حل تشریحی ریاضی خارج از کشور رشته تجربی ۹۶

امید عبودی

۱۲۶- گزینه ۲

روش اول: ابتدا f^{-1} و g^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$f^{-1}=\{(2,5),(3,7),(4,1),(6,3),(1,9)\}$$

$$g^{-1}(x)=\frac{x^2-9}{5}$$

$$g^{-1}(\underbrace{f^{-1}(a)}_{m})=8 \longrightarrow g^{-1}(m)=8$$

$$8=\frac{x^2-9}{5}\longrightarrow x=7=m$$

$$m=f^{-1}(a)=7\longrightarrow a=3$$

روش دوم: $g^{-1}of^{-1}=(fog)^{-1}$

طبق این تساوی: $(fog)^{-1}(a)=8$

اگر $(a,8)$ عضو تابع معکوس باشد، $(8,a)$ عضو تابع است.

$$(fog)(8)=a \longrightarrow f(g(8))=a \; *$$

$$g(8)=\sqrt{5(8)+9}=7 \xrightarrow{*} f(7)=a$$

$$a=3$$

۱۲۷- گزینه ۴

$1=\log_{10}^{10}$

می‌دانیم جمع در لگاریتم به ضرب تبدیل می‌شود.

$$\log(x+2y)=\log_{10}^{10}+\log y=\log^{10y}\longrightarrow x+2y=10y \; *$$

$$3^{2x+y}=3^2\times3^{x-y}=3^{2+x-y}\longrightarrow 2x+y=2+x-y$$

$$\boxed{x+2y=2}\;**$$

$$\xrightarrow{**\text{ و }*}\begin{cases}y=\frac{1}{5}\\ x=\frac{8}{5}=1/6\end{cases}$$

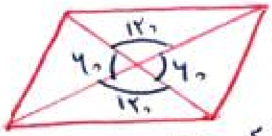
۱۲۸- گزینه ۴ روش اول:

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع با قطرهای a و b که زاویه بین این دو قطر θ است مساحت برابر است با

$$S=\frac12(a)(b)\sin\theta$$

$$S=\frac12(12)(8\sqrt3)\underbrace{\sin60^\circ}_{\frac{\sqrt3}{2}}=72$$

روش دوم: با توجه به آنکه قطرها در متوازی‌الاضلاع همدیگر را نصف می‌کنند، با رسم شکل خواهیم دید که ۴ مثلث هم‌مساحت (هم‌نهشت نیستند) به دست می‌آید.



چون $\sin60^\circ=\sin120^\circ$:

$$S=\underbrace{4}_{\text{شمار مثلث‌ها}}\times(\underbrace{\frac12\times6\times4\sqrt3\times\sin60^\circ}_{\text{مساحت هر مثلث}})=72$$

۱۲۹- گزینه ۱

$$A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-2&-3\\+4&+7\end{bmatrix}$$

$$2A^{-1}=\begin{bmatrix}+2&+3\\-4&-7\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}2&3\\1&4\end{bmatrix}$$

$$B\cdot(2A^{-1})=\begin{bmatrix}2&3\\1&4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&3\\-4&-7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8&-15\\-14&-25\end{bmatrix}$$

* همون سطر اول رو هم به دست می‌آوردید، کافی بود.

۱۳۰-

$$\text{طول دسته}=\frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته}}=\frac{38-11}{5}=5/4$$

دسته‌ها	[۱۱,۱۶/۴)	[۱۶/۴,۲۱/۸)	[۲۱/۸,۲۷/۲)	[۲۷/۲,۳۲/۶)	[۳۲/۶,...
فراوانی دسته	۵	۶	۳	۵	۴

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته سوم (وسط)}=\frac{3}{23}\times100=13\%$$

جواب در گزینه‌ها موجود نیست

۱۳۱-

درجدول فراوانی تجمعی، باید اعداد و مقادیر مربوط به فراوانی تجمعی، دنبالهٔ صعودی باشد.

پس این سوال، اشتباه بنیادی دارد!!

به جای فراوانی تجمعی باید فراوانی مطلق ذکر میشد.

