



## آزمون «5 اسفند 1401» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ گویی: 165 دقیقه تعداد کل سؤالات: 120 سؤال

# دفترچه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	20	1-20	30'
اجباری	10	21-30	15'
اجباری	10	31-40	15'
اجباری	10	41-50	15'
اجباری	10	51-60	15'
اجباری	10	61-70	15'
اجباری	10	71-80	15'
انتخابی	10	81-90	15'
		91-100	
اجباری	10	101-110	10'
اجباری	10	111-120	10'
انتخابی	10	121-130	10'
		131-140	
جمع کل	120	1-140	165'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان 2	کاظم اجلائی - سیدوحید امیرکیایی - سعید تن آرا - سعید جعفری کافی آباد - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - میثم حمزه لویی - افشین خاصه خان - سجاد داوطلب - میلاد سجادی لاریجانی - سامان سلامیان - مهدی ملارمضانی - سروش موثینی - جهانبخش نیکام - محمد مهدی وزیری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - عباس اسدی امیرآبادی - علی ایمانی - رضا توکلی - جواد حاتمی - عادل حسینی - سیدمحمد رضا حسینی - فرد افشین خاصه خان - محمد خندان - سوگند روشنی - فرشاد صدیقی - فرضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سینا محمدپور - محمد هجری - امیر وفائی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - امیررضا امینی - علی ایمانی - جواد حاتمی - سیدمحمد رضا حسینی - فرد افشین خاصه خان - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - ندا صالح پور - محمد صحت کار - مبشره ضرابیه - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - مهدی نیک زاد محمد هجری - مهدی وقعی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - محمدعلی راست بیمان - بهنام رستمی - فرشید رسولی - سیوان سعیدی - سعید شرق - پوریا علاقه مند - مسعود قره خانی - بهادر کامران - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - غلامرضا مجبی - حسین مخدومی - سیدعلی میرنوری - حسام نادری - مصطفی وانقی - شادمان ویسی
شیمی	محمد رضا پورچاوید - امیر حاتمیان - ایمان خواجوی مجد - مرتضی خوش کیش - حمید ذبچی - یاسر راش - جعفر رحیمی - روزبه رضوانی - آروین شجاعی - مبینا شرافتی پور - امیرحسین طیبی - محمد کوهستانیان - محمدحسن محمدزاده مقدم - امیرحسین مسلمی - سیدمحمد معروفی - سالار ملکی - محمد وزیری

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - تلفن: 021-6463

وقت پیشنهادی: 30 دقیقه

حسابان 2: مشتق: صفحه‌های 84 تا 101

1- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 5x - 1$  در نقطه‌ای با کدام طول با خط  $7x - 3y = 1$  موازی است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{3} \quad (1)$$

$$\frac{19}{7} \quad (4)$$

$$\frac{11}{3} \quad (3)$$

2- اگر  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$  باشد،  $f''(3)$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

3- مشتق تابع  $y = \frac{\sin x \tan x}{\sin x + \tan x}$  در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

$$4 - 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$3 - \sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$2 - \sqrt{3} \quad (3)$$

4- اگر  $f(x) = 3x - 2\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} x}$  و  $g(x) = x + 3\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{2} x}$  باشد، حاصل  $3f'(1) + 2g'(1)$  کدام است؟

$$5 \quad (2)$$

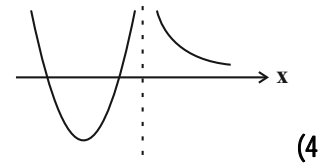
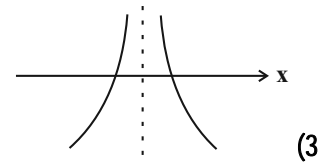
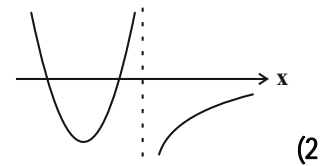
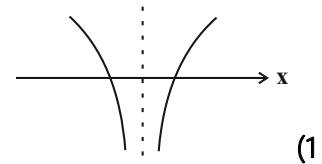
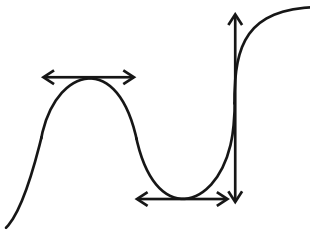
$$7 \quad (1)$$

$$11 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

5- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $f'$  کدام است؟



6- مشتق راست تابع  $f(x) = \frac{1}{\pi} x^2 \sqrt{1 + \cos \pi x}$  در  $x = 1$  کدام است؟

(1)  $\frac{1}{2}$

(2)  $-\frac{1}{2}$

(3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

7- دو خط مماس قائم بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x - 15}$  می توان رسم کرد. فاصله این دو خط کدام است؟

(1)  $6/5$

(2) 6

(3)  $5/5$

(4) 5

8- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$  در  $x = 1$ ، نمودار را در نقطه دیگری قطع می کند. عرض آن نقطه کدام است؟

(1) -27

(2) 4

(3) -33

(4) صفر

محل انجام محاسبات

9- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x \sin \pi x - \cos^2 \pi x$  در  $x = \frac{3}{2}$  کدام است؟

(1) صفر

(2) -1

(3) 3

(4)  $-\frac{3}{2}$

10- تابع  $f(x) = \begin{cases} \cos x - a \sin x & ; x < \frac{\pi}{4} \\ \sin x + b \tan x & ; x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  مشتق پذیر است. حاصل  $a + b^2$  کدام است؟

(1) -2

(2) 4

(3)  $4 - \sqrt{2}$

(4)  $2 - \sqrt{2}$

11- مشتق کدام تابع در  $x=0$  پیوسته است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

$$g(x) = \begin{cases} x|x| - 1 & ; x < 0 \\ x[x] - 1 & ; x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - x & ; x \leq 0 \\ x^2 + 3x & ; x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$k(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x < 0 \\ 3x + 1 & ; x \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$h(x) = \begin{cases} 2x\sqrt[3]{x} & ; x \leq 0 \\ 2x^2 + \sqrt[3]{x} & ; x \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

12- در تابع  $f(x) = x[kx] - k$ ، داریم  $f'(\sqrt{5}) = k + 1$  است.  $f(k)$  کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(1) 1

(2) 3

(3)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

(4) صفر

13-  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{|x|} - 1 & ; x \leq 1 \\ x - \left[ \frac{1}{x} \right] & ; x > 1 \end{cases}$  چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(1) 4

(2) 3

(3) 2

(4) 1

14- تابع  $f$  در  $x=3$  مشتق پذیر است و  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = \frac{2}{3}$ . مشتق تابع  $g(x) = \frac{f(3x)}{x+3}$  در  $x=1$  کدام است؟

(1)  $-\frac{9}{8}$

(2)  $\frac{8}{9}$

(3)  $-\frac{8}{9}$

(4)  $\frac{9}{8}$

15- خط  $y = 2x - 3$  در  $x = \frac{1}{2}$  بر نمودار  $y = \frac{f(x-1)}{x}$  مماس است. معادله خط مماس بر نمودار تابع  $y = xf(x)$  در  $x = -\frac{1}{2}$  کدام است؟

$$4x + 2y = 1 \quad (2)$$

$$4x + 2y + 1 = 0 \quad (1)$$

$$2x + 4y = 1 \quad (4)$$

$$2x + 4y + 1 = 0 \quad (3)$$

16- اگر  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1$  و  $g(x) = f(\sqrt{4-x})$  باشد، مشتق تابع  $g \circ f$  در  $x = -3$  کدام است؟

$$-9\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-\frac{9\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$-18 \quad (4)$$

$$-9 \quad (3)$$

17- اگر  $f(x) = (4\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[3]{x})x$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x} + 1$  باشد، مقدار تابع  $f'g - f'g'$  در  $x = 8$  کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

18-  $f$  یک تابع درجه دوم است و رابطه  $2f''(x)f(x) = (f'(x))^2$  در مورد آن برقرار است. اختلاف جواب‌های معادله  $f(x) = f'(x)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

19- وارون تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$  را  $g$  می‌نامیم.  $g'(0)$  کدام است؟

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

20- اگر  $g(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ 4 & ; x \geq 1 \end{cases}$  و  $f(x) = \frac{(x-1)|x-1|}{g(x)}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) + f'(1-2h)}{h^2 - h}$  کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$-\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-\frac{7}{2} \quad (3)$$

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

هندسه 3: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 59

21- چراغ جلوی اتومبیل‌ها به گونه‌ای است که جداره پشت لامپ به شکل سهمی و از جنس آینه است و لامپ در کانون آن قرار

می‌گیرد. برای ایجاد نور بالا محل قرار گرفتن لامپ چگونه تغییر می‌کند؟

(1) در راستای افقی، کمی جلوتر از کانون

(2) در راستای افقی، کمی عقب‌تر از کانون

(3) در راستای عمودی، کمی بالاتر از کانون

(4) در راستای عمودی، کمی پایین‌تر از کانون

22- ساختمان شهرداری و رودخانه‌ای به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که راستای رودخانه عمود بر محور  $x$ ها و به معادله  $x = -3$  و

مختصات ساختمان به صورت  $(-1, 3)$  است. می‌خواهیم مجسمه‌ای را در مکانی نصب کنیم که فاصله آن از رودخانه و ساختمان

شهرداری برابر باشد. معادله مکان هندسی مکان نصب مجسمه کدام است؟

$$(1) \quad x^2 = 12y + 12$$

$$(2) \quad x^2 - 2x - 12y + 1 = 0$$

$$(3) \quad 2y^2 - y - 6x - 3 = 0$$

$$(4) \quad y^2 + 2y - 12x + 1 = 0$$

23- دو دیش مخابراتی در اختیار داریم. اگر قطر دهانه دیش اول دو برابر دیش دوم و عمق آن نصف عمق دیش دوم باشد، فاصله

کانونی دیش اول چند برابر فاصله کانونی دیش دوم است؟

(1) 8

(2) 4

(3) 2

(4) 1

24- محور تقارن یک سهمی با رأس  $A(3,1)$ ، موازی محور  $x$ ها است. اگر این سهمی از نقطه  $M(2,5)$  بگذرد، فاصله کانون تا خط

هادی آن کدام است؟

(1) 2

(2) 4

(3) 6

(4) 8

25- به ازای کدام مقدار  $k$ ، کانون سهمی به معادله  $y^2 + 4x - 2y + k = 0$  روی خط  $x = -3y$  قرار دارد؟

(1) -9

(2) 9

(3) 15

(4) -15

محل انجام محاسبات

26- یک سهمی با کانون  $F(1,2)$  و خط هادی  $x=3$  مفروض است. مساحت مثلثی که رأس‌های آن، نقاط برخورد این سهمی با محورهای مختصات هستند، کدام است؟

(1)  $\sqrt{2}$  (2) 2

(3)  $2\sqrt{2}$  (4) 4

27- اگر نقطه  $A(2,1)$  رأس سهمی  $x^2 + ax - 2y + b = 0$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

(1) -3 (2) -2

(3) 2 (4) 3

28- خط  $y=1$  خط هادی یک سهمی است که رأس و کانون آن روی یک دایره به مرکز  $(0,4)$  و شعاع  $\sqrt{5}$  واقع‌اند. معادله محور تقارن سهمی کدام می‌تواند باشد؟

(1)  $x=1$  (2)  $x=2$

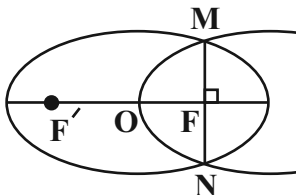
(3)  $x=\sqrt{2}$  (4)  $x=\sqrt{3}$

29- پرتو نوری بر یک سهمی آینه‌ای به معادله  $y^2 = 4(y-2x)$  تابیده است. اگر شعاع بازتابش روی خط  $y=6$  قرار داشته باشد، معادله شعاع تابش کدام است؟

(1)  $x = -\frac{3}{2}$  (2)  $x = -2y$

(3)  $x = 2y$  (4)  $x = \frac{3}{2}$

30- در شکل زیر رأس و کانون سهمی بر مرکز و کانون بیضی منطبق است و سهمی از دو سر وتر کانونی بیضی عبور می‌کند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



(1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2)  $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$

(3)  $\sqrt{2}-1$

(4)  $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته: ترکیبات (شمارش): صفحه‌های 56 تا 61 - ریاضیات 1: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های 118 تا 140 وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

31- به چند طریق 8 کتاب یکسان را در 4 قفسه متمایز می‌توان جای داد به طوری که قفسه‌ای خالی نماند؟

35 (1)

70 (2)

165 (3)

210 (4)

32- به چند طریق می‌توان از بین 4 نوع گل، 15 شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع دوم دقیقاً 3 شاخه، از گل نوع سوم

حداقل 3 شاخه و از گل نوع چهارم بیش از 3 شاخه انتخاب شود؟

15 (1)

21 (2)

28 (3)

56 (4)

33- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x + y + (z+1)^2 = 12$  کدام است؟

13 (1)

25 (2)

45 (3)

66 (4)

34- 8 مهره سفید یکسان را به چند طریق می‌توان در 5 جعبه گذاشت به طوری که مجموع مهره‌های جعبه‌های اول و دوم بیشتر از 2

نباشد؟

117 (1)

113 (2)

205 (3)

201 (4)

35- تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 20$ ، اگر  $\sqrt[3]{x_4} = \frac{4}{x_2} = 2$  باشد، کدام است؟

$\binom{9}{3}$  (1)

$\binom{11}{4}$  (2)

$\binom{13}{3}$  (3)

$\binom{15}{3}$  (4)

محل انجام محاسبات



36- به چند طریق می توان 24 سکه یکسان را بین 4 نفر توزیع کرد. به طوری که تعداد سکه های هر نفر مضرب 3 بوده و تعداد

سکه های نفر اول بیشتر از تعداد سکه های نفر دوم باشد؟

165 (1) 80 (2)

70 (3) 105 (4)

37- به چند طریق می توان 4 نهال کاج و 6 نهال سرو را در یک ردیف کاشت به طوری که اولین نهال کاج و آخرین نهال سرو باشد؟

(نهال های هر درخت کاملاً یکسان هستند.)

56 (1) 84 (2)

120 (3) 210 (4)

38- به چند حالت می توان از یک کیسه که 3 مهره آبی، 3 مهره سبز و 5 مهره قرمز دارد 4 مهره انتخاب کرد به طوری که دقیقاً

یک مهره آبی و حداقل یک مهره قرمز انتخاب شود؟

135 (1) 148 (2)

156 (3) 165 (4)

39- با حروف کلمه  $topology$  چند کلمه هشت حرفی بدون توجه به معنی آن می توان ساخت که با حرف  $l$  شروع شود و عبارت

$top$  در آن دیده شود؟

360 (1) 120 (2)

60 (3) 180 (4)

40- با کمک ارقام 1,1,1,2,3,4 چند عدد 6 رقمی می توان ساخت به طوری که دقیقاً دو رقم 1 کنار هم باشند؟

36 (1) 72 (2)

48 (3) 96 (4)

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

هندسه 2: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 61 تا 76

41- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 4$ ،  $AC = 2$  و  $\hat{A} = 120^\circ$  است. طول میانه  $AM$  کدام است؟

- (1) 1 (2)  $\sqrt{2}$  (3)  $\sqrt{3}$  (4) 2

42- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AB = 6$ ،  $AC = 8$  و  $\hat{A} = 120^\circ$  باشد، طول نیمساز داخلی  $AD$  کدام است؟

(1)  $\frac{12}{5}$  (2)  $\frac{12}{7}$

(3)  $\frac{24}{7}$  (4)  $\frac{24}{5}$

43- در مثلث  $ABC$ ،  $b = \sqrt{2} - 1$ ،  $c = \sqrt{2} + 1$  و  $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  است. اگر  $\hat{A} > 90^\circ$  باشد، طول ضلع  $a$  کدام است؟

(1)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (2)  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

(3)  $\frac{4}{3}$  (4)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

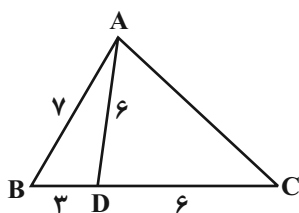
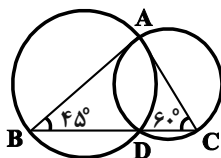
44- در شکل مقابل، طول ضلع  $AC$  کدام است؟

(1)  $\frac{7}{5}$

(2) 8

(3)  $\frac{8}{5}$

(4) 9

45- در شکل زیر دو دایره در نقاط  $A$  و  $D$  متقاطع‌اند. اگر  $BC$  از نقطه  $D$  بگذرد، مساحت دایره بزرگ‌تر چند برابر مساحت دایره کوچک‌تر است؟

(1)  $\frac{1}{5}$  (2)  $\sqrt{2}$

(3)  $\sqrt{3}$  (4) 2

محل انجام محاسبات

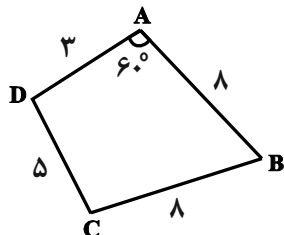
46- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 6$ ،  $AC = 10$  و  $\hat{A} = 120^\circ$  است. شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟

- (1)  $\sqrt{2}$  (2)  $\sqrt{3}$  (3) 2 (4) 3

47- در مثلث  $ABC$ ،  $AD$  نیمساز داخلی زاویه  $A$  است. اگر  $AC = 2AD$  و  $BD = 3$  و  $CD = 8$  باشد، طول نیمساز  $AD$  کدام است؟

- (1)  $2\sqrt{2}$  (2)  $2\sqrt{3}$  (3)  $4\sqrt{2}$  (4)  $4\sqrt{3}$

48- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی  $ABCD$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟



16 (1)

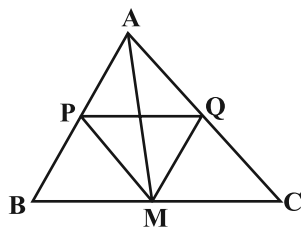
18 (2)

20 (3)

24 (4)

49- در شکل زیر نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  و  $MP$  و  $MQ$  به ترتیب نیمساز زوایای  $AMB$  و  $AMC$  هستند. اگر  $AP = 2$  و  $BP = 3$

باشد، نسبت مساحت مثلث  $APQ$  به مساحت مثلث  $AMQ$  کدام است؟

 $\frac{3}{5}$  (1) $\frac{5}{3}$  (2) $\frac{5}{4}$  (3) $\frac{4}{5}$  (4)

50- مثلث  $ABC$  به طول اضلاع  $AB = 6$ ،  $AC = 5$  و  $BC = 3$  مفروض است. اگر نقطه  $M$  وسط ضلع  $AB$  باشد، فاصله  $M$  از ضلع

$BC$  چند برابر  $\sqrt{14}$  است؟

(1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{1}{2}$

(3)  $\frac{2}{3}$  (4) 1

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

آمار و احتمال (اختیاری): احتمال: صفحه‌های 39 تا 72 / ریاضی 1: آمار و احتمال: صفحه‌های 141 تا 151

51- در پرتاب سه تاس سالم، چقدر احتمال دارد حاصل ضرب اعداد رو شده عددی اول باشد؟

$$(1) \frac{1}{6} \quad (2) \frac{1}{24}$$

$$(3) \frac{1}{12} \quad (4) \frac{1}{9}$$

52- از جعبه‌ای که شامل 6 مهره سفید و 3 مهره سیاه است، سه مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام

احتمال رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان و با مهره دوم متفاوت است؟

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{5}{28}$$

$$(3) \frac{3}{14} \quad (4) \frac{2}{7}$$

53- جعبه‌ای شامل 3 مهره سفید، 4 مهره قرمز و 5 مهره آبی در اختیار داریم. اگر سه مهره با هم و به طور تصادفی از این جعبه

خارج کنیم، با کدام احتمال حداقل 2 مهره هم‌رنگ هستند؟

$$(1) \frac{5}{11} \quad (2) \frac{13}{22}$$

$$(3) \frac{8}{11} \quad (4) \frac{19}{22}$$

54- دو تاس به رنگ‌های سیاه و سفید با هم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده کمتر از 6 است، احتمال آنکه عدد

تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{3}{5}$$

$$(3) \frac{2}{5} \quad (4) \frac{5}{18}$$

55- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مربع کامل باشد، با کدام یک از پیشامدهای زیر

ناسازگار است؟

(1) هر دو تاس فرد بیایند.

(2) عدد رو شده دو تاس مساوی یکدیگر باشد.

(3) اختلاف دو عدد رو شده برابر 3 باشد.

(4) حاصل ضرب اعداد رو شده دو تاس بزرگ‌تر از 20 باشد.

محل انجام محاسبات

56- عددی به تصادف از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 50\}$  انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد 3 یا 7 بخش پذیر باشد، کدام است؟

(1)  $\frac{0}{38}$

(2)  $\frac{0}{40}$

(3)  $\frac{0}{42}$

(4)  $\frac{0}{44}$

57- سه کیسه داریم. در کیسه اول 4 مهره آبی و 2 مهره قرمز، در کیسه دوم 2 مهره آبی و 3 مهره قرمز و در کیسه سوم 5 مهره آبی و 1 مهره قرمز وجود دارد. به تصادف یک کیسه را انتخاب کرده و دو مهره از آن خارج می‌کنیم. اگر دو مهره هم‌رنگ نباشند، با کدام احتمال از کیسه اول خارج شده‌اند؟

(1)  $\frac{5}{22}$

(2)  $\frac{9}{22}$

(3)  $\frac{8}{45}$

(4)  $\frac{4}{11}$

58- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل از یکدیگر،  $P(A|B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$  باشد، آنگاه  $P(B)$  کدام است؟

(1)  $\frac{7}{20}$

(2)  $\frac{5}{12}$

(3)  $\frac{7}{15}$

(4)  $\frac{1}{3}$

59- در یک خانواده چهار فرزندی، تعداد پسرها و دخترها برابر نیست. احتمال آنکه جنسیت دو فرزند اول خانواده یکسان باشد، کدام است؟

(1)  $\frac{3}{10}$

(2)  $\frac{2}{5}$

(3)  $\frac{1}{2}$

(4)  $\frac{3}{5}$

60- دو جعبه داریم که اولی دارای یک لامپ سالم و 2 لامپ معیوب و دومی دارای 6 لامپ سالم و 3 لامپ معیوب است. از جعبه اول یک لامپ به تصادف انتخاب کرده و در جعبه دوم قرار می‌دهیم و سپس 2 لامپ به تصادف از جعبه دوم خارج می‌کنیم. احتمال آنکه لامپ‌های خارج شده از جعبه دوم هر دو سالم یا هر دو معیوب باشند، کدام است؟

(1)  $\frac{11}{45}$

(2)  $\frac{12}{45}$

(3)  $\frac{22}{45}$

(4)  $\frac{24}{45}$

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 3: نوسان و موج / برهم کنش های موج: صفحه های 78 تا 94

61- در فاصله  $10\text{m}$  از یک چشمه صوت نقطه ای، صفحه ای به مساحت  $S_1$  قرار گرفته است و توان  $P$  توسط این صفحه دریافت می شود. در چه فاصله ای از این چشمه، صفحه ای به مساحت  $4S_1$  قرار دهیم، که همان مقدار توان  $(P)$  را دریافت کند؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

2/5 (1)      5 (2)      20 (3)      40 (4)

62- تراز شدت صوتی در فاصله  $r$  از منبع صوت نقطه ای برابر  $n$  دسی بل است. بسامد صوت را چند برابر کنیم تا در فاصله  $\frac{r}{2}$  از چشمه، تراز شدت صوت به  $(n+12)$  دسی بل برسد؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود و  $\log 2 = 0/3$ )

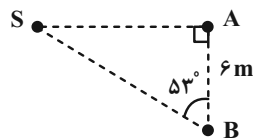
2 (1)      4 (2)       $\frac{1}{2}$  (3)       $\frac{1}{4}$  (4)

63- توان تولیدی یک منبع صوت نقطه ای  $500$  وات است و شنونده ای که در فاصله  $50$  متری از این منبع صوت قرار دارد، تراز شدت صوت حاصل را  $100$  دسی بل احساس می کند. چند درصد توان تولیدی منبع صوتی در این فاصله توسط محیط جذب شده است؟

$$(I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \pi = 3)$$

60 (1)      20 (2)      40 (3)      80 (4)

64- در شکل زیر، دو ناظر  $A$  و  $B$  در فاصله های نشان داده شده از یک چشمه موج صوتی قرار دارند. کدام گزینه صحیح است؟  
( $\log 2 = 0/3$ ،  $\cos 53^\circ = 0/6$ ) و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



(1) شدت صوت در محل ناظر  $A$ ، 25 درصد بیشتر از شدت صوت در محل ناظر  $B$  است.

(2) شدت صوت در محل ناظر  $B$ ، 20 درصد کمتر از شدت صوت در محل ناظر  $A$  است.

(3) تراز شدت صوتی که ناظر  $A$  دریافت می کند، 2dB بیشتر از تراز شدت صوتی است که ناظر  $B$  دریافت می کند.

(4) تراز شدت صوتی که ناظر  $B$  دریافت می کند، 1dB کمتر از تراز شدت صوتی است که ناظر  $A$  دریافت می کند.

65- در بررسی اثر دوپلر، در وضعیتی که چشمه ساکن و ناظر (شنونده) متحرک و یا وضعیتی که ناظر ساکن و چشمه متحرک است، در مدت زمان یکسان، کدام گزینه درست است؟

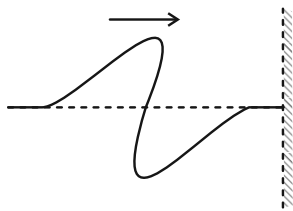
(1) اگر فاصله ناظر و چشمه کاهش یابد، ناظر با جبهه های موج بیشتری مواجه می شود.

(2) اگر فاصله ناظر و چشمه افزایش یابد، ناظر با جبهه های موج کمتری مواجه می شود.

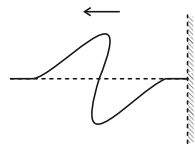
(3) کاهش فاصله بین ناظر و چشمه، منجر به افزایش بسامد صوتی است که ناظر دریافت می کند.

(4) همه گزینه ها درست هستند.

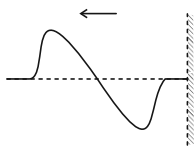
محل انجام محاسبات



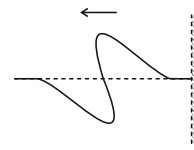
66- در شکل زیر بازتاب تپ منتشر شده روی طناب کشیده شده از دیوار به کدام صورت است؟



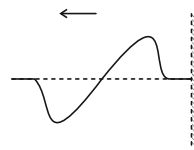
(2)



(4)



(1)



(3)

67- درباره بازتاب امواج چند مورد نادرست است؟

- (الف) اگر تأخیر زمانی بین صوت اولیه و پژواک آن کمتر از 1 ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را تشخیص دهد.  
 (ب) برای تشخیص یک جسم، اندازه آن باید در محدوده طول موج به کار رفته یا بزرگ‌تر از آن باشد.  
 (پ) بازتاب منظم وقتی رخ می‌دهد که ناهمواری‌های سطحی از طول موج نور تابیده شده بزرگ‌تر باشد.

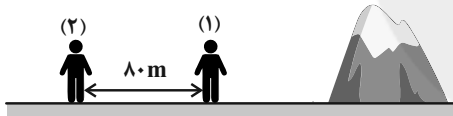
1 (2)

(1) صفر

3 (4)

(3) 2

68- در شکل زیر، دو دانش‌آموز مقابل صخره‌ای ایستاده‌اند. دانش‌آموز (1) فریاد می‌زند و دانش‌آموز (2) دو صدا به فاصله  $0/5s$  از هم می‌شنود. کدام یک از کارهای زیر را انجام دهیم تا پس از فریاد زدن دانش‌آموز (1)، دانش‌آموز (2) دو صدا را به فاصله  $0/75s$  از هم بشنود؟ ( $v_{RWA} = 340m/s$ )



- (1) دانش‌آموز (1) به اندازه  $42/5$  متر به صخره نزدیک شود.  
 (2) دانش‌آموز (2) به اندازه  $42/5$  متر به صخره نزدیک شود.  
 (3) دانش‌آموز (1) به اندازه  $42/5$  متر از صخره دور شود.  
 (4) دانش‌آموز (2) به اندازه  $42/5$  متر از صخره دور شود.

