



# آزمون غیر حضوری پیش‌دانشگاهی ریاضی (۲۰ بهمن ۱۳۹۶) (مباحث ۴ اسفند ۹۶)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شخصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس [www.kanoon.ir](http://www.kanoon.ir) مراجعه نمایید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
نوشین اشرفی - ندا اشرفی	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## دیفرانسیل

## مشتق و کاربرد آن

(نتایج اولیه مشتق‌پذیری، مشتق توابع مثلثاتی، مشتق مرتبه‌های بالاتر، قاعده‌ی زنجیره‌ای، مشتق‌گیری ضمنی، مشتق تابع وارون، مشتق توابع نمایی) صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۶۵

## حسابان:

## «مشتق توابع»

(روش‌های محاسبه‌ی مشتق توابع، مشتق توابع مثلثاتی، مشتق تابع وارون و مرکب، صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵ و ۱۸۲ تا ۱۹۰)

۱- مشتق سوم تابع  $y = \sqrt[3]{6x-1} - 1$  به ازای  $x = \frac{1}{3}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱۶۲  
(۲) صفر  
(۳) ۲۷  
(۴) ۸۱

۲- اگر  $f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{9 - x^4}}$  باشد، مقدار  $f''(0)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

۳- مشتق تابع  $f(x) = (e^{2x} - 2)(e^{3x} - 3)$  در نقطه‌ی  $x = 0$  کدام است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۲  
(۳) -۶  
(۴) ۱۲

۴- اگر خط مماس بر وارون تابع  $f(x) = mx^3 + nx$  در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن، به صورت  $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$  باشد،  $m - n$  کدام است؟

- (۱) -۱  
(۲) -۲  
(۳) -۳  
(۴) صفر

۵- اگر  $y = \sqrt[3]{1+x}$  و  $y'' = k\left(\frac{1}{9y^5}\right)$  باشد، آن‌گاه  $k$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۲

۶- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x \geq 0 \\ -3x + [x] & , x < 0 \end{cases}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(3+2h) - f^3(3-h)}{h^2 - h}$  کدام است؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۳۲۴  
(۲) -۳۲۴  
(۳) ۱۰۸  
(۴) -۱۰۸

۷- معادله‌ی خط قائم بر منحنی  $Ln(x-y) = xy + y^3$  در نقطه‌ی  $(1, 0)$  کدام است؟

- (۱)  $y = -2x + 2$   
(۲)  $y = -2x$   
(۳)  $y = -\frac{1}{2}x + 1$   
(۴)  $y = \frac{1}{2}x - 1$

۸- دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = 5x - a|x - 1|$  و  $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$  مفروضند. تابع  $f \circ g$  به‌ازای کدام مقدار  $a$  در نقطه‌ای به طول ۱ مشتق‌پذیر است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$   
(۲)  $-\frac{3}{5}$   
(۳) ۵  
(۴) هیچ مقدار  $a$

۹- در رابطه‌ی  $xy + x^2y^2 = 2$  حاصل  $\frac{d^2y}{dx^2}$  در نقطه‌ی  $(1, -2)$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲) -۴  
(۳)  $-\frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{-1}{4}$

۱۰- اگر  $f(x) = g(x\sqrt{x}) = \frac{x^2}{8} + 1$  باشد،  $(f \circ g)(x)$  حاصل مشتق در نقطه‌ای به طول ۸  $x = 8$  کدام است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۳  
(۳) ۱۲  
(۴) ۹



## ریاضی پایه

## حسابان:

## فصل ۲: «تابع»

(متناوب)

## و توابع جزء صحیح

## فصل ۳: «مثلثات»

(معادلات مثلثاتی)

صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲ و

۱۱۸ تا ۱۲۳

۱۱- اگر  $\cos(2x - 5\pi) = 0$  باشد،  $x$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

$$k\pi \quad (1) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

۱۲- یکی از جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (1) \quad 2k\pi \quad (2)$$

$$(2k+1)\pi \quad (3) \quad k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (4)$$

۱۳- معادله‌ی  $(3 \sin x - 2)(4 \cos x + 1) = 0$  در بازه‌ی  $[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$  چند جواب دارد؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۴- تعداد جواب‌های معادله‌ی  $\cos 2x - \cos x = \frac{1}{[x] + [-x]}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟ ( $[ ]$ ، نماد جز صحیح است.)

$$6 \quad (1) \quad 5 \quad (2)$$

$$4 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۱۵- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی  $-2[x] - [-4-x] - 1 = 0$ ، شامل چند عدد صحیح است؟ ( $[ ]$ ، نماد جز صحیح است.)

$$\text{صفر} \quad (1) \quad 1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۱۶- دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $f(x) = \sin 3x \sin x + \cos 4x$  کدام است؟

$$2\pi \quad (1) \quad \pi \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (3) \quad \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

۱۷- معادله‌ی  $\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{3}\right] + \left[\frac{x}{4}\right] = \frac{x}{12}$ ، چند جواب دارد؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

۱۸- جواب‌های معادله‌ی  $\sin^2 x \cos x - \cos^2 x \sin x = 0$ ، بر روی دایره‌ی مثلثاتی رأس‌های کدام چند ضلعی است؟

$$\text{شش ضلعی منتظم} \quad (1) \quad \text{شش ضلعی غیرمنتظم} \quad (2)$$

$$\text{چهارضلعی غیرمنتظم} \quad (3) \quad \text{مربع} \quad (4)$$



۱۹- جواب کلی معادله  $\tan(2x+1)\tan(x-1)=1$ ، کدام است؟ ( $k \in Z$ )

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

۲۰- جواب کلی معادله  $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$ ، کدام است؟ ( $k \in Z$ )

$$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

### ماتریس و دترمینان

(ماتریس‌ها)

صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۳

### هندسه تحلیلی

۲۱- اگر  $A = [2i - j]_{3 \times 2}$  و  $B = [i + 4j]_{3 \times 2}$ ، آن‌گاه درایه‌ای که در سطر سوم و ستون دوم  $A + B$  قرار

دارد برابر است با:

$$15 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

۲۲- ماتریس مربعی  $A$  را به صورت  $A = B + C$  نوشته‌ایم که در آن  $B$  ماتریس متقارن و  $C$  ماتریس پادمتقارن است. حاصل  $B - C$  کدام است؟

$$\frac{1}{2}A^t \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}A \quad (3)$$

$$A^t \quad (2)$$

$$A \quad (1)$$

۲۳- اگر  $A = [a_{ij}]$  و  $B = [b_{ij}]$  دو ماتریس  $3 \times 3$  با این ویژگی باشند، که  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : i + j = 2k \\ 0 & : i + j = 2k + 1 \end{cases}$  و  $b_{ij} = \begin{cases} 1 & : i \leq j \\ 0 & : i > j \end{cases}$ ، آن‌گاه سطر اول

ماتریس  $(A - B)^2$  کدام است؟ ( $k \in Z$ )

$$[0 \ 0 \ -1] \quad (4)$$

$$[0 \ 0 \ 1] \quad (3)$$

$$[0 \ -1 \ 1] \quad (2)$$

$$[0 \ -1 \ 0] \quad (1)$$

۲۴- کدام رابطه درست است؟

$$AB = BA = O \Rightarrow A = O \text{ و } B = O \quad (2)$$

$$AB = BA = O \Rightarrow A = O \text{ یا } B = O \quad (1)$$

$$AB = BA \Rightarrow (AB)^2 = A^2 B^2 \quad (4)$$

$$AC = A \Rightarrow C = I \quad (3)$$

۲۵- اگر  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  باشد، حاصل  $A^{1396} - A^{1395}$  کدام است؟

$$A - I \quad (4)$$

$$I - A \quad (3)$$

$$A \quad (2)$$

$$I \quad (1)$$

۲۶- اگر  $A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} A$  باشد، و درایه‌های ماتریس  $A$  اعداد طبیعی باشند، کم‌ترین مقدار مجموع درایه‌های  $A$  کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$



۲۷- اگر ماتریس  $A + A^t$  هم متقارن و هم پادمتقارن باشد، چه تعداد از ماتریس‌های زیر متقارن‌اند؟

(الف) $A + I$	(ب) $3A$	(ج) $A^2$
(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۲
		(۴) ۳

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$  باشد، آن‌گاه  $A^{343}$  کدام است؟

(۱) $2^{340} I$	(۲) $-2^{340} I$	(۳) $2^{342} A$	(۴) $2^{343} A$
-----------------	------------------	-----------------	-----------------

۲۹- خط  $D: 2x - 3y - 1 = 0$  ابتدا تحت زاویه  $16^\circ$  و سپس تحت زاویه  $110^\circ$  حول مبدأ مختصات و در جهت مثلثاتی دوران یافته است. معادله‌ی

خط حاصل کدام است؟

(۱) $2x - 3y + 1 = 0$	(۲) $3x + 2y + 1 = 0$
(۳) $3x - 2y - 1 = 0$	(۴) $2x + 2y - 1 = 0$

۳۰- فرض کنید  $F$ ، مجموعه نقاط محیط و درون بیضی به معادله  $\frac{x^2}{4} + (y-2)^2 = 1$  باشد. ماتریس  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  نقاط  $F$  را به محیط و درون کدام

مقطع مخروطی تصویر می‌کند؟

(۱) دایره‌ای به قطر ۸ واحد	(۲) بیضی قائم به قطر بزرگ ۴ واحد
(۳) دایره‌ای به قطر ۴ واحد	(۴) بیضی افقی به قطر بزرگ ۸ واحد

### ریاضیات گسسته

۳۱- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N}; 30 < x^3 < 200\}$  و  $B = \{\delta k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 3\}$  باشند، آن‌گاه تعداد زیر

مجموعه‌های ۲ عضوی  $(A \times B) \cup (B \times A)$  کدام است؟

(۱) ۵۵	(۲) ۴۵	(۳) ۶۶	(۴) ۳۶
--------	--------	--------	--------

۳۲- رابطه‌ی  $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 : |x| + |y| \leq 3, y \leq 0\}$  شامل چند زوج مرتب است؟

(۱) ۱۳	(۲) ۱۶	(۳) ۱۲	(۴) ۱۵
--------	--------	--------	--------

۳۳- چند افراز متمایز از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  وجود دارد که شامل حداقل یک مجموعه‌ی ۳ عضوی باشد؟

(۱) ۵	(۲) ۷	(۳) ۱۵	(۴) ۲۰
-------	-------	--------	--------

۳۴- در رابطه‌ی هم‌ارزی  $a^b = c^d \Leftrightarrow (a, b)R(c, d)$  روی  $\mathbb{N}^2$ ، کلاس هم‌ارزی  $(2, 6)$  چند عضو دارد؟

(۱) ۲	(۲) ۳	(۳) ۴	(۴) ۵
-------	-------	-------	-------

۳۵- بر مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ، چند رابطه‌ی هم‌ارزی می‌توان تعریف کرد که دارای ۱۱ عضو باشد؟

(۱) ۱۰	(۲) ۲۰	(۳) ۳۰	(۴) ۴۰
--------	--------	--------	--------

### ترکیبیات

(رابطه‌ها و گراف‌ها، رابطه‌ها و

ماتریس‌ها)

صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳

### جبر و احتمال

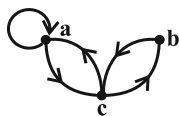
صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸

۳۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه چند ماتریس صفر و یک مانند  $C$  وجود دارد. که  $B \ll C \ll A$  و رابطه متناظر با ماتریس

$C$  بازتابی نباشد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۸ (۴)

۳۷- اگر گراف مقابل متعلق به رابطه  $R$  باشد، ماتریس متناظر با رابطه  $ROR$  کدام است؟



- ۱ (۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۲ (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۳ (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۴ (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۳۸-  $R_1$  و  $R_2$  دو رابطه روی  $A = \{a, b, c, d\}$  بوده که هر یک دارای دو خاصیت تقارنی و پادتقارنی‌اند ولی بازتابی نمی‌باشند. اگر  $R_1$  دارای کمترین تعداد عضو و  $R_2$  دارای بیشترین تعداد عضو باشد، در این صورت اختلاف تعداد اعضای این دو رابطه کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۹- روی مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  چند رابطه  $(c, a)$  فاقد  $(c, a)$  می‌توان نوشت که ماتریس متناظر با آن در رابطه  $M \wedge M^T \ll I_n \ll M$  صدق کند؟

- ۱ (۱) ۳۶۰      ۲ (۲) ۴۱۵      ۳ (۳) ۴۸۶      ۴ (۴) ۵۰۲

۴۰- رابطه  $R$  روی مجموعه  $\{1, 2, 3, 4\}$  به صورت  $R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$  تعریف شده است. اگر  $M$  ماتریس این رابطه باشد،

دست کم چند عضو اضافه کنیم تا  $M$  در شرط  $M^{(2)} \ll M$  صدق کند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

### هندسه ۲

### هندسه ۲

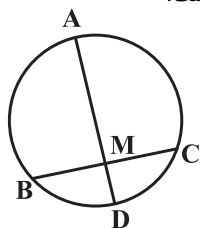
### دایره

صفحه‌های ۴۶ تا ۸۲

۴۱- یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین محیطی یک زاویه‌ی  $30^\circ$  دارد. نسبت طول قاعده‌ی کوچک به طول قاعده‌ی بزرگ آن کدام است؟

- ۱ (۱)  $2 - \sqrt{3}$       ۲ (۲)  $7 - 4\sqrt{3}$       ۳ (۳)  $4 - 2\sqrt{3}$       ۴ (۴)  $\sqrt{3} - 1$

۴۲- در شکل زیر  $D$  وسط کمان  $BC$  و  $M$  وسط وتر  $BC$  است. اگر  $AD = 2BC$ ، آن‌گاه کمان  $AB$  چند درجه است؟



۱ (۱) ۱۲۰

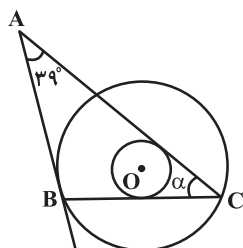
۲ (۲) ۱۳۵

۳ (۳) ۱۵۰

۴ (۴) ۱۶۵

۴۳- دو دایره‌ی هم‌مرکز مطابق شکل، مفروضند. وتر  $BC$  در دایره‌ی بزرگ‌تر بر دایره‌ی کوچک‌تر و  $AB$  در نقطه‌ی  $B$  بر دایره‌ی بزرگ‌تر مماس است.

اندازه‌ی  $\alpha$  کدام است؟



۱ (۱)  $34^\circ$

۲ (۲)  $32^\circ$

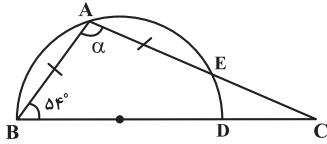
۳ (۳)  $30^\circ$

۴ (۴)  $36^\circ$

۴۴- در مثلث  $ABC$  میانه‌ی ضلع  $BC$  و عمودمنصف ضلع  $AB$  هم‌دیگر را در نقطه‌ی  $O$  قطع می‌کنند. اگر نقطه‌ی  $O$  مرکز دایره‌ی محیطی مثلث  $ABC$  باشد، نوع مثلث  $ABC$  لزوماً کدام است؟

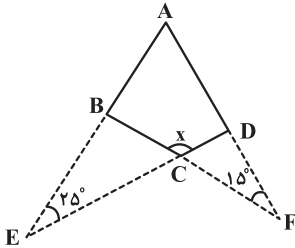
- (۱) قائم‌الزاویه  
(۲) متساوی‌الاضلاع  
(۳) متساوی‌الساقین  
(۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

۴۵- در شکل زیر،  $AB = AE$  و  $BD$  قطر نیم‌دایره است. زاویه‌ی  $\alpha$  چند درجه است؟



- (۱)  $108^\circ$   
(۲)  $116^\circ$   
(۳)  $120^\circ$   
(۴)  $126^\circ$

۴۶- در چهارضلعی محاطی  $ABCD$  مطابق شکل زیر، امتدادهای  $AB$  و  $CD$  در  $E$  و امتدادهای  $AD$  و  $BC$  در  $F$  متقاطع‌اند. مقدار  $x$  کدام است؟



- (۱)  $110^\circ$   
(۲)  $115^\circ$   
(۳)  $120^\circ$   
(۴)  $125^\circ$

۴۷- در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC = 4$  ثابت است و رأس  $A$  با زاویه‌ی ثابت  $\hat{A} = 45^\circ$  تغییر می‌کند. در حالتی که طول ضلع  $AB$  بیش‌ترین مقدار ممکن را دارد، طول ضلع  $AC$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$   
(۲)  $3\sqrt{2}$   
(۳)  $4\sqrt{2}$   
(۴)  $4$

۴۸- در مثلث  $ABC$  نیمساز زاویه‌ی داخلی  $A$ ، ضلع  $BC$  را به نسبت  $\frac{DB}{DC} = \frac{2}{3}$  قطع می‌کند. اگر  $AC = 2DC$ ، آن‌گاه طول نیمساز  $AD$  چه کسری از طول ضلع  $AC$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{3}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴۹- طول مماس مشترک خارجی دو دایره با شعاع‌های نابرابر، با طول مماس رسم شده بر دایره‌ی کوچک‌تر از مرکز دایره‌ی بزرگ‌تر، برابر است. نسبت شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر به شعاع دایره‌ی کوچک‌تر کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
(۲)  $\frac{5}{2}$   
(۳)  $2$   
(۴)  $3$

۵۰- طول خط‌المركزین دو دایره به شعاع‌های  $3$  و  $5$  برابر با  $10$  واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد دو مماس مشترک داخلی از مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱)  $6/25$   
(۲)  $6/25$   
(۳)  $7$   
(۴)  $7/5$



## صوت

## موج‌های

## الکترومغناطیسی

صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۸۲

## فیزیک پیش‌دانشگاهی

۵۱- سرعت صوت در کدام محیط بیشتر است؟

(۱) جامدات

(۲) مایعات

(۳) گازها

(۴) خلأ

۵۲- دمای یک گاز را برحسب درجه سلسیوس ۱۷ برابر می‌کنیم، در نتیجه سرعت صوت در گاز سه برابر می‌شود.

دمای اولیه گاز چند کلوین بوده است؟

(۱) صفر

(۲) ۲۷۳

(۳) ۳۰۰

(۴) ۵۴۶

۵۳- اگر دمای مطلق گاز درون یک لوله صوتی دو انتها باز را ۴۴ درصد افزایش دهیم، بسامد صوت اصلی آن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۴۴ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) ثابت می‌ماند.

(۳) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

۵۴- در یک لوله صوتی به طول ۵۰ سانتی‌متر، فاصله یک شکم از گره مجاورش برابر با ۱۰ سانتی‌متر است. این لوله صوتی از چه نوعی است و هماهنگ چندم خود را تشدید کرده است؟

(۱) باز، سوم

(۲) بسته، سوم

(۳) بسته، پنجم

(۴) باز، پنجم

۵۵- بسامد صوت اصلی یک لوله صوتی با یک انتهای بسته برابر با  $f$  است. لوله را می‌بریم و دو لوله صوتی باز و بسته درست می‌کنیم. اگر بسامد صوت اصلی لوله‌های باز و بسته تشکیل شده برابر با  $300\text{ Hz}$  باشد، بسامد صوت اصلی لوله صوتی اولیه ( $f$ ) چند هرتز بوده است؟ (سرعت صوت ثابت است.)

(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۵۰

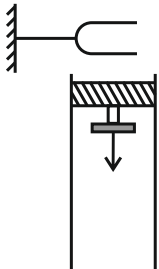
(۳) ۵۰

(۴) ۲۰۰

۵۶- مطابق شکل زیر، دیافراژم را مرتعش کرده و پیستون را به آرامی از بالای لوله به پایین می‌آوریم. مشاهده می‌شود که بعد از اولین تشدید، باید پیستون را

۱۷ سانتی‌متر دیگر پایین بیاوریم تا تشدید دوم رخ دهد. اگر سرعت صوت در هوای درون لوله  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، بسامد نوسان‌های دیافراژم چند هرتز است؟

(۱) ۲۰۰۰



(۲) ۴۰۰۰

(۳) ۵۰۰

(۴) ۱۰۰۰

۵۷- تراز شدت صوتی در فاصله ۲۰ متری از منبع صوتی A برابر با ۲۰dB و در فاصله ۴ متری از منبع صوتی B برابر با ۴۰dB می‌باشد. توان منبع صوتی A چند برابر توان منبع صوتی B است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.)

(۱)  $\frac{1}{4}$ (۲)  $\frac{1}{2}$ 

(۳) ۴

(۴)  $\frac{1}{5}$



۵۸- توان یک چشمه نقطه‌ای تولید امواج کروی صوتی برابر با  $60\text{ W}$  می‌باشد. اگر اتلاف انرژی صوتی در محیط ناچیز باشد، تراز شدت صوت در فاصله  $20$

$$\text{متری از چشمه صوت چند بل است؟ } (\log 2 = 0.3, \pi = 3, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$$

(۱) ۱۰۱

(۲) ۱۱

(۳) ۹/۱

(۴) ۱۰/۱

۵۹- معادله موج منتشر شده توسط یک چشمه صوتی بر حسب یکاهای SI به صورت  $u_x = 0.0005 \sin(2400t - 10x)$  است. اگر این چشمه با سرعت

$$\frac{40\text{ m}}{\text{s}}$$

به ناظر ساکنی نزدیک شود، بسامد صوتی که ناظر دریافت می‌کند چند هرتز است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱) ۴۴۰

(۲) ۴۸۰

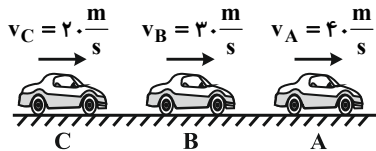
(۳) ۵۰۰

(۴) ۲۴۰

۶۰- مطابق شکل زیر، سه اتومبیل A، B و C در جاده‌ای مستقیم با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. اگر اتومبیل B صوتی با بسامد  $1200$  هرتز

منتشر کند و سرعت صوت در هوا  $330$  متر بر ثانیه باشد، طول موجی که ناظر C دریافت می‌کند، چند سانتی‌متر با طول موجی که ناظر A دریافت

می‌کند، تفاوت دارد؟



(۱) صفر

(۲) ۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۱۰

۶۱- کدامیک از عبارتهای زیر در رابطه با امواج الکترومغناطیسی صحیح نیست؟

(۱) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی القایی هم‌فازند.