برای تمرین بیشتر با فرض اینکه اگر سوال، این اشتباه را نداشت (یعنی فراوانی مطلق نوشته میشد) سوال را حل می کنیم

$$\bar{x} = \frac{84+126+272+198+120}{50} = \boxed{16}$$

$$S^2 = \frac{17(12-16)^2 + 9(14-16)^2 + 17(0)^2 + 11(18-16)^2 + 6(20-16)^2}{50} = \frac{144}{25} \longrightarrow \boxed{S = \frac{12}{5}}$$

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\frac{12}{5}}{16} = 0/15$$

* با فرض اینکه به فراوانی مطلق نوشته میشد گزینه ② درست بود.
* برای به دست آوردن میانگین از روش میانگین فرضی هم می توان استفاده کرد.

۱۳۲- گزینهٔ ۳

۵ سفید
۳ مشکی
۲ قرمز

سه مهره به تصادف خارج می کنیم.

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{10\times9\times8\times7!}{3\times2\times7!} = 120$$

احتمال ۲ مهره همرنگ؟

دو مهره قرمز یا دو مهره مشکی یا دو مهره سفید

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{2}\binom{5}{1}}_{\text{دو مهره سفید و یک غیرسفید}} + \underbrace{\binom{3}{2}\binom{7}{1}}_{\text{دو مهره مشکی و یک غیرمشکی}} + \underbrace{\binom{2}{2}\binom{8}{1}}_{\text{۲ قرمز و ۱ غیرسفید}} = 79$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{79}{120}$$

۱۳۳- گزینهٔ ٤

روش اول: عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج باید بزرگتر و مساوی صفر باشد. برای عبارت زیر رادیکال فرد، اگر رادیکال وجود ندارد.

$$2x - x^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \longrightarrow \frac{2}{x^2} \geq \frac{9}{2} \longrightarrow x^2 \leq \frac{4}{9}$$

x نباید صفر باشد

$$-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$D = [-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$$

روش دوم: اعداد طلایی!!

f(x) نمی تواند ۱ را اختیار کند ← چون زیر رادیکال با فرجه ۲ را منفی می کند

گزینه های ۲ و ۳ و ٤ همگی رد میشوند، چون شامل ۱ هستند

۱۳٤- گزینهٔ ۱

$$\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha) - \cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)$$

$$(\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha) - (\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha)$$

$$= 2\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha = 2(\frac{\sqrt{2}}{2})\sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha$$

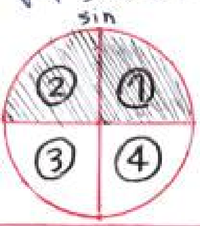
حال باید sinα را پیدا کنیم:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin^2\alpha + (\frac{7}{9}) = 1 \longrightarrow \sin^2\alpha = \frac{2}{9}$$

$$\sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{2}}{3} \xrightarrow[\text{sin منفی}]{\text{در ناحیه ٤}} \sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\sqrt{2}\sin\alpha = \sqrt{2}\,(-\frac{\sqrt{2}}{3}) = -\frac{2}{3}$$



در ربع ۱ و ۲، $\sin\alpha > 0$

در ربع ۳ و ٤، $\sin\alpha < 0$

۱۳۵- گزینهٔ ۳

روش اول:

$$g(f(x)) = g(\frac{2x+3}{2-x})$$

$$= \frac{1-3(\frac{2x+3}{2-x})}{\frac{2x+3}{2-x}+2} = \frac{\frac{2-x-6x-9}{2-x}}{\frac{2x+3+4-2x}{2-x}} = -\frac{7x-7}{7} = -x-1$$

ادامه سوال ۱۳۵ امید عبودی

روش دوم:

$f(1)=5$

$g(f(1))=g(5)=-2$

باید دیگه در کدام گزینه اگر ۱ قرار بدهیم حاصل ۲- می‌شود

تنها گزینه‌ی ۳ برای این شرط برقرار است.

۱۳۶- گزینه‌ی ۲

ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{2}{(x-1)(x+1)}-\frac{x}{x+1}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{2-x^2+x}{\underbrace{(x-1)(x+1)}_{x^2-1}}\right)$$

$$=\frac{0}{0}$$

ادامه با ۲ روش:

روش اول: هوپیتال

$$\lim_{x\to -1}\frac{-2x+1}{2x}=-\frac{3}{2}$$

روش دوم: تجزیه کسر و حذف عامل صفرکننده

$$\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(x-2)}{-(x-1)\cancel{(x+1)}}=\frac{(-1-2)}{-(-2)}=-\frac{3}{2}$$

۱۳۷- گزینه‌ی ۳

$$f(1)=\lim_{x\to 1^-}f(x)=2$$ مقدار حد چپ در $x=1$ = مقدار تابع در $x=1$

$$a(1)+a-2=a-a+2=2$$

مقدار حد راست در $x=1$: $$\lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}=\lim\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\times\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x+\sqrt{x})}{x^2-x}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\cancel{(x-1)}(x+\sqrt{x})}{x\cancel{(x-1)}}$$

$$=2 \qquad f(1)=\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)=2$$

* تابع به ازای هر مقدار a در $x=1$ پیوسته بوده، چون هیچ محدودیتی برای a در تعیین مقدار تابع نیست. به a هر عددی بدی باز همین جواب به دست میاد.

