۱۰۱- گزینه‌ی ۱

همانطور که مشخص است آن عدد ۲٫۴ است که گویا بوده

و به ازای جمله‌ی ۱ یک عدد ۹ در ادامه ۲٫۳ آمده و شده ۲٫۳۹

به ازای جمله ۲، دو عدد ۹ در ادامه‌ی اعشار ۲٫۳ آمده و شده ۲٫۳۹۹

پس جمله‌ی دهم ما شود

$$2.399\underbrace{\ldots\ldots 9}_{\text{ده تا ۹}} = A_{10}$$

حال:

$$2.4 - A_{10} = 10^{-11}$$

۱۰۲- جلوی لگ‌ها باید مثبت و نامساوی صفر باشد.

در نتیجه:

$$ax+b>0 \Rightarrow x > \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-b}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b \ , \ f(4) = \log_3 4a+b = 2 \Rightarrow 3^2 = 4a+b$$

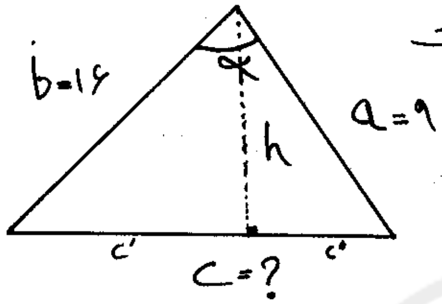
$$\xRightarrow{a=2b} 9 = 9b \Rightarrow b = 1 \ , \ a = 2 \Rightarrow f(x) = \log_3 2x+1$$

حال که تابع حساب شد f خواسته‌ی سوال را بررسی می‌کنیم.

$$f\left(-\frac{4}{9}\right) = \log_3\left(\frac{-4\times 2}{9} + \frac{9}{9}\right) = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$$

گزینه‌ی ۱

۱۰۳ - در مستند میز طراح دیدیم که هم در کنکور خارج کشور ۹۲ و هم سراسری ریاضی ۹۳ نیز قاعده‌ی هرون مورد سؤال بود و هیچ عذری در این سؤال و بلد نبودن قاعده‌ی هرون پذیرفته نیست



محیط: $2P = a+b+c \rightarrow P = \frac{a+b+c}{2}$

* به نصف محیط P می‌گویند.

* α زاویه‌ی مقابل به ضلع c است

قاعده‌ی هرون: $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ و $S = \frac{hc}{2} = 24\sqrt{6}$

و قضیه‌ی کس‌ها: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

* توجه کنید که این سؤال از دو سؤال تکراری قبل ساده‌تر است اما یک دید کنکوری خوب لازم دارد.

اگر بخواهیم با فرمول های بالا برویم حداقل سه صفحه‌ی دیگه راه حل نیاز داریم، چون اندازه‌ی ضلع بزرگ را خواسته.

در صفحه‌ی بعد من قاعده‌ی هرون را می‌نویسم و گزینه‌ها را تست می‌کنم

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

ادامه ی حل ۱۰۳: ابتدا دو گزینه ی ۱ و ۳ را آزمایش می کنیم که به ما محیطی با مقدار زوج داده و مقدار P عددی صحیح می شود و اگر پاسخ در این دو گزینه نبود به سراغ گزینه ی ۲ و ۴ می رویم که محیط با مقدار فردی به ما می دهند و P عددی اعشاری می شود. (از آسان به سخت)

آزمایش گزینه ۱: $2P=9+16+21=46 \to P=23 \to S=\sqrt{23\times 9\times 17\times 2}$

خیلی تابلو است که این مقدار ارتباطی با $24\sqrt{5}$ ندارد (رد گزینه ی ۱)

آزمایش گزینه ی ۳: $2P=9+16+23=48 \to P=24 \to S=\sqrt{24\times 15\times 8\times 1}$

$$\to S=\sqrt{3\times 8\times 3\times 5\times 8}=\sqrt{3^2\times 8^2\times 5}=24\sqrt{5}$$

پاسخ صحیح گزینه ۳ است و کار به آزمایش گزینه های ۴ و ۲ نکشید.

