

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۲۶- گزینه ۲

$$f^{-1} = \{(2, 5), (3, 7), (1, 4), (6, 3), (1, 9)\} \Rightarrow f^{-1}(3) = 7 \quad g^{-1}(x) = \frac{x^2 - 9}{5}$$

$$3 \xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{g^{-1}} 8 \Rightarrow f(g(8)) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$3 \xleftarrow{f} 7 \xleftarrow{g} 8$$

۱۲۷- گزینه ۴

$$3^{2x+y} = 3^{2+x-y} \rightarrow 2y = 2 - x$$

$$\log(x + 2y) - \log y = \log 10 \Rightarrow \frac{x + 2y}{y} = 10 \rightarrow x + 2y = 10y$$

$$x + 2y = 5 \times (2y) \rightarrow x + 2 - x = 5(2 - x) \rightarrow x = \frac{8}{5} = 1.6$$

۱۲۸- گزینه ۴

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18 \quad 4 \times 18 = 72$$

۱۲۹- گزینه ۱

$$|A| = -14 + 12 = -2 \quad A^{-1} = \frac{1}{-2} \times \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} \quad B.(2A^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 \\ -14 & -25 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- این سوال ایراد دارد

$$n = 5 \quad \min = 11 \quad \max = 38 \quad R = 38 - 11 = 27 \quad k = \frac{27}{5} = 5.4 \approx 6$$

$$R' = 5 \times 6 = 30 \quad R' - R = 30 - 27 = 3 \quad 3 \div 2 = 1.5 \quad 11 - 1.5 = 9.5 \quad 38 + 1.5 = 39.5$$

$$9.5 - 15.5 \quad 15.5 - 21.5 \quad 21.5 - 27.5 \quad 27.5 - 33.5 \quad 33.5 - 39.5$$

$$\frac{3}{23} \times 100 = \frac{300}{23} \approx 13$$

تعداد داده هائی که در دسته سوم قرار دارد، ۳ داده می باشد.

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۳۱ - گزینه ۲

دسته ها	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶
$y_i = x_i - 16$	-۴	-۲	۰	۲	۴

روش اول: میانگین فرضی = ۱۰

$$\bar{x} = 16 + \frac{-28 - 18 + 0 + 22 + 24}{50} = 16 + 0 = 16$$

روش دوم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{84 + 126 + 272 + 198 + 120}{50} = \frac{800}{50} \Rightarrow \bar{x} = 16$$

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{7(12-16)^2 + 9(14-16)^2 + 17(16-16)^2 + 11(18-16)^2 + 6(20-16)^2}{50}$$

$$\delta^2 = \frac{112 + 36 + 0 + 44 + 96}{50} = \frac{288}{50} \Rightarrow \delta^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow \delta = \frac{12}{5}$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{12}{5 \times 16} \Rightarrow CV = \frac{12}{16 \times 5} = 0.15$$

۱۳۲ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{5}{1} \times \binom{3}{2} \binom{7}{1} \times \binom{2}{2} \binom{1}{1} = 79$$

$$P(A) = \frac{79}{120}$$

۱۳۳ - گزینه ۴

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{4 - 9x^2}{2x^2} \geq 0 \rightarrow 4 - 9x^2 \geq 0 \xrightarrow{x \neq 0} x^2 \leq \frac{4}{9} \xrightarrow{x \neq 0} -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۳۴ - گزینه ۱

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \sin \alpha = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

۱۳۵ - گزینه ۳

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x+3}{2-x}\right) = -x-1 \quad \text{or} \quad 1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} -2$$

۱۳۶ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6-x^2-x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2-x^2+x}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)}{x+1} = -\frac{3}{2}$$

۱۳۷ - گزینه ۳

$$f(1) = a(1) - a + 2 = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+\sqrt{x})}{x} = 2 \Rightarrow a \in \mathbb{R}$$

۱۳۸ - گزینه ۱

$$y' = \frac{-(\sin x + \cos x)^2 + (\cos x - \sin x)^2}{(\cos x + \sin x)^2} \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

