دانیم} = \begin{cases} \text{Log } a + \text{Log } b = \text{Log } ab \\ \text{Log } a - \text{Log } b = \text{Log} \frac{a}{b} \end{cases}$$

$$\text{Log}(x+1) + \text{Log}(x-1) = \frac{1}{3} \text{Log} 125 - 2 \text{Log} 2$$

$$\Rightarrow \text{Log } x^2 - 1 = \text{Log} \frac{\sqrt[3]{125}}{2^2} \Rightarrow x^2 - 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ غ ق}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۳)

$$\text{می دانیم } \text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}$$

$$\text{Log}_r \sqrt[5]{e^r} = A \Rightarrow \text{Log}_r e^{\frac{r}{5}} = A \Rightarrow \frac{r}{5} \text{Log}_r e = A \Rightarrow \text{Log}_r e = \frac{5}{r} A \Rightarrow \text{Log}_e r = \frac{r}{5A}$$

$$\Rightarrow \text{Log} \sqrt[32]{e} = \text{Log} \frac{1}{e^{\frac{1}{32}}} = 10 \cdot \text{Log}_e r = 10 \times \frac{r}{5A} = \frac{r}{A}$$

$$\text{میدانیم: } \text{Log}_b a = \frac{\text{Log}_c a}{\text{Log}_c b} = \frac{r}{2} : \text{Log}_c a = \frac{r}{2} \text{Log}_c b$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۴)

$$\text{Log} \sqrt[3]{ab^2} = \frac{\text{Log} ab^2}{\text{Log} \sqrt[3]{b}} = \frac{\text{Log} a + 2 \text{Log} b}{\frac{1}{3} \text{Log} b} = \frac{\frac{r}{2} \text{Log} b + 2 \text{Log} b}{\frac{1}{3} \text{Log} b} = \frac{\frac{r}{2} \text{Log} b}{\frac{1}{3} \text{Log} b} = \frac{3}{2} r = 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۷۵)

$$\text{عبارت مورد نظر} = (\text{Log} 5 + \text{Log} 2000) + (\text{Log} 200 + \text{Log} 500)$$

$$= \text{Log}(5 \times 2000) + \text{Log}(200 \times 500) = \text{Log} 10^4 + \text{Log} 10^5 = 4 + 5 = 9$$

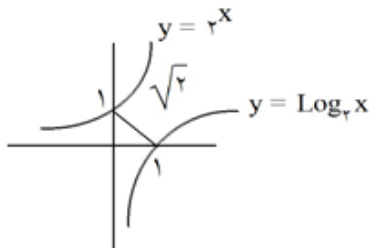
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۷۶)

$$\text{Log}_{16} x = \frac{1}{8} \Rightarrow x = 16^{\frac{1}{8}} \Rightarrow x = (2^4)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۷۷)

$$\text{Log}_5 \left(\sqrt[3]{5^9} \right) = \text{Log}_5 5^{\frac{9}{2}} = \frac{9}{2}$$

(۷۸)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۹)

$$\text{Log} x^2 - 1 = \text{Log} 9(x-1) \Rightarrow \text{Log}(x^2 - 1) = \text{Log}(9x - 9) \Rightarrow x^2 - 1 = 9x - 9 \Rightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{غ ق ق} \\ x=8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\text{Log}_7 x = \text{Log}_7 8 = \text{Log}_7 2^3 = 3$$

$$\text{Log} \frac{2x+2}{x} = 1 \rightarrow \frac{2x+2}{x} = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۸۰)

$$10x = 2x + 2 \rightarrow x = \frac{1}{4} \quad \text{Log}_{\frac{1}{4}} = \text{Log}_{2^{-2}} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۸۱)

$$\text{Log}_A A = 1, \text{Log} A + \text{Log} B = \text{Log} A \cdot B, \text{Log}_{B^m} A^n = \frac{n}{m} \text{Log}_B A,$$

$$\text{Log} A - \text{Log} B = \text{Log} \frac{A}{B}$$

با توجه به فرمولهای فوق داریم:

$$\text{Log}(2x-1)(x+3) = \text{Log} \frac{30}{2} \Rightarrow (2x-1)(x+3) = 15 \Rightarrow \text{جواب معادله } x=2 \text{ است}$$

$$\text{Log}_8 x = \text{Log}_8 2 = \text{Log}_{2^{-3}} 2 = \frac{1}{3} \text{Log}_2 2 = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۸۲)

$$\log x = \log 2 + \log y \Rightarrow \log x = \log 2y \Rightarrow x = 2y$$

$$2^x \times 8^y = 4 \Rightarrow 2^x \times 2^{3y} = 4 \Rightarrow 2^{x+3y} = 4 = 2^2 \Rightarrow x+3y = 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۸۳)

$$\text{Log} \frac{a^m}{b^n} = \frac{m}{n} \text{Log} \frac{a}{b}, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