۱۰۴-

این سوال در بخش ریاضیات گسسته پاسخ داده شده است

۱۰۵- سوال کاملاً نامفهوم و مبهم بود

۱۰۶- براساس قضیه‌ی تقسیم، $f(-2)$ برابر با باقیمانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x+2$ می‌باشد. $(f(-2)=R(-2))$، چون بر $x+2$ بخش‌پذیر است پس باقیمانده صفر است $f(-2) = 0$

$$f(-2) = 16 - 8a + 16 \to a = 4 \to f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x$$

و براساس فرض خود سوال

$$\to f(x) = x(x^3 + 4x^2 - 8)$$

عبارت $f(x)$ بر $x+2$ بخش‌پذیر بوده، پس x^3+4x^2-8 نیز بر $x+2$ قابل تجزیه است و با جدول هورنر آن را تقسیم می‌کنیم

	1	4	0	-8
$x=-2$	1	2	-4	0

* دوستانی که هورنر را بلد نیستند از تقسیم جبری استفاده کنند.

* حال کافیست ریشه‌های

$$\to f(x) = x(x+2)(x^2+2x-4)$$

عبارت درجه دوم x^2+2x-4 را به دست آوریم.

$$\Delta' = b'^2 - ac \to \Delta' = 1+4 \to \Delta' = 5 \to x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} \begin{cases} -1-\sqrt{5} \\ -1+\sqrt{5} \end{cases}$$

که مقدار $(-1-\sqrt{5})$ کوچکترین ریشه است. (گزینه‌ی ۴ صحیح است)

۱۰۷- در دو طرف عبارت تقارن خاصی کشف می کنیم.

دقت کنید: $x^2+4x=A$ و $\underbrace{x^2+4x}+3=\sqrt{\underbrace{x^2+4x}+5}$

درنتیجه: $A+3=\sqrt{A+5} \Rightarrow A^2+6A+9=A+5$

$$\to A^2+5A+4=0 \to \Delta=25-16=9 \to A=\frac{-5\pm3}{2} \begin{cases} -4 \\ -1 \end{cases}$$

حال دو معادله ی درجه ۲ داریم:

$$\begin{cases} x^2+4x+4=0 \to P_1=\frac{c}{a}=\frac{4}{1}=4 \\ x^2+4x+1=0 \to P_2=\frac{c}{a}=\frac{1}{1}=1 \end{cases}$$

* حاصل ضرب ریشه های معادله درجه ۲ $ax^2+bx+c=0$ برابر $\frac{c}{a}$ است

* چون اول مسأله زیر رادیکال همواره مثبت است، پس هر ۴ ریشه ی حاصل متعلق به صورت مسأله است و ضرب آن ها برابر: (گزینه ی ۴) $P=P_1\times P_2=4\times1$

۱۰۸- در این مسأله طراح هوش شما را سنجیده کافی است گزینه ها را چک کنید:

* یک عدد از هر بازه در هر گزینه انتخاب و در عبارت گزینه ها جایگذاری و در صورت چک می کنیم.

گزینه ۱: $(x=-3 \to y=9)\in f^{-1} \Rightarrow (9,-3)\in f \to 12-13+9=8$ غ

گزینه ۲: $(x=5 \to y=0)\in f^{-1} \to (0,5)\in f \to 6-4+0=2$ غ

گزینه ۳: چون عبارت این گزینه و گزینه ۴ برابر است، این دو را با هم چک می کنیم

گزینه ۴: $(x=8 \to y=-3)\in f^{-1} \to (-3,8)\in f \to 12-1-3=8$ ص

درنتیجه گزینه ۳ که $(-3,8)\in f$ را ندارد حذف و جواب گزینه ی ۴ است

صفحه ی ۶

۱۰۹ـ ابتدا مسأله را با فرمول‌ها جمع به ضرب تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}} \Rightarrow \tan\frac{3x}{2} = \cot x$$

سپس به گزینه‌ی ۱ عدد $K=0$ را می‌دهیم و $x=\pi$ را می‌گیریم

$$\Rightarrow x=\pi \Rightarrow \tan\frac{3\pi}{2} = \cot\pi \qquad -\infty = -\infty \qquad \text{ص}$$

گزینه هایی که $x=\pi$ را ندارند رد می‌شوند. (رد گزینه های ۲ و ۳)

گزینه‌ی ۱ همه‌ی مضارب $\frac{\pi}{5}$ را دارد و گزینه‌ی ۴ فقط مضارب فرد را دارد

در واقع گزینه‌ی ۴ فاقد مضارب زوج π نیز هست، پس اگر 2π در معادله

صادق باشد، گزینه‌ی ۴ رد می‌شود $\rightarrow x=2\pi \rightarrow \tan 3\pi = \cot 2\pi$ ص

پس پاسخ گزینه‌ی ۱ می‌شود.