۱۳۹ - گزینه ۳ روش اول: هر گاه در مسائل احتمال لااقل یکی داشتیم از ممتم استفاده می کنیم.

$$P(A') = \frac{16}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{4}{100} \rightarrow P(A) = 1 - \frac{4}{100} = \frac{96}{100}$$

روش دوم: چون دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{84}{100} + \frac{75}{100} - \left(\frac{84}{100} \times \frac{75}{100}\right) = 0.96$$

۱۴۰ - گزینه ۱

$$n = 4, p = \frac{1}{4}, 1-p = \frac{3}{4} \quad P(x=3) = \binom{4}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{64}$$

۱۴۱ - گزینه ۲

$$y = \frac{x+4}{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}, x \neq 1 \quad \text{if } x = -1 \Rightarrow y = -1$$

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

روش دوم: هرگاه نمودار تابعی، نمودار وارون خود را قطع کند، محل تلاقی این دو نمودار دارای مختصات یکسان می باشند.

$$(a, a) \Rightarrow f(a) = a \Rightarrow \frac{a+4}{a-2} = a \xrightarrow{a \neq 2} a^2 - 3a - 4 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{c}{a} = 4 \end{cases}$$

۱۴۲ - گزینه ۳

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{n^2} = 2$$

نکته: هر دنباله همگرا، کراندار است ولی عکس این مطلب در حالت کلی صادق نیست.

$$a_n = \frac{2n^2 + 6 - 5}{n^2 + 3} = 2 - \frac{5}{n^2 + 3} \quad \frac{3}{4}, \frac{9}{7}, \frac{19}{12}, \frac{33}{19}, \dots \quad \text{دنباله صعودی}$$

۱۴۳ - گزینه ۲

$$\ln(x - 4y) = \ln 4 \rightarrow x - 4y = 4 \rightarrow x = 4y + 4$$

$$\ln(y + x - 1)(2y + 3) = \ln 1 \Rightarrow (y + x - 1)(2y + 3) = 1$$

$$\begin{cases} x = 4y + 4 \\ (y + x - 1)(2y + 3) = 1 \end{cases} \Rightarrow (y + 4y + 4 - 1)(2y + 3) = 1 \Rightarrow (5y + 3)(2y + 3) = 1$$

$$10y^2 + 21y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2}, x = 2 \\ y = -1/6 \end{cases} \Rightarrow xy = -1$$

۱۴۴ - گزینه ۴

$$2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای بدست آوردن جواب های کلی معادله مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب ها را در فاصله داده شده، مشخص کنیم.

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۴۵ - گزینه ۴

$$f'(x, y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2xy - 2\sqrt{y}}{x^2 - \frac{2x}{2\sqrt{y}}} \Rightarrow m = f'(2, 4) = -4$$

$$y - 4 = -4(x - 2) \Rightarrow y + 4x = 12$$

۱۴۶ - گزینه ۴

نکته: در تابع درجه سوم، ریشه مضاعف مشتق اول، همان طول نقطه عطف تابع می باشد.

$$y = ax^3 + bx^2 - 3x - 1 \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx - 3 \Rightarrow y'' = 6ax + 2b$$

$$A(1, -2) \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2 = a(1)^3 + b(1)^2 - 3(1) - 1 \Rightarrow a + b = 2 \\ (2)6a(1) + 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a \end{cases} \quad a = -1, b = 3$$

$$y' = 3(-1)x^2 - 2(3)x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ ریشه مضاعف مشتق اول تابع می باشد و تابع همواره صعودی است لذا تابع فاقد ماکزیمم نسبی است.