۱۳۸- گزینه‌ی ۱

روش اول: (به صورت ضرب)

$$f(x)=(\cos x-\sin x)\times\frac{1}{\cos x+\sin x}$$

$$f'(x)=\left((-\sin x-\cos x)\frac{1}{\cos x+\sin x}\right)+\left(\frac{-(-\sin x+\cos x)}{(\cos x+\sin x)^2}\cdot(\cos x-\sin x)\right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1$$

روش دوم: (به صورت تقسیم)

$$f(x)=\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}$$

$$f'(x)=\frac{-(\sin x+\cos x)^2+(\cos x-\sin x)^2}{(\cos x+\sin x)^2}=-1$$

روش سوم: اول باید دید کدام عامل صفرکننده است و حال برای مشتق، از عامل صفرکننده مشتق گرفته و در باقی عوامل ضرب می‌کنیم.

$$f(x)=\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}$$ ← * صورت عامل صفرکننده

مشتق عامل صفرکننده × (باقی عوامل)

$$(-\sin x-\cos x)\times\left(\frac{1}{\cos x+\sin x}\right)=-1$$

۱۳۹- گزینه‌ی ۳

روش اول: چون گفته لااقل یعنی اجتماع آن‌ها و چون دو پیشامد مستقل هستند $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{84}{100}+\frac{75}{100}-\left(\frac{84\times 75}{100\times 100}\right)=0/96$$

روش دوم: می‌دانیم هرگاه لااقل ذکر شد یعنی می‌توانیم از روش متمم استفاده کنیم

$P(A')=$ A قبول نشود و B قبول نشود

$$P(A')=P(A')\times P(B')=\underbrace{\left(1-\frac{84}{100}\right)}_{\frac{16}{100}}\underbrace{\left(1-\frac{75}{100}\right)}_{\frac{25}{100}}$$

$$P(A')=\frac{16}{100}\times\frac{25}{100}=\frac{4}{100}$$

$$P(A)=1-P(A')=1-\frac{4}{100}=\frac{96}{100}$$

۱۴۰- گزینه ۱

پیروزه!! ← $\frac{1}{4} = p =$ احتمال مغلوب بودن

شکست!! ← $\frac{3}{4} = 1-\frac{1}{4} = 1-p = q =$ احتمال مغلوب نبودن

خانواده ۴ فرزندی است پس $n=4$

رنگ چشم ۳ فرزند مغلوب؟

$$P(X=3)=\underbrace{\binom{4}{3}}_{\frac{4}{1}}\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^{3}}_{\frac{1}{64}}\underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{4-3}}_{\frac{3}{4}}=\frac{3}{64}$$

۱۴۱- گزینه ۲

روش اول: اگر تابعی با نمودار معکوسش تقاطع داشته باشد، این تقاطع روی خط $y=x$ خواهد بود پس محل تلاقی باید (x,x) باشد. $f(x)=x$

$$\frac{x+4}{x-2}=x \longrightarrow x+4=x^2-2x$$

$$x^2-3x-4=0 \longrightarrow (x-4)(x+1)=0$$

$x=-1$ و $x=+4$

روش دوم: ضابطه تابع معکوس را یافته و با ضابطه ی تابع برابر قرار میدهیم تا محل تلاقی به دست آید.

$$y=\frac{x+4}{x-2} \longrightarrow xy-2y=x+4 = yx-2y$$

$$y(x-1)=2x+4 \longrightarrow y=\frac{2x+4}{x-1}=f^{-1}(x)$$

$$f(x)=f^{-1}(x) \longrightarrow \frac{x+4}{x-2}=\frac{2x+4}{x-1}$$

$$x^2-4x=2x^2+4x-4x-8$$

$$x^2-3x-4=0 \longrightarrow x=-1 \text{ و } x=+4$$

۱۴۲- گزینه ۳

حد در بی نهایت

* هر دنباله همگرا کران دار است. ← اگر عدد شد همگرا.
* برای صعودی و نزولی بودن ۴ جمله بنویس.

