



# آزمون غیر حضوری پیش‌دانشگاهی ریاضی (۱۷ فروردین ۱۳۹۷) (مباحث ۳۱ فروردین ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه‌ی ششمی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس [www.kanoon.ir](http://www.kanoon.ir) مراجعه نمایید و از منوی سمت راست گزینه‌ی آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
نوشین اشرفی	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## دیفرانسیل

## مشق و کاربرد آن

(مشق دوم و تعذر نمودار،  
ماکزیمم و می‌نیمم نسبی و  
آهنگ تغییر وابسته)

صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۷

## حسابان

«مشق توابع» آهنگ  
تغییرات

صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۲

۱- تابع با ضابطه‌ی  $y = \min\{\sin x, \cos x\}$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$ ، چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- حدود  $k$  کدام باشد، تا تابع  $f(x) = \begin{cases} 2|x| - x^2 & ; x \neq 0 \\ k & ; x = 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  ماکزیمم نسبی داشته باشد، ولی ماکزیمم

مطلق نداشته باشد؟

- (۱)  $0 \leq k \leq 1$  (۲)  $k \leq 0$  (۳)  $0 < k < 1$  (۴)  $k < 0$

۳- اگر نقطه‌ی  $(1, -2)$  اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{ax+1}{x^2+b}$  باشد، آن‌گاه  $a - b$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{9}{2}$  (۳)  $\frac{9}{2}$  (۴)  $\frac{7}{2}$

۴- اگر  $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 4)(x^2 - 6x + 5)$  باشد، در این صورت  $f$  به ترتیب دارای ..... ماکزیمم نسبی و ..... می‌نیمم نسبی است.

- (۱) ۱, ۲ (۲) ۲, ۱ (۳) ۱, ۱ (۴) صفر، ۱

۵- در کدام حالت تابع  $y = \frac{x}{x^2 + ax + b}$  فاقد اکسترمم است؟

- (۱)  $a > 0$  (۲)  $a < 0$  (۳)  $b > 0$  (۴)  $b < 0$

۶- کدام گزینه در مورد تابع  $y = x^2 e^{-x^2}$  صحیح است؟

- (۱) دارای دو می‌نیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.  
(۲) دارای یک می‌نیمم نسبی و دو ماکزیمم نسبی است.  
(۳) دارای یک می‌نیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.  
(۴) دارای دو می‌نیمم نسبی و دو ماکزیمم نسبی است.

۷- کدام گزینه در مورد اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^2 \ln x$  صحیح است؟

- (۱) تابع ماکزیمم نسبی به عرض  $\frac{-1}{2e}$  دارد.  
(۲) تابع می‌نیمم نسبی به عرض  $\frac{-1}{2e}$  دارد.  
(۳) تابع ماکزیمم نسبی به عرض  $2e$  دارد.  
(۴) تابع می‌نیمم نسبی به عرض  $2e$  دارد.

۸- تابع  $f(x) = \Delta \cos 3x - k \cos 5x$  در  $x = \pi$  می‌نیمم نسبی دارد. مقدار  $k$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- در کدام بازه تابع  $f(x) = e^{(x-2x^2)}$  صعودی اکید و تعذر نمودار آن رو به پایین است؟

- (۱)  $(-\frac{5}{6}, +\infty)$  (۲)  $(\frac{-1-\sqrt{6}}{6}, \frac{-1+\sqrt{6}}{6})$   
(۳)  $(\frac{1-\sqrt{6}}{6}, \frac{1}{6})$  (۴)  $(-\infty, \frac{5}{6})$

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 9\sqrt{x}$  در اطراف  $x = 1$  چگونه است؟

- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۱۱- کدام یک از توابع زیر، نقطه‌ی عطف دارد؟

$$y = |\tan^{-1} x| \quad (۱)$$

$$y = |\tan x| \quad (۲)$$

$$y = \tan^{-1} |x| \quad (۳)$$

$$y = |\tan x| \quad (۴)$$

۱۲- اگر در تابع  $f$  داشته باشیم  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ ، آن‌گاه منحنی این تابع چند نقطه‌ی عطف دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳- به ازای چند مقدار صحیح  $k$ ، تابع  $f(x) = x^4 - kx^3 + 6x^2$ ، نقطه‌ی عطف ندارد؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴- نقطه‌ی عطف تابع  $y = e^{(\tan^{-1} x)}$  در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۵- طول نقاط عطف تابع  $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲) عطف ندارد. (۳)  $\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

۱۶- حجم یک گلوله برفی در حال غلتیدن در هر دقیقه  $9m^3$  زیاد می‌شود. در لحظه‌ای که قطر گلوله به ۶ متر می‌رسد، آهنگ افزایش شعاع کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3\pi}$  دقیقه (۲)  $\frac{1}{\pi}$  دقیقه (۳)  $\frac{1}{4\pi}$  دقیقه (۴)  $\frac{1}{2\pi}$  دقیقه

۱۷- اگر آهنگ آبی تغییر هر یک از ابعاد یک مکعب مستطیل به ترتیب برابر  $0/09$ ،  $0/07$  و  $1/2$  باشد و در همان لحظه ابعاد این مکعب مستطیل به ترتیب برابر ۶، ۹ و  $b$  باشد، در صورتی که آهنگ آبی تغییر حجم مکعب  $77/1$  باشد،  $b$  کدام است؟

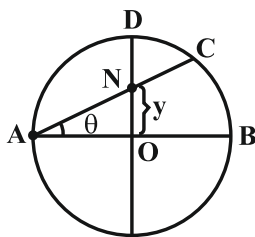
(۱) ۱ (۲)  $0/1$  (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰

۱۸- یک نقطه بر روی منحنی  $y = \sqrt{x}$  در حال حرکت است. در لحظه‌ای که از نقطه‌ی  $(4, 2)$  می‌گذرد، مؤلفه‌ی  $x$  آن با سرعت  $3 \frac{cm}{s}$  تغییر می‌کند. در این

لحظه فاصله‌ی بین نقطه و مبدأ مختصات با چه آهنگی بر حسب  $\frac{cm}{s}$  تغییر می‌کند؟

(۱)  $\frac{27}{2\sqrt{5}}$  (۲)  $\frac{25}{2\sqrt{5}}$  (۳)  $\frac{27}{4\sqrt{5}}$  (۴)  $\frac{25}{4\sqrt{5}}$

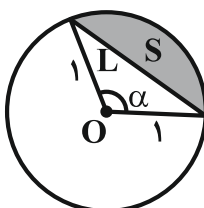
۱۹- در شکل زیر شعاع دایره  $4cm$  است و نقطه‌ی  $N$  به سمت  $D$  با سرعت ثابت  $\frac{15}{100} (\frac{cm}{s})$  حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که  $ON = 2cm$  باشد، طول کمان  $BC$  با چه سرعتی افزایش می‌یابد؟ ( $O$  مرکز دایره است.)



(۱)  $\frac{48}{100} \frac{cm}{s}$  (۲)  $\frac{12}{100} \frac{cm}{s}$

(۳)  $\frac{24}{100} \frac{cm}{s}$  (۴)  $\frac{32}{100} \frac{cm}{s}$

۲۰- در شکل زیر آهنگ تغییرات مساحت ناحیه هاشورخورده نسبت به  $L$  کدام است؟



(۱)  $\frac{L^3}{\sqrt{4 - (2 - L^2)^2}}$  (۲)  $\frac{2L}{\sqrt{4 - L^2}}$

(۳)  $\frac{L^2}{2\sqrt{4 - L^2}}$  (۴)  $\frac{L^3}{\sqrt{4 - L^2}}$



## ریاضی پایه

## ریاضی ۲

## فصل ۵: «مثلثات»

صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۵۸

## حسابان

## فصل ۲: «تابع»

توابع چند جمله‌ای و متناوب  
و پله‌ای و جزء صحیح

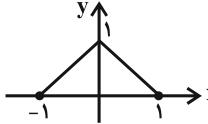
صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲

## فصل ۳: «مثلثات»

صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۳۰

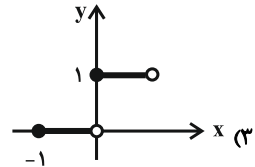
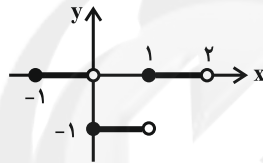
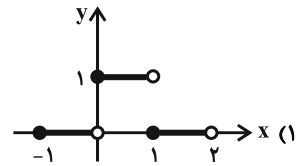
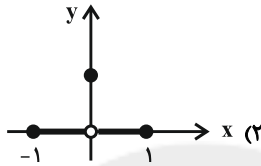
۲۱- هرگاه  $\frac{x}{3-2x} = 1$  باشد، حاصل  $[\Delta x]$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) -۵



۲۲- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت  $y = f([x])$  باشد، نمودار تابع  $y = f([x])$  کدام است؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)



۲۳- اگر جواب معادله  $3[x] + 2[-x] = 6$  به صورت بازه  $(a, b) \cup \{c\}$  باشد،  $a + b - c$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۴- اگر  $\frac{2 \sin x + 3 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = -\frac{1}{2}$  باشد، در این صورت  $\tan 2x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $-\frac{4}{3}$  (۴)  $-\frac{4}{5}$

۲۵- اگر  $\cos 4^\circ = \frac{1-a^2}{1+a^2}$  باشد،  $\cot 7^\circ$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

- (۱) a (۲)  $\frac{1}{a}$  (۳)  $\sqrt{a}$  (۴)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$

۲۶- حاصل عبارت  $A = \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۲۷- در معادله مثلثاتی  $\sin 2x = 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4})$ ، مجموع تمام جواب‌ها در بازه  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\pi$  (۲)  $\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{5\pi}{6}$

۲۸- انتهای کمان‌های جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 3 \sin x = 2$  روی دایره مثلثاتی، رأس‌های کدام چند ضلعی است؟

- (۱) مثلث متساوی‌الاضلاع (۲) مثلث قائم‌الزاویه  
(۳) مثلث متساوی‌الساقین (۴) مربع



۲۹- برد تابع  $f(x) = 2 \tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x}$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & (-\pi, \pi) \\ (2) & \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \\ (3) & (-\pi, -\frac{\pi}{2}) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \\ (4) & \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

۳۰- مجموع جواب‌های معادله  $\cos(2 \sin^{-1} x) = 2 - 3x$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & \frac{2}{3} \\ (2) & \frac{3}{2} \\ (3) & \frac{4}{3} \\ (4) & \frac{3}{4} \end{aligned}$$

### هندسه تحلیلی

#### دستگاه‌های معادلات خطی

(ماتریس‌های وارون پذیر)

صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۷

۳۱- اگر  $A$  ماتریس وارون پذیر،  $N$  ماتریس هم‌سازه‌ی  $A$  و  $A^*$  ترانزپوذه‌ی  $N$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{aligned} (1) & N^{-1} = \frac{1}{|A|} A^t \\ (2) & AA^* = \frac{1}{|A|} I \\ (3) & |A^* N^{-1}| = 1 \\ (4) & |(A^t)^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{aligned}$$

۳۲- هرگاه  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $X$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \\ (2) & \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \\ (3) & \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \\ (4) & \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۳۳- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  مفروض است، عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس الحاقی آن کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & 1 \\ (2) & 2 \\ (3) & 3 \\ (4) & 4 \end{aligned}$$

