

پاسخ تشریحی دروس ریاضی و فیزیک کنکور سراسری داخل کشور ۹۵ رشته ریاضی

کاری از آقایان:

حسین آقامحمدی

رضا زینی

پدرام قلی بیگی

دانش آموزان دبیرستان تیزهوشان شهید بهشتی شهر ری ناحیه ۲



سایت کنکور

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 =$$

$$= 3\sqrt{2} + 4 + 3\sqrt{2} - 4 + (\sqrt{18-14})^2 = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$



ریشه‌های منفی

$$\begin{cases} \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \Rightarrow m > 2 & (1) \\ -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 & (2) \end{cases}$$

حالت‌های ①، ② که هم‌زمان باید با هم برقرار باشند، اشتباهی ندارند پس برای هیچ مقدار m ، معادله دوربیهی منفی ندارد.

$$f(-1) = g(-1) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = 9 = 3^2$$



$$f(-1) = 3^{-a+b} = 3^2 \Rightarrow -a+b=2$$

$$f(2) = 3^{-1} = 3^{2a+b} \Rightarrow 2a+b=-1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3^{-x+1}$$

$$f^{-1}(27) = \alpha \quad f(\alpha) = 27 = 3^3$$

$$f(\alpha) = 3^{-\alpha+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\alpha+1=3 \Rightarrow \alpha=-2 \end{cases}$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\text{دوره تناوب} = T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} \quad (1) \quad 154$$

$$-2 \leq -2\cos \alpha \leq 2$$

$$T = \frac{2\pi}{b} \quad (2)$$

$$a - 2\cos \alpha \leq 1$$

$\Downarrow$

$$a = -1$$

$$(1), (2) \Rightarrow b = 3$$

$$a+b=2$$



$$P(x) = ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a$$

$$P(x) = (x-1)^2 h(x) \Rightarrow \text{پس } x=1 \text{ ریشه مضرب } P(x) \text{ می باشد}$$

$$P'(x) = 3ax^2 + 8x - 14 \xrightarrow{x=1} P'(1) = 3a + 8 - 14 = 0 \Rightarrow a = 2$$

✓

$$x > 1 : \sqrt{3x+4} > x-2 \Rightarrow 3x+4 > x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 0 > x^2 - 7x$$

$$\Rightarrow 0 > x(x-7) \quad (1)$$

$$x \leq 1 : \sqrt{3x+4} > -3x+2 \Rightarrow 3x+4 > 9x^2 - 12x + 4 \Rightarrow 0 > 9x^2 - 15x$$

$$\Rightarrow 0 > 3x(3x-5) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 0 < x < 7 \Rightarrow \text{وسط بازه} = \frac{7}{2}$$

✓

$$x^2 - 3x \neq 0 \Rightarrow \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{matrix} \Rightarrow \text{ریشه های } 2, 3, 4$$

پس دو تا

$$x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x < 0, x > 3 \quad (1)$$

$$\log x^2 - 3x \leq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{دامنه} = [-2, 0) \cup (3, 5]$$

✓

$$\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x = -\cos 2x$$

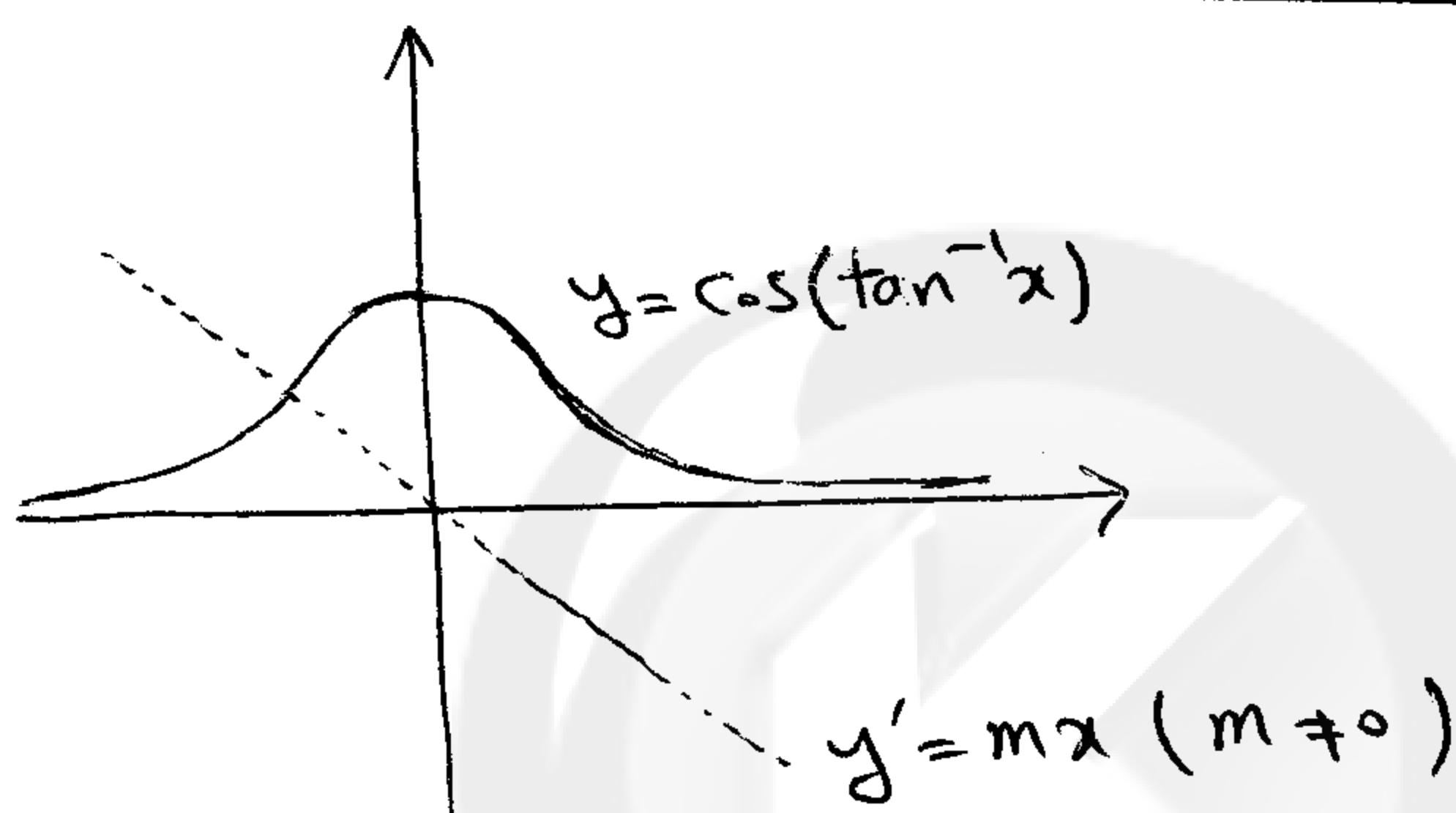
حالت اول: $\cos 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

حالت دوم: $\cos 2x \neq 0 \Rightarrow 2 \sin 2x = -1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$

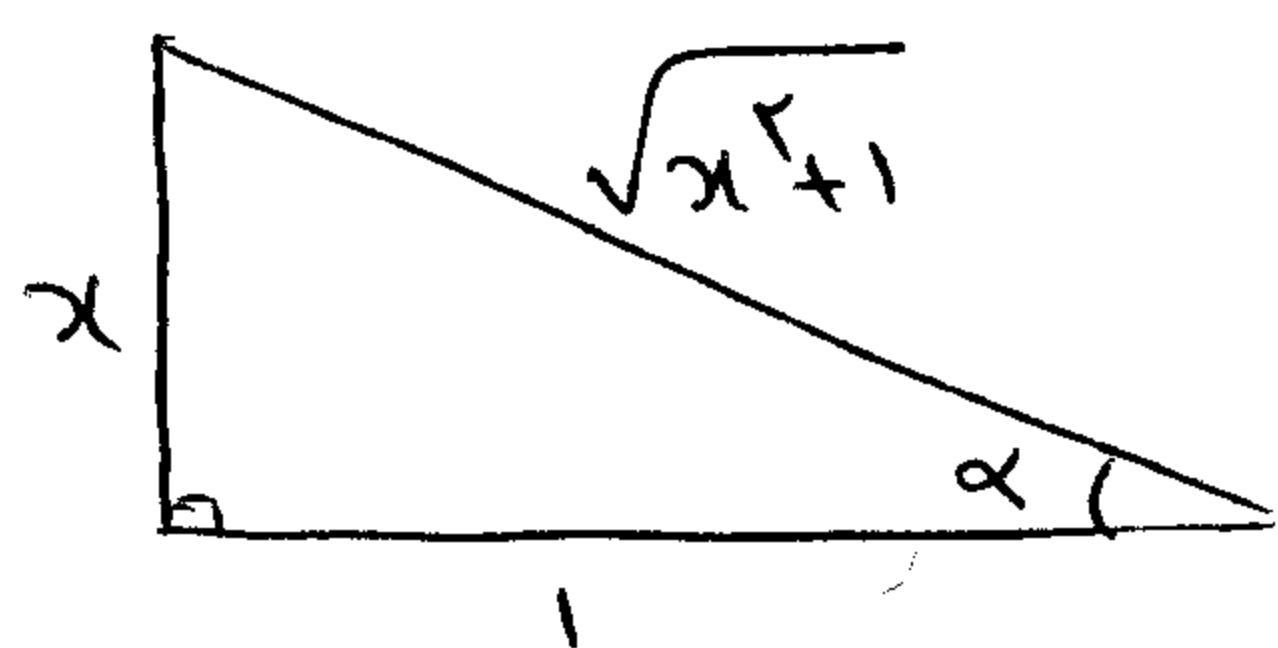
مجموع جواب ها: $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \pi + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

۳

روش اول: رسم نمودار



روش دوم: رسم مثلث قائم الزاویه



$$\cos(\tan^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\cos \alpha = m x \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = m x \Rightarrow \text{ست چپ، صفر}$$

نیست، پس $m \neq 0$

* از طرفی تابع $y = \cos(\tan^{-1} x)$ زوج است. پس نزیدی ۱ درست است.

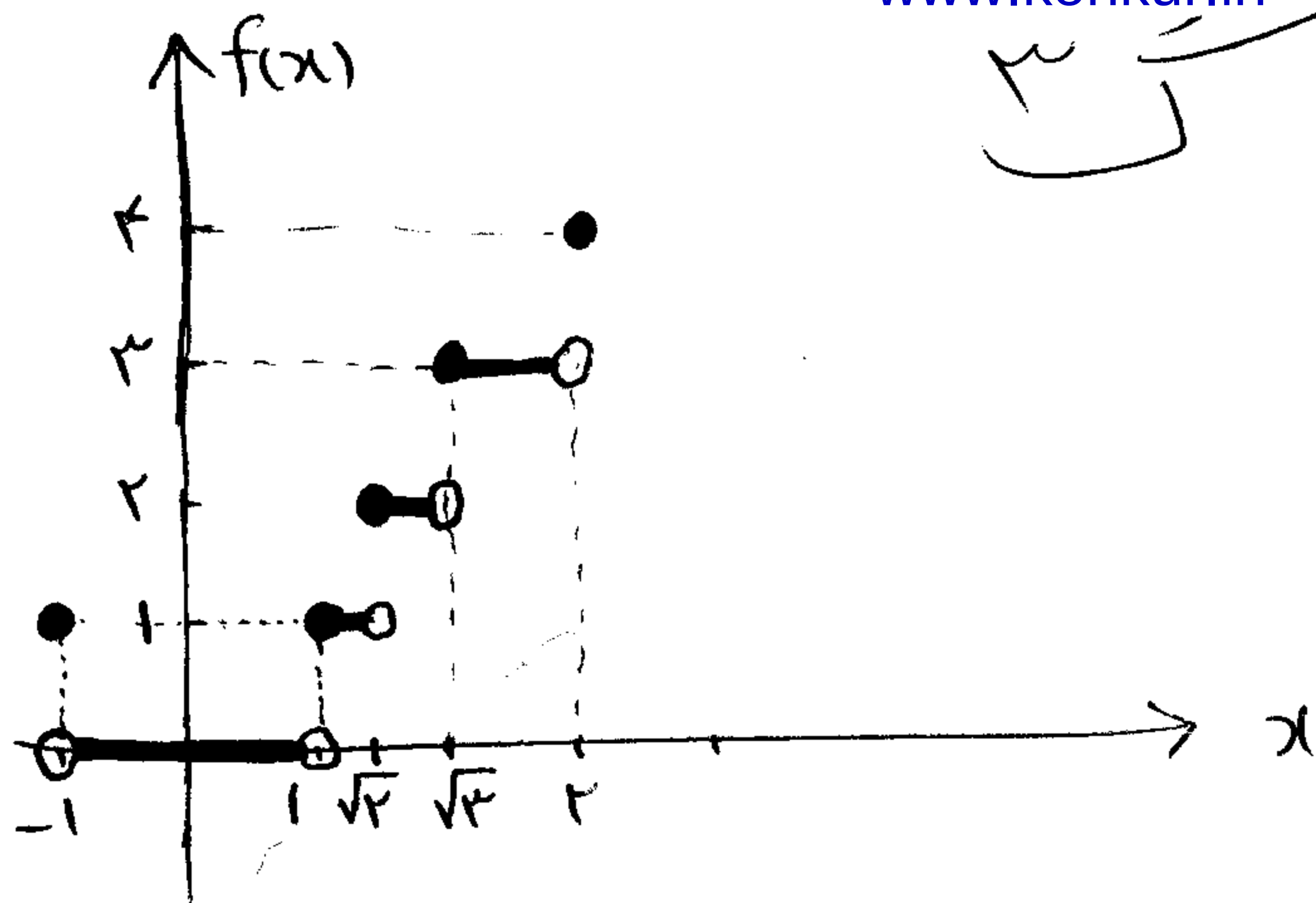
$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+ : [\sin(0^+)] \cos(\pi^+) + [3^+] = 0 \times (-1) + 3 = 3$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}^- : [\sin(0^-)] \cos(\pi^-) + [3^-] = (-1) \times (-1) + 2 = 3$$

$$x = \frac{\pi}{4} : [\sin 0] \cos \pi + [3] = 0 + 3 = 3$$

۳

پس حد دارد و حد آن برابر مقدار ۳ است.

