

# ENERGY WORK

Work&EnergyHandout

سایت کنکور

Written by: Eng. Abbas Moutab



سایت کنکور

## انرژی های مورد نیاز فصل:

الف) انرژی جنبشی: انرژی که یک جسم متحرک به دلیل حرکت خود داراست (انرژی جنبشی جسم ساکن صفر است):

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

جرم  $m$  (kg)      سرعت  $V$  (m/s)

$V$  سرعت جرم  $m$  جرم جرم

❖ رابطه انرژی جنبشی با اندازه حرکت (تکانه)

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \xrightarrow{P=mV} K = \frac{P^2}{2m}$$

تکانه

ب) انرژی پتانسیل گرانشی: انرژی که اجسام صرفاً به علت ارتفاعشان از سطح زمین دارند:

$$U = mgh$$

جرم  $m$  (kg)      ارتفاع  $h$  (m)

نسب برانش زمین  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

پ) انرژی پتانسیل کشسانی: انرژی که اجسامی مانند فنر، کش و ... می توانند در خود ذخیره کنند:

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

ثابت فنر  $k$       تغییر طول فنر  $\Delta x$

تغییر طول فنر

ت) انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل یک جسم می گویند:

$$E = U + K$$

عده ثابت

مثال ۱) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:

- ❖ انرژی کمیتی نرده‌ای... است
- ❖ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به محل مبدأ بستگی... ندارد.
- ❖ به انرژی ذخیره شده در فنر می‌توانیم **بسیل کینتیک** می‌گوییم
- ❖ اگر انرژی جنبشی جسمی متغی باشد، حرکت آن... **کنند بی‌نویز** است
- ❖ اگر انرژی جنبشی جسمی دو برابر شود، مکانه آن... **چهار برابر** می‌شود

مثال ۲) دو گلوله A و B مکانه C یکسانی دارند. اگر جرم گلوله C، B، سه برابر جرم گلوله C، A باشد و انرژی جنبشی A، 18J باشد. انرژی جنبشی B چند ژول است؟

2 (۱)      6 (۲)      12 (۳)      48 (۴)

$$\frac{k_B}{k_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 \xrightarrow{P_A = P_B, v_A = 3v_B} \frac{k_B}{18} = 3 \times \left( \frac{1}{3} \right)^2 \Rightarrow k_B = 7J$$

مثال ۳) جرمی در مسیر مستقیم با سرعت ۷ در حال حرکت است. اگر سرعت این جرم  $5 \frac{m}{s}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 44% افزایش می‌یابد. ۷ چند متر بر ثانیه بوده است؟

5 (۱)      10 (۲)      20 (۳)      25 (۴)

$$k_2 = k_1 + 44\% k_1 = 1.44 k_1 \Rightarrow \frac{1.44}{1.00} = \left( \frac{5 + v_1}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{5 + v_1}{v_1} \Rightarrow v_1 = 25 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_1 + 5$$

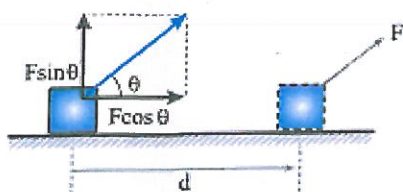
مثال ۴) جرمی به وزن 500N را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه 30° می‌سازد بالا می‌کشیم. اگر جابه‌جایی جرم روی سطح 4m باشد، افزایش انرژی پتانسیل آن چند ژول خواهد شد؟

1000 (۱)      2000 (۲)      1000 (۳)      1000√3 (۴)

$$\Delta u = mgh = mg \times d \sin \theta = 500 \times 4 \times \frac{1}{2} = 1000 J$$



## مفهوم کار و کار نیروی محرک :



هرگاه نیرویی سبب جا به جایی جسمی که به آن وارد شده است، شود کار انجام داده است. برای بدست آوردن کار هر نیرویی، مولفه ی نیرو در راستای جا به جایی را در اندازه ی جا به جایی ضرب می کنیم:

$$W_F = Fd \cos \theta$$

زاویه جا به جایی و نیرو

$$\cos 90 = 0$$

کار نیروی عمود بر جا به جایی صفر است



## کار نیروی اصطکاک

به دلیل اینکه نیروی اصطکاک در بیشتر موارد با حرکت جسم روی سطح مخالفت می کند، بنابراین کار این نیرو منفی است :

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180 = -f_k d$$

$$f_k = \mu_k N$$

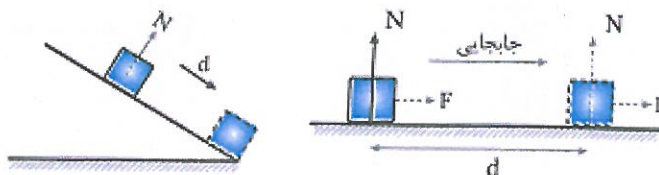
ضریب اصطکاک  
 $\mu_k$  ضریب اصطکاک جنبشی، N نیروی عمودی تکیه گاه

اصطکاک  
 ضد جهت  
 جا به جایی وارد می شود

## کار نیروی عمودی تکیه گاه

نیروی عمودی که سطح به جسم وارد می کند که اغلب زاویه ی بین جا به جایی و این نیرو 90 درجه است در نتیجه کار آن صفر می باشد.

$$\cos 90 = 0$$



کار نیروی وزن (گرانش)

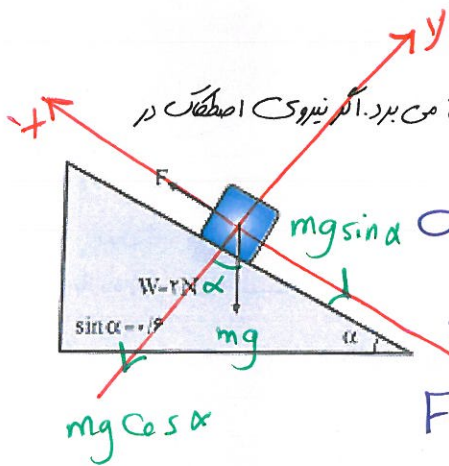
نیروی گرانش زمین  $g$  بر اجسام همواره در راستای قائم و رو به پایین است. بنابراین نیروی گرانش فقط در جا به جایی قائم کار انجام می دهد.



$W_{mg} = mgh \cos 180 = -mgh$  ❖ اگر جسم بالا برود

$W_{mg} = mgh \cos 0 = +mgh$  ❖ اگر جسم پایین برود

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد. (..... و فقط به ..... بستگی دارد.)