بررسی تک تک گزینه ها (برای آموزش)

$c_n=\frac{(-1)^n}{n}$ $\quad -1, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ (صعود، نزول) — نه صعودی، نه نزولی ولی همگراست پس کران داره

$d_n=\frac{n^2}{2^n}$ $\quad \frac{1}{2}, 1, \frac{9}{8}, 1$ (صعود، صعود، نزول) — نه نزولی و نه صعودی، واگرا

$a_n=\frac{2n^2+1}{n^2+3}$ — به ۲ همگراست ← پس کران داره — صعودی ✓

$\frac{3}{4}, \frac{9}{7}, \frac{19}{12}$ (صعود، صعود)

البته غیر از نوشتن جملات دنباله برای صعودی یا نزولی بودن راه های دیگری هم هست: (تعدادی از این روش ها)!

۱- بول $ad-bc>0$ ← پس دنباله صعودی

۲- درست کردن $a_{n+1}-a_n$ و $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ که $a_{n+1}>a_n$ نشان دهنده صعودی بودن است و ... .

$b_n=\frac{3n^2+1}{5n+9}$ — دنباله واگرا

۱۴۳- گزینه ۲

* $\ln 1=0$ * باید دو طرف شبیه هم باشند ($\ln$) باشند
* جمع به ضرب تبدیل می شود * ضریب به توان تبدیل می شود

$$\ln(x-4y)=2\ln 2=\ln 2^2=\ln 4$$

$$\boxed{x-4y=4} \quad (1)$$

$$\ln(y+x-1)+\ln(2y+3)=0=\ln 1$$

$$\boxed{(y+x-1)(2y+3)=1} \quad (2)$$

معادله ۱ را در معادله ۲ جاگذاری می کنیم

$$(y+(4+4y)-1)(2y+3)=1$$

$$(5y+3)(2y+3)=1 \longrightarrow 10y^2+21y+8=0$$

$$y_1,y_2=\frac{-21\pm\sqrt{121}}{20} \longrightarrow \begin{cases} y_1=-\frac{1}{2} \ ✓ \\ y_2=-8/5 \ ✗ \end{cases}$$

$$y_1=-\frac{1}{2} \longrightarrow x=2 \longrightarrow xy=-1$$

۱۴۴- گزینهٔ ۴

امیر عبودی

روش اول:

$\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$

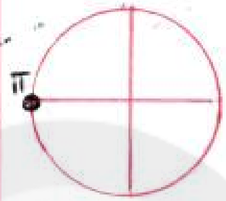
$\sin 2x + \sin x = 0 \longrightarrow \sin 2x = -\sin x$

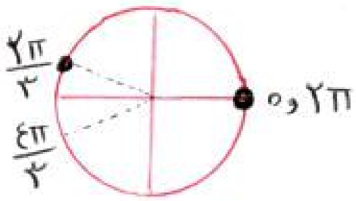
$\sin 2x = \sin(-x)$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi - x \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - (-x) \longrightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

$x = \frac{2k\pi}{3} \longrightarrow \{0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi\}$

$x = 2k\pi + \pi \longrightarrow \{\pi\}$





$0 + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + 2\pi + \pi = 5\pi$

روش دوم:

$\sin 2x + \sin x = 0$

$2\sin x \cos x + \sin x = 0$

$\sin x (2\cos x + 1) = 0$

$\sin x = 0 \longrightarrow x = 0, \pi, 2\pi$

$2\cos x + 1 = 0 \longrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \longrightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

$0 + \pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$

۱۴۵- گزینهٔ ۴

ابتدا شیب خط مماس

* برای مشتق ضمنی داریم

$f'(x,y) = -\frac{f'_x}{f'_y}$

$= \frac{2xy - 2\sqrt{y}}{x^2 - 2x\frac{1}{2\sqrt{y}}} = -\frac{12}{3} = -4 \quad (2,4)$

$y - 4 = -4(x - 2) \longrightarrow y + 4x = 12$

۱۴۶- گزینهٔ ۴

* نقطهٔ عطف مشتق دوم مساوی صفر
* ماکزیمم مشتق اول مساوی صفر
* شرط آن که ماکزیمم باشد باید حول ماکزیمم تغییر جهت د

$y' = 3ax^2 + 2bx - 3 \qquad y'' = 6ax + 2b = 0$

$x = -\frac{b}{3a} = +1$ ← نقطهٔ عطف $(+1, -2)$

$\boxed{-b = 3a}$ (1)