۱۱۰ـ این تست علی‌رغم ظاهر ترسناکش خیلی ساده است:

می‌دانیم دامنه‌ی $\sin^{-1}(x)$ محدود بود و به شکل « $-1\leq x\leq +1$ » است

در نتیجه $u(x)$ نیز که ورودی $\sin^{-1}$ است با شکل $-1\leq u(x)\leq +1$ است

بر اساس نمودار برد $u(x)$ نیز بین دو مقدار نامعلوم محدود است که

با توجه به « $-1\leq u(x)\leq +1$ » دو نقطه‌ی $A(3,1)$ و $B(-1,-1)$ متعلق به $u(x)$ هستند

با جایگذاری $A(3,1)$ گزینه های ۲ و ۴ رد شده و با جایگذاری $B(-1,-1)$ گزینه‌ی ۳ رد می‌شود

پاسخ گزینه‌ی ۱ است

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

۱۱۱- آقا این طراح کنکور ۴ ساله عاشق این تیپ مسأله شده.

$$\cos^{-1}\left(-\frac{5}{13}\right) = \alpha \to 169\sin(2\alpha)$$

باتوجه به این که کمان α مقداری برحسب $\cos^{-1}$ است، مانند ۴ سال گذشته باید مسأله را به سمت $\cos$ شدن هدایت کنیم.

$$169\times 2\sin\alpha\cos\alpha = 13^2\times 2\times\sqrt{1-\cos^2\alpha}\times\cos\alpha$$

باتوجه به اینکه $\cos(\cos^{-1}(u))=u$ است: $13^2\times 2\times\sqrt{1-\frac{25}{13^2}}\times\left(\frac{-5}{13}\right)$

$$= 13^2\times 2\times\sqrt{\frac{169-25}{13^2}}\times\frac{-5}{13} = 13^2\times 2\times\frac{12}{13}\times\frac{-5}{13} = -120$$

پاسخ گزینه‌ی ۱ می‌باشد

۱۱۲- نقطه مرزی مشکوک $x=2$ است.

* حد عبارت بالا به ازای $x\to 2$ مبهم $\frac{0}{0}$ است و پس از رفع ابهام برابر با مقدار حد پایین به ازای $x\to 2$ قرار می‌دهیم.

$$\lim_{x\to 2}\frac{\frac{-a}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}}{2x-2} = \frac{-a}{6} \to \frac{-a}{6} = 2-a \to \frac{5a}{6} = 2$$

$$\to a = \frac{12}{5} \to a = 2.4$$　گزینه ۳ صحیح

۱۱۳ - سال ۷۵ این بحث از کتاب حذف شده بود.
حتماً مانند هم ارزی های بسط تیلور و قاعده ی هوپیتال که در کتاب نیستند باید این سوالات این مبحث را نیز بلد باشیم.
* البته در کتاب سال ۹۰ نیز در بحث دنباله ها اشاراتی در کتاب دیفرانسیل داشتیم، اما کلاً تست های این بحث برای قبل ۷۸ است.
گویا طراح اصلاً به کتاب نگاه نمی کند و فقط کنکورهای قبلی را می بیند.

راه حل کلی حل این مسائل مبهم 1^{∞} به شکل زیر است

* توجه مقدار مطلق با توان ∞ همان اما شود این در واقع $(1+\varepsilon)^{\infty}$ است که منظور یک عددی بوده است که مبهم می شود.

دقت کنید:

$$a_n=\left(\frac{n+1}{n+1}+\frac{1}{n+1}\right)^{2n+3} \rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n \left(1+\frac{1}{\infty}\right)^{\infty}$$

$$=(1+\varepsilon)^{\infty} \quad \text{مبهم}$$

راه حل کلی: توان عبارت را در عبارت ضرب کرده و خود عبارت را نیز منهای ۱ می کنیم، سپس به سمت ∞ میل می دهیم.
حاصل هر چقدر شد، عدد e را به توان آن می رسانیم.

$$\Rightarrow a_n=\underbrace{\left(1+\frac{1}{n+1}\right)}_{\text{عبارت}}{}^{\overbrace{2n+3}^{\text{توان}}} \rightarrow \lim_{n\to\infty}(2n+3)\left(1+\frac{1}{n+1}-1\right)$$

$$\rightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{2n+3}{n+1}=2 \rightarrow \text{جواب}:\ e^{2}$$ گزینه ۲ صحیح