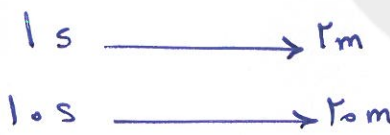


مثال ۱) در شکل زیر نیروی  $F$  وزنی  $200 \text{ نیوتون}$  را با سرعت ثابت  $2 \frac{m}{s}$  روی سطح شیب دار بالا می برد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم  $30 \text{ N}$  باشد، کار نیروی  $F$  در مدت  $10$  ثانیه چند ژول است؟

سرعت ثابت  $a = 0$       6400 (۲)      1200 (۱)

$\sum F_x = 0$       3000 (۳)      2400 (۳)

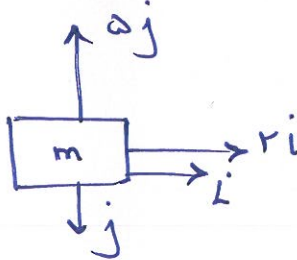
$F = F_k + mg \sin \alpha \Rightarrow F = 30 + 200 \times 0.7 = 150 \text{ N}$



$W_F = Fd \cos \theta = 150 \times 2 = 300 \text{ J}$

مثال ۲) جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  تحت اثر دو نیروی  $F_1 = 2i + 5j$  و  $F_2 = i - j$  از حال سکون به حرکت در می آید. کار برآیند این نیروها در مدت  $4 \text{ s}$  از شروع حرکت چند ژول است؟

- 80 (۴)
- 40 (۳)
- 20 (۲)
- 100 (۱)

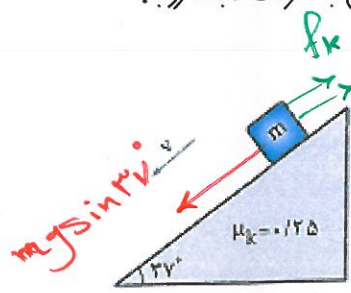


$F = 3i + 4j$   
 $|F| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{2} = 2.5 \Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (2.5) (4)^2 = 20 \text{ m}$

$w = Fd = 5 \times 20 = 100 \text{ J}$

مثال ۳) در شکل زیر، به جرمی به جرم  $m=20\text{kg}$  نیروی مناسب  $F$  به موازات سطح شیبدار وارد می شود تا جسم با سرعت ثابت رویه پایین سطح حرکت کند. کار نیروی  $F$  در مدت که جسم  $2\text{m}$  روی سطح پایین می آید، چند ژول است؟



سرعت ثابت  $a=0$

$$F + F_k = mg \sin 37^\circ$$

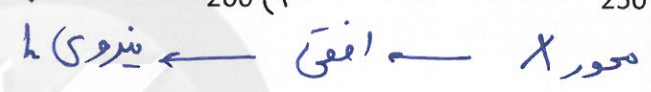
- (۱) -260
- (۲) -160
- (۳) +160
- (۴) +260

$$F = mg \sin 37^\circ - \mu_k mg \cos 37^\circ = 20 \times 10 \times 0.6 - 20 \times 10 \times 0.25 \times 0.8 = 100 \text{ N}$$

کار  $W_F = F \cdot d = 100 \times 2 = 200 \text{ J}$  خدا جفت -170

مثال ۴) جرمی به جرم  $3\text{kg}$  روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت  $F=15i+20j$  به جسم وارد می شود و جسم روی محور  $x$ ،  $10\text{m}$  جا به جا می شود. کار نیروی  $F$  در این جا به جا به چه جایی چند ژول است؟

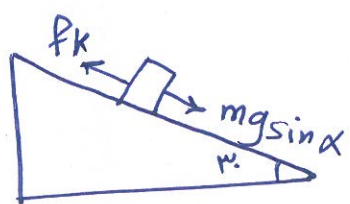
- (۱) 250
- (۲) 200
- (۳) 150
- (۴) 100



$$W = F \cdot d = 15 \times 10 = 150$$

مثال ۵) جرمی به جرم  $2\text{kg}$  روی سطح شیبداری که با سطح افقی زاویه  $30^\circ$  می سازد، با سرعت ثابت رو به پایین می لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه  $2\text{m}$  جا به جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟

- (۱)  $-20\sqrt{3}$
- (۲)  $-10\sqrt{3}$
- (۳) -10
- (۴) -20



$$F_k = mg \sin \alpha = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ N}$$

$$W_{F_k} = -F_k \cdot d = -10 \times 2 = -20 \text{ J}$$

مثال ۶) جرمی به جرم  $5\text{kg}$  در کف آسانسوری که با شتاب  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت بالا در حرکت است، قرار دارد. کار نیروی عمودی تکیه گاه در  $4\text{m}$  اول حرکت چند ژول است؟

- (۱) 0
- (۲) 120
- (۳) 240
- (۴) 260

آسانسور  $a' = g + a = 10 + 2 = 12$  آسانسور رو به بالا تند شونده

$$N = ma' = 5 \times 12 = 60 \text{ N}$$

$$W_N = N \cdot d \cdot \cos \alpha = 60 \times 4 \times \cos 0 = 240 \text{ J}$$

آسانسور  $W_N$  صفر نیست

مثال ۷) جرم به جرم 200gr از ارتفاع 10m سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود و با سرعت  $11 \frac{m}{s}$  به زمین می رسد. کار نیروی جاذبه  $K$  زمین در این جا به جایی چند ژول است؟

20 (۴)

12.1 (۳)

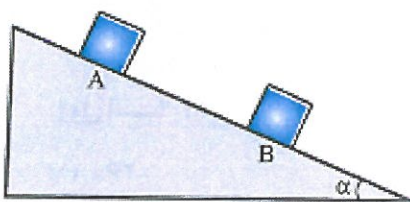
10 (۲)

7.9 (۱)

$$W_{mg} = mgh = 0.2 \times 10 \times 10 = 20$$

ارتفاع به درد نخورد 

مثال ۸) در شکل مقابل، جسم روی سطح شیب دار لغزیده و از نقطه  $K$  به  $A$  و  $B$  می رسد. کار نیروی وزن در این جا به جایی چگونه است؟



(۱) اگر حرکت یکنواخت باشد، صفر است

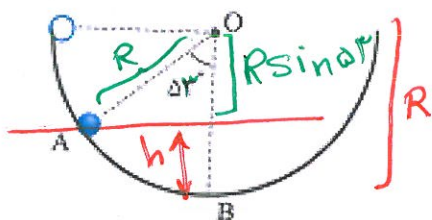
(۲) مقدار ثابتی است و به نوع حرکت جسم بستگی ندارد ✓