از طرفی می‌دانیم مختصات نقطهٔ عطف در معادله صدق می‌کند:

$f(1) = -2 = a + b - 3 - 1$

$\boxed{a + b = 2}$ (2)

$(2),(1) \longrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = +3 \end{cases}$

$y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

گفته ماکزیمم نسبی پس مشتق اول گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1)$

$= -3(x-1)^2 = 0 \longrightarrow (x-1)^2 = 0 \longrightarrow x = 1$

$x = 1$ ریشهٔ مضاعف مشتق اول ← تابع همواره صعودی ← فاقد ماکزیمم نسبی

به عبارت دیگر تابع حول $x = 1$ هیچ تغییر علامتی نمی‌ده تا ماکزیمم شود (همواره مثبت است).

۱۴۷- گزینهٔ ۲

از شکل ← $\begin{cases} x = 0 \text{ مجانب قائم} \\ (2,0) \text{ در معادله صدق می‌کند.} \end{cases}$

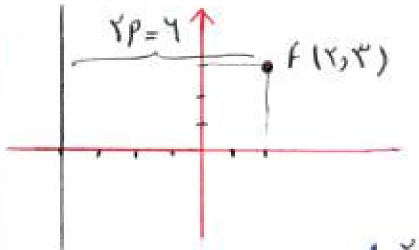
$\boxed{b = 0} \qquad (2,0) \longrightarrow f(2) = 0 = \frac{2 + a(2)^2}{2}$

$\boxed{a = -\frac{1}{2}} \qquad a - b = -\frac{1}{2} - 0 = -\frac{1}{2}$

۱۴۸- گزینه ۲

* فاصله کانون تا خط هادی برابر $2p$

* در سهمی افقی به سمت راست $p>0$



$2p=6 \to p=3$

$x=-4$

$S\left(\frac{2-4}{2}, 3\right) = (-1,3)$

$(y-3)^2 = \overbrace{4\times 3}^{4p}\times(x+1)$

محور x ها را کجا قطع می‌کند یعنی $y=0$

$(-3)^2 = 12(x+1) = 9 \longrightarrow x = -\frac{1}{4}$

۱۴۹- گزینه ۱

* وسط کانون‌ها همان مرکز بیضی است.

* خروج از مرکز بیضی $e=\frac{c}{a}$

مرکز بیضی $= \left(\frac{1+1}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = (1,0)$

می‌دانیم فاصله مرکز بیضی از کانون برابر c است.

$c=1 \longrightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{1}{a}=\frac{1}{2} \longrightarrow a=2$

در بیضی داریم: $c^2=a^2-b^2 \to (1)^2=(2)^2-b^2$

$(b)^2=3 \longrightarrow b^2=3$

بیضی قائم است ← با توجه به مختصات کانون‌ها

$\frac{(x-1)^2}{\underset{b^2\to}{3}}+\frac{y^2}{\underset{a^2\to}{4}}=1$

حال به جای y مقدار $2x$ را جایگذاری می‌کنیم.

$\left(\frac{(x-1)^2}{3}+\frac{(2x)^2}{4}=1\right)\times 12 \longrightarrow 4(x-1)^2+12x^2=12$

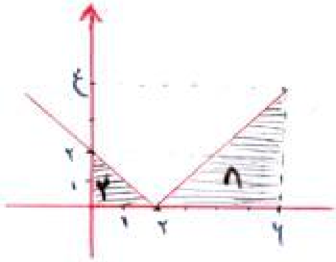
$2x^2-x-1=0 \longrightarrow \begin{cases} x=+1 \\ x=-\frac{1}{2}\end{cases}$

۱۵۰- گزینه ۲

روش اول: رسم نمودار

$\int_0^6 (|x-2|-2)\,dx$

$=\int_0^6 |x-2|\,dx - \int_0^6 2\,dx = 10-12 = -2$



$8+2=10$

روش دوم:

$|x-2| = \begin{cases} -x+2 & 0\le x\le 2 \\ x-2 & 2<x<6 \end{cases}$

$\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^6 f(x)\,dx = \int_0^2 \overbrace{(-x+2-2)}^{-x}\,dx$

$+\int_2^6 (x-2-2)\,dx = -\frac{x^2}{2}\Big|_0^2 + \left[\frac{x^2}{2}-4x\right]\Big|_2^6$

$= \left(-\frac{4}{2}-0\right)+(18-24)-(2-8) = -2$

۱۵۱- گزینه ۱

* می‌دانیم $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\int \frac{x-1}{x^3}\,dx = \int\left(\frac{x}{x^3}-\frac{1}{x^3}\right)dx = \int (x^{-2}-x^{-3})\,dx$

$= \frac{x^{-2+1}}{-2+1} - \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c = -x^{-1} + \frac{x^{-2}}{2} + c = \frac{1}{2x^2}f(x)+c$

طرفین را در $2x^2$ ضرب می‌کنیم

$f(x) = -2x+1$

* در مرحله آخر چون دو طرف شامل جملات ثابت c بودند از ۲ طرف حذف شوند.