تابع $f(x)$ با توجه به شکل روبه رودر بازه $[-1, 2]$ در نقطه

ناپیوسته است.

112

ک

$$\text{شیب خطوط مماس} \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow -1 < y' < 1 \quad (1)$$

$$(m+2)y = mx \Rightarrow y = \frac{m}{m+2}x \quad (1) \Rightarrow \left| \frac{m}{m+2} \right| < 1 \Rightarrow m > -1$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{m}{m+2}$$

113

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

دنباله همگرا است.

$$\begin{aligned} n=1 & \rightarrow 0 \\ n=2 & \rightarrow \frac{1}{2} \\ n=3 & \rightarrow \frac{2}{5} \end{aligned}$$

دنباله غیر یکنوا است.

ک

114

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} (1 - x^2 [\frac{1}{x^2}]) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - [\frac{1}{x^2}] \xrightarrow{\frac{1}{x^2} = t} \lim_{t \rightarrow \infty} t - [t]$$

عبارت $t - [t]$ در بی نهایت مقدار مشخصی ندارد.

ک

$$\left(\frac{r_{n+1}}{r_n}\right)' = \frac{-1}{(r_{n+1})^2} < 0$$

مستوی دنباله منفی است، پس دنباله نزولی است.

پس بزرگترین کران پایین برابر حد دنباله یعنی $\frac{2}{3}$ می باشد.

$$y = \sqrt[3]{16x^3 + 2x^2} \sim \sqrt[3]{(2x + \frac{1}{4})^3} = 2x + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = \text{عرض از مبدأ}$$

$$y = \frac{1}{x} (x + \sqrt{x^2 + 4}) \Rightarrow 2y = x + \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow (2y - x)^2 = x^2 + 4$$

$$\Rightarrow 4y^2 + x^2 - 4xy = x^2 + 4 \Rightarrow y^2 - xy = 1 \Rightarrow y^2 - 1 = xy$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^2 - 1}{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 1}{x} \quad \left\{ \Rightarrow f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \right.$$

$$\Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{1 - x^2}{x^2}}{\frac{1}{x}} = \frac{1 - x^2}{x}$$

$$f(x) = (x+2)e^{1-x} \quad f(1) = 3$$

شیب خط واصل بین نقاط

(0, 5) و (1, 3)

$$f'(x) = e^{1-x} - (x+2)e^{1-x}$$

$$f'(1) = 1 - 3 = -2$$

$$\tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-2 - 3}{1 - 4} = \frac{-5}{-3} = 1$$

$$f(x) = x \quad f'(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)f'(x) - f'(x)}{1} = 2 \times 1 \times 1 - 1 \times 1 = 1$$

$$y = 2x^{2/3} - x^{5/3} \Rightarrow y' = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'' = -\frac{10}{3x^{4/3}} - \frac{10}{3x^{4/3}} = 0 \Rightarrow -x^{-1/3} = x^{-4/3} \Rightarrow$$

$$-x^{-1} = x^{-4} \Rightarrow \frac{-1}{x} = \frac{1}{x^4} \Rightarrow x = -1$$

* وقت کنید عدد صفر در دامنه ی y' موجود می باشد.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r^2 h = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{h}} \quad (2) \quad l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$S_{\text{جانبی}} = \pi r l = \pi \frac{1}{\sqrt{h}} \sqrt{h^2 + \frac{1}{h}} = \pi \sqrt{h + \frac{1}{h^2}}$$

حال از عبارت فوق مشتق گرفته و آن را برابر صفر قرار می دهیم. (نسبت به h)

$$\left(\pi \sqrt{h + \frac{1}{h^2}} \right)' = \frac{\pi(1 - \frac{2}{h^3})}{2\sqrt{h + \frac{1}{h^2}}} = 0 \Rightarrow 1 = \frac{2}{h^3} \Rightarrow h' = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{مجانباتم} : x = -3 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \text{مجانباتم} \Rightarrow x + b' = 0$$

$$-3 + b' = 0 \Rightarrow b' = 3$$

$$\Rightarrow \text{مجانباتم} = x - 3 \Rightarrow a = -3$$

$$14 = 4 \times b$$

$$b = 3.5$$

از طرفی صورت کسر باید در برای ریشه ی مضاعف باشد

$$F(x) = \int \frac{x^r - r}{x^r} dx = \int 1 - \frac{r}{x^r} = x + \frac{r}{x}$$

$$\frac{1}{r-r} (F(x) - F(r)) = \frac{1}{r} (x + \frac{1}{r} - r - 1) = \frac{1}{r} \times \frac{r}{r} = \frac{r}{r}$$

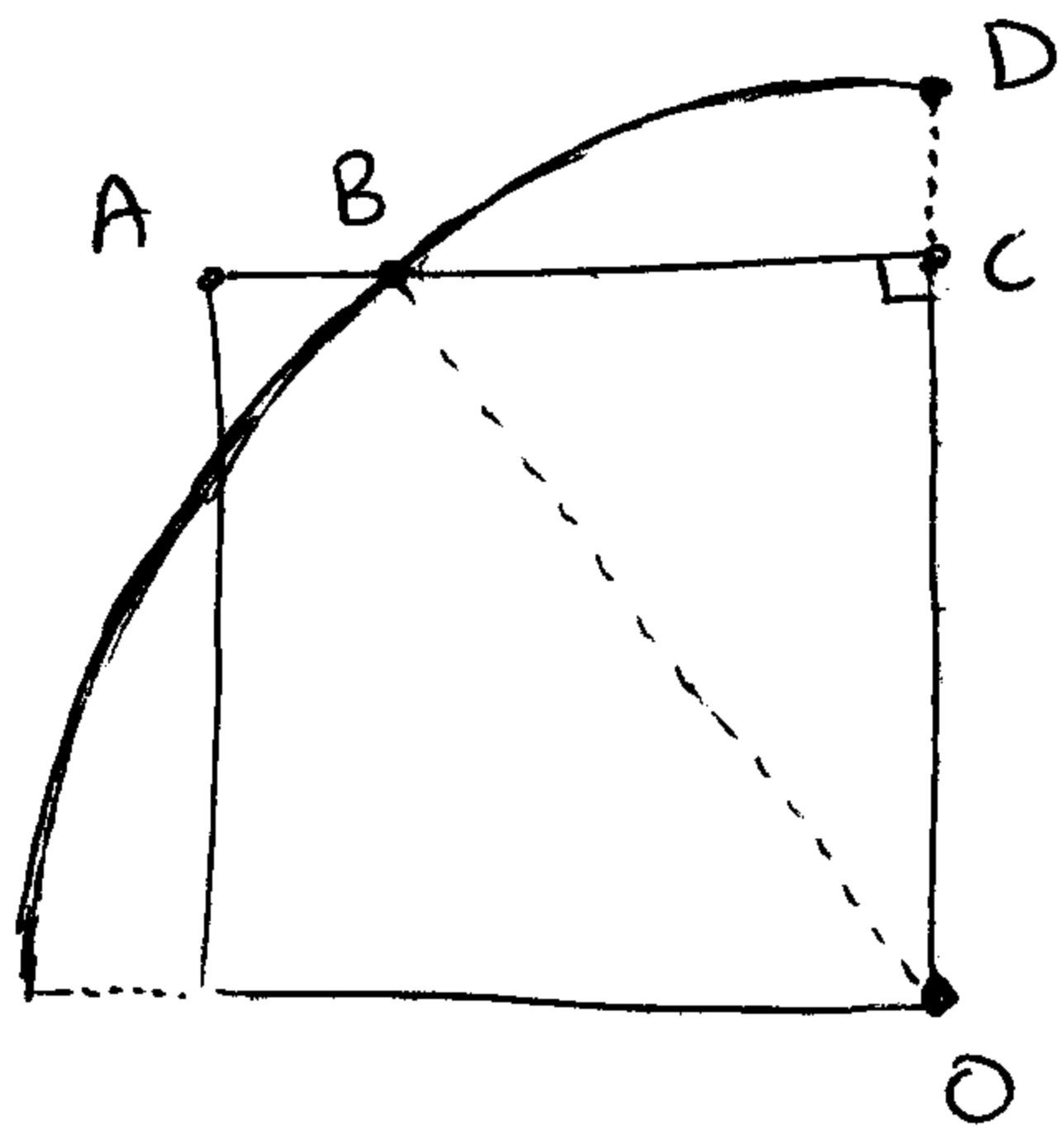
123
✓

$$F(x) = \int \frac{1 + \cos rx}{r \sin rx} = \int \frac{r \cos rx}{r \sin rx} = \int \cot rx + 1 - 1 = -\cot rx - x$$

124

$$\int_{\frac{\pi}{r}}^{\frac{\pi}{r}} \frac{1 + \cos rx}{r \sin rx} = F(\frac{\pi}{r}) - F(\frac{\pi}{r}) = -\frac{\pi}{r} + 1 + \frac{\pi}{r} = 1 - \frac{\pi}{r}$$