(۳) اگر اصطکاک نباشد بیشینه است

(۴) همواره صفر است

کار نیروی وزن  
به نوع حرکت بستگی ندارد

مثال ۹) جرم  $m$  به جرم 100gr درون نیمکره  $K$  صیقلی به قطر 60cm به پایین می لغزد. کار نیروی وزن جسم در جا به جایی از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟



0.18 (۲)

0.12 (۱)

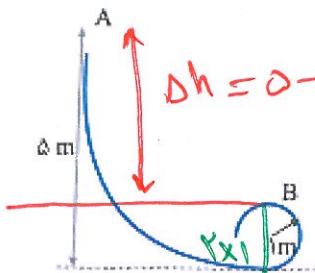
1.8 (۴)

1.2 (۳)

$$h = R - R \sin 30^\circ = R(1 - \sin 30^\circ) = 30(1 - 0.5) = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

$$W = mgh = 0.1 \times 10 \times 0.15 = 1.5 \text{ J}$$

مثال ۱۰) در شکل زیر، جرم به جرم 0.5kg را از نقطه  $K$  رها می کنیم تا در یک سطح قائم میز دایره  $K$  را نیز طی کرده و به نقطه  $B$  برسد. کار نیروی جاذبه در این جا به جایی از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟



$$W_{mg} = mgh = 0.5 \times 10 \times 3 = 15 \text{ J}$$



مثال ۱۱) جسمی به جرم یک کیلوگرم در شرایط خلا را می شود و بعد از 4s به زمین می رسد. کار نیروی وزن در ثانیه ۱ سوم سقوط چند ژول است؟

450 (۴)

400 (۳)

250 (۲)

150 (۱)

$$W = mgh = 1 \times 10 \times 25 = 250$$



$$h = 5m$$

ثانیه اول

$$h = 15m$$

ثانیه دوم

$$h = 25m$$

ثانیه سوم

$$h = 35m$$

ثانیه چهارم

قضیه کار و انرژی:

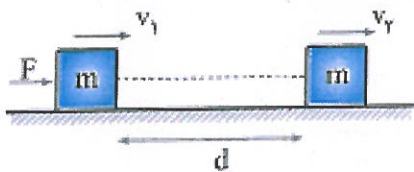
کار کل انجام شده بر روی یک جسم برابر است با تغییرات انرژی جنبشی آن جسم

مجموع تمام کارهای انجام شده

$$W_t = \Delta k = k_2 - k_1 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

$$W_t = W_F + W_{f_k} + W_N + W_{mg} = \sum F \times d$$

اثبات: جسمی به جرم  $m$  را در نظر بگیرید که روی سطح افقی تحت تاثیر نیروی  $F$  سرعتهای  $V_1$  پس از طی مسافت  $d$  به  $V_2$  می رسد

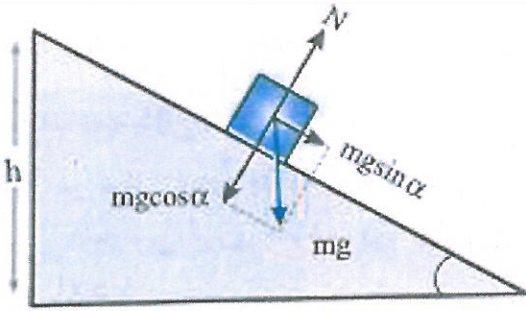


$$W = Fd = ma \left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} \right) = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

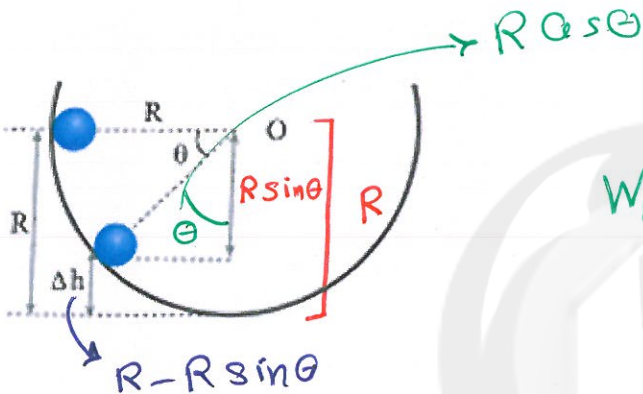
$$\Rightarrow W = k_2 - k_1$$



روی سطح شیب دار و سطوح منحنی داریم:



$$W_{mg} + W_{Fk} + W_F$$



$$W_{mg} + W_{Fk}$$

مثال ۱) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:

- ❖ کار کل انجام شده بر یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی است.
- ❖ اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسم منفی باشد، حرکت جسم توقف کند.
- ❖ کار نیروی مقاومت هوا همیشه منفی است.
- ❖ اگر کار کل نیروهای وارد بر جسم منفی باشد، انرژی جنبشی جسم کاهش یافته است.
- ❖ هرگاه بر روی جسمی فقط نیروی وزن کار انجام دهد و کار این نیرو مثبت باشد، جسم به طرف پایین حرکت می کند.
- ❖ اگر جسم به طرف بالا حرکت کند، کار نیروی وزن منفی است.
- ❖ اگر کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم در یک مسیر صاف باشد تغییر انرژی جنبشی آن صاف است.

مثال ۲) اتومبیلی به جرم 800kg که با سرعت 10 متر بر ثانیه در جاده ای افقی در حرکت است، ترمز می کند و پس از طی مسافتی متوقف

می گردد. کار برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل در مدت ترمز کردن چند ژول است؟

40000 (۴)

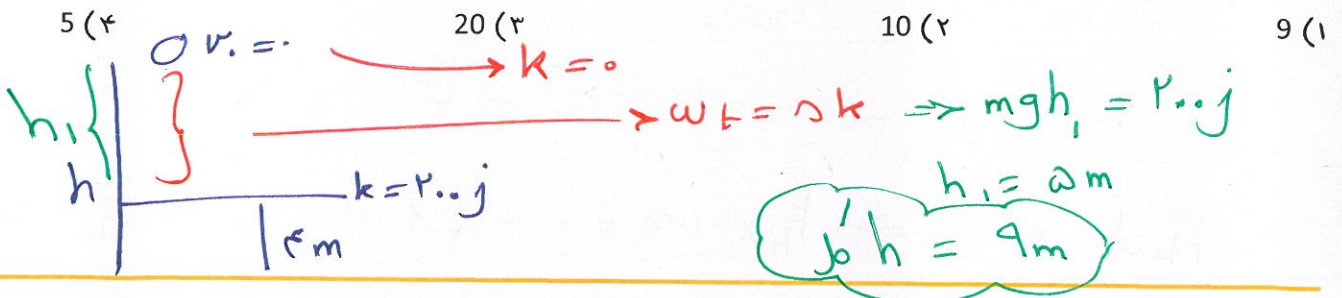
8000 (۳)