69- زاویه تابش نوری که به سطح یک آینه تخت برخورد می‌کند،  $45^\circ$  است. اگر آینه را  $15$  درجه دوران دهیم و راستای تابش نور به سطح آینه (زاویه تابش) را هم  $15$  درجه تغییر دهیم، با توجه به تمام حالات ممکن، کم‌ترین زاویه بین پرتو تابش و بازتابش  $\theta_1$  و بیش‌ترین زاویه بین پرتو تابش و بازتابش  $\theta_2$  خواهد شد. حاصل  $\theta_2 - \theta_1$  کدام است؟

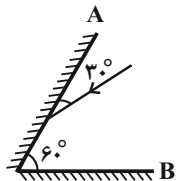
150 (2)

(1) 60

90 (4)

(3) 120

70- در شکل مقابل، زاویه بازتابش از سطح آینه تخت A و تابش به سطح آینه تخت B، به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(2)  $90^\circ, 60^\circ$ (1)  $60^\circ, 30^\circ$ (4)  $30^\circ$ , صفر(3)  $60^\circ$ , صفر

محل انجام محاسبات

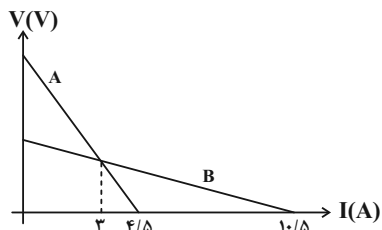
وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 2: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 82

71- قاعده حلقه در مدارهای الکتریکی، بر اساس کدام یک از قوانین فیزیکی زیر بیان شده است؟

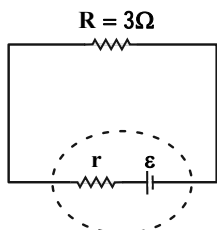
- (1) قانون پایستگی بار الکتریکی  
 (2) قانون پایستگی جرم  
 (3) قانون پایستگی انرژی  
 (4) قانون دوم نیوتون

72- اگر نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولدهای مجزای A و B بر حسب جریان عبوری از آنها مطابق شکل زیر باشد، مقاومت درونی مولد A چند برابر مقاومت درونی مولد B است؟



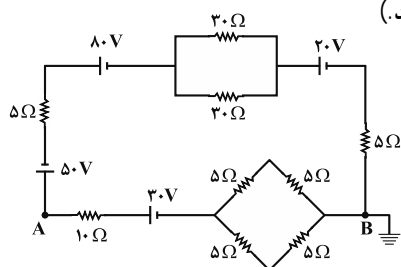
- (1) 5  
 (2)  $\frac{1}{5}$   
 (3) 4  
 (4)  $\frac{1}{4}$

73- در مدار شکل زیر، اگر افت پتانسیل درون مولد برابر با 40 درصد نیروی محرکه آن باشد، مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



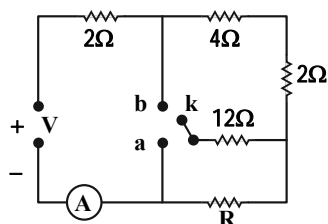
- (1)  $\frac{1}{2}$   
 (2) 2  
 (3)  $\frac{1}{8}$   
 (4)  $\frac{1}{5}$

74- در مدار شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟ (مولدها آرمانی هستند).



- (1) 50  
 (2) 75  
 (3) 45  
 (4) 65

75- در مدار شکل زیر، کلید k را یک بار به نقطه a و بار دیگر به نقطه b وصل می‌کنیم. مقاومت R چند اهم باشد، تا آمپرسنج آرمانی در هر دو حالت عدد یکسانی را نشان دهد؟

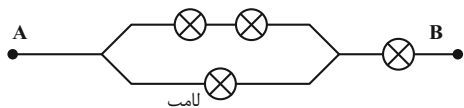


- (1) 4  
 (2) 3  
 (3) 6  
 (4) 8

محل انجام محاسبات



76- با 4 لامپ مشابه به مشخصات اسمی 90W و 220V مداری به شکل زیر بسته‌ایم. اگر بخواهیم هیچ یک از لامپ‌ها نسوزد، حداکثر توان الکتریکی مصرفی بین دو نقطه A و B چند وات خواهد بود؟



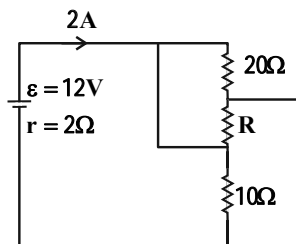
200 (2)

170 (1)

210 (4)

150 (3)

77- در مدار شکل زیر و در مقاومت R، در هر دقیقه چند ژول انرژی مصرف می‌شود؟



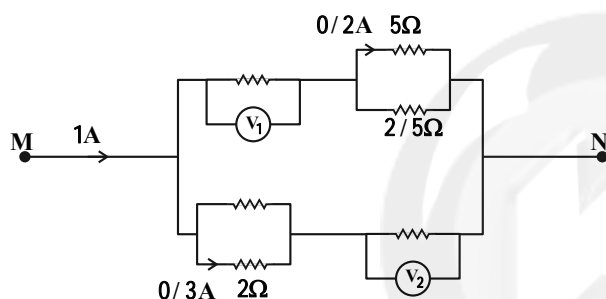
464 (1)

384 (2)

364 (3)

(4) باید مقدار مقاومت R معلوم باشد.

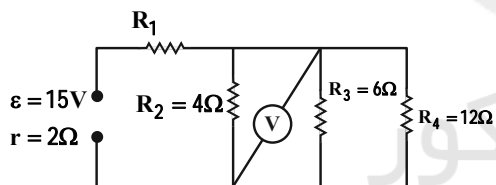
78- در شکل زیر اگر ولت‌سنج‌های آرمانی  $V_1$  و  $V_2$  به ترتیب مقادیر  $1/8V$  و  $1/4V$  را نشان دهند، مقاومت معادل بین دو نقطه M و N چند اهم است؟



چند اهم است؟

 $\frac{12}{5}$  (1) $\frac{12}{7}$  (2) $\frac{5}{12}$  (3) $\frac{7}{12}$  (4)

79- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  برابر باشد، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



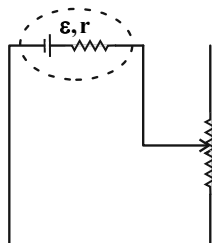
6 (1)

12 (2)

18 (3)

20 (4)

80- در مدار شکل زیر، در صورتی که مقاومت رئوستا برابر دو مقدار  $R_1$  و  $R_2$  شود ( $R_2 > R_1$ )، توان خروجی مولد نصف توان خروجی بیشینه آن می‌شود. کدام است؟ ( $\sqrt{2} \approx 1/4$ )



20 (1)

19 (2)

29 (3)

9 (4)

محل انجام محاسبات

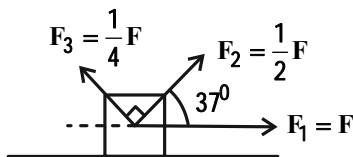
وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 53 تا 82

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه فیزیک 1 (81 تا 90) و سوال فیزیک 2 (91 تا 100) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

81- در شکل زیر، اگر جسم در جهت نیروی افقی  $\vec{F}_1$  به اندازه  $d$  جابه‌جا شود و در این جابه‌جایی کار کل انجام شده روی جسم،  $\frac{1}{5}$  برابر کار نیروی  $\vec{F}_2$  باشد، کار نیروی اصطکاک طی این جابه‌جایی، چند برابر کار نیروی  $\vec{F}_3$  است؟  $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6)$



- (1)  $\frac{13}{3}$   
 (2)  $-\frac{13}{3}$   
 (3)  $\frac{13}{30}$   
 (4)  $-\frac{13}{30}$

82- گلوله‌ای به جرم  $200g$  را با سرعت  $\vec{v}_1 = (15\frac{m}{s})\vec{i} + (20\frac{m}{s})\vec{j}$  از سطح زمین پرتاب می‌کنیم و پس از مدتی سرعت گلوله به

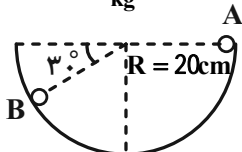
$\vec{v}_2 = (6\frac{m}{s})\vec{i} - (8\frac{m}{s})\vec{j}$  می‌رسد. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در این مدت برابر با  $20/5J$  باشد، کار نیروی

وزن روی آن چند ژول است؟  $(g = 10\frac{m}{s^2})$

- (1)  $-32$  (2)  $73$  (3)  $-73$  (4)  $32$

83- در شکل زیر گلوله‌ای به جرم  $0/4kg$  داخل نیمکره‌ای به شعاع  $20cm$  از نقطه  $A$  رها می‌شود تا به نقطه  $B$  برسد. اگر ضریب

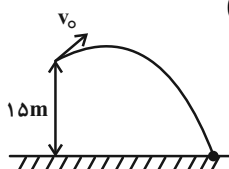
اصطکاک جنبشی گلوله با جداره داخلی نیمکره  $0/2$  باشد، طی این جابه‌جایی، کار نیروی وزن چند ژول است؟  $(g = 10\frac{N}{kg})$



- (1)  $0/1$  (2)  $0/2$  (3)  $0/4$  (4)  $0/6$

84- از بالای یک بلندی به ارتفاع  $15m$ ، جسمی را مطابق شکل زیر با تندی اولیه  $v_0$  پرتاب می‌کنیم. اگر جسم با تندی  $20\frac{m}{s}$  به

زمین برخورد کند، تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید و  $g = 10\frac{m}{s^2}$ )



- (1)  $10$  (2)  $30$  (3)  $20$  (4)  $40$

85- آونگی به طول  $L$  را از وضعیتی که نخ آن افقی است رها می‌کنیم. وقتی گلوله آونگ پایین می‌آید، نخ آن به میخی که در فاصله  $y$  در زیر نقطه آویز واقع شده است، گیر می‌کند و گلوله آونگ می‌تواند دایره کاملی را به دور میخ طی کند. کمترین تندی

گلوله در این مسیر دایره‌ای مطابق کدام گزینه است؟ (از اتلاف انرژی و جرم نخ صرف نظر کنید.)

- (1)  $2\sqrt{g(L-y)}$  (2)  $\sqrt{2g(L-y)}$  (3)  $2\sqrt{g(2y-L)}$  (4)  $\sqrt{2g(2y-L)}$

محل انجام محاسبات

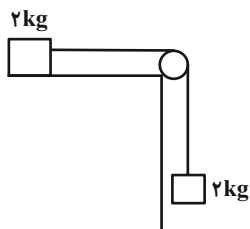
86- گلوله‌ای را از ارتفاع 30 متری سطح زمین با تندی  $50 \frac{m}{s}$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی گلوله در

ارتفاع 110 متری از سطح زمین 1800 ژول باشد، جرم گلوله چند کیلوگرم است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

1 (2) 0/5 (1)

4 (4) 2 (3)

87- دستگاهی مطابق شکل از حال سکون رها می‌شود. اگر طی  $2/45m$  جابه‌جایی وزنه‌ها، در اثر اصطکاک  $8/5J$  انرژی تلف شود،



تندی وزنه‌ها به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟ (فاصله‌ها به اندازه کافی زیاد است و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

5 (1)

4 / 75 (2)

4 / 5 (3)

4 (4)

88- جسمی به جرم  $1/5kg$  را مطابق شکل، با تندی  $12 \frac{m}{s}$  روی سطح شیب‌داری به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر حداکثر تغییر انرژی

پتانسیل گرانشی جسم در این جابه‌جایی  $90J$  باشد، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟

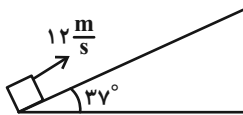
( $\cos 37^\circ = 0/8$  و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

1/8 (1)

3 (2)

19/8 (3)

33 (4)



89- توان مصرفی یک بالابر الکتریکی  $40000W$  و بازده آن 40 درصد می‌باشد. چند ثانیه طول می‌کشد تا این بالابر وزنه‌ای به جرم

$450kg$  را با تندی ثابت به اندازه 20 متر بالا ببرد؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

21/5 (2) 45 (1)

5/625 (4) 6/5 (3)

90- توان ورودی کِشنده‌ای  $600W$  می‌باشد. این کِشنده می‌تواند در مدت 10 ثانیه تندی  $150kg$  بار را از صفر به  $6 \frac{m}{s}$  برساند. بازده

این کِشنده چند درصد است؟

45 (2) 55 (1)

15 (4) 85 (3)

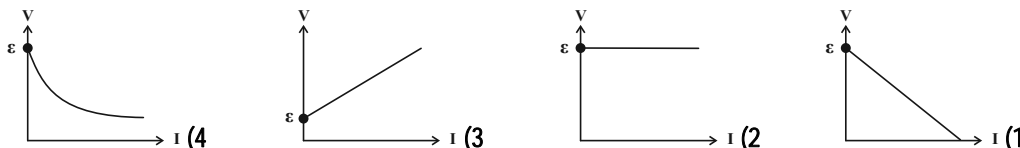
فیزیک 2: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 82

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

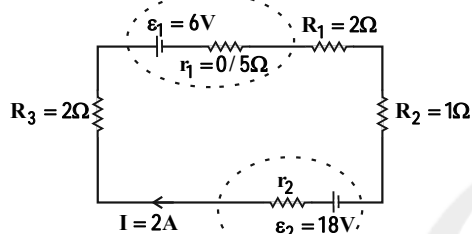
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک 1 (81 و 90) و فیزیک 2 (91 و 100) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

91- کدام گزینه نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد آرمانی را بر حسب جریان عبوری از آن به درستی نشان می‌دهد؟



92- در مدار زیر اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری «1» چند برابر اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری «2» است؟



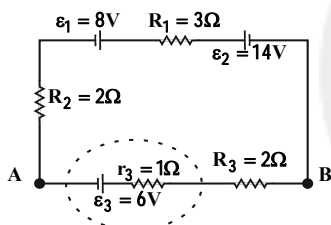
$$\frac{7}{17} \quad (1)$$

$$\frac{17}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{17} \quad (3)$$

$$\frac{17}{5} \quad (4)$$

93- در مدار شکل زیر،  $V_B - V_A$  چند ولت است؟



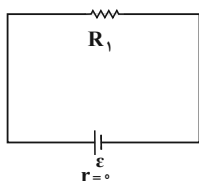
$$10/5 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$13/5 \quad (3)$$

$$1/5 \quad (4)$$

94- در مدار زیر اگر مقاومت  $R_2$  (مقاومت  $R_2$  خیلی بزرگ‌تر از مقاومت  $R_1$  است) را به صورت موازی با مقاومت  $R_1$  نصب کنیم،



مقاومت معادل به مقدار کمی ... از مقاومت ... است.

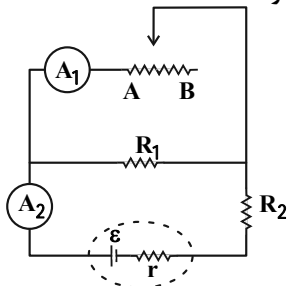
(1) بزرگ‌تر،  $R_1$

(2) کوچک‌تر،  $R_1$

(3) بزرگ‌تر،  $R_2$

(4) کوچک‌تر،  $R_2$

95- در مدار شکل زیر، لغزنده رئوستا از نقطه A به نقطه B برده می‌شود. چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟



الف) آمپرسنج آرمانی (1) جریان کمتری را نشان می‌دهد.

ب) آمپرسنج آرمانی (2) جریان کمتری را نشان می‌دهد.

پ) اختلاف پتانسیل دو سر رئوستا کاهش می‌یابد.

ت) اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

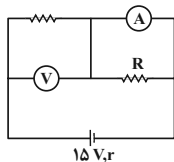
$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

96- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی و آمپرسنج آرمانی به ترتیب اعداد  $12V$  و  $1/5A$  را نشان می‌دهند. توان تلف شده در داخل

باتری چند وات است؟



9 (1)

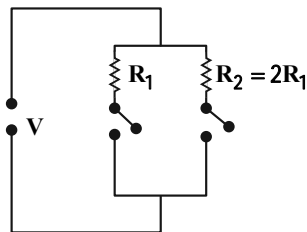
2/25 (2)

4/5 (3)

1/8 (4)

97- در مدار زیر، با بستن هر دو کلید یا یکی از آنها می‌توان سه توان مصرفی در مدار ایجاد کرد. نسبت بیش‌ترین توان مصرفی مدار

به کم‌ترین توان مصرفی، کدام است؟



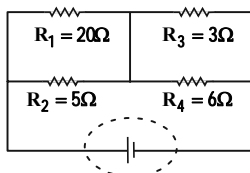
3 (1)

1/5 (2)

2/3 (3)

4/3 (4)

98- در مدار شکل زیر، اگر ولتاژ دو سر مقاومتی که کم‌ترین توان را مصرف می‌کند،  $12V$  باشد، جریان کل مدار چند آمپر است؟



2 (1)

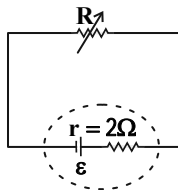
4 (2)

6 (3)

8 (4)

99- در مدار زیر به ازای جریان  $2A$  بیشترین توان خروجی از مولد را داریم. اگر مقاومت متغیر را از  $1\Omega$  تا  $3\Omega$  تغییر دهیم، توان

خروجی مولد چه تغییری می‌کند؟



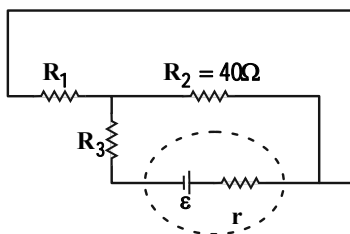
(1) همواره افزایش می‌یابد.

(2) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

(3) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

(4) همواره کاهش می‌یابد.

100- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت‌ها با هم برابر باشد، مقاومت معادل مدار چند اهم است؟



(1) صفر

60 (2)

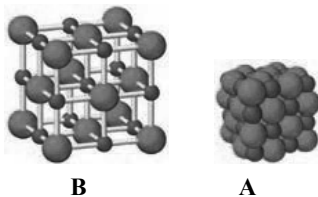
120 (3)

30 (4)

محل انجام محاسبات

شیمی 3: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری و شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های 75 تا 94 وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

101- با توجه به شکل‌های A و B، کدام مطلب نادرست است؟

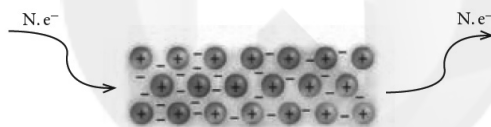


- 1) شکل A مدل فضاپرکن و شکل B مدل گلوله-میله شبکه بلوری سدیم کلرید را نشان می‌دهد.
- 2) در ترکیب یونی سدیم کلرید نیروهای جاذبه میان یون‌های همنام، بر نیروهای دافعه بین یون‌های ناهمنام غالب است.
- 3) عدد کوئوردیناسیون کاتیون در سدیم کلرید با عدد کوئوردیناسیون آنیون برابر است.
- 4) آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکه بلوری سدیم کلرید از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند.

102- چه تعداد از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

الف) گستره دمایی مایع بودن: $\text{NaCl} > \text{N}_2 > \text{HF}$	ب) نسبت اندازه بار به شعاع: $\text{Li}^+ > \text{Ca}^{2+} > \text{Cl}^-$
پ) نقطه ذوب: $\text{CaO} > \text{MgO} > \text{CaCl}_2$	ت) آنتالپی فروپاشی شبکه: $\text{Al}_2\text{O}_3 > \text{MgF}_2 > \text{K}_2\text{O}$
1 (1)	3 (3)
2 (2)	4 (4)

103- با توجه به شکل، چند مورد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟



- \* شکل داده شده برای نشان دادن رسانایی الکتریکی فلزها به کار می‌رود.
- \* برای توجیه شکل فوق، تنها الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی فلز کاربرد دارند.
- \* برای توجیه شکل بالا، همچون دیگر ویژگی‌های فیزیکی و شیمیایی فلزها، از الگوی دریای الکترونی استفاده می‌شود.
- \* از الگوی بالا می‌توان برای رسانایی مواد یونی در حالت مذاب هم استفاده کرد.

1 (1)	2 (2)	3 (3)	4 (4)
-------	-------	-------	-------

104- کدام گزینه نادرست است؟

- 1) واکنش‌پذیری و تنوع اعداد اکسایش از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها است.
- 2) ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند، جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند.
- 3) ویژگی چکش‌خواری فلزات برخلاف واکنش‌پذیری آن‌ها را می‌توان با مدل دریای الکترونی توجیه کرد.
- 4) بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها قوی‌ترین الکترون‌های موجود در اتم‌ها قرار گرفته است.

محل انجام محاسبات



105- اگر الکتروود وانادیم به وسیله جریان الکتریکی پس از عبور 1134 کولن بار اکسید شود، جرم الکتروود 200 میلی گرم کاهش می یابد. رنگ محلول نهائی کدام است؟ ( $V = 51g.mol^{-1}$ )

(به ازای هر 1 مول الکترون، 96390 کولن بار جابه جا می شود.) ( $V \rightarrow V^{n+} + ne^{-}$ )

(1) سبز (2) آبی (3) بنفش (4) زرد

106- در ارتودنسی از سازه های استفاده می شود که جنس آن، آلیاژی از دو فلز A و B است. اگر عدد اتمی A بزرگ تر از B باشد، کدام عبارت ها صحیح است؟

(آ) فلز A در دوره 4 و گروه 8 جدول دوره های جای دارد و مانند B یک فلز واسطه است.

(ب) فلز B در پروانه کشتی و موتور جت کاربرد دارد و مانند کربن چهار الکترون ظرفیت دارد.

(پ) در آرایش الکترونی یون  $A^{3+}$ ، پانزده الکترون با  $n = 3$  وجود دارد.

(ت) نقطه ذوب و چگالی فلز B از فولاد بیشتر است و در برابر خوردگی مقاوم است.

(1) آ، ب و ت (2) ب، پ و ت (3) ب و پ (4) آ و ت

107- از بین مقایسه های زیر چند مورد صحیح است؟

\* شعاع اتمی:  $9F < 11Na < 17Cl$

\* شعاع یونی:  $12Mg^{2+} < 8O^{2-} < 16S^{2-}$

\* چگالی بار:  $11Na^{+} < 8O^{2-} < 12Mg^{2+}$

\* نسبت بار به شعاع:  $17Cl^{-} < 16S^{2-} < 19K^{+}$

\* واکنش پذیری:  $22Ti < 20Ca < 19K$

(1) 5 (2) 4 (3) 3 (4) 2

108- چند مورد از عبارت های زیر در مورد طیفسنجی فرورسرخ نادرست است؟

\* روشی برای شناسایی ساختار مواد با استفاده از برهم کنش های میان مواد و پرتوهای الکترومغناطیسی است.

\* شمار و نوع اتم های سازنده هر گروه عاملی منجر به جذب گستره منحصر به فردی از پرتوهای فرورسرخ می شود.

\* محاسبه جرم اتم ها با دقتی بسیار زیاد، با این روش طیفسنجی امکان پذیر است.

\* ترکیب هایی که فرمول مولکولی یکسانی دارند، در این طیفسنجی گستره مشابهی از پرتوها را جذب می کنند.

(1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

109- کدام گزینه نادرست است؟

(1) همه ترکیبات خروجی آگزوز خودروها، اکسیژن دار هستند.

(2) در بعضی از ساعات شبانه روز، همزمان با افزایش غلظت گاز اوزون بر حسب (ppm)، غلظت گاز قهوه ای رنگ نیتروژن دی اکسید کاهش می یابد.

(3) فناوری های شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب، نقش چشمگیری در تأمین غذای جمعیت جهان دارد.

(4) ویتامین A بعد از اوره و قبل از پوشش های دوست دار محیط زیست از فناوری های شیمیایی در گذر زمان حاصل شده است.

110- همه عبارت های زیر نادرست اند، به جز:

(1) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور پتاسیم فلوئورید از سدیم کلرید بیشتر و از لیتیم کلرید کمتر است.

(2) واژه شبکه بلوری برای توصیف آرایش سه بعدی و نامنظم یون ها، مولکول ها و اتم ها در حالت جامد یا مایع به کار می رود.

(3) واکنش فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید با تولید نور و گرمای بسیار زیاد همراه بوده و به شدت گرماده است.

(4) در واکنش وانادیم (III) با گرد روی، تولید محلولی به رنگ آبی برخلاف بنفش قابل انتظار است.

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 2: در پی غذای سالم: صفحه‌های 49 تا 72

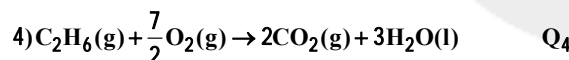
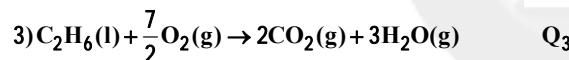
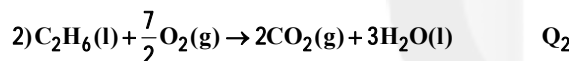
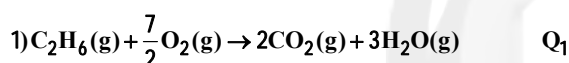
111- اگر گرمای ویژه آب و روغن زیتون به ترتیب برابر  $4/2$  و  $2$  (برحسب  $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ) باشد، چنانچه یک تخم‌مرغ را در  $250$  گرم آب  $25^\circ C$  و تخم مرغ دیگری را در  $250$  گرم روغن زیتون  $25^\circ C$  بیندازیم و در مدت زمان مشخص در آب  $80^\circ C$  پخته شود، برای آن که بخواهیم تخم مرغ موجود در روغن زیتون، در همان مدت پخته شود، باید دمای آن به چند کلون برسد؟ (تمام انرژی جذب شده (بالاتر از  $25^\circ C$ ) در آب و روغن زیتون به تخم مرغ منتقل می‌شود).

271/5 (1)      217/5 (2)      431/5 (3)      413/5 (4)

112- یک مخلوط  $60$  گرمی از آب و اتانول در اختیار داریم، اگر انرژی لازم برای افزایش دمای این مخلوط به اندازه  $19^\circ C$  بتواند دمای یک قطعه  $15$  گرمی از فلز آلومینیم را به اندازه  $228^\circ C$  افزایش دهد، درصد جرمی اتانول در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟ (گرمای ویژه آب، اتانول و آلومینیم را به ترتیب از راست به چپ، برابر با  $4/2$ ،  $2/4$  و  $0/9$  ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید).

27 (1)      44 (2)      56 (3)      83 (4)

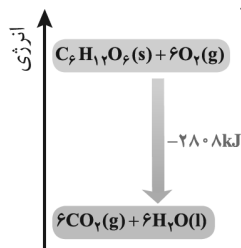
113- کدام یک از مقایسه‌های زیر درباره اندازه گرمای آزاد شده ( $Q$ ) از سوختن اتان درست است؟ (آنتالپی تبخیر هر مول  $H_2O$  از  $C_2H_6$  بیشتر است).



$Q_4 > Q_1 > Q_2 > Q_3$  (1)       $Q_2 > Q_4 > Q_1 > Q_3$  (2)

$Q_1 > Q_4 > Q_2 > Q_3$  (3)       $Q_4 > Q_2 > Q_1 > Q_3$  (4)

114- با توجه به شکل مقابل، کدام عبارت‌ها صحیح است؟



(آ) واکنش شکل مقابل برخلاف واکنش:  $2Fe + Al_2O_3 \rightarrow Fe_2O_3 + 2Al$  با جذب انرژی همراه است.

(ب) اگر به جای  $H_2O(l)$ ،  $H_2O(g)$  تولید شود، اندازه آنتالپی واکنش کاهش می‌یابد.

(پ) فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایداری بیشتری دارند.

(ت) با انجام واکنش مقابل در بدن انسان حجم مواد گازی تولیدی بیشتر از حجم مواد گازی مصرفی خواهد بود.

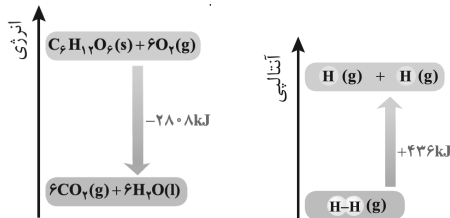
(1) آ، ب و پ      (2) ب، پ و ت      (3) ب و پ      (4) آ و پ

محل انجام محاسبات



115- با توجه به نمودارهای زیر برای شکستن پیوندهای 5 گرم گاز هیدروژن و تبدیل آن به اتمهای مجزا به چند کیلوژول گرما نیاز

است و این مقدار گرما را می توان از اکسایش تقریباً چند گرم گلوکز تامین کرد؟ ( $C = 12, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )



70, 1090 (1)

80, 1090 (2)

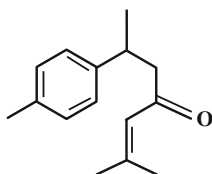
70, 1290 (3)

80, 1290 (4)

116- آنتالپی پیوند بین دو اتم کربن و اکسیژن در کدام ترکیب کمتر است؟

(1) کربن مونوکسید (2) کربن دی اکسید (3) 2- هپتانون (4) دی متیل اتر

117- با توجه به ساختار داده شده، کدام مطلب درست است؟ ( $C = 12, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )



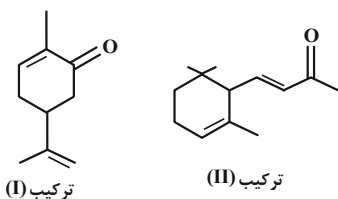
(1) تعداد اتمهای هیدروژن در این ترکیب با تعداد کل اتمها در مولکول نفتالن برابر است.

(2) تعداد اتمهای کربن در این ترکیب با تعداد اتمهای هیدروژن سیکلوهگزان برابر است.

(3) گروه عاملی این ترکیب در استون هم وجود دارد و این ترکیب در شرایط مناسب با برم واکنش می دهد.

(4) حدود 75 درصد جرم این ترکیب را کربن تشکیل می دهد.

118- بوی نعنا و بوی تمشک به ترتیب به دلیل وجود کاروون (ترکیب I) و یونون (ترکیب II) می باشد. با توجه به ساختار آنها، چه



تعداد از عبارت های زیر درست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

- تعداد کربن هایی که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند، در دو ترکیب برابر است.

