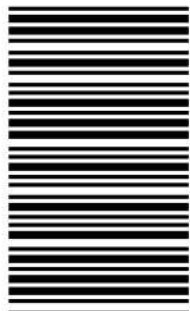


کد کنترل

510

A



510A

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»

امام خمینی (ره)

### رشته مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل - (کد ۲۳۳۴)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای حل مسئله مقدار کرانه‌ای:

$$\begin{cases} y'' + y = e^{-x}, x > 0 \\ y'(0) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} y'(x) = 0 \end{cases}$$

از تبدیل فوریه استفاده می‌کنیم. تبدیل فوریه مناسب جواب مسئله کدام است؟  
راهنمایی:

$$F_s\{f(x)\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin wx dx$$

$$F_c\{f(x)\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos wx dx$$

$$F\{f(x)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iwx} dx$$

$$-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{1+w^2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w^2}{w^2-1} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w^2}{w^2-1} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{w^2-1} \quad (۳)$$

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y + u = 0$ ، کدام است؟

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + \psi(y-x) \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) e^{\frac{1}{2}x} \quad (۱)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + \psi(y-x) \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) e^{-\frac{1}{2}x} \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \sqrt{3} x + \psi(y-x) \sin \sqrt{3} x \right) e^{-\frac{1}{2}x} \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \sqrt{3} x + \psi(y-x) \sin \sqrt{3} x \right) e^{\frac{1}{2}x} \quad (۴)$$

۳- حاصل  $u(\frac{1}{3}, 5)$  در معادله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} - \frac{9}{4} u_{xx} = 0 & ; \quad 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x^2 & ; \quad u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u_x(0, t) = 0 & ; \quad u(1, t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} & \quad (۲) & \frac{7}{18} & \quad (۱) \\ \frac{13}{18} & \quad (۴) & \frac{13}{36} & \quad (۳) \end{aligned}$$

۴- اگر  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\alpha x} dx$  تبدیل فوریه تابع  $u(x, t)$  باشد، تبدیل فوریه جواب مسئله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} ku_{xx} = u_t, -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} u_0, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{u_0 \sin \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & \quad (۱) \\ \frac{u_0 \cos \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & \quad (۲) \\ \frac{2u_0 \cos \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & \quad (۳) \\ \frac{2u_0 \sin \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & \quad (۴) \end{aligned}$$

۵- رفتار تابع  $J_{\frac{1}{2}}(x)$  به ازای مقادیر بزرگ  $x$ ، به کدام تابع زیر نزدیک تر است؟ ( $J$  نمایش تابع بسل است.)

$$\begin{aligned} \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{(\pi x)^3}} & \quad (۱) \\ \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\pi x}} & \quad (۲) \\ \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{(\pi x)^3}} & \quad (۳) \\ \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{\pi x}} & \quad (۴) \end{aligned}$$

۶- حاصل  $1 + \cos \theta + \cos 2\theta + \dots + \cos 200\theta$  به ازای  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} 2 & \quad (۱) \\ -1 & \quad (۲) \\ 1 & \quad (۳) \\ 0 & \quad (۴) \end{aligned}$$

۷- مزدوج همساز تابع  $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{y} + c \quad (1)$$

$$2 \tan^{-1} \frac{y}{x} + c \quad (2)$$

$$2 \sin^{-1} \frac{x}{y} + c \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{x}{y} + c \quad (4)$$

۸- با استفاده از کاربرد انتگرال توابع مختلط، حاصل  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$ ، کدام است؟

$$\pi\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

۹- فرض کنید  $C$  مسیر دایره‌ای شکل با ضابطه  $|z|=1$  در جهت عکس عقربه‌های ساعت باشد. حاصل انتگرال زیر کدام است؟  $(\exp(x) = e^x)$

$$\oint_C \exp\left(z + \frac{1}{z}\right) dz$$

$$\pi i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \quad (1)$$

$$2\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n!)^2} \quad (2)$$

$$2\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \quad (3)$$

$$\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n!)^2} \quad (4)$$

۱۰- نقش تصویر ناحیه  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  تحت نگاشت  $w = \frac{-i}{z^2}$  در کدام بخش از صفحه مختصات  $w$  قرار می‌گیرد؟