(۲) امواج الکترومغناطیسی از دو میدان متعامد و متناوب الکتریکی و مغناطیسی تشکیل شده‌اند.

(۳) تغییر هر یک از دو میدان الکتریکی یا مغناطیسی با زمان، باعث ایجاد میدان دیگر می‌شود.

(۴) برخلاف موج‌های مکانیکی، حامل انرژی نیستند.

۶۲- آتش و رادیاتورها موج ..... گسیل می‌کنند و در پزشکی برای از بین بردن یاخته‌های زنده از امواج ..... بهره می‌گیرند.

(۱) مرئی - فرورسرخ

(۲) فرورسرخ - پرتو ایکس

(۳) ایکس - فرابنفش (UV)

(۴) فرورسرخ - فرابنفش (UV)

۶۳- دوره و طول موج پرتو گسیل شده از لامپ بخار جیوه به ترتیب از راست به چپ نسبت به پرتو گسیل شده در اجاق‌های مایکروویو چگونه است؟

(۱) بیش‌تر، کوتاه‌تر

(۲) بیش‌تر، بلندتر

(۳) کم‌تر، کوتاه‌تر

(۴) کم‌تر، بلندتر

۶۴- اگر در آزمایش ینگ، فاصله دو شکاف  $20$  درصد و فاصله پرده از دو شکاف  $50$  درصد افزایش یابد، برای آن‌که پهنای نوارها ثابت بماند، طول موج نور

مورد آزمایش چگونه باید تغییر کند؟

(۱)  $20$  درصد کاهش یابد.

(۲)  $40$  درصد کاهش یابد.

(۳)  $40$  درصد افزایش یابد.

(۴)  $20$  درصد افزایش یابد.

۶۵- در آزمایش ینگ فاصله دو شکاف  $2$  میلی‌متر و فاصله صفحه تداخل تا دو شکاف  $1$  متر است. اگر طول موج نور به کار رفته  $0.6$  میکرون باشد، فاصله دو

نوار متوالی چند میلی‌متر است؟

(۱) ۳

(۲) ۰/۳

(۳) ۱/۵

(۴) ۰/۱۵



۶۶- آزمایش یانگ را در محیطی انجام داده‌ایم که سرعت نور در آن،  $\frac{4}{5}$  سرعت نور در هواست. در این محیط پهنای هر نوار  $0.4 \text{ mm}$  است. اگر این

آزمایش را با همان شرایط در هوا انجام دهیم، فاصله ۶ نوار تاریک متوالی چند میلی‌متر می‌شود؟

(۱) ۵ (۲)  $\frac{2}{5}$

(۳) ۴ (۴) ۶

۶۷- فاصله دو نوار تاریک متوالی از نوار روشن مرکزی در آزمایش یانگ، مطابق کدامیک از گزینه‌های زیر برحسب میلی‌متر می‌تواند باشد؟

(۱) ۱ و ۵ (۲)  $\frac{2}{1}$  و  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{1}{9}$  و  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{0}$  و  $\frac{7}{0}$

۶۸- در آزمایش یانگ، اختلاف زمانی که پرتوهای نور از دو شکاف به نوار روشن پنجم می‌رسند، چند برابر اختلاف زمانی است که پرتوهای نور به نوار تاریک پنجم می‌رسند؟

(۱)  $\frac{10}{9}$  (۲)  $\frac{9}{10}$

(۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۶۹- کدامیک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) جریان الکتریکی، آهنربا و تغییر میدان الکتریکی، می‌توانند منشأ تولید میدان‌های مغناطیسی باشند.

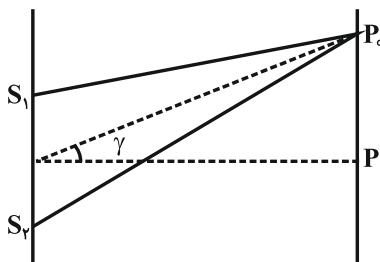
(۲) وقتی ذره بارداری شتاب‌دار می‌شود، بخشی از انرژی خود را تابش می‌کند.

(۳) هر آنتن همراه با یک منبع ولتاژ متناوب به عنوان یکی از چشمه‌های موج‌های الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

(۴) خط‌های میدان الکتریکی برخلاف خط‌های میدان مغناطیسی، هرگز بسته نیستند.

۷۰- در آزمایش یانگ شکل زیر، فاصله دو شکاف از هم  $2 \text{ mm}$  و نقطه  $P_0$  محل نوار روشن سوم را نشان می‌دهد. اگر طول موج نور به کار رفته در این

آزمایش  $600 \text{ nm}$  باشد، زاویه  $\gamma$  چند رادیان است؟ (فرض کنید فاصله پرده از صفحه دو شکاف بسیار بزرگ‌تر از فاصله دو شکاف باشد).



(۱)  $3 \times 10^{-3}$

(۲)  $4/5 \times 10^{-3}$

(۳)  $9 \times 10^{-3}$

(۴)  $1/5 \times 10^{-2}$

### الکتروستاتیک ساکن

صفحه‌های ۳۵ تا ۸۱

### فیزیک ۱

الکتروستاتیک

صفحه‌های ۴۶ تا ۵۶

### فیزیک ۳

۷۱- با نزدیک کردن جسم رسانای A به یک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند.

در این صورت درباره بار جسم A، کدام گزینه درست است؟

(۱) بدون بار است.

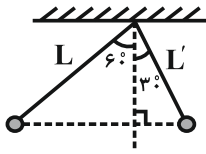
(۲) باری موافق بار الکتروسکوپ دارد.

(۳) الزاماً باری مخالف بار الکتروسکوپ دارد.

(۴) یا بدون بار است و یا باری مخالف بار الکتروسکوپ دارد.



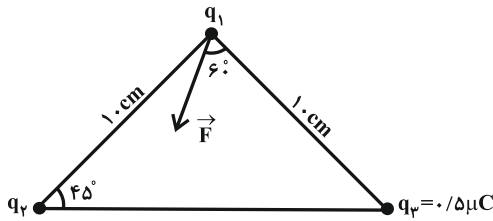
۷۲- مطابق شکل زیر، دو گلوله باردار با بار الکتریکی یکسان ولی جرم‌های متفاوت توسط دو نخ با طول‌های  $L$  و  $L'$  از یک نقطه آویزان و به حال تعادل در



آمده‌اند. نسبت جرم گلوله سنگین به گلوله سبک کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$   
 (۲) ۳  
 (۳)  $\sqrt{2}$   
 (۴) ۲

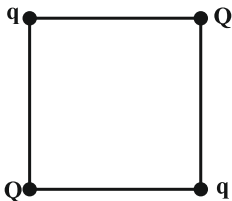
۷۳- در شکل زیر، اگر بزرگی برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  از طرف دو بار نقطه‌ای  $q_2$  و  $q_3$  برابر با  $9\text{ N}$  و مطابق شکل باشد،



بار  $q_1$  چند میکروکولن است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

- (۱)  $-10$   
 (۲)  $10$   
 (۳)  $-1$   
 (۴)  $1$

۷۴- مطابق شکل زیر، بارهای ناهم‌نام  $Q$  و  $q$  در چهار رأس مربعی قرار دارند. کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟



(۱) اگر  $|\frac{Q}{q}| = 1$  باشد، مجموعه در حال تعادل است.

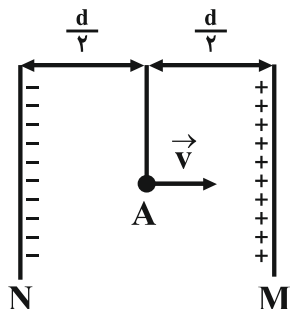
(۲) اگر  $|\frac{Q}{q}| = \frac{\sqrt{2}}{4}$  باشد، مجموعه در حال تعادل است.

(۳) اگر  $|\frac{Q}{q}| = 2\sqrt{2}$  باشد، مجموعه در حال تعادل است.

(۴) این مجموعه هیچ‌گاه در حال تعادل نخواهد بود.

۷۵- مطابق شکل زیر، پروتونی به جرم  $1.6 \times 10^{-27} \text{ mg}$  و بار الکتریکی  $1.6 \times 10^{-19} \mu\text{C}$  با سرعت  $v = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از نقطه A به صورت افقی در فضای

بین دو صفحه باردار M و N با اختلاف پتانسیل  $400\text{ V}$  پرتاب می‌شود. در این صورت پروتون با سرعت ..... به صفحه ..... برخورد می‌کند. (از اثر نیروی گرانش و اصطکاک صرف نظر شود.)



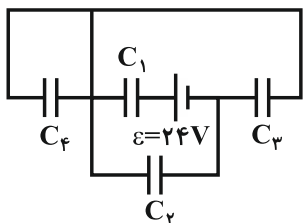
(۱) بیش‌تر از  $v$ ، M

(۲) بیش‌تر از  $v$ ، N

(۳) کم‌تر از  $v$ ، M

(۴) کم‌تر از  $v$ ، N

۷۶- در مدار شکل زیر، تمامی خازن‌ها مشابه و ظرفیت هر یک برابر با  $5\mu\text{F}$  است. انرژی ذخیره شده در خازن  $C_1$  چند میکروژول است؟



(۱)  $640$

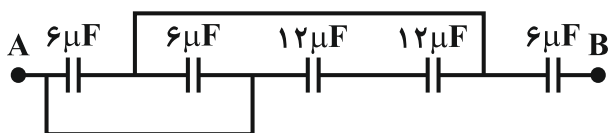
(۲)  $\frac{320}{3}$

(۳)  $1440$

(۴)  $160$



۷۷- در شکل زیر، ظرفیت معادل بین دو نقطه A و B چند میکروفاراد است؟



$$(1) \frac{36}{7}$$

$$(2) 4/5$$

$$(3) 24$$

$$(4) 2$$

۷۸- دو خازن  $C_1 = 20 \mu F$  و  $C_2$  را به یکدیگر وصل کرده و ولتاژ ۲۰ ولت را به مجموعه آن‌ها وصل می‌کنیم. اگر انرژی ذخیره شده در مجموعه خازن‌ها  $2mJ$  باشد، ظرفیت خازن  $C_2$  چند میکروفاراد است و خازن‌ها چگونه به یکدیگر متصل شده‌اند؟

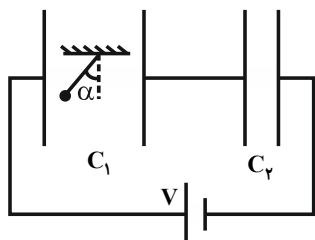
$$(1) 20 \text{ و متوالی}$$

$$(2) 20 \text{ و موازی}$$

$$(3) 10 \text{ و متوالی}$$

$$(4) 10 \text{ و موازی}$$

۷۹- در شکل زیر، آونگ الکتریکی میان صفحه‌های خازن تخت  $C_1$  در حال تعادل است. اگر به آرامی فاصله میان صفحه‌های خازن تخت  $C_2$  را افزایش دهیم، زاویه آونگ با راستای قائم  $\beta$  می‌شود. کدام گزینه درباره  $\alpha$  و  $\beta$  صحیح است؟



$$(1) \beta = \alpha$$

$$(2) \beta < \alpha$$

$$(3) \beta > \alpha$$

(4) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

۸۰- دو خازن  $10nF$  با دی‌الکتریک کاغذ و دو خازن  $20nF$  با دی‌الکتریک پارافین در اختیار داریم. فاصله میان صفحات تمام خازن‌ها  $0.1/0$  میلی‌متر است. بیشترین مقدار بار الکتریکی که می‌توان با اتصال مناسب تمام خازن‌ها در یک مدار به وسیله مولدی با نیروی محرکه  $120$  ولت در مجموعه ذخیره کرد، به طوری که هیچ کدام از خازن‌ها از مدار حذف نشوند و روی تمام آنها بار الکتریکی وجود داشته باشد، چند میکروکولن است؟ (قدرت دی‌الکتریک کاغذ و پارافین به ترتیب  $16$  و  $10$  کیلوولت بر میلی‌متر است.)

$$(1) 7/2$$

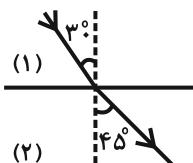
$$(2) 5/4$$

$$(3) 3/6$$

$$(4) 1/8$$

### فیزیک ۱

۸۱- در شکل زیر زاویه تابش را چند درصد افزایش دهیم تا پرتو شکست مماس بر سطح تماس دو محیط وارد محیط (۲) شود؟



(۱)

$$(2) 45$$

(۲)

$$(3) 50$$

۸۲- پرتوی نوری از هوا وارد محیط شفاف به ضریب شکست  $n$  می‌شود و سرعت آن  $40\%$  کاهش می‌یابد. ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟ (سرعت نور در هوا و خلأ یکسان فرض شود.)

$$(1) \frac{4}{3}$$

$$(2) \frac{5}{2}$$

$$(3) \frac{5}{3}$$

$$(4) \frac{3}{2}$$

۸۳- اگر ضریب شکست محیط شفاف  $20$  درصد افزایش یابد، زاویه حد آن محیط شفاف نسبت به هوا  $7$  درجه کاهش می‌یابد. ضریب شکست محیط اولیه

شفاف چقدر بوده است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$  ,  $\cos 37^\circ = 0.8$ )

$$(1) \frac{4}{3}$$

$$(2) \frac{3}{2}$$

$$(3) 2$$

$$(4) \frac{5}{3}$$

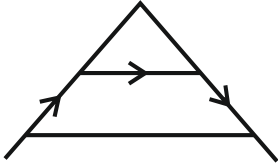
### نور شناخت

«شکست نور»

صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۴۶

۸۴- مسیر پرتو نوری که از هوا به یک منشور که مقطع آن مثلثی متساوی‌الاضلاع است، می‌تابد، مطابق شکل زیر است. سرعت نور در این منشور چند متر بر

ثانیه است؟  $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$



$$(2) \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^8$$

$$(1) \sqrt{3} \times 10^8$$

$$(4) 1/5 \times 10^8$$

$$(3) 2 \times 10^8$$

۸۵- شخصی از هوا و تقریباً به‌طور عمود به یک ماهی که در فاصله ۲۷۰ سانتی‌متری چشمان او داخل آب قرار دارد نگاه می‌کند. شخص ماهی را در فاصله  $d_1$  از چشمان خود و ماهی شخص را در فاصله  $d_2$  از خود می‌بیند. در صورتی که  $|d_2 - d_1| = 75 \text{ cm}$  باشد، نسبت فاصله چشمان شخص از سطح آب به فاصله ماهی از سطح آب کدام است؟ (ضریب شکست آب  $\frac{4}{3}$  است.)

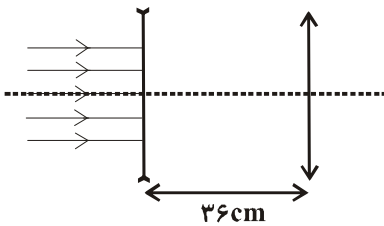
$$(4) 3$$

$$(3) \frac{1}{2}$$

$$(2) 2$$

$$(1) \frac{1}{3}$$

۸۶- مطابق شکل زیر، دو عدسی همگرا و واگرایی هم‌محور هر کدام به فاصله کانونی ۱۲ cm قرار دارند و یک دسته پرتو، موازی محور مشترک به عدسی واگرا می‌تابد. این دسته پرتو پس از عبور از عدسی همگرا، در فاصله چند سانتی‌متری از این عدسی، محور مشترک را قطع می‌کند؟



$$(1) 12$$

$$(2) 16$$

$$(3) 18$$

$$(4) 24$$

۸۷- جسمی در فاصله ۱۰ سانتی‌متری از یک عدسی همگرا به فاصله کانونی ۲۰ cm و عمود بر محور اصلی آن قرار دارد. اگر جسم را به محل تصویر منتقل کنیم، تصویر جدید در چند سانتی‌متری عدسی تشکیل می‌شود؟

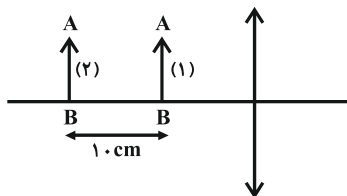
$$(2) 20$$

$$(1) 10$$

$$(4) 15$$

$$(3) \text{بی‌نهایت}$$

۸۸- مطابق شکل زیر، جسمی را عمود بر محور اصلی عدسی همگرایی در دو حالت (۱) و (۲) قرار می‌دهیم و تصاویری حقیقی به ترتیب با بزرگنمایی‌های ۲ و



$\frac{1}{5}$  تشکیل می‌شود. فاصله بین دو تصویر چند سانتی‌متر است؟

$$(2) 10$$

$$(1) 12$$

$$(4) 3$$

$$(3) 4$$

۸۹- نقطه‌ای نورانی روی محور اصلی عدسی همگرایی و خارج از فاصله کانونی آن قرار دارد و روی پرده‌ای که عمود بر محور اصلی و در طرف دیگر عدسی قرار دارد دایره روشنی دیده می‌شود. اگر پرده را به موازات خود به عدسی نزدیک کنیم، قطر دایره روشن روی پرده چگونه تغییر می‌کند؟

(۲) الزاماً کم می‌شود.

(۱) الزاماً زیاد می‌شود.

(۴) ممکن است ابتدا کم و سپس زیاد شود.

(۳) الزاماً تغییر نمی‌کند.

۹۰- جسمی عمود بر محور اصلی عدسی واگرایی قرار دارد. اگر جسم با سرعت ثابت  $v$  از عدسی دور شود، تصویر با سرعت ...

(۲) کمتر از  $v$  از عدسی دور می‌شود.

(۱) کمتر از  $v$  به عدسی نزدیک می‌شود.

(۴) بیش‌تر از  $v$  به عدسی نزدیک می‌شود.

(۳) بیش‌تر از  $v$  از عدسی دور می‌شود.



شیمی پیش‌دانشگاهی: شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲

۹۱- دستگاه pH متری را در داخل نمونه‌ای از آب خالص در نظر بگیرید. با گرم کردن آب و رساندن دمای آن به دمای جوش، دستگاه عدد ۶ را نشان می‌دهد. در این صورت نمونه چه خلصتی دارد و  $K_w$  در این شرایط چه قدر است؟

(۱) اسیدی -  $10^{-12}$  (۲) بازی -  $10^{-14}$  (۳) خنثی -  $10^{-6}$  (۴) خنثی -  $10^{-12}$

۹۲- تمام مطالب بیان شده در مورد شناساگرها صحیح نمی‌باشند، به جز:

(۱) pH سنجهای دیجیتالی با تقویت ولتاژ کوچکی که با وارد کردن الکتروود دستگاه درون محلول ایجاد می‌شود، مقدار pH محلول را مشخص می‌کنند.

(۲) آب کلم سرخ در محلولی با  $[OH^-] = 10^{-10}$  به رنگ سبز ظاهر می‌شود.

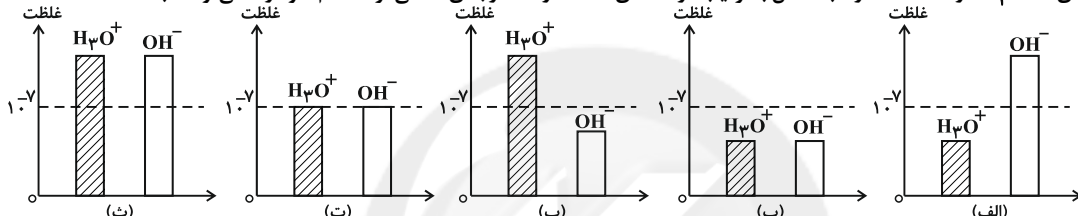
(۳) شناساگرها، ترکیب‌های بی‌رنگ محلول در آب می‌باشند که تغییرات pH یک محلول را آشکار می‌سازند.

(۴) شناساگر متیل سرخ در صابون، زرد و فنول فتالین در آبلیمو، ارغوانی است.

۹۳- چند لیتر گاز HCl در شرایط STP را در  $250$  میلی‌لیتر آب مقطر  $25^\circ C$  حل کنیم تا pH محلول حاصل برابر ۲ شود؟ (تغییر حجم و تغییر دمای آب را نادیده بگیرید.)

(۱)  $0.025$  (۲)  $0.056$  (۳)  $0.224$  (۴)  $0.011$

۹۴- غلظت یون‌های  $H_3O^+$  و  $OH^-$  در آب خالص به ترتیب در دماهای  $15$ ،  $25$  و  $65$  درجه‌ی سانتی‌گراد کدام نمودارها می‌توانند باشند؟



(۱) ث - ت - ب (۲) ت - ب - ث (۳) الف - ت - پ (۴) ث - ت - ث

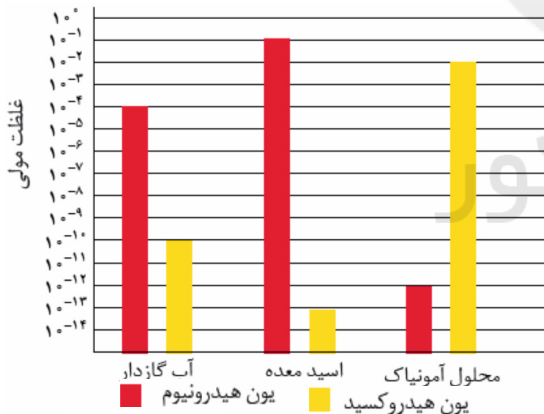
۹۵-  $1/95$  گرم از اسید ضعیف HA، در  $500$  میلی‌لیتر از محلول حل شده است. pH محلول برابر ۴ می‌باشد. اگر درصد یونش HA در شرایط آزمایش،  $1/2$  درصد باشد، جرم مولی آن چند گرم بر مول است؟

(۱) ۳۹ (۲) ۱۹۵ (۳) ۸۵ (۴) ۷۸

۹۶- pH محلول  $0.6$  مولار هیدروکلریک اسید،  $4/1$  واحد کوچک‌تر از pH محلولی از هیپوکلرو اسید (HClO) است. اگر درصد یونش محلول هیپوکلرو اسید،  $0.5$  درصد باشد، غلظت مولی اولیه‌ی آن کدام است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 3 = 0.5$ ,  $\log 5 = 0.7$ )

(۱)  $0.1$  (۲)  $0.2$  (۳)  $0.4$  (۴)  $0.5$

۹۷- با توجه به نمودار روبه‌رو کدام عبارت درست است؟



(۱) خاصیت اسیدی اسید معده، ۳ برابر آب گازدار و ۱۱ برابر محلول آمونیاک است.