- اختلاف جرم مولی ترکیب (I) و (II) با جرم مولی پروپین برابر است.

- شمار پیوندهای اشتراکی ترکیب (II)، 9 واحد بیشتر از شمار پیوند اشتراکی ترکیب (I) است.

- از سوختن کامل هر مول ترکیب (II)، 10 مول آب تولید می شود.

4 (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

119- چه تعداد از عبارت های داده شده، جمله زیر را به نادرستی تکمیل می کند؟

«... ترکیب... کمتر از... است.»

- ارزش سوختی، اتن، پروپین

- اندازه آنتالپی سوختن، اتان، اتانول

- اندازه آنتالپی سوختن، متان، متانول

- ارزش سوختی، پروتئین، چربی

4 (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

120- اگر گرمای سوختن 17/8 گرم پروپان، برابر آنتالپی سوختن متان باشد، برای آن که دمای 100 گرم از مایعی با گرمای ویژه

$3 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  را از  $10^\circ C$  به  $30^\circ C$  برسانیم، به تقریب چند گرم متان را باید بسوزانیم؟ (آنتالپی سوختن پروپان  $-2200$

کیلوژول بر مول است.) ( $C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

0/108 (4)

0/216 (3)

0/175 (2)

0/350 (1)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 1: ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های 53 تا 84

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه شیمی 1 (121 تا 130) و سؤال شیمی 2 (131 تا 140) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

121- نام و فرمول شیمیایی چند مورد از ترکیب‌های زیر با یکدیگر مطابقت دارد؟

* CO : کربن مونوکسید	* CaO : کلسیم اکسید
* SO <sub>2</sub> : گوگرد (VI) اکسید	* MgO : منیزیم (II) اکسید
* N <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : دی‌نیتروژن تری اکسید	* CrS : کروم (I) سولفید
1 (1)	3 (3)
2 (2)	4 (4)

122- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در چند مورد از ترکیب‌های زیر از نسبت شمار جفت

الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی ترکیب NH<sub>2</sub>Cl بیشتر است؟

* گوگرد تری اکسید	* CH <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	* کربن مونوکسید
* اکسیژن دی‌فلوئورید	* دی‌نیتروژن مونوکسید	* HCN
1 (2)	3 (2)	4 (3)
2 (1)		5 (4)

123- در معادله کدام واکنش پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها برابر  $\frac{8}{5}$  است؟

124- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- 1) اگر مجموع شمار اتم‌ها در مواد واکنش‌دهنده با مجموع شمار اتم‌ها در مواد فراورده برابر باشد، آن واکنش موازنه شده است.
- 2) در معادله واکنش:  $\text{C}_5\text{H}_8\text{O}_2 + \text{NaH} + \text{HCl} \rightarrow \text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}_2 + \text{NaCl}$  پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده برابر 8 است.
- 3) در یک واکنش موازنه شده، شمار مولکول‌ها در دو طرف واکنش می‌تواند متفاوت باشد.
- 4) در معادله شیمیایی موازنه شده، حتماً قانون پایستگی جرم رعایت شده است.

125- چند مورد از مطالب زیر، در رابطه با دگرشکل‌های اکسیژن درست است؟ (O = 16g.mol<sup>-1</sup>)

- \* بخش عمده اکسیژن موجود در هواکره، به صورت دگرشکل پایدارتر آن است.
- \* از دگرشکلی از آن که دارای مولکول‌های خمیده است، در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها استفاده می‌شود.
- \* نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در هر دو دگرشکل اکسیژن با هم برابر است.
- \* در جرم‌های برابر از دگرشکل‌های آن، نسبت شمار مول‌های دگرشکل سبک‌تر به سنگین‌تر برابر 1/5 است.

1 (1)	2 (2)	3 (3)	4 (4)
-------	-------	-------	-------

محل انجام محاسبات

126- کدام گزینه در رابطه با فرایند هابر نادرست است؟

- (1) واکنش حتی در حضور کاتالیزگر مناسب، در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.
- (2) با عبور دادن مخلوط گازهای شرکت‌کننده در واکنش از روی ورقه آهنی در دما و فشار مناسب، همه واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده تبدیل می‌شود.
- (3) راهکار هابر برای جداسازی آمونیاک، میعان آن بود؛ زیرا اختلاف نقطه جوش قابل توجهی با گازهای هیدروژن و نیتروژن دارد.
- (4) در شرایط STP به ازای مصرف کامل 8/96 لیتر مخلوط واکنش‌دهنده در این واکنش و تبدیل کامل آن‌ها به فرآورده، 4/48 لیتر آمونیاک تولید می‌شود.

127- با توجه به ساختارهای لوویس زیر، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول  $XO_2Y$

کدام است؟ (عنصرهای X و Y از دوره دوم جدول دوره‌ای هستند.)



128- کدامیک از نمونه گازهای زیر در فشار 1/5 اتمسفر و دمای  $50^\circ\text{C}$  دارای حجم بیشتری است؟

$$(C = 12, O = 16, Ar = 40 : \text{g.mol}^{-1})$$

- |   |                  |
|---|------------------|
| (1) $3/01 \times 10^{22}$ مولکول دی‌نیتروژن تترااکسید | (2) 30 گرم آرگون |
| (3) 7 گرم کربن مونواکسید                              | (4) 0/9 مول اتان |

129- نسبت حجمی اجزای یک مخلوط گازی به صورت  $\frac{1}{4}$  نیتروژن،  $\frac{1}{4}$  اکسیژن،  $\frac{1}{5}$  آرگون و  $\frac{1}{8}$   $\text{CO}_2$  است. اگر بقیه آن گاز کربن

مونوکسید باشد، درصد حجمی کربن مونوکسید در این مخلوط گازی کدام است و چنانچه در شرایط مناسب گاز کربن مونوکسید به‌طور کامل با گاز اکسیژن واکنش دهد، درصد حجمی کربن‌دی‌اکسید در مخلوط گازی، تقریباً به چه عددی می‌رسد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- |              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (1) 33، 17/5 | (2) 20، 12/5 | (3) 20، 17/5 | (4) 33، 12/5 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

130- اگر مخلوطی به جرم 12 گرم از گازهای متان و اکسیژن در شرایط STP، 11/2 لیتر حجم داشته باشد (واکنشی بین آن‌ها انجام

نشده است.)، به تقریب چند درصد جرمی این مخلوط گازی را متان تشکیل می‌دهد؟ ( $C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

- |          |          |        |        |
|----------|----------|--------|--------|
| (1) 33/3 | (2) 66/6 | (3) 40 | (4) 60 |
|----------|----------|--------|--------|

محل انجام محاسبات

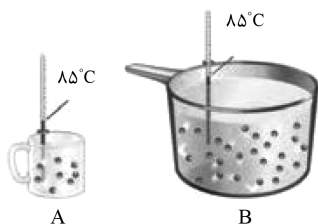
وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 2: در پی غذای سالم: صفحه‌های 49 تا 72

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه شیمی 1 (121 تا 130) و سؤال شیمی 2 (131 تا 140) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

131- چند مورد از موارد زیر در ظرف B و A با هم برابر است؟ (هر دو ظرف محتوی آب است).



4 (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

\* میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده

\* ظرفیت گرمایی ویژه آب موجود در دو ظرف

\* انرژی گرمایی محتویات موجود در هر ظرف

\* مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده

132- برای افزایش دمای یک گلوله آهنی با حجم  $21\text{cm}^3$  به اندازه  $10^\circ\text{C}$ ، چند کالری گرما لازم است؟ (چگالی آهن  $= 7.8\text{g.cm}^{-3}$ ).گرمای ویژه آهن  $= 0.45\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ ؛ هر کالری را به تقریب معادل  $4/2\text{J}$  در نظر بگیرید.

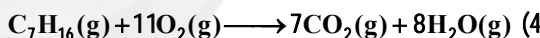
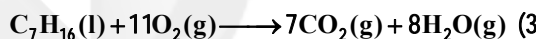
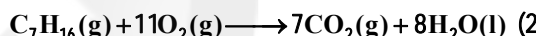
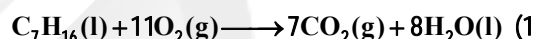
0/1755 (4)

0/7371 (3)

175/5 (2)

737/1 (1)

133- در کدام واکنش زیر در اثر سوختن کامل یک گرم هپتان، گرمای بیشتری تولید می‌شود؟



134- کدام گزینه درست است؟

(1) فرایند گوارش و سوختن و ساز شیر در بدن گرماگیر است.

(2) فرایند هم‌دما شدن بستنی با بدن برخلاف گوارش و سوختن و ساز آن، گرماگیر است.

(3) در واکنش‌های گرماده در دمای ثابت، میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها به مقدار قابل توجهی تغییر می‌کند.

(4) واکنش اکسایش گلوکز در بدن برخلاف فتوسنتز گرماگیر است.

135- از سوختن 50 گرم شکلات که شامل 5 درصد کربوهیدرات، 10 درصد چربی و 5 درصد پروتئین است، دمای 500 گرم آب به اندازه

 $20^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد. به تقریب، چند درصد از گرمای حاصل از سوختن شکلات صرف افزایش دمای آب شده است؟ (ظرفیتگرمایی ویژه آب  $= 4/2\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$  و ارزش سوختی کربوهیدرات، چربی و پروتئین را به ترتیب برابر 17، 38 و 17 کیلوژول بر گرم

در نظر بگیرید.) (از سایر مواد موجود در شکلات در فرایند سوختن صرف نظر کنید.)

10 (4)

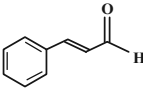
31 (3)

12/14 (2)

15/27 (1)

محل انجام محاسبات

136- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

الف) فرمول شیمیایی ترکیب آلی موجود در بادام به صورت  است.  
ب) زردچوبه و میخک دارای ترکیب آلی با گروه عاملی کربونیل هستند.

پ) ترکیب آلی موجود در گشنیز دارای گروه عاملی هیدروکسیل بوده و مولکولی سیر نشده است.

ت) ترکیب آلی موجود در رازیانه دارای گروه عاملی آلدهیدی بوده و در ساختار آن حلقه بنزنی وجود دارد.

1 (4)                          2 (3)                          3 (2)                          4 (1)

137- اگر در واکنش گازی:  $\text{H}_2 + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{HCl}$ ، یک گرم  $\text{H}_2$  به‌طور کامل مصرف شود، گرمای مبادله شده در این فرایند چند

کیلوژول است؟ (آنتالپی پیوند  $\text{H}_2$  و  $\text{Cl}_2$  و  $\text{HCl}$  به ترتیب 436، 242 و 431 کیلوژول بر مول است.) ( $\text{H} = 1\text{g.mol}^{-1}$ )

+92 (1)                          -92 (2)                          +184 (3)                          -184 (4)

138- از سوختن یک گرم از کدام هیدروکربن در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، گرمای بیشتری آزاد می‌شود؟ (آنتالپی سوختن  $\text{C}_2\text{H}_6$ ،  $\text{C}_3\text{H}_6$ ،

$\text{C}_2\text{H}_4$  و  $\text{C}_2\text{H}_2$  در دمای  $25^\circ\text{C}$  را به ترتیب -1560، -2058، -1410 و -1300 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

( $\text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )

$\text{C}_2\text{H}_6$  (1)                           $\text{C}_3\text{H}_6$  (2)                           $\text{C}_2\text{H}_4$  (3)                           $\text{C}_2\text{H}_2$  (4)

139- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) اگر  $\text{X}_2$  نماینده گازهای دو اتمی دوره دوم جدول دوره‌ای عنصرها باشد، با افزایش عدد اتمی  $\text{X}$ ، آنتالپی پیوند در  $\text{X}_2$  افزایش می‌یابد.

ب) علامت  $\Delta\text{H}$  در واکنش تبدیل گرافیت به الماس مثبت است.

پ) واکنش:  $\text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g})$  گرماده است.

ت) به انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی موجود در یک مول  $\text{H}_2(\text{g})$  و تبدیل آن به دو مول  $\text{H}(\text{g})$ ، آنتالپی پیوند  $\text{H}-\text{H}$  می‌گویند.

1 (4)                          2 (3)                          3 (2)                          4 (1)

140- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی پیوند یگانه  $\text{N}-\text{N}$  چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوند  $\text{N}-\text{H}$  و  $\text{N}\equiv\text{N}$  را به

ترتیب برابر 946 و 391 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

1)  $\text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) \quad \Delta\text{H} = +91\text{kJ.mol}^{-1}$

2)  $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g}) \quad \Delta\text{H} = -92\text{kJ.mol}^{-1}$

205 (4)                          188 (3)                          163 (2)                          146 (1)

محل انجام محاسبات



## آزمون «5 اسفند 1401» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

# دفترچه سؤال

مباحث نیمسال اول دوازدهم  
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.  
برای درس‌های نیمسال اول دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می‌شود.  
تراز درس‌های نیمسال اول دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: 60 دقیقه  
تعداد کل سؤالات: 50 سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان 2	10	141-150	10'
هندسه 3	10	151-160	15'
ریاضیات گسسته	10	161-170	15'
فیزیک 3	10	171-180	10'
شیمی 3	10	181-190	10'
جمع کل	50	141-190	60'

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین اومحیوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محبوبه بیک‌محمدی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین اومحیوب	امیرحسین اومحیوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - تلفن: 021-6463

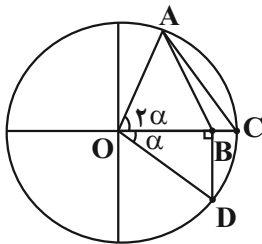
وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

حسابان 2 (اختیاری): مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44 / حسابان 1: مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112

141- اگر  $\sin x \cos y = \frac{5}{6}$  و  $\cos x \sin y = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $x - y$  کدام می‌تواند باشد؟

- (1)  $\frac{\pi}{6}$  (2)  $\frac{\pi}{3}$  (3)  $\frac{5\pi}{3}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$

142- در دایره مثلثاتی زیر، اگر  $0 < \alpha < 45^\circ$  باشد، نسبت مساحت مثلث ABC به مثلث OBD کدام است؟



(1)  $4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

(2)  $4 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

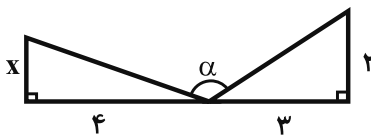
(3)  $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

(4)  $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

143- حاصل عبارت  $A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{32}$  کدام است؟

- (1)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{8}$  (2)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}$  (3)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{8}$  (4)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$

144- در شکل زیر اگر  $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟



(1)  $\frac{24}{17}$  (2)  $\frac{27}{13}$

(3)  $\frac{21}{17}$  (4)  $\frac{19}{13}$

145- انتهای همه کمان‌هایی که در تساوی  $4 \sin^3 x + 7 \sin x = 11$  صدق می‌کنند، روی دایره مثلثاتی چند نقطه را نشان می‌دهند؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

146- از معادله  $\sin 3x = -\cos 2x$  بزرگ‌ترین جواب بین 0 و  $\pi$  کدام است؟

- (1)  $\frac{7\pi}{10}$  (2)  $\frac{11\pi}{12}$  (3)  $\frac{8\pi}{9}$  (4)  $\frac{4\pi}{5}$

147- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = \cot x - 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (1)  $2\pi$  (2)  $\frac{5\pi}{2}$  (3)  $4\pi$  (4)  $\frac{7\pi}{2}$

148- از معادله  $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$  چند جواب برای  $x$  در فاصله  $(0, 2\pi)$  به دست می‌آید؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

149- مجموع جواب‌های معادله  $(1 + \cos x)(1 + \cos 2x) = \frac{1}{4}$  در فاصله  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- (1)  $7\pi$  (2)  $5\pi$  (3)  $6\pi$  (4)  $4\pi$

150- جواب کلی معادله  $\tan 4x = \frac{1}{\tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)}$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟

- (1)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{24}$  (2)  $\frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{24}$  (3)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$  (4)  $\frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{48}$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

هندسه 3 (اختیاری): ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 27 تا 39

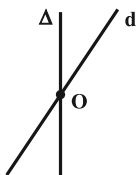
151- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه حاصل  $|BA| - |AB|$  کدام است؟

(1) صفر (2) 5 (3) -5 (4) -10

152- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $\left| \frac{1}{8} A |4A^3| \right|$  کدام است؟

(1) 2 (2) 4 (3) 8 (4) 16

153- مطابق شکل دو خط  $d$  و  $\Delta$  یکدیگر را در نقطه  $O$  قطع کرده‌اند. خط  $\Delta$  را ثابت فرض کرده و خط  $d$  را در فضا حول  $\Delta$  دوران داده و سپس رویه حاصل را توسط صفحه  $P$  برش می‌دهیم. اگر صفحه  $P$  بر خط  $\Delta$  عمود نبوده و با خط  $d$  نیز موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، مقطع حاصل چه شکلی خواهد بود؟



- (1) بیضی  
(2) دایره  
(3) یک خط  
(4) سهمی

154- مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر دو خط متقاطع، مماس هستند، کدام است؟

- (1) یک خط (2) دو خط موازی (3) دو خط عمود بر هم (4) محیط یک مربع

155- اگر تنها سه نقطه روی دایره  $C(O, 5)$  وجود داشته باشد که از خط  $d$  به فاصله یک باشند، مساحت مثلثی که با این سه نقطه ساخته می‌شود، کدام است؟

- (1) 6 (2) 8 (3) 9 (4) 12

156- در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$  اگر درایه‌های هر سطر در شماره همان سطر ضرب شود، دترمینان ماتریس حاصل، برابر دترمینان کدام یک از ماتریس‌های زیر است؟

(1)  $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

157- جواب‌های معادله  $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

- (1)  $\frac{1}{2}$  و  $-1$  (2)  $-\frac{1}{2}$  و  $1$  (3)  $\frac{1}{3}$  و  $2$  (4)  $-\frac{1}{3}$  و  $-2$

158- اگر دترمینان دو ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k & 1+a & -2+b \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  برابر صفر باشد، کدام رابطه زیر همواره صحیح است؟

(1)  $a-b=0$  (2)  $a+b=1$  (3)  $a+b=0$  (4)  $a-b=1$

159- در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  و طول میانه وارد بر این ضلع ثابت هستند. مکان هندسی نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (1) دو خط موازی با  $BC$  (2) خطی عمود بر  $BC$  (3) دایره‌ای مماس بر  $BC$  (4) دایره‌ای به مرکز وسط ضلع  $BC$

160- در یک دستگاه معادلات خطی،  $A = \begin{bmatrix} |A|+1 & |A|-2 \\ 2|A|-1 & |A|-1 \end{bmatrix}$  ماتریس ضرایب دستگاه و  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  ماتریس مقادیر معلوم آن است. اگر درایه‌های ماتریس  $A$  همگی مثبت باشند، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس مجهولات کدام است؟

- (1) -3 (2) 3 (3) 9 (4) -9

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

ریاضیات گسسته (اختیاری): آشنایی با نظریه اعداد - گراف و مدل سازی: صفحه‌های 26 تا 36

161- در مجموعه اعداد صحیح، معادله سیاله  $ax + by = 42$  دارای جواب و معادله سیاله  $ax + by = 28$  فاقد جواب است.  $(a, b)$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

- 4 (1)      6 (2)      7 (3)      14 (4)

162- معادله سیاله  $7x + 9y = 59$ ، چند دسته جواب طبیعی دارد؟

- 1 (1)      2 (2)      3 (3)      4 (4)

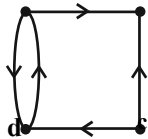
163- شخصی در یک مسابقه علمی شرکت کرده است و با پاسخ دادن به سوالات 7 و 12 امتیازی، مجموعاً 175 امتیاز کسب نموده است. اگر پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل داشته باشد و یا فاقد امتیاز باشد، این شخص به چند طریق توانسته این امتیاز را به دست آورد؟

- 1 (1) هیچ      1 (2)      2 (3)      3 (4)

164- به ازای چند مقدار طبیعی  $a$ ، معادله سیاله  $(3a + 2)x + (2a - 3)y = 39$  در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟

- 1 (1) هیچ      2 (2) بی‌شمار      1 (3)      2 (4)

165- گراف  $G$  در شکل مقابل نمایش داده شده است. مجموعه یال‌های این گراف کدام است؟



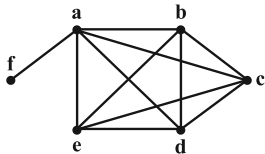
$$E(G) = \{ab, bc, cd, ad, da\} \quad (1)$$

$$E(G) = \{ab, bc, cd, ad\} \quad (2)$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, d), (c, b), (c, d), (d, a)\} \quad (3)$$

$$E(G) = \{(a, d), (b, a), (b, c), (d, a), (d, c)\} \quad (4)$$

166- گراف  $G$  در شکل زیر رسم گردیده است. اگر  $x \in V(G)$ ، آنگاه به ازای چند رأس متمایز  $x$ ،  $N_G[x] = \{a, b, c, d\}$  است؟



1 (1) صفر

1 (2)

2 (3)

4 (4)

167- چند گراف ساده وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازه آنها برابر 12 باشد؟

- 3 (1)      4 (2)      5 (3)      6 (4)

168- اندازه گراف  $r$ -منتظم از مرتبه  $p$  برابر 16 است. چند مقدار زوج برای  $r$  وجود دارد؟

- 2 (1)      3 (2)      4 (3)      5 (4)

169- اگر  $G$  گرافی از مرتبه 8 باشد، آنگاه تعداد رأس‌های تنهای این گراف، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- 8 (1)      7 (2)      6 (3)      5 (4)

170- گراف  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  مفروض است. دو رأس  $a$  و  $b$  در این گراف مجاورند اگر و تنها اگر

$a + b \equiv 0 \pmod{3}$  باشد.  $N_G[1]$  چند عضو دارد؟

- 1 (1)      2 (2)      3 (3)      4 (4)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

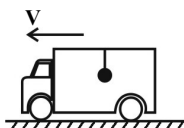
فیزیک 3 (اختیاری): دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 29 تا 46

171- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (1) اگر به یک جسم ساکن فقط یک نیرو اثر کند، الزاماً در جهت آن نیرو شروع به حرکت می‌کند.  
 (2) اگر جسمی روی مسیری غیر مستقیم حرکت کند، الزاماً نیروی خالص وارد بر آن غیرصفر است.  
 (3) اگر به یک جسم ساکن چند نیرو وارد شود ( $F_{net} \neq 0$ )، جسم الزاماً در جهت نیروی خالص شروع به حرکت می‌کند.  
 (4) در مسیری مستقیم، در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتابدار تندشونده خواهد بود.

172- مطابق شکل زیر، کامیونی که در حال حرکت بر مسیری مستقیم با سرعت ثابت است، ناگهان ترمز می‌کند. در این حالت آونگی

که به سقف کامیون بسته شده است، به طرف ... منحرف می‌شود. این پدیده با قانون ... نیوتون قابل توجیه است.



(2) عقب- دوم

(1) عقب- اول

(4) جلو- دوم

(3) جلو- اول

173- معادله حرکت جسمی به جرم 5kg که بر روی محور x در حرکت است، در SI به صورت  $x = 2t^2 - 4t + b$  است. اندازه نیروی

خالص وارد بر جسم چند نیوتون است؟

25 (4)

10 (3)

15 (2)

20 (1)

174- به یک جسم 5 کیلوگرمی هم‌زمان چهار نیروی 25، 10، 5 و 15 نیوتونی وارد می‌شود و جسم در حال تعادل است. اگر فقط

نیروی 25 نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، اندازه تغییر سرعت جسم بعد از 2s چند متر

بر ثانیه خواهد شد؟

12 (4)

7/5 (3)

10 (2)

5 (1)

175- جسمی به جرم 10kg از ارتفاع 100 متری سطح زمین رها می‌شود و پس از 10s به سطح زمین می‌رسد. اندازه نیروی مقاومت

هوای وارد بر جسم که در طول مسیر ثابت فرض می‌شود، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ 

70 (4)

120 (3)

60 (2)

80 (1)

محل انجام محاسبات

176- جسمی به جرم  $10\text{kg}$  درون آسانسوری که با سرعت ثابت  $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  در حال حرکت به طرف بالا می‌باشد، قرار دارد. اگر آسانسور

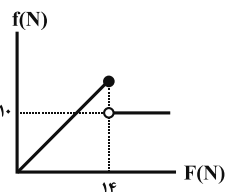
ترمز کرده و در مدت زمان  $5\text{s}$  با شتاب ثابت متوقف شود، اندازه نیرویی که کف آسانسور در این مدت به جسم وارد می‌کند

برابر با چند نیوتون است؟  $\left(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

- 60 (1)                      80 (2)                      100 (3)                      120 (4)

177- جسمی به جرم  $m$  روی یک سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی و متغیر  $\vec{F}$  را موازی با سطح به جسم وارد

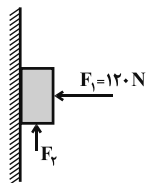
می‌کنیم. اگر نمودار اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم بر حسب اندازه نیروی  $\vec{F}$  مطابق شکل زیر باشد، نسبت ضریب



اصطکاک جنبشی به ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی کدام است؟

- $\frac{5}{14}$  (1)                       $\frac{5}{7}$  (2)                       $\frac{7}{5}$  (3)                       $\frac{14}{5}$  (4)

178- در شکل زیر جسم  $m = 4\text{kg}$  در آستانه حرکت قرار دارد. اندازه اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین اندازه نیروی قائم  $F_2$  برابر با

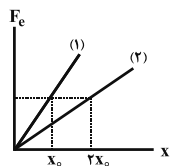


چند نیوتون است؟  $\left(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}, \mu_s = 0/25\right)$

- 60 (1)                      70 (2)                      30 (3)                      10 (4)

179- نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای دو فنر متفاوت مطابق شکل زیر است. به انتهای فنر (1) جسمی به جرم  $m_1$

و به انتهای فنر (2)، جسمی به جرم  $m_2$  آویزان می‌کنیم. اگر بعد از رسیدن به تعادل افزایش طول فنر (1) دو برابر افزایش طول

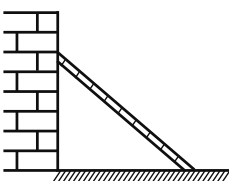


فنر (2) باشد، حاصل  $\frac{m_2}{m_1}$  کدام است؟

- 4 (1)                       $\frac{1}{4}$  (2)                      2 (3)                       $\frac{1}{2}$  (4)

180- در شکل زیر، نردبانی به جرم  $20\text{kg}$  به دیوار قائم و بدون اصطکاک تکیه داده شده است و ضریب اصطکاک ایستایی بین

سطح افقی و نردبان برابر با  $0/75$  است. در آستانه سر خوردن نردبان، نسبت اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد



می‌کند، به اندازه نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، کدام است؟  $\left(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

- $\frac{3}{5}$  (1)                       $\frac{3}{4}$  (2)                       $\frac{2}{3}$  (3)                       $\frac{2}{5}$  (4)

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

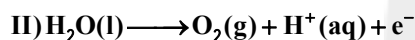
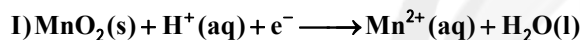
شیمی 3 (اختیاری): آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های 37 تا 50

181- تمام گزینه‌های زیر درست هستند، به‌جز...

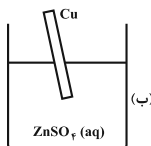
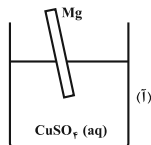
- 1) تأمین انرژی، تولید مواد و اندازه‌گیری و کنترل کیفی، نشان دهنده برخی از قلمروهای الکتروشیمی است.
  - 2) در واکنش میان فلز و نافلز، همواره فلز و نافلز به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده دارند.
  - 3) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی می‌تواند در راستای اصول شیمی سبز گام بردارد.
  - 4) می‌توان با استفاده از دو تیغه از جنس روی و مس و میوه‌ای مانند لیمو نوعی باتری ساخت.
- 182- با توجه به واکنش فلز روی با 250 میلی لیتر محلول یک مولار هیدروکلریک اسید که با افزایش دمای محلول همراه است، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف) کاتیون‌های هیدرونیوم توسط گونه کاهنده، کاهش یافته و به گاز هیدروژن تبدیل می‌شوند.
  - ب) پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فرآورده‌ها است.
  - پ) در این واکنش هر اتم روی با از دست دادن یک الکترون اکسایش می‌یابد.
  - ت) در پایان واکنش، pH محلول نهایی نسبت به محلول اولیه بیشتر است.
- 1) 1
2) 2
3) 3
4) 4

183- با توجه به نیم‌واکنش‌های موازنه نشده داده شده، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



- 1) نیم واکنش « I »، نیم‌واکنش اکسایش و نیم واکنش « II »، نیم‌واکنش کاهش است.
  - 2) تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم‌واکنش « I »، به ازای هر مول  $\text{MnO}_2$  دو برابر تعداد الکترون‌های مبادله شده در نیم‌واکنش « II » به ازای هر مول  $\text{O}_2$  است.
  - 3) در نیم‌واکنش « II » به ازای مصرف هر مول آب، چهار مول الکترون مبادله می‌شود.
  - 4) ضریب استوکیومتری آب در هر دو نیم‌واکنش پس از موازنه با یکدیگر برابر است.
- 184- با وارد کردن یک تیغه روی در محلول آبی حاوی یون‌های  $\text{Cu}^{2+}$  در یک بازه زمانی مشخص، 13 گرم از آن اکسایش یافته است. اگر فرض کنیم تمام مس تولید شده بر روی این تیغه فلزی رسوب کند، تغییر جرم تیغه در این مدت چند گرم خواهد بود؟
- (Zn = 65, Cu = 64 : g.mol<sup>-1</sup>)
- 1) 12/8
2) 0/2
3) 6/4
4) 0/1

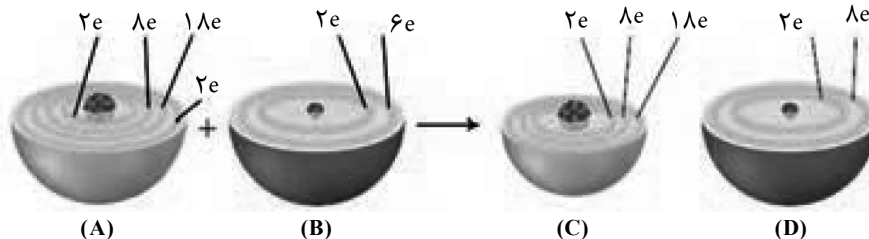


185- با توجه به شکل مقابل کدام گزینه نادرست است؟

- 1) پس از گذشت مدت زمان معین، محلول (آ) حاوی یون‌های  $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$  می‌شود.
- 2) در محلول (ب) اتم‌های مس با از دست دادن دو الکترون به یون  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  تبدیل می‌شوند.
- 3) دمای محلول (آ) برخلاف محلول (ب) پس از مدتی افزایش می‌یابد.
- 4) مقایسه قدرت کاهندگی فلزهای منیزیم و مس به صورت:  $\text{Mg} > \text{Cu}$  است.