-40000 (۲)

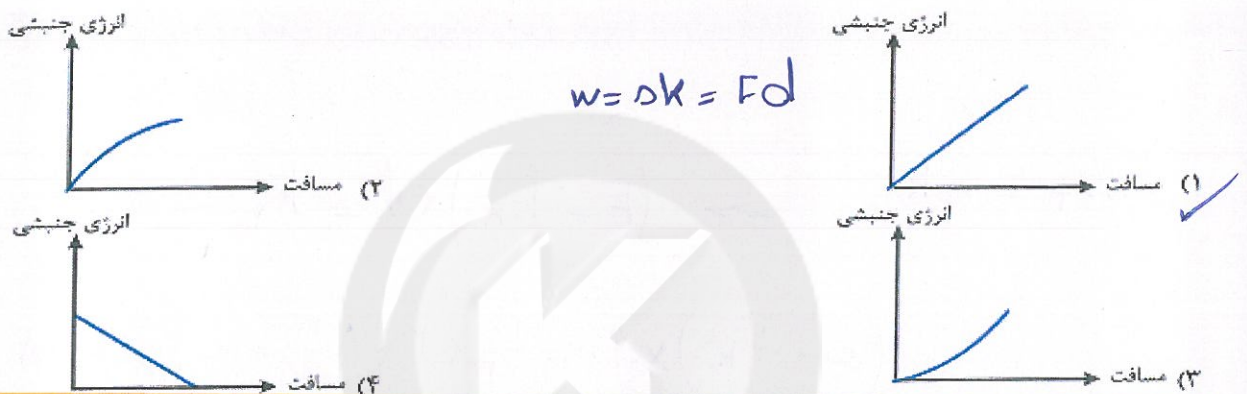
-8000 (۱)

$$W_t = K_f - K_i = \frac{1}{2} \times 800 \times (0 - 10^2) = -40000$$

مثال ۳) جرم به وزن 40N از ارتفاع h بدون سرعت اولیه در خلا سقوط می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جرم به 200 می‌رسد، فاصله‌ی آن از سطح زمین 4m است. ارتفاع h چند متر است؟



مثال ۴) جرمی را از بالای سطح شیب‌داری از حال سکون رها می‌کنیم. کدام نمودار این حرکت را در طول سقوط نشان می‌دهد؟



مثال ۵) جرمی با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن 100J است. پس از مدتی سرعت این جرم تغییر کرده و در جهت منفی محور x با به  $20 \frac{m}{s}$  می‌رسد. کار برآیند نیروهای وارد بر جرم در این مدت چند ژول است؟

500 (۴)  $\rightarrow$   $k_r = 4k_1 \Rightarrow k_r = 400 \text{ J}$   
 300 (۳)  $\checkmark$   $\rightarrow$   $k_r = 4k_1 \Rightarrow k_r = 400 \text{ J}$   
 -300 (۲)  $\rightarrow$   $k_r = 4k_1 \Rightarrow k_r = 400 \text{ J}$   
 -500 (۱)  $\rightarrow$   $k_r = 4k_1 \Rightarrow k_r = 400 \text{ J}$

$v_r = 2v_1 \Rightarrow k_r = 4k_1 \Rightarrow k_r = 400 \text{ J}$   
 $\Delta K = 300 \text{ J}$

مثال ۶) جرمی به جرم 0.8kg با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  رو سطح افقی به حرکت در می‌آید. اگر ضریب اصطکاک بین جرم و سطح برابر 0.2 باشد پس از طی مسافت چند متر انرژی جنبشی جرم به 2 می‌رسد؟

1.5 (۴)  $\rightarrow$   $w_f = \Delta k \Rightarrow -F_k d = k_r - k_1 \Rightarrow -\mu mg d = k_r - k_1$   
 2 (۳)  $\rightarrow$   $w_f = \Delta k \Rightarrow -F_k d = k_r - k_1 \Rightarrow -\mu mg d = k_r - k_1$   
 4 (۲)  $\rightarrow$   $w_f = \Delta k \Rightarrow -F_k d = k_r - k_1 \Rightarrow -\mu mg d = k_r - k_1$   
 5 (۱)  $\rightarrow$   $w_f = \Delta k \Rightarrow -F_k d = k_r - k_1 \Rightarrow -\mu mg d = k_r - k_1$

$\Rightarrow -0.2 \times 0.8 \times 10 \times d = 2 - \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 \Rightarrow d = 5 \text{ m}$   
 -۸

مثال ۷) گلوله‌ای به جرم 100gr با سرعت  $20 \frac{m}{s}$  به یک دیوار برخورد می‌کند و با 5cm فرو رفتن در آن متوقف می‌شود. متوسط نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند چند نیوتون است؟

100 (۴)                      200 (۳)                      400 (۲)                      800 (۱)

$w_t = \Delta k$                       اصطکاک باعث توقف جسم

$$-F_k d = k_2 - k_1 \Rightarrow -F_k \times 0.05 = 0 - \frac{1}{2} \times 0.1 \times 20^2 \Rightarrow F_k = 400 \text{ N}$$

مثال ۸) به جسمی به جرم 2kg که روی یک سطح افقی ساکن است، نیروی افقی 5N وارد می‌کنیم. پس از 20m جا به جایی سرعت آن به  $8 \frac{m}{s}$  می‌رسد. نیروی اصطکاک بر حسب نیوتون کدام است؟

1.8 (۴)                      3.6 (۳)                      2 (۲)                      0 (۱)

$w_t = \Delta k \Rightarrow (F - F_k) d = k_2 - 0$

$$(5 - F_k) \times 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 \Rightarrow F_k = 1.8 \text{ N}$$

مثال ۹) دو نیروی عمود بر هم با اندازه‌های مساوی، جسمی به جرم 4kg را از حال سکون به حرکت در می‌آورند. اگر پس از 16m جا به جایی، انرژی جنبشی جسم به 32 برسد، اندازه‌ی هر یک از نیروها چند نیوتون است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)                      2 (۳)                      1 (۲)                       $\sqrt{2}$  (۱)

$w_t = \Delta k \Rightarrow F \cdot d = 32 \Rightarrow F = \frac{32}{16} = 2 \text{ N}$

دو نیروی باید در یک جهت مولفه داشته باشند تا جسم حرکت کند

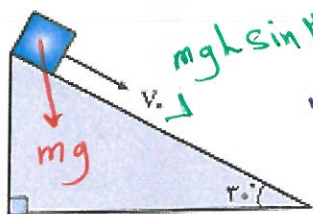
برای اینکه دو بردار برابر  $F_+ = 2F \cos 45^\circ = 2F \cos 45^\circ \Rightarrow F = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2} \text{ N}$