(۲) pH محلول آمونیاک کم‌تر از آب گازدار است.

(۳) غلظت یون هیدروکسید در آب گازدار  $1000$  برابر اسید معده است.

(۴) نسبت غلظت  $H_3O^+$  به  $OH^-$  در محلول آمونیاک در مقایسه با آب گازدار بیش‌تر است.

۹۸- عبارت کدام گزینه، نادرست است؟

(۱) اگر به محلول حاصل از وارد کردن نمک  $Na_2O$  به آب، چند قطره شناساگر فنول فتالین اضافه کنیم، رنگ ارغوانی مشاهده می‌شود.

(۲) خون انسان، pH بزرگ‌تر از ۷ و سرکه، pH کوچک‌تر از ۷ دارد.

(۳) اگر به آب خالص در دمای ثابت، مقداری باز قوی اضافه کنیم،  $K_w$  ثابت مانده و  $[OH^-(aq)]$  افزایش می‌یابد.

(۴) در محلول‌های آبی و غیر آبی، با استفاده از  $K_w$  و  $[H_3O^+(aq)]$ ، می‌توانیم  $[OH^-(aq)]$  را به‌دست آوریم.

۹۹- چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

• pH نمونه‌ای از یک شیر ترش شده و شیر تازه کوچک‌تر از ۷ است.

• pH سنجه دیجیتالی مانند شناساگرها، pH تقریبی محلول را نشان می‌دهد.

• در عصاره گوجه فرنگی غلظت یون هیدرونیوم از یون هیدروکسید بیش‌تر است.

• pH مقیاسی برای مقایسه‌ی قدرت اسیدی اسیدهای مختلف است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۱۰۰- در صورتی که ۲۰ mL از محلول HCl با چگالی  $2 / 5 \text{ g.mL}^{-1}$  تا  $100 \text{ mL}$  رقیق شده و به آن  $4 / 4 \text{ g}$  کلسیم هیدروکسید اضافه شود، محلولی با  $\text{pH} = 0 / 1$  به وجود می‌آید. درصد جرمی اولیه‌ی محلول هیدروکلریک اسید چه قدر است؟

( $\text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35 / 5, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ ) ( $\log 2 = 0 / 3, \log 3 \simeq 0 / 5$ )

۲۱/۹ (۴)

۳۶/۵ (۳)

۱۴/۶ (۲)

۷/۳ (۱)

دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که شیمی پایه (هج کتاب است و شما باید به یکی از دو دسته سؤال‌های «شیمی ۳» یا «شیمی ۲» پاسخ دهید.

شیمی ۳: شیمی ۳: صفحه‌های ۲۴ تا ۵۷

۱۰۱- کدام عبارت در مورد واکنش‌های انجام شده در کیسه‌های هوا نادرست است؟

(۱) برای حذف سدیم فلزی تولیدشده از واکنش مولد گاز در پرکردن کیسه‌ها، آن را وارد واکنش بسیار سریع و گرماده با آهن (III) اکسید می‌کنند.

(۲) سدیم اکسید تولیدشده، در اثر مجاورت با کربن دی‌اکسید و رطوبت هوا به سدیم هیدروژن کربنات تبدیل می‌شود.

(۳) گاز نیتروژن حاصل از واکنش مولد گاز به تنهایی نمی‌تواند باعث پرشدن ناگهانی کیسه‌ها شود.

(۴) برای پرکردن بی‌خطر کیسه‌ها، مواد مورد نیاز به ترتیب وارد واکنش از نوع تجزیه، ترکیب و جابه‌جایی یگانه می‌شود.

۱۰۲- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در صورت سوختن کامل بنزین (ایزواکتان) نسبت استوکیومتری بنزین به هوا ۱ به ۱۲/۵ است.

(۲) در موتور خودرویی که با سرعت معمولی حرکت می‌کند، بنزین نقش واکنش‌دهنده‌ی محدودکننده را دارد.

(۳) سوختن ناقص بنزین، موجب کاهش توان خودرو و افزایش مصرف سوخت می‌شود.

(۴) بنزین یک ماده شیمیایی ساده نیست و مخلوطی از چند هیدروکربن متفاوت با ۵ تا ۱۲ اتم کربن است.

۱۰۳- حجم ۲ مول گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP چند برابر حجم آن در شرایط دیگری است که این گاز دارای چگالی ۲/۲ گرم بر لیتر

است؟ ( $\text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۱/۲ (۴)

۱/۱۲ (۳)

۱۰/۶ (۲)

۱۰/۶ (۱)

۱۰۴- ۱۵ لیتر گاز هیدروژن و ۸ لیتر گاز نیتروژن را در دما و فشار ثابت جهت تهیه‌ی گاز آمونیاک در یک پیستون متحرک سرپسته مخلوط می‌کنیم تا به‌طور

کامل با هم واکنش دهند. حجم گاز درون ظرف پس از پایان واکنش چند لیتر است؟

۱۳ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰۵- چه تعداد از عبارات زیر درست هستند؟ ( $\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ )

آ- بر اساس قانون نسبت‌های ترکیبی گی‌لوساک، در دما و فشار ثابت، واکنش‌دهنده‌ها با نسبت‌های حجمی معینی با هم واکنش می‌دهند.

ب- حجم مولی گازها تابعی از فشار و دمای آن‌ها است که در شرایط STP برابر ۲۲/۴ لیتر بر مول است.

پ- در دما و فشار یکسان، حجم ۴ گرم گاز متان کم‌تر از حجم ۱۱ گرم گاز کربن دی‌اکسید است.

ت- اگر بادکنکی را با یک مول گاز اکسیژن و بادکنک دیگری را با یک مول گاز هیدروژن پر کنیم، تعداد اتم‌ها در هر دو بادکنک برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۶- کدام مطلب درست است؟

(۱) در واکنش ترمیت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر ۵ است.

(۲) در واکنش ۱۴ گرم گاز نیتروژن با  $10^{23} \times 0.44 / 12$  مولکول هیدروژن برای تشکیل آمونیاک، محدودکننده نیتروژن است. ( $\text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۳) منیزیم خالص را در تراشه‌های الکترونیکی و سلول‌های خورشیدی به کار می‌برند.

(۴) در واکنش محلول لیتیم هیدروکسید با کربن دی‌اکسید، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها برابر است.

۱۰۷- چند گرم پتاسیم‌نیترات با درصد خلوص ۵۰/۵ درصد در واکنش تجزیه با بازده درصدی ۸۰ درصد شرکت کند تا حجم گاز تولیدی در شرایط STP، ۱۱/۲

لیتر باشد؟ ( $\text{N} = 14, \text{K} = 39, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

۲۷۵ (۴)

۲۵۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

۱۰۸- برای هر روز اقامت یک فضاورد در فضاپیما، ۵۰ لیتر گاز اکسیژن نیاز است. اگر  $\text{CO}_2$  مؤثر بر لیتیم پراکسید در واکنش تصفیه هوای فضاپیما را از تجزیه

سدیم هیدروژن کربنات به‌دست آوریم، برای ۵ روز اقامت یک فضاورد در فضا چند گرم  $\text{NaHCO}_3$  باید تجزیه شود؟ (از  $\text{CO}_2$  تولیدشده توسط

بازدم فضاوردان صرف‌نظر کنید.)

(چگالی اکسیژن در این شرایط  $1 / 4 \text{ g.L}^{-1}$  است.) ( $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$ )

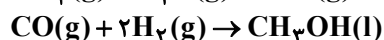
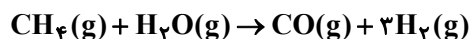
۳۹۶۶ (۴)

۳۶۷۵ (۳)

۳۷۵۰ (۲)

۳۶۹۶ (۱)

۱۰۹- متانول طی فرایند دو مرحله‌ای زیر از گاز طبیعی به‌دست می‌آید:



اگر گاز CO حاصل از واکنش اول، به‌اندازه‌ی ۶۰ درصد در واکنش دوم مصرف شود، در صورتی که ۴۸ گرم گاز متان استفاده شود، در پایان فرایند چند گرم متانول

و چند لیتر گاز  $\text{H}_2$  به‌دست می‌آید؟ (چگالی گاز  $\text{H}_2$  در شرایط آزمایش برابر ۰/۰۸ گرم بر لیتر است.)

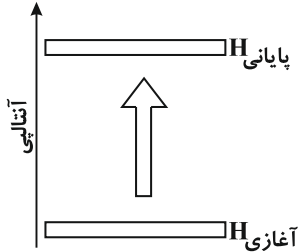
( $\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۳۵L, ۹۶g (۴)

۹۰L, ۹۶g (۳)

۱۳۵L, ۵۷/۶g (۲)

۹۰L, ۵۷/۶g (۱)



۱۱۰- اگر جسم A انرژی گرمایی بیش‌تری نسبت به جسم B داشته باشد، کدام گزینه قطعاً درست است؟

- (۱) جرم جسم A بیش‌تر است.  
 (۲) انرژی جنبشی هر ذره‌ی جسم A از انرژی جنبشی هر ذره‌ی جسم B بیش‌تر است.  
 (۳) میانگین انرژی جنبشی ذرات جسم A بیش‌تر است.  
 (۴) مجموع انرژی جنبشی ذرات جسم A بیش‌تر است.

۱۱۱- شکل روبرو مربوط به کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) واکنش تجزیه‌ی نیتروگلیسرین  
 (۲) حل شدن آمونیوم نترات در آب  
 (۳) حل شدن کلسیم کلرید در آب  
 (۴) واکنش سدیم با آهن (III) اکسید در کیسه‌ی هوای خودروها

۱۱۲- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) دمای یک جسم بیانگر مجموع انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده‌ی آن جسم است.  
 (۲) ظرفیت گرمایی ۸ گرم آب، ۵ برابر ظرفیت گرمایی ۱/۶ گرم آب است.  
 (۳) مقایسه ظرفیت گرمایی ویژه آب در سه حالت فیزیکی به صورت  $H_2O(l) > H_2O(s) > H_2O(g)$  است.  
 (۴) میان دو جسم با جرم یکسان، آن که ظرفیت گرمایی ویژه‌ی بیش‌تری دارد با جذب گرمای برابر، افزایش دمای کم‌تری پیدا می‌کند.

۱۱۳- چه تعداد از عبارات زیر نادرست هستند؟

- آ- سامانه یا سیستم بخشی از محیط است که برای مطالعه انتخاب شده و تغییر انرژی آن بررسی می‌شود.  
 ب- دماسنج و لیوان شیر به ترتیب مثال‌هایی از سامانه‌های بسته و باز هستند که هر دو با محیط مبادله انرژی دارند.  
 پ- خواصی با یکاهای  $g \cdot L^{-1}$  و  $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  هر دو جزو خواص مقداری هستند.  
 ت- ترمودینامیک، دلیل انجام‌شدن یا نشدن فرایندهای فیزیکی و شیمیایی و ترموشیمی تأثیر انرژی گرمایی بر حالت ماده را بررسی می‌کند.

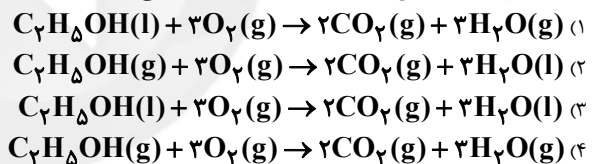
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- از سوختن ۲/۱ گرم گوگرد خالص و تولید گوگرد دی‌اکسید، گرمایی تولید می‌شود که می‌تواند دمای ۴۵۰ گرم آب را از  $22^\circ C$  به  $32^\circ C$  برساند، گرمای تشکیل

$SO_2$  در این شرایط چند کیلوژول بر مول است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب را  $4.2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  فرض کنید.) ( $O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) -۲۸۸ (۲) -۳۲۰ (۳) -۵۷۶ (۴) -۶۴۰

۱۱۵- بر اثر کدام یک از واکنش‌های زیر، گرمای کم‌تری آزاد می‌شود؟



۱۱۶- برای افزایش دمای ۱۰۰ گرم اتانول از دمای  $25^\circ C$  به  $45^\circ C$ ،  $4/92$  کیلوژول گرما مبادله می‌شود، ظرفیت گرمایی این نمونه از اتانول و ظرفیت گرمایی

مولی اتانول به ترتیب کدام است؟ (از راست به چپ) ( $C = 12, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

- (۱)  $113/16 J \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} - 2/46 J \cdot ^\circ C^{-1}$  (۲)  $78/72 J \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} - 246 J \cdot ^\circ C^{-1}$   
 (۳)  $78/72 J \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} - 2/46 J \cdot ^\circ C^{-1}$  (۴)  $113/16 J \cdot mol^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} - 246 J \cdot ^\circ C^{-1}$

۱۱۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) برای محاسبه‌ی آنتالی یک واکنش مشخص بودن دما و فشار کافی است.  
 (۲) حالت استاندارد ترمودینامیکی، پایدارترین شکل ماده خالص در فشار ثابت و دمایی مشخص است.  
 (۳) آنتالی استاندارد تشکیل کربن دی‌اکسید با آنتالی استاندارد سوختن (الماس، C(s)) برابر است.  
 (۴) در شرایط استاندارد ترمودینامیکی و دمای  $25^\circ C$ ، واکنش تشکیل اتان، برخلاف واکنش تشکیل اتن، گرماده است.

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- آ- در فرآیند تبخیر یک گرم آب  $100^\circ C$  در فشار ثابت،  $\Delta H > \Delta E$  است.  
 ب- علامت کار در واکنش سوختن کامل گاز اتین، به حالت فیزیکی آب بستگی ندارد.  
 پ- در میان کمیت‌های «انرژی درونی، دما، ظرفیت گرمایی ویژه، چگالی و کار انجام شده در سامانه‌ی واکنش» خاصیت مقداری وجود ندارد.  
 ت- در واکنش تجزیه‌ی پتاسیم کلرات در فشار ثابت،  $\Delta H > \Delta E$  است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر محیط روی سامانه‌ی واکنش ۴۰۰ ژول کار انجام دهد و همراه آن ۳ کیلوکالری گرما آزاد شود، آن گاه  $\Delta E = -12152 J$  است.  
 (۲) در واکنش تجزیه‌ی نیتروگلیسرین،  $\Delta H$  و  $w$  هم‌علامت هستند.  
 (۳) آهن ناخالص در طبیعت (سنگ آهن) دارای فرمول شیمیایی FeO است.  
 (۴) در واکنش تولید متانول از کربن مونوکسید و گاز هیدروژن، علامت کار مثبت است.





۱۲۰- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- الف- انرژی درونی یک ماده میان تمامی ذرات سازنده‌اش به‌طور یکنواخت توزیع می‌شود.  
 ب- در میان دگرشکل‌های کربن، الماس به علت پایداری و استحکام بیش‌تر نسبت به گرافیت به عنوان حالت استاندارد پذیرفته شده است.  
 ج- دمای شعله‌ی حاصل از سوختن اتین از اتن و اتن از اتان بیش‌تر است.  
 د- به تغییر آنتالپی فرایندی که در آن یک مول از ماده‌ای جامد در هر دمایی به مایع تبدیل می‌شود، آنتالپی استاندارد ذوب می‌گویند.  
 ه- به‌طور کلی آنتالپی استاندارد تبخیر مواد از آنتالپی استاندارد ذوب آن‌ها بیش‌تر است.
- (۱) ب - د (۲) ب - د - ه (۳) ج - ه (۴) الف - ه

شیمی ۲: شیمی ۲: صفحه‌های ۲۹ تا ۶۴

۱۲۱- کدام مطلب درست است؟

- (۱) یکی از موارد بی‌نظمی که در جدول اولیه مندلیف مشاهده می‌شد، جای خالی یک عنصر میان کلسیم و اسکاندیم بود.  
 (۲) لانتانیدها، عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و اکتینیدها عنصرهایی با عدد اتمی ۸۹ تا ۱۰۲ جدول تناوبی امروزی هستند.  
 (۳) عنصرهای واسطه، مانند عنصرهای گروه‌های اول و دوم جدول تناوبی، همگی فلز و جامد هستند.  
 (۴) تاکنون هیچ ترکیب شیمیایی پایداری از هیچ‌یک از گازهای نجیب شناخته نشده است.

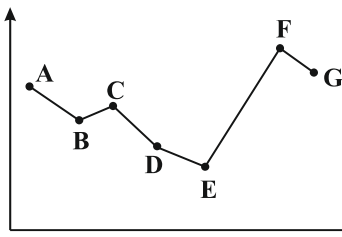
۱۲۲- اگر عنصر X با  $Br$  ۳۵ هم دوره و با  $In$  ۴۹ هم گروه باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در زمان مندلیف ناشناخته بود.  
 (۲) با اکسیژن ترکیبی با فرمول  $X_2O_3$  می‌دهد.  
 (۳) عنصری فلزی با دمای ذوب پایین است  
 (۴) با از دست دادن سه الکترون به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

۱۲۳- از بین عنصرهای زیر بیش‌ترین انرژی نخستین و دومین یونش به‌ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام عنصر است؟

$12E, 9D, 8C, 11B, 7A$

اختلاف یونش



(۱) B و D (۲) C و A (۳) E و C (۴) C و D

۱۲۴- نمودار مقابل تفاوت انرژی نخستین یونش چند عنصر متوالی دوره‌های دوم و سوم جدول تناوبی با هلیوم را نسبت به عدد اتمی آن‌ها نشان می‌دهد. براساس این نمودار، عنصر .... دارای بیش‌ترین شعاع اتمی و عنصر .... دارای بیش‌ترین الکترونگاتیوی است.

- (۱) A و E  
 (۲) D و F  
 (۳) A و D  
 (۴) B و C

۱۲۵- در مورد عنصرهای دسته P کدام موارد نادرست بیان شده است؟

- آ- بیش‌ترین تعداد عنصرهای فلزی جدول تناوبی، متعلق به این دسته عنصرها است.  
 ب- تمام شبه‌فلزها و گازهای نجیب جدول تناوبی، جزو عنصرهای این دسته هستند.  
 پ- تمام عناصری که در دمای اتاق به‌صورت گازی یافت می‌شوند، جزو عنصرهای این دسته هستند.  
 ت- در بین عناصر این دسته، عنصرهایی با هر ۳ حالت فیزیکی جامد، مایع و گاز مشاهده می‌شود.
- (۱) آ و پ (۲) آ، ب و پ (۳) آ و ت (۴) ب و ت

۱۲۶- عنصر A در گروه ۱۶ و دوره‌ی چهارم جدول تناوبی قرار دارد. دومین جهش ناگهانی در چندمین یونش آن ظاهر می‌شود و در این اتم چند الکترون با  $m_l = +1$  وجود دارد؟

(۱)  $IE_7$  و ۷ (۲)  $IE_{25}$  و ۷ (۳)  $IE_7$  و ۱۱ (۴)  $IE_{25}$  و ۱۱

۱۲۷- کدام گزینه درست بیان شده است؟

- (۱) مجموع تعداد عنصرهای شبه‌فلزی در گروه‌های ۱۴ و ۱۵ با مجموع تعداد این عنصرها در تناوب‌های ۳ و ۴ برابر است.  
 (۲) عمر هسته‌ی ایزوتوپ‌های اورانیوم به‌اندازه‌ی کوتاه است که هر مقدار از آن که در زمان پیدایش زمین تشکیل شده است باید تاکنون متلاشی شده باشد.  
 (۳) با تشکیل کاتیون پایدار یا متداول از فلزها، همواره یک لایه‌ی الکترونی از تعداد لایه‌های الکترونی آن فلز کاسته می‌شود.  
 (۴) در گروه فلزات قلیایی، بیش‌ترین الکترونگاتیوی متعلق به عنصری است که بیش‌ترین نقطه‌ی ذوب را دارد.

۱۲۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- فراوان‌ترین فلز قلیایی خاکی، دمای ذوب بیش‌تری نسبت به عناصر اصلی قبل و بعد از خود دارد.
  - مهم‌ترین نکته در جدول تناوبی، تشابه آرایش الکترونی لایه‌ی ظرفیت در تمامی گروه‌های آن است.
  - جدول اولیه‌ی مندلیف دارای ۸ ستون و ۱۲ ردیف بود که اولین ستون سمت چپ آن فقط شامل فلزهای قلیایی بود.
  - در چهار دوره‌ی اول جدول تناوبی شمار عنصرهایی که به‌صورت گازی یافت می‌شوند، دو برابر شمار عنصرهای شبه‌فلزی است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در یک دوره و گروه با افزایش عدد اتمی بار مؤثر هسته افزایش می‌یابد.  
 (۲) در یک گروه، از پایین به بالا، انرژی نخستین یونش و شعاع اتمی کاهش می‌یابد.  
 (۳) سزیم (Cs) کم‌ترین الکترونگاتیوی جدول و هلیوم (He) بیش‌ترین الکترونگاتیوی جدول را دارد.  
 (۴) در یک دوره از چپ به راست انرژی نخستین یونش نیز مانند بار مؤثر هسته، به‌طور منظم و پیوسته افزایش می‌یابد.