✓



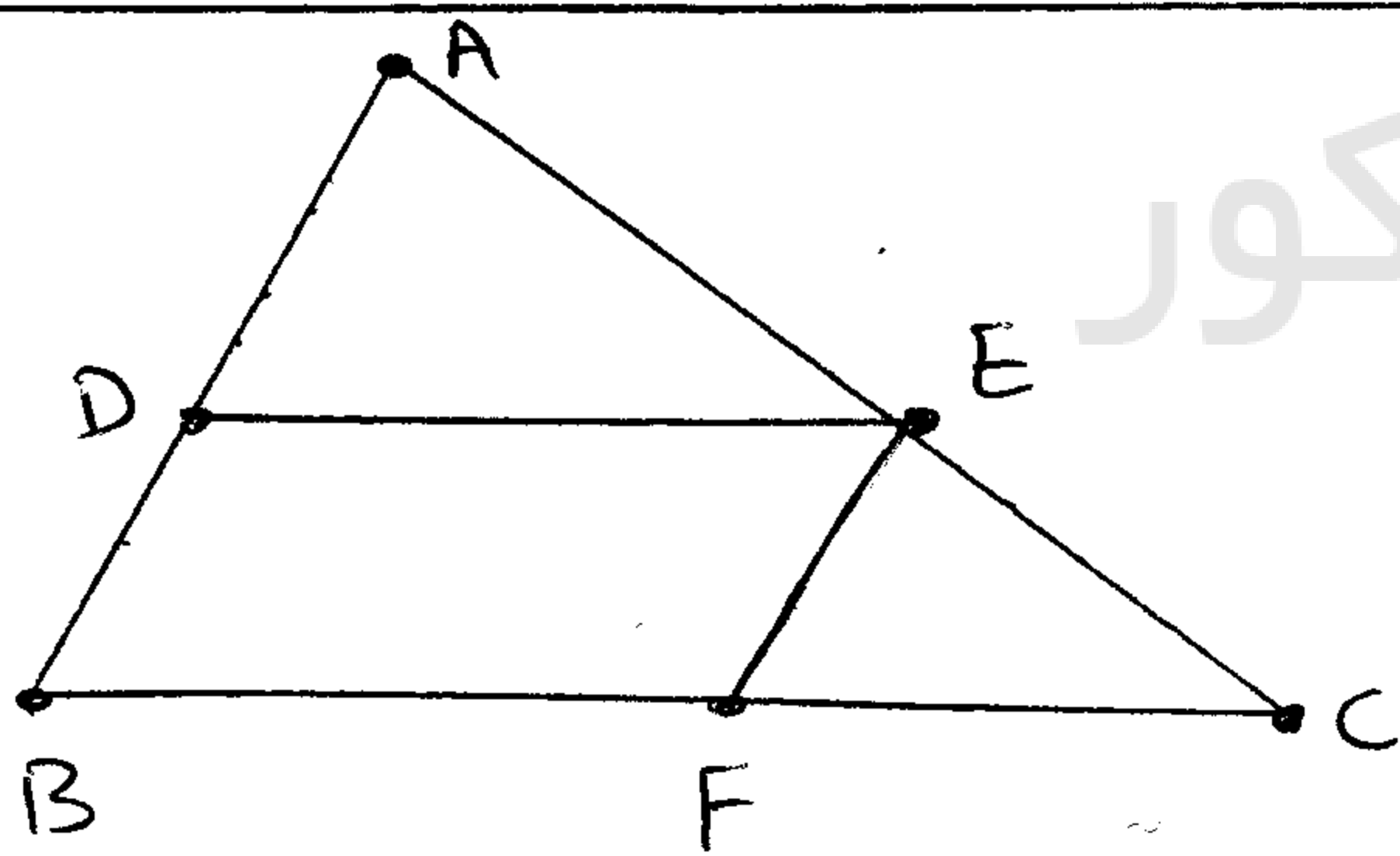
$$OB^r = OC^r + BC^r$$

$$(r, \omega)^r = r^r + BC^r \Rightarrow BC = 1/\omega$$

$$\Rightarrow AB = r/\omega$$

✓

125



$$\frac{AD}{BD} = \frac{r}{r} \Rightarrow AD = rx, BD = rx$$

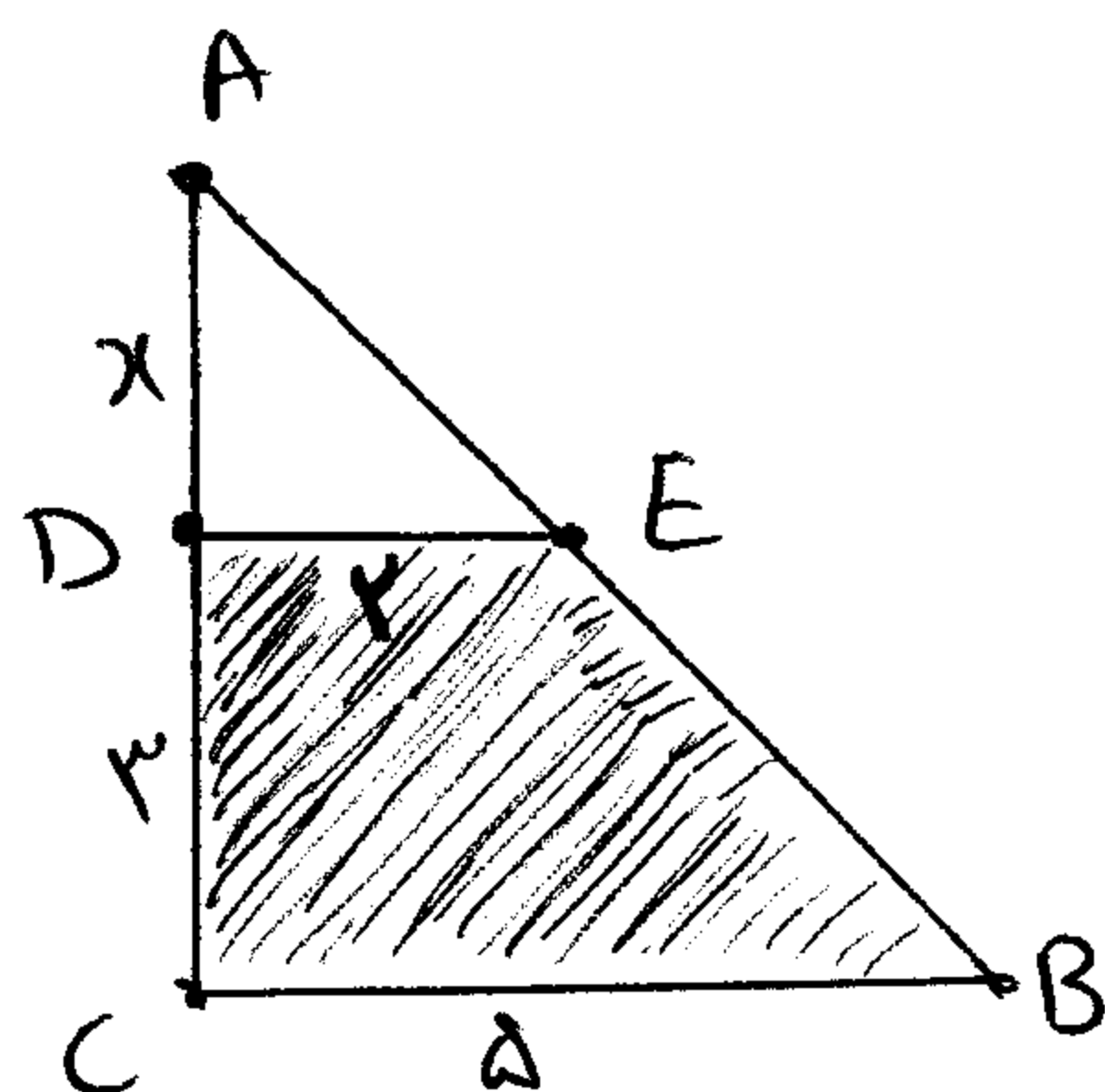
$$EF = rx$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC, \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = (\frac{AD}{AB})^r = \frac{9}{r\omega}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle ABC, \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = (\frac{EF}{AB})^r = \frac{4}{r\omega}$$

$$\frac{S_{BDEF}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} - \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{9}{r\omega} - \frac{4}{r\omega} = \frac{1r}{r\omega} = r/\omega$$

✓



$$\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5} \Rightarrow x=2$$

$V_{\text{خفه}}$ ، منظور حجم حاصل از دوران قسمت خفه است.

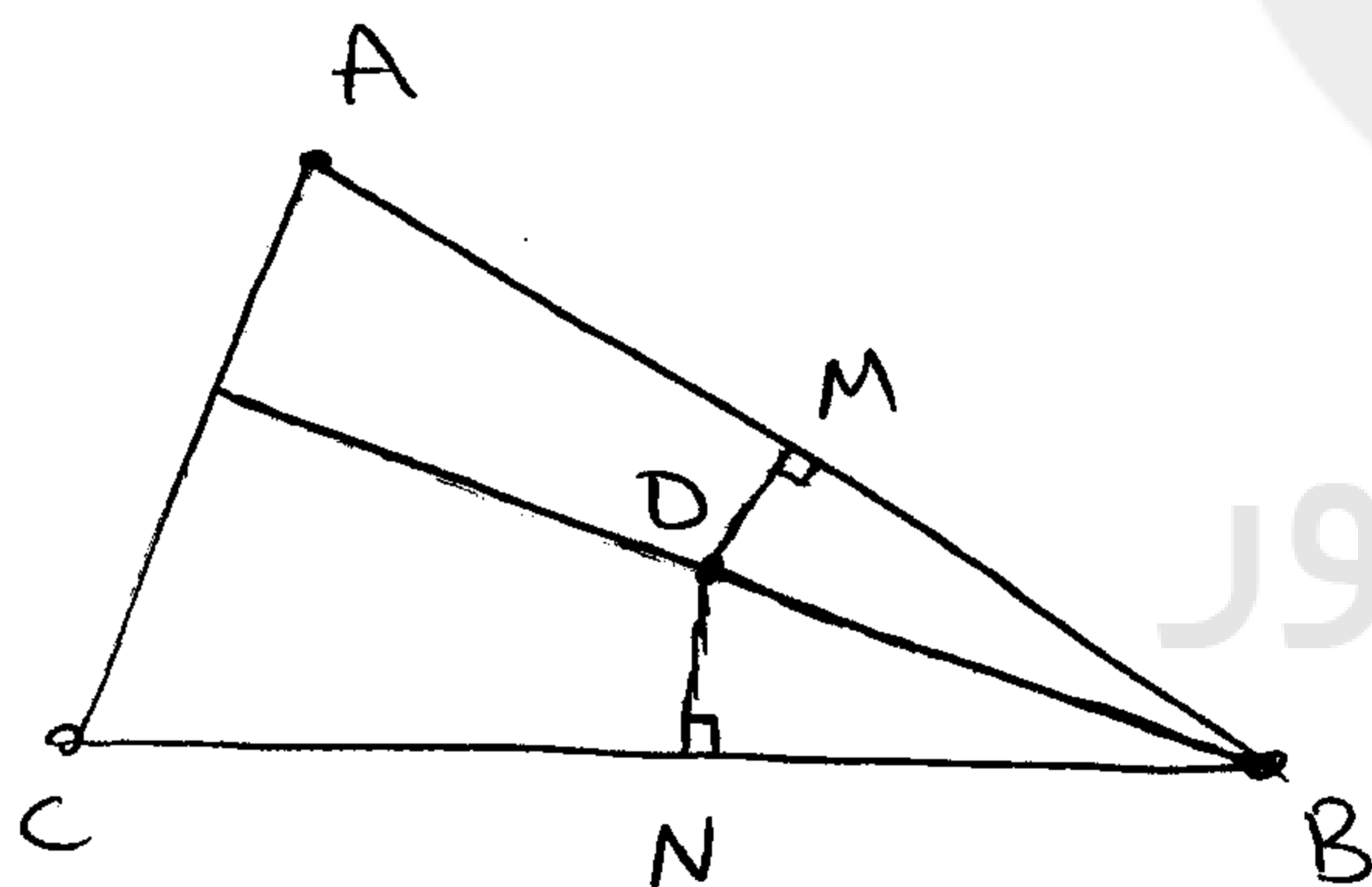
$V_{\text{کل}}$ ، منظور حجم حاصل از دوران ABC است.

$V_{\text{پایه}}$ ، منظور حجم حاصل از دوران قسمت هاسور غوره است.

$$\frac{V_{\text{پایه}}}{V_{\text{کل}}} = 1 - \frac{V_{\text{خفه}}}{V_{\text{کل}}} = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{117}{125}$$

$$V_{\text{پایه}} = \frac{117}{125} V_{\text{کل}} = \frac{117}{125} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 5^3 = 49\pi$$

* نسبت $\frac{V_{\text{خفه}}}{V_{\text{کل}}}$ برابر نسبت $\frac{A_{\triangle ADE}}{A_{\triangle ABC}}$ به توان ۳ می باشد.



$$\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow BC > AB$$

۱۲۸

$$BN + CN > BM + AM$$

$$BN + CN > BN + BN$$

$$CN > BN$$

* D روی نیمساز زاویه $\hat{B}$ است. پس $BM = BN$. از طرفی D روی عمود منصف AB است در نتیجه $AM = BM$.

$$\Rightarrow \begin{cases} BN = BM \\ AM = BM \end{cases} \Rightarrow BM = AM = BN$$

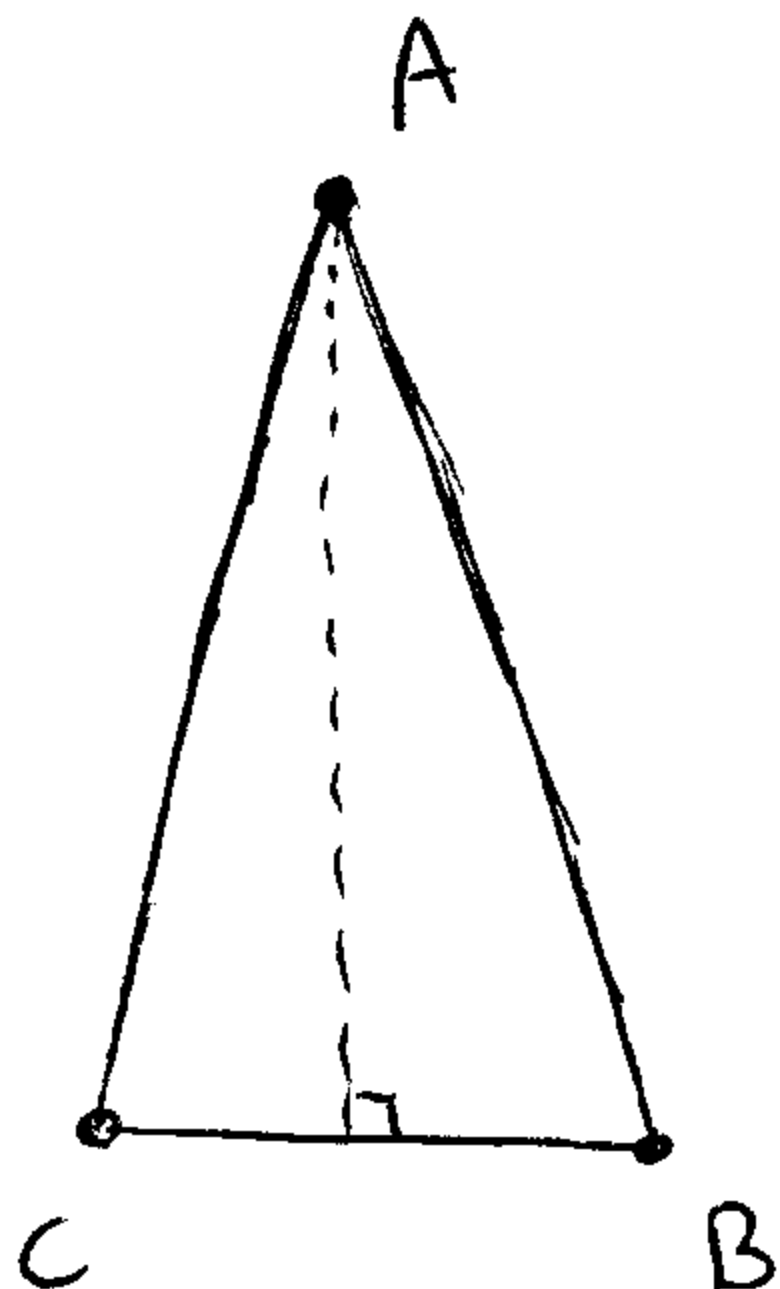
$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

۱۲۹ طبق قضیه سینوس ها داریم:

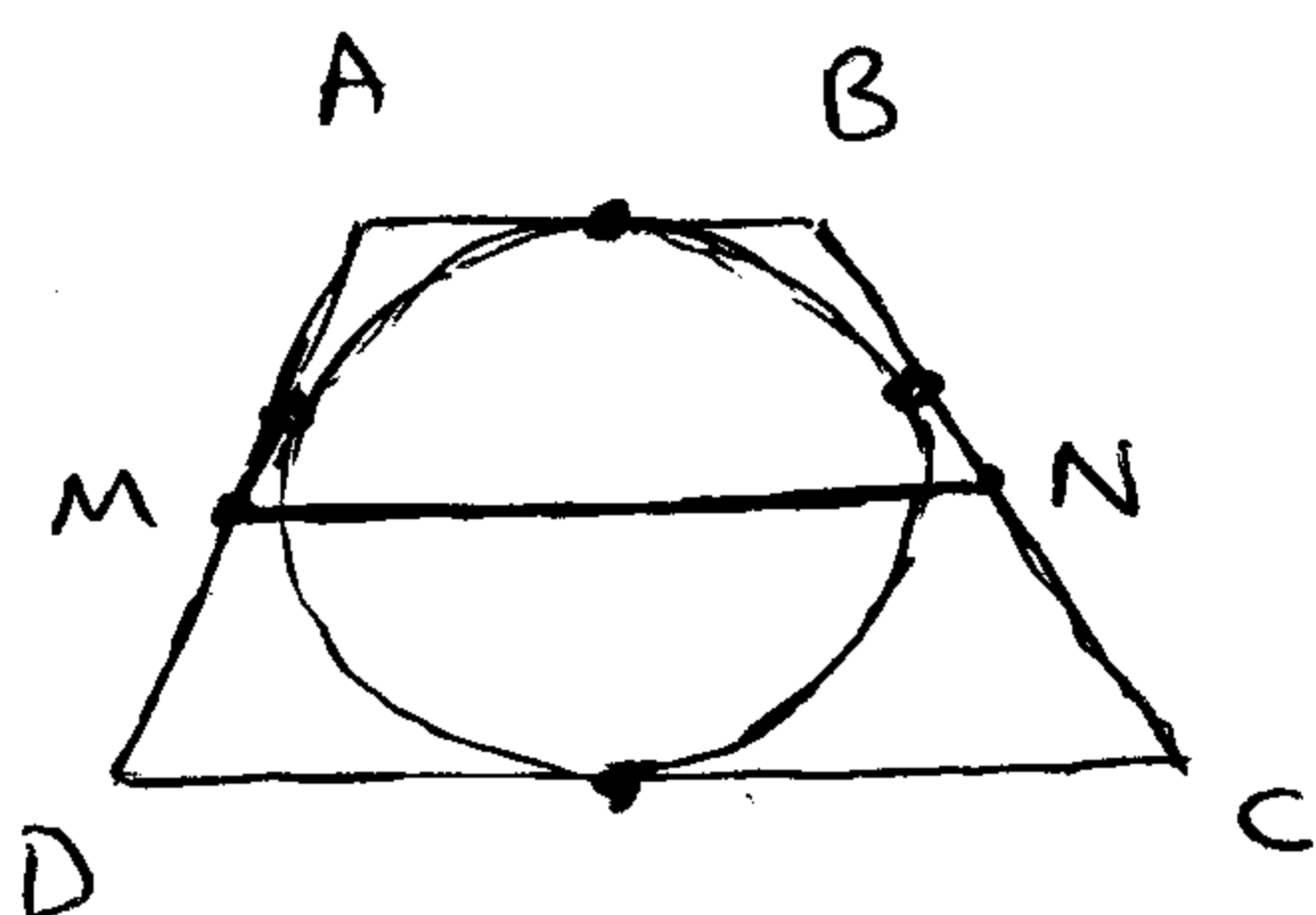
از این طریق مقدار R بدست می آید و نقطه A روی دایره می چرخد.
مقدار h زمانی Max است که $AB=AC$ درادامه:

$$\hat{A} = \alpha \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \omega$$

$$\tan \omega = \frac{h}{\frac{BC}{2}} \Rightarrow \cot \omega = \frac{h}{\epsilon} \Rightarrow h = \epsilon \cot \omega$$