نکته:

$$\text{Log} \sqrt{x} = \text{Log} \frac{x^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{x}{a} = \frac{1}{2} A$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۴

$$\text{Log}(x^2 - 11) - \text{Log}x = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{x^2 - 11}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 11}{x} = 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 11 = 10x \Rightarrow x^2 - 10x - 11 = 0$$

$$(x - 11)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11 \text{ ق ق} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{Log}(x - 1) = \text{Log}(11 - 1) = \text{Log}10 = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 2)^2 = x + 10 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \\ x > 2 \end{array} \right\} x = -1 \text{ و } 6 \Rightarrow x = 6 \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۵}$$

$$\text{Log}_4(x + 2) = \text{Log}_4 8 = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2^3 = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۶

$$\text{Log}_9 x = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{9^{\frac{3}{2}}} = x \Rightarrow 3^3 = 27 = x \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}} 27 = \text{Log}_{\frac{1}{3}} 3^{-3} = -3 \text{Log}_{\frac{1}{3}} 3 = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر تابع نمایی رشد دارای یک زمان ۲ برابر شدن ثابت است. بنابراین پس از ۶۰ سال جمعیت ۸ برابر می‌شود. ۸۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۸

$$\text{Log}_5(2x - 1)(3x - 5) = 1 \Rightarrow (2x - 1)(3x - 5) = 5 \Rightarrow 6x^2 - 10x - 3x + 5 = 5 \Rightarrow 6x^2 - 13x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \notin D_f \\ x = \frac{13}{6} \in D_f \end{cases}$$

$$x = \frac{13}{6} \Rightarrow \text{Log}_2(6x + 3) = \text{Log}_2 16 = \text{Log}_2 2^4 = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۹

$$f(x) = a \cdot b^x, \quad b > 0$$

$$f(0) = a \times b^0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, \quad f(-2) = ab^{-2} = \frac{3}{32} \Rightarrow \frac{3}{2} b^{-2} = \frac{3}{32}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2} \times 4^x \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times 4^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$$



$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow a(b)^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}\sqrt{b}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(1) = 11 \Rightarrow ab - 1 = 11 \Rightarrow ab = 12 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\sqrt{b}\right)(b) = 12$$

$$\Rightarrow b\sqrt{b} = 8 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 64 \Rightarrow b = 4, a = 3$$

$$f(x) = 3 \times 2^x - 1 \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو منحنی $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2}^{x+1})$ را با یکدیگر تلافی می‌دهیم:

$$(\sqrt{2})^{x+1} + 4 = 2^x \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2})^x + 4 = 2^x \Rightarrow 2^x - \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{x}{2}} - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{2^{\frac{x}{2}} = t} t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2+16}}{2} = \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} t_1 = 2\sqrt{2} \\ t_2 = -\sqrt{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$2^{\frac{x}{2}} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 3, y = 2^3 = 8$$

$$A(0, 4), B(3, 8) \Rightarrow AB = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$x = 4 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5$$

$$x = 2 \Rightarrow 4y = 10 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$A \begin{cases} 4 \\ 5 \end{cases} \Rightarrow 5 = A \times 2^{4B}$$

$$B \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{2} = A \times 2^{2B} \xrightarrow{\div} \frac{5}{\frac{5}{2}} = \frac{A \times 2^{4B}}{A \times 2^{2B}} \Rightarrow 2^1 = 2^{2B} \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$5 = A \times 2^{4 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow A = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}(2)^{\frac{1}{2}x}$$

$$f^{-1}(10) = a \Rightarrow f(a) = 10 \Rightarrow \frac{5}{4} \times 2^{\frac{1}{2}a} = 10 \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}a} = 2^3 \Rightarrow a = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۲



$$f(x) = r^{ax+b} \quad f(-1) = g(-1)$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x \quad r^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} \Rightarrow r^{-a+b} = r^2 \Rightarrow -a+b=2$$

$$f(2) = \frac{1}{r} \Rightarrow r^{2a+b} = r^{-1} \Rightarrow 2a+b=-1$$

$$\begin{cases} -a+b=2 \\ 2a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(27) = k \Rightarrow f(k) = 27 \Rightarrow r^{-k+1} = r^3 \Rightarrow -k+1=3 \\ \Rightarrow k=-2$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$$

$$g(x) = x^2 - x$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow 2^{-A-B} = 2^1 \Rightarrow -A-B=1$$

$$f(2) = g(2) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow 2^{-2A-B} = 2^2 \Rightarrow -2A-B=2 \Rightarrow -A=1$$

$$\Rightarrow A = -1, B = 0$$

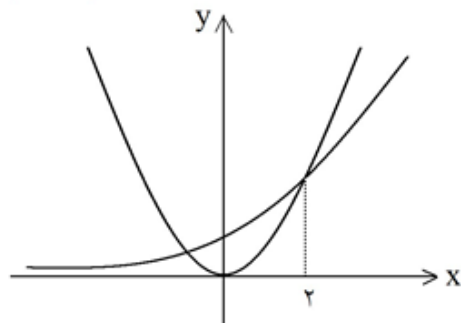
$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$



۹۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش هندسی بررسی می‌کنیم.

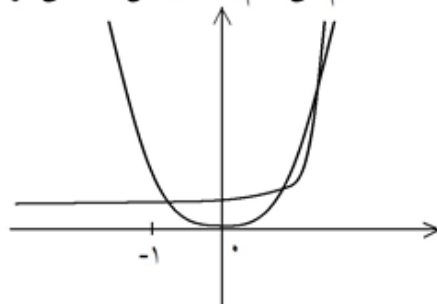
نمودارهای $y = 2^x$ و $y = x^2$ را رسم می‌کنیم. $2^x - x^2 = 0 \Rightarrow 2^x = x^2 \Rightarrow$



بنابراین در بازه $[0, 1]$ نقطه تلاقی ندارند، در نتیجه فاقد ریشه است.

۹۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودارها را رسم می‌کنیم و به روش هندسی بررسی می‌کنیم.