محل انجام محاسبات

186- با توجه به شکل زیر کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟



الف) واکنش داده شده نوعی واکنش اکسایش - کاهش به‌شمار می‌رود.  
 ب) در آرایش الکترونی ماده (A)، 8 الکترون دارای  $l=2$  وجود دارد.  
 پ) گونه‌های (C) و (D) به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب رسیده‌اند.  
 ت) گونه (B) اکسیده و گونه (A) کاهش یافته است.

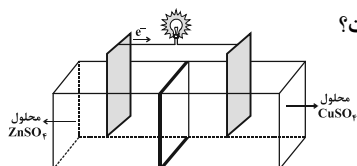
(4) ب و ت

(3) ب و پ

(2) الف و پ

(1) الف و ت

187- کدام گزینه در ارتباط با سلول گالوانی Zn - Cu نشان داده شده در شکل زیر درست است؟



(1) در قطب منفی این سلول الکتروکاتود و در قطب مثبت الکتروکاتود قرار گرفته است.

(2) با گذشت زمان رنگ محلول مس (II) سولفات پررنگ‌تر می‌شود.

(3) به مرور زمان، غلظت یون  $Zn^{2+}$  در نیم سلول آندی افزایش و غلظت یون  $Cu^{2+}$  در نیم سلول کاتدی کاهش می‌یابد.

(4) یون‌های  $Cu^{2+}$  با عبور از دیواره متخلخل وارد نیم سلول آندی می‌شوند.

188- اگر  $emf$  یک سلول گالوانی که در آن واکنش:  $X^{2+} + Fe \rightarrow X + Fe^{2+}$  انجام می‌گیرد، برابر با  $0/16V$  باشد،  $emf$

واکنش:  $Cu^{2+} + X \rightarrow Cu + X^{2+}$  چند ولت است؟  $E^\circ(Fe^{2+}/Fe) = -0/41V$  و  $E^\circ(Cu^{2+}/Cu) = +0/34V$

0/59 (4)

0/25 (3)

0/91 (2)

0/09 (1)

189- با توجه به مقدار  $E^\circ$  های داده شده کدام گزینه درست است؟

$$E^\circ(Pt^{2+}/Pt) = +1/20V$$

$$E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0/76V$$

$$E^\circ(Cd^{2+}/Cd) = -0/4V$$

$$E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = -0/15V$$

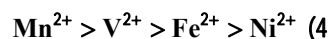
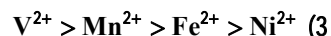
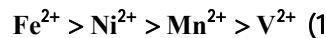
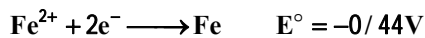
(1) در شرایط استاندارد، با قرار دادن تیغه روی در محلول  $CdSO_4$  واکنش شیمیایی رخ می‌دهد.

(2) مقایسه قدرت کاهشدهی این چهار فلز به صورت:  $Pt > Sn > Cd > Zn$  است.

(3) کاتیون  $Zn^{2+}$  از سه کاتیون دیگر داده شده اکسیده‌تر است.

(4)  $emf$  سلول گالوانی «قلع - پلاتین» از  $emf$  سلول گالوانی «روی - کادمیم» کمتر است.

190- با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر در کدام گزینه ترتیب قدرت اکسندگی گونه‌ها به درستی بیان شده است؟



محل انجام محاسبات

## آزمون شناختی ۵ اسفند ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی، پاسخ نامه تشریحی را مطالعه فرمائید. توجه: سوالات از شماره ۲۶۱ شروع می‌شوند.

### ۲۶۱. فراشناخت شامل کدام یک از موارد زیر است؟

۱. آگاهی از نقاط قوت و ضعف خود
۲. توانایی کنترل توانایی‌های خود
۳. درک دیگران
۴. مورد ۱ و ۲

### ۲۶۲. کدام مورد به تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. درگیر شدن در یک موقعیت هیجانی
۲. مهار کردن خود در یک موقعیت هیجانی
۳. فرقی ندارد
۴. نمی‌دانم

### ۲۶۳. آگاهی از سازوکارهای یادگیری چه تاثیری در میزان و ماندگاری یادگیری دارد؟

۱. هر دو را بهبود می‌دهد.
۲. تاثیری در هیچکدام ندارد.
۳. فقط میزان یادگیری را بهبود می‌دهد.
۴. فقط ماندگاری یادگیری را زیاد می‌کند.

### ۲۶۴. کدام مورد برای حل یک مشکل یا مساله نیاز است؟

۱. آگاهی از وضع موجود
۲. آگاهی از وضع مطلوب
۳. آگاهی از مسیر و قوانین آن
۴. همه موارد

### ۲۶۵. کدام مورد از ویژگی‌های هدف است؟

۱. مربوط به آینده است.
۲. هیجان‌انگیز است.
۳. الزام‌آور است.
۴. همه موارد

### ۲۶۶. انتخاب کدام گزینه سخت‌تر است و تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. گزینه پیش‌رو با پاداش سریع
۲. گزینه آینده با پاداش دیرتر
۳. تفاوتی ندارد
۴. نمی‌دانم

### ۲۶۷. مفهوم انعطاف‌پذیری شناختی به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱. توانایی انتقال موفق توجه بین تکلیف‌های مختلف
۲. توانایی حفظ توجه به مدت طولانی بر یک موضوع
۳. توانایی اجرا چند فعالیت به طور همزمان
۴. توانایی در نظر نگرفتن اطلاعات مزاحم

### ۲۶۸. توانایی مطالعه در شرایط محیطی مختلف را با کدام مورد زیر مرتبط می‌دانید؟

۱. سازگاری
۲. توجه
۳. حافظه
۴. فراشناخت

### ۲۶۹. کدام برنامه درسی را مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. برنامه دقیق غیرقابل انعطاف
۲. برنامه انعطاف‌پذیر
۳. فرقی ندارد
۴. نمی‌دانم

### ۲۷۰. یکی از گزینه‌های زیر را در مورد سوالات امروز انتخاب کنید.

۱. مفید بود و انتظار دارم این آگاهی من را در یادگیری مطالب درسی کمک کند.
۲. مایل به دریافت اطلاعات، راهبردها و تکالیف تقویتی بیشتر هستم.
۳. هر دو
۴. هیچ‌کدام



## آزمون 5 اسفند 1401

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان 2	کاظم اجلائی - سیدوحید امیرکیایی - سعید تن آرا - سعید جعفری کافی آباد - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - میثم حمزه لویی - افشین خاصه خان سجاد داوطلب - میلاد سجادی لاریجانی - سامان سلامیان - مهدی ملارضانی - سروش موئینی - جهانبخش نیکام - محمد مهدی وزیر	
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - عباس ا سدی امیرآبادی - علی ایمانی - رضا توکلی - جواد حاتمی - عادل حسینی - سیدمحمدرضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - سوگند روشنی - فرشاد صدیقی فرد - رضا عباسی اصل - احمدرضا فلاح - سینا محمدپور - محمد هجری - امیر وفائی	
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - امیررضا امینی - علی ایمانی - جواد حاتمی - سیدمحمدرضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - ندا صالح پور - محمد صحت کار - میشه ضرابیه - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - احمدرضا فلاح - مرتضی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - مهدی نیکزاد محمد هجری - مهدی وقعی	
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - محمدعلی راست پیمان - بهنام رستمی - فرشید رسولی - سیوان سعیدی سعید شرق - پوریا علاقه مند - مسعود قره خانی - بهادر کامران - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - غلامرضا محبی - حسین مخدومی - سیدعلی میرنوری حسام نادری - مصطفی واتقی - شادمان ویسی	
شیمی	محمدرضا پورچاوید - امیر حاتیمان - پیمان خواجوی مجد - مرتضی خوش کیش - حمید ذبچی - یاسر راش - جعفر رحیمی - روزبه رضوانی - آروین شجاعی مبینا شرافتی پور - امیرحسین طیبی - محمد کوهستانیان - محمدحسن محمدزاده مقدم - امیرحسین مسلمی - سیدمحمد معروفی - سالار ملکی - محمد وزیری	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محبوبه بیک محمدی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: 021-64663



4- گزینه «4» (عادل حسینی)

با استفاده از قضیه مشتق در جبر توابع می‌توانیم بنویسیم:

$$3f'(1) + 2g'(1) = (3f + 2g)'(1)$$

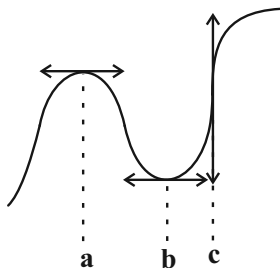
حال ضابطه تابع  $y = 3f(x) + 2g(x)$  را به دست می‌آوریم:

$$y = 3(3x - 2\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{2}x}) + 2(x + 3\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{2}x}) = 11x$$

$$\Rightarrow y' = 11$$

(مسابان 2- صفحه 94)

5- گزینه «4» (سیروفیر امیرکیایی)



خط مماس بر نمودار تابع در  $x = a$  و  $x = b$  افقی و در  $x = c$  قائم است. پس مشتق تابع در  $x = a$  و  $x = b$  برابر صفر و در  $x = c$   $+\infty$  است.

این ویژگی‌ها در نمودار گزینه «4» دیده می‌شود.

(مسابان 2- صفحه‌های 88 و 89)

6- گزینه «3» (میثم همزه‌لویی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} x^2 \sqrt{2 \cos^2 \frac{\pi x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} x^2 \left| \cos \frac{\pi x}{2} \right|$$

در یک همسایگی راست  $x = 1$ ،  $\frac{\pi x}{2}$  در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار

می‌گیرد و در نتیجه  $\cos \frac{\pi x}{2}$  مقداری منفی است، پس در این همسایگی

ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$g(x) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} x^2 \cos \frac{\pi x}{2}$$

$$\Rightarrow f'_+(1) = g'(1) = \left( \cos \frac{\pi x}{2} \right)' \Big|_{x=1} \times \left( -\frac{\sqrt{2}}{\pi} (1)^2 \right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} \times \left( -\frac{\sqrt{2}}{\pi} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دقت کنید که  $\cos \frac{\pi x}{2}$  در  $x = 1$  عامل صفرکننده تابع  $g$  است، پس کافی

است فقط از این عامل مشتق بگیریم و در مابقی عبارت  $x = 1$  را جای‌گذاری کنیم.

(مسابان 2- صفحه‌های 87، 95 و 96)

حسابان 2

1- گزینه «3»

(افشین فاضلمان)

شیب خط  $7x - 3y = 1$  برابر  $\frac{7}{3}$  است، پس باید شیب خط مماس بر نمودار

تابع  $f$  هم در  $x = x_0$  برابر  $\frac{7}{3}$  باشد. شیب خط مماس همان مشتق تابع است:

$$f'(x) = 2x - 5$$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 5 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{11}{3}$$

(مسابان 2- صفحه‌های 93 و 94)

2- گزینه «2»

(سیروفیر امیرکیایی)

ابتدا سعی می‌کنیم ضابطه را ساده‌تر بنویسیم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 2x + 1}{x - 1} = 2x + \frac{2x + 1}{x - 1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3} \Rightarrow f''(3) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(مسابان 2- صفحه 98)

3- گزینه «2»

(مهری ملارمغانی)

ابتدا ضابطه را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y = \frac{\tan x \times \sin x}{\tan x (\cos x + 1)} = \frac{\sin x}{\cos x + 1} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

$$, x \neq \frac{k\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2})$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{6}} y' = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{12})$$

حال با استفاده از اتحاد  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$  از معادله

$$\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3} \text{ به دست می‌آید: } \frac{2 \tan \frac{\pi}{12}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{12}} = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} (1 + (2 - \sqrt{3})^2) = \frac{1}{2} (1 + 7 - 4\sqrt{3}) = 4 - 2\sqrt{3}$$

(مسابان 2- صفحه‌های 95 و 96)



7- گزینه «3»

(جوابش نیکنام)

$$f'(x) = \frac{4x-1}{3\sqrt{(2x^2-x-15)^2}}$$

پس تابع  $f$  در جایی مماس قائم دارد که مخرج تابع بالا صفر شود. این یعنی معادلات خطوط مماس قائم نمودار تابع  $f$  ریشه‌های ساده عبارت  $2x^2 - x - 15$  هستند.

$$2x^2 - x - 15 = (x-3)(2x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -\frac{5}{2}$$

فاصله دو خط مماس قائم نیز برابر  $\frac{11}{2} = 5/5$  است.

(مسایان 2- صفحه‌های 88 و 94)

8- گزینه «1»

(فرشار حسن زاده)

ابتدا معادله خط مماس بر نمودار  $f$  در  $x=1$  را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \text{Oi KA} \{f'(1) = (3x^2 - 12x)\}_{x=1} = -9 \\ \text{KOE} : f(1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t \text{ l } \text{Oi} \text{ K} \text{ l } \text{O} \text{ l } \text{K} \text{ l } \text{O} \text{ l } : y = -9(x-1)$$

حال باید معادله تقاطع این خط با تابع  $f$  را حل کنیم:

$$x^3 - 6x^2 + 5 = -9(x-1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2 - 5x - 5) = -9(x-1)$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x^2 - 5x - 5 = -9$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1) = 0$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x = 4$$

طول نقطه دیگر تقاطع برابر 4 و در نتیجه عرض نقطه برابر  $f(4) = -27$  است.

(مسایان 2- صفحه‌های 93 و 94)

9- گزینه «1»

(افشین فاضل‌نژاد)

خط مماس موردنظر از نقطه  $\left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$  می‌گذرد. شیب آن هم برابر  $f'\left(\frac{3}{2}\right)$  است.

$$f'(x) = \sin \pi x + \pi x \cos \pi x + \pi \sin 2\pi x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = -1 + 0 + 0 = -1$$

پس خط مماس با شیب  $-1$  از نقطه  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$  می‌گذرد و معادله آن  $y = -x$  خواهد شد. عرض از مبدأ این خط برابر صفر است.

(مسایان 2- صفحه‌های 95 و 96)

10- گزینه «2»

(میانوش نیکنام)

تابع باید ابتدا پیوسته باشد:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^-} (\cos x - a \sin x) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} \\ f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} (\sin x + b \tan x) = \frac{1}{\sqrt{2}} + b \end{cases}$$

شرط پیوستگی آن است که دو مقدار بالا برابر باشند:

$$\frac{1-a}{\sqrt{2}} = \frac{1+b\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1-a = 1+b\sqrt{2} \Rightarrow a+b\sqrt{2} = 0 \quad (1)$$

حال مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin x - a \cos x & ; x < \frac{\pi}{4} \\ \cos x + b(1 + \tan^2 x) & ; x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1+a}{\sqrt{2}}, f'_+\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} + 2b$$

حال باید مشتق‌های چپ و راست تابع برابر باشند تا تابع در  $x = \frac{\pi}{4}$ 

$$\frac{-1+a}{\sqrt{2}} = \frac{1+2\sqrt{2}b}{\sqrt{2}} \Rightarrow -1-a = 1+2\sqrt{2}b$$

$$\Rightarrow a+2\sqrt{2}b = -2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b = -\sqrt{2}, a = 2 \Rightarrow a+b^2 = 2+2 = 4$$

(مسایان 2- صفحه‌های 86 و 87)

11- گزینه «2»

(سیدوحید امیرکیایی)

توابع  $f$ ،  $g$  و  $h$  در  $x=0$  پیوسته‌اند اما تابع  $k$  در  $x=0$  ناپیوسته است.پس  $k'$  در  $x=0$  ناپیوسته است.حال برای توابع دیگر مشتق‌های یکطرفه را در  $x=0$  حساب می‌کنیم.

$$f'(x) = \begin{cases} 6x-1 & ; x < 0 \\ 2x+3 & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow f'_-(0) = -1, f'_+(0) = 3$$

$$g(x) = \begin{cases} -x^2-1 & ; x < 0 \\ -1 & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) = \begin{cases} -2x & ; x < 0 \\ 0 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'_-(0) = g'_+(0) = 0$$

$$h'(x) = \begin{cases} \frac{8\sqrt[3]{x}}{3} & ; x < 0 \\ 4x + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow h'_-(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0^+} h'(x) = +\infty$$

فقط در تابع  $g$  مشتق‌های چپ و راست برابرند، پس در  $x=0$  مشتق‌پذیراست و در نتیجه تابع  $g'$  در  $x=0$  پیوسته است.

(مسایان 2- صفحه‌های 86 و 87)



است و از آنجا که تابع در  $x = 3$  مشتق پذیر است، پیوسته نیز می باشد. در نتیجه  $f(3) = 0$ .

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(3) = \frac{3}{2}$$

حال سراغ مشتق تابع  $g$  می رویم:

$$g'(x) = \frac{3f'(3x)(x+3) - f(3x)}{(x+3)^2}$$

$$\Rightarrow g'(1) = \frac{3f'(3)(4) - f(3)}{(4)^2} = \frac{3(\frac{3}{2})(4) - 0}{16} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

(مسابان 2- صفحه های 94 و 96)

15- گزینه «4» (عادل مسینی)

در  $x = \frac{1}{2}$ ، شیب و مقدار خط  $y = 2x - 3$  با مشتق و مقدار تابع

$$y = \frac{f(x-1)}{x} \text{ برابر است.}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = \frac{f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = -2 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = -1$$

$$y' = \frac{xf'(x-1) - f(x-1)}{x^2} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y' = \frac{\frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2}) - f(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{4}} = 2$$

$$\xrightarrow{f(-\frac{1}{2})=-1} f'(-\frac{1}{2}) = -1$$

حال مشتق تابع  $y = xf(x)$  را در  $x = -\frac{1}{2}$  حساب می کنیم:

$$y' = f(x) + xf'(x) \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} y' = f(-\frac{1}{2}) - \frac{1}{2}f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

پس شیب خط مماس بر نمودار تابع  $y = xf(x)$  در نقطه  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  واقع

بر آن برابر  $-\frac{1}{2}$  است. در نتیجه معادله این خط مماس  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$  یا  $2x + 4y = 1$  است.

(مسابان 2- صفحه های 94 و 96)

16- گزینه «2» (موری ملارمضانی)

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) \quad (*)$$

$$\begin{cases} f'(x) = x^2 \\ g'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} f'(\sqrt{4-x}) = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} (\sqrt{4-x})^2 = -\frac{1}{2}\sqrt{4-x} \\ \Rightarrow g'(f(x)) = -\frac{1}{2}\sqrt{4-f(x)} \end{cases}$$

12- گزینه «4» (عادل مسینی)

تابع در  $x = \sqrt{5}$  مشتق دارد؛ این یعنی عبارت  $kx$  به ازای  $x = \sqrt{5}$  مقداری صحیح نیست. در چنین شرایطی  $[kx]$  نقش ضرب  $x$  را ایفا می کند و مشتق تابع برابر همین ضرب است.

$$f'(\sqrt{5}) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} [kx] = [k\sqrt{5}] = k + 1$$

مشخص است که  $k$  عددی صحیح است. حال برای اینکه تساوی بالا برقرار باشد، باید داشته باشیم:

$$k + 1 < k\sqrt{5} < k + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k + 1 < k\sqrt{5} \Rightarrow k > \frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \\ k\sqrt{5} < k + 2 \Rightarrow k < \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{5}+1}{4} < k < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی  $\sqrt{5} \approx 2/2$ ، تنها عدد صحیح بازه بالا،  $k = 1$  است.

(مسابان 2- صفحه های 86 تا 89)

13- گزینه «2» (موری ملارمضانی)

ضابطه های تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{-x-1} = -\sqrt[3]{x+1} & ; x < 0 \\ \sqrt[3]{x-1} & ; 0 \leq x \leq 1 \\ x & ; x > 1 \end{cases}$$

تابع روی  $\mathbb{R} - \{1\}$  پیوسته است. حال مشتق را حساب می کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} & ; x < 0 \\ \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} & ; 0 < x < 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

واضح است که تابع در  $x = -1$  و  $x = 1$  مشتق ناپذیر است، زیرا در  $x = 1$  ناپیوسته است و در  $x = -1$  مماس قائم دارد.

$x = 0$  نیز نقطه مشتق ناپذیر دیگر تابع است؛ زیرا:  $f'_+(0) \neq f'_-(0)$  (مسابان 2- صفحه های 89 و 94)

14- گزینه «4» (افشین فاضلن)

در عبارت  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = \frac{2}{3}$ ، حد صورت صفر است و برای اینکه حاصل

حد عددی حقیقی شود، حد مخرج هم باید صفر باشد. پس  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$



(میانگش نیکام)

-19 گزینه «2»

ابتدا ضابطه وارون را می‌یابیم:

$$D_f = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right), R_f = \mathbb{R}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{2x+1} \Rightarrow x^2 - 2y^2x - y^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y^2 \pm \sqrt{4y^4 + 4y^2}}{2}$$

$$x = \frac{2y^2 + 2y\sqrt{y^2+1}}{2}$$
 با جای‌گذاری نقاط دلخواه می‌بینیم که رابطه

درست است. حال با جابه‌جا کردن  $x$  و  $y$  ضابطه  $g$  به دست می‌آید:

$$g(x) = x^2 + x\sqrt{x^2+1} = x(x + \sqrt{x^2+1})$$

 $x$  عامل صفر کننده  $g$  است، پس برای محاسبه  $g'(0)$  کافی است فقط از همین عامل مشتق بگیریم:

$$\Rightarrow g'(0) = 0 + \sqrt{0^2+1} = 1$$

(مسایان 2- صفحه 94)

(عادل حسینی)

-20 گزینه «1»

ابتدا ضابطه‌های  $f$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 - 1 & ; x < 1 \\ \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 - 2x & ; x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & ; x > 1 \end{cases}$$

می‌بینیم که تابع در  $x=1$  مشتق دارد،  $f'(1)=0$ .

حد مورد نظر را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} L &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) + f'(1-2h)}{h^2 - h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h^2 - h} + \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1-2h) - f'(1)}{h^2 - h} \\ &= -f''_+(1) + 2f''_-(1) \end{aligned}$$

$$f''(x) = \begin{cases} -2 & ; x < 1 \\ \frac{1}{2} & ; x > 1 \end{cases}$$
 حال  $f''$  را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow L = -\left(\frac{1}{2}\right) + 2(-2) = -\frac{9}{2}$$

(مسایان 2- صفحه 98)

$$\xrightarrow{(*)} (g \circ f)'(x) = -\frac{1}{2}x^2 \sqrt{3 - \frac{1}{3}x^3}$$

مقدار تابع فوق به ازای  $x = -3$  برابر است با:

$$(g \circ f)'(-3) = -\frac{1}{2}(-3)^2 \sqrt{3 - \frac{1}{3}(-3)^3} = -9\sqrt{3}$$

(مسایان 2- صفحه‌های 94 و 96)

(افشین فاضله‌فان)

-17 گزینه «3»

$$f''g - f'g' = g^2 \times \frac{f''g - f'g'}{g^2}$$

حال تابع  $\frac{f''g - f'g'}{g^2}$  مشتق تابع  $\frac{f'}{g}$  است.

$$f(x) = 4\sqrt[3]{x^5} + 5\sqrt[3]{x^4} = 4x^{\frac{5}{3}} + 5x^{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f'}{g}\right)'(x) = \frac{\frac{20}{3}(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x} + 1} = \frac{20\sqrt[3]{x}}{3} \Rightarrow \left(\frac{f'}{g}\right)'(x) = \frac{20}{9\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow (f''g - f'g')(x) = \frac{20(\sqrt[3]{x} + 1)^2}{9\sqrt[3]{x^2}} = \frac{20}{9} \left(\frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$$

مقدار این تابع در  $x = 8$  برابر 5 است.

(مسایان 2- صفحه‌های 94 و 98)

(عادل حسینی)

-18 گزینه «4»

ضابطه  $f$  را  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در نظر می‌گیریم:

$$f'(x) = 2ax + b, f''(x) = 2a$$

حال در رابطه گفته شده قرار می‌دهیم:

$$2(2a)(ax^2 + bx + c) = (2ax + b)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 4a^2x^2 + 4abx + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 4ac \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

یعنی در تابع  $f$ ،  $\Delta = 0$  است و به بیان دیگر ضابطه  $f$  به صورت

$$f(x) = a(x - x_s)^2$$
 حال داریم:

$$f'(x) = 2a(x - x_s)$$

$$\xrightarrow{f(x)=f'(x)} a(x - x_s)^2 = 2a(x - x_s)$$

$$\Rightarrow a(x - x_s)[(x - x_s) - 2] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_s \\ x_2 = x_s + 2 \end{cases}$$

پس اختلاف جواب‌های معادله برابر 2 است.

(مسایان 2- صفحه‌های 93 و 98)



هندسه 3

گزینه 4» 21-

(نشین فاصله‌دار)

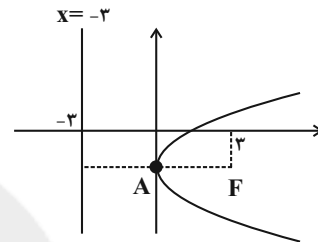
مطابق متن و شکل صفحه 56 کتاب درسی برای ایجاد نور بالا، چراغ باید در راستای عمودی و کمی پایین‌تر از کانون قرار گیرد.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه 56)

گزینه 4» 22-

(سوکنر روشنی)

مکان هندسی موردنظر سهمی به کانون  $F(3, -1)$  و خط هادی  $x = -3$  است.



در این صورت رأس سهمی مطابق شکل نقطه  $A(0, -1)$  و فاصله کانونی سهمی  $a = 3$  است. چون سهمی روبه راست باز می‌شود، معادله آن به صورت زیر است:

$$(y+1)^2 = 12(x-0) \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 12x$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y - 12x + 1 = 0$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

گزینه 1» 23-

(سوکنر روشنی)

اگر  $a$  فاصله کانونی،  $d$  قطر دهانه و  $h$  عمق دیش باشد، آنگاه رابطه

$$a = \frac{d^2}{16h}$$

برقرار است، بنابراین داریم:

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \left(\frac{2d_2}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{\frac{1}{2}h_2}\right) = 4 \times 2 = 8$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین 13 صفحه 59)

گزینه 4» 24-

(امیرسین ابومیبوب)

چون محور تقارن سهمی موازی محور  $x$ ها است، پس سهمی افقی است و با توجه به مختصات رأس و نقطه  $M$ ، سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$(y-1)^2 = -4a(x-3)$$

$$\xrightarrow{M(2,5)} (5-1)^2 = -4a(2-3)$$

$$\Rightarrow 16 = 4a \Rightarrow a = 4$$

فاصله کانون تا خط هادی دو برابر فاصله کانونی، یعنی برابر  $2a = 8$  است.