۱۳۰- با استفاده از کدام گزینه، عبارت های زیر را می‌توان به عبارات درستی تبدیل کرد؟

آ- در عناصر ... جدول تناوبی که زیرلایه  $n = 4$  و  $l = 3$ ، ... است. ....

ب- هر عنصر گروه دوم جدول تناوبی نسبت به گروه اول هم‌دوره خود ...

(۱) (آ). ۵۷ تا ۷۰، در حال پرشدن، واکنش‌پذیری شیمیایی قابل توجهی دارند، (ب). واکنش‌پذیری بیش‌تری با آب دارد.

(۲) (آ). ۸۹ تا ۱۰۲، پر شده، ساختار هسته نسبت به آرایش الکترونی اهمیت بیش‌تری دارد، (ب). سخت‌تر است.

(۳) (آ). ۵۷ تا ۷۰، در حال پرشدن، همگی پرتوزا هستند، (ب). نقطه‌ی ذوب بیش‌تری دارد.

(۴) (آ). ۸۹ تا ۱۰۲، پر شده، همگی پرتوزا هستند، (ب). حجم بیش‌تری دارد.

۱۳۱- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول تناوبی عناصر را با نمادهای فرضی نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

آ- انرژی نخستین یونش A از عنصر قبل و بعد از خود کم‌تر است.

ب- شعاع اتمی B کوچک‌تر از شعاع اتمی E و بزرگ‌تر از شعاع اتمی D و C است.

پ- این عناصر متعلق به دسته‌ی p و همگی نافلزند.

ت- انرژی نخستین یونش عنصر C از عنصر D بیش‌تر است اما انرژی دومین یونش آن از D کم‌تر است.

گروه \ دوره	۱۴	۱۵	۱۶
۲			A
۳	B	C	D
۴	E		

(۱) آ و پ (۲) ب و پ (۳) ب و ت (۴) آ و ب و ت

۱۳۲- همه‌ی موارد زیر درست‌اند به جز ...

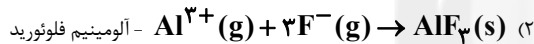
(۱) ضمن تبدیل شدن اتم برم به یون پایدار خود، اندازه‌ی آن بزرگ‌تر شده و بر شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آن افزوده نمی‌شود.

(۲) وقتی اتمی به آرایش الکترونی هشتایی پایدار می‌رسد، از واکنش‌پذیری آن کاسته می‌شود و دیگر تمایلی به تشکیل پیوندهای بیش‌تر نشان نمی‌دهد.

(۳) همه‌ی گازهای نجیب در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند و در بیرونی‌ترین لایه‌ی الکترونی خود، هشت الکترون دارند.

(۴) انجام شدنی‌ترین واکنش‌ها آن‌هایی هستند که طی آن‌ها، اتم‌ها به آرایش هشتایی پایدار دست یابند.

۱۳۳- انرژی حاصل از کدام یک از واکنش‌های زیر را می‌توان انرژی شبکه‌ی ترکیب مورد نظر دانست؟



۱۳۴- چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

• تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در هنگام تشکیل یک مول آلومینیم کلرید نصف تعداد اتم‌ها در یک مول پتاسیم پرمنگنات است.

• در تمامی ترکیب‌های یونی، عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون با هم برابر است.

• دمای ذوب  $\text{RbCl}$  از  $\text{KBr}$  برخلاف انرژی شبکه‌ی آن، کم‌تر است.

• نسبت شمار آنیون به کاتیون در استانو فسفات برابر نسبت شمار کاتیون به آنیون در اسکاندیم کربنات است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۵- در کدام ردیف، فقط نام‌گذاری یک ترکیب یونی نادرست انجام شده است؟

نام	فرمول شیمیایی	نام	فرمول شیمیایی
۱	منگنز (II) اکسید	$\text{MnO}$	استانوسولفات
۲	آمونیم هیدروژن کربنات	$(\text{NH}_4)\text{HCO}_3$	مس (II) سولفات
۳	فروفسفات	$\text{FePO}_4$	منیزیم (II) فسفات
۴	روی (II) کلرید	$\text{ZnCl}_2$	کلسیم نیتريت
			$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$

۱۳۶- چه تعداد از موارد زیر عبارت «همه‌ی ...» را به درستی تکمیل می‌کند؟

• یون‌ها در ترکیبات منیزیم اکسید و سدیم نیتريد، آرایش الکترونی مشابهی دارند.

• همه‌ی یون‌های چند اتمی از بیش‌از یک نوع عنصر ساخته شده‌اند.

• فلزات گروه‌های اصلی جدول تناوبی، فقط یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند.

• همه‌ی ترکیبات یونی، نقطه‌ی ذوب و جوش بالایی دارند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۷- کدام عبارت به درستی بیان شده است؟

(۱) سدیم کلرید مانند تمامی نمک‌ها در آب حل می‌شود و به صورت محلول یا در حالت مذاب رسانای برق است.

(۲) آمونیم نیتريت نمونه‌ای از یک ترکیب یونی دوتایی است که هر دو یون آن چنداتمی است.

(۳) انرژی شبکه می‌تواند معیار خوبی برای اندازه‌گیری طول پیوند در ترکیب‌های یونی باشد.

(۴) نمک خوراکی مانند بیش‌تر ترکیب‌های یونی به نسبت سخت و شکننده است.

**دیفرانسیل**

- ۱- گزینۀ ۱)  
۲- گزینۀ ۲)  
۳- گزینۀ ۲)  
۴- گزینۀ ۲)  
۵- گزینۀ ۴)  
۶- گزینۀ ۲)  
۷- گزینۀ ۱)  
۸- گزینۀ ۳)  
۹- گزینۀ ۲)  
۱۰- گزینۀ ۴)

**ریاضی پایه**

- ۱۱- گزینۀ ۲)  
۱۲- گزینۀ ۳)  
۱۳- گزینۀ ۱)  
۱۴- گزینۀ ۳)  
۱۵- گزینۀ ۲)  
۱۶- گزینۀ ۲)  
۱۷- گزینۀ ۱)  
۱۸- گزینۀ ۲)  
۱۹- گزینۀ ۱)  
۲۰- گزینۀ ۲)

**هندسه تحلیلی**

- ۲۱- گزینۀ ۴)  
۲۲- گزینۀ ۲)  
۲۳- گزینۀ ۳)  
۲۴- گزینۀ ۴)  
۲۵- گزینۀ ۳)  
۲۶- گزینۀ ۱)  
۲۷- گزینۀ ۲)  
۲۸- گزینۀ ۳)  
۲۹- گزینۀ ۲)  
۳۰- گزینۀ ۳)

**ریاضیات گسسته**

- ۳۱- گزینۀ ۱)  
۳۲- گزینۀ ۲)  
۳۳- گزینۀ ۴)  
۳۴- گزینۀ ۳)  
۳۵- گزینۀ ۱)  
۳۶- گزینۀ ۲)  
۳۷- گزینۀ ۲)  
۳۸- گزینۀ ۳)  
۳۹- گزینۀ ۳)  
۴۰- گزینۀ ۲)

**هندسه ۲**

- ۴۱- گزینۀ ۲)  
۴۲- گزینۀ ۳)  
۴۳- گزینۀ ۱)  
۴۴- گزینۀ ۳)  
۴۵- گزینۀ ۱)  
۴۶- گزینۀ ۱)  
۴۷- گزینۀ ۴)  
۴۸- گزینۀ ۲)  
۴۹- گزینۀ ۳)  
۵۰- گزینۀ ۱)

**فیزیک پیش‌دانشگاهی**

- ۵۱- گزینۀ ۱)  
۵۲- گزینۀ ۴)  
۵۳- گزینۀ ۴)  
۵۴- گزینۀ ۳)  
۵۵- گزینۀ ۱)  
۵۶- گزینۀ ۴)  
۵۷- گزینۀ ۱)  
۵۸- گزینۀ ۴)  
۵۹- گزینۀ ۲)  
۶۰- گزینۀ ۲)  
۶۱- گزینۀ ۴)  
۶۲- گزینۀ ۴)

۶۳- گزینۀ ۳)

۶۴- گزینۀ ۱)

۶۵- گزینۀ ۴)

۶۶- گزینۀ ۱)

۶۷- گزینۀ ۲)

۶۸- گزینۀ ۱)

۶۹- گزینۀ ۴)

۷۰- گزینۀ ۳)

**فیزیک ۳**

۷۱- گزینۀ ۴)

۷۲- گزینۀ ۲)

۷۳- گزینۀ ۱)

۷۴- گزینۀ ۴)

۷۵- گزینۀ ۲)

۷۶- گزینۀ ۱)

۷۷- گزینۀ ۲)

۷۸- گزینۀ ۱)

۷۹- گزینۀ ۲)

۸۰- گزینۀ ۳)

**فیزیک ۱**

۸۱- گزینۀ ۳)

۸۲- گزینۀ ۲)

۸۳- گزینۀ ۱)

۸۴- گزینۀ ۴)

۸۵- گزینۀ ۳)

۸۶- گزینۀ ۲)

۸۷- گزینۀ ۳)

۸۸- گزینۀ ۳)

۸۹- گزینۀ ۴)

۹۰- گزینۀ ۲)

**شیمی پیش‌دانشگاهی**

۹۱- گزینۀ ۴)

۹۲- گزینۀ ۱)

۹۳- گزینۀ ۲)

۹۴- گزینۀ ۴)

۹۵- گزینۀ ۴)

۹۶- گزینۀ ۱)

۹۷- گزینۀ ۳)

۹۸- گزینۀ ۴)

۹۹- گزینۀ ۲)

۱۰۰- گزینۀ ۲)

**شیمی ۳**

۱۰۱- گزینۀ ۴)

۱۰۲- گزینۀ ۱)

۱۰۳- گزینۀ ۳)

۱۰۴- گزینۀ ۴)

۱۰۵- گزینۀ ۲)

۱۰۶- گزینۀ ۲)

۱۰۷- گزینۀ ۳)

۱۰۸- گزینۀ ۳)

۱۰۹- گزینۀ ۲)

۱۱۰- گزینۀ ۴)

۱۱۱- گزینۀ ۲)

۱۱۲- گزینۀ ۱)

۱۱۳- گزینۀ ۲)

۱۱۴- گزینۀ ۱)

۱۱۵- گزینۀ ۱)

۱۱۶- گزینۀ ۴)

۱۱۷- گزینۀ ۴)

۱۱۸- گزینۀ ۱)

۱۱۹- گزینۀ ۳)

۱۲۰- گزینۀ ۳)

**شیمی ۲**

۱۲۱- گزینۀ ۲)

۱۲۲- گزینۀ ۴)

۱۲۳- گزینۀ ۱)

۱۲۴- گزینۀ ۲)

۱۲۵- گزینۀ ۲)

۱۲۶- گزینۀ ۲)

۱۲۷- گزینۀ ۴)

۱۲۸- گزینۀ ۱)

۱۲۹- گزینۀ ۱)

۱۳۰- گزینۀ ۲)

۱۳۱- گزینۀ ۴)

۱۳۲- گزینۀ ۳)

۱۳۳- گزینۀ ۲)

۱۳۴- گزینۀ ۳)

۱۳۵- گزینۀ ۴)

۱۳۶- گزینۀ ۴)

۱۳۷- گزینۀ ۴)



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه

آزمون غیر حضوری

پیش دانشگاهی ریاضی

(۲۰ بهمن ۱۳۹۶)

(مباحث ۴ اسفند ۹۶)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستند سازی
نوشین اشرفی - ندا اشرفی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



## دیفرانسیل

۱- گزینه‌ی «ا»

$$y = \frac{(3x-1)^3 \sqrt[3]{6x-1}}{f(x)g(x)} \Rightarrow y^{(3)} \left(\frac{1}{3}\right) = f^{(3)} \left(\frac{1}{3}\right) g \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) = (3x-1)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \times 3(3x-1)^2$$

$$\Rightarrow f^{(2)}(x) = 18(3x-1) \times 3$$

$$\Rightarrow f^{(3)}(x) = 162$$

$$y^{(3)} \left(\frac{1}{3}\right) = 162 \times 3 \sqrt[3]{6 \times \frac{1}{3} - 1} = 162$$

نکته: در توابعی به فرم  $y = f(x)g(x)$  اگر  $x = x_0$  ریشه‌ی مکرر  $f$  از مرتبه‌ی  $n$  باشد و  $g(x_0) \neq 0$  باشد، آن‌گاه:

$$y^{(n)} = f^{(n)}(x_0)g(x_0)$$

۲- گزینه‌ی «ب»

$$f(x) = \frac{\sqrt{3-\sqrt{9-x^2}} \sqrt{3+\sqrt{9-x^2}}}{\sqrt{3+\sqrt{9-x^2}}} = \frac{\sqrt{9-9+x^2}}{\sqrt{3+\sqrt{9-x^2}}}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{3+\sqrt{9-x^2}}}$$

چون  $f(x)$  دارای عامل  $x^2$  است، پس  $f(0) = f'(0) = 0$  می‌باشد، بنابراین برای محاسبه‌ی  $f''(0)$  در نقطه‌ی  $x=0$  کافی است از  $x^2$  دو بار مشتق گرفته و  $x=0$  را جایگذاری کنیم.

$$f''(0) = \frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{9-(0)^2}}^3} = \frac{2}{\sqrt{3+3}^3} = \frac{2}{\sqrt{6}^3} = \frac{2}{6\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

۳- گزینه‌ی «ا»

عامل صفر شونده در تابع  $f$ ، به ازای  $x=0$ ،  $(e^x-1)$  است. پس کافی است برای تعیین  $f'(0)$  فقط از این عامل مشتق بگیریم و در بقیه‌ی عامل‌ها ضرب کنیم.

$$f'(x) = e^x(e^{2x}-2)(e^{3x}-3) \Rightarrow f'(0) = e^0(e^0-2)(e^0-3) = 1 \times (-1) \times (-2) = 2$$

۴- گزینه‌ی «ب»

$$f(x) = mx^3 + nx \Rightarrow f'(x) = 3mx^2 + n$$

$$y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \xrightarrow{x=4} y = 1 \Rightarrow A'(4,1) \in f^{-1}$$

$$\Rightarrow A(1,4) \in f \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow f(1) = m + n = 4 \quad (1)$$

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{1}{6}$$

$$(f^{-1})'(4) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow f'(1) = 6 \Rightarrow 3m + n = 6 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m = 1, n = 3 \Rightarrow m - n = -2$$

۵- گزینه‌ی «د»

$$y = \sqrt[3]{1+x} \Rightarrow y^3 = 1+x \xrightarrow{\text{مشتق}} 3y^2 y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2}$$

$$(y')' = \left(\frac{1}{3y^2}\right)' \Rightarrow y'' = \frac{-6yy'}{9y^4} = \frac{-2y'}{3y^3} = \frac{-2\left(\frac{1}{3y^2}\right)}{3y^3}$$

$$= \frac{-2}{9y^5} = k\left(\frac{1}{9y^5}\right)$$

$$\Rightarrow k = -2$$

۶- گزینه‌ی «ب»

$$A = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(3+2h) - f(3-h)}{h} \times \frac{f'(3+2h) + f'(3-h)}{h-1} + f'(3-h) \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(3+2h) - f(3-h)}{h} \right) \times \left( \frac{f'(3) + f'(3) + f'(3)}{-1} \right)$$

$$= \left[ 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{-h} \right] \times (-3f'(3))$$

$$= 3f'(3) \cdot (-3f'(3))$$

$$f(3) = (3)^3 - 2(3) = 3$$

$$\text{برای } x \text{ های مثبت} \Rightarrow f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(3) = 2(3) - 2 = 4$$

$$3f'(3) \cdot (-3f'(3)) = 3(4) \cdot (-3(4)) = -324$$

۷- گزینه‌ی «ا»

$$f(x, y) = \ln(x-y) - xy - y^3$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{\frac{1}{x-y} - y}{-1 - x - 3y^2}$$

$$m = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,0)} = -\frac{1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

$$m' = \frac{-1}{m} = -2$$

$$y - 0 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 2$$

۸- گزینه‌ی «ب»

تابع fog عبارت است از:

$$f(g(x)) = \Delta(2x + |x^2 - 1|) - a|2x + |x^2 - 1| - 1|$$

در همسایگی نقطه‌ی  $x=1$  عبارت  $2x + |x^2 - 1| - 1$  مثبت است، لذا:

$$|2x + |x^2 - 1| - 1| = 2x + |x^2 - 1| - 1$$

$$fog = 1 \cdot x + \Delta|x^2 - 1| - a(2x - 1 + |x^2 - 1|)$$

برای مشتق‌پذیری این تابع در  $x=1$  لازم و کافی است که

$$|x^2 - 1| - a|x^2 - 1| - a \quad \text{یا} \quad \Delta|x^2 - 1| - a|x^2 - 1|$$

$$\Delta - a = 0 \Rightarrow a = \Delta$$

۹- گزینه‌ی «ب»

$$F(x, y) = xy + x^2y^2 - 2 = 0$$

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{y + 2xy^2}{x + 2yx^2} = -\frac{y(1 + 2xy)}{x(1 + 2yx)}$$

$$\xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=-2}} y'_x = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

$$y' = \frac{-y}{x} \Rightarrow y'' = \frac{-y'_x - (-y)}{x^2}$$

$$\xrightarrow{\substack{x=1, y=-2 \\ y'_x=2}} y'' = \frac{-2(1) - 2}{1} = -4$$



۱۰- گزینهی «۴»

$$f(x) = \frac{x^2}{\lambda} + 1 \Rightarrow f(\lambda) = \lambda + 1 = 9$$

$$f'(x) = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow f'(\lambda) = 2$$

$$g(x\sqrt{x}) = \frac{x^2}{\lambda} + 1 \xrightarrow{x=4} g(\lambda) = \frac{16}{\lambda} + 1 = 3$$

$$(g(x\sqrt{x}))' = (\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}})g'(x\sqrt{x}) = \frac{x}{\lambda} \xrightarrow{x=4} (2 + \frac{4}{4})g'(\lambda) = 1$$

$$3g'(\lambda) = 1 \Rightarrow g'(\lambda) = \frac{1}{3}$$

$$(fg)'(\lambda) = f'(\lambda)g(\lambda) + g'(\lambda)f(\lambda) \Rightarrow (fg)'(\lambda) = 2 \times 3 + \frac{1}{3} \times 9 = 6 + 3 = 9$$

ریاضی پایه

۱۱- گزینهی «۲»

$$\cos(2x - \Delta\pi) = \cos(2x - 4\pi - \pi) = \cos(2x - \pi) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - \pi = k'\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = (k' + 1)\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$= k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۱۲- گزینهی «۳»

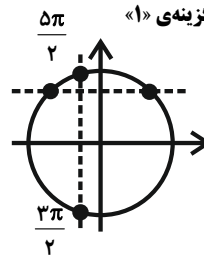
$$\sin x + \sin x \cos x + \cos x + 1 = \sin x(1 + \cos x) + 1 + \cos x = (1 + \cos x)(\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k + 1)\pi \end{cases}$$

۱۳- گزینهی «۱»

$$1) \quad 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{2}{3}$$

$$2) \quad 4 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{4}$$

فقط یکی از جواب‌ها بین  $\frac{3\pi}{2}$  و  $\frac{5\pi}{2}$  است.

۱۴- گزینهی «۳»

تابع تعریف نشده:  $x \in Z$ 

$$x \notin Z: 2 \cos^2 x - 1 - \cos x = -1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

پس معادله دارای ۴ جواب است.

۱۵- گزینهی «۲»

$$x \in Z \Rightarrow |x| = x \Rightarrow -2x - (-4 - x) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -2x + 4 + x - 1 = 0 \Rightarrow -x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \in Z$$

با توجه به صورت سؤال  $x \in Z$  باید باشد.

۱۶- گزینهی «۲»

با کمک فرمول تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$f(x) = \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 4x) + \cos \lambda x$$

دوره‌ی تناوب توابع  $\cos 2x$ ،  $\cos 4x$ ،  $\cos \lambda x$  به ترتیب برابر  $\frac{2\pi}{2}$ ،  $\frac{2\pi}{4}$ ،  $\frac{2\pi}{\lambda}$ 

$$\frac{2\pi}{\lambda}$$
 است. یعنی  $\frac{\pi}{2}$ ،  $\frac{\pi}{4}$ ،  $\frac{\pi}{\lambda}$ .

دوره‌ی تناوب  $f(x)$  کوچک‌ترین عددی است که مضرب صحیح هر سه عدد اخیر باشد. که همان  $\pi$  است.

۱۷- گزینهی «۱»

چون طرف چپ تساوی، مجموع چند عدد صحیح است، پس طرف راست یعنی  $\frac{x}{12}$ عددی صحیح و به تبع آن  $\frac{x}{12}$ ،  $\frac{x}{9}$  و  $\frac{x}{6}$  اعدادی صحیح خواهند بود. بنابراین معادله‌ی داده شده به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{x}{12} \Rightarrow 6x + 4x + 3x = x \Rightarrow 12x = 0 \Rightarrow x = 0$$

پس معادله‌ی داده شده، تنها یک جواب دارد.

۱۸- گزینهی «۲»

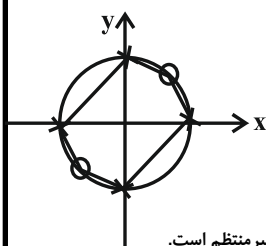
$$\sin^2 x \cos x - \cos^2 x \sin x = \sin x \cos x (\sin x - \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = 0 \xrightarrow{+\cos x} \tan x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

با مشخص کردن جواب‌ها در دایره‌ی مثلثاتی داریم:



که شکل مورد نظر نشان دهنده‌ی یک شش ضلعی غیرمنتظم است.