(۲) ربع سوم

(۱) ربع چهارم

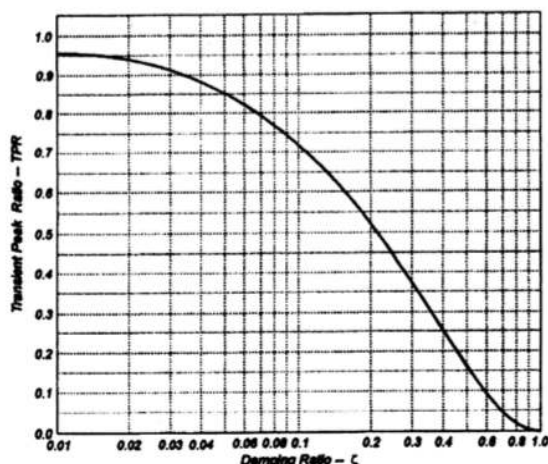
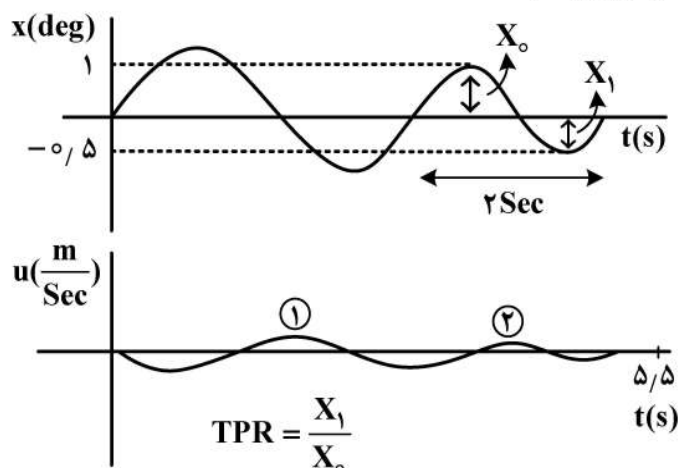
(۴) ربع اول

(۳) ربع دوم

- ۱۱- در یک هواپیما متعارف کدام یک از عوامل زیر می تواند منجر به خطای زیاد در جداسازی مودهای short period و phugoid گردد؟  
 (۱) استفاده از Elevon  
 (۲) استفاده از دم T شکل  
 (۳) قرار گرفتن مرکز ثقل روی مرکز ایرودینامیکی بال  
 (۴) خط اثر نیروی رانش (Thrust line)
- ۱۲- مقدار نهایی نرخ زاویه رول در صورتی که  $L_{\delta a} = 0.5$  و  $L_p = -1$  و ورودی سیستم ضربه واحد باشد، کدام است؟  
 (۱) صفر  
 (۲) ۰/۵  
 (۳) ۲  
 (۴) بی نهایت
- ۱۳- کدام یک از گزینه های زیر در چرخش حین نشستن یک هواپیما (Landing flare) صحیح است؟  
 (۱)  $\dot{\alpha} = q$   
 (۲)  $\dot{\alpha} \neq 0, q \neq 0$   
 (۳)  $\dot{\alpha} = 0, q \neq 0$   
 (۴)  $\dot{\alpha} \neq 0, q = 0$
- ۱۴- در یک هواپیمای متعارف کدام پارامتر کمترین تأثیر را بر میرایی مود پرئود بلند دارد؟  
 (۱)  $C_{D\alpha}$   
 (۲)  $C_{Du}$   
 (۳)  $C_{m\alpha}$   
 (۴)  $C_{mu}$
- ۱۵- یک رادار چرخان واقع در یک هواپیمای متعارف باعث ایجاد ممنتوم زاویه ای در جهت محور Z بدنی شده است. بروز یک نرخ پیچ اختلالی مثبت بلافاصله چه پاسخی را به همراه خواهد داشت؟  
 (۱) یاو منفی  
 (۲) رول منفی  
 (۳) یاو مثبت  
 (۴) رول مثبت
- ۱۶- در کدام گزینه هر دو مشتق پایداری در ایجاد کوپل بین حرکت های سمتی (Directional) و جانبی (Lateral) هواپیما نقش دارند؟  
 (۱)  $L_p, N_r$   
 (۲)  $N_p, N_\beta$   
 (۳)  $L_r, N_p$   
 (۴)  $L_\beta, N_r$