۱۳۰



$$MN = 12 = \frac{AB + CD}{2} \Rightarrow AB + CD = 24$$

$$AB + CD = BC + AD$$

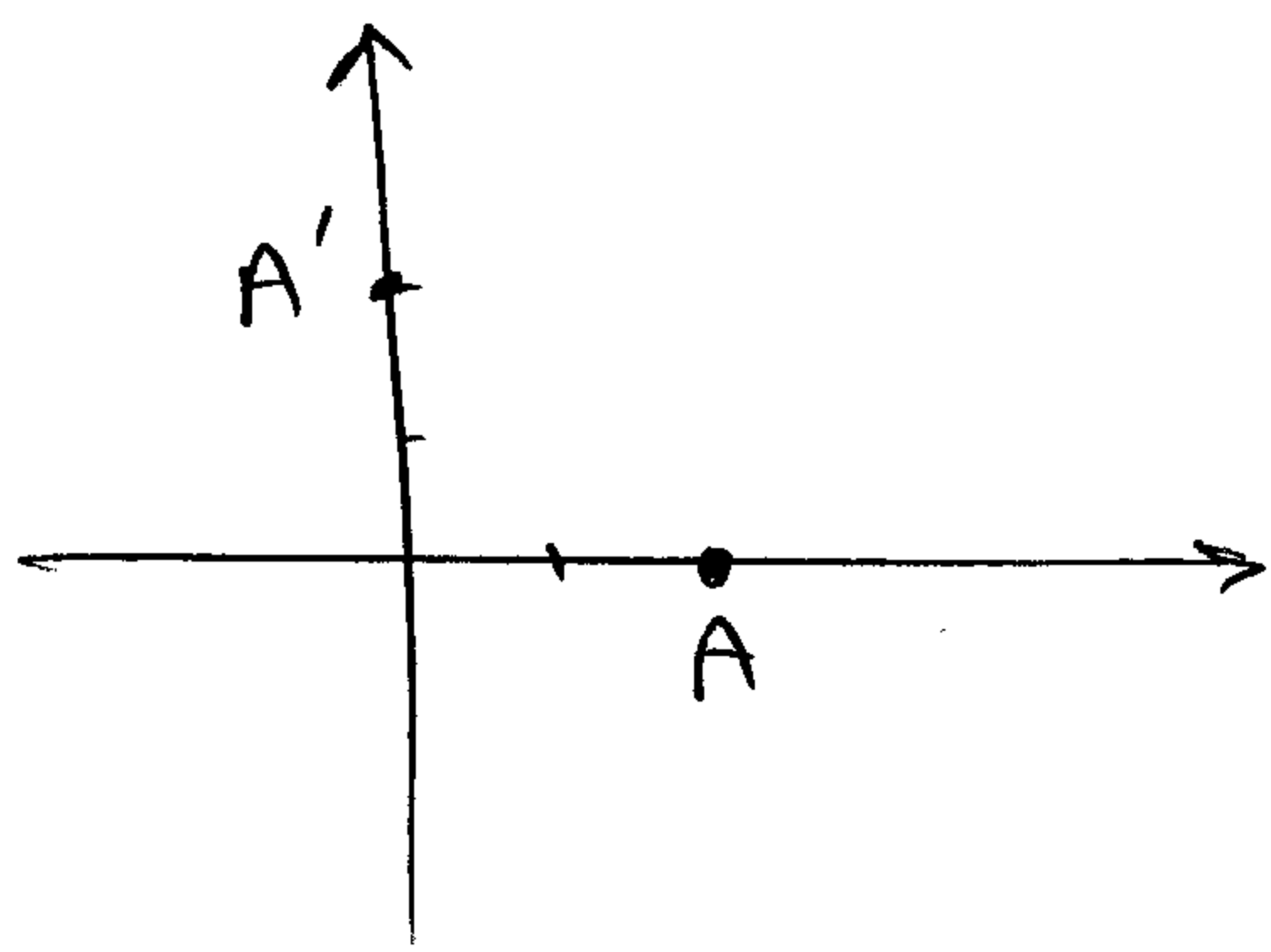
$$\Rightarrow AB + BC + CD + AD = 2 \times 24 = 48$$



$$A = (2, 0) \in D$$

$$A' = (0, 2) \in D'$$

۱۳۱



$$T(0, 2) = (-3, 3)$$

نقطه $(-3, 3)$ در زنجیره 2 صدق می کند.

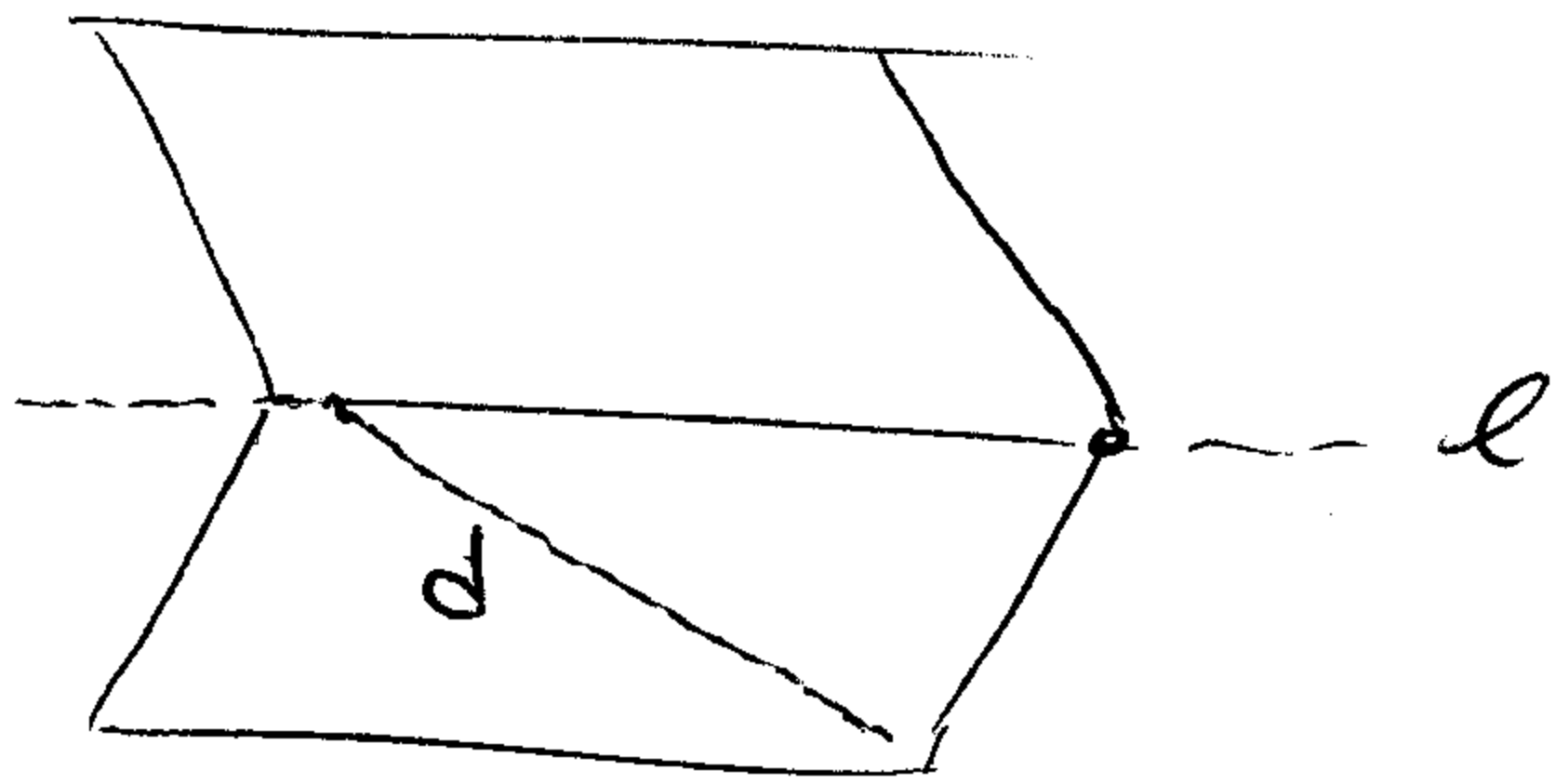


۱۳۲

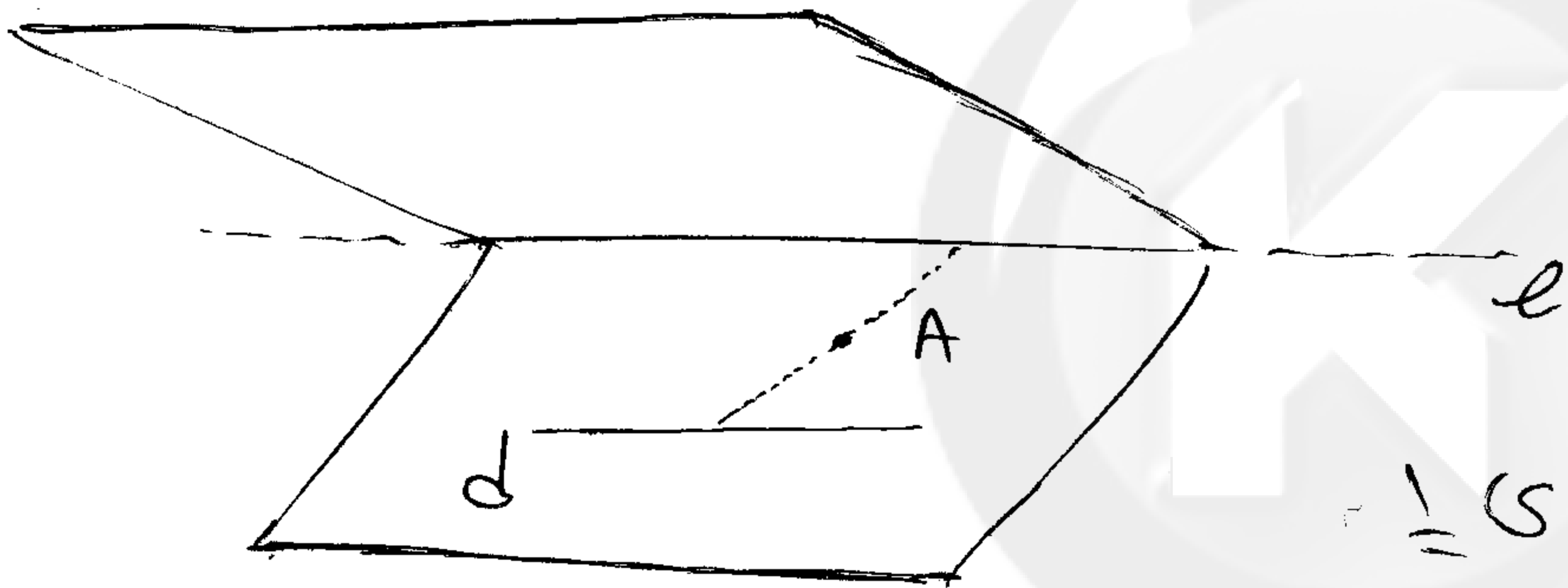
اگر $\tilde{A}$ زنجیره ۱؛ فصل مشترک دو صفحه P و Q را l می نامیم

در این صورت $d \parallel l$ است. (فرض: $d \parallel P$) خط گذرنده از نقطه A و متقاطع با خط d را l' می نامیم. خط l' ، خط l را قطع می کند. یعنی l صفحه P را قطع می کند و این یعنی خط l' موازی صفحه P است.

ردزنده آردی : اگر $P \cap Q = \emptyset$ آنگاه هر خط لذرنده از A و متقاطع با Q ، با صفحه P موازی است .



ردزنده آردی : در این حالت خط لذرنده از A و موازی فصل مشترک P, Q موازی صفحه P بوده و قطعاً خط Q را قطع می کند .



