www.konkur.in

۱.۱ - (۳)

$A=\{\frac{1}{x} \mid x\in N\}=\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}\}$ بی‌شمار عضو دارد

$B=\{\frac{x}{8} \mid x\in N\}=\{\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \dots, \frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \dots, \frac{n}{8}\}$ بی‌شمار عضو دارد

$A-B=$ اعضای مشترک A و B را از A بردارید $\Leftarrow$

از آنجا که اشتراک این دو مجموعه متناهی است بنابراین تعداد مشخصی عضو از A حذف می‌شود بنابراین A-B نامتناهی است.

با همین استدلال B-A هم نامتناهی است.

اجتماع دو مجموعه‌ی نامتناهی یک مجموعه نامتناهی تولید می‌کند بنابراین $A\cup B$ هم نامتناهی است.

$A\cap B$ دارای تعداد محدودی عضو است که می‌توان نتیجه گرفت $A\cap B$ متناهی است.

۱.۲ - (۳)

برای حل معادلات توانی باید که پایه دو طرف تساوی عددی یکسان شود

$$4\times 2^{x+1}=(0.5)^x$$

$$2^2\times 2^{x+1}=(\frac{1}{2})^x$$

$$2^{x+1+2}=2^{-x} \Rightarrow x+3=-x \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

۱.۳ - (۴)

عبارت داده شده را تا جای ممکن تجزیه می‌کنیم

$$\frac{\overbrace{4x^2+4x+1}^{\text{اتحاد مربع ۲ جمله}}}{\underbrace{2x^2+x}_{\text{فاکتورگیری}}}\div\underbrace{\left(x-2-\frac{x^2+1}{x}\right)}_{\text{مخرج مشترک}}$$

$$\frac{(2x+1)^2}{x(2x+1)}\div\left(\frac{\cancel{x^2}-2x-\cancel{x^2}-1}{x}\right)=\frac{2x+1}{x}\times\frac{x}{-(2x+1)}=-1$$

روش دوم: اگر اتحاد و تجزیه را مسلط نباشیم می‌توانیم به جای x عددی دلخواه را جایگذاری کنیم. مثلاً به جای x عدد ۱ را قرار می‌دهیم

$$\frac{4+4+1}{2+1}\div\left(1-2-\frac{1+1}{1}\right)=\frac{9}{3}\div(-3)=-1$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱) _ ۱.۴

اعدادی که جذر صحیح ندارند را به صورت حاصلضرب عددی مربع کامل در یک عدد دیگر می‌نویسیم.

$$\frac{2}{2+\sqrt{5}} - \underbrace{\sqrt{4\times5}}_{20} + \underbrace{\sqrt{3\times16}}_{48}\times\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{2+\sqrt{5}} - 2\sqrt{5} + 4\cancel{\sqrt{3}}\times\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{3}}$$

$$= \frac{2}{2+\sqrt{5}}\times\frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} - 2\sqrt{5} + 4$$

$$= \frac{4-2\sqrt{5}}{4-5} - 2\sqrt{5} + 4$$

$$= -4 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 4 = \text{صفر}$$

---

(۲) _ ۱.۵

$$\begin{array}{l|l} 6x^3-12x^2+18x & 3x-2 \\ \underline{-6x^3+4x^2} & \boxed{2x^2-3x+4} \\ -9x^2+18x & \\ \underline{+9x^2-6x} & \\ 12x & \end{array}$$

$\boxed{2x^2-3x+4} \longrightarrow$ خارج قسمت

$Q(x) = 2x^2-3x+4$

$Q(2) = 8-6+4 = 6$

---

(۲) _ ۱.۶

با توجه به دسته‌ی $[48،52)$ در می‌یابیم که طول دسته برابر ۴ واحد است بنابراین داریم:

$R = c\times k \Rightarrow R = 4\times14 = 56$

دسته اول: ۴۰

دوم: ۴۴

سوم: ۴۸ ـ ۵۲

$\Rightarrow \min = 40$

$c' = \frac{R}{k'} = \frac{56}{8} = 7$

دسته اول: ۴۰ ـ ۴۷ $\downarrow +c'$

دوم: $\downarrow +c'$

سوم: $\boxed{x}\downarrow +c'$

$x = 47 + 3c' = 47 + 3\times7 = 68$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۷ _ (۳)

نمودار رسم شده در شکل یک نمودار چندبر فراوانی تجمعی است.