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)

گزینه 2» 25-

(امیررضا خلاج)

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف می‌نویسیم:

$$y^2 - 2y = -4x - k \xrightarrow{+1} y^2 - 2y + 1 = -4x - k + 1$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4\left(x + \frac{k-1}{4}\right)$$

بنابراین دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود و  $A\left(\frac{1-k}{4}, 1\right)$  رأس و

 $a = 1$  فاصله کانونی سهمی است و در نتیجه داریم:

$$\text{کانون : } F\left(\frac{1-k}{4} - 1, 1\right)$$

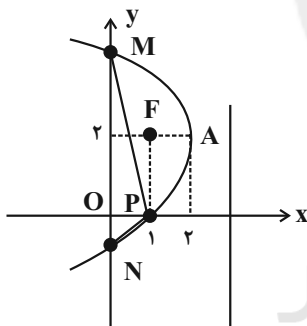
$$x = -3y \Rightarrow \frac{1-k}{4} - 1 = -3 \Rightarrow \frac{1-k}{4} = -2 \Rightarrow 1-k = -8$$

$$\Rightarrow k = 9$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 52 تا 56)

گزینه 3» 26-

(امیرسین ابومیبوب)

مطابق شکل نقطه  $A(2, 2)$  رأس سهمی و  $a = 1$  فاصله کانونی سهمی

است و سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین داریم:

$$\text{معادله سهمی : } (y-2)^2 = -4(x-2)$$

$$\text{تلاقی با محور } x \text{ها : } y=0 \Rightarrow (-2)^2 = -4(x-2)$$

$$\Rightarrow x-2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{تلاقی با محور } y \text{ها : } x=0 \Rightarrow (y-2)^2 = -4(-2) = 8$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 + 2\sqrt{2} \\ y = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات عبارتند از:

$$P(1,0), M(0, 2+2\sqrt{2}), N(0, 2-2\sqrt{2})$$

$$S_{MNP} = \frac{1}{2} OP \times MN = \frac{1}{2} \times 1 \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های 50 تا 53)



$$y^2 = 4(y - 2x) \Rightarrow y^2 - 4y = -8x$$

$$\xrightarrow{+4} y^2 - 4y + 4 = -8x + 4$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = -8(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow \begin{cases} \text{آبسیس: } A(\frac{1}{2}, 2) \\ 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

سهمی افقی و دهانه آن رو به چپ است، بنابراین داریم:

$$\text{کانون: } F(\frac{1}{2} - 2, 2) = (-\frac{3}{2}, 2)$$

محل برخورد خط  $y = 6$  با سهمی را به دست می آوریم:

$$(y - 2)^2 = -8(x - \frac{1}{2}) \xrightarrow{y=6} 16 = -8(x - \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = -2 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

چون پرتو بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده، پس پرتو تابش از

کانون سهمی عبور کرده است. معادله خط گذرنده از نقاط  $F(-\frac{3}{2}, 2)$

(کانون سهمی) و نقطه  $N(-\frac{3}{2}, 6)$  (نقطه برخورد با سهمی) به صورت

$$x = -\frac{3}{2} \text{ است.}$$

(هنر سه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 50 تا 56)

(فا تولگی)

30- گزینه «3»

در یک بیضی که طول قطرهای بزرگ و کوچک آن به ترتیب برابر  $2a$  و  $2b$

هستند، طول وتر کانونی از رابطه  $MN = \frac{2b^2}{a}$  به دست می آید. از طرفی

طول وتر کانونی سهمی (پاره خطی که دو سر آن بر روی سهمی قرار دارد و

در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است)،  $4$  برابر فاصله کانونی

سهمی است، یعنی داریم:

$$MN = 4OF = 4c \Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 4c \Rightarrow b^2 = 2ac$$

حال با توجه به رابطه بیضی داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2ac + c^2 \xrightarrow{+a^2} 1 = \frac{2c}{a} + \frac{c^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{c}{a}\right) - 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(-1) = 8 \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{c}{a} = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

(هنر سه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 50 تا 56)

(امد رضا فلاح)

27- گزینه «3»

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می کنیم:

$$x^2 + ax - 2y + b = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} = 2y - b$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = 2y - b + \frac{a^2}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = 2\left(y - \frac{b}{2} + \frac{a^2}{8}\right)$$

$$\text{رأس سهمی: } A\left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2} - \frac{a^2}{8}\right) = (2, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4 \\ \frac{b}{2} - \frac{a^2}{8} = 1 \xrightarrow{a=-4} \frac{b}{2} - 2 = 1 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

$$a + b = -4 + 6 = 2$$

(هنر سه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 52 تا 56)

(فرشاد صدیقی فر)

28- گزینه «2»

سهمی قائم است و چون دایره به مرکز  $(0, 4)$  و شعاع  $\sqrt{5}$  بالاتر از خط

$y = 1$  قرار دارد، پس سهمی قطعاً رو به بالا باز می شود. در این صورت اگر

$A(h, k)$  رأس سهمی باشد، کانون آن نقطه  $F(h, k + a)$  و خط هادی

آن، خط  $y = k - a$  است، یعنی داریم:  $k - a = 1$

رأس و کانون سهمی روی دایره به مرکز  $(0, 4)$  و شعاع  $\sqrt{5}$  قرار دارند.

پس داریم:

$$\text{معادله دایره: } x^2 + (y - 4)^2 = 5$$

$$\left. \begin{aligned} A(h, k) \Rightarrow h^2 + (k - 4)^2 = 5 \\ F(h, k + a) \Rightarrow h^2 + (k + a - 4)^2 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (k - 4)^2 = (k + a - 4)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 4 = k + a - 4 \Rightarrow a = 0 \\ k - 4 = -k - a + 4 \Rightarrow 2k + a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k - a = 1 \\ 2k + a = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$k = 3 \Rightarrow h^2 + (3 - 4)^2 = 5 \Rightarrow h^2 = 4 \Rightarrow h = \pm 2$$

معادله محور تقارن این سهمی به صورت  $x = h$  یعنی به یکی از دو صورت

$x = 2$  یا  $x = -2$  است.

(هنر سه 3- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های 50 تا 53)

(امد رضا فلاح)

29- گزینه «1»

اگر یک شعاع نورانی از کانون سهمی بر سطح آینه ای آن سهمی بتابد، پرتو

بازتابش موازی محور تقارن سهمی خواهد بود و بالعکس.

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف نوشته و مختصات کانون آن را پیدا

می کنیم.



## ریاضیات گسسته

گزینه «1» -31

(سوکندر روشنی)

کتابها یکسان هستند و چون نباید قفسه‌ای خالی بماند تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$  مطلوب سؤال است که برابر

$$\binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

است با:

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «2» -32

(امیرمسین ابومصوب)

اگر تعداد شاخه گل‌های انتخاب شده از گل‌های نوع اول تا چهارم را به ترتیب با  $x_1$ ،  $x_2$ ،  $x_3$  و  $x_4$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ x_3 \geq 3 \Rightarrow x_3 = y_3 + 3 \\ x_4 > 3 \Rightarrow x_4 \geq 4 \Rightarrow x_4 = y_4 + 4 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15 \Rightarrow x_1 + 3 + y_3 + 3 + y_4 + 4 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 + y_3 + y_4 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «2» -33

(امیرمسین ابومصوب)

به متغیر  $Z$  مقادیر مناسب می‌دهیم و تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله را به ازای هر مقدار  $Z$  محاسبه می‌کنیم:

$$z=0 \Rightarrow x+y+1^2=12 \Rightarrow x+y=11$$

$$\rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{12}{1} = 12$$

$$z=1 \Rightarrow x+y+2^2=12 \Rightarrow x+y=8$$

$$\rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{9}{1} = 9$$

$$z=2 \Rightarrow x+y+3^2=12 \Rightarrow x+y=3$$

$$\rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{4}{1} = 4$$

معادله به ازای سایر مقادیر  $Z$ ، جواب صحیح و نامنفی دارد، بنابراین تعداد جوابها برابر است با:

$$12 + 9 + 4 = 25$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «4» -34

(امیرمسین ابومصوب)

اگر تعداد مهره‌های جعبه  $n$  را با  $x_i$  نشان دهیم آن‌گاه تعداد جواب‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌های معادله زیر:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases}$$

در این شرایط، 3 حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 8 \end{cases} \Rightarrow |\{A \cup B\}| = \binom{1}{1} \binom{10}{2} = 1 \times 45 = 45$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 7 \end{cases} \Rightarrow |\{A \cup B\}| = \binom{2}{1} \binom{9}{2} = 2 \times 36 = 72$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 6 \end{cases} \Rightarrow |\{A \cup B\}| = \binom{3}{1} \binom{8}{2} = 3 \times 28 = 84$$

بنابراین تعداد کل حالتها برابر است:

$$45 + 72 + 84 = 201$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «1» -35

(سوکندر روشنی)

چون تعداد جواب‌های طبیعی معادله مطلوب سؤال است،  $x_1$  از داخل جزء صحیح خارج می‌شود.

از طرفی با توجه به رابطه  $\sqrt[3]{x_2} = \frac{4}{x_2} = 2$  همواره  $x_2 = 2$  و  $x_4 = 8$

است. بنابراین خواهیم داشت:  $x_1 + 2 + x_3 + 8 + x_5 + x_6 = 20$

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 10 \Rightarrow |\{A \cup B\}| = \binom{9}{3}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «3» -36 (امیررضا فلاح)

اگر  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_3$  و  $x_4$  را تعداد سکه‌های نقرات اول، دوم، سوم و چهارم در نظر بگیریم آنگاه:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$$

از طرفی تعداد سکه‌های هر فرد مضرب 3 است. بنابراین:

$$3k_1 + 3k_2 + 3k_3 + 3k_4 = 24$$

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 8$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی} = \binom{11}{3} = 165$$

ابتدا حالاتی که  $k_1 = k_2$  است را به دست می‌آوریم:

$$2k_1 + k_3 + k_4 = 8 \Rightarrow k_1 = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\binom{9}{1} + \binom{7}{1} + \binom{5}{1} + \binom{3}{1} + \binom{1}{1} = 25$$

$$k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=3 \quad k=4$$

در نتیجه در  $165 - 25 = 140$  حالت  $k_1 \neq k_2$  است که در نیمی حالات

$k_1 > k_2$  می‌باشد. بنابراین در 70 حالت تعداد سکه‌های نقر اول بیشتر از نفر دوم است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «1» -37

(امیرمسین ابومصوب)

$$Z! \times 5! \times 3! = 120 \times 120 = 14400$$

با توجه به اینکه نهال‌های کاج یکسان و نهال‌های سرو نیز یکسان هستند و نهال‌های اول و آخر ردیف مشخص است، تعداد راه‌های کاشتن نهال‌های باقی‌مانده طبق قضیه جایگشت با تکرار برابر است:

$$\frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{6 \times 5!} = 8 \times 7 = 56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 59 تا 61)

گزینه «4» -38

(سوکندر روشنی)

کل حالاتی که دقیقاً یک مهره آبی انتخاب شده است برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{8}{3} = 168$$

و تعداد حالاتی که مهره قرمز نداشته باشیم و دقیقاً یک آبی داشته باشیم

$$\binom{3}{1} \binom{3}{3} = 3$$

برابر است با:

$$168 - 3 = 165$$

(ریاضی-1- شمارش برون شمردن: صفحه‌های 133 تا 140)

گزینه «3» -39

(امیررضا امینی)

$l$  را در ابتدای کلمه قرار داده و عبارت top را داخل بسته‌ای می‌گذاریم که این بسته با 4 حرف باقی‌مانده  $(o, o, g, y)$  دارای 5! جایگشت است

که با توجه به تکراری بودن حرف o داریم:  $\frac{5!}{2!} = 60$  تعداد جایگشت‌ها

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

گزینه «2» -40

(امیررضا فلاح)

ابتدا ارقام 2 و 3 و 4 که با هم  $3! = 6$  حالت جایگشت دارند را قرار می‌دهیم

$$\text{از 4 فضای خالی در } 0203040 \text{ دو فضای خالی را به } \binom{4}{2} = 6$$

انتخاب می‌کنیم و 1 و (1 و 1) به 2! حالت در آن در جایگاه قرار می‌گیرند.

$$3! \times \binom{4}{2} \times 2! = 72$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های 58 و 59)

$$\Rightarrow 49 \times 6 + AC^2 \times 3 = 36 \times 9 + 3 \times 6 \times 9$$

$$\Rightarrow 294 + 3AC^2 = 324 + 162 \Rightarrow 3AC^2 = 192$$

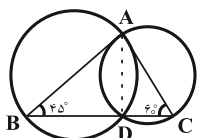
$$\Rightarrow AC^2 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 5 صفحه 69)

(ممر فندان)

گزینه 1 «45»

وتر مشترک AD را رسم می‌کنیم. اگر R و R' شعاع‌های دایره‌های کوچک و بزرگ باشند، با توجه به قضیه سینوس‌ها در دو مثلث ABD و ACD داریم:



$$\Delta ABD: \frac{AD}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{AD}{2 \sin 45^\circ} = \frac{AD}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta ACD: \frac{AD}{\sin 60^\circ} = 2R' \Rightarrow R' = \frac{AD}{2 \sin 60^\circ} = \frac{AD}{\sqrt{3}}$$

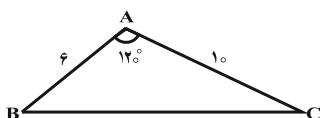
$$\frac{S}{S'} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2} = 1/5$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 62 تا 65)

(عادل عسینی)

گزینه 2 «46»

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$= 36 + 100 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 196$$

$$\Rightarrow BC = 14$$

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$$

همچنین محیط مثلث ABC، برابر  $2P = 6 + 10 + 14 = 30$  است. پس داریم:

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی: } r = \frac{S}{P} = \frac{15\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69، 74 و 75)

هندسه 2

(ممر فندان)

گزینه 3 «41»

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4 + 16 - 2(2)(4)\left(-\frac{1}{2}\right) = 28$$

از طرفی طبق قضیه میانه‌ها داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 4 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

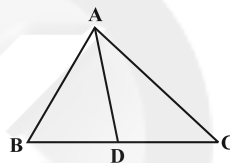
$$\Rightarrow 2m_a^2 = 6 \Rightarrow m_a^2 = 3 \Rightarrow m_a = \sqrt{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69)

(پوار فاطمی)

گزینه 3 «42»

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 8 \times 6 \times \cos 60^\circ}{8+6} = \frac{2 \times 48 \times \frac{1}{2}}{14} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 5 صفحه‌های 75 و 76)

(علی ایمانی)

گزینه 2 «43»

چون  $\hat{A} > 90^\circ$  است، پس  $\cos A < 0$  داریم:

$$\cos A = -\sqrt{1 - \sin^2 A} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$$

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$= (\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 - 2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2(2-1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 66 تا 69)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه 2 «44»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMB : \text{نیمساز است. } MP \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} \\ \triangle AMC : \text{نیمساز است. } MQ \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} MB=MC \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \end{array}$$

$$\xrightarrow{PQ \parallel BC} \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AP}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آنهاست، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{BC} = \frac{1}{2} \\ \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

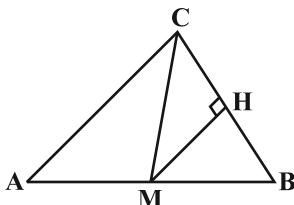
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{AMQ}} = \frac{4}{5}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین 1 صفحه 72)

(علی ایمانی)

50- گزینه «3»

اگر  $S$  و  $P$  به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث  $ABC$  باشد، طبق قضیهٔ هرون داریم:



$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+5+6}{2} = 7$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{7 \times 4 \times 2 \times 1} = 2\sqrt{14}$$

CM میانهٔ نظیر ضلع AB است، پس داریم:

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \sqrt{14}$$

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} MH \times BC \Rightarrow \sqrt{14} = \frac{1}{2} \times MH \times 3$$

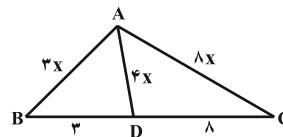
$$\Rightarrow MH = \frac{2}{3} \sqrt{14}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 73 و 74)

(مهمتر قدران)

47- گزینه «4»

با توجه به قضیهٔ نیمسازهای زاویه‌های داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{8} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3x \\ AC = 8x \Rightarrow AD = 4x \end{cases}$$

طبق رابطهٔ طول نیمساز زاویهٔ داخلی داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow (4x)^2 = 3x \times 8x - 3 \times 8$$

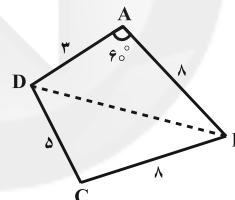
$$\Rightarrow 8x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{3} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 70 تا 72)

(سینا مهمربور)

48- گزینه «1»

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$= 64 + 9 - 2 \times 8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BD = 7$$

چهار ضلعی ABCD از دو مثلث ABD و BCD تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر مجموع مساحت‌های این دو مثلث است. داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$P_{BCD} = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{8 + 5 + 7}{2} = 10$$

$$S_{BCD} = \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)} = \sqrt{10 \times 2 \times 5 \times 3} = 10\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

(هندسه 2- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های 73 تا 76)

(امیر وفائی)

49- گزینه «4»

طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی داریم:





$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$A \cap B = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 52 تا 56)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «4» -55

پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس، عددی مربع کامل باشد، شامل حالت‌هایی است که مجموع اعداد دو تاس 4 یا 9 بیاید. اگر این پیشامد را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$A = \{(1,3), (2,2), (3,1), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$$

گزینه «1»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (1,3) و (3,1) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «2»: این پیشامد شامل زوج مرتب (2,2) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «3»: این پیشامد شامل زوج مرتب‌های (3,6) و (6,3) است، پس با پیشامد A ناسازگار نیست.

گزینه «4»: در هیچ کدام از زوج مرتب‌های تشکیل‌دهنده پیشامد A، حاصل‌ضرب دو عدد بزرگ‌تر از 20 نیست، پس اشتراک پیشامد A با پیشامد موردنظر تهی بوده و در نتیجه دو پیشامد ناسازگار هستند.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 45 و 46)

(نرا صالح‌پور)

گزینه «1» -56

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از فضای نمونه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$  باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر 3 و 7 بخش‌پذیر هستند.

$$P(A) = \frac{\left[ \frac{50}{3} \right]}{50} = \frac{16}{50}, \quad P(B) = \frac{\left[ \frac{50}{7} \right]}{50} = \frac{7}{50}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left[ \frac{50}{21} \right]}{50} = \frac{2}{50}$$

پیشامد آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از دو عدد 3 یا 7 بخش‌پذیر باشد، معادل  $(A - B) \cup (B - A)$  است. با توجه به ناسازگار بودن پیشامدهای  $(A - B)$  و  $(B - A)$  داریم:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A)$$

### آمار و احتمال (اختیاری)

گزینه «2» -51 (سیر ممدرضا عسینی فرد)

تعداد اعضای فضای نمونه این آزمایش برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

حاصل ضرب اعداد رو شده سه تاس در صورتی عددی اول است که دو تاس عدد یک و دیگری یکی از سه عدد 2، 3 و 5 باشد. با توجه به اینکه عدد اول موردنظر می‌تواند در یکی از 3 پرتاب رو شود، داریم:

$$\left. \begin{aligned} (1,1,2) &\rightarrow S^2|e3 \\ (1,1,3) &\rightarrow S^2|e3 \\ (1,1,5) &\rightarrow S^2|e3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) = 3 \times 3 = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

(ریاضی 1- آمار و احتمال: صفحه‌های 146 تا 149)

گزینه «1» -52 (فرشاد فرامرزی)

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(\text{سیاه، سفید، سیاه}) + P(\text{سفید، سیاه، سفید}) \\ = \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{28} + \frac{1}{14} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 56 تا 58)

گزینه «3» -53 (امیرمسین ابومصوب)

اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره از سه مهره خارج شده از جعبه هم‌رنگ باشند، آن‌گاه  $A'$  (متمم A) پیشامد آن است که رنگ هیچ دو مهره‌ای از سه مهره خارج شده یکسان نباشد. در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{3 \times 4 \times 5}{220} = \frac{3}{11}$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

(ریاضی 1- آمار و احتمال: صفحه‌های 146 تا 149)

گزینه «2» -54 (افشین فاضله‌فان)

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای A و B به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شده دو تاس کمتر از 6 باشد» و «عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:



$$\Rightarrow \frac{3}{4}P(B) = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{20} \times \frac{4}{3} = \frac{7}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های 67 تا 69)

59- گزینه «4» (امیرسین ابومصوب)

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای 4 فرزند، برابر  $2^4 = 16$  است. از طرفی، تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای 2 فرزند پسر و 2 فرزند دختر باشد،

$$\text{برابر } \binom{4}{2} = 6 \text{ است، بنابراین اگر } A \text{ پیشامد برابر نبودن تعداد فرزندان}$$

پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A) = 16 - 6 = 10$$

اگر B پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$A \cap B = \{(N, N, N, N), (N, N, N, J), (N, N, J, N), (J, J, J, N),$$

$$\{(J, J, J, N), (J, J, N, J)\}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های 52 تا 56)

60- گزینه «3» (ژمان فرهاریان)

اگر پیشامدهای  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب سالم و معیوب بودن لامپ انتخابی از جعبه اول و پیشامد A سالم بودن هر دو لامپ یا معیوب بودن هر دو لامپ

انتخابی از جعبه دوم باشد، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\binom{7}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{10}{2}} + \frac{2}{3} \times \frac{\binom{6}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{21+3}{45} + \frac{2}{3} \times \frac{15+6}{45} = \frac{8}{45} + \frac{14}{45} = \frac{22}{45}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های 58 تا 60)

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{16}{50} + \frac{7}{50} - \frac{4}{50} = \frac{19}{50} = 0/38$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 44 تا 47)

57- گزینه «4» (موری نیک‌زار)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{8}{15} \\ \frac{1}{3} \times \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} \\ \frac{1}{3} \times \frac{\binom{5}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{15} \end{array} \right.$$

اگر پیشامد هم‌رنگ نبودن دو مهره را A و پیشامد خارج شدن از کیسه اول را B بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{15} = \frac{22}{45}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{45}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{22}{45}} = \frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های 58 تا 64)

58- گزینه «3» (مرتضی فویم‌علوی)

$$P(A) = P(A|B) = \frac{1}{4}$$

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

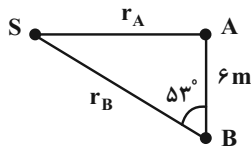
$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}P(B)$$



(زهره آقاممیری)

-64 گزینه «3»

ابتدا فاصله هر دو ناظر را از چشمه صوت می یابیم.



$$\cos 53^\circ = \frac{6}{r_B} \Rightarrow 0/6 = \frac{6}{r_B} \Rightarrow r_B = 10\text{m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow 0/8 = \frac{r_A}{10} \Rightarrow r_A = 8\text{m}$$

با توجه به تعریف شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{25}{16}$$

نادرستی گزینه «1»:

$$\left(\frac{I_A}{I_B} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right) \times 100 = 56/25\%$$

نادرستی گزینه «2»:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{I_B}{I_A} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{16}{25} - 1\right) \times 100 = -36\%$$

اکنون اختلاف تراز شدت صوت دریافتی توسط دو ناظر را محاسبه می کنیم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 20 \log \left(\frac{10}{8}\right)$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20(\log 10 - \log 2^3) = 20(1 - 3 \log 2)$$

$$= 20(1 - 0/9) = 2\text{dB}$$

درستی گزینه «3»:

پس می توان گفت تراز شدت صوت دریافتی ناظر B، 2dB کمتر از ناظر A

است. (نادرستی گزینه «4»)

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 78 تا 81)

(سیدعلی میرنوری)

-65 گزینه «4»

در بررسی اثر دوپلر، اگر ناظر و چشمه طوری حرکت کنند که فاصله آنها کاهش یابد، ناظر با تعداد جبهه موج بیشتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به افزایش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می گردد. از طرفی، اگر ناظر و چشمه طوری حرکت کنند که فاصله آنها افزایش یابد، ناظر با تعداد جبهه موج کمتری مواجه خواهد شد که این امر منجر به کاهش بسامد صوتی خواهد شد که توسط ناظر دریافت می گردد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 81 تا 83)

فیزیک 3

-61 گزینه «3»

(مصطفی واتقی)

$$\begin{cases} I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ P = I \times A \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{4S_1}{S_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 2 \times (10) = 20\text{m}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 78 تا 81)

(مسعود قره فانی)

-62 گزینه «1»

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow n + 12 - n = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{10} = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \log 2$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \Rightarrow 16 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 78 تا 81)

(علیرضا کونه)

-63 گزینه «3»

با استفاده از رابطه  $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$  می توان نوشت:

$$100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^{10} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

همچنین می دانیم که صوت در فضای کروی منتشر می شود، بنابراین با توجه

به رابطه  $I = \frac{P}{A}$  داریم:

$$10^{-2} = \frac{P}{4 \times 3 \times (50)^2} \Rightarrow P = 300\text{W}$$

بنابراین  $(500 - 300) = 200\text{W}$  توان توسط محیط جذب شده است.

$$\text{یعنی } -0/4 = \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-200}{500} \text{ یا } 40\% \text{ درصد توان تلف شده است.}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 78 تا 81)

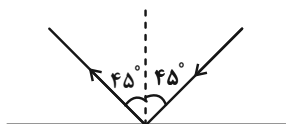
$$0/75 = \frac{2x'}{v_{R\&A}} \Rightarrow x' = 127/5m$$

$$x' - x = 127/5 - 85 = 42/5m$$

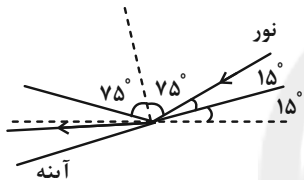
یعنی دانش آموز (1) باید از صخره دور شده و به دانش آموز (2) نزدیک شود.  
(فیزیک 3 - برهم کنش های موج: صفحه های 90 تا 93)

69- «گزینه 3» (پوریا علاقه مند)

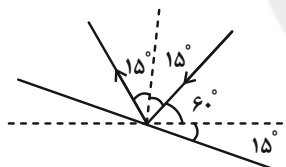
در این حالت زاویه بین تابش و بازتابش  $90^\circ$  است.



اگر آینه را  $15^\circ$  پادساعتگرد و پرتو نور را  $15^\circ$  ساعتگرد دوران دهیم، طبق شکل زاویه بین پرتو تابش و بازتابش  $150^\circ$  خواهد شد



حال اگر آینه را  $15^\circ$  ساعتگرد و پرتو نور را  $15^\circ$  پادساعتگرد دوران دهیم، زاویه بین پرتو تابش و بازتابش در این حالت  $30^\circ$  درجه است.

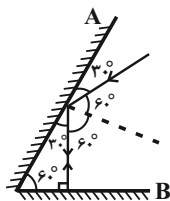


بنابراین:  $\Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

(فیزیک 3 - برهم کنش های موج: صفحه های 90 تا 94)

70- «گزینه 3» (عبدالرضا امینی نسب)

طبق قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش و بازتابش برای همه انواع موجها و از هر سطحی همواره برابرند. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



زاویه بازتابش از سطح آینه تخت A:  $\theta_r = 60^\circ$

زاویه تابش به سطح آینه تخت B:  $\theta_i = 0$

(فیزیک 3 - برهم کنش های موج: صفحه های 90 تا 94)

66- «گزینه 2» (مسین مفرومی)

وقتی تپی که در یک طناب افقی کشیده شده در حال انتشار است از انتهای بسته بازتاب می کند، آن قسمت از تپ که در جلو قرار دارد، همچنان در بازتاب نیز در جلو خواهد بود و فقط نسب به راستای افقی، تپ معکوس می شود. با این توضیحات، شکل گزینه (2) صحیح است.

(فیزیک 3 - برهم کنش های موج: صفحه 90)

67- «گزینه 3» (پوریا علاقه مند)

بررسی تک تک گزینه ها:

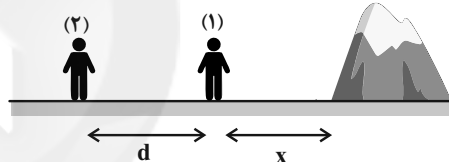
(الف) نادرست: اگر تأخیر زمانی کمتر از  $0/1$  ثانیه باشد، گوش انسان نمی تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تشخیص دهد.

(ب) درست

(پ) نادرست: بازتاب منظم وقتی رخ می دهد که ناهمواری های سطحی از طول موج به کار رفته کوچک تر باشند.

(فیزیک 3 - برهم کنش های موج: صفحه های 90 تا 94)

68- «گزینه 3» (زهره آقاممدری)



دانش آموز (2) دو صدا می شنود. یکی صدایی که مستقیماً به گوش او می رسد. در این حالت صوت فاصله  $d$  را می پیماید و داریم:

$$v_{R\&A} = \frac{d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_{R\&A}} \quad (1)$$

و دومین صدایی که می شنود، پژواک صدای دانش آموز (1) از صخره است. در این حالت صوت فاصله  $2x + d$  را می پیماید و داریم:

$$v_{R\&A} = \frac{2x + d}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2x + d}{v_{R\&A}} \quad (2)$$

از (1) و (2) داریم:

$$t_2 - t_1 = \frac{2x + d}{v_{R\&A}} - \frac{d}{v_{R\&A}} = \frac{2x}{v_{R\&A}}$$

$$\frac{t_2 - t_1 = 0/5s}{v_{R\&A} = 340m/s} \Rightarrow 0/5 = \frac{2x}{340} \Rightarrow x = 85m$$

مشاهده کردیم که اختلاف زمانی رسیدن دو صدا به دانش آموز (2)، به فاصله بین دو دانش آموز از هم بستگی ندارد. بنابراین حرکت دانش آموز (2) تاثیری در زمان رسیدن دو صوت به آن ندارد.

در حالت دوم فاصله  $x$  را طوری می یابیم که فاصله دو صدا از هم  $0/75s$  شود.