۱۴۷ - گزینه ۲

چون محور y ها یا خط $x = 0$ مجانب قائم تابع می باشد، بنابراین مخرج کسر برابر صفر است.

$$b + x = 0 \xrightarrow{x=0} b = 0 \Rightarrow y = \frac{2 + ax^2}{x}$$

$$\begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = 2 + a(2)^2 = 0 \Rightarrow 4a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad a - b = -\frac{1}{2}$$

۱۴۸ - گزینه ۲

چون خط هادی $x = -4$ و کانون در سمت راست آن می باشد، سهمی افقی و دهانه آن به سمت راست می باشد

$$S \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases} \quad p = 3 \quad \text{لذا معادله آن } (y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \text{ می باشد.}$$

$$(y - 3)^2 = 12(x + 1) \Rightarrow 9 = 12x + 12 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

فاصله رأس سهمی تا کانون یا خط هادی برابر p می باشد.

نکته: بهتر است مختصات کانون و معادله خط هادی را در صفحه محورهای مختصات مشخص کنیم.

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۴۹ - گزینه ۱

چون طول های کانون ها مساوی اند ، بیضی قائم می باشد .

$$F \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \quad F' \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha = 1, \quad \begin{cases} \beta + c = 1 \\ \beta - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \beta = 0, \quad c = 1, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 \xrightarrow{y=2x} \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{4x^2}{4} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۵۰ - گزینه ۲

بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم .

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & , \quad x \geq 2 \\ -x & , \quad x < 2 \end{cases}$$

$$\int_0^6 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = -\frac{4 \times 2}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = -2$$

۱۵۱ - گزینه ۱

$$\int \frac{x-1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int (x^{-2} - x^{-3}) dx$$

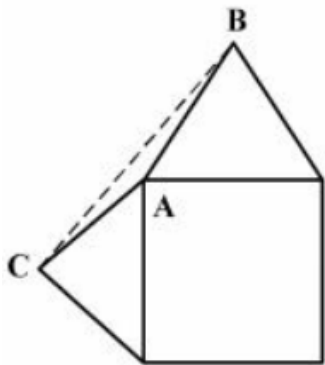
$$= \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c = \frac{1}{2x^2} (-2x + 1) + c \Rightarrow f(x) = -2x + 1$$

۱۵۲ - گزینه ۳

$$\hat{A} = \frac{4}{3} \hat{B}, \hat{C} + \hat{D} = \frac{11}{3} \hat{B} \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 36^\circ \Rightarrow \frac{4}{3} \hat{B} + \hat{B} + \frac{11}{3} \hat{B} = 36^\circ$$

$$\hat{B} = 6^\circ \Rightarrow \hat{A} = 8^\circ \Rightarrow x = 7^\circ$$

۱۵۳ - گزینه ۳

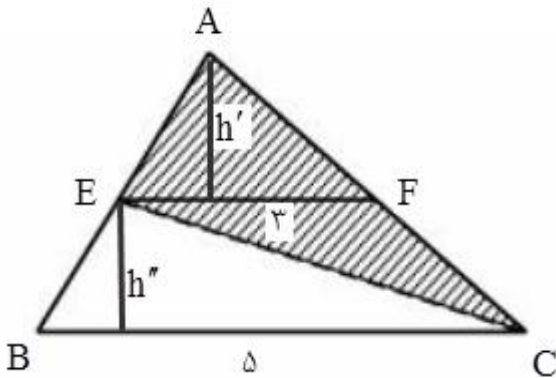


$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 3^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

بسمه تعالی

پاسخنامه درس ریاضی گروه آزمایشی علوم تجربی خارج از کشور سال ۱۳۹۶

۱۵۴ - گزینه ۴



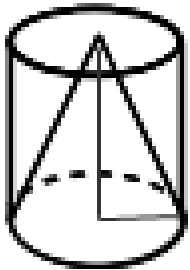
$$\frac{EF}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle BEC}}{S_{\square BCEF}} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\square BCEF}} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\square BCEF}} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۵۵ - گزینه ۴



$$\frac{x}{4} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{8}{5}$$

$$S = \pi(4)^2 - \pi\left(\frac{8}{5}\right)^2 = 16\pi - \frac{64}{25}\pi = \frac{336}{25}\pi = 13\frac{13}{25}\pi$$

(سید علی موسوی)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com