جدول نمودار به صورت زیر است

بازه	۷ - ۱۱	۱۱ - ۱۴	۱۴ - ۱۷	۱۷ - ۲۰	۲۰ - ۲۳
فراوانی تجمعی	۹	۲۴	۲۸	۳۸	۴۶
" مطلق	۹	۲۴ - ۹ = ۱۵	۲۸ - ۲۴ = ۴	۳۸ - ۲۸ = ۱۰	۴۶ - ۳۸ = ۸

برای بدست آوردن فراوانی مطلق نوبسته، فراوانی تجمعی دسته‌های متوالی از یکدیگر تفریق می‌شود

حال اگر داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۴ و ۱۲ به داده‌ها اضافه شوند تعداد کل داده‌ها برابر ۵۰ می‌شود و فراوانی مطلق دسته‌ی
[۱۴، ۱۷) برابر ۶ می‌شود

فراوانی نسبی $= \frac{f_i}{n} = \frac{۶}{۵۰} = ۰/۱۲$

---

۱۰۸ _ (۱)

وقتی که حذف داده‌های ۱۲، ۱۳، ۲۱ و ۲۲ میانگین تغییری نمی‌کند زیرا میانگین این چهار داده هم برابر ۱۷ است

$$\frac{22+21+13+12}{4} = \frac{34+34}{4} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow$$

$$5 = \frac{(x_1-17)^2+(x_2-17)^2+\dots+(x_{25}-17)^2+(12-17)^2+(13-17)^2+(21-17)^2+(22-17)^2}{29}$$

$$5 \times 29 = (x_1-17)^2+\dots+(x_{25}-17)^2+25+16+16+25 \Rightarrow$$

$$145 - 50 - 32 = (x_1-17)^2+(x_2-17)^2+\dots+(x_{25}-17)^2$$

$$63 = (x_1-17)^2+(x_2-17)^2+\dots+(x_{25}-17)^2$$

$$\sigma'^2 = \frac{\Sigma (x_i-\bar{x})^2}{n'} = \frac{(x_1-17)^2+\dots+(x_{25}-17)^2}{25} = \frac{63 \times 4}{25 \times 4} = \frac{252}{100} = 2/52$$

واریانس جدید

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۹ - (۲)

$f(x) = |2x-3|$

$f(\sqrt{2}+1) = |2(\sqrt{2}+1)-3| = |2\sqrt{2}+2-3| = |2\sqrt{2}-1| = 2\sqrt{2}-1$

$f(\sqrt{2}-1) = |2(\sqrt{2}-1)-3| = |2\sqrt{2}-2-3| = |2\sqrt{2}-5| = -2\sqrt{2}+5$

$f(\sqrt{2}+1) + f(\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}+5 = 4$

---

۱۱۰ - (۱)

برای به دست آوردن خط گذرا از ۲ خط ابتدا آنها را یک دستگاه دو معادله دو مجهول حل کنیم

$$\begin{cases} 2y-3x=12 \\ 3y+x=7 \end{cases} \xRightarrow{\times 3} \begin{cases} 2y-3x=12 \\ 9y+3x=21 \end{cases}$$

$$11y = 33 \Rightarrow \boxed{y=3}$$

$$2y-3x=12 \Rightarrow 6-3x=12$$

$$-6 = 3x$$

$$\boxed{-2 = x}$$

نقطه‌ی تقاطع به صورت $A\left|\begin{smallmatrix}-2\\3\end{smallmatrix}\right.$ است. (O مبدأ مختصات (0,0) است)

$AO = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3-0}{-2-0} = -\dfrac{3}{2}$ (ضریب زاویه (شیب))

---

۱۱۱ - (۴)

همه‌ی عبارات را به طرفین رو در مخرج مشترک می‌گیریم

$$x + \frac{2x-1}{x-4} + 2 = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4x+2x-1+2x-8}{x-4} = 0 \Rightarrow \text{صورت کسر} = 0$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

دقت کنید در این مرحله باید بررسی کنیم که جواب‌ها مخرج کسر را برابر صفر نکنند.