## فیزیک 2

71- گزینه «3»

(سیر علی میرنوری)

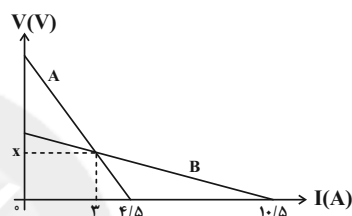
قاعده حلقه در مدارهای الکتریکی، بر اساس قانون پایستگی انرژی بیان شده است.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه 64)

72- گزینه «1»

(فسرو ارغوانی فرد)

نمودار  $V-I$  برای یک مولد، یک خط با شیب منفی است. عرض از مبدأ این خط، نیروی محرکه مولد و اندازه شیب آن، مقاومت درونی مولد را نشان می‌دهد. پس:



$$\left. \begin{aligned} r_B &= \frac{0-x}{10/5-3} = \frac{-x}{7/5} \\ r_A &= \frac{0-x}{4/5-3} = \frac{-x}{1/5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1/5}{7/5} = 5$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

73- گزینه «2»

(منطقی کیانی)

افت پتانسیل درون مولد برابر  $V = Ir$  است. بنابراین:

$$\begin{aligned} Ir &= \frac{40}{100} \varepsilon \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} \frac{\varepsilon}{R+r} r = \frac{2}{5} \varepsilon \\ \Rightarrow r &= \frac{2}{3} R \xrightarrow{R=3\Omega} r = 2\Omega \end{aligned}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

74- گزینه «2»

(فرشید رسولی)

مدار تک‌حلقه است و ابتدا جریان و جهت آن را تعیین می‌کنیم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq} + \sum r} = \frac{80+50+20-30}{15+5+10+5+5} = 3A$$

کافی است از نقطه A در جهت جریان به نقطه B برویم که چون B به زمین وصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر می‌باشد.

$$V_A - (10 \times 3) - 30 - (5 \times 3) = V_B$$

$$\xrightarrow{V_B=0} V_A = 75V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

75- گزینه «3»

(عبدالرضا امینی نسب)

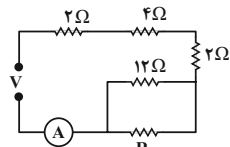
ابتدا کلید k را به نقطه a وصل می‌کنیم و مدار را ساده می‌کنیم.

$$4 + 2 = 6\Omega$$

$$\frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

$$2 + 4 = 6\Omega$$

$$R_{eq} = 6 + R \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R+6}$$

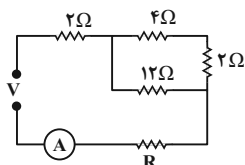


در حالت دوم که کلید k را به نقطه b وصل کنیم. داریم:

$$2 + 4 + 2 = 8\Omega$$

$$R'_{eq} = 8 + \frac{12 \times R}{12 + R}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V}{8 + \frac{12R}{12+R}}$$



در گام آخر، هر دو جریان باید برابر باشند. داریم:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow R + 6 = 8 + \frac{12R}{12+R} \Rightarrow R^2 - 2R - 24 = 0$$

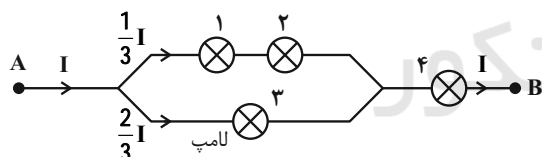
$$\Rightarrow \begin{cases} R = 6\Omega \text{ | } \text{I} \\ R = -4\Omega \text{ | } \text{II} \end{cases}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

76- گزینه «3»

(مسام ناری)

ابتدا باید لامپی را که آسیب‌پذیر است و توان مصرفی آن بیشتر از بقیه است، پیدا کنیم. مقاومت هر لامپ را R فرض کنیم. داریم:



$$P_1 = P_2 = RI_1^2 = R \left( \frac{I}{3} \right)^2 = \frac{RI^2}{9}$$

$$P_3 = RI_3^2 = R \left( \frac{2}{3} I \right)^2 = \frac{4}{9} RI^2$$

$$P_4 = RI^2 \rightarrow \text{ماکزیمم است.}$$

پس توان 90 وات را به لامپ 4 اختصاص می‌دهیم که آسیب‌پذیر است تا توانش بیشتر از 90W نشود و نسوزد. حال توان کل را حساب می‌کنیم:

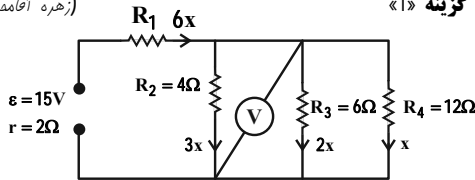
$$RI^2 = 90W$$

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{15}{9} RI^2 = \frac{15}{9} \times 90 = 150W$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

(زهره آقاممیری)

79- گزینه «1»



مقاومت‌های  $R_2$ ،  $R_3$  و  $R_4$  موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند. در نتیجه اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_4$  را  $x$  بگیریم، جریان‌های عبوری از مقاومت‌های  $R_3$ ،  $R_2$  و  $R_1$  به ترتیب  $2x$  و  $3x$  و  $6x$  خواهد شد. از طرفی توان مصرفی مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  برابر است و خواهیم داشت:

$$P = RI^2 \xrightarrow{P_1=P_2} R_1(6x)^2 = 4 \times (3x)^2 \Rightarrow R_1 = 1\Omega$$

با محاسبه مقاومت معادل و جریان عبوری از باتری داریم:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{234} = 2\Omega$$

$$R_{eq} = 2 + 1 = 3\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{15}{3 + 2} = 3A$$

$$6x = I \Rightarrow x = 0/5A$$

ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های  $R_2$ ،  $R_3$  و  $R_4$  را نشان می‌دهد.

$$V_4 = R_4 x = 12 \times 0/5 = 6V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

(غلامرضا مصبی)

80- گزینه «3»

توان خروجی بیشینه مولد  $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$  است و هنگامی که مقاومت رتوستا  $R_1$  و  $R_2$  باشد،  $P = \frac{1}{2} P_{max}$  می‌شود. به کمک این اطلاعات خواهیم داشت:

$$P = \frac{1}{2} P_{max} \Rightarrow \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$\Rightarrow 8Rr = (R+r)^2 \Rightarrow R^2 - 6Rr + r^2 = 0$$

ریشه‌های این معادله را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{6r \pm \sqrt{32r^2}}{2} = (3 \pm 2\sqrt{2})r \rightarrow \begin{cases} R_1 = (3 - 2\sqrt{2})r \\ R_2 = (3 + 2\sqrt{2})r \end{cases}$$

نسبت اندازه این دو مقاومت برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(3 + 2\sqrt{2})r}{(3 - 2\sqrt{2})r} \xrightarrow{\sqrt{2} \approx 1/4} \frac{R_2}{R_1} = \frac{3 + 2/8}{3 - 2/8} = 29$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

(غلامرضا مصبی)

77- گزینه «2»

هر سه مقاومت  $20\Omega$ ،  $R$  و  $10\Omega$  با هم موازی‌اند و ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ دو سر باتری یکسان است:

$$V_{A_{01111}} = \varepsilon - Ir \xrightarrow{\varepsilon=12V, I=2A, r=2\Omega} V_{A_{01111}} = 12 - 2 \times 2 = 8V$$

جریان عبوری از مقاومت  $20\Omega$  و  $10\Omega$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_{20\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{20} = 0/4A$$

$$I_{10\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{8}{10} = 0/8A$$

$$\Rightarrow I_R = I_{\text{total}} - (I_{20\Omega} + I_{10\Omega}) = 2 - (0/4 + 0/8) = 0/8A$$

انرژی مصرفی در مقاومت  $R$  به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = VIt \xrightarrow{V=8V, I=0/8A, t=60s} U = 8 \times 0/8 \times 60 = 384J$$

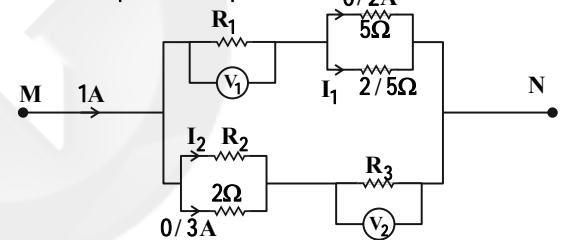
(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

(شاهان ویسی)

78- گزینه «1»

می‌دانیم جریان در گره‌ها تقسیم می‌شود و ولتاژ مقاومت‌های موازی با هم برابر هستند.

$$0/2 \times 5 = I_1 \times 2/5 \Rightarrow I_1 = 0/4A$$



یعنی جریان  $0/6A$  از مقاومت  $R_1$  عبور کرده و ولت‌سنج عدد  $1/4V$  را نشان می‌دهد.

$$V_1 = IR_1 \Rightarrow 1/4 = 0/6R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{7}{3}\Omega$$

مقاومت معادل  $5\Omega$  و  $2/5\Omega$  برابر با  $\frac{5}{3}\Omega$  است،  $R' = \frac{5 \times 2/5}{5 + 2/5} = \frac{5}{3}\Omega$

پس مقاومت شاخه بالا برابر با  $4\Omega + \frac{5}{3} = \frac{17}{3}\Omega$  است. چون از جریان  $1A$  به اندازه  $0/6A$  در شاخه بالا رفته است، پس جریان در شاخه پایین  $1 - 0/6 = 0/4A$  خواهد شد.

پس جریان  $I_2 = 0/1A$  و  $0/1R_2 = 0/3 \times 2 \Rightarrow R_2 = 6\Omega$

می‌شود. مقاومت معادل  $2$  و  $6$  اهمی برابر با  $R'' = \frac{6 \times 2}{6 + 2} = \frac{3}{2}\Omega$

مرحله آخر  $V_3 = IR_3 \Rightarrow 1/8 = 0/4R_3 \Rightarrow R_3 = 4/5\Omega$  و مقاومت معادل شاخه پایین  $1/5 + 4/5 = 6\Omega$  و در نهایت بالا و پایین با هم موازی هستند.

$$R_{eq} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = \frac{12}{5}\Omega$$

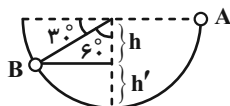
(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)



83- گزینه «3»

(فسرو ارغوان فر)

کار نیروی جاذبه (کار نیروی وزن) به نیروی اصطکاک بستگی ندارد و برابر  $mgh$  می باشد که  $h$  جابه جایی جسم در امتداد قائم می باشد.



$$h = R \cos 60^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$W = mgh = 0.4 \times 10 \times 0.1 = 0.4 \text{ J}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه های 55 تا 68)

84- گزینه «1»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

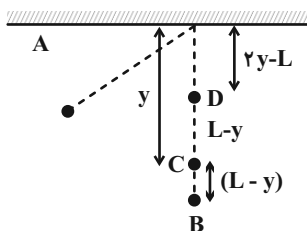
$$\Rightarrow 150 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = 50 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه های 68 تا 70)

85- گزینه «4»

(سیوان سعیری)

وقتی گلوله در مسیر دایره ای قرار می گیرد، کمترین تندی را در نقطه D دارد. با توجه به شکل و در نظر گرفتن مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه B و استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط A و D، داریم:



$$E_A = E_D \Rightarrow U_A + K_A = U_D + K_D$$

$$\Rightarrow mgL + 0 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mg2(L-y)$$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{2g(2y-L)}$$

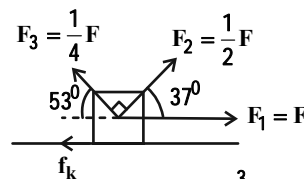
(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه های 68 تا 70)

فیزیک 1

81- گزینه «1»

(سیدعلی میرنوری)

در جابه جایی افقی، چهار نیرو بر روی جسم کار انجام می دهند، بنابراین برای تعیین کار کل، باید کار هر یک از آن ها را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع جبری کنیم. با توجه به شکل داریم:



$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k} \quad \rightarrow \quad W_t = \frac{3}{2}W_{F_2}$$

$$\frac{3}{2}W_{F_2} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{F_1} + W_{F_3} + W_{f_k} = \frac{1}{2}W_{F_2}$$

$$\xrightarrow{W = Fd \cos \theta} Fd + \frac{1}{4}Fd \times \left(-\frac{6}{10}\right) + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}Fd \times \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow Fd - \frac{3}{20}Fd + W_{f_k} = \frac{1}{5}Fd \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{13}{20}Fd$$

و در آخر داریم:

$$\frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{-\frac{13}{20}Fd}{-\frac{3}{20}Fd} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{F_3}} = \frac{13}{3}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه های 55 تا 60)

82- گزینه «1»

(مصطفی کیانی)

چون سرعت گلوله بر حسب بردارهای یکه داده شده است، ابتدا اندازه سرعت گلوله را می یابیم:

$$\vec{v}_1 = \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{i} + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\vec{v}_2 = \left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{i} - \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{j} \Rightarrow v_2 = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

اکنون با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، به صورت زیر، کار نیروی وزن را می یابیم. دقت کنید، کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_D} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{\substack{W_{f_D} = -20/5 \text{ J} \\ m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}}} -20/5 + W_{mg} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (100 - 625)$$

$$\Rightarrow -20/5 + W_{mg} = -52/5 \Rightarrow W_{mg} = -32 \text{ J}$$

(فیزیک 1: کار، انرژی و توان: صفحه های 54 تا 64)

$$\Delta U = mg\Delta h \xrightarrow[m = \frac{3}{2} \text{ kg}]{\Delta U = 90 \text{ J}}$$

$$90 = \frac{3}{2} \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 6 \text{ m}$$

اکنون حداکثر جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 37^\circ = \frac{\Delta h}{d} \Rightarrow d = \frac{6}{0.6} = 10 \text{ m}$$

حال با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_{f_k} = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[W_{f_k} = -f_k d]{K_2 = 0}$$

$$-f_k d = \Delta U - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow -f_k \times 10 = 90 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 144$$

$$\Rightarrow -10f_k = 90 - 108 \Rightarrow f_k = 1/8 \text{ N}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 71 تا 73)

89- گزینه «4» (شماره ارغوانی فرد)

با استفاده از تعریف بازده، توان خروجی بالا بر را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آ}}]_{\text{د}} = 0/4 \times 40000 = 16000 \text{ W}$$

توان، کار انجام شده در واحد زمان است. بنابراین:

$$P_{\text{آ}}]_{\text{د}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$16000 = \frac{450 \times 10 \times 20}{t} \Rightarrow t = 5/625 \text{ s}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 73 تا 76)

90- گزینه «2» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا توان خروجی را محاسبه کنیم:

$$W = K_2 - K_1 \Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 150 \times 6^2 = 2700 \text{ J}$$

$$P_{\text{آ}}]_{\text{د}} = \frac{W}{t} \Rightarrow P_{\text{آ}}]_{\text{د}} = \frac{2700}{10} = 270 \text{ W}$$

برای محاسبه بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{\vec{A}]_{\text{د}} \cdot \vec{W}}{\vec{A}]_{\text{ج}} \cdot \vec{W}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده} = \frac{270}{600} \times 100 = 45\%$$

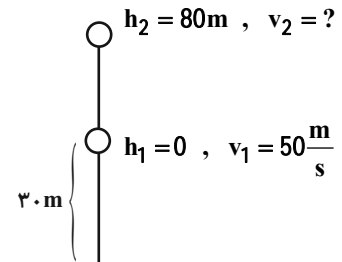
(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 73 تا 76)

86- گزینه «4» (پوریا علاقه‌مند)

ابتدا تندی گلوله را در ارتفاع 110 متری سطح زمین که می‌شود 80 متری

نقطه پرتاب، حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن ارتفاع 30m به عنوان مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (50)^2 + 10 \times (0) = \frac{1}{2} v_2^2 + 10 \times 80 \Rightarrow v_2^2 = 900$$

از طرفی انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1800 = \frac{1}{2} m \times 900 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 54 تا 70)

87- گزینه «3» (سعید شرق)

چون اتلاف انرژی داریم، با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + (K_2 - K_1)$$

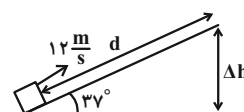
$$\Rightarrow -8/5 = 2 \times 10 \times (-2/45) + \frac{1}{2} \times (2+2) \times v^2$$

$$\Rightarrow 40/5 = \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 20/25 \Rightarrow v = 4/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های 71 تا 73)

88- گزینه «1» (زهره آقاممیری)

ابتدا تغییر ارتفاع جسم را محاسبه می‌کنیم:



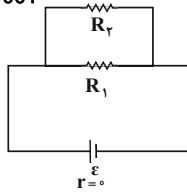


94- گزینه «2» (پنجم رستمی)

فرض می‌گیریم  $R_1 = 1\Omega$  و  $R_3 = 1000\Omega$  آنگاه مقاومت معادل برابر

$$R_{eq} = \frac{1 \times 1000}{1 + 1000} = \frac{1000}{1001} = 0.999\Omega$$

است با:

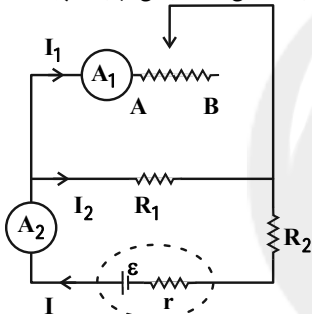


یعنی مقاومت معادل اندکی کوچک‌تر از  $R_1$  است.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 70 تا 77)

95- گزینه «3» (سسام ناری)

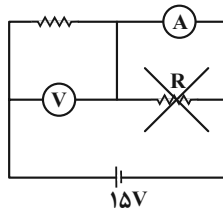
با جابه‌جایی لغزنده از A به B، مقاومت رئوستا بیشتر می‌شود زیرا طول بیشتری از آن در مدار قرار می‌گیرد و در نتیجه مقاومت معادل کل مدار هم افزایش می‌یابد و جریان کل (I) کاهش می‌یابد یعنی آمپرسنج آرمانی (2) جریان کمتری را نشان می‌دهد (درستی عبارت (ب)).



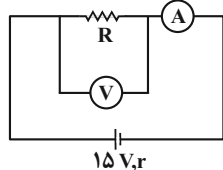
اختلاف پتانسیل دو سر باتری طبق رابطه  $V = \varepsilon - rI$  با کاهش I، افزایش می‌یابد (درستی عبارت (ت)). مقاومت  $R_1$  به‌طور موازی متصل است، از آنجایی که ولتاژ دو سر  $R_1$  افزایش یافته، ولتاژ دو سر رئوستا هم افزایش می‌یابد. (نادرستی عبارت (پ)) و جریان عبوری از مقاومت  $R_1$  نیز افزایش خواهد یافت. در نتیجه با توجه به کاهش جریان اصلی مدار، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی (1) نیز کاهش می‌یابد. (درستی عبارت (الف)).

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

96- گزینه «3» (سعیر شرق)



با توجه به شکل، مقاومت R توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه شده است و مدار به‌صورت زیر ساده‌سازی می‌شود.

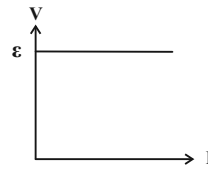


فیزیک 2

91- گزینه «2»

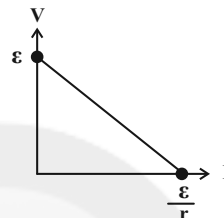
(شادمان ویسی)

دقت کنید در صورت سؤال مولد آرمانی را خواسته است یعنی از مقاومت درونی آن صرف‌نظر کنیم.



$$V = \varepsilon$$

اگر مولد آرمانی نباشد داریم:  $V = \varepsilon - Ir$



(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

92- گزینه «1»

(مسعود قرقانی)

ابتدا مقدار  $r_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{18 - 6}{(2 + 1 + 2) + (0.5 + r_2)} \Rightarrow r_2 = 0.5\Omega$$

باتری (1) به‌صورت ضد محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 = 6 + 2 \times 0.5 = 7V$$

باتری (2) به‌صورت محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 = 18 - 2 \times 0.5 = 17V$$

بنابراین:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

93- گزینه «4»

(علیرضا کونه)

جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_3} = \frac{6 + 14 - 8}{3 + 2 + 2 + 1} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} A$$

با حرکت از نقطه A تا نقطه B و در جهت جریان خواهیم داشت:

$$V_A + \varepsilon_3 - r_3 I - R_3 I = V_B$$

$$\Rightarrow V_A + 6 - 1 \times \frac{3}{2} - 2 \times \frac{3}{2} = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 1/5V$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 66)

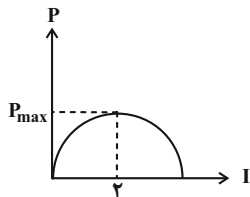
99- گزینه «2» (پوریا علاقه‌مند)

وقتی  $r = R$  باشد، جریانی که بیشترین توان خروجی را تولید می‌کند از

$$\text{رابطه } I = \frac{\epsilon}{2r} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$I = \frac{\epsilon}{2r} \Rightarrow 2 = \frac{\epsilon}{2 \times 2} \Rightarrow \epsilon = 8V$$

نمودار  $P-I$  به صورت زیر است:



حال جریان را برای  $R = 1\Omega$  و  $R = 3\Omega$  حساب می‌کنیم.

$$I_1 = \frac{8}{1+2} = \frac{8}{3} A$$

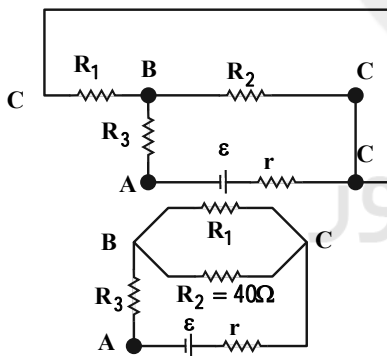
$$I_2 = \frac{8}{2+3} = 1.6 A$$

واضح است که توان مصرفی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

100- گزینه «4» (مهمربلی راست‌پیمان)

می‌توانیم با حروف‌گذاری شکل مدار را تغییر دهیم. بنابراین مدار به شکل زیر در می‌آید.



چون توان مصرفی دو مقاومت موازی  $R_1$  و  $R_2$  برابرند، پس

$$R_1 = R_2 = 40\Omega \text{ است و بنابراین جریان در } R_3 \text{، دو برابر جریان در } R_1$$

است.

$$P_3 = P_2$$

$$\Rightarrow R_3 I^2 = 40 \left(\frac{I}{2}\right)^2 \Rightarrow R_3 = 10\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{40 \times 40}{40 + 40} + 10 = 30\Omega$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

$$V = \epsilon - rI$$

$$\Rightarrow 12 = 15 - r \times 1/5 \Rightarrow r = 2\Omega$$

$$P = rI^2 \Rightarrow P = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4.5W$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 70)

97- گزینه «1» (غلامرضا ممی)

با توجه به اینکه  $V$  ثابت است و به کمک رابطه بین توان مصرفی، ولتاژ و مقاومت الکتریکی داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=SI} \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{R_{max}}{R_{min}}$$

بدیهی است که بیشترین مقاومت مدار  $R_{max} = 2R_1$  و کمترین مقاومت مدار، حالتی است که مقاومت‌ها به صورت موازی در مدار قرار می‌گیرند. یعنی:

$$R_{min} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 (2R_2)}{R_1 + 2R_1} = \frac{2}{3} R_1$$

و در نهایت داریم:

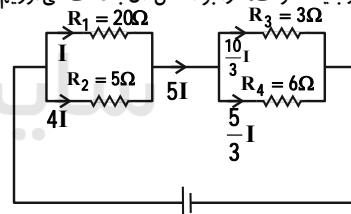
$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{2R_1}{\frac{2}{3} R_1} = 3$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)

98- گزینه «3» (عبدالرضا امینی‌نسب)

مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  با هم موازی‌اند و مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  نیز با هم موازی‌اند. جریان  $I$  را به بزرگ‌ترین مقاومت یعنی  $R_1$  نسبت داده و

جریان عبوری از بقیه مقاومت‌ها را بر اساس آن به دست می‌آوریم:



$$P_1 = R_1 I^2 = 20I^2, \quad P_2 = 5 \times 16I^2 = 80I^2$$

$$P_3 = 3 \times \frac{100}{9} I^2 = \frac{100}{3} I^2, \quad P_4 = 6 \times \frac{25}{9} I^2 = \frac{50}{3} I^2$$

مشخص است که مقاومت  $R_4$  کمترین توان را مصرف می‌کند. داریم:

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{12}{6} = 2A = \frac{5}{3} I \Rightarrow I = \frac{6}{5} A$$

آنگاه داریم:

$$I_T = 5I = 5 \times \frac{6}{5} = 6A$$

(فیزیک 2 - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های 61 تا 77)



## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینه ۲»

(پیمان فواجوی میجر)

در ترکیب های یونی نیروهای جاذبه میان یون های ناهمنام بر نیروهای دافعه بین یون های همنام غالب است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

## ۱۰۲- گزینه ۳»

(امیر ماتیان)

موارد «الف»، «ب» و «پ» نادرست است.

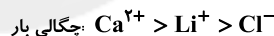
بررسی عبارت ها:

الف) نادرست - گستره دمایی مایع بودن:

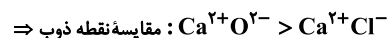
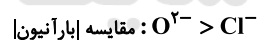


(ب) نادرست - نسبت اندازه بار به شعاع، همان چگالی بار می باشد:

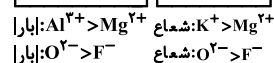
هرچه اندازه بار ↑ و شعاع یونی ↓ چگالی بار ↑



(پ) نادرست:



(ت) درست: مقایسه آنالپی فروپاشی شبکه:



(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه های ۷۶ تا ۸۱)

## ۱۰۳- گزینه ۳»

(پیمان فواجوی میجر)

فقط عبارت اول درست است.

بررسی سایر عبارت ها:

\* در الگوی دریای الکترونی، الکترون های ظرفیت دخالت دارند. مثلاً در

عناصر واسطه دوره چهارم الکترون های زیرلایه ۴s و ۳d دخالت دارند.

\* از الگوی دریای الکترونی برای توجیه ویژگی های شیمیایی فلز استفاده

نمی شود.

\* الگوی دریای الکترونی برای مواد یونی کاربرد ندارد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه های ۸۱ و ۸۲)

## ۱۰۴- گزینه ۴»

(امیر ماتیان)

سست ترین الکترون های موجود در اتم ها، دریایی از الکترون را در میان

کاتیون ها ساخته اند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه های ۸۱ تا ۸۳ و ۸۷)

## ۱۰۵- گزینه ۱»

(امیر ماتیان)

$$200 \text{ mg V} \times \frac{1 \text{ g V}}{1000 \text{ mg V}} \times \frac{1 \text{ mol V}}{51 \text{ g V}} \times \frac{1 \text{ nmole}^-}{1 \text{ mol V}}$$

$$\times \frac{96390 \text{ C}}{1 \text{ mole}^-} = 1134 \text{ C}$$

$$n = \frac{1134 \times 5 \times 51}{96390} = 3 \quad \text{V} \rightarrow \text{V}^{3+} + 3\text{e}^-$$

در نتیجه محلول حاصل سبز رنگ است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه ۸۴)

## ۱۰۶- گزینه ۳»

(پیمان فواجوی میجر)

A نیکل و B تیتانیم است. (۲۲Ti, ۲۸Ni)

عبارت های (ب) و (پ) صحیح هستند.

نیکل در دوره ۴ و گروه ۱۰ قرار دارد. (نادرستی عبارت آ)



(امیرمسین مسلمی)

110- گزینه «1»

طبق نمودار صفحه 80 کتاب شیمی 3، مقایسه مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه بلور سه ترکیب موردنظر به صورت:  $\text{LiCl} > \text{KF} > \text{NaCl}$  است.  
نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه «2»: شبکه بلور برای توصیف آرایش منظم در حالت جامد به کار می‌رود.

گزینه «3»: فروپاشی شبکه بلور، گرماگیر است.

گزینه «4»: در واکنش مذکور، روی اکسایش و وانادیم (III) کاهش می‌یابد و محلول آبی رنگ نمی‌تواند تولید شود.

(شیمی 3- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه‌های 77 تا 80 و 84)

شیمی 2

(بیمان خواجوی میر)

111- گزینه «4»

$$Q_{JA} = Q_{\text{ATP}} \cdot \Delta n$$

$$250 \times 4 / 2 \times 55 = 250 \times 2 \times (\theta_2 - 25)$$

$$\theta_2 - 25 = 115 / 5 \Rightarrow \theta_2 = 140 / 5^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 140 / 5 + 273 = 413 / 5\text{K}$$

(شیمی 2- صفحه‌های 53 تا 58)

(امیرمسین طیبی)

112- گزینه «4»

فرض می‌کنیم در این مخلوط  $m$  گرم آب و  $(60 - m)$  گرم اتانول وجود دارد.

$$Q_{\text{OH}\pm\text{H}\parallel} = Q_{\text{ATP}\pm\text{H}\parallel}$$

$$(m_{\text{H}_2\text{O}} \times c_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times c_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}) \times \Delta\theta_{\text{OH}\pm\text{H}\parallel}$$

$$= m_{\text{Al}} \times c_{\text{Al}} \times \Delta\theta_{\text{Al}}$$

$$(m \times 4 / 2 + (60 - m) \times 2 / 4) \times 19 = 15 \times 0 / 9 \times 228$$

چگالی فلز  $\text{Ti}$  22 از چگالی فولاد کمتر است. (نادرستی عبارت ت)

(شیمی 3- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه‌های 85 و 86)

(بیمان خواجوی میر)

107- گزینه «3»

مقایسه‌های صورت گرفته در موارد دوم، سوم و پنجم صحیح است.