نسل برای لذرنده آردی : ۱

سایت کنکور

۱۳۳ ← نکته ۳) دو بردار $(a+b)$ و $(a-b)$ زمانی برهم عمودند که اندازوی ۲ بار برابر باشد

$$\sqrt{3^2 + m^2 + 5^2} = \sqrt{(3-m)^2 + 7^2}$$

$$9 + m^2 + 25 = m^2 - 4m + 9 + 49 \quad m = 2$$

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{(2, 2, 5) \cdot (-1, 7, 0)}{\sqrt{50} \times \sqrt{50}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۱۳۴ ← نکته ۱) فاصله مبدأ از خط را از رابطه زیر بدست می آوریم

$$\frac{|\vec{P_0 P} \times \vec{U}|}{|\vec{U}|} = \frac{\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & 2 \end{vmatrix} \right|}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{|-5i - 7j + k|}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۱۳۵ ← نکته ۱) نقطه $P_0 = (1, -2, 3)$ روی خط و نقطه $P = (0, 0, 0)$ مبدأ مختصات z ها در نقطه می آید

$$\frac{|\vec{P_0 P} \cdot (\vec{U} \times \vec{K})|}{|\vec{U} \times \vec{K}|} = \frac{\left| \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right|}{\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & 2 \end{vmatrix} \right|} = \frac{3+8}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{11}{5} = 2.2$$

۱۳۶ ← نکته ۳) با توجه به محاسن بودن بر هر ۲ محور x و y مرکز دایره به صورت $(r, -r)$ است.
(مرکز دایره در ناحیه چهارم قرار دارد)

$$(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$$

نقطه $(2, -9)$ نیز باید در معادله صادق باشد

$$r^2 - 22r + 185 = 0 \rightarrow \begin{matrix} r = 5 \\ r = 17 \end{matrix}$$

۱۳۷ ← نکته ۳) فاصله کانون از خط میانی هذلولی برابر با b خواهد بود

$$16x^2 - (y-2)^2 = 16 \quad x^2 - \frac{(y-2)^2}{16} = 1 \rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2\sqrt{2} \end{matrix}$$

۱۳۸ ← نزنه ⑤

ماتریس A برابر ماتریس دوران 40° است. $\frac{1}{2}A = R(\pi/3) \Rightarrow A = 2R(\pi/3)$

$$A^3 = 8R(\pi) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A(I - A) = I \Rightarrow A - A^2 = I$$

۱۳۹ ← نزنه ②

$$A^2 = A - I \rightarrow A^3 = (A - I)^2$$

$$= A^2 - 2A + I = (A - I) - 2A + I = -A$$

۱۴۰ ← نزنه ④ جواب: y یا همان طار: روش رانده حل می بینم.

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 17 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{50}{10} = 5$$

سایت کنکور

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2 \times 2 + 5 \times 7 + 7 \times 1 + 9 \times 5 + 11 \times 9}{2 + 7 + 1 + 5 + 9} = \frac{175}{25} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{2(2-7)^2 + 7(7-7)^2 + 1(1-7)^2 + 9(5-7)^2 + 11(9-7)^2}{25} = \frac{128}{25} = 5.12$$

میانه‌های داده‌های ۵، ۷، ۹، ۱ و ۲ برابر ۳ است پس میانگین داده‌های $12n_i + 9$ برابر $42 = 12 \times 3 + 9$ است.

انحراف معیار داده‌های ۵، ۷، ۹، ۱ و ۲ برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (5-3)^2 + (7-3)^2 + (9-3)^2}{5}} = \sqrt{2}$$

بنابراین انحراف معیار داده‌های $12n_i + 9$ برابر $12\sqrt{2}$ است.

در نهایت ضریب تغییرات مورد نظر برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{12\sqrt{2}}{42} \approx \frac{12 \times 1.4}{42} = 0.4$$

$$a = 1^2 + 2^2 + \dots + 19^2 = \left(\frac{19 \times 20}{2}\right)^2 = 190^2$$

$$b = 2^2 + 4^2 + \dots + 18^2 = 2^2(1^2 + 2^2 + \dots + 9^2) = 2^2 \left(\frac{9 \times 10}{2}\right)^2 = 2^2 \times 45^2$$

$$c = 1^2 + 3^2 + \dots + 19^2 = a - b = 190^2 - 2^2 \times 45^2 = 36100 - 16200 = 19900$$

$$2 \times 9 + 1 = 19$$

اگر تا ۱۲ بار پرتاب شود حداقل دو نتیجه یکسان داریم. بنابراین اگر تا ۱۳ بار پرتاب شود

به طور یقین سه بار یا بیشتر نتیجه یکسان داریم.

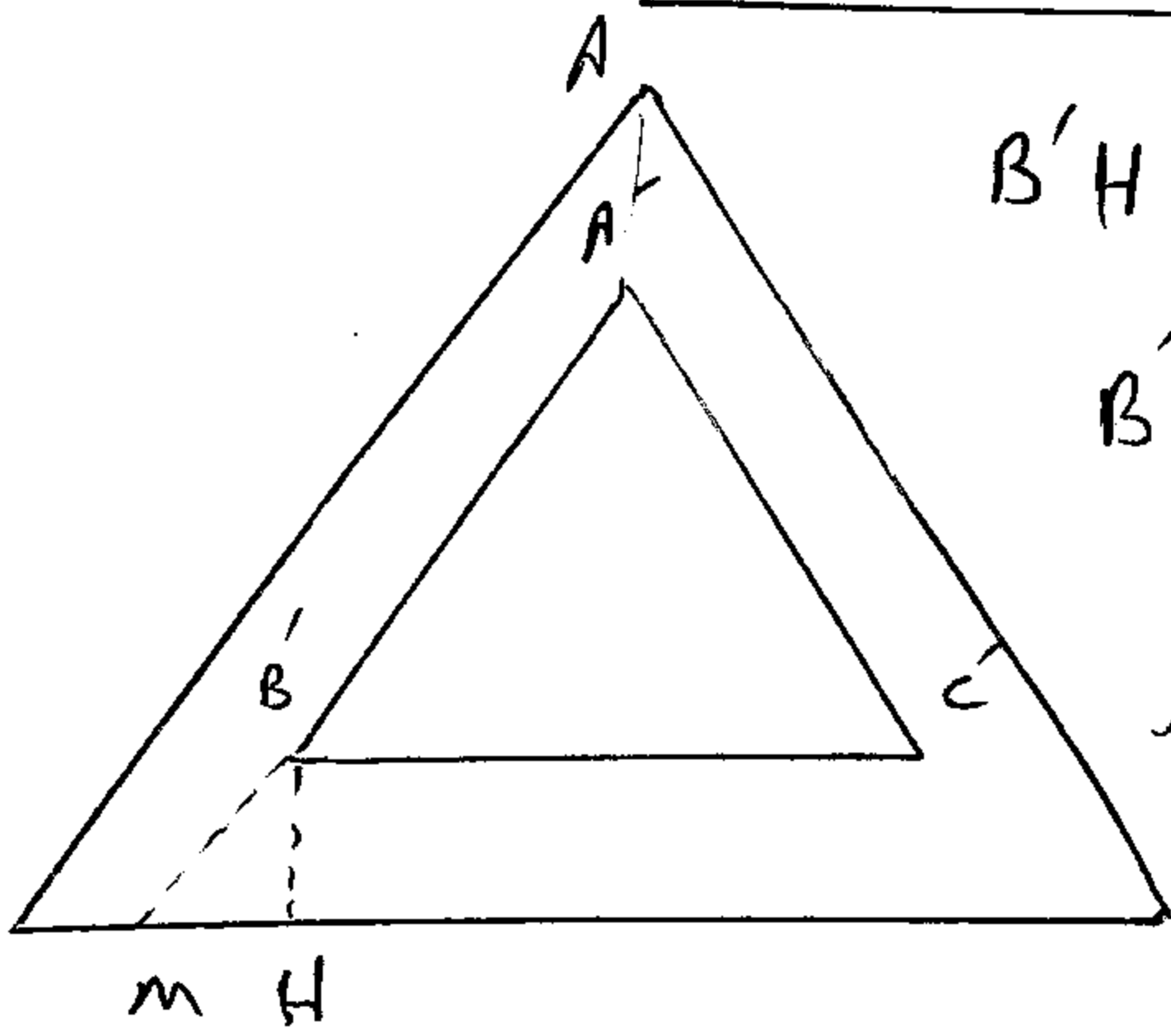
$$A = \{2\}$$

$$C = \{A, 3, 5\}$$

واقع است که $A \notin C$

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{2}{2} \binom{2}{2}}{2!} = \frac{15 \times 4}{4} = 15$$

۵



$$B'H = \frac{\sqrt{2}}{2} B'M \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} B'M \Rightarrow B'M = 2, MH = 1$$

۱۴۷

$$B'C' = BC - 2 \times BH = 4 - 2 \times 2 = 0$$

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2} = \frac{1}{4}$$

۵

فرض کنیم A مجموعه مضارب ۶ و B مجموعه مضارب ۷ از مجموعه $X = \{1, 2, \dots, 42\}$

۱۴۸

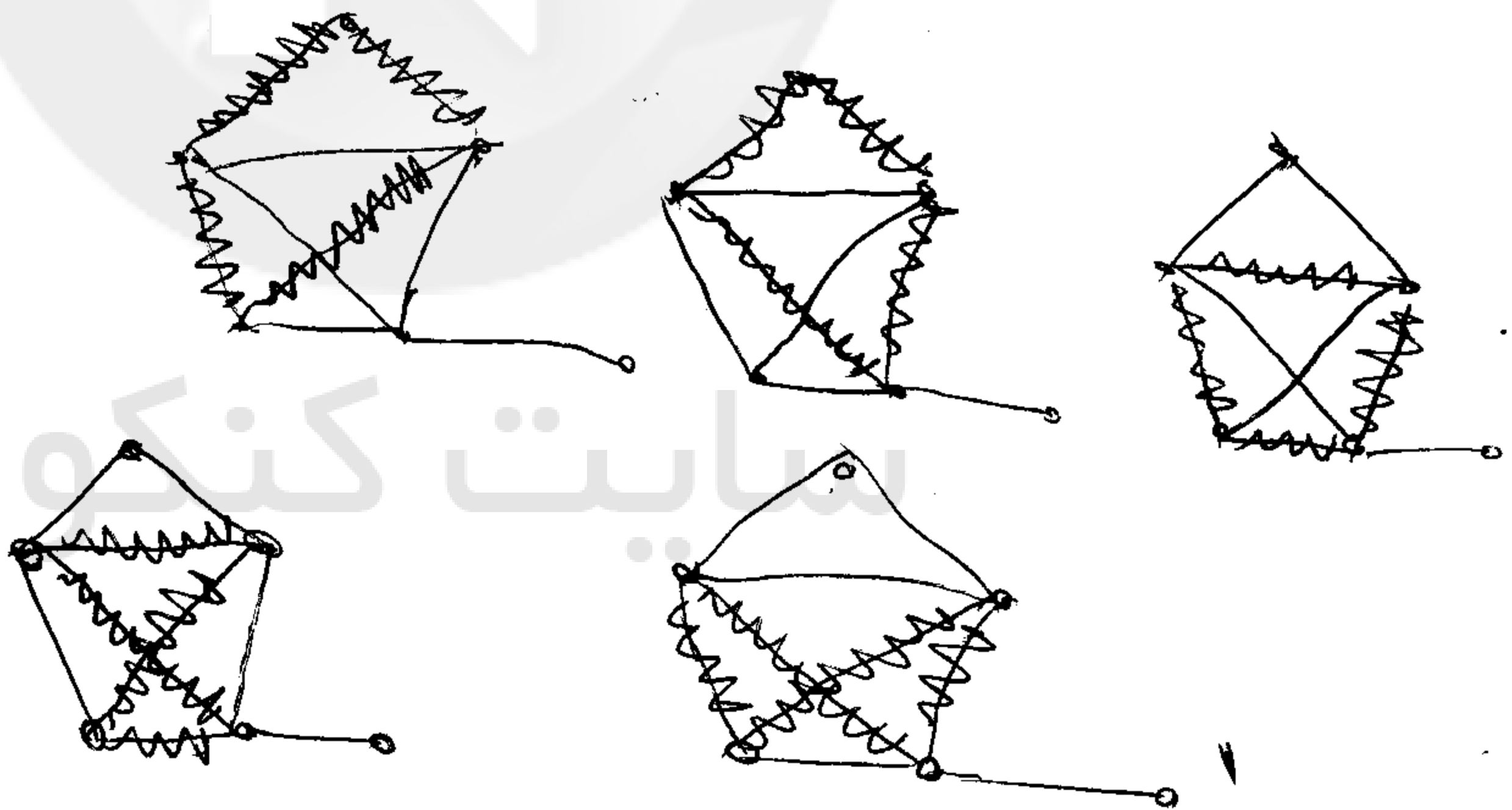
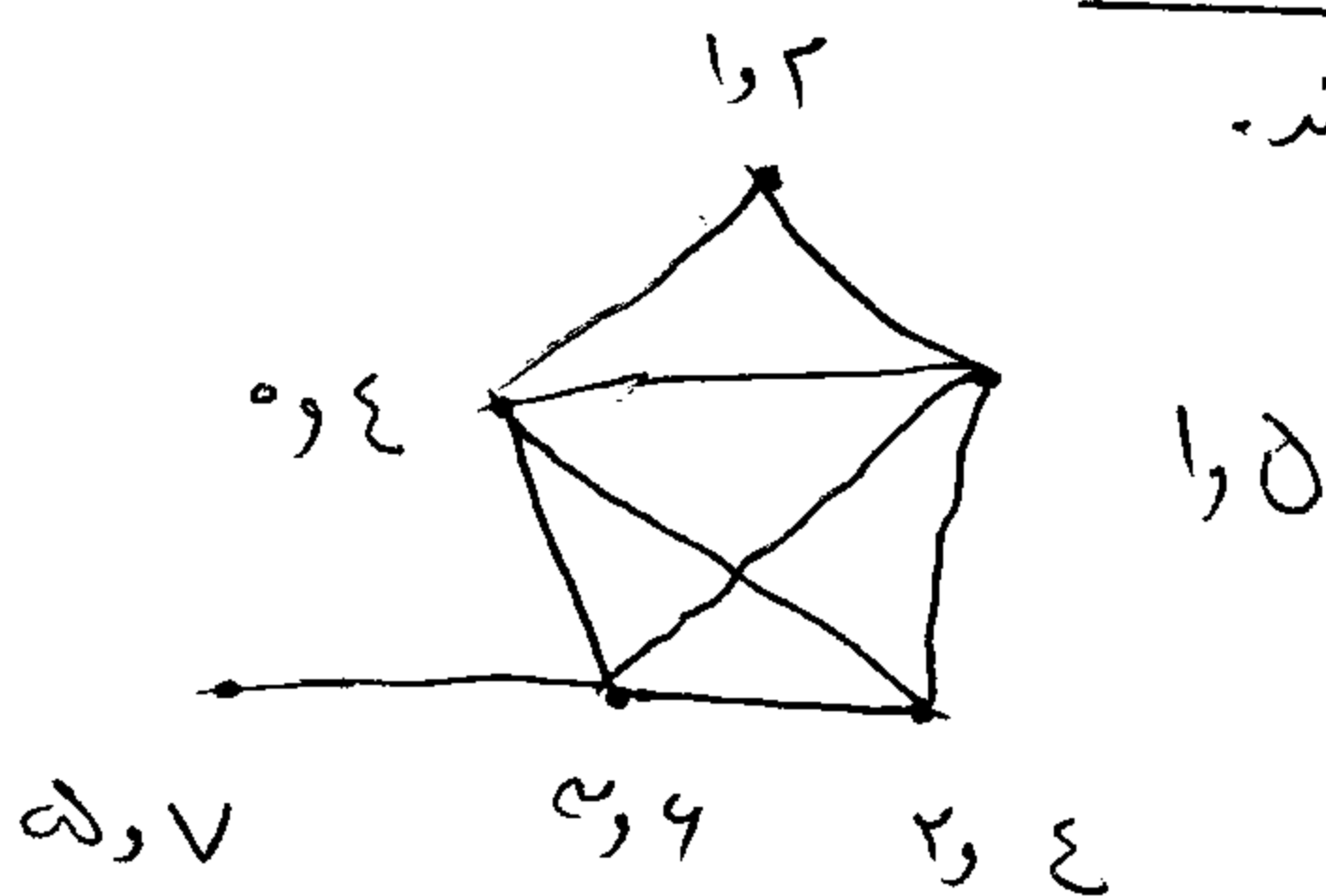
باشد در این صورت $|A| = 21$ و $|B| = 15$ و $|A \cap B| = 4$ داریم:

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{21}{42} + \frac{15}{42} - 2 \times \frac{4}{42} = \frac{24}{42}$$

۵

دورهای به طول ۴ در گراف فوق در شکل زیر نشان داده شده اند.