۱۷- جهت بررسی رفتار دینامیکی یک هواپیمای تجاری، الوبتور با ورودی دابلت تحریک و نتایج زیر مشاهده شده است. فرکانس طبیعی مود پریود کوتاه ( $\omega_N$ ) تقریباً چند رادیان بر ثانیه است؟



۳/۳ (۴)

۳/۱۴ (۳)

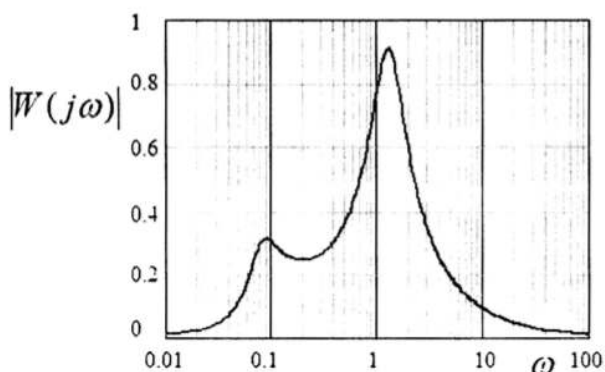
۲/۳ (۲)

۲/۱۴ (۱)

۱۸- مشتق  $C_{m_{GR}}$  ناشی از چه پدیده‌ای ممکن است در یک هواپیما به وجود بیاید؟

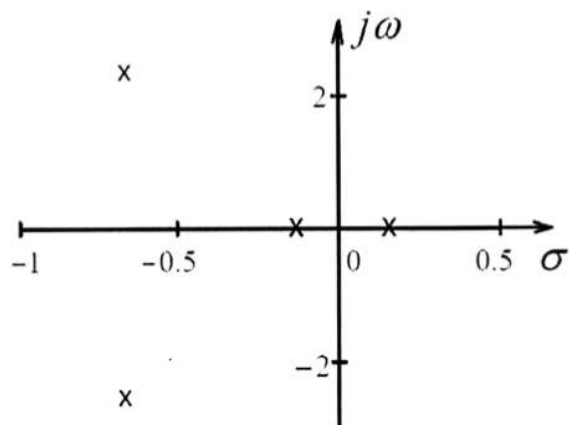
- (۱) اثرات الاستیسیته  
(۲) چنین مشتقی وجود ندارد.  
(۳) زاویه نصب موتور  
(۴) وجود خلبان در حلقه کنترل yaw

۱۹- پاسخ فرکانسی زیر مربوط به کدامیک از مودهای ذاتی یک هواپیمای متعارف پایدار است؟



- (۱) گهواره‌ای هواپیما  
(۲) طولی هواپیما  
(۳) فوگوئید هواپیما  
(۴) عرضی هواپیما

۲۰- در شکل زیر مکان ریشه‌های حرکت طولی یک هواپیمای جنگنده ترسیم شده است، که محل ریشه‌ها با علامت



ضربدر مشخص شده‌اند. کیفیت حرکت هواپیما چگونه است؟

- (۱) مود پریود کوتاه ناپایدار و مود فوگوئید پایدار است.  
(۲) مود نوسانی سوم پایدار است.  
(۳) مود نوسانی سوم ناپایدار است.  
(۴) مود پریود کوتاه پایدار و مود فوگوئید ناپایدار است.