مثال ۱۰) گلوله‌ای به جرم 2kg با سرعت اولیه‌ی  $20 \frac{m}{s}$  تحت زاویه‌ی  $\alpha$  رو به بالا پرتاب می‌شود. این گلوله با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  از نقطه‌ی A اوج می‌گذرد. کار برآیند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه‌ی پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه‌ی A اوج چند ژول است؟

-300 (۴)                      250 (۳)                      150 (۲)                      -100 (۱)

$w_t = \Delta k \Rightarrow w_t = \frac{1}{2} \times 2 (10^2 - 20^2) = -300 \text{ J}$

مثال ۱۱) جرمی به جرم 2kg را مطابق شکل با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  معاص بر سطح رو به پایین پرتاب می کنیم. اگر سرعت جسم پس از 12m جا به جایی روی سطح به  $8 \frac{m}{s}$  برسد. کار نیروی اصطکاک چقدر است؟



$$W_f = \Delta k$$

(۲) -45

(۱) -42

$$W_{mg} + W_{F_k} + W_N = \Delta k$$

(۴) -81

(۳) -63

$$mg l \sin \alpha + W_{F_k} + 0 = \Delta k$$

$$W_{F_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (8^2 - 5^2) - 2 \times 10 \times 12 \times \sin \alpha = -81 \text{ ج}$$

مثال ۱۲) طول سطح شیب داری L و زاویه ی آن با سطح افق  $\alpha$  است. اگر بخواهیم جرمی به وزن W را که ضریب اصطکاک آن با سطح  $\mu$  است از پایین تا انتهای سطح بالا ببریم حداقل چقدر کار باید انجام دهیم؟

(۴)  $\mu.W.L(\sin \alpha - \cos \alpha)$

(۳)  $W.L(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

(۲)  $\mu.W.L(\sin \alpha + \cos \alpha)$

(۱)  $W.L(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$$W_f + W_{mg} + W_{F_k} = \Delta k = 0$$

$$W_f - mgl \sin \alpha - \mu mgl \cos \alpha = \Delta k$$

مثال ۱۳) جرمی به جرم 2kg با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب دار به زاویه ی 30° به طرف بالا فرستاده می شود. اگر در بازگشت به نقطه ی شروع، سرعت جسم  $6 \frac{m}{s}$  باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت (بالا رفتن) چقدر بوده است؟

(۴) -72

(۳) -32

(۲) -36

(۱) -64

$$W_f = \Delta k \Rightarrow W_{F_k} + W_{mg} = k_f - k_i$$

$$W_{F_k} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (6^2 - 10^2) = -64 \text{ ج}$$

مثال ۱۴) جرمی به جرم m=2kg مطابق شکل رو به رو از لبه ی یک نیمکره به شعاع 4m بدون سرعت اولیه به حرکت در می آید. اگر در پایین ترین نقطه ی مسیر اندازه ی سرعت آن  $5 \frac{m}{s}$  باشد، کار نیروی اصطکاک تا رسیدن به این نقطه چقدر بوده است؟



$$W_f = \Delta k$$

(۲) -25

(۱) -55

$$W_{mg} + W_{F_k} = \Delta k \rightarrow k_i = 0$$

(۴) -80

(۳) -105

$$W_{F_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 - 2 \times 10 \times 4 = -55 \text{ ج}$$

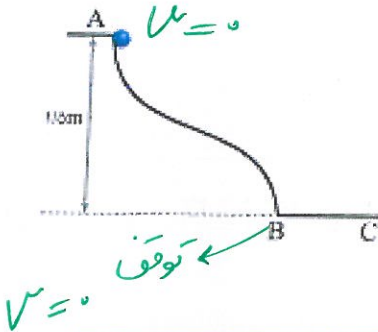
مثال ۱۵) جسم 2kg از نقطه A بدون سرعت اولیه به پایین لغزیده و پس از طی مسافت BC=4m در نقطه C متوقف شده است. اصطکاک قسمت AB مسیر ناچیز است. نیروی اصطکاک طول BC چند نیوتون است؟

8 (۴)

7.5 (۳)

0.8 (۲)

0.75 (۱)



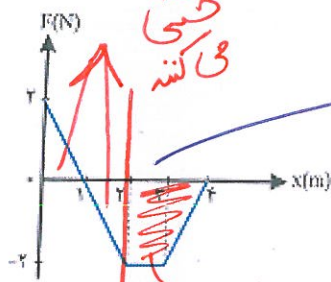
$$W_t = \Delta k = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{F_k} = 0$$

$$mgh + W_{F_k} = 0 \Rightarrow W_{F_k} = -2 \times 10 \times 1.5 = -30 \text{ J}$$

$$W_{F_k} = -F_k d \Rightarrow F_k = 7.5 \text{ N}$$

مثال ۱۶) نمودار تغییرات نیروی وارد بر جرمی بر حسب جابه‌جایی رسم شده است. کار این نیرو در جابه‌جایی جرم از x=0 تا

x=10 چند ژول است؟



مساحت زیر نمودار کار

-3 (۲)

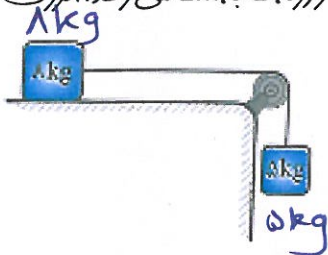
3 (۱)

-5 (۴)

5 (۳)

$$S = \left( \frac{1+2}{2} \right) (-2) = -3 \text{ J}$$

مثال ۱۷) در شکل زیر، دستگاه از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در لحظه‌ای که جابه‌جایی هر یک از وزنه‌ها به 2m می‌رسد، انرژی جنبشی دستگاه 80J است. گرما به این لحظه بر اثر اصطکاک تولید شده چند ژول است؟



20 (۲)

10 (۱)

50 (۴)

40 (۳)

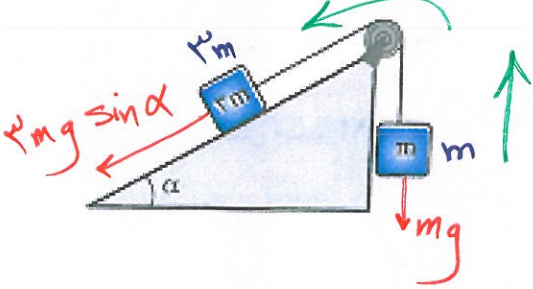
$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{F_k} = k_r - 0$$

$$mgh + W_{F_k} = k_r \Rightarrow 5 \times 10 \times 2 + W_{F_k} = 10$$

$$W_{F_k} = -20 \text{ J} \rightarrow \text{گرمای } 20 \text{ J}$$

گرمای همان نیروی هدر رفته

مثال ۱۸) در شکل زیر، جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز و  $\sin\alpha = 0.6$  است. دستگاه از حال سکون به حرکت در می آید. در لحظه ای که جا به جا می شود هر یک از وزنه ها به  $L$  می رسد. انرژی جنبشی دستگاه برابر کدام است؟