۱۴۹



۵

طبق فرض داریم $N \equiv 26 \pmod{44}$ و همچنین $N = 44q + 9$ و $9 < 44$

۱۵۱

با جایگذاری $N = 44q + 9$ در رابطه هنرستی داریم

$$44q \equiv 26 \pmod{44} \Rightarrow 26q \equiv 1 \pmod{44} \Rightarrow q \equiv 2 \pmod{44}$$

بیشترین مقدار که می توان برای q در نظر گرفت $q = 44$ است

ولذا بیشترین مقدار ممکن برای N به صورت زیر است:

$$N = 44 \times 44 = 1936$$

۵

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 5 & 5 & 7 \\ - & 1 & 5 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}_4$$



۱۵۲

از اینکه ب م دو عدد ۲۲۱ و ۲۵۷ برابر ۱۷ است معادله به صورت $14n + 21y = 17$ ساده می شود و جواب های آن به صورت کلی زیر است:

$$n = 14 + 21k$$

$$y = -1 - 14k$$

از حل نامعادله $99 \leq 14 + 21k \leq 100$ مقادیر $k=4, 5, 6$ را داراوه $k=$

به دست می آید که پنج مقدار طبیعی دورقی برای n به دست می آید.

۱۵۳

از این که (c, e) و (b, c) در گراف داده شده است برای تعوی بودن باید (e, b) را داشته باشد و از طرفی چون (d, e) و (b, d) را داریم باید (e, b) داشته باشیم که در این صورت با داشتن دو زوج (e, b) و (b, e) رابطی مورد نظر دیگر با مقدار نیست.

۱۵۴

اولی سالم		دوم سالم		سومی خراب	
$\frac{6}{8}$	$\times$	$\frac{5}{7}$	$\times$	$\frac{2}{6} = \frac{5}{24}$	

۱۵۵

$$1 - \frac{\binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{41}{44}$$

$$V_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$r = \left(\frac{1}{2} a_x t^2\right) + \left(\frac{1}{2} a_y t^2\right) \Rightarrow r = \frac{1}{2} \times 1 \times 14^2 \vec{i} + \frac{1}{2} \times 2 \times 14^2 \vec{j} = 1 \vec{i} + 14 \vec{j}$$

$$V_A = -\frac{r}{2} t + 14$$

$$V_A = 0 \rightarrow t = 12 \text{ s}$$

$$157 - \text{نرسنه ۲}$$

$$V_B = \frac{r}{2} t + (-20)$$

$$t = 12 \rightarrow V_B = -12$$

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t = \frac{-20 - 12}{2} \times 12 = 192$$

$$x_A = -\frac{1}{2} g t^2 + 20 t$$

$$x_A = x_B \quad -\frac{1}{2} g t^2 + 20 t = 180 - \frac{1}{2} g t^2 - 30 t \quad 158 - \text{نرسنه ۳}$$

$$x_B = -\frac{1}{2} g t^2 - 30 t + 180$$

$$\Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

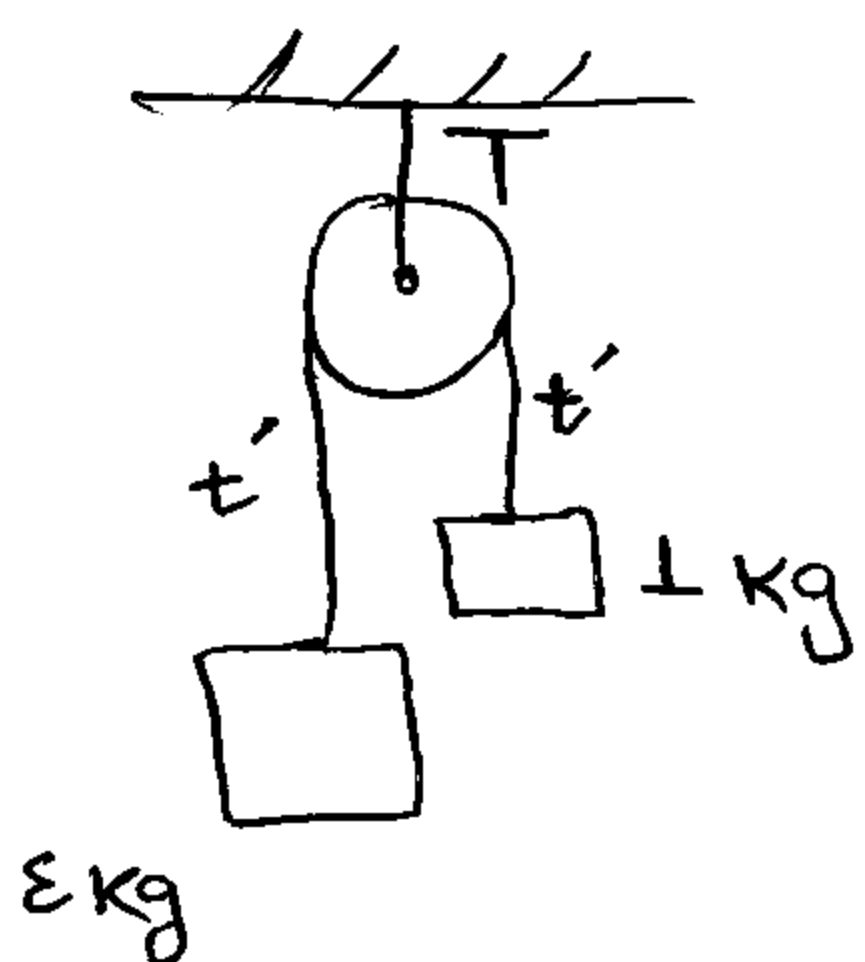
$$\Delta x_B = 135$$

$$\Delta x_A = 65$$

$$\frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{1}{3}$$

ارتفاع اوج B از A کمتر است پس مولفه قائم سرعت B از A کمتر است.
و زمان رسیدن آن به زمین بیشتر خواهد بود.

$$159 - \text{نرسنه ۴}$$



$$t' - 10 = a$$

$$10 - t' = 4a$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$t' = 14 \text{ N}$$

$$T = 2t' = 28 \text{ N}$$

$$160 - \text{نرسنه ۱}$$

$$a = \mu_s g$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\mu_A}{\mu_B} = 2$$

$$V^2 = 2a \Delta x$$

$$a \propto \frac{1}{x}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$

$$141 - \text{نرسنه ۳}$$

برای نیروها در حالت ۲ برابر mg است.
 $f_1 = f_2 = mg$

$$142 - \text{نرسنه ۳}$$

$$F_1 \mu_s = F_2 \mu_k, \quad \mu_s > \mu_k \Rightarrow \underline{F_2 > F_1}$$

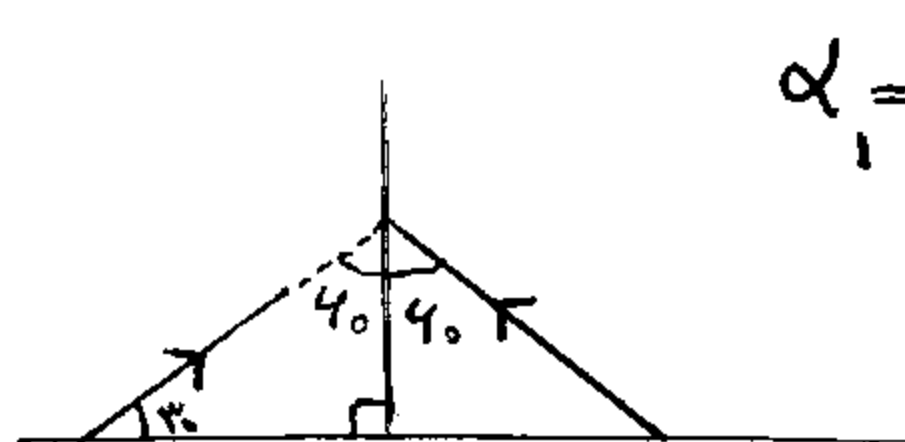
$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

$$\frac{r}{\varepsilon} = \frac{(15)^2}{10r}$$

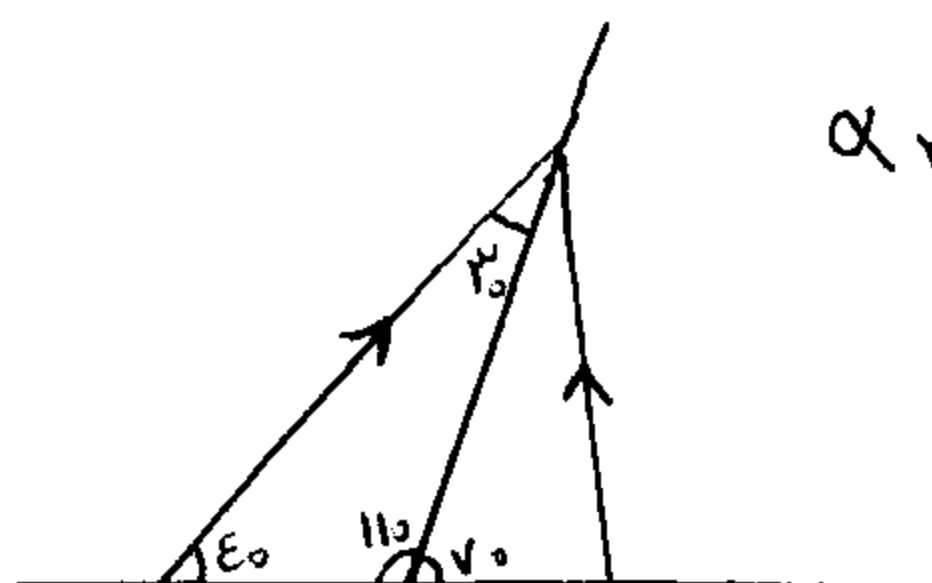
$$r = 30 \text{ m}$$

$$E_i = E_f \quad U_i + K_i = U_f + K_f \quad mgh = \frac{1}{2} K x^2 \quad mgh = \frac{1}{2} \times 250 \times \left(\frac{12}{100}\right)^2$$

$$\rightarrow mgh = 1,8 \text{ J}$$



$$\alpha_1 = 120^\circ$$



$$\alpha_2 = 40^\circ$$

اگر فاصله جسم از کانون را a بنامیم داریم: $f = ma$ با توجه به رابطه فاصله های یکسان از کانون دارای بزرگنمایی یکسان هستند. پس با توجه به فرض که $a = 5 \text{ cm}$ باید جسم را $2a$ به سمت کانون جابه جا کنیم تا بزرگنمایی ثابت بماند $\Delta x = 10 \text{ cm}$

$$p = q + r_0$$

$$m = \frac{q}{p} = \frac{1}{r} \rightarrow p = rq \Rightarrow p = 60 \text{ cm} \quad q = 20 \text{ cm}$$