علت نادرستی موارد دیگر:

مورد اول: در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد. پس

مقایسه:  $\text{F} < \text{Cl} < \text{Na}$  برای شعاع اتمی صحیح است.

مورد چهارم: نسبت بار به شعاع  $\text{S}^{2-}$  بزرگ‌تر از  $\text{K}^+$  است. پس مقایسه

صحیح به صورت:  $\text{Cl}^- < \text{K}^+ < \text{S}^{2-}$  است.

(شیمی 3- شیمی بلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه‌های 77 تا 79 و 87)

(مهمرضا پورجاوید)

108- گزینه «3»

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

تعیین جرم اتم‌ها با دقت زیاد توسط طیف‌سنجی جرمی انجام‌پذیر است و طیف‌سنجی فروسرخ در این رابطه قابل استفاده نیست.

از طرفی ترکیب‌های با فرمول مولکولی یکسان ممکن است با یکدیگر ایزومر بوده و دارای گروه‌های عاملی متفاوتی باشند (به عنوان مثال الکل‌ها و اترهای هم کربن با تعداد گروه‌های عاملی یکسان). در این صورت در طیف‌سنجی فروسرخ گستره متفاوتی از پرتوها را جذب خواهند کرد.

(شیمی 3- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های 93 و 94)

(امیرمسین مسلمی)

109- گزینه «1»

در آلاننده‌های خروجی از اگزوز خودرو  $\text{C}_x\text{H}_y$  نیز وجود دارد که اکسیژن ندارد.

(شیمی 3- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های 90 تا 92)



(پیمان فواپوی میر)

گزینه «1» - 115

$$5g \text{ H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2g \text{ H}_2} \times \frac{436 \text{ kJ}}{1 \text{ mol H}_2} = 1090 \text{ kJ}$$

$$1090 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{2808 \text{ kJ}} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 70 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

(شیمی 2- صفحه‌های 62 تا 67)

(روزبه رضوانی)

گزینه «4» - 116

پیوند کربن - اکسیژن در کربن مونوکسید، کربن دی‌اکسید، 2-هیتانول و دی‌متیل اتر به ترتیب  $(C \equiv O)$ ،  $(C = O)$  و  $(C - O)$  است.

با کاهش شمار مرتبه پیوندهای بین دو اتم مشخص، آنتالپی پیوند نیز کاهش می‌یابد.

(شیمی 2- صفحه‌های 65، 66 و 69)

(پیمان فواپوی میر)

گزینه «3» - 117

ترکیب داده شده یک کتون سیرنشده است و قادر به واکنش با برم هم می‌باشد.

تشریح گزینه‌های نادرست:

فرمول مولکولی این ترکیب  $C_{15}H_{20}O$  است که تعداد کل اتم‌ها در نفتالن ( $C_{10}H_8$ ) با تعداد اتم‌های هیدروژن این ترکیب برابر نیست.

فرمول سیکلوهگزان  $C_6H_{12}$  است.

جرم مولی این ترکیب  $216 \text{ g.mol}^{-1}$  است و در حدود 83 درصد جرمی آن را کربن تشکیل می‌دهد.

(شیمی 2- صفحه 69)

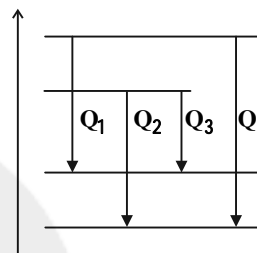
$$\Rightarrow m = 10g \Rightarrow \begin{cases} 10g \text{ A} \\ 50g \text{ B} \end{cases}$$

$$\% \text{A} = \frac{10}{50+10} \times 100 = \frac{10}{60} \times 100 = 16.67\%$$

(شیمی 2- صفحه‌های 56 تا 58)

(ممد زبلی)

گزینه «4» - 113



نکته: آنتالپی تبخیر  $H_2O(l)$  از  $C_2H_6(l)$  بیشتر است؛ در نتیجه اختلاف محتوای انرژی  $H_2O(l)$  با  $H_2O(g)$  بیشتر از اختلاف محتوای انرژی  $C_2H_6(g)$  با  $C_2H_6(l)$  است.

$$Q_2 > Q_1$$

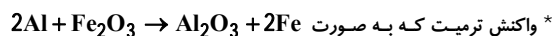
(شیمی 2- صفحه‌های 62 و 71)

(پیمان فواپوی میر)

گزینه «3» - 114

عبارت‌های «ب» و «پ» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:



\* واکنش ترمیت که به صورت  $2Al + Fe_2O_3 \rightarrow Al_2O_3 + 2Fe$  انجام می‌شود، گرماده است اما واکنش داده شده در عبارت (آ) عکس این واکنش است و گرماگیر محسوب می‌شود. واکنش اکسایش گلوکز گرماده است.

\* ضریب استوکیومتری  $O_2$  و  $CO_2$  در این واکنش برابر 6 است و حجم مواد گازی بدون تغییر خواهد بود.

(شیمی 2- صفحه‌های 60 تا 64)



حال گرمای لازم برای گرم کردن مایع را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 100 \times 3 \times 20 = 6000\text{J} = 6\text{kJ}$$

حال داریم:

$$6\text{kJ} \times \frac{1\text{mol CH}_4}{890\text{kJ}} \times \frac{16\text{g CH}_4}{1\text{mol CH}_4} \approx 0.108\text{g CH}_4$$

(شیمی 2- صفحه های 56 تا 58 و 71 و 72)

شیمی 1

(معمردرضا پورماوید)

گزینه «3» -121

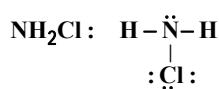
نام  $\text{SO}_2$ ،  $\text{MgO}$  و  $\text{CrS}$  به ترتیب گوگرد دی اکسید، منیزیم اکسید و

کروم (II) سولفید است.

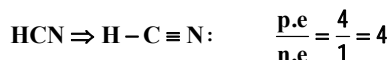
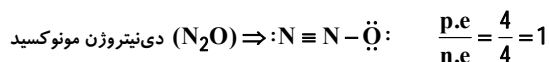
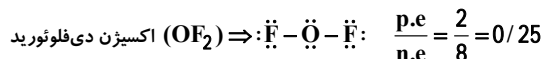
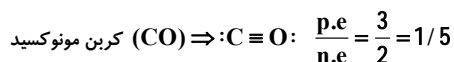
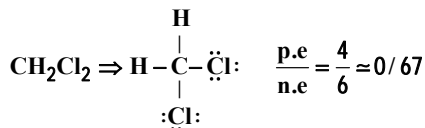
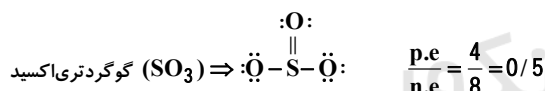
(شیمی 1- صفحه های 53 تا 55)

(امیرمسین طیبی)

گزینه «1» -122



$$\frac{n.e}{p.e} = \frac{4}{3} \approx 1/33$$



(شیمی 1- صفحه های 54 تا 56)

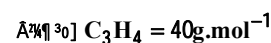
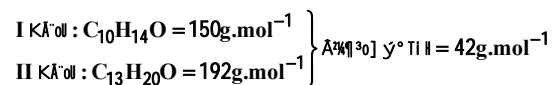
(ممیر زبئی)

گزینه «3» -118

عبارت اول درست است. در ترکیب های (I) و (II)، 3 اتم کربن به هیچ

هیدروژنی متصل نیستند.

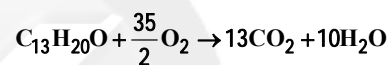
عبارت دوم نادرست است.



عبارت سوم درست است. ترکیب II دارای 37 پیوند اشتراکی و ترکیب (I)

دارای 28 پیوند اشتراکی است.

عبارت چهارم درست است.



(شیمی 2- صفحه های 68 تا 70)

(ممیر زبئی)

گزینه «3» -119

عبارت اول نادرست است. اندازه آنتالپی سوختن اتان از اتانول بیشتر است.

عبارت دوم نادرست است. در آلکن ها، با افزایش جرم مولی، ارزش سوختی

کاهش می یابد.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. اندازه آنتالپی سوختن متان از متانول بیشتر

است.

(شیمی 2- صفحه های 70 و 71)

(پیمان خواجهی میر)

گزینه «4» -120

$$\text{گرمای سوختن یک گرم پروپان} = \frac{2200}{44} = 50\text{kJ}\cdot\text{g}^{-1}$$

$$\text{آنتالپی سوختن متان} = 17/8 \times 50 = 890\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

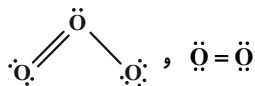
$$\Rightarrow -890\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$



عبارت دوم:  $O_3$  دارای مولکول‌های خمیده است و از آن در صنعت برای

گندزدایی میوه‌ها استفاده می‌شود.

عبارت سوم:



$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = 2$$

عبارت چهارم: اگر جرم هر کدام را برابر  $x$  گرم در نظر بگیریم:

$$\left. \begin{aligned} xgO_2 \rightarrow molO_2 = \frac{x}{32} \\ xgO_3 \rightarrow molO_3 = \frac{x}{48} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{molO_2}{molO_3} = \frac{32}{48} = 1/5$$

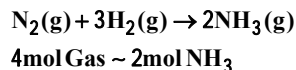
(شیمی 1- صفحه‌های 73 و 74)

(بأسر راش)

گزینه «2»

هابر واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند. سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی یک ورقه آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود؛ اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده تبدیل نخواهد شد.

بررسی گزینه «4»:



$$?LNH_3(g) = 8 / 96L\ Gas \times \frac{1mol\ Gas}{22 / 4L\ Gas} \times \frac{2mol\ NH_3}{4mol\ Gas}$$

$$\times \frac{22 / 4L\ NH_3(g)}{1mol\ NH_3} = 4 / 48L\ NH_3$$

(شیمی 1- صفحه‌های 78 تا 82)

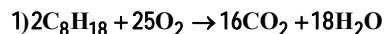
(بأسر راش)

گزینه «1»

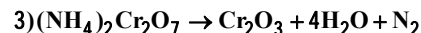
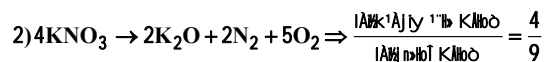
در مولکول‌ها داریم:

(امیر ماتیان)

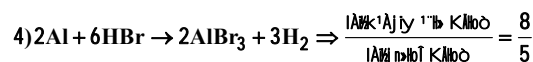
گزینه «4»



$$\Rightarrow \frac{16 \times 44}{18 \times 18} = \frac{27}{34}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{6}$$



(شیمی 1- صفحه‌های 61 تا 64)

(ممیر زینی)

گزینه «1»

بررسی گزینه‌ها:

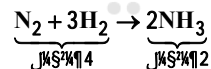
گزینه «1»: در برخی واکنش‌ها، با اینکه شمار اتم‌ها در دو طرف معادله برابر



گزینه «2»:



گزینه «3»: در واکنش موازنه شده، الزامی به برابر بودن مولکول‌ها در دو طرف معادله نیست.



گزینه «4»: در واکنش موازنه شده، مجموع جرم مواد واکنش‌دهنده با مجموع جرم مواد فرآورده برابر است.

(شیمی 1- صفحه‌های 61 تا 64)

(بأسر راش)

گزینه «4»

همه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

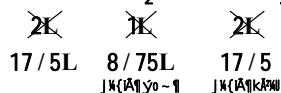
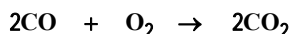
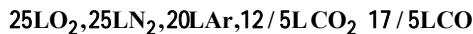
عبارت اول: عمده اکسیژن موجود در هواکره، به صورت  $O_2$  (دگرشکل

پایدارتر آن) است.



$$\text{CO} = 1 - 0/825 = 0/175 \rightarrow \% \text{CO} = 0/175 \times 100 = \% 17/5$$

با فرض به اینکه مخلوط اولیه 100 لیتر باشد:



باقی مانده  $\text{O}_2 = 25 - 8/75 = 16/25\text{L}$

در مخلوط جدید  $\text{CO}_2 = 12/5 + 17/5 = 30\text{L}$

$$\% \text{CO}_2 = \frac{30}{16/25 + 25 + 20 + 30} \times 100 = \% 33$$

(شیمی 1- صفحه‌های 77 تا 81)

(بیمان فواجوی میر)

130- گزینه «1»

فرض می‌کنیم  $a$  گرم  $\text{CH}_4$  و  $(12-a)$  گرم  $\text{O}_2$  داریم. مخلوط آن‌ها

$11/2$  لیتر حجم دارد. (یعنی  $0/5$  مول)

$$\frac{a}{16} + \frac{12-a}{32} = 0/5 \Rightarrow a = 4$$

پس  $4\text{g}$  متان و  $8\text{g}$  اکسیژن در مخلوط داریم:

$$\text{CH}_4 \text{ A} \left[ \frac{4}{12} \right] \text{K} \text{A} \text{ n} \text{ j} = \frac{4}{12} \times 100 = \% 33/3$$

(شیمی 1- صفحه‌های 79 تا 81)

شیمی 2 (اختیاری)

(مهمد وزیری)

131- گزینه «2»

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تندی (انرژی جنبشی) و ظرفیت

گرمایی ویژه مولکول‌های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B

بیشتر از A است، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده

گفته می‌شود. اما دما معیاری برای مقایسه میانگین انرژی جنبشی یا میانگین

(مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی) = (مجموع الکترون‌های ظرفیتی)

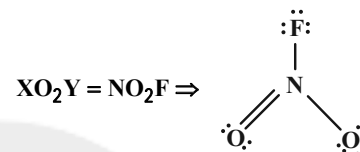
$$X \text{ } \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \\ \text{V} \\ \text{VI} \\ \text{VII} \\ \text{VIII} \\ \text{IX} \\ \text{X} \end{array} \right\} \cdot \text{I} \text{I} \text{I} + 3(6) + 1(1) = 5(2) + 7(2)$$

$$\Rightarrow X = 24 - 19 = 5 \Rightarrow X \text{ از دوره دوم و گروه 15 است. } \Rightarrow X = 7\text{N}$$

$$2(Y \text{ } \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \\ \text{V} \\ \text{VI} \\ \text{VII} \\ \text{VIII} \\ \text{IX} \\ \text{X} \end{array} \right\} \cdot \text{I} \text{I} \text{I}) + 1(6) = 2(2) + 8(2) = 20$$

$$\Rightarrow Y = \frac{20-6}{2} = 7 \Rightarrow Y \text{ از دوره دوم و گروه 17 است.}$$

$$\Rightarrow Y = 9\text{F}$$



$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{8}{4} = 2$$

(شیمی 1- صفحه‌های 55 و 56)

(مهمد رضا پورجاوید)

128- گزینه «4»

از آنجا که دما و فشار همه نمونه‌های گازی یکسان است، می‌توان گفت حجم آن‌ها با تعداد مول‌شان رابطه مستقیم دارد. به این ترتیب با تعیین تعداد مول گازها، می‌توان حجم آن‌ها را نیز با یکدیگر مقایسه کرد:

$$\text{N}_2\text{O}_4 : 3/01 \times 10^{22} \text{ } \left[ \frac{1 \text{ mol}}{6/02 \times 10^{23}} \right] = 0/05 \text{ mol}$$

$$\text{Ar} : 30\text{g} \times \frac{1 \text{ mol}}{40\text{g}} = 0/75 \text{ mol}$$

$$\text{CO} : 7\text{g} \times \frac{1 \text{ mol}}{28\text{g}} = 0/25 \text{ mol}$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 : 0/9 \text{ mol}$$

(شیمی 1- صفحه‌های 77 تا 79)

(روزبه رضوانی)

129- گزینه «1»

$$\text{CO}_2 = 0/125, \text{Ar} = 0/2, \text{O}_2 = 0/25, \text{N}_2 = 0/25$$

$$\Rightarrow \text{I} \text{I} \text{I} = 0/825$$





(مهمترین مسئله: ماده مقرر)

134- گزینه «2»

بررسی گزینه‌ها:

(1) فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر در بدن گرماده است.

(2) فرایند هم‌دم شدن بستنی با بدن گرماگیر بوده، اما فرایند سوخت و ساز

آن گرماده است.

(3) میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها وابسته به دما است. در دمای ثابت، میانگین

انرژی جنبشی ذره‌ها به میزان قابل توجهی تغییر نمی‌کند.

(4) واکنش اکسایش گلوکز در بدن گرماده بوده اما فرایند فتوسنتز گرماگیر است.

(شیمی 2، صفحه‌های 54 تا 56 و 58 تا 61)

(بعضی ریاضی)

135- گزینه «1»

ابتدا انرژی آزاد شده از سوختن 50 گرم شکلات را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5 : 50 \times \frac{5}{100} = 2.5 \text{ g} \\ \text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11} : 50 \times \frac{10}{100} = 5 \text{ g} \\ \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} : 50 \times \frac{5}{100} = 2.5 \text{ g} \end{array} \right\} \rightarrow \text{آنتالپی کل سوختن}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2.5 \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 42.5 \text{ kJ} \\ 5 \text{ g} \times 38 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 190 \text{ kJ} \\ 2.5 \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 42.5 \text{ kJ} \end{array} \right\} 42.5 + 190 + 42.5 = 275 \text{ kJ}$$

اکنون میزان انرژی که صرف بالا رفتن دمای 500 گرم آب به اندازه  $20^\circ\text{C}$ 

می‌شود، را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 500 \times 4.2 \times 20 = 42000 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

درصد گرمای حاصل از سوختن شکلات که صرف افزایش دمای آب شده

است، برابر است با:

$$\text{درصد گرمای مورد نظر} = \frac{42}{275} \times 100 = 15.27\%$$

(شیمی 2، صفحه‌های 56 تا 58 و 70 و 71)

تندی ذره‌های سازنده یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی یکسانی داشته باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد.

(شیمی 2، صفحه‌های 54 تا 56)

132- گزینه «2» (مهمترین مسئله: ماده مقرر)

رابطه میان جرم، حجم و چگالی به صورت زیر است:

$$d = \frac{m(\text{g})}{V(\text{cm}^3)}$$

بنابراین، می‌توان در رابطه گرمای مبادله شده به جای  $m$  از حاصل ضرب  $d.V$  استفاده نمود.

گرمای مبادله شده بر حسب ژول برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = dVc\Delta\theta = 7/8 \times 21 \times 0.45 \times 10 = 737.1 \text{ J}$$

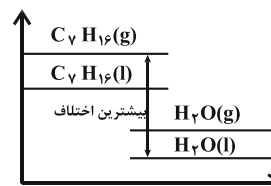
حال برای تبدیل آن به کالری داریم:

$$737.1 \text{ J} \times \frac{1 \text{ cal}}{4.2 \text{ J}} = 175.5 \text{ cal}$$

(شیمی 2، صفحه‌های 56 تا 58)

133- گزینه «2» (سیرمهمتر معروضی)

در یک واکنش، هرچه اختلاف سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها بیشتر باشد، انرژی مبادله شده بیشتر خواهد بود. با توجه به اینکه واکنش سوختن گرماده است و از طرفی سطح انرژی ماده در حالت فیزیکی گاز بیشتر از مایع است، داریم:



بنابراین واکنش «2» بیشترین انرژی آزاد شده را دارد.

(شیمی 2، صفحه‌های 58 تا 62)

(مینا شرافتی پور)

139- گزینه «3»

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در دورهٔ دوم گازهای دو اتمی  $N_2$ ،  $O_2$  و  $F_2$  وجود دارند. پیوند بین

اتم‌های F یگانه، پیوند بین اتم‌های O دوگانه و پیوند بین اتم‌های N

سه‌گانه است. بنابراین ترتیب آنتالپی پیوند به‌صورت زیر است:

پیوند آنتالپی پیوند:  $N \equiv N > O = O > F - F$ ب) گرافیت پایدارتر از الماس است و علامت  $\Delta H$  در تبدیل گرافیت به

الماس مثبت است.

پ) واکنش: سوختن متان گرماده است، نه عکس آن!

(شیمی 2، صفحه‌های 62 و 64 تا 67)

(مهمرسن مهمرزاده‌مقدم)

140- گزینه «2»

اگر آنتالپی پیوند  $H-H$  را برابر  $x$  و آنتالپی پیوند  $N-N$  را برابر  $y$ 

در نظر بگیریم داریم:

واکنش دوم:

 $\Delta H = [ \text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها} ] - [ \text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها} ]$ 

$$-92 = [946 + 3x] - [6 \times 391]$$

$$\Rightarrow x = 436 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

واکنش اول:

 $\Delta H = [ \text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها} ] - [ \text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها} ]$ 

$$\Rightarrow +91 = [946 + 2(436)] - [y + 4(391)]$$

$$y = 163 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی 2، صفحه‌های 62، 65 تا 68)

(مهمرسن مهمرزاده‌مقدم)

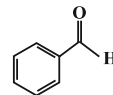
136- گزینه «3»

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

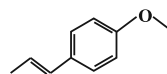
الف) ترکیب آلی موجود در بادام بنزآلدهید نام دارد و ساختار آن به صورت

زیر است.



ت) فرمول ساختاری ترکیب آلی موجود در رازیانه به‌صورت زیر بوده و گروه

عاملی اتری دارد.



(شیمی 2، صفحه‌های 68 و 69)

(سیرمهمر معروفی)

137- گزینه «2»

 $\Delta H = [ \text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها} ] - [ \text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها} ]$ 

$$\Delta H = \Delta H(H-H) + \Delta H(Cl-Cl) - 2\Delta H(H-Cl)$$

$$\Delta H = 436 + 242 - (2 \times 431) = -184 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

زمانی که یک گرم  $H_2$  در فرایند به‌طور کامل مصرف شود، خواهیم داشت:

$$1 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{-184 \text{ kJ}}{1 \text{ mol H}_2} = -92 \text{ kJ}$$

(شیمی 2، صفحه‌های 65 تا 68)

(سالار ملکی)

138- گزینه «1»

گرمای حاصل از سوختن یک گرم از هر یک از هیدروکربن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$1) \quad 1 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{30 \text{ g}} \times \frac{-1560 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -52 \text{ kJ}$$

$$2) \quad 1 \text{ g C}_3\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{42 \text{ g}} \times \frac{-2058 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -49 \text{ kJ}$$

$$3) \quad 1 \text{ g C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol}}{28 \text{ g}} \times \frac{-1410 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -50/35 \text{ kJ}$$

$$4) \quad 1 \text{ g C}_2\text{H}_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{26 \text{ g}} \times \frac{-1300 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -50 \text{ kJ}$$

(شیمی 2، صفحه‌های 70 و 71)



حال برای محاسبه مقدار  $\sin \frac{\pi}{8}$  از فرمول مثلثاتی  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$  استفاده می‌کنیم:

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

توجه شود که چون  $\frac{\pi}{8}$  کمانی در ناحیه اول است، پس  $\sin \frac{\pi}{8}$  مثبت است

به همین دلیل جذر مثبت عدد  $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$  محاسبه شده است.

$$A = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{8}$$

(مسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

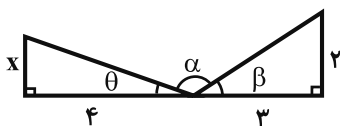
(انظم ابلالی)

144- گزینه «1»

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\beta + \theta)$$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ - (\beta + \theta)) \Rightarrow \tan \alpha = -\tan(\beta + \theta)$$

$$-\frac{4}{3} = -\frac{\tan \beta + \tan \theta}{1 - \tan \beta \tan \theta}$$



از طرف دیگر با توجه به شکل  $\tan \theta = \frac{x}{4}$  و  $\tan \beta = \frac{2}{3}$  است.

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} = -\frac{\frac{2}{3} + \frac{x}{4}}{1 - (\frac{2}{3})(\frac{x}{4})} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8 + 3x}{12 - 2x} \Rightarrow x = \frac{24}{17}$$

(مسابان 2- مثلثات: صفحه 42)

(سامان سلامیان)

145- گزینه «1»

روش اول: با تغییر متغیر  $\sin x = t$  داریم:

$$4t^3 + 7t = 11$$

می‌بینیم  $t = 1$  تساوی را برقرار می‌کند. از طرفی چون  $4t^3$  و  $7t$  دو تابع اکیداً صعودی‌اند، جمع آنها نیز اکیداً صعودی است. پس خط افقی  $y = 11$  را فقط در همان  $t = 1$  قطع می‌کند و معادله ریشه دیگری ندارد. پس داریم:

$$t = \sin x = 1$$

که تنها یک نقطه روی دایره مثلثاتی را نشان می‌دهد.

### حسابان 2 - اختیاری

(مهمروزی وزیری)

141- گزینه «1»

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x - y) = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x - y = \frac{\pi}{6}$$

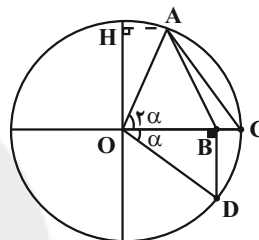
(مسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

(سعید تن‌آرا)

142- گزینه «1»

می‌دانیم  $OB = \cos \alpha$  و لذا  $BC = 1 - \cos \alpha$ . ارتفاع مثلث  $ABC$

برابر  $OH$  است که از رابطه  $OH = \sin 2\alpha$  به دست می‌آید.



بنابراین:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times OH = \frac{1}{2} (1 - \cos \alpha) \sin 2\alpha$$

$$S_{OBD} = \frac{1}{2} OB \times BD = \frac{1}{2} \cos \alpha \sin \alpha$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{OBD}} = \frac{(1 - \cos \alpha) \sin 2\alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{(1 - \cos \alpha) 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 2(1 - \cos \alpha) = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

(مسابان 1- مثلثات: صفحه‌های 110 تا 112)

(سیار داوطلب)

143- گزینه «3»

برای حل سؤال از فرمول مثلثاتی  $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$  استفاده

می‌کنیم:

$$A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos 2x}{\frac{2}{\sin 2x}} = \frac{\sin 2x \times \cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \sin 4x$$

حال به ازای  $x = \frac{\pi}{32}$  خواهیم داشت:

$$A = \frac{1}{4} \sin\left(4 \times \frac{\pi}{32}\right) = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8}$$



(سروش موئینی)

148- گزینه «3»

اگر به جای  $\sin^2 x$  بنویسیم  $1 - \cos^2 x$  داریم:

$$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1$$

$$= -2\cos^2 x - \cos x + 2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = -1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

در فاصله  $(0, 2\pi)$ ،  $\cos x$  دو بار به  $\frac{1}{2}$  و یک بار به  $-1$  می‌رسد. در

نتیجه 3 جواب داریم.

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

(سروش موئینی)

149- گزینه «3»

$$(1 + \cos x)(1 + \cos 2x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} 2\cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \frac{x}{2} \cos^2 x = \frac{1}{16}$$

$$\frac{\times \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} \neq 0 \text{ شرط}} \rightarrow \underbrace{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}_{\cos^2 x} = \frac{1}{16} \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} \sin x\right)^2 \cos^2 x = \frac{1}{4} \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{16} \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \frac{x}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ \frac{5}{2}x = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

پس  $2x = k\pi \pm \frac{x}{2}$  و در نتیجه:پس در فاصله  $(0, 2\pi)$  جواب‌های  $\frac{8\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$  را

داریم.

جمع جواب‌ها می‌شود:  $6\pi$ 

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

(سعید جعفری کافی آبار)

150- گزینه «4»

$$\tan 4x = \cot\left(\frac{\pi}{3} + 4x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - 4x\right)$$

$$\Rightarrow \tan 4x = \tan\left(\frac{\pi}{6} - 4x\right)$$

$$\Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{6} - 4x \Rightarrow 8x = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{48}$$

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

روش دوم:  $t=1$  ریشه معادله  $4t^3 + 7t - 11 = 0$  است. بنابراین $(t-1)$  در تجزیه آن عبارت وجود دارد. یعنی:

$$4t^3 + 7t - 11 = (t-1)(4t^2 + 4t + 11) = 0$$

عبارت  $4t^2 + 4t + 11$  همواره مثبت است و ریشه ندارد ( $\Delta < 0$ ). بنابراین تنها ریشه معادله همان  $t=1$  است.

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

(سروش موئینی)

146- گزینه «1»

$$\sin 3x = -\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + 2x \\ 3x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ 5x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{10} = \frac{(4k-1)\pi}{10} \end{cases}$$

با توجه به جواب‌های بدست آمده، بیش‌ترین جواب مورد نظر به‌ازای

 $k=2$ ، برابر  $\frac{7\pi}{10}$  است.

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)

(میلاد ساری لاریجانی)

147- گزینه «4»

$$\cos 2x + 1 = \cot x \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 1 = \cot x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow 2\cos^2 x \sin x = \cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x \sin x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x(2\sin x \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x(\sin 2x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

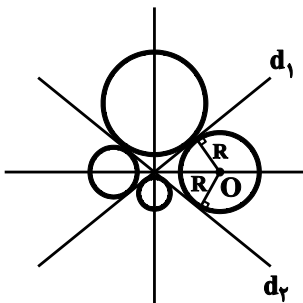
هیچ کدام، ریشهٔ مخرج  $\cot x$  نمی‌باشند. پس همه قابل قبول هستند.

