

سوال (۱۰۱) انتظا د سندر دوج

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 = (3\sqrt{3} + 4) + (3\sqrt{2} - 4)$$

$$+ \sqrt{(3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)} = 7\sqrt{2}$$

گزینه ۴

$$\Delta > 0 \rightarrow P > 0, S < 0$$

رشته حقیقی من

(۱۰۲) گزینه ۴

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \rightarrow m-2 > 0, m > 2 \quad A$$

$$S < 0 \rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \rightarrow \frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{-2(m+1)}{m-2} > 0 \rightarrow -1 < m < 2 \quad B$$

اشتراک A, B جواب هر دو شرط است  
در شرط  $\Delta > 0$

(۱۰۳) گزینه ۲ چون f و g در نقطه ا بر طول استقاطع برابرند لذا

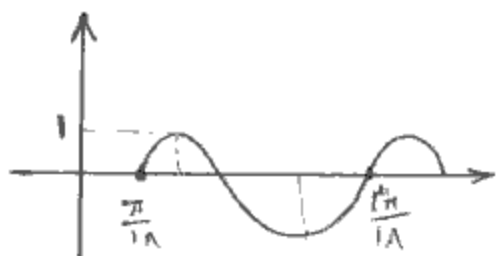
$$\left. \begin{aligned} f(-1) = g(-1) &\rightarrow r^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} \rightarrow -a+b = 2 \\ f_r = \frac{1}{r} &\rightarrow r^{2a+b} = \frac{1}{r} = r^{-1} \rightarrow 2a+b = -1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a &= -1 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

نکته:  $f_b = a \rightarrow f_a = b$   $f_x = rv \rightarrow r^{-2+1} = rv \rightarrow -2+1 = 2$

$$\boxed{x = -2}$$

سوال ۱۰۴ گزینیه ۳

$$y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$$

نقطه  $\min$  تابع زمان اینجا در شکل مشخص

$$\cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$y = a + 2 \xrightarrow{\min} a + 2 = -1 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} =$$

$$y = \cos^n ax$$

نکته: در مشتق تابع  $y = \cos^n ax$ 

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

n فریب است:

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18}$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{12\pi}{18} \rightarrow b = \pm 3$$

$$a + b = -1 \pm 3 = \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$$

۱.۵ گزینیه ۲ زمان که  $f_x$  بر صفر  $(x-a)^2 = 0$  یعنی  $x=a$  هم

$$\begin{cases} f_a = 0 \rightarrow f_1 = 0 \rightarrow a + 4 - 14 + 10 - a = 0 \\ f'_a = 0 \rightarrow 2a + 1 - 14 = 0 \rightarrow \boxed{a = 2} \end{cases}$$

چون هر دو برقرار می باشد

$$f_n = 2|x-1| - n \begin{cases} x-2 & x \geq 1 \\ -x+2 & x < 1 \end{cases}$$

۱.۶ گزینیه ۲

$$\begin{cases} x \geq 1 \rightarrow \sqrt{x+4} \geq x-2 \rightarrow x+4 \geq x^2 - 4x + 4 \rightarrow x=0 \end{cases}$$

حالت تقاطع ساده تر از رویه

$$\begin{cases} x < 1 \rightarrow \sqrt{x+4} \geq -x+2 \rightarrow x+4 \geq 9x^2 - 12x + 4 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

$$x < 1 \rightarrow \therefore \frac{1+0}{1} = \frac{1}{1}$$

سوال (۱۰۷) گسترش

$$1 - \log(x^2 - r_n) \geq 0 \rightarrow \log x^2 - r_n \leq 1$$

$$\log \frac{x^2 - r_n}{1} \leq \log 10 \rightarrow x^2 - r_n \leq 10 \rightarrow x^2 - r_n - 10 \leq 0$$

$$(x-5)(x+1) \leq 0 \quad \begin{array}{c|c|c} -2 & 5 \\ \hline + & - & + \end{array} \quad -2 \leq x \leq 5 \quad (A)$$

$$\text{از طرف: } x^2 - r_n > 0 \rightarrow x(x - r_n) > 0 \quad \begin{array}{c|c|c} 0 & r_n \\ \hline + & - & + \end{array} \quad x > r_n, x < 0 \quad (B)$$

$$A \cap B : [-2, 0) \cup (r_n, 5]$$

سوال (۱۰۸) گسترش

$$\begin{cases} \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = -\cos 2\theta \end{cases}$$

$$\sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta \rightarrow 2 \sin^2 \theta \cos \theta = -\cos \theta$$

$$\cos \theta [2 \sin^2 \theta + 1] = 0 \quad \begin{cases} \cos \theta = 0 \rightarrow \theta = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \\ \sin^2 \theta = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \left[ \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rightarrow \begin{cases} \theta = 2k\pi + \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad \theta = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rightarrow \theta = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \\ \theta = 2k\pi + (\pi - \frac{\sqrt{\pi}}{2}) \rightarrow \theta = \frac{11\pi}{12} \end{cases}$$

$$\text{مجموع حواص: } \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{\pi}}{12} + \frac{11\pi}{12} = \frac{10\pi}{12} = \frac{5\pi}{6}$$