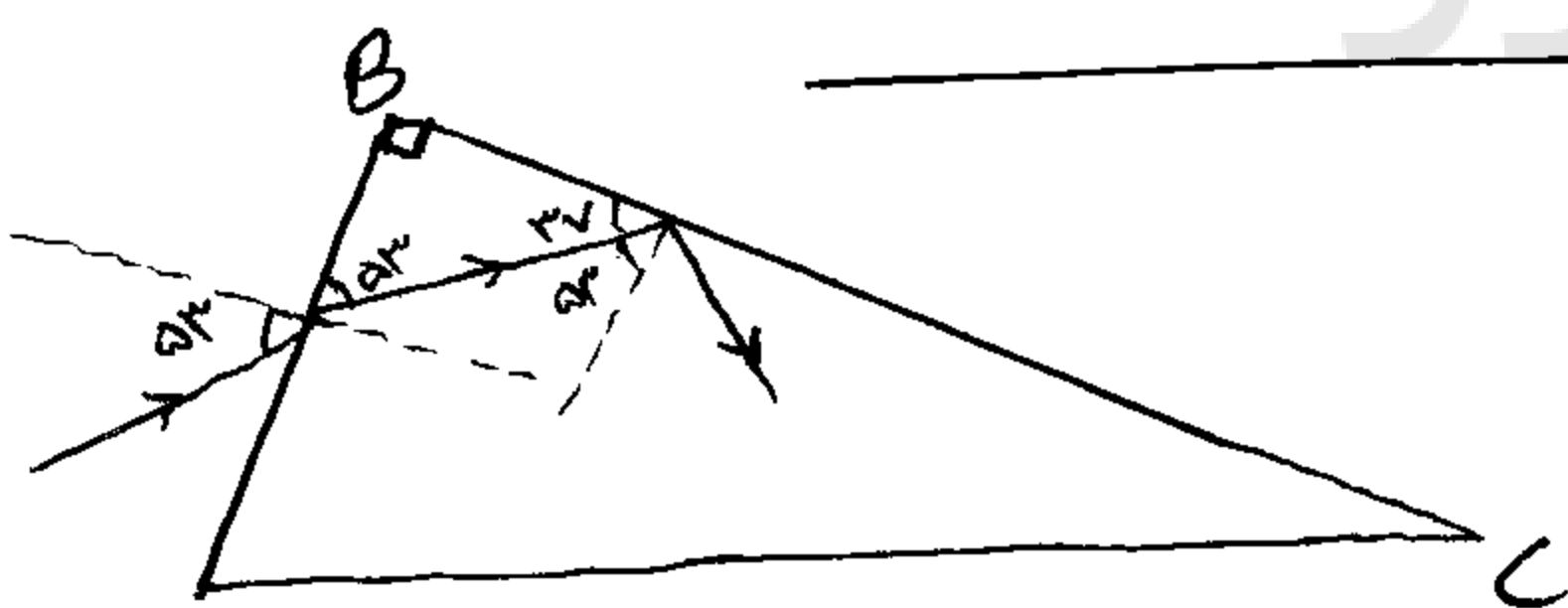
$$\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{1}{r_0} = -\frac{1}{f}$$

$$f = 60 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{q_0} - \frac{1}{q_r} = -\frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$q_r = 24 \text{ cm}$$

$$m_r = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$



$$\sin \alpha = \frac{1}{n}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{\varepsilon}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3}{\varepsilon}\right)$$

$$53^\circ > \sin^{-1}\left(\frac{3}{\varepsilon}\right) \rightarrow \text{بازتاب جزئی}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_c}{T_H}$$

$$\frac{r}{10} = 1 - \frac{T_c}{T_H}$$

$$\frac{T_c}{T_H} = \frac{x + 2vr}{\varepsilon x + 2vr} = \frac{v}{10}$$

$$x = 48,8$$

$$PV = nRT$$

$$T_i = T_f$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A}$$

$$\frac{n_B}{5} = \frac{P_1 \times 14}{\frac{\varepsilon P_1}{V} \times 10}$$

$$\Rightarrow n_B = 16 \text{ mol}$$

② - 171

$$\Delta U = Q + W$$

$$W = P \Delta V = 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 400$$

$$\Delta U = -2400 + 400 = -2000$$

⑤ - 172

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 c \Delta \theta = m_2 L$$

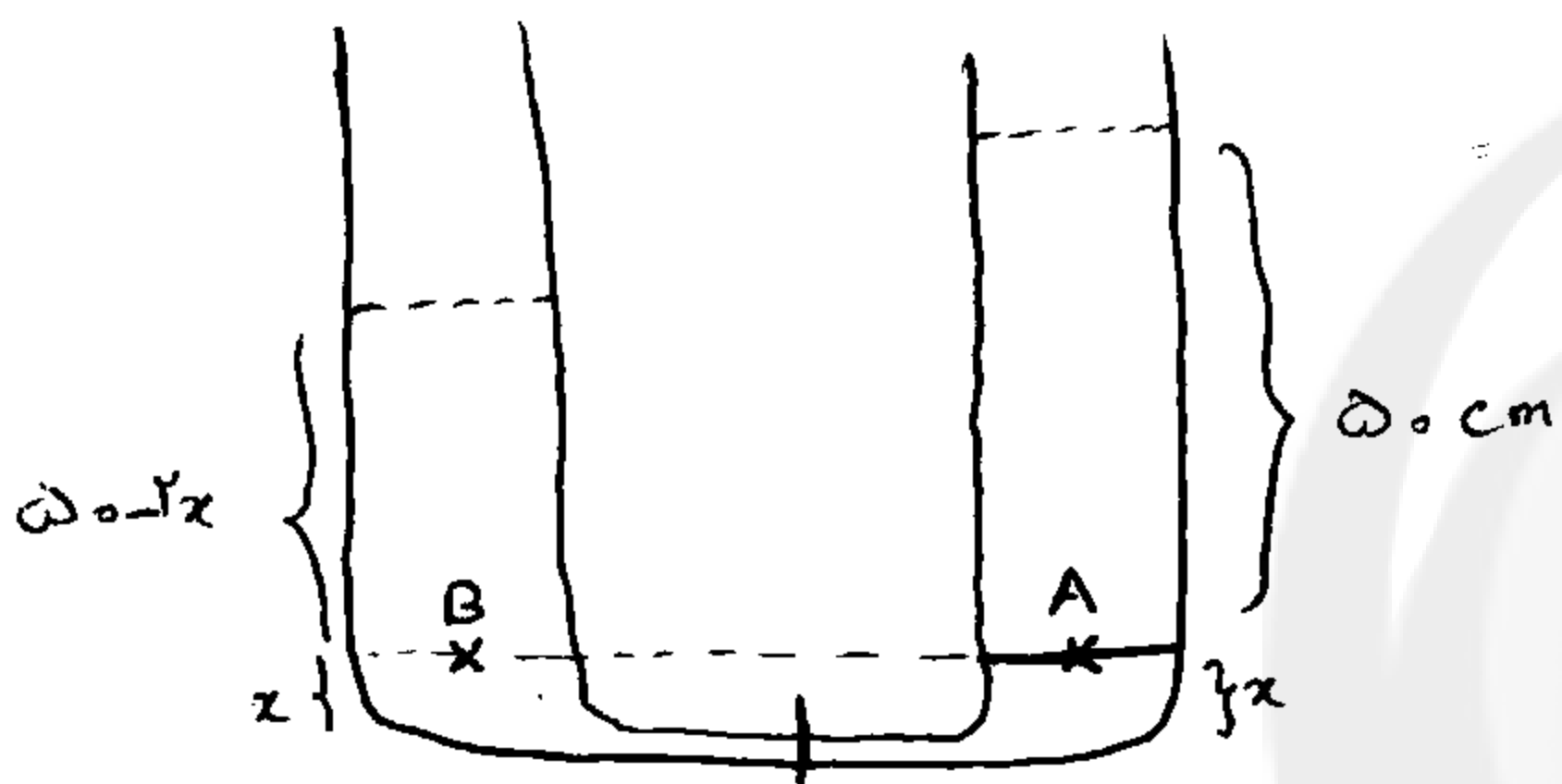
$$0.18 \times 2500 \times 20 = m \times 334000$$

$$m = 0.12 \Rightarrow m_T = 0.12 + 0.1 = 0.22 \text{ kg}$$

② - 173

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{A_A \times K_A}{A_B \times K_B} = \frac{\frac{1}{3} \times 4}{1} = 2$$

② - 176



$$P_B = P_A \quad \int_B g h_B = \int_A g h_A$$

$$(50 - 2x) \times 1000 \times 10 = 50 \times 1000 \times 10$$

$$\rightarrow x = 50 \text{ cm}$$

① - 175

$$V = Ah$$

$$V_A = \frac{1}{3} V_T$$

$$Ah_A = \frac{1}{3} Ah_T$$

$$h_A = 20 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 50 \text{ cm}$$

$$P_T = P_A + P_B = \int_A h_A g + \int_B h_B g = 1200 \times \frac{1}{3} \times 10 + 400 \times \frac{1}{3} \times 10 = 4000 \text{ Pa}$$

$$550 - 200 = 250 \text{ g}$$

$$\frac{m}{\rho} = V$$

$$\frac{250}{1.2} = 200 \text{ cm}^3$$

⑤ - 174

$$540 - 200 = 140 \text{ g}$$

$$\frac{140}{\rho} = 200$$

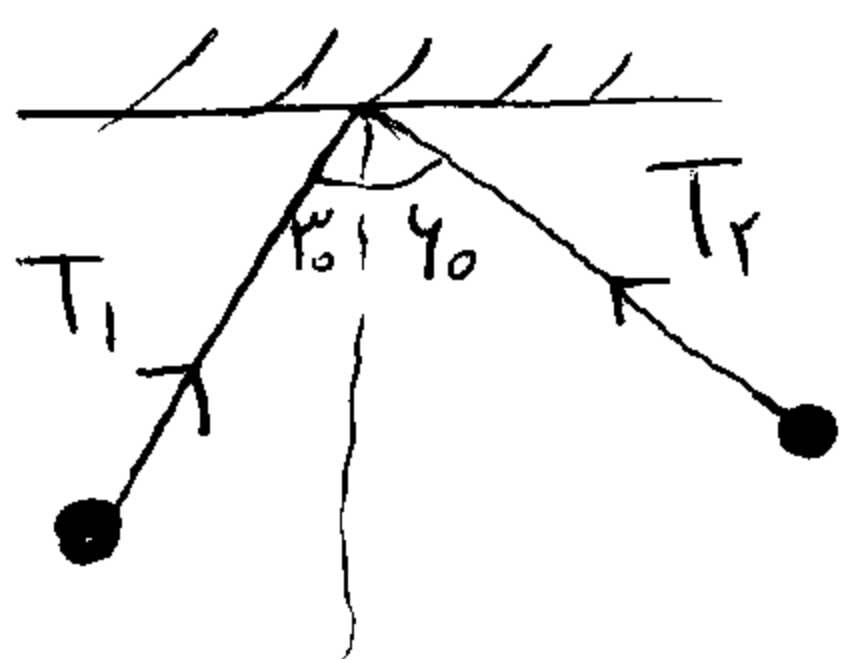
$$\rightarrow \rho = 0.7 \text{ g/cm}^3 = 700 \text{ kg/m}^3$$

$$ne = q$$

$$1.4 \times 10^{-19} \times n = 10^{-4}$$

$$\rightarrow n = 4.25 \times 10^{12}$$

⑤ - 177



$$F_1 = F_2$$

$$T_1 \sin 40^\circ = T_2 \sin 40^\circ$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 40^\circ} = 1$$

③ - 178

$$q_{\alpha} = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

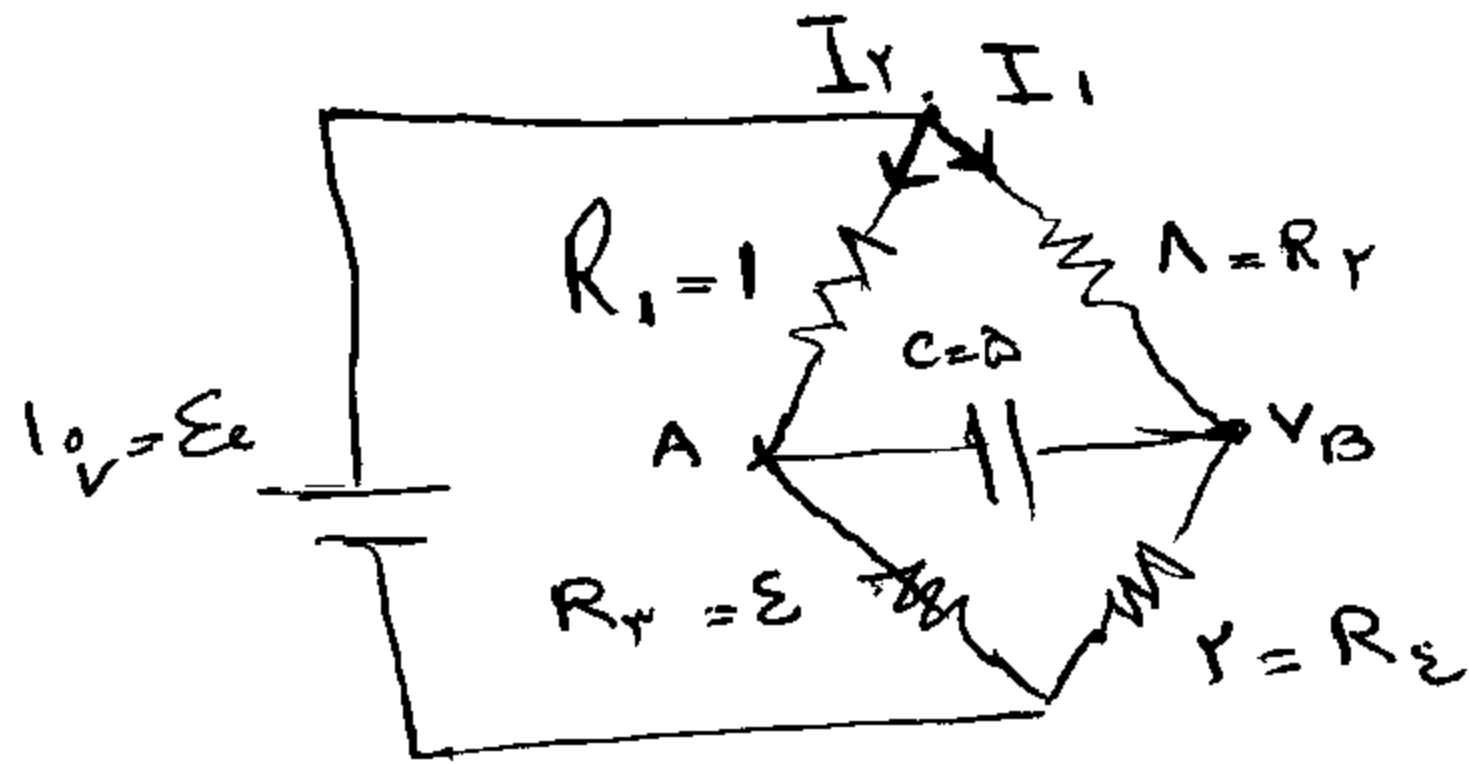
www.konkur.in
می دینیم ذره و ۲ پروتون دارد پس