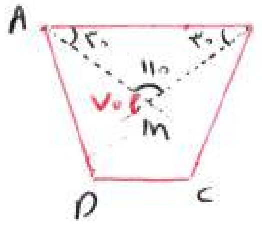
۱۵۲- گزینهٔ ۳

* در چهار ضلعی محدب مجموع زاویه‌های داخلی = ۳۶۰

$\frac{A}{4}=\frac{B}{3}=\frac{C+D}{11}=t \longrightarrow$ برابر t قرار میدهیم

$\underbrace{4t+3t+11t}_{18t}=360 \longrightarrow t=20^\circ$

$A=4t=80 \qquad B=3t=60$



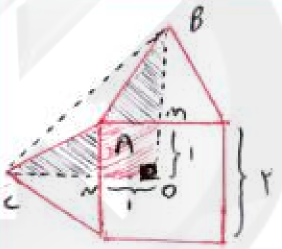
$A\hat{B}m: \hat{m}+40+30=180$

$\hat{m}=110^\circ$

$180-110=70^\circ$

۱۵۳- مربع به ضلع ۲

گزینهٔ ۳



ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع

$mB=NC=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$S_{ABC}=S_{OBC}-(S_{ABm}+S_{ANC}+S_{OmAN})$

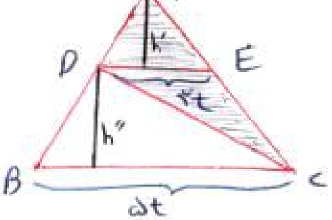
$S_{OBC}=\frac{1}{2}(OC\times OB)=\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$

$S_{AmB}=\frac{1}{2}(Am)(Bm)=\frac{1}{2}(1)(\sqrt{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}=S_{ACN}$

$S_{OmAN}=(1)^2=1$

$S_{ABC}=(2+\sqrt{3})-(1+\sqrt{3})=1$

۱۵۴- گزینهٔ ٤



$\frac{DE}{BC}=\frac{3}{5}=\frac{h'}{h_{کل}}$

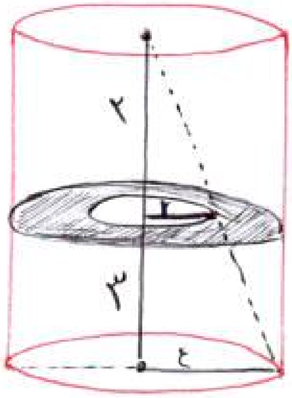
$\frac{h'}{h_{کل}}=\frac{h'}{h'+h''}=\frac{3}{5} \longrightarrow \begin{cases} h'=\frac{3}{5}h \\ h''=\frac{5}{5}h-\frac{3}{5}h=\frac{2}{5}h \end{cases}$

$\frac{S_{ADC}}{S_{DEBC}}=\frac{S_{ADE}+S_{DEC}}{S_{DEBC}}=\frac{S_{ADE}+S_{DEC}}{S_{DEBC}}$

$=\frac{\frac{1}{2}(h')(DE)+\frac{1}{2}(h')(DE)}{\frac{1}{2}(\underbrace{DE+BC}_{8t})(h'')}=\frac{\frac{3}{5}h(3t)+\frac{3}{5}h(3t)}{(8t)(\frac{2}{5}h)}$

$=\frac{\frac{3}{1}}{\frac{16}{15}}=\frac{15}{16}$

۱۵۵- گزینهٔ ٤



مساحت مشخص شده هاشورخورده مدنظر است.

* دایره سفید به شعاع r جزء مخروطی بود که برداشته شد.

$\frac{r}{4}=\frac{2}{2+3} \longrightarrow r=1.6$

$S_{\text{هاشورخورده}}=S_{\text{کل دایره}}-S_{\text{دایره سفید}}$

$=\pi(4)^2-\pi(1.6)^2=16\pi-2.56\pi$

$S=13.44\pi$

موفق و سربلند باشید

امیر عبودی