سوال ۱۰۹) گزینده ۱

$$y = \cos(\underbrace{\tan^{-1} x}_{\alpha})$$

$$\tan^{-1} x = \alpha \rightarrow \tan \alpha = x$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \text{ و } y = m x$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} = m x \rightarrow m^2 x^2 + m^2 x^2 - 1 = 0 \text{ فرض } x^2 = A$$

$$m^2 A + m^2 A - 1 = 0$$

چون  $a, c$  مختلف‌العلامت

هستند پس معادله ۲ درجه ۲ مختلف‌العلامت دارد و ۲ جواب قبول دارد

$$m \in \mathbb{R} - \{0\}$$

۱۱۰) گزینده ۳

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f_n : [\sin^+] \cos \alpha^+ + [\tan^{-1}(\frac{x}{r})^+]$$

$$= 0 \times (-1) + [\pi^+] = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f_n : [\sin^-] \cos \alpha^- + [\tan^{-1}(\frac{x}{r})^-] =$$

$$(-1) (-1) + [\pi^-] = \pi$$

سوال ۱۱۱) نقطه  $m$  تابع  $-1 < x < 2 \rightarrow x^2 < 4 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

$$x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4}$$

$$x^2 = 4$$

$$\rightarrow x = \pm 2$$

$$x = 2 \text{ استاره زده باشد حذف شود}$$

$$x = -2 \text{ هم در بازه نباشد}$$

$$x = -1 \text{ استاره زده باشد حذف شود}$$

لذا مجموعه نقاط نا بیهوش تابع  $\{1, \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}\}$  باشد

سوال ۱۱۲) مشتق  $y' = \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow -1 < y' < 1$

تابع خط می  $y = \sqrt{1+x^2}$  : معادله  $(m+2)y = mn \rightarrow y = \frac{m}{m+2}n$  ، شیب خط  $= \frac{m}{m+2}$

$$-1 < \frac{m}{m+2} < 1 \rightarrow \left| \frac{m}{m+2} \right| < 1 \rightarrow |m| < |m+2|$$

$$m^2 < m^2 + 4m + 4 \rightarrow 4m + 4 > 0 \rightarrow m > -1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۱۳) گزیده ۲  
چون حاصل هر یک عددی است

لذا زنجیره  $a_n$  همگرا و کراندار است

به دلیل وجود عامل  $(-1)^n$  در مجموع زنجیره دزد جمله عمومی زنجیره تغییر کرده و  
زنجیره غیر تکناهی است.

↓

$$\begin{cases} n \text{ فرد} : \frac{n^2-1}{2n^2+2} \\ n \text{ زوج} : \frac{n^2+1}{2n^2+2} \end{cases}$$

مسئله ۱۱۴) گزیده ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left[ 1 - n^2 \left[ \frac{1}{n^2} \right] \right]$$

زمانیکه  $x \rightarrow 0$ ،  $\frac{1}{x^2} \rightarrow \infty$  است  
به دست  $+\infty$  می رسد

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} - \left[ \frac{1}{n^2} \right]$$

فرض کنید  $\frac{1}{n^2} = A$

$$\frac{1}{n^2} - \left[ \frac{1}{n^2} \right] \sim U - [U]$$

لذا تابع حدشماره  $0 \leq U - [U] < 1$  می باشد

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{2}{3}$$

$$a_1 = \frac{2(1)+1}{2(1)+1} = \frac{3}{3}$$

سوال (۱۱۵)

$$a_n = \frac{an+b}{cn+d} \begin{cases} ad > bc & \text{کاهش} \\ ad < bc & \text{نزد} \end{cases} \quad 2 \times 1 < 1 \times 2 \quad \text{نزد}$$

چون دنباله نزده باشد، نزدیکترین کران پایین یعنی  $\inf$  همان عدد خواهد بود.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{an^n + bn^{n-1} + \dots} \sim \sqrt[n]{a} \left( n + \frac{b}{na} \right) \quad \text{سوال (۱۱۶) در } n$$

$$\sqrt[n]{an^n + bn^{n-1}} \sim \sqrt[n]{a} \left( n + \frac{b}{na} \right) = 2 \left( n + \frac{1}{12} \right) = 2n + \frac{1}{6}$$

$$\begin{cases} y = 2n + \frac{1}{6} \\ \text{مقادیر جانبی} \end{cases} \rightarrow 2(0) + \frac{1}{6} = \frac{1}{6} = y$$

