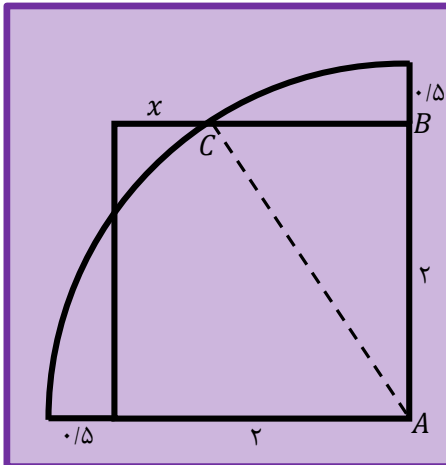


۱- در مربعی به ضلع ۲ واحد، دایره‌ای به مرکز یک رأس آن و شعاع  $\frac{2}{5}$  واحد، دو ضلع مربع را قطع می‌کند. فاصله‌ی نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقطه‌ی تقاطع، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



هندسه ۱ - فصل اول مگا هندسه ۱ - (سطح سوال - آب خوردن) / پاسخ:

مسئله به ظاهر پیچیده اما واقعاً ساده!!! شکل رو رسم کنیم اول. ما دنبال  $x$  می‌گردیم.

در مثلث  $ABC$  که قائم‌الزاویه، رابطه‌ی فیثاغورس رو می‌نویسیم:

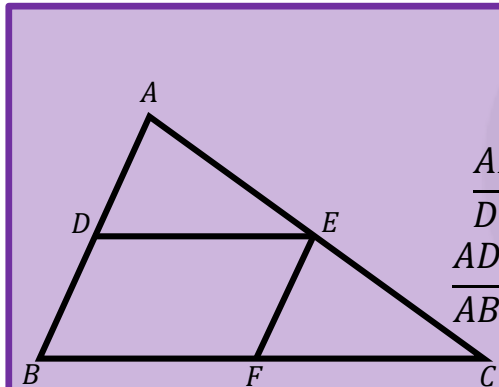
$AB$  ضلع مربع پس برابر ۲،  $AC$  شعاع دایره پس برابر  $\frac{2}{5}$ .

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{5} - 2\right)\left(\frac{2}{5} + 2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{25} \times 9} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 2 - BC = 2 - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

۲- در شکل روبه‌رو  $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث  $ABC$  است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸



هندسه ۱ - فصل سوم مگا هندسه ۱ - (سطح سوال - آب خوردن) / پاسخ:

باز هم مسئله‌ی معروف همیشگی!

$$\frac{AD}{DB} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج ۳}} \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}, ADE \approx ABC \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

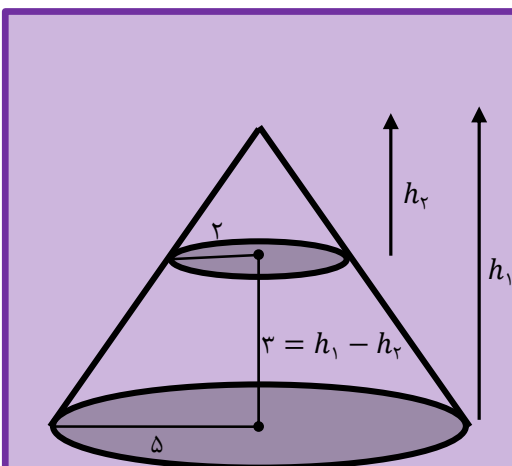
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{2}{5}, CEF \approx ABC \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$S_{DEFB} = S_{ABC} - S_{ADE} - S_{CEF}$$

$$= S_{ABC} \left(1 - \frac{9}{25} - \frac{4}{25}\right) = \frac{12}{25} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{\text{متوازی الاضلاع}}}{S_{ABC}} = \frac{12}{25} = 48\%$$

۳- یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه به قاعده‌های ۲ و ۵ و ساق قائم ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل، کدام است؟

- (۱)  $36\pi$  (۲)  $38\pi$  (۳)  $39\pi$  (۴)  $40\pi$



هندسه ۱ - فصل چهارم مگا هندسه ۱ - (سطح سوال - آب خوردن) / پاسخ:

فقط کافیست درک کنیم با دوران چنین شکلی یک مخروط ناقص ایجاد می‌شه!

$$k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{5} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{\text{تفصیل در صورت}} \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{5 - 2}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow h_1 = 5$$

