۱) گزینه ۱

$\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 2{,}4$ کمترین تفاضل

جمله اول دنباله تفاضل : $2{,}4 - 2{,}39 = /1$

جمله دوم : $2{,}4 - 2{,}399 = /01$

جمله دهم دنباله تفاضل : $2{,}4 - 2{,}3\underbrace{99\ldots9}_{10} = /\underbrace{0\ldots01}_{10} = 10^{-11}$

۲) گزینه ۱

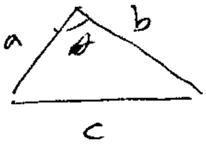
$f(4)=2 \longrightarrow \log_3^{4a+b} = 2 \longrightarrow \boxed{4a+b=9}$ (1)

$\boxed{a=2}\ ,\ \boxed{b=1}$

$(-\frac{1}{2},+\infty)$ چون دامنه $\longrightarrow ax+b \overset{x=-1/2}{=} 0 \longrightarrow \boxed{a(-\frac{1}{2})+b=0}$ (2)

$f(x)=\log_3^{2x+1} \longrightarrow f(-4/9) = -2$

۳) گزینه ۳



$S = \dfrac{ab\sin\theta}{2} = 24\sqrt{5} \longrightarrow \dfrac{9\times16\times\sin\theta}{2} = 24\sqrt{5}$

$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \longrightarrow \cos\theta = -\dfrac{2}{3}$ چون $\theta>90$

$c^2 = a^2+b^2-2ab\cos\theta = 81+256-2\times9\times16\,\overbrace{\cos\theta}^{-2/3} = 529$ ، $\sqrt{529}=23$

۴) گزینه ۲

$5!$: تعداد جایگشت ۵ رقم زیر

زوج‌ها : $2,4,6,8 \longrightarrow$ ۴ عدد

زوج بودن ارقام : $\binom{4}{2} \longrightarrow$ تعداد انتخاب ۳ رقم از بین ۵ رقم فرد $\binom{5}{3}$.

$\binom{4}{2}\times\binom{5}{3}\times5! = 7200$

09121057533

تهیه :محمد قرقچیان

۱۰۵ گزینه ۳

$$a_1+a_2+a_3+\dots+a_n = 3[a_1+a_3+\dots a_{2n-1}]$$

$$\longrightarrow a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2k} = 2[a_1+a_3+\dots+a_{2k-1}]$$

لذا قدر نسبت برابر ۲ می باشد

---

۱۰۶ گزینه ۴

چون بر $x+2$ بخش پذیر است پس $f(-2)=0$

$$16-8a+16=0 \longrightarrow \boxed{a=4}$$

$$f(x)=x^4+4x^3-8x = x[x^3+4x^2-8]=0 \quad f(-2)=0 \longrightarrow x^3+4x^2-8 \mid x+2$$

$$\text{خارج قسمت: } x^2+2x-4 \quad \text{باقیمانده: } 0$$

$$x=0,\ x=-2,\ x^2+2x-4=0 \begin{cases} x=-1+\sqrt5 \\ \boxed{x=-1-\sqrt5} \end{cases}$$

کوچکترین ریشه

---

۱۰۷ گزینه ۲

$$x^2+4x+3=A \longrightarrow x^2+4x+5=A+2 \longrightarrow A=\sqrt{A+2} \qquad A\geq 0$$

$$A^2=A+2,\ A^2-A-2=0 \begin{cases} A=2 \\ A=-1 \end{cases}$$

چون $a+c=b$ پس یک ریشه -1 و دیگری $-\frac{c}{a}$

$$x^2+4x+3=2 \longrightarrow x^2+4x+1=0 \longrightarrow \text{حاصلضرب ریشه ها} = \frac{c}{a}=1$$

---

۱۰۸ گزینه ۴

$$x=3,\ x=-4,\ x=0$$

$$\begin{cases} x<-4 \longrightarrow y=-(2x-6)-[x+4]-x=\dots \longrightarrow y=-2x+10 \\ -4\leq x<3 \longrightarrow y=(-2x+6)-(x+4)+x=\boxed{-2x+2} \\ 3\leq x \longrightarrow y=(2x-6)-(x+4)+x=2x-10 \end{cases}$$