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

صفحه ۹

۱۱۴ - به ازای خود صفر عبارت برابر صفر می‌شود اما در $x\to 0^+$ و $x\to 0^-$ تنها قدر مطلق ها حذف شده و یک ضریب (-1) پشت عبارت قرار میگیرد

$$x\to 0^+ \quad [2\cdot 0^+]+[-2\cdot 0^+]=0+[0^-]=-1$$

$$x\to 0^- \quad [2\cdot 0^-]+[-2\cdot 0^-]=[0^-]+[0^+]=-1$$

حال اگر $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos^3 x-1}{1-\sqrt{1+x^2}}$ برابر صفر شود تابع صورت سوال حدی

برابر صفر دارد، در غیراینصورت چون حدچپ و راست برابر ولی با مقدار خود تابع در $x=0$ برابر نیستند تابع در $x=0$ حد ندارد.

$$\underset{x\to 0}{H}\ \frac{-3\cos^2 x\sin x}{\dfrac{-2x}{2\sqrt{1+x^2}}}=\underset{x\to 0}{H}\ \frac{3\cos^2 x\sin x\left(\sqrt{1+x^2}\right)}{x}$$

$$\xrightarrow[x\to 0]{\sin x=x}\underset{x\to 0}{H}\ 3\cos^2 x\left(\sqrt{1+x^2}\right)=3\neq 0$$ حد ندارد. گزینه ۴

۱۱۵ - طبق صفحه‌ی ۱۰۰ و ۱۰۱ کتاب دیفرانسیل این سوال طرح شده و در سال های گذشته با کثرت آمده است.

کافی است ابتدای هر بازه را در تابع قرار داده و انتهای بازه را نیز همچنین سپس آن دو را در هم ضرب کرده و اگر مقدار منفی بود یعنی در آن بازه ریشه هست

$\underline{f(-\frac{3}{4})}=\frac{-27}{64}+\frac{9}{8}+3-3$ مقدار مثبت و $\underline{f(0)}=\underset{\text{منفی}}{-3}$ و $\underline{f(-1)}=\underset{\text{مثبت}}{2}$

$\underline{f(\frac{1}{2})}=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-2-3$ مقدار منفی و $\underline{f(-\frac{1}{2})}=-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+2-3$ مقدار منفی

فقط گزینه‌ی ۱ $f(-\frac{3}{4})f(-\frac{1}{2})$ مقداری منفی می‌شود و صحیح است

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

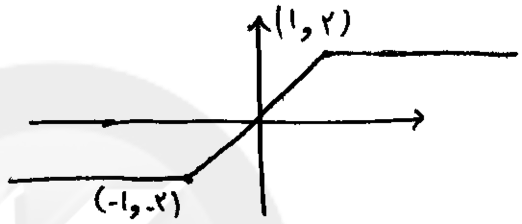
۱۱۶ـ فرمول معروف «ابنا» در این مسأله کاربرد دارد.

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt[n]{ax^n+bx^{n-1}+\cdots+c} = a\left|x+\frac{b}{na}\right|$$

پس فرمول مجانب های $f(x)$ می‌شود: $M(x)=\big||x+1|-|x-1|\big|$

این تابع معروف به تابع سرسره است:

$$M(x)=\begin{cases}-2 & x\leq -1\\ +2x & -1<x<1\\ 2 & x\geq 1\end{cases}$$



در دو نقطه‌ی $A(2,2)$ و $B(-2,-2)$ مجانب ها با $y=x$ متقاطع اند

$$AB=\sqrt{(-2-2)^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{16+16}=4\sqrt{2}$$ گزینه‌ی ۴.

۱۱۷ـ * همیشه اول از شر قدر مطلق و براکت راحت می‌شیم. $\tan\theta=\left|\dfrac{m-m'}{1+mm'}\right|$

$$\underset{x\to\frac{1}{2}^+}{f_+(x)}=\left[\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+\varepsilon\right]x+x^2=x^2+x\rightarrow f'_+\left(\tfrac{1}{2}\right)=2x+1=2$$

$$\underset{x\to\frac{1}{2}^-}{f_-(x)}=\left[\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}-\varepsilon\right]x+x^2=x^2\rightarrow f'_-\left(\tfrac{1}{2}\right)=2x=1$$

$$\rightarrow \tan\theta=\left|\frac{2-1}{1+2}\right|=\frac{1}{3}$$ گزینه‌ی ۲ صحیح است

۱۱۸- $\frac{d^2y}{dx^2}$ یعنی از y دو بار برحسب x مشتق بگیر.