با توجه به نمودار در بازه $[-1, 0]$ در یک نقطه متقاطع هستند.

۹۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{۳ واحد در جهت منفی محور } x} y = 2^{(x+3)+|x+3|} \xrightarrow{\text{۲ واحد در جهت منفی } y \text{ ها}}$$

$$y = 2^{x+3+|x+3|} \quad -2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{x+3+|x+3|} = 2^1 \Rightarrow x+3+|x+3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \Rightarrow 2(x+3) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -3 \Rightarrow (x+3) - (x+3) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۹۸)

$$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x \cancel{(364)}}{2^x \left(\frac{63}{2}\right)} = \frac{1}{52} \Rightarrow \frac{3^x(2)}{2^x \left(\frac{63}{4}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۹۹)

$$\text{Log}_r {}^9A^2 = \text{Log}_r {}^9 + \text{Log}_r A^2 = 2+2\text{Log}_r A = 2+2\text{Log}_r r^a = 2+2a$$

$$\text{Log } r + \text{Log } \sqrt[r]{r} = \text{Log } (r)^k$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۰)

$$\text{Log } r \sqrt[r]{r} = \text{Log } r^{rk} \Rightarrow r^{1+\frac{1}{r}} = r^{rk} \Rightarrow k = \frac{5}{16} \Rightarrow \text{Log } \frac{5}{2} = \text{Log } \frac{16}{2} = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۰۱)

$$\text{Log } \sqrt[3]{12} = \log 12^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \text{Log } 2^2 \times 3 = \frac{1}{3}(2\log 2 + \log 3) = \frac{2}{3} \log 2 + \frac{1}{3} \log 3 = \frac{0.6020}{3} + \frac{0.4771}{3} = \frac{1.0791}{3} = 0.3597$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)

$$\text{Log } r^3 \sqrt[r]{r^4} + \text{Log } v^{-2} + \text{Log } \frac{2}{\frac{1}{\frac{2}{3}}} = \left(3 + \frac{4}{3}\right) + (-2) + 6 = \frac{25}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)

$$\text{Log } 35 + 2\text{Log } 2\sqrt{v} - \text{Log } 200 - 2\text{Log } v = \text{Log } 35 + \text{Log } (2\sqrt{v})^2 - \text{Log } 200 - \text{Log } v^2$$

$$= \text{Log } 35 + \text{Log } 28 - \text{Log } 200 - \text{Log } 49 = \text{Log } \frac{35 \times 28}{200 \times 49} = \text{Log } \frac{1}{10} = \text{Log } 10^{-1} = -\text{Log } 10 = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)

$$\text{Log } \sqrt[3]{1/6} = \text{Log } (1/6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \text{Log } 1/6 = \frac{1}{3} \text{Log } \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (\text{Log } 16 - \text{Log } 10)$$

$$= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^4 - 1) = \frac{1}{3} (4\text{Log } 2 - 1) = \frac{1}{3} (4(1 - \text{Log } 5) - 1) = \frac{1}{3} (4 - 12k - 1) = \frac{3 - 12k}{3} = 1 - 4k$$



۱۰۵

$$4^a = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{2a} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_r(4a + 1) = \text{Log}_r\left(2 \times \frac{3}{4} + 1\right) = \text{Log}_r 4 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم، می‌نویسیم:

$$\text{Log}_r 12 = a \Rightarrow 12 = r^a$$

$$r^{a-2} = (r^2)^{a-2} = r^{2a-4} = \frac{r^{2a}}{r^4} = \frac{(r^a)^2}{r^4} = \frac{12^2}{r^4} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{r^4} = \frac{2^4 \times 3^2}{r^4} = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر عبارت خواسته شده را ساده کنیم داریم:

$$\text{Log}_{10} 2 = \frac{1}{\text{Log}_r 10} = \frac{1}{\text{Log}_r 5 \times 2} = \frac{1}{\text{Log}_r 5 + \text{Log}_r 2} = \frac{1}{\text{Log}_r 5 + 1}$$

لذا کافی است از تساوی $\text{Log}_5 8 = a$ مقدار $\text{Log}_r 5$ را محاسبه کنیم:

$$\text{Log}_5 8 = a \Rightarrow \text{Log}_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_r 5^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log}_r 5 = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_r 5 = \frac{2}{a}$$

در نهایت با جایگذاری مقدار فوق در حاصل ساده شده‌ی $\text{Log}_{10} 2$ داریم:

$$\text{Log}_{10} 2 = \frac{1}{\text{Log}_r 5 + 1} \xrightarrow{\text{Log}_r 5 = \frac{2}{a}} \text{Log}_{10} 2 = \frac{1}{\frac{2}{a} + 1} \Rightarrow \text{Log}_{10} 2 = \frac{a}{a+2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(x-2) = \text{Log} 4 - \text{Log}(x-4) \Rightarrow \text{Log}(x-2)(x-4) = \text{Log} 4$$

$$x^2 - 6x + 8 = 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 5 \Rightarrow x-3 = \sqrt{5}$$

$$\text{Log}_5(x-3) = \text{Log}_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(x^2 - 9) = \text{Log}(x+3) + \text{Log} 3^2$$