۲۱- با توجه به روابط زیر، تغییر زاویه رول ناشی از تغییر زاویه پیچ تابع کدام متغیر نیست؟

$$\dot{\phi} = P + Q \sin \phi \tan \theta + R \cos \phi \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \phi - R \sin \phi$$

$$\dot{\psi} = (Q \sin \phi + R \cos \phi) \sec \theta$$

(۱) زاویه پیچ حالت تریم

(۲) زاویه رول حالت تریم

(۳) نرخ پیچ حالت تریم

(۴) نرخ رول حالت تریم

۲۲- چنانچه مؤلفه‌های سرعت باد را در دستگاه بدنی با  $u_g, v_g, w_g$  و محورهای دستگاه بدنی را با  $x, y, z$  نمایش

دهیم، در تحلیل اثرات ایرودینامیکی کدام یک از عوامل زیر، لازم نیست سهمی برای بال در نظر گرفته شود؟

$$\frac{\partial v_g}{\partial x} \quad (۱)$$

$$\frac{\partial w_g}{\partial x} \quad (۲)$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial y} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial w_g}{\partial y} \quad (۴)$$

۲۳- در بررسی کیفیت پرواز یک هواپیما و سطح مقبولیت مود دینامیکی short period از پارامتری به‌نام

$$CAP \approx \frac{\omega_{nsp}^2}{n/\alpha}$$

استفاده می‌کنیم. در این پارامتر، بهترین تخمین برای  $\frac{n}{\alpha}$  کدام رابطه است؟

$$\frac{(\dot{w} - U_1 q)}{Z_\alpha} \quad (۲) \quad Z_\alpha \quad (۱)$$

$$\frac{Z_u U_1}{\alpha} \quad (۴) \quad -\frac{Z_\alpha}{g} \quad (۳)$$

۲۴- کدام عبارت برای یک هواپیمای متعارف دارای بال الاستیک الزاماً صحیح نیست؟

(۱) تغییر لحظه‌ای زاویه الویتور باعث تغییر لحظه‌ای زاویه خمش بال می‌شود.

(۲) تغییر لحظه‌ای زاویه خمش بال باعث تغییر لحظه‌ای زاویه حمله هواپیما می‌شود.

(۳) تغییر لحظه‌ای زاویه خمش بال باعث تغییر لحظه‌ای زاویه الویتور می‌شود.

(۴) تغییر لحظه‌ای زاویه حمله هواپیما باعث تغییر لحظه‌ای زاویه خمش بال می‌شود.

۲۵- کدام عبارت در مورد استفاده از فیلتر wash out در حلقه Damper صحیح است؟

(۱) تأثیری بر موقعیت قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته ندارد.

(۲) تأثیری بر رفتار سیستم حلقه بسته ندارد.

(۳) باعث حذف اثر اغتشاشات جوی فرکانس پایین می‌شود.

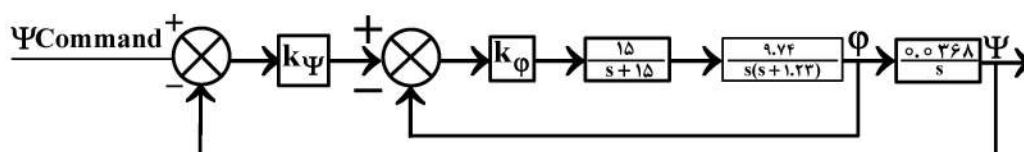
(۴) مانع اعمال اغتشاشات فرکانس بالا از سوی خلبان می‌شود.