نزولی

$$y=-2x+2 \longrightarrow f^{-1}x=-\frac{x}{2}+1$$

پس دامنه تابع معکوس $(-4,10)$ میباشد

$$x=-4 \to \boxed{y=10},\ x=3 \to \boxed{y=-4}$$

۱۰۹) گزینه ۴ هر ۳ گزینه ۱ و ۲ و ۳ اگر $k=0$ باشد، $x=0$ خواهد

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ منفی گزینه ۴ به ضابطه ... ۱ و ۲ ثابت است

کسر به ازای $x=0$ صدق نخواهد کرد

---

۱۱۰) گزینه ۱

$y=\sin^{-1}(ux) \longrightarrow -1\le ux \le 1$

$-1\le \frac{2}{x-1} \le 1$ زیرا با توجه به نمودار

$$\begin{cases} x\ge 3 \longrightarrow x-1\ge 2 \longrightarrow \frac{1}{x-1}\le \frac{1}{2} \ , \ \frac{2}{x-1}\le 1 \\ x\le -1 \longrightarrow x-1\le -2 \longrightarrow \frac{1}{x-1}\ge -\frac{1}{2} \ , \ \frac{2}{x-1}\ge -1 \end{cases}$$

---

۱۱۱) گزینه ۱

$\cos^{-1}\left(-\frac{5}{13}\right)=\alpha \longrightarrow \cos\alpha=-\frac{5}{13}$

$\longrightarrow \sin\alpha=\frac{12}{13}$

$169\sin 2\alpha = ?$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\times\frac{12}{13}\times -\frac{5}{13}$

$\cancel{169}\times 2\times\frac{12}{\cancel{13}}\times -\frac{5}{\cancel{13}} = -120$

---

۱۱۲) گزینه ۳

شرط پیوستگی $\lim_{x\to 2^-} f x = \lim_{x\to 2^+} f x = f(2)$

$\boxed{2-a}$

$Hop, \ \dfrac{a\times\frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}}{2x-2} = \dfrac{-\frac{a}{3}}{2}$

$$\begin{cases} 2-a=-\frac{a}{6} \\ a=\frac{12}{5} \end{cases}$$

۱۱۳) گزینه ۲

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$ $\quad \lim\left(\frac{n+1+1}{n+1}\right)^{2n+3} = \left[\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{2n+3}\right]$

$= \left[\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\right]^{\frac{2n+3}{n+1}}$, $\left[\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\right] \to e$

$\lim_{n\to\infty}\frac{2n+3}{n+1} = 2$ جواب: e^2

۱۱۴) گزینه ۲

$1-\cos^m u \sim \frac{mu^2}{2}$, $u\to 0$ $\qquad \sqrt[n]{1+f_n} \sim 1+\frac{f_n}{n}$, $f_n \to 0$

$[u]+[-u]$ $\begin{cases} -1 & u\notin Z \\ 0 & u\in Z \end{cases}$ $\qquad (-1)\times\frac{3\cdot\frac{x^2}{2}}{1-\left[1+\frac{x^2}{2}\right]} = 3$

۱۱۵) گزینه ۱

اگر تابع f در $[a,b]$ پیوسته باشد و $f_a\cdot f_b<0$ باشد معادله f_n در (a,b) حداقل یک ریشه دارد.

$f(-\frac{1}{2})<0$, $f(-\frac{3}{4})>0 \longrightarrow f(-\frac{1}{2})\cdot f(-\frac{3}{4})<0$ پس f در $(-\frac{1}{2},-\frac{3}{4})$ حداقل یک ریشه دارد

۱۱۶)

$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{ax^n+bx^{n-1}} \sim \sqrt[n]{a}\left|x+\frac{b}{na}\right|$: $|x+1|-|x-1| =$

محل تلاقی با خط $y=x$

$\begin{cases} \text{ن فرد} & =(x+1)-(x-1)=2 \\ \text{ن زوج} & =(-x-1)+(x-1)=-2 \end{cases}$ $\quad A\begin{vmatrix}2\\2\end{vmatrix}$ $\quad B\begin{vmatrix}-2\\-2\end{vmatrix}$

$\longrightarrow AB=\sqrt{(-2-2)^2+(-2-2)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

09121057533

تهیه :محمد قرقچیان

پاسخ ریاضی کنکور 94 رشته ریاضی

۱۱۷) غلط چون به ازای $x=\frac{1}{2}$ عبارت داخل [ ] عدد صحیح می‌گردد لذا تابع در $x=\frac{1}{2}$ ناپیوسته است و نشیم حدهای چپ و راست نامساوی شد