$$\text{Log}(x^2 - 9) = \text{Log} 9(x+3) \Rightarrow x^2 - 9 = 9x + 27 \Rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0 \Rightarrow (x-12)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \text{ غ.ق.ی} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x(x^2 + 4) = \text{Log}_x x + \text{Log}_x 5 \Rightarrow \text{Log}_x(x^2 + 4) = \text{Log}_x 5x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \quad \begin{cases} x = 1 \text{ ق.ق.غ} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{Log}_r x = \text{Log}_r 4 = 2$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۱)

$$\begin{cases} \log_r x = \log_r 2 + \log_r (y+1) \\ x^2 - y^2 = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ x^2 - y^2 = 32 \Rightarrow (2y+2)^2 - y^2 = 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4y^2 + 4y + 2 - y^2 = 32 \Rightarrow 3y^2 + 4y - 28 = 0 \Rightarrow y = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-4 \pm 10}{3} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases}, y = -\frac{14}{3} \text{ غ.ق.ق}$$

$$\Rightarrow \log_r (x+y) = \log_r 8 = \log_r 2^3 = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۱۲)

$$\log_5^{(x-5)} = 2 - \log_5 x \Rightarrow \log_5^{(x-5)} + \log_5 x = 2 \Rightarrow \log_5^{(x-5)x} = 2 \Rightarrow x^2 - 5x = 6^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -4 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=9} \log_r^{x-1} = \log_r^{(9-1)} = \log_r 8 = \log_r 2^3 = \frac{3}{2}$$

$$\log x - \log (x-2) = 2 \log \sqrt{3} + \frac{1}{3} \log 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۳)

$$\Rightarrow \log x - \log (x-2) = \log (\sqrt{3})^2 + \log 8^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \log \frac{x}{x-2} = \log 3 \times 2 \Rightarrow \frac{x}{x-2} = 6 \Rightarrow 6x - 12 = x \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۴)

$$4^x + 2^x = 72 \xrightarrow{2^x = t} t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t-8)(t+9) = 0$$

$$\begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{غ.ق.ق}} 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(9+2y) = 2$$

$$\Rightarrow \log(9+2y) = \log 100 - \log 4 = \log \frac{100}{4} = \log 25$$

$$\Rightarrow 9+2y = 25 \Rightarrow y = 8$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۵)

$$\text{Log}_3(x^2 - 1) = \text{Log}_3 3 + \text{Log}_3(x + 3)$$

$$\text{Log}_3(x^2 - 1) = \text{Log}_3(3x + 9) \Rightarrow x^2 - 1 = 3x + 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x = 5 \Rightarrow \text{Log}_3(x - 3) = \text{Log}_3(5 - 3) = \text{Log}_3 2 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۱۶)

$$2 \text{Log} x = 1 + \text{Log}\left(x + \frac{12}{5}\right) \Rightarrow \text{Log} x^2 - \text{Log}\left(x + \frac{12}{5}\right) = 1$$

$$\text{Log} \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10 \Rightarrow x^2 = 10x + 24 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \notin D \\ x = 12 \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x = -2$ ، $\text{Log} x$ ها در معادله‌ی اصلی تعریف نشده است. حال به ازای $x = 12$ حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{Log}_5(2x + 1) \xrightarrow{x=12} \text{Log}_5(24 + 1) = \text{Log}_5 25 = \text{Log}_5 5^2 = 2 \text{Log}_5 5 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۷)

$$\text{Log}(x - 1) + \text{Log}(x - 2) = \text{Log}(x^3 + 2) \Rightarrow \text{Log}(x - 1)(x - 2) = \text{Log}(x^3 + 2) \Rightarrow$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^3 + 2 \Rightarrow x^3 - x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x + 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ غ ق} \\ x^2 - x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب حقیقی ندارد} \end{cases}$$

$x = 0$ جلوی لگاریتم را در معادله‌ی اولیه منفی می‌کند و در نتیجه غیرقابل قبول است. بنابراین معادله‌ی لگاریتمی فوق جواب ندارد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۸)

$$x = {}^{\wedge} \text{Log}_{\sqrt{2}} \sqrt{2} \Rightarrow x = {}^{\wedge} \text{Log}_{\sqrt{2}} \sqrt{2} = {}^{\wedge} \text{Log}_{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{2}} = \wedge \times \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Log}_x^{4(x+3)} \xrightarrow{x=6} \text{Log}_6^{36} = \text{Log}_6^{6^2} = 2$$

بنابراین داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۹)

$$\text{Log}(y+2) = 1 \Rightarrow y+2 = 10^1 \Rightarrow y = 8$$

$$\text{Log}(y-x) + \text{Log}(4x+y) = 2 \xrightarrow{y=8} \text{Log}(\wedge-x) + \text{Log}(4x+\wedge) = 2 \Rightarrow$$

$$\text{Log}(\wedge-x)(4x+\wedge) = 2 \Rightarrow -4x^2 + 24x + 64 = 10^2 \Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Log}_{25}^{\frac{1}{2}}(x-3) = 2 \Rightarrow 5(x-3) = 10^2 \Rightarrow x-3 = 20 \Rightarrow x = 23$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)

$$\text{Log}_a^x = b \Rightarrow a^b = x$$

نکته:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)

$$\text{Log}_r(2x-1) = -2 \Rightarrow 2x-1 = r^{-2} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow 2x = \frac{10}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$

$$\text{Log}_r(9x+3) = \text{Log}_r\left(9\left(\frac{5}{9}\right)+3\right) = \text{Log}_r 8 = \text{Log}_r 2^3 = 3 \text{Log}_r 2 = 3 \times 1 = 3$$

$$\text{Log}_r^x + \text{Log}_r^y = 2 \Rightarrow \text{Log}_r^{xy} = 2 \Rightarrow xy = r^2 = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 46 + 18 = 64 \Rightarrow x+y = 8$$

$$\text{Log}_{\sqrt{2}}^{\wedge} = \frac{2}{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)

$$\text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{2}\text{Log}x^2 = \text{Log}3 \Rightarrow \text{Log}(2x - 1) + \text{Log}|x| = \text{Log}3 \Rightarrow (2x - 1)|x| = 3$$