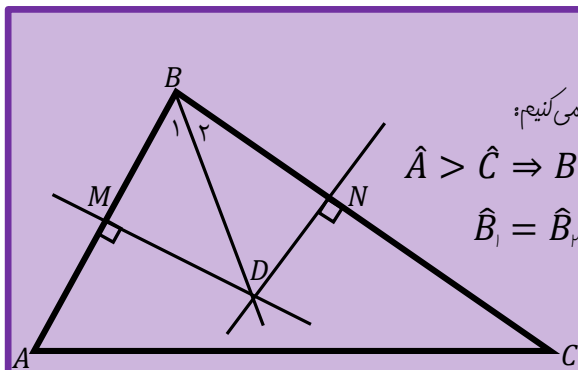
$$\Rightarrow h_2 = 2 \Rightarrow V_{\text{مخروط ناقص}} = V_1 - V_2$$

$$= \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi (5^2 \times 5 - 2^2 \times 2)$$

$$= \frac{\pi}{3} (125 - 8) = \frac{117}{3} \pi = 39\pi$$

۴- در مثلث  $ABC$  زاویه  $\hat{A} > \hat{C}$ ، نیمساز زاویه  $B$  و عمود منصف ضلع  $AB$  در نقطه  $D$  متقاطع اند.  $M$  و  $N$  پای عمودهایی است که از نقطه  $D$  به ترتیب بر  $BA$  و  $BC$  رسم شده اند. کدام ناپرابری درست است؟

$AM < BN$  (۴)       $DA > DC$  (۳)       $NC < NB$  (۲)       $NC > NB$  (۱)



هندسه ۲ - فصل اول مگا هندسه ۲ - (سطح سوال - متوسط) / پاسخ:

احتمالاً یا گزینه ۱ درست یا گزینه ۲، فقط مدرس می زنم!!! فرضیات سوال، رو یکی یکی ترجمه می کنیم:

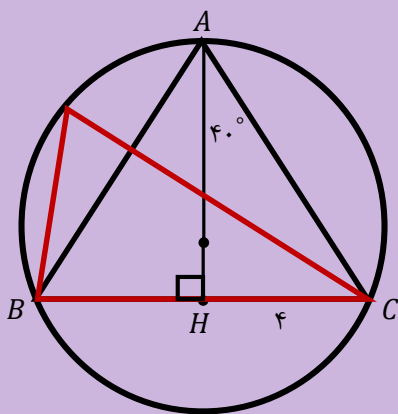
$\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow BC > AB$ ,  $BD$  نیمساز  $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2$ ,  $DM$  عمود منصف  $\Rightarrow BM = AM$

$\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ ,  $M = N = 90^\circ$ ,  $BD$  مشترک  $\Rightarrow BDM = BDN \Rightarrow BM = BN$

$$BN = BM = \frac{AB}{2} < \frac{BC}{2} \Rightarrow \frac{BN}{BC} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NC}{BC} > \frac{1}{2} \Rightarrow BN < NC$$

۵- مثلث  $ABC$  با معلوم بودن ضلع  $BC = ۸$  و ارتفاع  $AH = h$  و زاویه  $\hat{A} = ۸۰^\circ$  قابل رسم است. بیشترین مقدار  $h$  کدام است؟

$۴ \cot ۴۰^\circ$  (۴)       $۴ \tan ۴۰^\circ$  (۳)       $۴ \cos ۴۰^\circ$  (۲)       $۴ \sin ۴۰^\circ$  (۱)



هندسه ۲ - فصل دوم مگا هندسه ۲ - (سطح سوال - متوسط) / پاسخ:

معلوم کمان در فور می فواد!!! مطابق شکل، ضلع  $BC$  ثابت و بزرگترین ارتفاع وقتی ایجا می شه که از مرکز دایره بگذره. پس مثلث  $ABC$  متساوی الساقین می شه و ارتفاع  $h$  نیمساز زاویه  $A$  و عمود منصف ضلع  $BC$  فواهر بود.

$$\cot 40^\circ = \frac{AH}{\frac{BC}{2}} = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 4 \cot 40^\circ$$

۶- در یک ذوزنقه محیط پر دایره، طول خط واصل پین وسطهای دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط ذوزنقه کدام است؟

$۴۸$  (۴)       $۴۶$  (۳)       $۴۴$  (۲)       $۳۶$  (۱)

هندسه ۲ - فصل دوم مگا هندسه ۲ - (سطح سوال - آب خوردن) / پاسخ:

پاره خط میانگین رو دایره ۱۲، پس مجموع قاعدهها می شه ۲۴.