با نامردی تمام باید دو بار مشتق زنجیره‌ای بگیرید.

* این سؤال چون راه حلش مشخصه ولی طولانیه بهتره حل بشه چون چند برابر سؤالات دیگه وقت میخواد.

زنجیره‌ی اول: $2xy + x^2y' - 2yy' - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

زنجیره‌ی دوم: $2y + 2xy' + 2xy' + x^2y'' - 2(y')^2 - 2yy'' - (-\frac{1}{2})x^{-\frac{3}{2}}$

* فکر کنم طراح داشته سؤال معادلات دیفرانسیل طرح می‌کرده . . .

$$A(1,2) \rightarrow 4 + y' - 4y' - 1 = 0 \rightarrow y' = 1$$

$$A(1,2)\ ,\ y'=1 \rightarrow 4 + 2 + 2 + y'' - 2 - 2y'' + \frac{1}{2} = 0$$

$$\rightarrow y'' = 6 + \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۱۹- $x=2 \in f^{-1} \rightarrow y=2 \in f \rightarrow x^3 - x^2 + 2x = 2 \rightarrow x = 1 \in f$

$$\rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + 2 \rightarrow f'(1) = 3 \rightarrow f'_{\perp} = -\frac{1}{f'}$$

f' عمود بر f^{-1} برابر با $\frac{1}{f'}$- است و در نتیجه مقدار شیب ۳- است.

فقط گزینه‌ی ۱ شیب مساوی ۳- دارد. (پاسخ گزینه ۱)

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

۱۲۰- با دیدن این سؤال خیلی خوشحال شدم. همانطور که همیشه گفته ام با دیدن کلمه‌ی تقعر باید یاد مشتق دوم بیفتید. البته اگر گزینه‌ی « (۰و۲) » در بین جواب ها بود خیلی بد می‌شد چون نصف ایران با اشتباه می‌افتادند.

ابتدا از شر قدر مطلق خلاص می‌شم:

$$f(x)=\begin{cases} xe^{-x} & x\geq 0 \\ -xe^{-x} & x<0 \end{cases}$$

* توجه کنید که هم باید بازه‌ای انتخاب شود که تابع در آن نزولی باشد و هم باید تقعرش به پایین باشد یا به عبارتی هم مشتق اول و هم مشتق دوم در آن منفی

$$f'=\begin{cases} e^{-x}-xe^{-x} & x\geq 0 \\ -(e^{-x}-xe^{-x}) & x<0 \end{cases} \rightarrow e^{-x}-xe^{-x}=0 \rightarrow x=1$$

* توجه کنید که f' هم روی ۰ و هم روی ۱ تغییر علامت می‌دهد. در جاهای منفی نزولی است. (گزینه‌ی ۲ کلاً رد می‌شه)

		۰		۱	
f'	$-$		$+$		$-$

حالا می‌رسیم سراغ f''

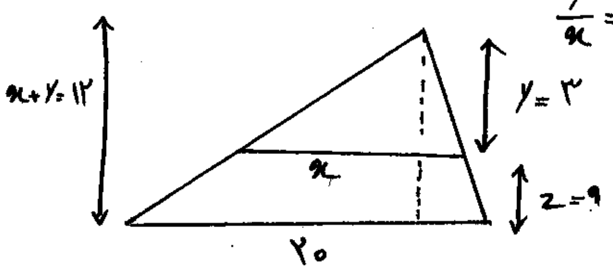
$$f''=\begin{cases} xe^{-x}-2e^{-x} & x\geq 0 \\ -(xe^{-x}-2e^{-x}) & x<0 \end{cases} \Longrightarrow e^{-x}(x-2)=0 \rightarrow x=2$$

* اینجا هم مثل f' ، f'' روی ۰ و ریشه‌ی خودش تغییر علامت می‌دهد.

		۰		۲	
f''	$+$		$-$		$+$

اشتراک جواب ها محدوده‌ی (۱و۲) را نشان می‌دهد.