با توجه به این که $2x - 1 > 0$ است، پس $x > \frac{1}{2}$ و در نتیجه $|x| = x$ می‌باشد. لذا داریم:

$$(2x - 1)(x) = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(2x - 3) = 0 \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق} \\ x = \frac{3}{2} \text{ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین برای یافتن لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ داریم:

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log} \frac{1}{2} = \text{Log} \frac{2^{-1}}{2^1} = -\frac{1}{2}\text{Log} 2 = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۴)

$$\text{Log}_6 2\sqrt{3} + \text{Log}_6 3\sqrt{2} = \text{Log}_6 (2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}) = \text{Log}_6 6\sqrt{6} = \text{Log}_6 6^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۵)

$$\text{دامنه: } ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a} \xrightarrow{x > -\frac{1}{2}} -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b$$

$$f(4) = 2 \Rightarrow 4a + b = 9 \Rightarrow 4b = 9 \Rightarrow b = \frac{9}{4}, a = \frac{9}{2}$$

$$f(x) = \text{Log}_r(2x + 1) \Rightarrow f\left(-\frac{4}{9}\right) = \text{Log}_r \frac{1}{9} = \text{Log}_r 3^{-2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۶)

$$\text{Log}_y \sqrt{x} = \text{Log}_y x^{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2}\text{Log}_y x \xrightarrow{\text{Log}_y x = 3} \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. a و b ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ می‌باشند. داریم:

$$\text{Log} a + \text{Log} b - \text{Log} a + b = \text{Log} \frac{a \cdot b}{a + b} = \text{Log} \frac{P}{S} = \text{Log} \frac{0/1}{10} = \text{Log} \frac{1}{100} = \text{Log} 10^{-2} = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۸)

$$x = \text{Log} 42 + \text{Log} \sqrt{50} - \text{Log} \sqrt{49} - \text{Log} 15$$

$$x = \text{Log} \frac{\cancel{42} \times 5\sqrt{2}}{\sqrt{7} \times 15} = \text{Log} \frac{30\sqrt{2}}{15} \Rightarrow x = \text{Log} 2\sqrt{2} \Rightarrow 10^x = 2\sqrt{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۹)

$$\text{Log} (6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5}) = \text{Log } 16 = \text{Log } 2^4 = 4 \text{Log } 2 = 4k$$

$$2 \text{Log} (1 + \sqrt{5}) = \text{Log} (1 + \sqrt{5})^2 = \text{Log} (6 + 2\sqrt{5}) \quad \text{تذکر:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ابتدا چند رابطه از لگاریتم را یادآوری می‌کنیم که در حل سؤال از آن استفاده خواهیم کرد. (۱۳۰)

$$\begin{cases} (1) \text{Log } a + \text{Log } b = \text{Log}(a \times b) \\ (2) \text{Log } a - \text{Log } b = \text{Log} \frac{a}{b} \\ (3) n \text{Log } a = \text{Log } a^n \end{cases}$$

$$\underbrace{\text{Log}(x+1) + \text{Log } x}_{(1) \text{ با توجه به}} = \underbrace{4 \text{Log } 2 + \text{Log } 15}_{(3) \text{ با توجه به}} - \underbrace{\frac{1}{2} \text{Log } 144}_{(3) \text{ با توجه به}}$$

$$\Rightarrow \text{Log}(x(x+1)) = \text{Log } 2^4 + \text{Log } 15 - \text{Log } 144^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x(x+1) = x^2 + x}{\text{Log } x^2 + x = \text{Log } 16 + \text{Log } 15 - \text{Log } 12} \quad \text{با توجه به (1), (2)}$$

$$144^{\frac{1}{2}} = (12^2)^{\frac{1}{2}} = 12, \quad 2^4 = 16$$

$$\Rightarrow \text{Log}(x^2 + x) = \text{Log} \left(\frac{16 \times 15}{12} \right) \Rightarrow \text{Log}(x^2 + x) = \text{Log } 20$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 20 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \quad \text{به روش تجزیه}$$

$$(x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \text{ غ ق} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \text{ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۳۱)

$$f(-1) = 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}(-a+b) = 0 \Rightarrow -a+b = 1$$

$$f(1) = -1 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}(a+b) = -1 \Rightarrow a+b = 2 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳۲)

$$A = \log_{\frac{1}{2}} 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} 2 \times 2^{-\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} 2^{+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(-1 + \frac{1}{A}\right) = \log_{\frac{1}{2}} (-1 + 2) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = \log_{\frac{1}{2}} 2^{-2} = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۳)

$$\begin{aligned} \log_x (3x+8) + \log_x (x-6) = 2 &\Rightarrow \log_x (3x+8)(x-6) = 2 \\ \Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2 &\Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \\ \Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} x=8 & \text{ق ق} \\ x=-3 & \text{غ ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 2^2 = \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{2}{2}} = \frac{2}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۴)

$$y = 10^{\frac{1}{0.3}} \Rightarrow \log y = \log 10^{\frac{1}{0.3}} = \frac{1}{0.3}, \log x = \frac{2}{72}, \log z = \frac{0}{52}$$

$$\log \frac{y\sqrt{x}}{z^3} = \log y \sqrt{x} - \log z^3 = \log y + \log \sqrt{x} - \log z^3 = \log y + \log x^{\frac{1}{2}} - \log z^3$$

$$= \log y + \frac{1}{2} \log x - 3 \log z = \frac{1}{0.3} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{72}\right) - 3 \left(\frac{0}{52}\right) = \frac{1}{0.3} + \frac{1}{36} - \frac{0}{52} = \frac{0}{83}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳۵)