چهار ضلعی ممیطی، پس مجموع اضلاع رویه رو برابرند. لذا مجموع ساقها مساوی مجموع قاعدهها، برابر ۲۴ می شه. پس ممیط می شه ۴۸!!!!

۷- تصویر خط  $\Delta$  به معادله  $۳x + ۲y = ۶$  تحت دوران حول مبدأ به اندازه  $\frac{\pi}{4}$  در جهت مثبتاتی خط  $\Delta'$  است. معادله تبدیلی یافته خط

$\Delta'$  تحت انتقال  $T(x, y) = (x - ۳, y + ۱)$  کدام است؟

$۳y + ۲x = 9$  (۴)       $۲y - ۳x = ۸$  (۳)       $۳y - ۲x = ۱۵$  (۲)       $۳y - ۲x = ۱۲$  (۱)

هندسه ۲ - فصل سوم مگا هندسه ۲ - (سطح سوال - آب خوردن) / پاسخ:

بازم مدرس می زنم یا گزینه ۱ درست یا گزینه ۲!!!

دوران  $90^\circ$  درجه:  $R(x, y) = (\overrightarrow{-y}, \overrightarrow{x})$  پس  $x = y'$  و  $y = -x'$  لذا داریم:  $\Delta': ۳(y') + ۲(-x') = ۶$

ملا می ریم سراغ انتقال:  $T(x, y) = (\overrightarrow{x'' - ۳}, \overrightarrow{y'' + ۱})$  پس  $x' = x'' + ۳$  و  $y' = y'' - ۱$  لذا داریم:

$$\Delta'': ۳(y'' - ۱) - ۲(x'' + ۳) = ۶ \rightarrow \Delta'': ۳y'' - ۲x'' = ۱۵$$

۸- صفحه  $P$  و خط  $d$  و نقطه  $A$  مفروض هستند. اگر صفحه  $Q$  گذرا بر نقطه  $A$  و خط  $d$  را بنامیم، در کدام حالت، رسم خط گذرا از نقطه  $A$  و متقاطع با خط  $d$  و موازی صفحه  $P$ ، غیر ممکن است؟

$$d \parallel P, Q \cap P \neq \emptyset \quad (۱)$$

$$d \parallel P, Q \cap P = \emptyset \quad (۲)$$

$$d \nparallel P, Q \cap P \neq \emptyset \quad (۳)$$

$$d \nparallel P, Q \cap P = \emptyset \quad (۴)$$

هندسه ۲ - فصل چهارم، مگا هندسه ۲ - (سطح سوال - نسبتاً فکری و پیچیده) / پاسخ:

بیایم وضعیت صفحه‌های  $P$  و  $Q$  و  $d$  را بررسی کنیم. اگر  $P \parallel Q$  (یا منطبق) باشد، هر خطی داخل صفحه  $Q$  موازی صفحه  $P$  خواهد بود. لذا اگر خطی مانند  $l$  از نقطه  $A$  بگذرد و  $d$  را قطع کند، با فرض توازی یا انطباق دو صفحه، تماماً موازی صفحه  $P$  خواهد بود. پس شرط اول اینه

که  $P \cap Q \neq \emptyset$ ؛ یعنی:  $Q$  و  $P$  متقاطع باشند،

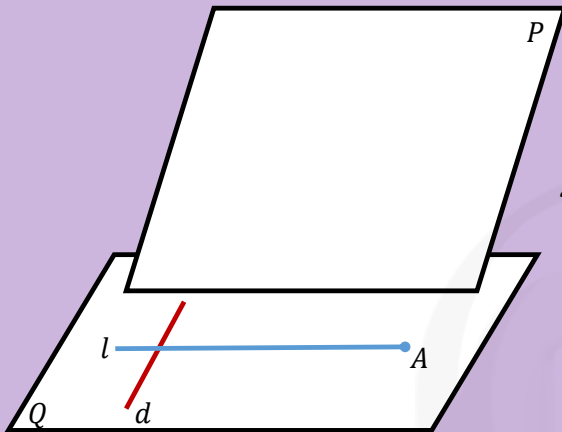
اما شرط دوم! به شکل زیر نگاه کنید. در این حالت دو صفحه  $P$  و  $Q$

متقاطعند و خط  $l$  به گونه‌ای رسم شده است که  $l \parallel P$  است.

با توجه به این حالت، اگر خط  $d \parallel P$  می‌بود (یعنی موازی فصل مشترک دو صفحه)،

اونوقت خط  $l$  موازی با صفحه  $P$  قابل رسم نمی‌شد.

لذا پاسخ برابر است با:  $d \parallel P, Q \cap P \neq \emptyset$



سایت کنکور