مثلاً:  $n=0$

$$f(-n) = \frac{1}{n} (\sqrt{n^2 + 4} - n) \rightarrow f_n \cdot f(-n) = \frac{1}{n} ((n^2 + 4) - n^2) = 1 \quad \text{سوال (۱۱۷) سنجیده}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(-n) = 1 \rightarrow f(-n) = \frac{1}{f_n}$$

یعنی اگر  $n$  بزرگ شود  $f$  معکوس می‌شود

$$f(x) = -f\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow f_n + f_{\frac{1}{n}} = 0 \quad \text{یعنی اگر } n \text{ بزرگ شود } f \text{ معکوس می‌شود}$$

سوال ۱۱۸)  $f'(1) = f'_n = 1 \cdot e^{1-n} + (-1) \cdot e^{1-n} \cdot (n+1)$

$$f'(1) = 1 \cdot e^0 - e^0 (1+1) = 1 - 2 = -1$$

گزینه ۲  $\gamma_a = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{2 - (-2)}{1 + 2(-2)} \right| = 1 \rightarrow$

م/ب  $A \mid f=2 \quad m/ \cdot \rightarrow An = \frac{2-0}{1-0} = 2$

سوال ۱۱۹)  $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{f'_n - 2f_n}{n-2} = \div \text{ H.O.P } \frac{2f'_n \cdot f_n - 2f'_n}{1}$

$$\Rightarrow f(2) = 2(2) - 2 = 2, \quad f_n = 2n - 2 \rightarrow f'_n = 2$$

$$2 \times 2 \times 2 - 2 \times 2 = 12$$

$$y = (a-n) \sqrt[n]{n^2} = an^{\frac{2}{n}} - n^{\frac{2}{n}}$$

سوال ۱۲۰) گزینه ۱

$$y' = \frac{1}{n} x^{-\frac{1}{n}} - \frac{2}{n} x^{\frac{2}{n}} \rightarrow y'' = -\frac{1}{n^2} x^{-\frac{1}{n}-1} - \frac{2}{n^2} x^{\frac{2}{n}-1} = -\frac{1}{n^2} + \frac{n+1}{n^2 \sqrt[n]{n}}$$

$y'' = 0 \rightarrow n = -1$  در نقطه



سوال (۱۴)

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}, \quad \text{مساحت جانبی} = \pi r \cdot L$$

$$\text{نقشه: } r^2 + h^2 = L^2 \longrightarrow L = \sqrt{r^2 + h^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} L = \sqrt{\frac{1}{h} + h^2} \\ V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi}{3} \longrightarrow r^2 h = 1 \longrightarrow r = \sqrt{\frac{1}{h}} \end{array} \right.$$

$$S(h) = \pi \left( \sqrt{\frac{1}{h}} \right) \sqrt{\frac{1}{h} + h^2} = \pi \left( \sqrt{\frac{1}{h^2} + h} \right)$$

$$S'_h = \pi \cdot \frac{-\frac{1}{h^2} + 1}{2\sqrt{\frac{1}{h^2} + h}} = \pi \frac{-\frac{1}{h^2} + h^2}{2h^2 \sqrt{\frac{1}{h^2} + h}} = 0$$

$$-1 + h^4 = 0 \longrightarrow h = \sqrt[4]{1}$$

سوال (۱۲۲) معادله خط  $x = 3$  را به فرم  $ax + by = c$  بنویسید

$$f_n = \frac{x^2 + ax + b}{x + c}$$

$$x + c = 0 \longrightarrow x = -c = -3 \longrightarrow c = 3$$

$$\frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 3x} \quad \frac{x^2 + ax + b}{x + (a-3)}$$

$$\boxed{y = x + a - 3} \quad \text{معادله خط}$$

معادله خط را به فرم  $ax + by = c$  بنویسید

$$\left\{ \begin{array}{l} y = x + a - 3 \\ x = 3 \end{array} \right. \longrightarrow \bullet = 3 + a - 3 \longrightarrow \boxed{a = 3}$$

$$a - 3b = 0 \longrightarrow \boxed{b = 1}$$

چون  $a = 3$  و  $b = 1$  پس معادله خط  $x = 3$  را به فرم  $ax + by = c$  بنویسید

سوال ۱۲۳)

$$f_c = \frac{\int_a^b f_n dn}{b-a} = \frac{\int_2^4 \frac{n^2-2}{n^2} dn}{4-2} = \frac{\int_2^4 (1 - \frac{2}{n^2}) dn}{2}$$

$$= \frac{[n + \frac{2}{n}]_2^4}{2} = \frac{\frac{18}{2}}{2} = \frac{9}{2}$$

مسئله ۱۲۴) گزینیه ۲

$$1 + \cos n = 2 \cos \frac{n}{2} \rightarrow \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos \frac{n}{2}}{2 \sin \frac{n}{2}} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot \frac{n}{2}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} [(1 + \cos n) - 1] dn = - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos n) - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 1 dn$$

$$= [-\cos n]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - [n]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$