۲۶- کدام عبارت درباره استفاده از yaw damper در یک هواپیمای متعارف صحیح است؟

- (۱) هیچ تأثیری بر فرکانس طبیعی مود داچ رول ندارد.
  - (۲) می‌تواند تعداد مدهای دینامیکی نوسانی هواپیما را از سه به چهار افزایش دهد.
  - (۳) خطای زاویه نصب سنسور تأثیری بر موقعیت قطب‌های سیستم حلقه بسته ندارد.
  - (۴) خطای زاویه نصب سنسور تأثیری بر موقعیت صفرهای سیستم حلقه بسته ندارد.
- ۲۷- زاویه پیچ یک هواپیمای عمود پرواز در پرواز ایستا (Hover) توسط خلبان و بدون استفاده از SAS کنترل می‌شود. اگر خلبان دارای تأخیر خالص باشد و برای جبران‌سازی از یک جبران‌کننده تناسبی - مشتقی استفاده کند، مکان هندسی قطب‌های سیستم حلقه بسته کدام است؟



۲۸- بلوک دیاگرام زیر، متعلق به کدام حلقه کنترلی خلبان خودکار است؟



Roll & Heading Hold (۲)

Heading Hold (۱)

Yaw Damper (۴)

Dutch Roll Damper (۳)

۲۹- معادله گشتاور هواپیما با محل مرکز جرم  $X_{c.g.} = 0.1 \bar{c}$  به صورت  $C_m = -0.05 - 0.3 C_L - 2.5 \delta_e$  است. حال

طی مانوری موقعیت مرکز جرم آن به  $X_{c.g.} = 0.2 \bar{c}$  منتقل می‌شود. برای ایجاد پرواز Trim در هواپیما چه میزان

زاویه الویتر لازم است، تا مقدار  $C_L = 1$  باقی بماند؟ (با فرض ثابت بودن ضرایب  $C_{m\delta_e}$  و  $C_{m\alpha}$  در تمامی

مراحل)

(۱) ۵/۷ درجه

(۲) -۰/۱ درجه

(۳) -۵/۷ درجه

(۴) ۰/۱ درجه

۳۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) یکی از کاربردهای رادر استفاده در شرایط گردش معکوس (Adverse Yaw) است.

(۲) مؤلفه‌های نیروی وزن در دستگاه بدنی وابسته به سه زاویه  $\phi$  و  $\theta$  و  $\psi$  است.

(۳) کاهش حاشیه پایداری در هواپیما باعث افزایش مانورپذیری خواهد شد.

(۴) سهم بدنه در ضریب پایداری  $C_{n\beta}$ ، معمولاً سهمی نامطلوب می‌باشد.



۳۱- سیستم زیر را در نظر بگیرید.  $\alpha$  را چنان تعیین کنید که سیستم زیر مشاهده پذیر باشد؟

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$Y = [2 \quad -2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

(۱) سیستم همواره مشاهده پذیر است. (۲) سیستم همواره مشاهده پذیر نیست.

(۳)  $\alpha = 1$  (۴)  $\alpha = 2$

۳۲- سیستم زیر را در نظر بگیرید. چه رابطه‌ای بین  $\alpha$  و  $\beta$  حاکم باشد تا، سیستم همواره کنترل پذیر نباشد؟

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6\alpha \\ -1 & -2\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

(۱)  $\frac{\alpha}{\beta} = 2$  (۲)  $\alpha\beta = 2$  (۳)  $\alpha = \beta$  (۴)  $\alpha + \beta = 0$

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $\varphi(t, t_0)$  (state transition matrix) کدام است؟

$$\begin{bmatrix} e^{(t-t_0)} & 0 \\ (t-t_0)e^{(t-t_0)} & e^{(t-t_0)} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} e^{(t-t_0)} & 0 \\ -(t-t_0)e^{(t-t_0)} & e^{(t-t_0)} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} e^{(t_0-t)} & (t_0-t)e^{(t_0-t)} \\ 0 & e^{(t_0-t)} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} e^{(t_0-t)} & -(t-t_0)e^{(t-t_0)} \\ 0 & e^{(t_0-t)} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۳۴- در مورد کنترل پذیری سیستم کدام گزینه صحیح است؟

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

(ضرایب را به صورت  $a_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) می‌توان نمایش داد.)