۱۹- گزینهی «۱»

$$\tan(2x + 1) = \frac{1}{\tan(x - 1)} \Rightarrow \tan(2x + 1) = \cot(x - 1)$$

$$\Rightarrow \tan(2x + 1) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x + 1\right) \Rightarrow 2x + 1 = k\pi + \frac{\pi}{2} - x + 1$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

۲۰- گزینهی «۲»

$$\sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 - (\cos^2 x)^3 = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow -\cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$



## هندسه تحلیلی

۲۱- گزینهی «۴»

$$A + B = [2i - j + i + 4j]_{3 \times 2} = 3[i + j]_{3 \times 2}$$

$$\text{درایه‌ی سطر سوم و ستون دوم} = 3(3+2) = 15$$

۲۲- گزینهی «۲»

$$\text{چون } B \text{ متقارن است } B^t = B \text{ و چون } C \text{ پادمقارن است داریم } C^t = -C$$

بنابراین داریم:

$$A^t = (B + C)^t = B^t + C^t = B - C$$

۲۳- گزینهی «۳»

نخست دو ماتریس را با نوشتن درایه‌هایشان مشخص و سپس  $A - B$  را پیدا می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - B)^2 = (A - B) \times (A - B) = \text{سطر اول ماتریس } (A - B)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۲۴- گزینهی «۴»

طبق تمرین ۶ صفحه‌ی ۱۱۱ کتاب درسی ملاحظه می‌شود که اگر

$$\text{آن } C = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

گاه  $CA = C$  و  $AC = A$ ,  $AB = BA = O$  هیچ‌کدام از دو ماتریس  $A$  و  $B$  صفر نیستند و  $C$  نیز برابر  $I$  نیست ولی در صورتی که  $AB = BA$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$(AB)^2 = (AB)(AB) = A(BA)B = A(AB)B$$

$$= (AA)(BB) = A^2 B^2$$

۲۵- گزینهی «۳»

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{cases} I & n = 2k \\ A & n = 2k - 1 \end{cases}$$

$$A^{1396} - A^{1395} = I - A$$

۲۶- گزینهی «۱»

ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  با درایه‌های صحیح و مثبت بانه‌فرض در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2b & a \\ c + 2d & c \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} a + c & b + d \\ 2a & 2b \end{bmatrix}$$

اگر  $c = 2b$  و  $a = b + d$  باشد. تساوی اخیر همواره برقرار است پس

$$A = \begin{bmatrix} b + d & b \\ 2b & d \end{bmatrix} \text{ و جمع درایه‌های آن } 4b + 2d \text{ می‌شود که کم‌ترین مقدار آن به ازای } b = d = 1 \text{ عدد ۶ می‌شود.}$$

۲۷- گزینهی «۲»

$$A + A^t \Rightarrow A + A^t = O$$

$$\Rightarrow A^t = -A \Rightarrow \text{پادمقارن } A$$

$$(A + I)^t = A^t + I^t = -A + I = I - A$$

پس  $I + A$  نه متقارن است و نه پادمقارن است.

$$\text{به علاوه } 3A \text{ به وضوح پادمقارن است. } (A^t)^t = (A^t)^2 = (-A)^2 = A^2$$

پس  $A^2$  متقارن است.

۲۸- گزینهی «۳»

$$A = 2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = 2R_{\frac{\pi}{3}} \Rightarrow A^{243} = 2^{243} R_{\frac{243\pi}{3}} = 2^{243} R_{112\pi + \frac{\pi}{3}} \\ = 2^{243} \times R_{\frac{\pi}{3}} = 2^{243} \times \frac{1}{2} A = 2^{242} A$$

۲۹- گزینهی «۲»

اگر  $R_{\alpha}$  ماتریس دوران تحت زاویه‌ی  $\alpha$  حول مبدأ مختصات و در جهت مثلثاتی باشد، آن‌گاه:

$$R_{\alpha} R_{\beta} = R_{\alpha + \beta} \Rightarrow R_{11.0} \times R_{16.0} = R_{27.0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

اگر  $M(x, y)$  تبدیل یکنه‌ی قطبی  $M'(x', y')$  تبدیل یکنه‌ی قطبی باشد داریم:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y = x' \\ x = -y' \end{cases}$$

$$-2x - 3y - 1 = 0 \Rightarrow -2y' - 3x' - 1 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} 3x' + 2y' + 1 = 0$$

۳۰- گزینهی «۳»

فرض کنیم نقطه‌ای از  $F$  و  $G$  نقطه‌ی تصویر آن تحت ماتریس

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ باشد. داریم:}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = \frac{y'}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{(-x')^2}{4} + \left(\frac{y'}{2} - 2\right)^2 \leq 1 \Rightarrow \frac{x'^2}{4} + \frac{(y' - 4)^2}{4} \leq 1$$

$$\Rightarrow x'^2 + (y' - 4)^2 \leq 4$$

ناحیه‌ی تصویر شده، محیط و درون دایره‌ای به شعاع ۲ و قطر ۴ واحد است.



## ریاضیات گسسته

۳۱- گزینهی «۱»

با قرار دادن اعداد ۴ و ۵ در نامساوی مجموعه‌ی  $A$  متوجه می‌شویم که  $A$  دو عضو دارد از طرفی اعضای مجموعه‌ی  $B$  با قرار ۱ و ۲ و ۳ به جای  $k$  به صورت  $B = \{۴, ۹, ۱۴\}$  خواهند بود. پس داریم:

$$n[(A \times B) \cup (B \times A)] = n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A))$$

$$n[(A \times B) \cup (B \times A)] = 2n(A \times B) - n(A \cap B)^2$$

$$= 2(3 \times 2) - 1^2 = 11$$

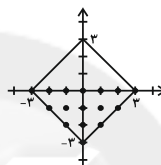
$$\binom{11}{2} = 55$$

لذا تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی برابر است با:

۳۲- گزینهی «۲»

باید به شرط  $y \leq 0$  توجه داشته باشیم و این نکته

که  $(x, y) \in Z^2$ ، ۱۶ نقطه با این شرایط وجود دارد. پس ۱۶ زوج مرتب داریم:



۳۳- گزینهی «۴»

اگر یک افراز از مجموعه‌ی پنج عضوی  $A$  بخواهد شامل حداقل یک مجموعه‌ی ۳ عضوی باشد، جزء دیگر افراز یا باید دو مجموعه‌ی یک عضوی باشد یا یک مجموعه‌ی دو عضوی.

همچنین می‌دانیم به  $\binom{5}{3} = 10$  صورت می‌توان یک زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی از مجموعه‌ی ۵ عضوی انتخاب کرده یکی از این زیر مجموعه‌ها را به دلخواه انتخاب می‌کنیم. مثلاً  $\{۲, ۴, ۵\}$  با این زیر مجموعه دو افراز متمایز  $\{\{۲, ۴, ۵\}, \{1\}\}$  و  $\{\{۲, ۴, ۵\}, \{3\}\}$  را می‌توان تشخیص داد. به طریق مشابه با هر کدام از ۹ زیر مجموعه دیگر نیز می‌توان دو افراز دیگر پیدا کرد. بنابراین به تعداد  $20 = 10 \times 2$  افراز متفاوت وجود دارد که در آن‌ها حداقل یک مجموعه ۳ عضوی وجود داشته باشد.

۳۴- گزینهی «۳»

$$[(2,6)] = \{(x,y) \in N^2 \mid (x,y)R(2,6)\}$$

$$x^y = 2^6 = 64 = 64^1 = 8^2 = 4^3$$

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow [(2,6)] = \{(64,1), (8,2), (4,3), (2,6)\}$$

۳۵- گزینهی «۱»

نکته: اگر  $P = \{A_1, A_2, A_3\}$  افراز متناظر با یک رابطه‌ی هم‌ارزی باشد تعداد اعضای این رابطه برابر است با:

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2$$

با توجه به این که مجموعه‌ی مرجع، ۵ عضوی است و رابطه، ۱۱ زوج مرتب دارد و با توجه به این که  $1^2 + 1^2 + 3^2 = 11$  نتیجه می‌گیریم افراز متناظر با این رابطه به صورت مقابل است:

$$P = \{\{x, y, z\}, \{w\}, \{t\}\}$$

بنابراین باید حساب کنیم که به چند طریق می‌توان یک مجموعه ۵ عضوی را به یک مجموعه ۳ عضوی و دو مجموعه‌ی یک عضوی افراز کنیم. این تعداد برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times \frac{2!}{2!} = 10$$

۳۶- گزینهی «۲»

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ll \begin{bmatrix} \square & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta & 0 & 1 \end{bmatrix} \ll \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

از آنجا که رابطه بازتابی نیست، پس در خانه‌ی  $\square$  باید صفر قرار دهیم و از طرف دیگر در خانه‌ی  $\Delta$  می‌توان هم صفر قرار داد و هم یک. پس ماتریس  $C$  دارای ۲ حالت است.

۳۷- گزینهی «۲»

ابتدا ماتریس رابطه را نوشته سپس توان دوم بولی ماتریس رابطه را به دست می‌آوریم:

$$M(R) = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [M(R)]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۳۸- گزینهی «۳»

هر رابطه‌ای که دو خاصیت تقارنی و پادتقارنی را با هم داشته باشد، می‌بایست زیر مجموعه‌ای از رابطه‌ی همانی باشد. تپی رابطه‌ای است که به غیر از بازتابی دیگر خواص را دارد، پس  $R_1 = \{\}$ ، همچنین  $R_2 = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$  به علت عدم وجود زوج مرتب  $(d,d)$  خاصیت بازتابی ندارد ولی خاصیت تقارنی و پادتقارنی را نیز داراست و در نتیجه اختلاف تعداد اعضای این دو رابطه ۳ خواهد بود.

۳۹- گزینهی «۳»

بالای قطر اصلی ۳ حالت دارد  $\Rightarrow$  خاصیت پادتقارنی  $M \wedge M^T \ll I_n$

قطر اصلی یک حالت دارد  $\Rightarrow$  خاصیت بازتابی  $I_n \ll M$

	a	b	c	d
a	۱	۳	۲	۳
b		۱	۳	۳
c			۱	۳
d				۱

$$\Rightarrow 2 \times 3^5 = 486$$

تذکر: منظور از ۳ حالت آن است که به عنوان مثال برای درایه‌های  $m_{۱۲}$  و  $m_{۲۱}$  می‌توانیم سه حالت  $(0,0)$ ،  $(0,1)$  و  $(1,0)$  را داشته باشیم. از طرفی چون  $m_{۳۱} = 0$  پس  $m_{۱۳}$  می‌تواند صفر یا یک باشد، یعنی دارای دو حالت است.

۴۰- گزینهی «۲»

بنا به یکی از قضایای کتاب درسی گسسته زمانی رابطه‌ی  $M \ll M^{(2)}$  برقرار می‌شود که  $R$  خاصیت تعدی (ترایبایی) داشته باشد.

با توجه به این که زوج مرتب‌های  $(1,2)$ ،  $(2,3)$  در  $R$  وجود دارند باید حتماً  $(1,3)$  نیز عضو  $R$  شود. همین طور زوج مرتب‌های  $(1,2)$ ،  $(2,4)$  در  $R$  وجود دارند، پس حتماً  $(1,4)$  نیز باید عضو  $R$  باشند.

$$R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (2,3), (2,4), (3,4), (1,3), (1,4)\}$$

عضوهای جدید

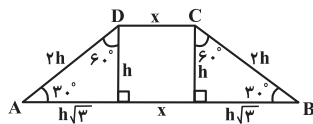
یعنی کلاً باید حداقل ۲ عضو اضافه شود تا  $R$  خاصیت تعدی داشته باشد.





## هندسه ۲

۴۱- گزینهی «۲»



ارتفاع‌های دوزنقه را رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه‌ی یک زاویه  $30^\circ$  باشد، ضلع روبه‌رو به آن

نصف وتر و ضلع روبه‌رو به زاویه  $60^\circ$ ، وتر است.

پس اندازه‌ی اضلاع مطابق شکل می‌شود. چون دوزنقه محیطی است، پس:

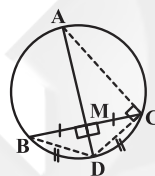
$$CD + AB = AD + BC \Rightarrow x + x + 2h\sqrt{3} = 2h + 2h$$

$$\Rightarrow x = 2h - h\sqrt{3}$$

$$\frac{CD}{AB} = \frac{x}{x + 2h\sqrt{3}} = \frac{2h - h\sqrt{3}}{2h - h\sqrt{3} + 2h\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$$

۴۲- گزینهی «۳»



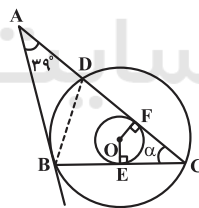
از آنجا که AD، وتر و کمان BC را نصف کرده است، پس قطر دایره است. در نتیجه مثلث ACD قائم‌الزاویه است. چون ارتفاع وارد AD = 2BC = 4CM و ارتفاع وارد

بر وتر است، پس  $\widehat{DAC} = 15^\circ$  (در مثلث

قائم‌الزاویه‌ای که ارتفاع یک چهارم وتر باشد، یک زاویه  $15^\circ$  است). داریم:

$$\widehat{ADC} = 75^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} = 15^\circ$$

۴۳- گزینهی «۱»



می‌دانیم اگر فاصله‌ی مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه دو وتر مساویند.

شعاع دایره‌ی کوچک‌تر:  $OE = OF \Rightarrow BC = CD$

$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{BDC} = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

زاویه‌ی خارجی:  $\widehat{BDC} = \widehat{A} + \widehat{ABD}$

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 39^\circ + \frac{\widehat{BD}}{2}$$

از طرفی  $\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BD}}{2}$  (زاویه‌ی محاطی) پس  $\alpha = \frac{\widehat{BD}}{2}$ . در نتیجه:

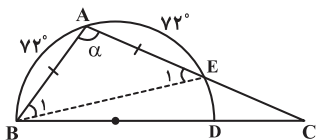
$$90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 39^\circ + \alpha \Rightarrow \frac{3\alpha}{2} = 51^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2 \times 51^\circ}{3} = 2 \times 17^\circ = 34^\circ$$

۴۴- گزینهی «۳»

O نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC است، یعنی میانه‌ی ضلع BC عمودمنصف این ضلع نیز هست، بنابراین مثلث ABC، متساوی‌الساقین است.

۴۵- گزینهی «۱»



$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AED}}{2} \Rightarrow 54^\circ = \frac{\widehat{AED}}{2} \Rightarrow \widehat{AED} = 108^\circ$$

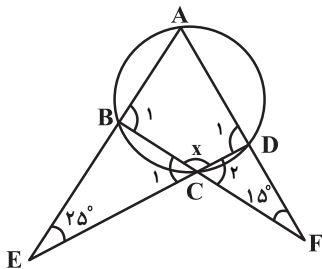
$$\widehat{AB} = \widehat{BAD} - \widehat{AED} \Rightarrow \widehat{AB} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$AB = AE \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AE} \Rightarrow \widehat{AE} = 72^\circ$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\Delta ABE: \alpha + \widehat{B}_1 + \widehat{E}_1 = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 2 \times 36^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 108^\circ$$

۴۶- گزینهی «۱»

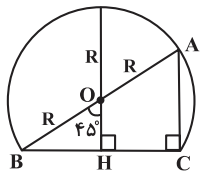


$\widehat{B}_1 + \widehat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow$  چهار ضلعی ABCD محاطی است.

$$\Rightarrow (\widehat{C}_1 + 25^\circ) + (\widehat{C}_2 + 15^\circ) = 180^\circ$$

$$\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 \Rightarrow 2\widehat{C}_1 = 140^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 70^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

۴۷- گزینهی «۴»



مکان هندسی رأس A، کمان درخور زاویه‌ی  $45^\circ$  روبه‌رو به وتر  $BC = 4$  است.

وقتی نقطه‌ی A روی این مکان هندسی تغییر می‌کند، بیش‌ترین فاصله‌ی آن از نقطه B، قطر دایره‌ی شامل کمان درخور است.

$$\max(AB) = 2R$$

در چنین حالتی، مثلث ABC در رأس C قائم‌الزاویه است. از آن‌جا که

در این مثلث  $\widehat{A} = 45^\circ$ ، مثلث متساوی‌الساقین هم هست و در نتیجه

$$AC = BC = 4$$



### فیزیک پیش‌دانشگاهی

#### ۵۱- گزینهی «۱»

صوت یک موج مکانیکی است و بنابراین فقط در محیط‌های مادی منتشر می‌شود پس در خلأ منتشر نمی‌شود. هر چه مولکول‌های تشکیل دهنده محیط مادی به هم نزدیک‌تر باشند، سرعت انتشار صوت در آن محیط بیشتر است، بنابراین در جامدات صوت با سرعت بیش‌تری نسبت به دو محیط دیگر منتشر می‌شود.

#### ۵۲- گزینهی «۴»

با استفاده از رابطه سرعت صوت در گازها داریم:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\frac{T=273+\theta_2}{T=273+\theta_1} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\theta_2+273}{\theta_1+273}}$$

$$\frac{\theta_2=17\theta_1}{v_2=3v_1} \rightarrow 3 = \sqrt{\frac{17\theta_1+273}{\theta_1+273}}$$

$$\Rightarrow 9(\theta_1+273) = 17\theta_1+273 \Rightarrow \theta_1 = 273^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T_1 = \theta_1 + 273 = 273 + 273 = 546\text{K}$$

#### ۵۳- گزینهی «۴»

با استفاده از رابطه بین بسامد هماهنگ‌های یک لوله صوتی دو انتها باز و همچنین سرعت صوت در یک لوله صوتی، داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}} f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$\xrightarrow{n=1} \frac{f'_1}{f_1} = \sqrt{\frac{T'}{T}}$$

$$\xrightarrow{T'=1/44T} \frac{f'_1}{f_1} = \sqrt{1/44} = 1/2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta f_1}{f_1} \times 100 = 20\%$$

#### ۵۴- گزینهی «۳»

$$\text{فاصله گره از شکم مجاورش} = \frac{\lambda}{4} = 10\text{cm}$$

چون طول لوله مضرب فرد (مضرب پنجم) است، بنابراین لوله صوتی یک انتها بسته است و هماهنگ پنجم خود را تولید می‌کند.

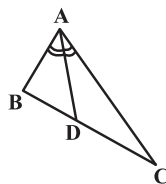
$$L = (2m-1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow 50 = (2m-1) \times 10 \Rightarrow 2m-1 = 5$$

#### ۴۸- گزینهی «۲»

در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو را به نسبت دو ضلع آن زاویه قطع می‌کند.

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow DB = \frac{2}{3}DC, AB = \frac{2}{3}AC$$

از طرفی می‌دانیم:



$$\begin{aligned} AD^2 &= AB \cdot AC - DB \cdot DC \\ &= \left(\frac{2}{3}AC\right) \cdot AC - \left(\frac{2}{3}DC\right)DC \\ &= \frac{2}{3}AC^2 - \frac{2}{3}DC^2 \end{aligned}$$

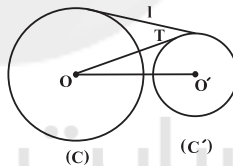
$$\begin{aligned} \text{طبق فرض: } DC &= \frac{1}{2}AC \Rightarrow AD^2 = \frac{2}{3}AC^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}AC\right)^2 \\ &= \frac{1}{3}AC^2 \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AC \end{aligned}$$

#### ۴۹- گزینهی «۳»

طول مماس مشترک خارجی:  $l = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$

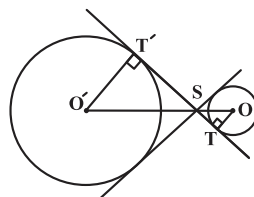
طول مماس بر دایره  $C'$  از نقطه  $O$ :  $OT = \sqrt{d^2 - R'^2}$

$$OT = l$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{d^2 - R'^2} &= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \\ \Rightarrow d^2 - R'^2 &= d^2 - R^2 + 2RR' - R'^2 \\ \Rightarrow R^2 &= 2RR' \Rightarrow R = 2R' \end{aligned}$$

#### ۵۰- گزینهی «۱»



با رسم شعاع‌های گذرنده از نقاط تماس، دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی مشابه داریم:

$$\Delta TSO \sim \Delta T'SO' \Rightarrow \frac{O'S}{OS} = \frac{O'T'}{OT}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{O'S}{OS + O'S} &= \frac{O'T'}{OT + O'T'} \\ \Rightarrow \frac{O'S}{10} &= \frac{5}{8} \Rightarrow O'S = 6/25 \end{aligned}$$



## ۵۵- گزینهی «۱»

بسامد صوت‌های تشدید شده در لوله‌های صوتی باز و بسته به صورت زیر است:

$$f = \frac{nv}{2L_{\text{باز}}} \Rightarrow L = \frac{nv}{2f} \xrightarrow{n=1} L = \frac{v}{2f}$$

$$f = \frac{(2n-1)v}{4L_{\text{بسته}}} \Rightarrow L = \frac{(2n-1)v}{4f} \xrightarrow{n=1} L = \frac{v}{4f}$$

$$f = \frac{v}{4L} \Rightarrow L = \frac{v}{4f}$$

چون لوله اصلی به دو قسمت تقسیم شده است، می‌توان نوشت:

$$L = L_{\text{باز}} + L_{\text{بسته}} \Rightarrow \frac{v}{4f} = \frac{v}{2f} + \frac{v}{4f_{\text{بسته}}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{f} + \frac{1}{f_{\text{بسته}}}$$

$$\frac{f_{\text{بسته}} = 300 \text{ Hz}}{f} = \frac{2}{300} + \frac{1}{300} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{300} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

## ۵۶- گزینهی «۴»

با توجه به این نکته که تغییر طول لوله به ازای دو تشدید متوالی (فاصله بین دو

تشدید) برابر با  $\frac{\lambda}{2}$  است، داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 17 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 34 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.34} = 1000 \text{ Hz}$$

## ۵۷- گزینهی «۱»

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل داریم:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \begin{cases} 20 = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_0} \Rightarrow I_A = 10^2 I_0 & (1) \\ 40 = 10 \cdot \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow I_B = 10^4 I_0 & (2) \end{cases}$$

حال با توجه به رابطه شدت صوت و توان منبع، می‌توان نوشت:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{P_A}{P_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10^2 I_0}{10^4 I_0} = \frac{P_A}{P_B} \times \left(\frac{4}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{4}$$

## ۵۸- گزینهی «۴»

ابتدا شدت صوت را در فاصله ۲۰ متری از چشمه صوت به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{60}{4 \times 3 \times 20^2} = \frac{1}{80} \frac{W}{m^2}$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \xrightarrow{I = \frac{1}{80} \frac{W}{m^2}, I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}} \beta = \log\left(\frac{1}{80 \times 10^{-12}}\right)$$

$$\beta = \log 10^{11} - \log 8 = 11 - 3 \log 2 = 11 - (3 \times 0.3) = 10.1 \text{ dB}$$

## ۵۹- گزینهی «۲»

از مقایسه معادله موج با معادله اصلی،  $\omega$  و  $k$  به دست می‌آید.

$$U = A \sin(\omega t - kx) \Rightarrow u = 0.005 \sin(2400t - 10x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega = 2400 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ k = 10 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \end{cases}$$

$$\omega = 2\pi f_s \Rightarrow 2400 = 2(\pi) f_s \Rightarrow f_s = 400 \text{ Hz}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2400}{10} = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه دوپلر می‌توان نوشت:

$$v = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_s = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$f_0 = \frac{v - v_0}{v - v_s} f_s \Rightarrow f_0 = \frac{240 - 0}{240 - 40} \times 400 \Rightarrow f_0 = 480 \text{ Hz}$$

## ۶۰- گزینهی «۲»

طول موج صوت منتشر شده از منبع B را در جلو و عقب آن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{طول موج در جلوی چشمه: } \lambda_A = \frac{v - v_s}{f} = \frac{330 - 30}{1200} = 0.25 \text{ m}$$

$$\text{طول موج در عقب چشمه: } \lambda_C = \frac{v + v_s}{f} = \frac{330 + 30}{1200} = 0.3 \text{ m}$$

دقت کنید حرکت شنونده‌ها (ماشین‌های A و C) اثری بر طول موجی که به گوش آن‌ها می‌رسد، ندارد.

$$|\lambda_A - \lambda_C| = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

## ۶۱- گزینهی «۴»

موج‌های الکترومغناطیسی مانند موج‌های مکانیکی حامل انرژی هستند.