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 &\Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \\ \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \log_2 (2 + \sqrt{3}) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{t=2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \log_2 (2 + \sqrt{3}) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۳۶)

$$\log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2^2 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 4 = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 6 = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 6}{\log_{\frac{1}{2}} 12} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_{\frac{1}{2}} 3}{\log_{\frac{1}{2}} 2 + 2 \log_{\frac{1}{2}} 3} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$



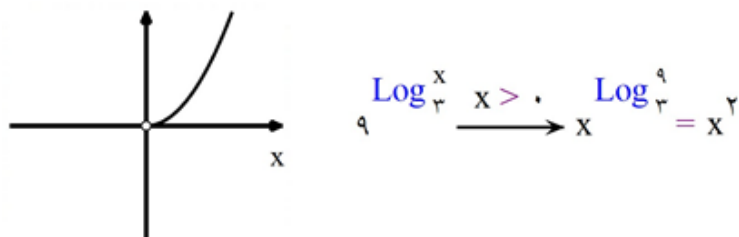
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۷)

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \xrightarrow{+6} x^2 - 4x + 2 = 6$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 6 \Rightarrow x-2 = \sqrt{6}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{6}}(x-2) = \text{Log}_{\frac{1}{6}} \sqrt{6} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۸)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۹)

$$\text{Log}_{\frac{1}{18}}^8 = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{3}}^8}{\text{Log}_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{18}}} = \frac{3 \text{Log}_{\frac{1}{3}}^2}{2 \text{Log}_{\frac{1}{3}}^3 + \text{Log}_{\frac{1}{3}}^2} = \frac{\frac{15}{8}}{2 + \frac{5}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. A_n مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم: (۱۴۰)

$$f(t) = A_n (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A_n (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3} A_n} \frac{1}{3} A_n = A_n (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} = \text{Log}_{\frac{1}{3}}(0.96)^t \Rightarrow -\text{Log}_3 3 = (\text{Log}_{96} - \text{Log}_{100})t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log}_3 3}{5 \text{Log}_2 + \text{Log}_{3-2}} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\text{Log}_y^x = \frac{1}{\text{Log}_x^y}$ است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد: (۱۴۱)

$$\frac{1}{\text{Log}_c^a} + \frac{1}{\text{Log}_c^b} = \frac{\text{Log}_c^a + \text{Log}_c^b}{\text{Log}_c^a \cdot \text{Log}_c^b} = \frac{\text{Log}_c^{ab}}{\text{Log}_c^a \cdot \text{Log}_c^b} = 1 \Rightarrow \text{Log}_c^a \cdot \text{Log}_c^b = \text{Log}_c^{(ab)}$$



$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x| - |x|}} > 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۲

$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > 0, \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۳

$$y = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

بررسی گزینه‌ها:

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D = (2, +\infty)$$

گزینه ۱:

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-2\}$$

گزینه ۲:

$$\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 = \text{Log} \left| \frac{x-2}{x} \right| \Rightarrow x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

گزینه ۳:

$$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 2, x = 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

گزینه ۴:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۴

$$x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 0 \quad (1)$$

$$1 - \text{Log}(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \text{Log}(x^2 - 3x) \leq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} [-2, 0) \cup (3, 5]$$

روش دوم: در صورت سؤال ابتدا به جای x عدد ۵ قرار می‌دهیم و گزینه‌های ۲ و ۳ حذف می‌شوند و سپس با جای‌گذاری عدد یک گزینه ۴ حذف می‌شود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 & (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

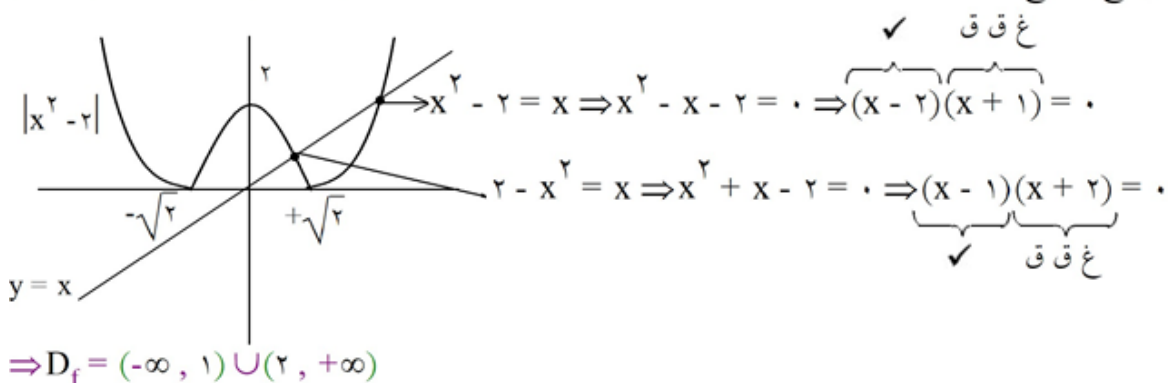
$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\text{Log}(-2)}{\sqrt{-1+1}} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌های ۲ و ۴ غلط هستند.}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\text{Log}(0)}{\sqrt{4-1+1}} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه ۳ غلط است.}$$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه ۱ درست است.