(۱) فقط برای  $a_i \neq 0$  کنترل پذیر است.

(۲) فقط برای  $a_i = 0$  کنترل پذیر است.

(۳) فقط برای  $a_i$  های غیریکسان و مخالف صفر کنترل پذیر است.

(۴) به ازای کلیه مقادیر  $a_i$  سیستم کنترل پذیر است.

۳۵- سیستم زیر با معیار کارآیی  $J$  را در نظر بگیرید. کدام عبارت در مورد این مسئله صحیح است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad J = \int_0^{\infty} [q_{11}x_1^2 + q_{22}x_2^2 + Ru^2] dt$$

$$R > 0, \quad q_{11}, q_{22} \geq 0$$

(۱) این یک مسأله رگولاتور کنترل بهینه است.

(۲) این یک مسأله ردیابی (tracking) است.

(۳) این یک مسأله ترکیبی حداقل انرژی کنترلی و رگولاتور است.

(۴) این یک مسأله ترکیبی حداقل انرژی کنترلی و ردیابی (tracking) است.

۳۶- برای سیستم زیر با معیار کار آیی  $J$ ، مقدار  $u$  بهینه بر حسب  $J_x^*$  کدام است؟

$$\dot{x} = x + u$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(T) + \int_0^T \frac{1}{4} u^2(t) dt$$

$$(1) +2J_x^* \quad (2) -2J_x^* \quad (3) +\frac{1}{2}J_x^* \quad (4) -\frac{1}{2}J_x^*$$

۳۷- فرض کنید  $x$  تابع اسکالر پیوسته‌ای از  $t$  در محدوده  $[t_0, t_f]$  باشد. آیا می‌توان  $\max_{t_0 \leq t \leq t_f} \{ |x(t)| \}$  را به عنوان نرم

(Norm) تعریف کرد؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید.)

(۱) بلی

(۲) فقط اگر مشتق تابع  $x$  پیوسته باشد، نرم است.

(۳) خیر

(۴) با حذف علامت قدر مطلق می‌تواند نرم باشد.

۳۸- حداقل مقدار تابع زیر کدام است؟

$$y = \frac{1}{2} \int_0^2 (\ddot{x})^2 dt$$

$$x(0) = 1; \quad x(2) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 1; \quad \dot{x}(2) = 0$$

$$(1) \frac{15}{2} \quad (2) \frac{15}{4} \quad (3) \frac{13}{2} \quad (4) \frac{13}{4}$$

۳۹- معادله مسیر  $x^*(t)$  برای کمینه کردن تابع  $J(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 (t + \dot{x}^2) dt$ ، در شرایطی که قید  $\int_0^1 x dt = 1$  وجود

دارد، کدام است؟  $(a, b, c, \lambda)$  در جواب‌ها مقادیر ثابتی هستند.

$$(1) at^2 + bt + c \quad (2) ae^{\lambda t} + be^{-\lambda t}$$

$$(3) at^{-1} + bt + c \quad (4) a \cos(\lambda t) + b \sin(\lambda t)$$

۴۰- منحنی بهینه  $x^*(t)$  برای کمینه کردن تابع هزینه  $J(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 [t(\dot{x}^2 + 1) + \dot{x}^2] dt$ ، برای رسیدن از نقطه

$x(0) = 0$  به  $x(1) = 1$ ، کدام است؟

$$(1) \sin \frac{\pi}{2} t \quad (2) \frac{\ln(t+1)}{\ln 2} \quad (3) t^2 \quad (4) t$$

۴۱- منحنی پیوسته بهینه  $x^*(t)$  برای کمینه کردن تابع هزینه  $J(x) = \int_0^2 (1 - \dot{x})^2 \sin^2 \dot{x} dt$ ، برای رسیدن از نقطه