## ۶۲- گزینهی «۴»

امواج فرسوخ یا گرمایی، امواجی هستند که از سطح اجسام داغ گسیل می‌شوند. برای از بین بردن یاخته‌های زنده از لامپ‌های UV (فرابنفش) استفاده می‌شود.

## ۶۳- گزینهی «۳»

لامپ بخار جیوه از چشمه‌های تولید امواج فرابنفش (UV) و پرتوگسیل شده در اجاق‌های میکروویو از نوع امواج رادیویی است. با توجه به این که امواج فرابنفش از امواج رادیویی پرتو انرژی‌تر هستند، بنابراین بسامد آن‌ها بیش‌تر و در نتیجه دوره آن‌ها نیز کم‌تر است و طول موج آن‌ها کوتاه‌تر است.



## ۶۴- گزینهی «۱»

با استفاده از رابطه پهنای نوارها داریم:

$$W = \frac{D\lambda}{2a} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{D_2}{D_1} \times \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \times \frac{a_1}{a_2}$$

$$\frac{a_2=1/2a_1}{D_2=1/5D_1} \rightarrow 1 = 1/5 \times \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \times \frac{1}{1/2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} \times 100 = -20\%$$

پس طول موج نور مورد آزمایش باید ۲۰٪ کاهش یابد.

## ۶۵- گزینهی «۴»

فاصله دو نوار متوالی یعنی فاصله بین دو نوار روشن و تاریک متوالی که برابر عرض هر نوار است. بنابراین داریم:

$$W = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{0.6 \times 10^{-6} \times 1}{2 \times 2 \times 10^{-3}} = \frac{3}{2} \times 10^{-4} \text{ m} = 0.15 \text{ mm}$$

## ۶۶- گزینهی «۱»

چون سرعت نور در محیط،  $\frac{c}{5}$  سرعت نور در هوا است، طول موج نور نیز  $\frac{c}{5}$  طول موج آن در هوا می‌باشد. یعنی  $\lambda' = \frac{c}{5}$ ، بنابراین داریم:

$$W' = \frac{\lambda' D}{2a} = \frac{\frac{c}{5} D}{2a}$$

$$\frac{W' = 0.15 \text{ mm}}{0.6 \times 10^{-6} \times 1} = \frac{c}{5} \Rightarrow \frac{\lambda D}{a} = 1 \text{ mm}$$

بنابراین فاصله شش نوار تاریک متوالی در شرایط آزمایش در هوا برابر خواهد بود با:

$$X = \Delta I = \frac{\lambda D}{a} = 1 \text{ mm}$$

## ۶۷- گزینهی «۲»

فاصله نوار تاریک  $m$  ام از نوار روشن مرکزی برابر با  $x_m = (2m-1) \frac{\lambda D}{2a}$  است. بنابراین برای دو نوار تاریک  $m$  ام و  $(m+1)$  ام داریم:

$$\frac{x_{m+1}}{x_m} = \frac{2m+1}{2m-1}$$

یعنی نسبت فاصله دو نوار تاریک متوالی از نوار روشن مرکزی برابر با نسبت دو عدد فرد متوالی است. حال به بررسی نسبت اعداد تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$(1) : \frac{5}{1}$$

$$(2) : \frac{3/5}{2/1} = \frac{5}{3}$$

$$(3) : \frac{1/2}{0.9} = \frac{4}{3}$$

$$(4) : \frac{0.7}{0.3} = \frac{7}{3}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود فقط اعداد گزینه (۲) می‌توانند بیانگر فاصله دو نوار تاریک متوالی از نوار روشن مرکزی باشند.

## ۶۸- گزینهی «۱»

اختلاف زمانی دو پرتویی که از صفحه دو شکاف به نوار روشن  $m$  ام می‌رسند از

رابطه  $\Delta t = 2m \frac{T}{v}$  به دست می‌آید. همچنین اختلاف زمانی دو پرتویی که از صفحه

دو شکاف به نوار تاریک  $m$  ام می‌رسند از رابطه  $\Delta t' = (2m-1) \frac{T}{v}$  به دست

می‌آید. بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{2(\Delta) \frac{T}{v}}{(2(\Delta)-1) \frac{T}{v}} = \frac{10}{9}$$

## ۶۹- گزینهی «۴»

منشأ تولید میدان‌های الکتریکی، بارهای الکتریکی و میدان مغناطیسی متغیر با زمان است. زمانی که میدان الکتریکی به واسطه تغییر میدان مغناطیسی به وجود می‌آید (قانون القای فارادی)، خط‌های میدان الکتریکی مشابه خط‌های میدان مغناطیسی، خط‌های بسته‌ای هستند.

## ۷۰- گزینهی «۳»

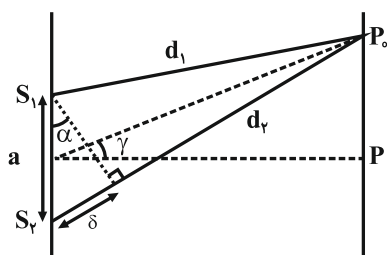
چون فاصله پرده از صفحه دو شکاف بسیار بزرگ‌تر از فاصله دو شکاف می‌باشد، بنابراین زاویه‌های  $\alpha$  و  $\gamma$  با هم برابرند و می‌توان نوشت:

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha}$$

از طرف دیگر چون زاویه  $\alpha$  کوچک است، بنابراین مقدار زاویه بر حسب رادیان با سینوس آن برابر است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\gamma = \sin \alpha \Rightarrow \gamma = \frac{\delta}{a} \text{ (م نوار روشن } m \text{ ام)} \rightarrow \gamma = \frac{n\lambda}{a}$$

$$\xrightarrow{n=3} \gamma = \frac{3 \times 600 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow \gamma = 9 \times 10^{-3} \text{ rad}$$





## فیزیک ۳

## ۷۱- گزینهی «۴»

سه حالت برای بار جسم رسانا وجود دارد:

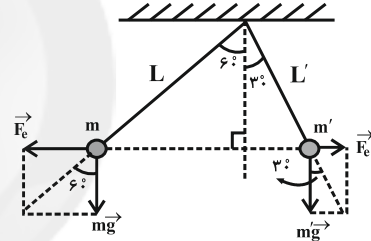
(۱) اگر بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ از ورقه‌ها به سمت کلاهک جابه‌جا شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

(۲) اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ یکسان باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ به سمت ورقه‌ها رانده می‌شود و ورقه‌ها از هم دور می‌شوند.

(۳) اگر جسم رسانا بدون بار باشد، به دلیل خاصیت القای الکتریکی، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار از ورقه‌ها به سمت کلاهک جذب شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

## ۷۲- گزینهی «۲»

اندازه نیروی الکتریکی وارد شده به دو گلوله با هم برابر است و بنابراین هر چه گلوله سنگین‌تر باشد، کمتر منحرف می‌شود. بنابراین داریم:



$$\left. \begin{aligned} \tan 3^\circ &= \frac{F_e}{m'g} \Rightarrow F_e = m'g \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \tan 6^\circ &= \frac{F_e}{mg} \Rightarrow F_e = mg \times \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m'g \frac{\sqrt{3}}{3} = mg \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow m' = 3m$$

## ۷۳- گزینهی «۱»

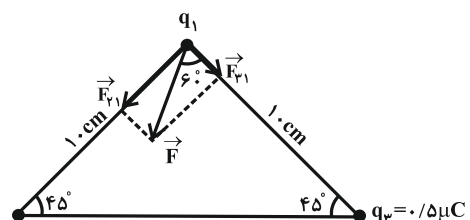
اگر نیروی  $\vec{F}$  را روی اضلاع مثلث تجزیه کنیم، با توجه به جهت نیروی  $\vec{F}_{31}$  و همچنین علامت بار  $q_3$ ، نتیجه می‌گیریم که  $q_1 < 0$  خواهد بود و بنابراین با توجه به جهت نیروی  $\vec{F}_{21}$ ، به‌سادگی  $q_2 > 0$  به‌دست می‌آید. داریم:

$$\cos 60^\circ = \frac{F_{31}}{F} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_{31}}{9} \Rightarrow F_{31} = 4.5 \text{ N}$$

با استفاده از قانون کولن، داریم:

$$F_{31} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{31}^2} \Rightarrow 4.5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 0.5 \times 10^{-6}}{(0.1)^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 1.0 \times 10^{-6} \text{ C} = 1.0 \mu\text{C} \quad q_1 < 0 \Rightarrow q_1 = -1.0 \mu\text{C}$$



## ۷۴- گزینهی «۴»

مطابق شکل و با توجه به ناهم‌نام بودن بارهای  $q$  و  $Q$ ، شرط این‌که بارهای  $q$  و  $Q$  در حال تعادل باشند را به‌دست می‌آوریم. برای تعادل بار  $q$  داریم:

$$F_{31} = k \frac{q^2}{2a^2}$$

$$F_{31} = F_{21} = k \frac{|q||Q|}{a^2}$$

$$\Rightarrow F' = F_{31} \sqrt{2} = k \frac{|q||Q|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$F_{31} = F' \Rightarrow k \frac{q^2}{2a^2} = k \frac{|q||Q|}{a^2} \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

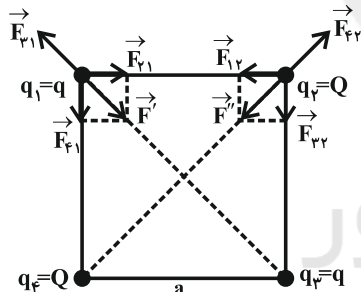
برای تعادل بار  $Q$  داریم:

$$F_{42} = k \frac{Q^2}{2a^2}$$

$$F_{12} = F_{32} = k \frac{|q||Q|}{a^2}$$

$$F'' = F' = k \frac{|q||Q|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$F_{42} = F'' \Rightarrow k \frac{Q^2}{2a^2} = k \frac{|q||Q|}{a^2} \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = 2\sqrt{2}$$



بنابراین امکان ندارد این مجموعه در حال تعادل باشد.

## ۷۵- گزینهی «۲»

چون نقطه  $A$  در وسط فاصله بین دو صفحه است، اندازه اختلاف پتانسیل بین نقطه  $A$  و هر یک از صفحات  $20 \text{ V}$  است. بنابراین اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون در جابه‌جایی از نقطه  $A$  تا هر یک از صفحات برابر است با:

$$|\Delta U| = |q| |\Delta V| = 1/6 \times 10^{-19} \times 20 = 3/2 \times 10^{-17} \text{ J}$$

از طرفی انرژی جنبشی اولیه پروتون برابر است با:

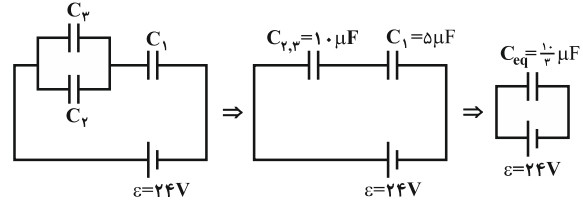
$$K_o = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-27} \times 10^7 = 8 \times 10^{-24} \text{ J}$$

چون  $K_o < |\Delta U|$  است، پس پروتون به صفحه دارای بار مثبت نمی‌رسد و قبل از رسیدن به آن متوقف شده و بر می‌گردد و بنابراین چون اصطکاک نداریم، با سرعت  $v$  از نقطه  $A$  عبور می‌کند و با سرعتی بیش‌تر از  $v$  به صفحه  $N$  برخورد می‌کند.



## ۷۶- گزینهی «۱»

با توجه به شکل مدار، خازن  $C_p$  اتصال کوتاه می‌شود و مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



$$C_{eq} = \frac{C_1 \times C_{p,3}}{C_1 + C_{p,3}} = \frac{5 \times 10}{5 + 10} = \frac{10}{3} \mu F$$

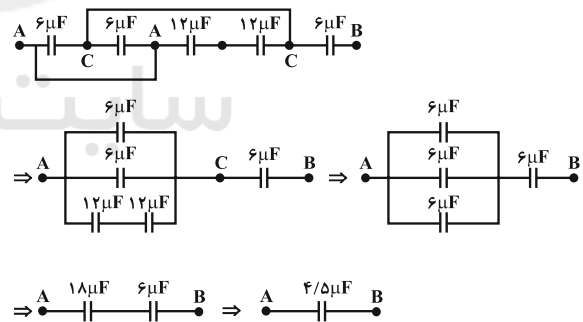
$$q_T = C_{eq} V \xrightarrow{V=24V} q_T = 24 \times \frac{10}{3} = 80 \mu C$$

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} \quad q_1 = q_T = 80 \mu C \quad U_1 = \frac{(80 \times 10^{-6})^2}{2 \times 5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow U_1 = 640 \times 10^{-6} J = 640 \mu J$$

## ۷۷- گزینهی «۲»

ابتدا نقاطی را که دارای یک پتانسیل الکتریکی هستند روی شکل مشخص کرده و سپس شکل را ساده می‌کنیم. داریم:



## ۷۸- گزینهی «۱»

ابتدا ظرفیت خازن معادل دو خازن  $C_p$  و  $C_1$  را به دست می‌آوریم. داریم:

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} C_{eq} \times 400 \Rightarrow C_{eq} = 10 \mu F$$

چون  $C_{eq}$  کم‌تر از  $C_1$  می‌باشد، بنابراین خازن‌ها به صورت متوالی به یکدیگر متصل شده‌اند و بنابراین داریم:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} \Rightarrow 10 = \frac{2 \cdot C_p}{20 + C_p} \Rightarrow C_p = 20 \mu F$$

## ۷۹- گزینهی «۲»

با افزایش فاصله میان صفحه‌های خازن  $C_p$ ، ظرفیت آن کاهش می‌یابد. با توجه به

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_p}$$

ظرفیت خازن معادل نیز کاهش می‌یابد. بنابراین  $q_1 = q_T$  و  $q_T = C_{eq} V$  پس  $V_1$  نیز کاهش می‌یابد. از آن‌جا که در میان صفحه‌های خازن تخت میدان یکنواخت برقرار است پس  $V_1 = Ed$ . با کاهش  $V_1$ ،  $E$  نیز کاهش می‌یابد. در نتیجه زاویه آونگ در حال

$$\text{تبادل نیز کاهش می‌یابد. } \left( \tan \theta = \frac{E |q|}{mg} \right)$$

## ۸۰- گزینهی «۳»

برای ذخیره کردن بیشترین بار در خازن‌ها، باید بیشترین ظرفیت معادل ممکن را به وجود آورد و بهترین حالت، به هم بستن موازی خازن‌ها است؛ اما این احتمال وجود دارد که اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها بیش از پتانسیل فروریزش آن‌ها شود، بنابراین با داشتن قدرت دی الکتریک، ابتدا بیشترین اختلاف پتانسیلی که به هر خازن می‌توان اعمال کرد را به دست می‌آوریم؛

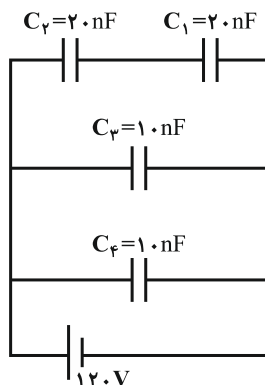
$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \begin{cases} \text{برای خازن‌های دارای دی الکتریک کاغذ} \\ 16 \text{ kV/mm} = \frac{V}{100} \\ \text{برای خازن‌های دارای دی الکتریک پارافین} \\ 10 \text{ kV/mm} = \frac{V}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{برای دی الکتریک کاغذ: } V_{\max} = 160 \text{ V} \\ \text{برای دی الکتریک پارافین: } V_{\max} = 100 \text{ V} \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، برای به هم بستن موازی خازن‌های دارای دی الکتریک کاغذی در مدار مشکلی وجود ندارد ولی خازن‌های دارای دی الکتریک جنس پارافین را نمی‌توان به صورت موازی در مدار بست. برای دستیابی به بیشترین ظرفیت ممکن، بدون این‌که فروریزش الکتریکی صورت گیرد، آرایش خازن‌ها باید به شکل زیر باشد:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \Rightarrow C_{12} = 10 \text{ nF}$$

$$C_{eq} = C_{12} + C_3 + C_4 \Rightarrow C_{eq} = 10 + 10 + 10 = 30 \text{ nF}$$



و در نهایت برای محاسبه بار الکتریکی که در مجموعه ذخیره می‌شود، داریم:

$$q = C_{eq} V_T \Rightarrow q = 30 \times 10^{-9} \times 120 = 3600 \times 10^{-9} C \\ \Rightarrow q = 3600 \text{ nC} = 3.6 \mu C$$



## فیزیک ۱

## ۸۱- گزینهی «۳»

با توجه به زاویه تابش و شکست در مرز دو محیط، خواهیم داشت:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \Rightarrow n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \Rightarrow n_1 \sin 30^\circ = n_2 \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{1/2}{\sqrt{2}/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

برای این که پرتو شکست مماس بر سطح تماس دو محیط وارد محیط (۲) شود باید

زاویه تابش آن برابر با زاویه حد دو محیط باشد. بنابراین داریم:

$$\sin \hat{i}_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{i}_c = 45^\circ$$

در نتیجه درصد افزایش زاویه تابش برابر است با:

$$\frac{\hat{i}_c - \hat{i}}{\hat{i}} \times 100 = \frac{45^\circ - 30^\circ}{30^\circ} \times 100 = 50\%$$

## ۸۲- گزینهی «۲»

اگر سرعت نور در هوا برابر با  $c$  باشد، سرعت نور در محیط شفاف برابر است با:

$$v = \left(1 - \frac{40}{100}\right)c = 0.6c$$

بنابراین با توجه به رابطه بین سرعت نور در یک محیط شفاف و ضریب شکست آن

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow 0.6c = \frac{c}{n} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

محیط داریم:

## ۸۳- گزینهی «۱»

با استفاده از تعریف زاویه حد یک محیط شفاف نسبت به هوا، داریم:

$$\sin \hat{i}_c = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}_{c1}}{\sin \hat{i}_{c2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}_{c1}}{\sin(\hat{i}_{c1} - 7^\circ)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}_{c1}}{\sin(\hat{i}_{c1} - 7^\circ)} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\sin \hat{i}_{c1}}{\sin(\hat{i}_{c1} - 7^\circ)} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}_{c1}}{\sin(\hat{i}_{c1} - 7^\circ)} = \frac{6}{5} \Rightarrow \hat{i}_{c1} = 37^\circ$$

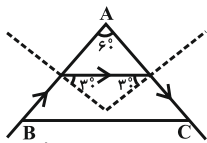
بنابراین ضریب شکست اولیه محیط شفاف برابر است با:

$$\sin \hat{i}_{c1} = \frac{1}{n_1} \Rightarrow \sin 37^\circ = \frac{1}{n_1} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{1}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{5}{3}$$

## ۸۴- گزینهی «۴»

چون قاعده منشور یک مثلث متساوی‌الاضلاع است، زاویه رأس آن برابر با  $60^\circ$  است. از طرفی با توجه به رابطه شکست، زاویه شکست نور در برخورد به وجه  $AB$  و زاویه تابش در برخورد به وجه  $AC$  با یکدیگر برابرند. بنابراین با توجه به این که مجموع این دو زاویه با زاویه رأس منشور برابر است، داریم:

$$\hat{r}_1 + \hat{i}_2 = 60^\circ \xrightarrow{\hat{r}_1 = \hat{i}_2} \hat{r}_1 = \hat{i}_2 = 30^\circ$$



در نهایت با توجه به رابطه شکست نور و

رابطه سرعت نور در یک محیط شفاف با

ضریب شکست آن محیط، می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \hat{i}_1}{\sin \hat{r}_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 90^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \times 10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = 1/5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

## ۸۵- گزینهی «۳»

اگر فاصله چشمان شخص از سطح آب را  $H_1$  و

فاصله ماهی از سطح آب را  $H_2$  در نظر بگیریم،

خواهیم داشت:

$$H_1 + H_2 = 27 \text{ cm} \quad (1)$$

وقتی از محیط غلیظ به رقیق نگاه می‌کنیم، جسم را

دورتر از محل اصلی‌اش می‌بینیم، در این حالت عمق

ظاهری برابر است با:

$$H_1' = nH_2 = \frac{4}{3}H_2$$

در نتیجه ماهی شخص را دورتر از محل واقعی می‌بیند و داریم:

$$d_2 = H_1' + H_2 = \frac{4}{3}H_2 + H_2$$

وقتی از محیط رقیق به غلیظ نگاه می‌کنیم، جسم را نزدیکتر از محل اصلی‌اش می‌بینیم،

در این حالت عمق ظاهری برابر است با:

$$H_2' = \frac{1}{n}H_2 = \frac{3}{4}H_2$$

در نتیجه شخص ماهی را نزدیکتر از محل واقعی می‌بیند و داریم:

$$d_1 = H_1 + H_2' = H_1 + \frac{3}{4}H_2$$

با توجه به فرض سوال داریم:

$$d_2 - d_1 = 75 \Rightarrow \frac{4}{3}H_2 + H_2 - \left(H_1 + \frac{3}{4}H_2\right) = 75 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}H_1 + \frac{1}{4}H_2 = 75 \text{ cm} \quad (2)$$



## ۸۸- گزینهی «۳»

چون بزرگنمایی تصویر حقیقی در حالت (۱) بزرگتر از ۱ است، بنابراین در حالت اول جسم بین  $F$  و  $۲F$  و تصویر حقیقی خارج از  $۲F$  تشکیل می‌شود. در حالت دوم چون بزرگنمایی تصویر حقیقی کوچکتر از ۱ است، بنابراین جسم خارج از  $۲F$  عدسی و تصویر حقیقی آن بین  $F$  و  $۲F$  تشکیل شده است.