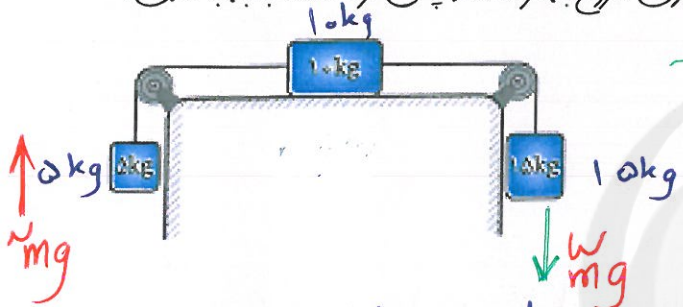


- ۰.۸mgL (۲)
- ۲mgL (۱)
- ۱.۲mgL (۴)
- ۲.۴mgL (۳)

$$W_f = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{3mg \sin \alpha} = k_f - 0$$

$$-mgL + 3mg \sin \alpha L = k_f \Rightarrow k_f = 1.8 mgL$$

مثال ۱۹) در شکل زیر، با صرف نظر از کلیه اصطکاک ها اثر دستگاه از حال سکون شروع به حرکت کند. پس از ۵۰cm جا به جا شدن، سرعت حرکت هر جسم چند متر بر ثانیه است؟



جهت حرکت (سختی تند)

- $\sqrt{\frac{5}{3}}$  (۱)
- $\sqrt{\frac{10}{3}}$  (۳)
- $\sqrt{\frac{15}{3}}$  (۲)

$$W_f = 0 k$$

$$W_{m_1 g} + W_{m_2 g} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2 - 0$$

$$m_1 g h \cos \alpha + m_2 g h \cos \alpha = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2$$

$$0.5 \times 10 \times 0.5(-1) + 10 \times 10 \times 0.5 \times 1 = \frac{1}{2} (0.5 + 1 + 10) v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

پایستگی انرژی مکانیکی :

اصل پایستگی انرژی مکانیکی می گوید، انرژی خود به خود بوجود نمی آید و از بین نمی رود بلکه از حالتی به حالت دیگر یا از جسمی به جسم دیگر منتقل می شود :

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

انرژی مکانیکی  
نداشتم با لیسیم

انرژی مکانیکی هر نقطه با نقطه دیگر برابر است.



$$E_2 - E_1 = W_{fk}$$

$$\frac{80}{100} E_1 = E_2$$

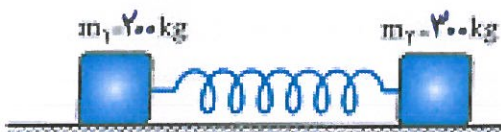
$$E_1 - 20 = E_2$$

اگر اصطکاک و تلفات داشته باشیم:

مثلاً ۲۰ درصد انرژی داریم

۲۰٪ انرژی تلف شود

مثال ۱) در شکل زیر دو وزنه را 10cm به هم نزدیک کرده و سپس آنها را رها می‌کنیم. هنگام عبور وزنه‌ها از مکان اولیه، سرعت  $m_2$  به  $4 \frac{m}{s}$  می‌رسد. اگر جرم فنر و اصطکاک‌ها ناچیز فرض شود سرعت وزنه  $m_1$  وقتی به جای اول خود برمی‌گردد چقدر است؟ (ثابت نیروی فنر 1200 نیوتون بر متر است)



هنگام فشرده شدن

فنر انرژی کشسانی

نزدیک شدن و دور شدن انرژی جنبشی

5 (۲)

4 (۱)

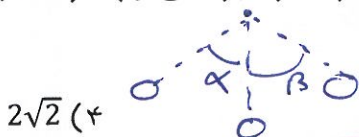
7 (۴)

6 (۳)

$$U = k_s + k_r \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1200 \times 0.1 = \frac{1}{2} \times 0.2 v_1^2 + \frac{1}{2} \times 0.3 \times (4)^2$$

$$\Rightarrow 12 - 4.8 = 0.2 v_1^2 \Rightarrow v_1 = 7 \text{ m/s}$$

مثال ۲) پاندول ساده‌ای به طول 40cm را به اندازه 60 درجه از وضع تعادل منحرف کرده و رها می‌کنیم. سرعت طولی پاندول در لحظه عبور از وضع تعادل چند متر بر ثانیه است؟



از انبساط‌های قبل: سرعت آونگ در هر لحظه:  $v = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos\alpha)}$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 0.4 (\cos 0 - \cos 60)} = 2 \text{ m/s}$$

← سرعت در تعادل max

مثال ۳) جرمی به جرم 2kg را با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج چند ژول است؟ (مبدأ پتانسیل گرانشی محل پرتاب فرض شده است)

100 (۴)

50√2 (۳)

50 (۲)

45√2 (۱)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_s + U_1 = E_2 \xrightarrow{\text{لحظه پرتاب}} E_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ J}$$



مثال ۴) در شرایط خلا و در راستای قائم از سطح زمین گلوله‌ای با سرعت ۷۰ به بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که سرعت گلوله به  $\frac{V_0}{5}$  می‌رسد انرژی پتانسیل گلوله چه کسری از انرژی مکانیکی آن است؟

زمین (ارتفاع نزدیک ۰)  $\uparrow$   $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)

$$E_i = E_f \Rightarrow k_i + U_i = k_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m \left(\frac{V_0}{5}\right)^2 + U_f$$

$$U_f = \frac{1}{2} m V_0^2 - \frac{1}{50} m V_0^2 = \frac{24}{50} m V_0^2$$

$\frac{U_f}{E_f} = \frac{24}{50}$

مثال ۵) گلوله‌ای در شرایط خلا از سطح زمین با سرعت اولیه  $30 \frac{m}{s}$  در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟

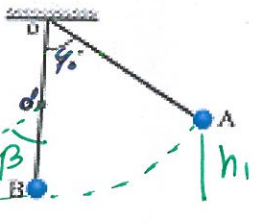
35 (۴)  $k_f = \frac{U_f}{2}$  30 (۳) 20 (۲) 15 (۱)

$$E_i = E_f \Rightarrow mgh + \frac{1}{2} mgh = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \frac{3}{2} mgh = \frac{1}{2} m V^2$$

$$3 \times 10 \times h = 30^2 \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