۱۱۸) گزینه ۴

مشتق اول: $2x\cdot y + x^2y' - 2yy' - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 0$ $\quad f(1,2)=?$

$4 + y' - 4y' - 1 = 0 \longrightarrow \boxed{y'=1}$

مشتق دوم: $2y' + y'(2x) + 2xy' + y''(x^2) - [2y'\cdot y' + y''(2y)] + \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$

$x=1,\ y=2,\ y'=1 \longrightarrow -3y'' = -\frac{13}{2} \longrightarrow \boxed{y'' = \frac{13}{6}}$

۱۱۹) گزینه ۱

$(f^{-1})'_b = \frac{1}{f'_a} \longrightarrow x^3 - x^2 + 2x = 2,\ x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$

مجموع ضرایب $=0$ پس ریشه $x=1$

$(f^{-1})'_2 = \frac{1}{f'_1}$ $\quad f'_x = 3x^2 - 2x + 2 \longrightarrow f'(1) = 3 \longrightarrow (f^{-1})'_2 = \frac{1}{3}$

شیب مماس ← شیب قائم $=-3$ ، نقطه $A(2,1)$: معادله خط قائم:

$y - 1 = -3(x-2)$

$\boxed{y + 3x = 7}$

۱۲۰) گزینه ۳

$x>0 \longrightarrow f(x) = x\cdot e^{-x},\ f'x = 1\cdot e^{-x} + (-1)\cdot e^{-x}\cdot x = e^{-x} - x\cdot e^{-x}$

$= e^{-x}[1-x]$ صعودی نزولی بودن: $1 - x < 0 \longrightarrow \boxed{x>1}$ ①

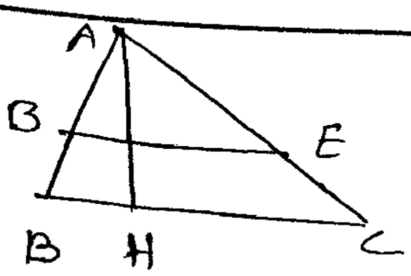
$y''<0$: شرط تقعر پایین: $-e^{-x}[1-x] + (-1)\cdot e^{-x} = -e^{-x}[2-x] < 0$ $\quad 2-x>0 \longrightarrow \boxed{x<2}$ ②

①,② $\quad 1<x<2$

09121057533

تهیه :محمد قرقچیان

۱۲۱) گزینه ۳

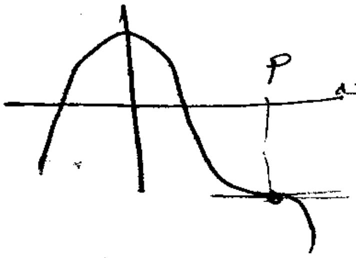


$$S=\frac{1}{2}xy \qquad \frac{y}{20}=\frac{x}{12}\longrightarrow y=\frac{5}{3}x$$

$$S=\frac{1}{2}x\cdot\frac{5}{3}x=\frac{5}{6}x^2$$

$$S'_x=\frac{5}{3}x\cdot x'=\frac{5}{3}\times 3\times 0/2=1$$

۱۲۲) گزینه ۴ چون تابع در $x=p$ مماس بر منحنی از منحنی عبور کرده و شیب صفر است لذا عطف افقی داریم پس باید ریشه مضاعف y' باشد پس در y' Δ عبارت درجه دوم صفر گردد



$$y'=-4x^3+24x^2+2ax\longrightarrow -2x\left[2x^2-12x-a\right]$$

$$\Delta=0\longrightarrow(-12)^2-4(2)(-a)\longrightarrow 144=-8a$$

$$\boxed{a=-18}$$

۱۲۳) گزینه ۳

$$G'_x=2x\int_2^{\sqrt{x}}\frac{\ln(t+2)}{t^2}\,dt+x^2\cdot\left[\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\frac{\ln(\sqrt{x}+2)}{x}-0\right]$$

$$G'_4=0+16\left[\frac{1}{2\times 2}\cdot\frac{\ln 4}{4}\right]=\ln 4=\ln 2^2$$

$$\boxed{2\ln 2}$$

۲ برابر $\ln 2$ می‌شود

زیرا $\int_a^a f\,dx=0$