۱۲۱- بر خواسته‌ی ما: $S = \frac{x+20}{2} \times z \rightarrow S' = \frac{1}{2}(z\,dx + x\,dz + 20\,dz)$



براساس قضیه‌ی تالس: $\frac{y}{x} = \frac{x+y}{20}$

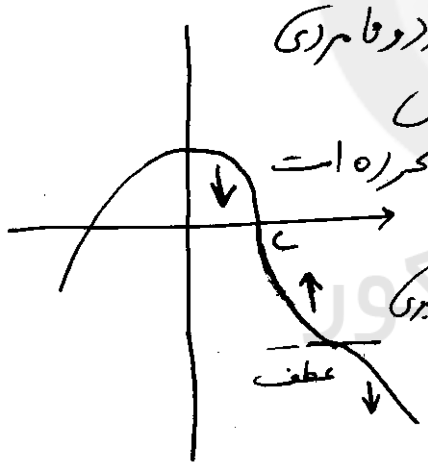
$\longrightarrow x = \frac{5}{3}y$ ⟨ $\boxed{x=5}$ ، $dx = \frac{5}{3}dy$

$\xrightarrow{dz=0/2} dy = -0/2 \rightarrow dx = -\frac{1}{3}$

$\rightarrow S' = \frac{1}{2}\left(9 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 5 \times \frac{1}{5} + 20 \times \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2}(-3+1+4) = 1$

پاسخ گزینه‌ی ۳ است

۱۲۲- این سؤال خواهش خیلی سنگین بود و فامرادی
نقطه‌ی c نقطه‌ای است که هم ریشه‌ی
تابع ما است و هم تقعر روی آن تغییر کرده است



* دلیل تأکید من در جزوه روی بحث یادگیری
مفهوم ریشه همین است که چنین
نمودار مفهومی را متوجه شوید.
خدا رو شکر بیان کرده بودیم که ریشه‌ی مکرر مرتبه‌ی فرد
نقطه‌ی عطف نیز خواهد بود.

* این یک سرنخ دیگر هم می‌دهد که این ریشه‌ی مکرر مرتبه
سوم ریشه‌ی مشتق اول هم نیز هست.

ادامه‌ی حل ۱۴۲ :

در حال حاضر یک نقطه از این تابع معلوم است و آن نقطه‌ی $x=c$ که ریشه‌ی مشتق اول و مشتق دوم است.

$$f' = -4x^3 + 24x^2 + 2ax = -2x(2x^2 - 12x - a)$$

$$\to f'(c) \Rightarrow I: 2c^2 - 12c - a = 0$$

$$f'' = -12x^2 + 48x + 2a = -2(6x^2 - 24x - a)$$

$$\to f''(c) \to II: 6c^2 - 24c - a = 0 \quad \times -1$$

$$\xrightarrow{I, II} \left\{\begin{array}{l} 2c^2 - 12c - a = 0 \\ -6c^2 + 24c + a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -4c^2 + 12c = 0 \begin{cases} c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\to 2\times 9 - 12\times 3 - a = 0 \Rightarrow a = -12 \checkmark$$ گزینه‌ی ۳

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷

۱۲۳ـ دیگه خیلی این تکراری بود. (مشتق انتگرال)

$$G'(x) = 2x \times \int_2^{\sqrt{x}} \frac{\ln(t+2)}{t^2}\,dt + x^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{\ln(\sqrt{x}+2)}{x}\right)$$

* هرگاه حد بالا و پایین انتگرال یکی شود مقدار صفر می‌شود: $\int_2^2 \frac{\ln(t+2)}{t^2}dt = 0$

$\rightarrow G'(4) = 16 \times \frac{1}{4} \times \frac{\ln 4}{4} = 2\ln 2$ پاسخ گزینه‌ی ۳

۱۲۴ـ دیگه از این آسون‌تر نمی‌شد.

* داخل براکت را در حدود انتگرال می‌سازیم و سپس روی بازه‌های اعداد صحیح تفکیک کرده و در هر بازه حد پایین را به براکت داده و انتگرال می‌گیریم

$$0 \leqslant x \leqslant 4 \Rightarrow 0 \leqslant \frac{x}{2} \leqslant 2 \rightarrow \int_0^2 \left[\frac{0}{2}\right]\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}\right)dx = 0$$

$$\int_2^4 \left[\frac{2}{2}\right]\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}\right)dx$$

$$\rightarrow \int_2^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}\right)dx = 2\sqrt{x} - \ln x \Big|_2^4 \rightarrow (2\times 2 - \ln 4) - (2\sqrt{2} - \ln 2)$$

$$= 4 - 2\ln 2 - 2\sqrt{2} + \ln 2 = 4 - 2\sqrt{2} - \ln 2$$

پاسخ صحیح گزینه‌ی ۱ است.

۰۹۱۲۶۴۳۴۳۶۷