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{8}{125}\right)^{-x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{-x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3x^2} \Rightarrow 2x-1 = -3x^2 \Rightarrow 3x^2 + 2x-1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق ق ۱} \\ \text{یا} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}}(9x+1) = \text{Log}_{\frac{1}{4}} 4 = \text{Log}_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۸

$$\text{Log}(x-3)(x+2) - \text{Log}(x-3) = \text{Log}(2x-5) \Rightarrow \text{Log}(x+2) = \text{Log}(2x-5)$$

$$\Rightarrow x+2 = 2x-5$$

$$x = 7 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{8} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۹

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}}(2x^2+1) - \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x+2) = 1 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2x^2+1}{x+2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{2x^2+1}{x+2} = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2+1 = 3x+6 \Rightarrow 2x^2-3x-5 = 0$$

$$\Delta = 9 + 40 = 49 \quad x = \frac{+3 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{5}{2} \text{ ق ق} \end{cases}$$

اما برای جاگذاری در $\text{Log}_{\frac{1}{8}}(2x-1)$ فقط می توان از $\frac{5}{2}$ استفاده کرد.

$$\text{Log}_{\frac{1}{8}}(2x-1) = \text{Log}_{\frac{1}{8}} \frac{4}{8} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۰

$$\text{Log} x + \text{Log}(x-1) = \text{Log} 10 + \text{Log} 3 - \text{Log} 8 \Rightarrow \text{Log}(x^2-x) = \text{Log} \frac{30}{8} \Rightarrow x^2-x = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow 4x^2-4x-15 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 240 = 256$$

$$x = \frac{4+16}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$\text{Log } y = 2 \text{Log } 3 + \text{Log } x \Rightarrow \text{Log } y = \text{Log } 3^2 + \text{Log } x \Rightarrow \text{Log } y = \text{Log } 9x \Rightarrow y = 9x$$

$$2^{x-y} \times 2^{x+y} = 1 \Rightarrow 2^{x-y} \times (2^2)^{x+y} = 2^0 \Rightarrow 2^{x-y} \times 2^{2x+2y} = 2^0$$

$$\Rightarrow 2x - y + 2y = 0 \xrightarrow{y=9x} 2x - y + 2(9x) = 0 \Rightarrow 20x = y \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۲)

$$2^{2x+y} = 2^{2+x-y} \Rightarrow 2y = 2 - x$$

$$\text{Log}(x + 2y) - \text{Log } y = \text{Log } 10 \Rightarrow \frac{x + 2y}{y} = 10 \Rightarrow x + 2y = 10y$$

$$x + 2y = 5 \times (2y) \Rightarrow x + 2 - x = 5(2 - x) \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۳)

$$2\sqrt{2} = 2^x \Rightarrow 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x} \Rightarrow 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2x} \Rightarrow 2x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$1 + \text{Log} \sqrt{\frac{5}{2} + 1} = \text{Log } y \Rightarrow 1 + \text{Log} \sqrt{\frac{9}{2}} = \text{Log } y \xrightarrow{\text{Log } 10 = 1} \text{Log } 10 + \text{Log} \frac{3}{2} = \text{Log } y$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{30}{2} = \text{Log } y \Rightarrow y = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۴)

$$\text{Log}(x + 2) + \text{Log}(2x - 1) = \text{Log}(4x + 1) \Rightarrow \text{Log}(x + 2)(2x - 1) = \text{Log}(4x + 1)$$

$$\Rightarrow (x + 2)(2x - 1) = 4x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \quad \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{(2x+5)}{2} = \text{Log} \frac{8}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۵)

$$2^x + 15 = 2^{(x+2)} = 2^2 \times 2^x = 4 \times 2^x \Rightarrow 2^x - 4 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 4 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \text{Log}_2 5 \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \text{Log}_2 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها} : x_1 + x_2 = \text{Log}_2 5 + \text{Log}_2 3 = \text{Log}_2 15$$



$$\text{Log}_x^y - 2\text{Log}_y^x = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۵۶

باید Log_x^y را برابر A و Log_y^x را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \text{Log}_x^y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \text{Log}_x^y = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

$$2\text{Log}_x^a + \frac{1}{2}\text{Log}_a^x = 2 \Rightarrow \text{Log}_a^x = A$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵۷

$$\frac{2}{A} + \frac{1}{2}A = 2 \xrightarrow{\times 2A} 2 + A^2 - 2A = 0 \Rightarrow A^2 - 2A + 2 = 0$$

$$(A - 2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \text{Log}_a^x = 2 \Rightarrow a^2 = x \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵۸

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \text{Log}_x^{\frac{1}{2}} = -\text{Log}_2^x \\ g(x) &= \text{Log}_x^{\frac{1}{2}} = -\text{Log}_2^x \end{aligned} \right\} f(x) = g(x) \text{ و } x > 0$$

اگر f صعودی باشد پس باید: $\forall x_2 > x_1 : f(x_2) > f(x_1)$ در مسئله مطرح شده:

$$x_2 > x_1 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0 \Rightarrow 2^{x_2 - x_1} > 1$$