$h \uparrow V_f = 30 \text{ m/s}$

مثال ۶) آونگ ساده‌ای به طول یک متر را 60 درجه منحرف کرده و رها می‌کنیم. نخ آونگ در لحظه‌ی عبور از تعادل در نقطه‌ی O که 50cm زیر O است به میخی برخورد می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، زاویه‌ی انحراف در طرف دیگر آونگ چند درجه است؟



60 (۲) 30 (۱)

$$h_i = L - L \cos 60 = \frac{L}{2}$$

120 (۴) 90 (۳)

$$E_i = E_f \Rightarrow U_i = U_f \Rightarrow h_i = h_f$$

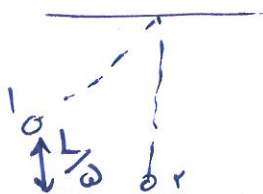
اگر قرار ارتفاع تکسان شوند  $h_f = \frac{L}{2}$  باشد  $\leftarrow \beta = 40^\circ$

مثال ۷) گلوله‌ی آونگی به جرم M از ریسمانی به طول L آویزان است. گلوله روی میز دایره‌ای به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع  $\frac{L}{5}$  بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه‌اش در هنگام عبور از پایین ترین نقطه‌ی میز چقدر است؟

$\frac{8}{5} M^2 Lg$  (۴)  $\frac{2}{5} M^2 Lg$  (۳)  $\frac{2}{5} mLg$  (۲)  $\frac{8}{5} mLg$  (۱)

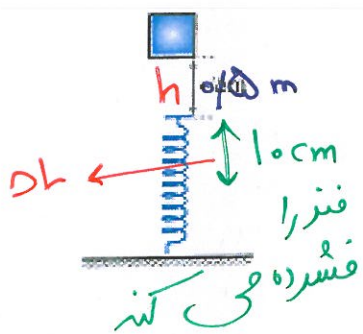
$$E_i = E_f \Rightarrow U_i = k_f \Rightarrow mg \frac{L}{5} = \frac{1}{2} m V_f^2$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{\frac{2}{5} Lg}$$



$$P_f = m V_f = M \sqrt{\frac{2}{5} Lg} = \sqrt{\frac{2}{5} M^2 Lg}$$

مثال ۸) جرمی به وزن 5N از فاصله 0.5m بالای فنری بدون سرعت اولیه بر روی فنر سقوط می کند. اگر حداکثر تراکم طول فنر 10cm باشد، ضریب ثابت آن چند نیوتون بر متر است؟



$$E_i = E_f \Rightarrow k_p, k_r =$$

500 (۲)

300 (۱)

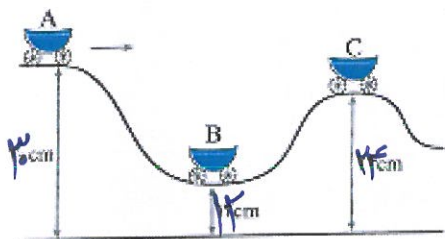
600 (۴)

250 (۳)

$$mg(h + \Delta L) = \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$$

$$5(0.5 + 0.1) = \frac{1}{2}k(0.1)^2 \Rightarrow k = 700$$

مثال ۹) در شکل زیر، اصطکاک ناچیز است و ارباب بدون سرعت اولیه از حالت A رها می شود. نسبت سرعت اولیه در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟



3 (۲)

2 (۱)

$\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow v_B = \sqrt{3.6}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \Rightarrow v_C = \sqrt{1.2}$$

$$\frac{v_B}{v_C} = \sqrt{3}$$

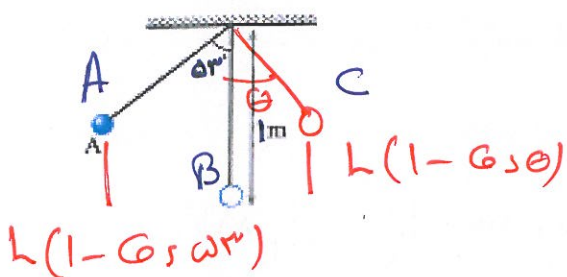
مثال ۱۰) در شکل زیر، طول لوله AC آنیگ از نقطه C رها می شود و با سرعت V از پایین ترین نقطه C میسر می گذرد. هنگامی که سرعت طول لوله به  $\frac{\sqrt{2}}{2}V$  می رسد، زاویه C با راستای قائم چند درجه است؟

30 (۴)

37 (۲)

45 (۳)

60 (۱)



$$E_A = E_B \Rightarrow mgh(1 - \cos \omega^3) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_C = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v\right)^2 + mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgh(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mgh(1 - \cos \omega^3)$$

$$\cos \theta = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

مسئله ۱۱) در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک است و طول فنر در حالت عادی 30cm و جرم آن ناچیز است. وزنه را به فنر تکیه داده و فشار می‌دهیم تا طول فنر به 20cm برسد. اگر در این حالت بدون سرعت اولیه وزنه را رها کنیم، بیشترین سرعت وزنه تا نقطه C جدا شدن از فنر، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

$$4\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۱)$$

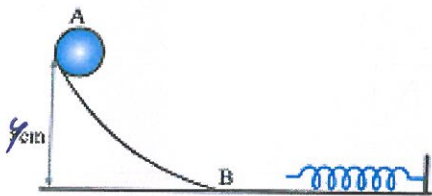


⚠️ بیشترین سرعت در زمانی که فنر جدا شود

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} \times 400 \times (0.3 - 0.2)^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

مسئله ۱۲) طولی ۱m به جرم 200gr از نقطه C از یک فنر در سطح افقی آنرا متراکم می‌کند. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB برابر 2- باشد و سطح افقی بدون اصطکاک باشد، حداکثر انرژی پتانسیل کشنده فنر چند ژول خواهد شد؟



$$8 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$12 \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

$$AB \quad E_B - E_A = W_f \Rightarrow E_B = -2 + 1 \times 10 \times 1$$

$$E_B = 10 \text{ J}$$

$$BC \quad E_C = E_B \Rightarrow u_e = 10 \text{ J}$$

مسئله ۱۳) قطاری با سرعت  $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  در حال حرکت است. یک تکه گل به جرم 400gr با سرعت  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  بصورت افقی طوری به طرف قطار پرتاب می‌کنیم که به آن می‌چسبد. تلفات انرژی تکه گل چند ژول است؟

$$17.5 \quad (۴)$$

$$35 \quad (۳)$$

$$70 \quad (۲)$$

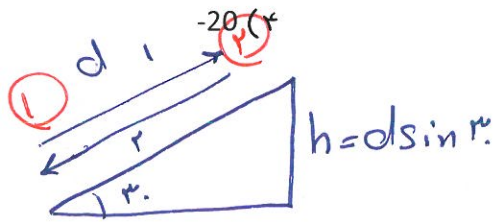
$$140 \quad (۱)$$

تغییر  
حرکت گل افقی است ← ارتفاع نداریم ← تانسین ثابت

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (15^2 - 20^2) = -35$$

$$54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3.6 = 15 \text{ m/s}$$

مثال ۱۴) جرم به جرم 2kg را از پایین سطح شیباری که با افق زاویه 30° می سازد، با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  با سطح رو به بالا پرتاب می کنیم. جرم روی سطح به اندازه 2m بالا می رود و سپس به نقطه ی پرتاب برمی گردد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟



-10 (۳)

-5 (۲)

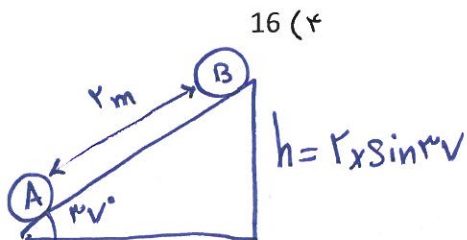
0 (۱)

$$E_2 - E_1 = W_{fk} \Rightarrow u_2 - k_1 = W_f \quad \text{رفت}$$

$$2 \times 10 \times (2 \times \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = W_f = -5 \quad \text{رفت}$$

$$W_f = -10 \quad \text{رفت و برگشت}$$

مثال ۱۵) جرم به جرم 1kg با سرعت اولیه  $6 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیباری که با افق زاویه 37° می سازد به طرف بالا پرتاب می شود. هنگامی که جرم روی سطح شیبار 2m رو به بالا طی می کند، سرعتش به  $2 \frac{m}{s}$  می رسد. انرژی مکانیکی جرم در این جا به جایی چند ژول کاهش می یابد؟



16 (۲)

8 (۳)

6 (۲)

4 (۱)

$$E_A = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18 \text{ J}$$

$$E_B = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times (2 \sin 37^\circ) = 14 \text{ J}$$

$$14 - 18 = -4 \text{ J} \quad \text{کاهش انرژی}$$

سایت کنکور

توان:

کار (انرژی) انجام شده در واحد زمان را توان می گوئیم

$$P = \frac{W}{t} \quad \begin{array}{l} \text{کار} \rightarrow \\ \text{زمان} \rightarrow \end{array}$$

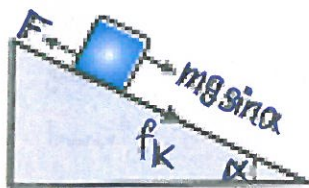
توان W و توان P

❖ در حرکت یکنواخت چون سرعت متوسط و لحظه ای با هم برابرند:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \times \bar{V} = FV \cos \alpha$$

$$\bar{v} = \frac{v+v_0}{2}$$

اگر حرکت یکنواخت نبود (شتابدار) کافیه به جای  $\bar{v}$  معادل شتابدار آنرا بنذاریم:



$$P = FV \Rightarrow P = (mg \sin \alpha + f_k) V$$

رقت کن:

راندمان (بازده):

نسبت توان کل (ورودی) به توان مفید (خروجی) یک دستگاه را بازده آن دستگاه می گویند:

$$\%Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 \quad \cdot \quad \%Ra = \frac{W_{out}}{W_{in}} \times 100$$

توان خروجی      کار، خروجی  
توان ورودی      کار، ورودی

❖ توان تلف شده، اختلاف بین توان ورودی و توان خروجی است.

هر توانی که روی مساله می دهد اثر تولید مفید، توان کل ورودی است.

مثال ۱) نیروی موتور اتومبیل 1500N است. اگر توان موتور در این حالت 36kW باشد، سرعت اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

120 (۴)

24 (۳)

18 (۲)

12 (۱)

$$P = FV = 36 \times 10^3 = 1500 V \Rightarrow V = 24 \text{ m/s}$$



مثال ۲) اتومبیلی به جرم 900kg در یک جاده ی افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از 10s سرعت آن به  $72 \frac{km}{h}$  می رسد. توان متوسط اتومبیل چند کیلو وات است؟

(۱) 9      (۲) 18      (۳) 30      (۴) 36

$$W_f = \Delta K = \frac{1}{2} \times 900 \left( \left( \frac{v_f}{3.6} \right)^2 - 0 \right) = 110 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{110000}{10} = 11 \text{ kW}$$

مثال ۳) ماشین A در هر ساعت با مصرف 20kJ انرژی، 15kJ کار مفید انجام می دهد. ولی ماشین B در هر ساعت با صرف 40kJ انرژی، 28kJ کار مفید انجام می دهد. ماشین B در مقایسه با ماشین A دارای توان بیشتر... و بازده کمتر... است.

$$P = \frac{E}{t} \quad P_B > P_A$$

مثال ۴) در یک ماشین با بازده 80 درصد، نسبت توان تلف شده به توان مفید چقدر است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{4}{5}$       (۳)  $\frac{5}{4}$       (۴) 4

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{10}{100} \Rightarrow \frac{P_{out}}{P_{in} - P_{out}} = \frac{10}{100 - 10} \Rightarrow \frac{P_{in} - P_{out}}{P_{out}} = \frac{1}{9}$$

مثال ۵) از آبخاری به ارتفاع 100m در هر دقیقه  $60m^3$  آب پایین می ریزد. توان آبی که از این آبخار سقوط می کند، چند کیلو وات است؟ (چگالی آب 1000 کیلوگرم بر متر مکعب)

(۱) 1000000      (۲) 1000      (۳) 600      (۴) 6000

$$m = \rho V = 1000 \times 60 = 60000 \text{ kg}$$

$$W = mgh = 60000 \times 10 \times 100 = 6 \times 10^7$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6 \times 10^7}{60} = 1000 \text{ kW}$$

مثال ۶) پمپ آبی در هر دقیقه 600kg آب را از چاه به عمق 10 بالا کشیده و با تندی  $5 \frac{m}{s}$  به بیرون پمپ می کند. اگر بازده پمپ 75% باشد، در هر ساعت که پمپ روشن است چند ژول انرژی مصرف می شود؟

$$W = mgh + \frac{1}{2} m v^2$$

$\underbrace{\hspace{100px}}$ 
 $\underbrace{\hspace{100px}}$

پمپ
تندی

بهر وقت