با توجه به مخرج کسر که برابر $x-4$ است به ازای $x=\pm 3$ مخرج کسر صفر نمی‌شود بنابراین هر دو جواب قابل قبول هستند

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۴) - ۱۱۲

با توجه به شکل طول راس سهمی برابر عدد ۱ است

$-\frac{a}{2\times(-2)} = 1 \Rightarrow \boxed{a=4}$

همچنین سهمی محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کرده است

$0 = -2(-1)^2 + 4(-1) + b$

$0 = -2 - 4 + b \Rightarrow b = 6$

---

(۳) - ۱۱۳

بهتر است این مسئله را با استفاده از متمم عبارت خواسته شده حل کنیم.

تعداد کل حالات = تعداد رمز ۶ حرفی با استفاده از حروف کلمه FARHAD $= \frac{6!}{2!}$

۲ حرف تکراری A

تعداد حالاتی که دو حرف A کنار هم باشند $= F\ R\ H\ D\ \boxed{AA} = 5!$

تعداد رمز ۶ حرفی که دو حرف A کنار هم نباشند

$\frac{6!}{2!} - 5! = \frac{6\times 5!}{2} - 5!$

$= 3\times 5! - 5! = 2\times 5! = 2\times 120 = 240$

---

(۴) - ۱۱۴

وقتی می‌خواهیم مطلبی را به طور قطع ثابت کنیم باید از استدلال استنتاجی استفاده کنیم

---

(۳) - ۱۱۵

$q = \frac{6}{9}$

دنباله‌ی موردنظر یک تصاعد هندسی با جمله اول $a_1 = 9$ و قدر نسبت $\frac{2}{3}$ است.

$S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{9}{1-\frac{2}{3}} = \frac{9}{\frac{1}{3}} = 27$

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲ - ۱۱۶

مجموع جملات از رابطه‌ی روبرو بدست می‌آید

$S_n = ۲F_n + F_{n-۱} - ۱$

$= ۲ \times ۶۱۰ + ۳۷۷ - ۱ = ۱۵۹۶$

---

۱ - ۱۱۷

$\log x = ۱ + ۲\log\sqrt{۳} - \log ۶۰$

$\log x = \log ۱۰ + \log \sqrt{۳}^{۲} - \log ۶۰$

$\log x = \log \frac{۱۰ \times ۳}{۶۰} \Rightarrow \log x = \log ۱/۲ \Rightarrow x = ۱/۲$

$\log_{۲} x = \log_{۲} ۱/۲ = \log_{۲} ۲^{-۱} = -\log_{۲} ۲ = -۱$

---

۴ - ۱۱۸

$b = (۱/۲)^{t}$ $\qquad t = \frac{۳۰}{۲ \times ۶۰} = ۱/۴$

$b = (۱/۲)^{۱/۴} \Rightarrow \log b = ۱/۴ \log ۱/۲ \rightarrow -\log ۲$

$\log b = ۱/۴ \times -۰/۳ = -۰/۰۵$

$b = \frac{۱}{۱/۱۳} = \frac{۱۰۰}{۱۱۳}$

$b \times x = ۲۰۰ \Rightarrow x = ۲۲۶$

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۹ ـ ②

احتمال نظری $=\frac{۱}{۴}$ و تجربی احتمال $\frac{۶}{۲۵}$ است

$$\left|\frac{۱}{۴}-\frac{۶}{۲۵}\right|=\left|\frac{۲۵-۲۴}{۱۰۰}\right|=\frac{۱}{۱۰۰}$$

---

۱۲۰ ـ ①

تعداد کل حالات برابر ۴×۴ است.

عدد مضرب ۳ یعنی عدد حاصل بر ۳ بخشپذیر باشد و می‌دانیم عددی بر ۳ بخشپذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخشپذیر باشد

اعداد بخشپذیر بر ۳ که می‌توان با ارقام ۴، ۳، ۲، ۱ نوشت عبارتند از

۱۲، ۲۱، ۲۴، ۴۲، ۳۳

احتمال $=\frac{۵}{۱۶}$

سایت کنکور

forum.konkur.in