با ضرب طرفین نامساوی در عدد مثبت 2^{x_1} :

$$2^{x_2 - x_1} + x_1 > 2^{x_1} \Rightarrow 2^{x_2} > 2^{x_1} \Rightarrow 2^{x_2 - 1} > 2^{x_1 - 1} \Rightarrow y_2 > y_1$$

بنابراین تابع همواره صعودی است و گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

راه حل دوم:

$$y = 2^{x-1} \Rightarrow y' = 2^{x-1} \ln 2 > 0 \Rightarrow y \text{ صعودی است.}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{2}{1}\right)^{+1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a\left(\frac{1}{2}\right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (**) \Rightarrow (*), (**): \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= r^{Ax+B} & f(1) = g(1) &\Rightarrow r^{A+B} = 1 = r^0 \Rightarrow A+B = 0 \Rightarrow A = 1, B = -1 \\ g(x) &= x^2 & f(2) = g(2) &\Rightarrow r^{2A+B} = 2^2 \Rightarrow 2A+B = 2 \\ f(x) &= r^{x-1} & f(0) &= r^{-1} = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$D_f = (-1, +\infty) \Rightarrow y = -\text{Log}_r(x+1) = \text{Log}_r(x+1)^{-1}$$

و f تابعی نزولی است

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -1 + \text{Log}_b(2x+a)$$

$$D_f = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow -1 + \text{Log}_b(2(2) + (-1)) = 0 \Rightarrow \text{Log}_b^2 = 1$$

$$b = 2 \Rightarrow y = -1 + \text{Log}_2(2x-1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_2(2x-1) = 2 \Rightarrow 2x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{2}a+1} \Rightarrow 2^{-\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow -\frac{a}{2}+1 = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = -4 + 2^{-\frac{5}{2}(-2)+1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $A(0, -6)$ و $B(\frac{1}{3}, 0)$ می‌گذرد. ۱۶۵

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

$$A(0, -6) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^b = -6 \Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$B\left(\frac{1}{3}, 0\right) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{a}{3}-1} = 0 \Rightarrow (3)^{1-\frac{a}{3}} = 3^2 \Rightarrow 1 - \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + 243 = 234$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵ درصد از باد قایق کم می‌شود بنابراین ۹۵ درصد از باد قایق باقی می‌ماند. ۱۶۶

$$0.95a, (0.95)^2 a, (0.95)^3 a, \dots \Rightarrow \underbrace{(0.95)^n a}_{\text{باد باقیمانده پس از } n \text{ روز}} = \frac{1}{2}a$$

$$\left(\frac{19}{20}\right)^n = \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{\text{Log} \frac{1}{2}}{\text{Log} \frac{19}{20}} = \frac{-\text{Log} 2}{\text{Log} 19 - \text{Log} 20} = \frac{-\text{Log} 2}{\text{Log} 19 - \text{Log} 2 - 1} = \frac{-0.301}{1/287 - 0.301 - 1}$$

$$= \frac{0.301}{0.14} = \frac{3.01}{1.4} \Rightarrow n = 21/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$P_t = P_0 (1+r)^t \Rightarrow 3/1 P_0 = P_0 (1+0.02)^t \Rightarrow \text{Log } 3/1 = \text{Log} (1.02)^t \Rightarrow \text{Log } 3/1 = t \text{Log } 1.02$$

$$\Rightarrow t = \frac{\text{Log } 3/1}{\text{Log } 1.02} = \frac{0.4771}{0.0086} = \frac{47.71}{0.86} = 57$$

$$\left(\text{Log } 3/1 = \text{Log} \frac{3}{10} = \text{Log } 3 - \text{Log } 10 = 0.4771 - 1 = -0.5229 \right)$$

$$A_0 \xrightarrow{8 \text{ سال}} 1/2 A_0 \xrightarrow{8 \text{ سال}} 1/4 A_0$$

این جمعیت هر ۸ سال $1/2$ برابر می‌شود پس ۱۶ سال برابر $1/2 \times 1/2 = 1/4$ می‌شود. پس گزینه ۴ صحیح است. ۱۶۸



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۹

$$A_t = A_0 (1 + r)^t$$

$$2A_0 = A_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \Rightarrow 2 = (1/0.2)^t \xrightarrow{\text{لگاریتم می گیریم}} \text{Log } 2 = \text{Log } (1/0.2)^t$$

$$\text{Log } 2 = t \text{ Log } 1/0.2 \Rightarrow t = \frac{\text{Log } 2}{\text{Log } 1/0.2} = \frac{0/3010}{0/0086} = \frac{3010}{86} = 35$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمعیت با گذشت هر سال به ۰/۹۹ مقدار قبلی کاهش می یابد. ۱۷۰

$$f(n) = f_0 \times (0/99)^n, \quad f(n) = \frac{f_0}{2} \Rightarrow n = ? \Rightarrow \frac{f_0}{2} = f_0 \times (0/99)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = (0/99)^n$$

$$\Rightarrow \text{Log } \frac{1}{2} = n \Rightarrow n = \frac{\text{Log} \left(\frac{1}{2}\right)}{\text{Log}(0/99)} = \frac{-\text{Log } 2}{\text{Log } 99 - \text{Log } 100} = \frac{-0/3}{\underbrace{1/995 - 2}_{-0/005}} = 60$$