$x(0) = 0$  به  $x(2) = 1$ ، کدام است؟

$$(1) \begin{cases} t^2 & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \leq 2 \end{cases} \quad (2) \frac{1}{2} t(t-1) \quad (3) \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \leq 2 \end{cases} \quad (4) \frac{1}{2} t$$

۴۲- در سیستم دینامیکی  $\dot{x} = -\lambda x + u$  مقدار تابع  $u^*$  به فرم حلقه بسته، جهت حداقل کردن تابع هدف زیر، کدام است؟ (راهنمایی: معادله ریکاتی فرم LQR استاندارد  $(t) Kx^* = -R^{-1} B^T Kx^*$ ،  $Q = \dot{K} - K^T A - A^T K + K B R^{-1} B^T K - Q = \dot{K}$  است.)

$$J = \int_0^{\infty} (x^2 + u^2) dt$$

$$(1) \quad -(\lambda - \sqrt{\lambda}) e^{-\sqrt{\lambda} t} x^*(t)$$

$$(2) \quad -(\lambda - \sqrt{\lambda}) e^{-\sqrt{\lambda} t} x^*(t)$$

$$(3) \quad -(\sqrt{\lambda} - \lambda) e^{-\sqrt{\lambda} t} x^*(t)$$

$$(4) \quad -(\sqrt{\lambda} - \lambda) e^{-\sqrt{\lambda} t} x^*(t)$$

۴۳- در سیستم  $\dot{x}(t) = -ax(t) + u(t)$  اگر  $|u(t)| \leq 1$  باشد، مقدار متغیر شبه حالت جهت حداقل کردن تابع هدف

$$J(u) = \int_0^{t_f} |u(t)| dt$$

کدام است؟ (c در جوابها یک مقدار ثابت است.)

$$(1) \quad p^*(t) = ce^{-at}$$

$$(2) \quad p^*(t) = ce^{at}$$

$$(3) \quad p^*(t) = ce^{\frac{-t}{a}}$$

$$(4) \quad p^*(t) = ce^{\frac{t}{a}}$$

۴۴- سیستمی با معادلات  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$  موجود است. قرار است مسیر با شرط اولیه  $\bar{x}(0) = 0$  و تابع هزینه

$$J = \frac{1}{\gamma} [t_f^2 + x_1^2(t_f) + x_2^2(t_f)] + \int_0^{t_f} u^2 dt$$

که روی دایره متحرکی با معادله  $x_1^2(t_f) + t_f^2 = R^2$  قرار بگیرند (شعاع دایره و ثابت است)، کدام یک از معادلات زیر، جزو شروط مرزی انتهایی کنترل بهینه آن است؟ ( $p_1, p_2$  متغیرهای شبه حالت (co-state) هستند و تمام متغیرهای حالت و شبه حالت و کنترل در جوابهای زیر مربوط به زمان نهایی هستند.)

$$(1) \quad x_1 u^2 + x_1 x_2 (p_1 + u) + p_1 t_f = 0$$

$$(2) \quad u^2 + p_1 x_2 + p_2 u + t_f = 0$$

$$(3) \quad x_2 p_2 u + p_1 p_2 x_1 + x_1 p_2 u = 0$$

$$(4) \quad x_1 - p_1 + u^2 + p_1 x_2 + p_2 u + t_f = 0$$

۴۵- سیستمی با معادلات حاکم  $\ddot{x} + \lambda \dot{x} + \lambda x^2 = u$  موجود است. معادلات متغیرهای شبه حالت (co-state) برای

کنترل زمان بهینه این سیستم، کدام است؟

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{P}_1 = \lambda P_2 x^2 \\ \dot{P}_2 = -x + \lambda \dot{x} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{P}_1 = \lambda P_2 x \\ \dot{P}_2 = -P_1 + \lambda P_2 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{P}_1 = \lambda P_2 \dot{x} \\ \dot{P}_2 = -x + \lambda \dot{x} \end{cases}$$