۱۷۹- نرینه ۲

$$E = \frac{V}{d} \quad E = \frac{500}{2 \times 10^{-2}} = 2.5 \times 10^4$$

$$F = Eq$$

$$F = 2.5 \times 10^4 \times 3.2 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-15}$$



$$R_{1,3} = 5$$

$$R_{2,5} = 10$$

$$R_T = \frac{10}{3}$$

$$I = \frac{E}{R_T} = 3A$$

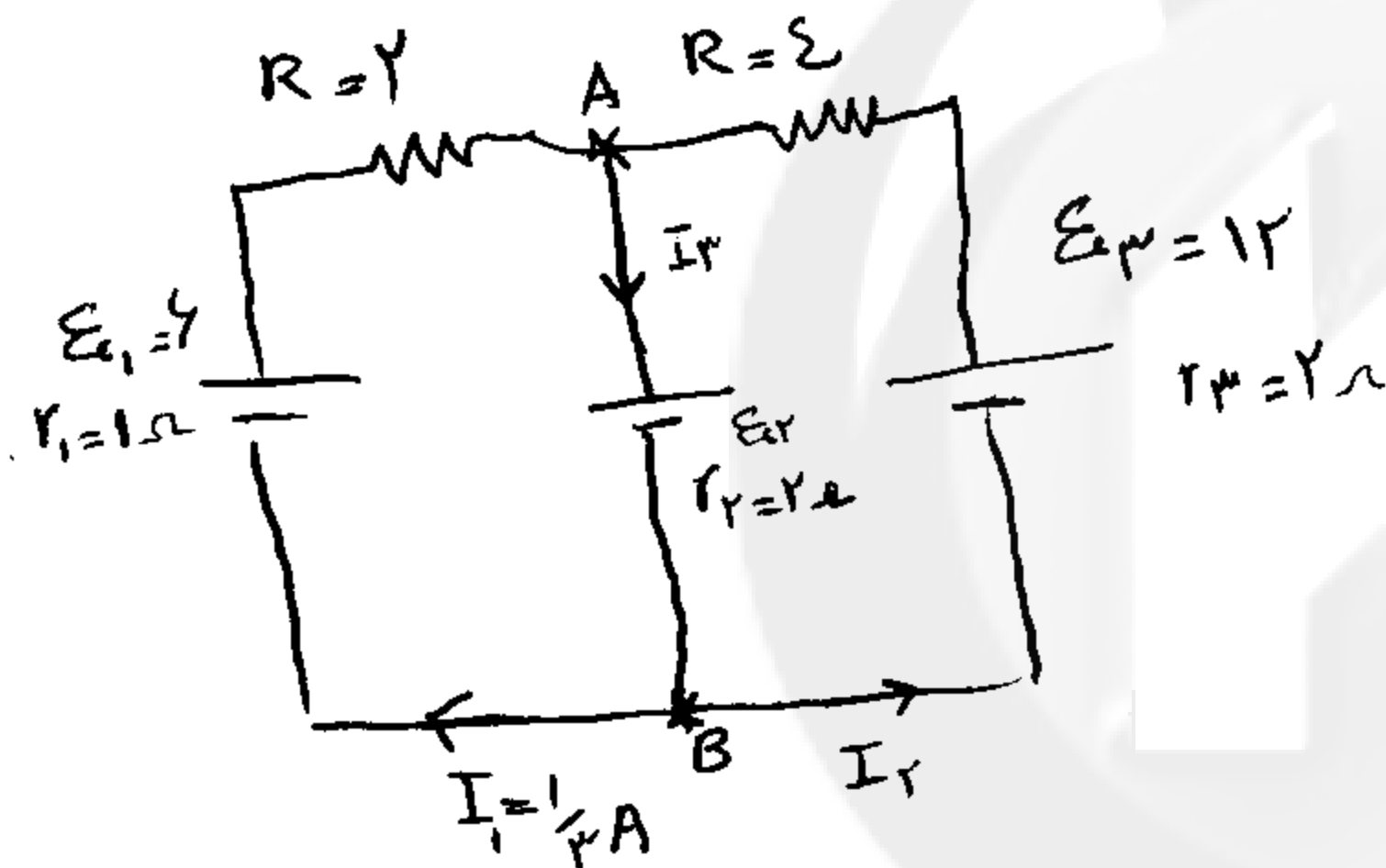
$$I_2 = 2A$$

$$I_1 = 1A$$

$$I_1 R_2 - R_1 I_2 = 5 - 2 = V_A - V_B = 4$$

$$V = \frac{1}{C} CV^r = \frac{1}{5} \times 5 \times 3 \times 4 = 90$$

۱۸۰- نرینه ۵



$$V_B - V_A = 4 - 2 \times \frac{1}{3} = 5$$

$$V_B - V_A = 12 - 4I = 5 \quad I_r = \frac{V}{4}$$

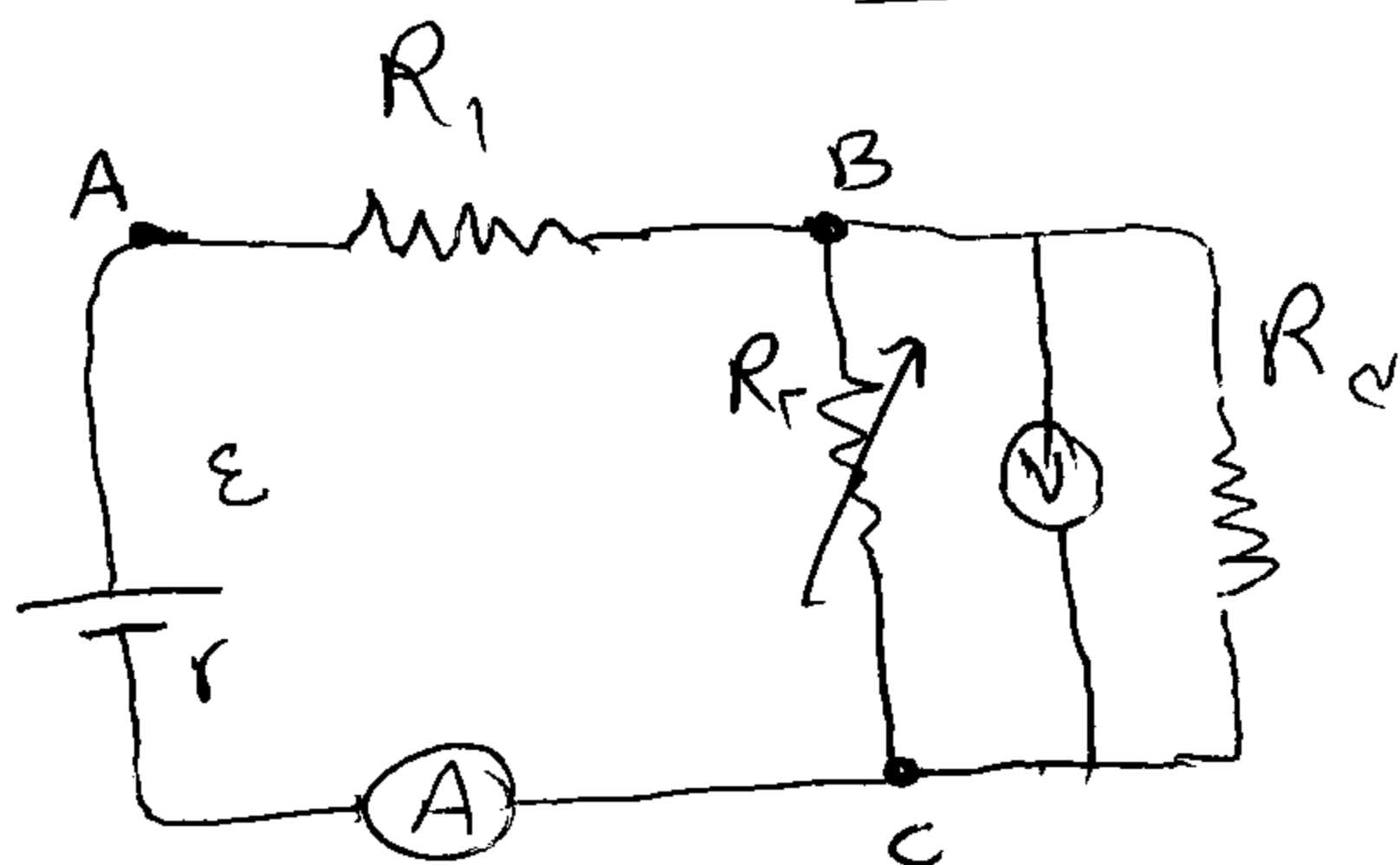
$$I_3 = I_1 + I_2 \quad I_3 = \frac{V}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$V_B - V_A = E_r + 2 \times \frac{2}{3} = 5$$

$$E_r = 2V$$

$$P = E_r I_r = 3$$

۱۸۱- نرینه ۳



$$R_2, R_3 \rightarrow R_E$$

$$R_1, R_2, R_3 \rightarrow R_T$$

$$R_T \uparrow \rightarrow R_E \uparrow \rightarrow R_T \uparrow$$

$$I = \frac{E}{R_T + r} \rightarrow I_T \downarrow \rightarrow \uparrow V = E - rI \downarrow$$

$$V_B - V_A = R_1 I \downarrow \rightarrow V_B - V_A \downarrow$$

$$V_T = V_{CB} + V_{AB}$$

$$V_{CB} = \uparrow V_T - V_{AB} \downarrow$$

$$V_{CB} \uparrow$$

۱۸۲- نرینه ۲

۱۸۳ ← نکته ۳) باتوجه به متن کتاب چون نیروی دافعه وارد می کنند پس جریان ها خلاف هم اند.

$$F = BIL \Rightarrow F = \frac{\mu}{2\pi} \times \frac{I_1 I_2 L}{d} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{2 \times 10^{-1}} \times 5 = 5 \times 10^{-5}$$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi d}$$

$$F = qvB \sin \alpha \Rightarrow 1,28 \times 10^{-14} = 1,4 \times 10^{-19} \times v \times 20 \times 10^{-6} \times \sin 90^\circ \Rightarrow v = 90000 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1,7 \times 10^{-27} \times (9 \times 10^4)^2 \times \frac{1,6 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} \Rightarrow K = 1,4 \text{ eV}$$

$$L = \frac{K A N^2 \mu_0}{d} = \frac{1 \times \frac{10}{10^4} \times (2 \times 10^3)^2 \times 12,5 \times 10^{-6}}{\frac{1}{2}} = 0,1$$

$$\mathcal{E}_0 = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow 4 = 2 \frac{dI}{dt} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{dI}{dt} \Rightarrow \text{جریان با سرعت ۲A/s تغییر کند}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{20}{0,5}} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = 0,5 \sin \omega t \Rightarrow \sin \omega t = \frac{u}{0,5} \Rightarrow |\cos \omega t| = \frac{\mathcal{E}}{0,5}$$

$$v = A \omega \cos \omega t \Rightarrow |v| = 20 \times 0,5 \times \frac{\mathcal{E}}{0,5} = 10$$

$$t = \frac{t}{\omega} \Rightarrow \phi = \frac{\mathcal{E}}{0,5} \pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{0,5} \pi - 0}{\frac{t}{0,5} - 0} = 2\pi$$

$$v = \mathcal{E} \pi \cos 2\pi \Rightarrow a = -1\pi^2 \sin 2\pi \Rightarrow |\sin 2\pi| = \frac{1}{\pi} \Rightarrow 2\pi = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\pi = \frac{\pi}{12}}$$

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = \frac{2\pi}{0,2} (0,18 - 0,15) \Rightarrow \Delta \phi = \pi$$

چون اختلاف فاز معین فردی از π است پس تداخل دیراندر دارد.

$$\rho = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$D = r_{mm} \Rightarrow A = \left(\frac{1}{1000}\right)^2 \pi$$

۱۹۰ ← گزینه ۳

$$\frac{\omega}{v} = k \Rightarrow \frac{v_0}{v} = 1,5 \Rightarrow v = 2.0 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow r_0 = \sqrt{\frac{F}{1 \times 10^3 \times 10^{-4} \pi}} \Rightarrow F = 9,6 N$$

۱۹۱ ← گزینه ۲ طبق مقن کتاب، تمام نقاط مربع دایره و بیضیه یکسان دارند.

$$I \propto A^2$$

$$I_2 = 14 I_1 \rightarrow B_2 = 12 + B_1$$

۱۹۲ ← گزینه ۴

$$B_2 = 1,3 B_1 \Rightarrow B_2 = 52 dB$$

۱۹۳ ← اگر در لوله‌های یکدست‌باز n شماره‌ای جابجایی باشد داریم: $\lambda = \frac{2l}{r_{n-1}}$ گزینه ۲

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_1} = \frac{r_{n_1-1}}{r_{n_r-1}} \Rightarrow \text{صورت و مخرج باید فرد باشد.}$$

$$v_s = \frac{1}{n} v \quad f_1 = \frac{v}{v - \frac{1}{n} v} \quad \Delta f_1 = \frac{1}{n-1} f \quad \text{۱۹۴ ← گزینه ۳}$$

$$f_r = \frac{v}{v + \frac{1}{n} v} \Rightarrow \Delta f_r = \frac{1}{n+1} f$$

$$\frac{\Delta f_1}{\Delta f_r} = \frac{n+1}{n-1}$$

۱۹۵ ← گزینه ۱ با توجه به متن کتاب.

تفاوت فاصله
دو شکاف از
n امین نور تاریک

$$\Delta \sigma = \frac{r_{n-1}}{r_0} \lambda$$

$$15000 nm = \frac{2 \times 3 - 1}{2} \lambda \quad \lambda = 4000 nm$$

۱۹۶ ← گزینه ۲

تفاوت فاصله
دو شکاف از
n امین نور روشن

$$\Delta \sigma = n \lambda = 2 \times 4000 nm = 12000 nm$$

۱۹۷ ← نکته ④ با توجه به متن کتاب

$$w_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{680 \times 10^{-9}} = 2.91$$

۱۹۸ ← نکته ①

$$hf = w_0 + K \quad \frac{hc}{\lambda} = \varepsilon \rightarrow \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = \varepsilon \rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

$$T_{1/2} = \Lambda \quad n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{32}{8} = 4$$

← ۱۹۹

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} \quad N = \frac{9.25}{100} \text{ باقیمانده}$$

۹۳.۷۵ ماده دچار واپاشی شده

۲۰۰ ← چون درجه‌ها تغییر نکرده و عدد اتمی می‌دهد افزایش یافته پس ذره تابش شده e^- است

$$E = mc^2 = \frac{1}{1.000} \times 1.7 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} \Rightarrow E = 1.53 \times 10^{-13} \text{ J}$$

سایت کنکور