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = 2\pi + \frac{3\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

(مسئله 2- مثلثات: صفحه‌های 35 تا 44)



زاویه بین خط قرار دارد که می‌دانیم نیمسازهای زوایای بین دو خط متقاطع، دو خط عمود برهم است.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(سیرممد رضا حسینی فرد)

گزینه ۲» ۱۵۵

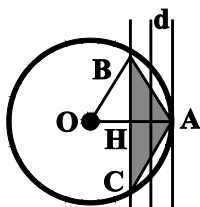
نقاطی از صفحه که به فاصله یک واحد از خط  $d$  قرار دارند، روی دو خط موازی با  $d$  در دو طرف آن قرار دارند، پس یکی از این خطها بر دایره مماس است و مطابق شکل داریم:

$$OA = 5, AH = 2 \Rightarrow OH = 3$$

$$\triangle OHB: BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = 4$$

$$\Rightarrow BC = 2BH = 8$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = 8$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(اخشین فاضله‌فان)

گزینه ۴» ۱۵۶

می‌دانیم اگر درایه‌های هر سطر یا ستون یک ماتریس مربعی را در عددی ضرب کنیم، دترمینان آن ماتریس نیز در همان عدد ضرب می‌شود. سطر اول در ۱، سطر دوم در ۲ و سطر سوم در ۳ ضرب می‌شود و دترمینان نهایی برابر  $|A| = 6|A| = 3 \times 2|A|$  می‌گردد. پس کافی است دترمینان ماتریس  $A$  را محاسبه کرده و سپس آن را در ۶ ضرب کنیم. با استفاده از دستور ساروس داریم:

هندسه ۳- اختیاری

گزینه ۳» ۱۵۱

(امیرحسین ابومصوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = [5] \Rightarrow |AB| = 5$$

$$BA = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

برای محاسبه دترمینان ماتریس  $BA$ ، اگر از  $(-2)$  در سطر اول فاکتور بگیریم، آنگاه سطرهای اول و دوم کاملاً یکسان هستند و در نتیجه دترمینان این ماتریس برابر صفر است. در نتیجه داریم:

$$|BA| - |AB| = 0 - 5 = -5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۰)

(رضا عباسی اصل)

گزینه ۲» ۱۵۲

$$|A| = 2 \times 2 - 1 \times 3 = 1$$

$$|4A^3| = 4^3 |A|^3 = 16 \times 1 = 16$$

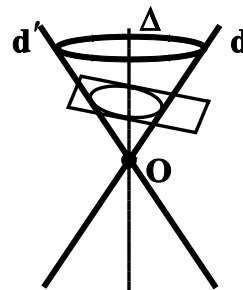
$$\left| \frac{1}{8} A^3 \right| = \left| \frac{1}{8} A \times 16 \right| = |2A| = 2^2 |A| = 2^2 \times 1 = 4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(ممد هیری)

گزینه ۱» ۱۵۳

با ثابت نگه داشتن خط  $\Delta$  و دوران خط  $D$  حول  $\Delta$ ، یک رویه مخروطی به دست می‌آید. (این رویه مخروطی از هر دو طرف نامحدود است) اگر صفحه  $P$  فقط یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند و بر محور  $\Delta$  عمود نباشد و با مولد  $d$  نیز موازی نباشد، بیضی پدید می‌آید.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

(علی ایمانی)

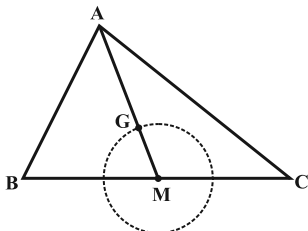
گزینه ۳» ۱۵۴

مطابق شکل اگر  $O$  مرکز دایره‌ای باشد، که بر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  مماس باشد، فاصله  $O$  از خطوط  $d_1$  و  $d_2$  یکسان است، پس  $O$  روی نیمساز



(امیرحسین ابومصوب)

۱۵۹- گزینه «۴»



فرض کنید مثلث  $ABC$  رسم شده و  $G$  نقطه هم‌رسمی میانه‌های این مثلث باشد. می‌دانیم میانه‌های یک مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین  $GM = \frac{1}{3}AM$  است و با توجه به ثابت بودن طول میانه  $AM$ ، طول پاره خط  $GM$  نیز ثابت است. از طرفی با توجه به ثابت بودن ضلع  $BC$ ، نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  نیز ثابت است. بنابراین مکان هندسی نقطه هم‌رسمی میانه‌های مثلث  $ABC$ ، روی دایره‌ای به مرکز  $M$  و به شعاع  $\frac{1}{3}AM$  قرار دارد. (به جز نقاط برخورد این دایره با ضلع  $BC$  یا امتداد آن).

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(مهم هیری)

۱۶۰- گزینه «۱»

دترمینان ماتریس  $A$  را محاسبه می‌کنیم:

$$|A| = (|A|+1)(|A|-1) - (2|A|-1)(|A|-2)$$

$$\Rightarrow (|A|)^2 - 4|A| + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (|A|-1)(|A|-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A|=1 \\ |A|=3 \end{cases}$$

$$|A|=1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{قابل قبول نیست چون یکی از درایه‌ها منفی است})$$

$$|A|=3 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس مجهولات را به دست می‌آوریم:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 \\ -13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{13}{3} \end{bmatrix}$$

$$x + y = \frac{4}{3} - \frac{13}{3} = -\frac{9}{3} = -3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = (0+16-3) - (0-4+18) = -1$$

$$\Rightarrow 6|A| = -6$$

چون دترمینان یک ماتریس قطری برابر حاصل‌ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است، بنابراین گزینه «۴» جواب این سؤال خواهد بود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

ابتدا دترمینان داده شده را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2-x) - 1(x^2-1) + x(x^2-x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1) - (x-1)(x+1) + x^2(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)[x^2-x-1+x^2] = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2-x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2-x-1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۵۸- گزینه «۳»

(عباس اسدی امیرآبادی)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های  $3 \times 3$  داریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-3+0+4k) - (0-6-2k) = 0 \Rightarrow 6k+3=0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ k & 1+a & -2+b \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [-3(1+a) + 0 + 4k] - [0 + 3(-2+b) - 2k] = 0$$

$$\Rightarrow (-3-3a+4k) - (-6+3b-2k) = 0$$

$$\Rightarrow 6k+3-3(a+b) = 0 \Rightarrow -3(a+b) = 0 \Rightarrow a+b=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)



## ریاضیات گسسته - اختیاری

161- گزینه 2»

(نیلوفر مهری)

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله  $ax + by = c$  جواب داشته باشد آن است که  $(a,b) | c$ ، یعنی  $(a,b) | 42$  و  $(a,b) | 28$ .

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های 42 انتخاب کنیم که مقسوم علیه 28

نباشند، در نتیجه داریم:  $(a,b) = 3$  یا  $6$  یا  $21$  یا  $42$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های 26 و 27)

162- گزینه 1»

(پوژ ماتمی)

$$7x + 9y = 59 \Rightarrow 9y \equiv 59 \pmod{7} \Rightarrow 2y \equiv 3 \pmod{7}$$

$$\xrightarrow{(2,7)=1} y \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow y = 7k + 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7x + 9(7k + 5) = 59 \Rightarrow 7x = -63k + 14 \Rightarrow x = -9k + 2$$

$$\left. \begin{array}{l} y > 0 \Rightarrow 7k + 5 > 0 \Rightarrow k > -\frac{5}{7} \\ x > 0 \Rightarrow -9k + 2 > 0 \Rightarrow k < \frac{2}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{5}{7} < k < \frac{2}{9} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0$$

بنابراین معادله سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های 26 تا 29)

163- گزینه 4»

(مهم مهری)

اگر تعداد سؤالات 7 امتیازی را با  $x$  و تعداد سؤالات 12 امتیازی را با  $y$

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$7x + 12y = 175 \Rightarrow 7x \equiv 175 \pmod{12} \xrightarrow{(7,12)=1} x \equiv 25 \pmod{12} \Rightarrow x = 12k + 1$$

$$\Rightarrow x = 12k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7(12k + 1) + 12y = 175 \Rightarrow 12y = -84k + 168$$

$$\xrightarrow{+12} y = -7k + 14$$

تعداد سؤالات پاسخ داده شده عددی حسابی است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow 12k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{12} \\ y \geq 0 \Rightarrow -7k + 14 \geq 0 \Rightarrow k \leq 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \leq k \leq 2$$

بنابراین امتیاز 175 به 3 طریق قابل دست‌یابی بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های 26 تا 29)

164- گزینه 2»

(مهری و قوی)

$$(3a + 2)x + (2a - 3)y = 39$$

$$\xrightarrow{\text{شرط وجود جواب در } \mathbb{Z}} (3a + 2, 2a - 3) | 39$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 3a + 2 \xrightarrow{\times 2} d | 6a + 4 \\ d | 2a - 3 \xrightarrow{\times (-3)} d | -6a + 9 \end{cases} \Rightarrow (3a + 2, 2a - 3) = d \text{ فرض}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} d | 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

چون 39 | 13 و 39 | 1، پس با توجه به شرط وجود جواب در  $\mathbb{Z}$ ، این معادله

در  $\mathbb{Z}$  همواره دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های 9 تا 14 و 26)

165- گزینه 3»

(امیرمسین ابومصوب)

به گرافی که برای یال‌های آن جهت تعیین شده باشد، گراف جهت‌دار

می‌گوییم. در این حالت برای نمایش اینکه جهت یال از سمت کدام رأس به

سمت کدام رأس است، یال‌ها را با زوج مرتب نمایش می‌دهیم که عضو اول

هر زوج مرتب، رأس ابتدا و عضو دوم، رأس انتها است. بنابراین مجموعه

یال‌های گراف  $G$  به صورت زیر است.

$$E(G) = \{(a,b), (a,d), (c,b), (c,d), (d,a)\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی، صفحه 34)



166- گزینه «1»

(مبشره ضرابیه)

$N_G[x]$  همسایگی بسته رأس  $x$  است، بنابراین شامل رأس  $x$  می‌باشد.

یعنی  $x$  باید به مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  تعلق داشته باشد. ولی با توجه به

نمودار گراف، تمام رئوس  $a, b, c, d$  با رأس  $e$  مجاور هستند و مجموعه

همسایگی بسته آنها لزوماً شامل رأس  $e$  نیز خواهد بود، پس به ازای هیچ

رأس  $x$  همسایگی بسته این رأس برابر  $\{a, b, c, d\}$  نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه 36)

167- گزینه «4»

(مبشره ضرابیه)

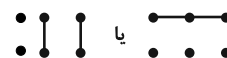
حالت‌های ممکن برای چنین گرافی عبارت‌اند از:

$$1) p = 12, q = 1$$



مطابق شکل، تنها یک گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$$2) p = 6, q = 2$$



مطابق شکل، دو گراف با این مشخصات قابل رسم است.

$$3) p = 4, q = 3$$



مطابق شکل، سه گراف با این مشخصات قابل رسم است.

بنابراین در مجموع 6 گراف وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازه آنها

برابر 12 باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه‌های 32 تا 36)

168- گزینه «1»

(علیرضا شریف‌نظیری)

به گرافی که درجه تمامی رئوس آن برابر باشد، گراف منتظم گفته می‌شود.

در هر گراف  $r$  منتظم، رابطه  $rp = 2q$  برقرار است. (همان درجه هر

راس است)

داریم:

$$rp = 2q \rightarrow rp = 2 \times 16$$

$$\rightarrow rp = 32 = 1 \times 32 = 2 \times 16 = 4 \times 8$$

با توجه به آن که  $r < p$  است، تنها دو مقدار زوج 2 و 4 برای  $r$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه 35)

169- گزینه «2»

(مرتضی فهیم علوی)

رأس تنها به رأسی گفته می‌شود که درجه آن صفر باشد، یعنی هیچ یالی به

آن متصل نباشد. با توجه به این تعریف، گرافی از مرتبه 8 نمی‌تواند 7 رأس

تنها داشته باشد، چون در این صورت رأس دیگر گراف نیز لزوماً از درجه

صفر خواهد بود، یعنی گراف تهی بوده و دارای 8 رأس تنها است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه 35)

170- گزینه «4»

(علی ایمانی)

فرض کنید رأس  $x$  با رأس 1 مجاور باشد. در این صورت داریم:

$$1 + x \equiv 0 \Rightarrow x \equiv -1 \equiv 2 \pmod{x \in V} \Rightarrow x = 2, 5, 8$$

از طرفی مجموعه همسایگی بسته هر رأس، شامل خود آن رأس نیز می‌شود،

بنابراین داریم:

$$N_G[1] = \{1, 2, 5, 8\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی، صفحه 36)



## فیزیک 3 - اختیاری

175- گزینه «1»

(غلامرضا مویی)

سوی مثبت محور را به طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[t=10s]{\Delta y=-100m} -100 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 100 = 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f_D = 80N$$



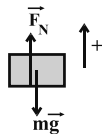
(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 36 و 37)

176- گزینه «2»

(عبدهالرضا امینی نسب)

اگر جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض کنیم، شتاب حرکت آسانسور در طی مدت 5s برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 10 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$



با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت جسم داخل آسانسور، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N - 10 \times 10 = 10 \times (-2) \Rightarrow F_N = 80N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 39)

177- گزینه «2»

(بابک اسلامی)

جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی  $\vec{F}$  و افزایش اندازه آن، جسم همچنان ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی  $\vec{F}$  خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می‌رسد، با کمی افزایش نیروی  $\vec{F}$ ، جسم شروع به حرکت می‌کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت می‌شود. بنابراین مطابق نمودار، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با 14N و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با 10N است. داریم:

177- گزینه «4»

(غلامرضا مویی)

در مسیر مستقیم در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتاب‌دار کندشونده خواهد بود.

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 34)

172- گزینه «3»

(بهادر کامران)

وقتی کامیون ترمز می‌کند، وزنه آونگ به سبب تمایل به حفظ حرکت اولیه خود، به سمت جلو منحرف می‌شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 32)

173- گزینه «1»

(غلامرضا مویی)

برای یافتن نیروی خالص، ابتدا  $a$  را از روی معادله حرکت می‌یابیم. سپس در رابطه  $F_{net} = ma$  قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t + b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

اندازه نیروی خالص برابر است با:

$$F_{net} = ma = 5 \times 4 = 20N$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)

174- گزینه «2»

(غلامرضا مویی)

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برآیند چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازه نیروی خالص برابر با اندازه همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma = m \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \xrightarrow[m=5kg, \Delta t=2s]{F_{net}=25N} 5 \times \frac{|\Delta v|}{2} = 25$$

$$\Rightarrow |\Delta v| = 10 \frac{m}{s}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 32 تا 34)

(تایک اسلامی)

179- گزینه «2»

از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازه نیروی کشسانی یکسان، افزایش طول فنر (2)، دو برابر افزایش طول فنر (1) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_2}{(F_e)_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{2}$$

وقتی وزنه‌ای به فنر می‌بندیم و آن را آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = 0 \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

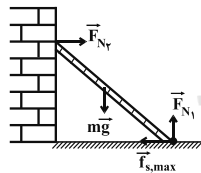
(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 43 و 44)

(عبدالرضا امینی نسب)

180- گزینه «1»

چون نردبان در آستانه سر خوردن (حرکت) است، بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg = 200\text{N} \\ (F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,\text{max}} \quad (*) \end{cases}$$



اندازه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_{N_1} = 0/75 \times 200 = 150\text{N}$$

$$\xrightarrow{(*)} F_{N_2} = f_{s,\text{max}} = 150\text{N} \quad \text{بنابراین:}$$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم  $\vec{F}_{N_1}$  و  $\vec{f}_{s,\text{max}}$  بر نردبان وارد

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,\text{max}}^2} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250\text{N} \quad \text{می‌شود، بنابراین:}$$

$$\frac{F_{N_2}}{R} = \frac{150}{250} = \frac{3}{5} \quad \text{در نهایت می‌توان نوشت:}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 46)

$$f_{s,\text{max}} = 14\text{N} \Rightarrow \mu_s F_N = 14\text{N}$$

$$f_k = 10\text{N} \Rightarrow \mu_k F_N = 10\text{N}$$

$$\Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,\text{max}}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

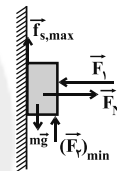
(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 37 تا 43)

(سعید شرق)

178- گزینه «1»

بسته به اندازه نیروی قائم  $\vec{F}_2$ ، جسم می‌تواند در آستانه حرکت به سمت پایین یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120\text{N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 30\text{N}$$

$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{\text{min}} + f_{s,\text{max}} = mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{\text{min}} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{\text{min}} = 10\text{N}$$

اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:

$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120\text{N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0/25 \times 120 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 30\text{N}$$

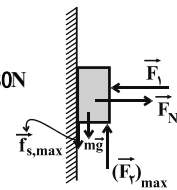
$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow (F_2)_{\text{max}} = f_{s,\text{max}} + mg$$

$$\Rightarrow (F_2)_{\text{max}} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_2)_{\text{max}} = 70\text{N}$$

بنابراین اختلاف اندازه بیشترین و کمترین مقدار نیروی  $\vec{F}_2$  برای اینکه جسم در آستانه حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_2 = 70 - 10 = 60\text{N}$$

(فیزیک 3- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های 30 تا 43)





## شیمی 3 (اختیاری)

181- گزینه «2»

(مرتضی خوش کیش)

در واکنش میان فلز و نافلز، فلزها اغلب نقش کاهنده و نافلزها اغلب نقش اکسنده را ایفا می کنند.

(شیمی 3، صفحه های 37 تا 40)

182- گزینه «2»

(یعقوب رهیمی)

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت ها:

عبارت «الف»: در این فرایند فلز روی اکسایش و یون های هیدرونیوم کاهش می یابند، بنابراین روی کاهنده است و کاتیون های  $H^+$  را کاهش می دهد.

عبارت «ب»: افزایش دمای محلول، نشان دهنده گرماده بودن این واکنش است، در واکنش های گرماده پایداری فرآورده ها از واکنش دهنده ها بیشتر است.

عبارت «پ»: هر اتم روی با از دست دادن دو الکترون به یون  $Zn^{2+}$  تبدیل می شود.

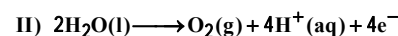
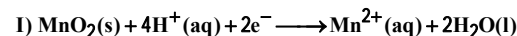
عبارت «ت»: یون های  $H^+$  با گرفتن الکترون به گاز هیدروژن تبدیل می شوند. بنابراین، غلظت  $H^+$  محلول کاهش و pH محلول افزایش می یابد.

(شیمی 3، صفحه های 39 تا 42)

183- گزینه «4»

(محمدرضا پور جاوید)

معادله موازنه شده نیم واکنش ها به صورت زیر است:



بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «1»: نیم واکنش «I» از نوع کاهش و نیم واکنش «II» از نوع اکسایش است.

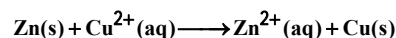
گزینه «2»: تعداد الکترون های مبادله شده در نیم واکنش «I» به ازای هر مول  $MnO_2$ ، نصف تعداد الکترون های مبادله شده در نیم واکنش «II» به ازای هر مول  $O_2$  است.

گزینه «3»: با توجه به ضریب های استوکیومتری در واکنش «II»، به ازای مصرف دو مول آب، چهار مول الکترون مبادله می شود.

(شیمی 3، صفحه های 39 و 40)

184- گزینه «2» (محمدرضا پور جاوید)

واکنش انجام شده عبارت است از:



با توجه به جرم Zn اکسایش یافته خواهیم داشت:

$$?g Cu = 13g Zn \times \frac{1mol Zn}{65g Zn} \times \frac{1mol Cu}{1mol Zn} \times \frac{64g Cu}{1mol Cu} = 12/8g Cu$$

Zn اکسید شده (13 گرم) وارد محلول شده و 12/8 گرم Cu تولید شده

بر روی این تیغه می نشیند. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$13 - 12/8 = 0/2g \text{ کاهش جرم}$$

(شیمی 3، صفحه های 40 تا 42)

185- گزینه «2» (محمدرسن مومرزاده مقدم)

بررسی تمام گزینه ها:

گزینه «1»: از آنجایی که قدرت کاهندگی Mg بیشتر از Cu است، تیغه

Mg در محلول (I) با  $Cu^{2+}$  واکنش داده و به تدریج یون های  $Mg^{2+}$ 

وارد محلول می شود.

گزینه «2»: در محلول (ب) هیچ واکنشی رخ نمی دهد؛ زیرا قدرت کاهندگی  $Cu < Zn$  است.

گزینه «3»: به دلیل انجام واکنش اکسایش - کاهش در محلول (I)، دمای

محلول پس از مدتی افزایش می یابد. اما دمای محلول (ب) ثابت می ماند.



$$emf = E_{KCl}^{\ominus} - E_{K_2A}^{\ominus} \Rightarrow 0/16 = E^{\circ}(X^{2+}/X) - (-0/41)$$

$$\Rightarrow E^{\circ}(X^{2+}/X) = -0/25V$$

حال در واکنش دوم داریم:

$$emf = E_{KCl}^{\ominus} - E_{K_2A}^{\ominus} = 0/34 - (-0/25) = 0/59V$$

(شیمی 3، صفحه‌های 46 تا 48)

(مهم‌ترین ممبرزاده‌مقدم)

گزینه «1» -189

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «1»: درست. زیرا،  $E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn)$  کوچکتر از

$E^{\circ}(Cd^{2+}/Cd)$  است، بنابراین با قرار دادن تیغه روی اتم‌های آن به

یون  $Zn^{2+}$  تبدیل شده و یون‌های  $Cd^{2+}$  به اتم  $Cd$  تبدیل می‌شوند.

گزینه «2»: نادرست. مقایسه قدرت کاهندگی این فلزها با توجه به  $E^{\circ}$  آنها

به صورت  $Zn > Cd > Sn > Pt$  است.

گزینه «3»: نادرست. کاتیون  $Pt^{2+}$  از سه کاتیون دیگر داده شده

اکسنده‌تر است.

گزینه «4»: نادرست:

$$emf = E^{\circ}(Pt^{2+}/Pt) - E^{\circ}(Sn^{2+}/Sn) = 1/2 - (-0/15)$$

$$\Rightarrow emf = 1/35V$$

$$emf = E^{\circ}(Cd^{2+}/Cd) - E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn) = -0/4 + 0/76$$

$$\Rightarrow emf = 0/36V$$

(شیمی 3، صفحه‌های 46 تا 48)

(مهم‌ترین ممبرزاده‌مقدم)

گزینه «2» -190

هرچه پتانسیل کاهشی استاندارد گونه‌ای بزرگتر باشد (یا در نظر گرفتن

علامت)، قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

(شیمی 3، صفحه 47)

گزینه «4»: قدرت کاهندگی  $Mg$  بیشتر از  $Cu$  است.

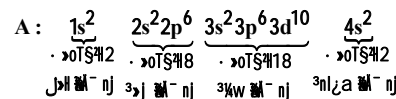
(شیمی 3، صفحه‌های 39 تا 44)

186- گزینه «1»

(مهم‌ترین ممبرزاده‌مقدم)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) با توجه به الکترون‌های داده شده در لایه‌های مختلف می‌توان نوشت:



$$\Rightarrow 1 = 2 = \text{تعداد الکترون‌های زیر لایه با } 10$$

(پ) گونه (C) به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب نرسیده است.

(شیمی 3، صفحه‌های 39 و 40)

187- گزینه «3»

(آروین شجاعی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «1»: الکتروآند قطب منفی و الکتروکاتود قطب مثبت آن را تشکیل می‌دهد.

گزینه «2»: به مرور زمان، از شدت رنگ محلول  $CuSO_4$  کاسته می‌شود.

زیرا، یون‌های  $Cu^{2+}$  که رنگ آبی ایجاد می‌کنند کاهش یافته و از غلظت آن‌ها کم می‌شود.

گزینه «3»: اتم‌های روی اکسایش یافته و وارد محلول می‌شوند. از طرفی

یون‌های مس (II) کاهش یافته و به اتم مس تبدیل می‌شوند. به همین دلیل

غلظت  $Zn^{2+}$  افزایش و غلظت  $Cu^{2+}$  کاهش می‌یابد.

گزینه «4»: با کاهش غلظت  $Cu^{2+}$  در نیم سلول کاتدی، یون‌های سولفات

از دیواره متخلخل عبور کرده و وارد نیم سلول آندی می‌شوند.

(شیمی 3، صفحه‌های 44 و 45)

188- گزینه «4»

(مهم‌ترین ممبرزاده‌مقدم)

با توجه به رابطه  $emf$  برای سلول گالوانی اول داریم:

## پاسخ تشریحی آزمون شناختی ۵ اسفند ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱- فراشناخت شامل کدام یک از موارد زیر است؟

۱. آگاهی از نقاط قوت و ضعف خود
۲. توانایی کنترل تواناییهای خود
۳. درک دیگران
۴. مورد ۱ و ۲

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. فراشناخت دو بعد دارد آگاهی از خود و توانایی کنترل رفتار خود. بدون آگاهی از نقاط قوت و ضعف نمیتوان آن را تقویت و یا مهار کرد.

۲۶۲- کدام مورد تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. درگیر شدن در یک موقعیت هیجانی
۲. مهار کردن خود در یک موقعیت هیجانی
۳. فرقی ندارد
۴. نمیدانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. مهار موقعیت هیجانی تلاش بیشتری نسبت به درگیر شدن در آن موقعیت نیاز دارد.

۲۶۳- آگاهی از سازوکارهای یادگیری چه تاثیری در میزان و ماندگاری یادگیری دارد؟

۱. هر دو را بهبود می دهد.
۲. تاثیری در هیچکدام ندارد.
۳. فقط میزان یادگیری را بهبود می دهد.
۴. فقط ماندگاری یادگیری را زیاد می کند.

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. آگاهی از سازوکارهای یادگیری موجب تسهیل این سازوکارها و تقویت میزان و ماندگاری آن می شود.

۲۶۴- کدام مورد برای حل یک مشکل یا مساله نیاز است؟

۱. آگاهی از وضع موجود
۲. آگاهی از وضع مطلوب
۳. آگاهی از مسیر و قوانین آن
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. برای حل مساله درک وضعیت موجود مساله، قوانین حاکم بر مساله و هدف نهایی نیاز است.

۲۶۵- کدام مورد از ویژگیهای هدف است؟

۱. مربوط به آینده است.
۲. هیجان انگیز است.
۳. الزام آور است.
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. هدف بازنمایی موضوعی در آینده است که فرد الزام به دستیابی به آن را دارد.

۲۶۶- انتخاب کدام گزینه سخت تر است و تلاش بیشتری نیاز دارد؟

۱. گزینه پیشرو با پاداش سریع
۲. گزینه آینده با پاداش دیرتر
۳. تفاوتی ندارد
۴. نمی دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. انتخاب موقعیتهای مرتبط با آینده (مثل درس خواندن برای موفقیت در آزمونی که چند ماه آینده برگزار می شود) نسبت به موقعیت های نزدیک با پاداش سریع (فیلم دیدن همین الان) تلاش بیشتری نیاز دارد.

۲۶۷- مفهوم انعطاف پذیری شناختی به کدام گزینه نزدیکتر است؟

۱. توانایی انتقال موفق توجه بین تکلیف های مختلف
۲. توانایی حفظ توجه به مدت طولانی بر یک موضوع
۳. توانایی اجرا چند فعالیت به طور همزمان
۴. توانایی در نظر نگرفتن اطلاعات مزاحم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. به عنوان مثال وقتی یک مساله را حل کردید و سراغ سوال بعد رفتید، دیگر به سوال قبلی فکر نکنید.

۲۶۸- توانایی مطالعه در شرایط محیطی مختلف را با کدام مورد زیر مرتبط می دانید؟


۱. سازگاری
۲. توجه
۳. حافظه
۴. فراشناخت

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. سازگاری با شرایط محیطی مختلف و عدم وابستگی به شرایط خاص برای مطالعه یک توانایی در آمادگی شناختی است.

۲۶۹- کدام برنامه درسی را مناسب تر می دانید؟

۱. برنامه دقیق غیرقابل انعطاف
۲. برنامه انعطاف پذیر
۳. فرقی ندارد
۴. نمی دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. در برنامه ریزی انعطاف پذیر در مواجهه با موانع، برنامه به نحوی تغییر می کند که هدف آسیب نبیند. به عنوان مثال ۴ ساعت در روز برای مطالعه یک درس به جای از ساعت ۸:۱۵ تا ۱۲:۱۵



**نکته:** سوالها و پاسخهای بالا برای تقویت سازه های شناختی، راهکارهایی را ارائه داده است. این راهکارها به شما کمک می کند منابع شناختی موجود خود را به طور بهینه مدیریت کنید. این روش در تقویت شناختی "جبران" نامیده می شود.

روش دیگر تقویت شناختی، "ترمیم" است که در آن منابع شناختی موجود فرد توسعه می یابد. **برنامه کامپیوتری تقویت توجه و حافظه سام (موجود در پروفایل شما در سایت کورتکس)** می تواند به این منظور مورد استفاده قرار گیرد.