با استفاده از رابطه عدسی‌های همگرا زمانی که تصویر حقیقی است، می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2}$$

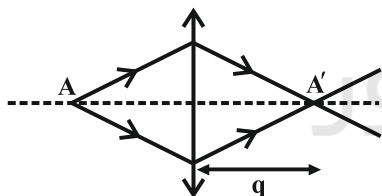
$$\Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{q_2} - \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1 p_2} = \frac{-(q_2 - q_1)}{q_1 q_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1 p_2} = \frac{-\Delta q}{q_1 q_2} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta p} = -\frac{q_1}{p_1} \times \frac{q_2}{p_2} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta p} = -m_1 m_2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta q}{10} = -2 \times \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta q = -4 \text{ cm} \Rightarrow |\Delta q| = 4 \text{ cm}$$

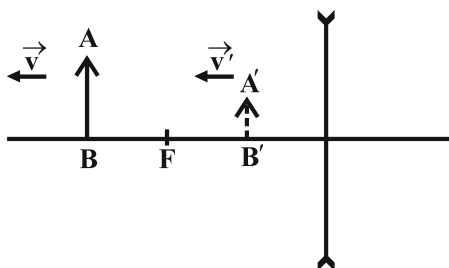
## ۸۹- گزینهی «۴»

اگر  $A$  نقطه نورانی و  $A'$  تصویرش باشد و پرده را در فاصله کمتر از  $q$  از عدسی در نظر بگیریم، با نزدیک کردن پرده به عدسی، مطابق شکل زیر، قطر دایره روشن، زیاد می‌شود، ولی اگر پرده در فاصله دورتر از  $q$  باشد، با نزدیک شدن آن به عدسی، قطر دایره روشن ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود. دقت کنید اگر نقطه نورانی روی کانون عدسی همگرا باشد، با جابه‌جا کردن پرده، قطر دایره روشن تغییر نمی‌کند.



## ۹۰- گزینهی «۲»

مطابق شکل زیر، جهت حرکت جسم و تصویر مجازی در عدسی همواره موافق یکدیگر می‌باشد. از طرفی در عدسی واگرا، همواره اندازه تصویر، جابه‌جایی و سرعت آن نسبت به جسم کمتر است، بنابراین تصویر با سرعت کمتر از  $v$  از عدسی دور می‌شود.

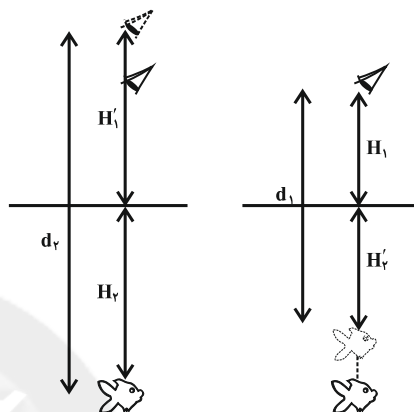


با حل دستگاه دو معادله دو مجهولی خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(1),(2)} H_p = 180 \text{ cm} \text{ و } H_1 = 90 \text{ cm}$$

بنابراین:

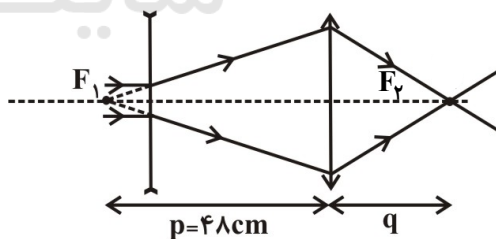
$$\frac{H_1}{H_p} = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$$



## ۸۶- گزینهی «۲»

مطابق شکل زیر، پرتوها پس از خروج از عدسی واگرا چنان شکست می‌یابند که امتداد آن‌ها روی کانون عدسی واگرا یک‌دیگر را قطع می‌کنند و چنان به نظر می‌رسد که پرتوها از جسمی که در فاصله  $f + d = 12 + 36 = 48 \text{ cm}$  از عدسی همگرا قرار دارد به آن می‌تابند که برای به‌دست آوردن فاصله تصویر آن از عدسی همگرا می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{48} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12} \Rightarrow q = 16 \text{ cm}$$



## ۸۷- گزینهی «۳»

ابتدا محل تصویر اولیه را تعیین می‌کنیم، چون جسم در فاصله کانونی عدسی همگرا قرار دارد، تصویری مجازی و بزرگتر از آن تشکیل می‌شود.

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10} - \frac{1}{q} = \frac{1}{20} \Rightarrow q = 20 \text{ cm}$$

حال اگر جسم در فاصله  $p_p = 20 \text{ cm}$  از عدسی همگرا قرار گیرد، چون روی کانون عدسی همگرا قرار دارد، تصویر آن در بی‌نهایت تشکیل می‌شود. دقت کنید اگر جسم را به محل تصویر حقیقی‌اش منتقل کنیم، تصویر به محل جسم منتقل می‌شود، اما در این تست تصویر اولیه مجازی بوده است.



## شیمی پیش‌دانشگاهی

## ۹۱- گزینهی «۴»

به دلیل خنثی بودن آب خالص، همواره غلظت یون هیدرونیوم با یون هیدروکسید برابر است.  
اگر عدد ۶ توسط دستگاه به عنوان pH نشان داده شود داریم:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 6 \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6}$$

$$K_w = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-6} \times 10^{-6} = 10^{-12}$$

## ۹۲- گزینهی «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهی «۲»: آب کلم سرخ در محلول (اسیدی) با  $\text{pH} = 4$   $[\text{OH}^-] = 10^{-10}$  به رنگ سبز ظاهر نمی‌شود.  
گزینهی «۳»: شناساگرها ترکیب‌های رنگی محلول در آب می‌باشند.  
گزینهی «۴»: آب لیمو یک گونه‌ی اسیدی است و فنول‌فتالین در محیط بازی ارغوانی است نه اسیدی.

## ۹۳- گزینهی «۲»

با توجه به pH محلول هیدروکلریک اسید حاصل که برابر ۲ است:

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = M = 10^{-2} = 0.01 \text{ M}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.01 = \frac{n}{0.25 \text{ L}} \Rightarrow n = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

با توجه به حجم مولی گازها در شرایط STP:

$$\text{لازم HCl} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol HCl} \times \frac{22.4 \text{ L HCl}}{1 \text{ mol HCl}} = 0.056 \text{ L HCl}$$

## ۹۴- گزینهی «۴»

نمودارهای (الف) و (پ) قطعاً نادرست هستند. زیرا با تغییر دمای آب خالص، همواره غلظت  $\text{H}_3\text{O}^+$  با غلظت  $\text{OH}^-$  هم‌چنان برابر باقی می‌ماند. در دمای  $25^\circ\text{C}$  غلظت  $\text{H}_3\text{O}^+$  و  $\text{OH}^-$  برابر با  $10^{-7}$  مول بر لیتر و در دمای کم‌تر از  $25^\circ\text{C}$  این یون‌ها غلظتی کم‌تر از  $10^{-7}$  مولار و در دمای بیش‌تر از  $25^\circ\text{C}$  این یون‌ها غلظتی بیش‌تر از  $10^{-7}$  مولار دارند.

## ۹۵- گزینهی «۴»

pH محلول و درصد یونش برای ما مشخص است، با استفاده از این دو کمیت، می‌توانیم غلظت مولی اسید را در محلول به‌دست آوریم. البته ابتدا باید درصد یونش را به درصد یونش تبدیل کنیم.

$$\text{درصد یونش } (\alpha) = \frac{0.2}{100} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\text{pH} = 4 \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M \times \alpha \Rightarrow 10^{-4} = M \times (2 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow M = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

اگر حجم محلول را در غلظت مولی اسید ضرب کنیم، تعداد مول اسید تعیین می‌شود.

$$\frac{x \text{ mol HA}}{500 \text{ mL محلول}} = \frac{0.05 \text{ mol HA}}{1000 \text{ mL محلول}} \Rightarrow x = 25 \times 10^{-3} \text{ mol HA}$$

$$\text{HA جرم مولی} = \frac{\text{جرم HA}}{\text{تعداد مول HA}} \Rightarrow 25 \times 10^{-3} = \frac{1/95 \text{ g}}{\text{جرم مولی HA}}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی HA} = \frac{1/95}{25 \times 10^{-3}} = 78 \text{ g.mol}^{-1}$$

## ۹۶- گزینهی «۱»

در قدم اول باید pH محلول هیدروکلریک اسید را به‌دست آوریم. HCl یک اسید قوی می‌باشد، بنابراین  $\alpha = 1$  است.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M \times \alpha = 0.6 \times 1 = 0.6 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log 0.6 = -\log(6 \times 10^{-1})$$

$$= -(\log 6 + \log 10^{-1}) = -(\log 6 - 1) = 1 - \log 6$$

با توجه به این که pH محلول HCl، به اندازه‌ی ۴/۱ واحد از pH محلول HClO کوچک‌تر است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که محلول HClO دارای pH = ۴/۳ است.  $(4/1 + 0.2 = 4/3)$

$$\text{HClO محلول: } [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4/3} = 10^{-5+0.7}$$

$$= 10^{-5} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} (\log 5 = 0.7 \Rightarrow 10^{0.7} = 5)$$

$$\text{درجه‌ی یونش } (\alpha) = \frac{0.5}{100} = 5 \times 10^{-3}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M \times \alpha \Rightarrow 5 \times 10^{-5} = M \times (5 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow M = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

## ۹۷- گزینهی «۳»

غلظت یون هیدروکسید در آب گازدار  $10^3$  برابر اسید معده است:

$$\frac{[\text{OH}^-] \text{ آب گازدار}}{[\text{OH}^-] \text{ اسید معده}} = \frac{10^{-10}}{10^{-13}} = 10^3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهی «۱»: خاصیت اسیدی اسید معده هزار برابر آب گازدار و  $10^{11}$  برابر آمونیاک است.

گزینهی «۲»: چون غلظت یون هیدرونیوم در آب گازدار بالاتر است پس pH آن پایین‌تر است.

گزینهی «۴»:

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-12}}{10^{-2}} = 10^{-10}$$

$$\Rightarrow 10^{-10} < 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-4}}{10^{-10}} = 10^6$$

## ۹۸- گزینهی «۴»

$K_w$ ، ثابت تعادل واکنش خودیونش آب است، به‌عبارت دیگر، تنها در آب خالص و محلول‌هایی که حلال آن‌ها آب است، می‌توانیم از  $K_w$  برای ارتباط بین  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  و  $[\text{OH}^-]$  استفاده کنیم، در محلول‌های غیرآبی که حلال آن‌ها آب نیست، تعادل‌های دیگری برقرار است.



## ۱۰۲- گزینهی «۱»

در مورد گزینه «۱»: در سوختن کامل بنزین (ایزواوکتان) نسبت استوکیومتری بنزین به اکسیژن ۱ به ۱۲/۵ است.

توجه: حدود ۲۰ درصد از حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد. بنابراین در سوختن کامل بنزین (ایزواوکتان) تقریباً نسبت استوکیومتری بنزین به هوا ۱ به ۶۲/۵ است.

در مورد گزینه «۲»:

محدود کننده	نسبت سوخت به اکسیژن	
بنزین	$\frac{1}{16}$	حرکت با سرعت معمولی
اکسیژن	$\frac{1}{12}$	هنگام روشن کردن موتور
اکسیژن	$\frac{1}{9}$	هنگام درجا کار کردن

در مورد گزینهی «۴»: بنزین مخلوطی از چند هیدروکربن متفاوت با ۵ تا ۱۲ اتم کربن است که به صورت ایزواوکتان خالص در نظر گرفته می‌شود.

## ۱۰۳- گزینهی «۳»

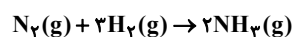
$$? \text{LCO}_2 = 2 \text{molCO}_2 \times \frac{22 / 4 \text{LCO}_2}{1 \text{molCO}_2} = 44 / 8 \text{LCO}_2$$

$$? \text{LCO}_2 = 2 \text{molCO}_2 \times \frac{44 \text{gCO}_2}{1 \text{molCO}_2} \times \frac{1 \text{LCO}_2}{2 / 2 \text{gCO}_2} = 40 \text{LCO}_2$$

$$\frac{44 / 8 \text{L}}{40 \text{L}} = 1 / 12$$

## ۱۰۴- گزینهی «۴»

ابتدا واکنش دهنده محدودکننده را تعیین می‌کنیم، طبق قانون نسبت‌های ترکیبی گی‌لوساک داریم:



$$\frac{1 \text{LN}_2}{1} > \frac{15 \text{LH}_2}{3} \Rightarrow \text{H}_2 \text{ محدودکننده است.}$$

گاز درون ظرف شامل  $\text{N}_2$  اضافی و  $\text{NH}_3$  تولیدی است.

$$? \text{LN}_2 = 15 \text{LH}_2 \times \frac{1 \text{LN}_2}{3 \text{LH}_2} = 5 \text{LN}_2$$

$$\text{مقدار } \text{N}_2 \text{ باقی مانده} = 8 - 5 = 3 \text{L}$$

$$? \text{LNH}_3 = 15 \text{LH}_2 \times \frac{2 \text{LNH}_3}{3 \text{LH}_2} = 10 \text{LNH}_3$$

$$\text{گاز کل} = 3 \text{LN}_2 + 10 \text{LNH}_3 = 13 \text{L} \text{ (باقی مانده)}$$

## ۱۰۵- گزینهی «۲»

عبارات (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت (أ): براساس قانون نسبت‌های ترکیبی گی‌لوساک، در دما و فشار ثابت، گازها با نسبت‌های حجمی معینی با هم واکنش می‌دهند.

عبارت (پ): براساس قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، یک مول از گازهای مختلف حجم ثابت و برابری دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهی «۱»:  $\text{Na}_2\text{O}$  یک اکسید بازی است، از این رو، با آب وارد واکنش شده و  $\text{NaOH}$  را تولید می‌کند. پس از تفکیک یونی  $\text{NaOH}$ ، یون‌های  $\text{OH}^-(\text{aq})$  در آب آزاد می‌شوند و محلول حاصل دارای خاصیت بازی می‌شود. از این رو، شناساگر فنول‌فتالین در این محلول به‌رنگ ارغوانی درمی‌آید.

گزینهی «۲»: خون انسان دارای  $7 < \text{pH} < 8$  بوده و اندکی دارای خاصیت بازی است، سرکه هم که دارای استیک اسید است، دارای خاصیت اسیدی می‌باشد.

گزینهی «۳»: با افزایش یک باز قوی،  $[\text{OH}^-(\text{aq})]$  افزایش و  $[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]$  کاهش می‌یابد، اما  $K_w$  فقط تابع دما است و با تغییر غلظت یون‌ها، مقدار  $K_w$  تغییر نمی‌کند.

## ۹۹- گزینهی «۲»

• نمونه‌ای از یک شیر ترش شده و شیر تازه هر دو دارای  $\text{pH}$  کوچک‌تر از ۷ می‌باشند. (درست)

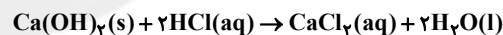
•  $\text{pH}$  سنج دیجیتال،  $\text{pH}$  دقیق و شناساگر،  $\text{pH}$  تقریبی محلول را نشان می‌دهد. (نادرست)

• عصاره‌ی گوجه‌فرنگی اسیدی است و در آن  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  از  $[\text{OH}^-]$  بیش‌تر است. (درست)

•  $\text{pH}$  مقیاسی برای مقایسه‌ی خلصت اسیدی است نه قدرت اسیدی. (نادرست)

## ۱۰۰- گزینهی «۲»

با افزودن کلسیم هیدروکسید واکنش زیر صورت می‌گیرد:



درصد جرمی اولیه محلول هیدروکلریک اسید را  $a$  درصد در نظر می‌گیریم.

$$? \text{molHCl} = 2 \text{mL محلول} \times \frac{2 / 5 \text{g محلول}}{1 \text{mL محلول}} \times \frac{a \text{gHCl}}{100 \text{g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{molHCl}}{36 / 5 \text{gHCl}} = \frac{a}{73} \text{molHCl}$$

$$? \text{molCa}(\text{OH})_2 = 4 / 4 \text{g} \times \frac{1 \text{mol}}{74 \text{g}} = 0 / 06 \text{mol}$$

$$\Rightarrow \text{HCl} = 2 \times 0 / 06 = 0 / 12 \text{mol}$$

$$\text{pH} = 0 / 1$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0 / 1} = 10^{-0 / 9} = 10^{-0 / 9} \times 10^{-1} = (10^{-0 / 3})^3 \times 10^{-1}$$

$$(\log 2 = 0 / 3 \Rightarrow 10^{-0 / 3} = 2) \Rightarrow [\text{H}^+] = 2^3 \times 10^{-1} = 0 / 8 \text{mol.L}^{-1}$$

$$[\text{HCl}] = \frac{a}{100 \text{mL}} \times \frac{100 \text{mL}}{1 \text{L}} = 0 / 8$$

$$\Rightarrow \frac{10a}{73} = 2 \Rightarrow a = 14 / 6\%$$

## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینهی «۴»

برای پر کردن بی‌خطر کیسه‌های هوا، مواد مورد نیاز به‌ترتیب وارد واکنش از نوع تجزیه، جابه‌جایی یگانه و ترکیب می‌شوند.



۴ گرم گاز متان معادل ۰/۲۵ مول متان است:

$$? \text{ mol CH}_4 = 4 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 0.25 \text{ mol CH}_4$$

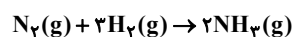
$$? \text{ mol CO}_2 = 11 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.25 \text{ mol CO}_2$$

۱۱ گرم گاز کربن دی‌اکسید معادل ۰/۲۵ مول CO<sub>۲</sub> است:

$$? \text{ mol CO}_2 = 11 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.25 \text{ mol CO}_2$$

توجه: چون مول CO<sub>۲</sub> و CH<sub>۴</sub> (در دما و فشار یکسان) با هم برابر است بنابراین حجم برابری نیز دارند.

### ۱۰۶- گزینهی «۲»



$$? \text{ mol N}_2 = 14 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} = 0.5 \text{ mol N}_2$$

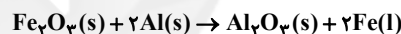
$$? \text{ mol H}_2 = 12 / 0.44 \times 10^{23} \text{ H}_2 \text{ مولکول} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ H}_2 \text{ مولکول}}$$

$$= 2 \text{ mol H}_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{N}_2 : \frac{0.5}{1} = 0.5 \\ \text{H}_2 : \frac{2}{3} \approx 0.67 \end{cases}$$

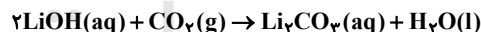
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهی «۱»: در واکنش ترمیت مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر ۶ است.



گزینهی «۳»: سیلیسیم خالص را در تراشه‌های الکترونیکی و سلول‌های خورشیدی به کار می‌برند.

گزینهی «۴»: در واکنش محلول لیتیم هیدروکسید با کربن دی‌اکسید، مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها برابر ۳ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر ۲ است.



### ۱۰۷- گزینهی «۳»



توجه: فرض می‌کنیم x گرم پتاسیم نیترات ناخالص داریم:

$$? \text{ LO}_2 = x \text{ g KNO}_3 \times \frac{50 / 56 \text{ g KNO}_3}{100 \text{ g KNO}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{22 / 4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 0.056x \text{ LO}_2 \text{ (مقدار نظری)}$$

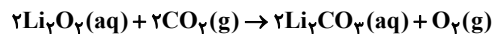
$$\text{مقدار نظری} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{11 / 2}{0.056x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = \frac{20000}{80} = 250 \text{ g KNO}_3$$

بنابراین ۲۵۰ گرم پتاسیم نیترات ناخالص نیاز داریم.

### ۱۰۸- گزینهی «۳»

واکنش تأثیر CO<sub>۲</sub> بر لیتیم پراکسید (Li<sub>۲</sub>O<sub>۲</sub>) برای تصفیه هوای فضاپیما و واکنش تجزیه‌ی سدیم هیدروژن کربنات به صورت زیر است:



### ۱۰۹- گزینهی «۲»

ابتدا باید مول CO و H<sub>۲</sub> حاصل از واکنش اول را به دست آوریم.

$$? \text{ mol CO} = 48 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{1 \text{ mol CH}_4} = 3 \text{ mol CO}$$

$$? \text{ mol H}_2 = 48 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{3 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol CH}_4} = 9 \text{ mol H}_2$$

جرم CH<sub>۳</sub>OH تولیدشده و تعداد مول و حجم H<sub>۲</sub> باقی‌مانده عبارتند از:

$$? \text{ g CH}_3\text{OH} = 3 \text{ mol CO} \times \frac{60}{100} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CO}}$$

$$\times \frac{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} = 57.6 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

$$\text{H}_2 \text{ مصرفی} = 3 \text{ mol CO} \times \frac{60}{100} \times \frac{2 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol CO}} = 3.6 \text{ mol H}_2$$

$$\text{H}_2 \text{ باقی‌مانده} = 9 \text{ mol} - 3.6 \text{ mol} = 5.4 \text{ mol H}_2$$

$$? \text{ LH}_2 = 5.4 \text{ mol H}_2 \times \frac{2 \text{ g H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{1 \text{ LH}_2}{0.08 \text{ g H}_2} = 135 \text{ LH}_2$$

### ۱۱۰- گزینهی «۴»

انرژی گرمایی هم به تعداد ذرات جسم و هم به انرژی جنبشی ذرات بستگی دارد. گزینهی «۴» در واقع همان تعریف انرژی گرمایی است که برای جسم A بیش‌تر از B فرض شده است.

گزینهی «۱»: می‌تواند بالا بودن انرژی گرمایی A به دلیل زیاد بودن انرژی جنبشی هر ذره باشد نه زیاد بودن تعداد ذرات (جرم)

گزینه‌های «۲» و «۳»: امکان دارد تعداد ذرات A بیش‌تر باشد ولی انرژی هر ذره یا میانگین انرژی ذرات (دمای آن) کم‌تر باشد.

### ۱۱۱- گزینهی «۲»

با توجه به شکل، آنتالپی سامانه افزایش یافته است و با توجه به این که حل شدن آمونیوم نیترات در آب گرماگیر است جواب سؤال گزینهی «۲» می‌باشد.

### ۱۱۲- گزینهی «۱»

دمای یک جسم بیان‌گر میانگین انرژی جنبشی ذرات تشکیل‌دهنده آن جسم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهی «۲»: ظرفیت گرمایی کمیتهی مقداری است و به جرم ماده بستگی دارد.

جرم  $C = c \times \text{ویژه}$

$$\Rightarrow \frac{\text{ظرفیت گرمایی نمونهی ۸ گرمی آب}}{\text{ظرفیت گرمایی نمونهی ۱/۶ گرمی آب}} = \frac{c \times ۸ \text{ ویژه}}{c \times 1 / 6 \text{ ویژه}} = ۵$$

گزینهی «۳»: ظرفیت گرمایی ویژه و ظرفیت گرمایی مولی آب در سه حالت مایع، گاز و جامد با هم تفاوت دارد.



حال می‌توانیم ظرفیت گرمایی ۱۰۰ گرم اتانول را محاسبه کنیم:

$$100 \text{ g} \times 2 / 46 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} = 246 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1}$$

برای محاسبه‌ی ظرفیت گرمایی مولی نیز کافی است از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم:

$$\text{ویژه} \times \text{جرم مولی} = \text{ظرفیت گرمایی مولی}$$

$$c_{\text{مولی}} = 46 \times 2 / 46 = 112 / 16 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$

#### ۱۱۷- گزینه‌ی «۴»

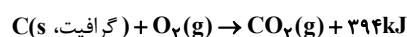
در شرایط استاندارد ترمودینامیکی و دمای  $25^\circ\text{C}$ ، واکنش تشکیل اتان گرماده و واکنش تشکیل اتن گرماگیر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه‌ی «۱»: برای محاسبه‌ی آنتالپی یک واکنش افزون بر مشخص بودن دما و فشار باید حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها هم مشخص باشد.

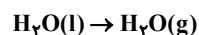
گزینه‌ی «۲»: حالت استاندارد ترمودینامیکی، پایدارترین شکل ماده خالص در فشار  $1 \text{ atm}$  و دمایی مشخص است.

گزینه‌ی «۳»: آنتالپی استاندارد تشکیل کربن دی‌اکسید با آنتالپی استاندارد سوختن (گرافیت،  $\text{C(s)}$ ) برابر است:



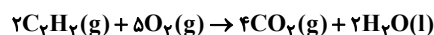
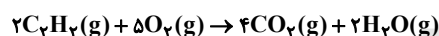
$$\Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} \text{CO}_2(\text{g}) = \Delta H^\circ_{\text{سوختن}} \text{C(s)} = -394 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

#### ۱۱۸- گزینه‌ی «۱»



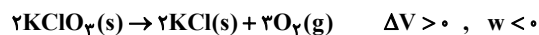
فرایند تبخیر آب با افزایش حجم همراه است ( $\Delta V > 0$ ) و سامانه روی محیط کار انجام می‌دهد در نتیجه طبق رابطه‌ی  $\Delta H = \Delta E - w$ ، مقدار  $\Delta E$  از مقدار  $\Delta H$  کمتر خواهد بود. (مورد آ، درست است).

واکنش سوختن گاز اتین در هر دو حالت به صورت زیر است:



چون در هر دو حالت تعداد مول‌های گازی سمت واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است ( $\Delta V < 0$ )، پس در هر دو حالت، محیط روی سامانه کار انجام داده و  $w > 0$  است. (مورد ب، درست است).

ظرفیت گرمایی ویژه، دما و چگالی خاصیت شدتی و بقیه مقدراری هستند. (مورد پ، نادرست است).



با توجه به فرمول  $\Delta H = \Delta E - w$ ، می‌توان نتیجه گرفت که  $\Delta H > \Delta E$  است. (مورد ت، درست است).

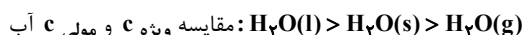
#### ۱۱۹- گزینه‌ی «۳»

بررسی گزینه‌ها:

$$w = +400 \text{ J} \quad q = -12552 \text{ J} - (3000 \times 4 / 184) \quad (1)$$

$$\Rightarrow \Delta E = -12552 + 400 = -12152 \text{ J}$$

(۲) این واکنش گرماده است؛ در نتیجه  $\Delta H$  آن منفی می‌باشد. از طرفی چون  $\Delta V > 0$ ،  $w < 0$  است. در نتیجه  $w$  و  $\Delta H$  هم علامت هستند.



گزینه‌ی «۴»: اگر به دو جسم که جرم یکسانی دارند، گرمای برابری دهیم، جسمی که ویژه  $c$  بیش‌تری دارد، افزایش دمای کم‌تری دارد.

$$q = mc \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{q}{m \times c \text{ ویژه}}$$

$\Delta T$  با ویژه  $c$  رابطه‌ی عکس دارد  $\Rightarrow$

#### ۱۱۳- گزینه‌ی «۲»

عبارت‌های (آ) و (پ) نادرست هستند. بیان درست عبارت‌ها به صورت زیر می‌باشد:

عبارت (آ): سامانه یا سیستم بخشی از جهان است که برای مطالعه انتخاب شده و تغییر انرژی آن بررسی می‌شود.

توجه: هر چیز دیگری که پیرامون سامانه باشد، محیط نامیده می‌شود.

عبارت (پ): خواصی با یکاهای  $\text{g.L}^{-1}$  (چگالی) و  $\text{J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  (ظرفیت گرمایی ویژه) هر دو جزو خواص شدتی می‌باشند.

#### ۱۱۴- گزینه‌ی «۱»

یک مول گوگرد را باید برای تشکیل یک مول گوگرد دی‌اکسید سوزاند پس گرمای تشکیل  $\text{SO}_2$  همان گرمای سوختن  $\text{S}$  است.

$$q = m \cdot c \cdot \Delta T = 450 \times 4 / 2 \times 10 = 18 / 9 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol S} \times \frac{32 \text{ g S}}{1 \text{ mol S}} \times \frac{-18 / 9 \text{ kJ}}{2 / 1 \text{ g S}} = -288 \text{ kJ}$$

بنابراین گرمای تشکیل  $\text{SO}_2$  در این شرایط برابر با  $-288$  کیلوژول بر مول است.

#### ۱۱۵- گزینه‌ی «۱»

هرچه سطح آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر و سطح آنتالپی فراورده‌ها بالاتر باشد، در یک واکنش گرماده همانند سوختن، گرمای کم‌تری آزاد می‌شود.

در سمت واکنش‌دهنده، سطح آنتالپی الکل مایع پایین‌تر از حالت گازی آن است و در سمت فراورده سطح آنتالپی آب در حالت گازی بالاتر از آب در حالت مایع است. سایر شرایط هم برای همه یکسان است. بنابراین تفاوت در بین دو سطح، در گزینه‌ی «۱» کم‌تر است.

#### ۱۱۶- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم:

$$q = m \times c \text{ ویژه} \times \Delta T$$

$$\text{ویژه} \times \text{ظرفیت گرمایی} = m \times c \text{ ویژه}$$

$$\text{ویژه} \times \text{جرم مولی} = \text{ظرفیت گرمایی مولی}$$

ابتدا ظرفیت گرمایی ویژه را محاسبه می‌کنیم:

$$q = m \times c \text{ ویژه} \times \Delta T$$

$$\Rightarrow 4 / 92 \times 10^3 = 100 \times c \text{ ویژه} \times (45 - 25)$$

$$\Rightarrow c \text{ ویژه} = \frac{4920}{100 \times 20}$$

$$\Rightarrow c \text{ ویژه} = 2 / 46 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$



با توجه به آرایش الکترونی هر اتم و یون  $X^+$  آن، بیش‌ترین انرژی نخستین یونش مربوط به **D** و بیش‌ترین انرژی دومین یونش مربوط به **B** می‌باشد؛ زیرا هرچه تعداد لایه‌ها کم‌تر باشد انرژی یونش بیش‌تر است.

#### ۱۲۴- گزینهی «۲»

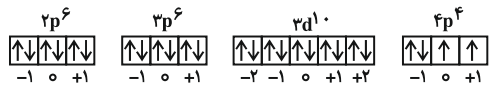
در میان عناصر دوره‌های دوم و سوم جدول تناوبی دو گاز نجیب هلیم و نئون کم‌ترین اختلاف انرژی یونش را دارند و اختلاف انرژی یونش بین فلز قلیایی دوره سوم و گاز نجیب هلیم مقدار بیش‌تری نسبت به بقیه‌ی اختلاف‌ها دارد. به این ترتیب **E** گاز نجیب و **F** فلز قلیایی دوره‌ی بعد می‌باشد. از سویی گاز نجیب در الکترون‌نگاتیوی مورد بررسی قرار نمی‌گیرد و در هر دوره الکترون‌نگاتیوی‌ترین عنصر، هالوژن آن می‌باشد.

#### ۱۲۵- گزینهی «۲»

بررسی موارد:  
 آ- در عنصرهای دسته‌ی **p** فقط چند عنصر فلز وجود دارد و بقیه‌ی فلزهای جدول متعلق به دسته‌ی **s**، **d** و **f** می‌باشند.  
 ب- همه‌ی گازهای نجیب (به‌جز **He**) جزو عناصر دسته‌ی **p** هستند.  
 پ- هیدروژن (**H<sub>۲</sub>**) یک مولکول دو اتمی گازی شکل است که در این دسته قرار ندارد.  
 ت- در بین عنصرهای دسته‌ی **p**، عنصر **Br<sub>۲</sub>** مایع، برخی مثل ید، فسفر و گوگرد جامد و برخی مثل **Ne**، **N<sub>۲</sub>** و **F<sub>۲</sub>** گاز می‌باشند.

#### ۱۲۶- گزینهی «۲»

این عنصر **Se** با عدد اتمی ۳۴ می‌باشد، بنابراین:  
 $Se: 1s^2/2s^2 2p^6/3s^2 3p^6 3d^10/4s^2 4p^4$   
 با توجه به آرایش الکترونی آن دومین جهش ناگهانی در **IE<sub>۵</sub>** ظاهر می‌شود و  $\gamma$  الکترون دارای  $m_l = +1$  هستند.

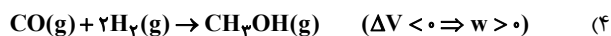


$$2+2+2+1=7$$

#### ۱۲۷- گزینهی «۴»

دلایل نادرستی بقیه‌ی گزینه‌ها:  
 گزینهی «۱»: مجموع تعداد عنصرهای شبه‌فلزی در گروه‌های ۱۴ و ۱۵ برابر ۴ است ولی مجموع تعداد این عناصر در تناوب‌های ۳ و ۴ برابر ۳ است.  
 گزینهی «۲»: هسته‌ی پایدارترین شکل اورانیم تا نزدیک به ۴/۵ میلیارد سال پایدار است اما عمر هسته‌ی بقیه‌ی اکتینیدها (به‌جز توریم) به اندازه‌ی کوتاهی است که هر مقدار از آن که در زمان پیدایش زمین تشکیل شده است، باید تاکنون متلاشی شده باشد.  
 گزینهی «۳»: قلع دارای ۲ نوع کاتیون با بارهای +۲ و +۴ است که آرایش الکترونی هیچ‌کدام به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد و در  $Sn^{2+}$  از تعداد لایه‌ها کاسته نمی‌شود.

۳) سنگ معدن آهن دارای فرمول شیمیایی  $Fe_3O_4$  است.



#### ۱۲۰- گزینهی «۳»

الف - به علت ویژگی‌های ماده، انرژی درونی میان همه‌ی ذرات یک ماده به‌طور غیر یکنواخت تقسیم می‌شود و توزیع انرژی میان همه‌ی ذره‌ها یکسان نیست.  
 ب - در میان دگرشکل‌های کربن، گرافیت به‌عنوان حالت استاندارد انتخاب شده است.  
 ج - با توجه به معادله‌ی موازنه‌شده‌ی سوختن اتان، اتین و اتن و آنتالپی استاندارد سوختن آن‌ها، این مورد درست است.  
 د- آنتالپی استاندارد ذوب را در دمای ذوب آن ماده اندازه‌گیری می‌کنند.  
 ه - با توجه به ویژگی‌های ماده در حالت گاز و مایع و انواع حرکت‌های گرمایی آن‌ها، آنتالپی استاندارد تبخیر مواد از آنتالپی استاندارد ذوب آن‌ها بیش‌تر است.

#### شیمی ۲

#### ۱۲۱- گزینهی «۲»

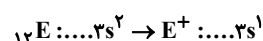
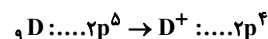
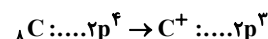
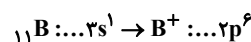
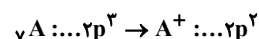
بررسی سایر گزینه‌ها:  
 گزینهی «۱»: جای خالی یک عنصر میان کلسیم و تیتانیم در جدول اولیه مندلیف وجود داشت. امروزه این عنصر را با نام اسکاندیم می‌شناسیم.  
 گزینهی «۳»: جیوه در دمای اتاق، به حالت مایع است.  
 گزینهی «۴»: در سال‌های اخیر، چند ترکیب شیمیایی از عنصرهای کریپتون، زنون و رادون ساخته شده است.

#### ۱۲۲- گزینهی «۴»

این عنصر در دوره‌ی چهارم و گروه ۱۳ قرار دارد. این عنصر گالیم می‌باشد که مندلیف آن را اکالومینیم نامیده بود و با اکسیژن اکسیدی به فرمول  $Ga_2O_3$  می‌دهد. گالیم فلزی است که در کف دست به آرامی ذوب می‌شود. این عنصر با از دست‌دادن سه الکترون نمی‌تواند به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسد.

#### ۱۲۳- گزینهی «۱»

در دومین یونش باید از یون  $X^+$  در حالت گازی الکترون جدا کرد:

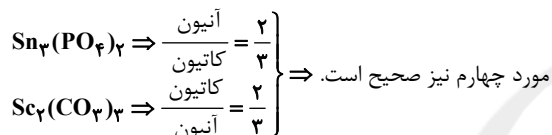


## ۱۳۳- گزینهی «۲»

انرژی شبکه: انرژی حاصل از تشکیل یک مول جامد یونی، از یون‌های گازی سازنده‌اش.  
ترکیب حاصل در گزینه «۳» منیزیم پراکسید (نه منیزیم اکسید) است.

## ۱۳۴- گزینهی «۳»

$3N_A =$  تعداد الکترون‌های مبادله‌شده به‌ازای تشکیل یک مول  $AlCl_3$   
 $6N_A =$  تعداد اتم‌ها در یک مول  $KMnO_4$   
در نتیجه مورد اول صحیح است.  
عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون به تعداد یون‌ها و شعاع آن‌ها بستگی دارد. (مورد دوم نادرست)  
بر اساس جداول صفحه‌ی ۵۶ کتاب درسی، انرژی شبکه‌ی  $RbCl$  از  $KBr$  بیش‌تر ولی دمای ذوب آن کم‌تر است. (مورد سوم صحیح است)

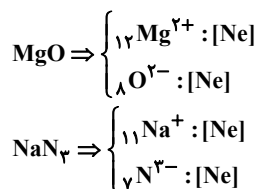


## ۱۳۵- گزینهی «۴»

منیزیم فسفات:  $Mg_3(PO_4)_2$  و استانیک سولفات:  $Sn(SO_4)_2$   
کلسیم نترات:  $Ca(NO_3)_2$  و فریک فسفات:  $FePO_4$   
روی کلرید:  $ZnCl_2$

## ۱۳۶- گزینهی «۴»

مورد اول: درست



مورد دوم: نادرست.

یون آزید ( $N_3^-$ )، یونی چند اتمی است و فقط از یک نوع عنصر تشکیل شده است.

یون پراکسید ( $O_2^{2-}$ )، یونی چند اتمی است و فقط از یک نوع عنصر تشکیل شده است.

مورد سوم: نادرست. فلزات قلع ( $Sn$ ) و سرب ( $Pb$ ) یون‌های  $2+$  و  $4+$  تشکیل می‌دهند.

مورد چهارم: نادرست. بیش‌تر ترکیبات یونی، نقطه‌ی ذوب و جوش بالایی دارند.

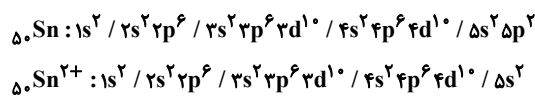
## ۱۳۷- گزینهی «۴»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تمامی نمک‌ها در آب حل نمی‌شوند. برای مثال  $AgCl$  یا  $PbCrO_4$  نمک‌های نامحلول در آب هستند.

گزینه «۲»: در آمونیوم نترات سه نوع عنصر  $N$ ،  $O$  و  $H$  وجود دارد. پس ترکیب یونی سه تایی نام می‌گیرد.

گزینه «۳»: انرژی شبکه می‌تواند معیار خوبی برای اندازه‌گیری قدرت پیوند در ترکیب‌های یونی باشد.



## ۱۲۸- گزینهی «۱»

- فراوان‌ترین فلز قلیایی خاکی کلسیم است که دمای ذوب بیش‌تری از پتاسیم و گالیم دارد.

- در تمامی گروه‌های جدول، آرایش الکترونی لایه‌ی ظرفیت یکسان نمی‌باشد. (مانند گروه ۱۸)

- در نخستین ستون جدول مندلیف عنصرهای گروه‌های ۱ و ۱۱ وجود دارند.

- در چهار دوره‌ی اول جدول ۹ عنصر به‌صورت گازی و ۴ عنصر شبه‌فلزی وجود دارد.

## ۱۲۹- گزینهی «۱»

در یک گروه از بالا به پایین با افزایش عدد اتمی بار مثبت هسته و بار مؤثر هسته افزایش می‌یابد و در طول یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، بار مؤثر هسته افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در یک گروه از پایین به بالا انرژی نخستین یونش افزایش ولی شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: سزیم ( $Cs$ ) کم‌ترین الکترونگاتیوی و فلوتور ( $F$ ) بیش‌ترین الکترونگاتیوی جدول را دارد.

گزینه «۴»: در یک دوره از چپ به راست انرژی نخستین یونش در حالت کلی روند افزایشی دارد اما در گروه‌های ۲ و ۱۵ به علت آرایش نیمه‌پر و پایدارتر، انرژی نخستین یونش از عنصر گروه بعدی بیش‌تر است.

## ۱۳۰- گزینهی «۲»

عناصر ۸۹ تا ۱۰۲ جدول تناوبی اکتینیدها هستند که در این عناصر زیرلایه  $4f$  پر شده است و زیرلایه  $5f$  نیز در حال دریافت الکترون می‌باشد، همگی پرتوزا هستند و در عناصر پرتوزا ساختار هسته نسبت به آرایش الکترونی اهمیت بیش‌تری دارد، به‌طور مثال از فروپاشی هسته اتم اورانیوم انرژی لازم برای نیروگاه‌ها تأمین می‌شود. در ضمن عناصر گروه دوم نسبت به فلزات گروه اول هم‌دوره‌ی خود، سخت‌تر، چگال‌تر و دیرذوب‌تر هستند و شعاع اتمی کم‌تری دارند.

## ۱۳۱- گزینهی «۴»

موارد  $A$ ،  $B$  و  $T$  درست هستند و  $P$  نادرست است.

در مورد  $P$  این عناصر به دسته‌ی  $p$  تعلق دارند ولی همه نافلز نیستند، بلکه برخی شبه‌فلزند مثل  $B$  و  $E$ .

## ۱۳۲- گزینهی «۳»

اتم گازهای نجیب به جز هلیم ( $He$ ) در آخرین لایه‌ی الکترونی خود، هشت الکترون دارند.