۳۴- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x+a & 1 & -1 \\ x & 1 & x \\ -1 & 1 & x-a \end{bmatrix}$  مفروض است. حدود تغییرات  $a$  چقدر باشد تا  $A$  همواره وارون پذیر باشد؟

$$\begin{aligned} (1) & a \in \mathbb{R} \\ (2) & a \geq 0 \\ (3) & a \leq 0 \\ (4) & a \neq 0 \end{aligned}$$

۳۵- اگر  $A$  ماتریس تبدیل  $T(2x - y, 3x - 4y) = (x, y)$  و  $I$  ماتریس همانی باشد و  $\alpha$  و  $\beta$  اعدادی حقیقی باشند به نحوی که  $\alpha A^{-1} + \beta I = A$ ، مقدار  $\beta$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & -\frac{2}{5} \\ (2) & -\frac{1}{5} \\ (3) & \frac{2}{5} \\ (4) & \frac{4}{5} \end{aligned}$$

۳۶- اگر  $X = P^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P$  باشد ( $P$  ماتریس  $2 \times 2$  وارون پذیر می‌باشد)، ماتریس  $X^{1389}$  کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) & P^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P \\ (2) & (P^{-1})^{1389} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P^{1389} \\ (3) & P^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} P \\ (4) & (P^{-1})^{1389} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} P^{1389} \end{aligned}$$

۳۷- اگر  $|A + I| = a$  و  $|A^{-1} + I| = b$ ، آن‌گاه  $|A^t|$  برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟ ( $a, b \neq 0$ )

$$\begin{aligned} (1) & a + b \\ (2) & ab \\ (3) & a - b \\ (4) & \frac{a}{b} \end{aligned}$$



۳۸- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه‌ی ۳ باشد، به گونه‌ای که  $|A \cdot A^*| = 216$ ، آن‌گاه مقدار  $|A|$  کدام است؟ ( $A^*$  ماتریس الحاقی ماتریس  $A$  است.)

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) ۷۲

۳۹- اگر ماتریس  $A^t$  ترانهایه‌ی ماتریس  $A$  و  $A^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  باشد، وارون ماتریس  $A^t$  کدام ماتریس است؟ ( $|A| > 0$ )

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 2 & -8 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

۴۰- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر و  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $|ABA^{-1} - \lambda I|$  کدام است؟

(۱)  $\lambda^2 - \lambda$  (۲)  $-\lambda^2 - \lambda$  (۳)  $\lambda^2$  (۴)  $\lambda^2 - 1$

### ریاضیات گسسته

۴۱- مکمل پیشامد « $A$  و  $B$  رخ دهند و  $C$  رخ ندهد» کدام است؟

(۱)  $A' \cap B' \cap C'$  (۲)  $(A' \cup B') \cap C'$

(۳)  $(A' \cap B') \cup C'$  (۴)  $A' \cup B' \cup C'$

۴۲- در پرتاب سه تاس سالم، احتمال آن‌که فقط دو تاس از سه تاس مساوی باشند، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

۴۳- احتمال اصابت تیر به هدف برای یک تیرانداز،  $\frac{1}{6}$  است. با کدام احتمال از ۳ تیر رها شده، حداقل یک تیر به هدف اصابت می‌کند؟

(۱)  $\frac{125}{216}$  (۲)  $\frac{91}{216}$  (۳)  $\frac{1}{216}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۴۴- درون یک کیسه، ده مهره با شماره‌های  $1, 2, 3, \dots, 10$  وجود دارد و احتمال خارج شدن هر مهره با مکعب شماره اش متناسب است. یک مهره به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که شماره‌ی این مهره، مضرب ۵ باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{143}{363}$  (۲)  $\frac{45}{121}$  (۳)  $\frac{833}{2541}$  (۴)  $\frac{455}{1211}$

۴۵- دو عدد به تصادف در بازه‌ی  $[0, 2]$  انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع دو عدد کوچکتر از ۳ باشد، چقدر است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{7}{8}$

۴۶- از میان اعداد ۱ تا ۱۰۰۰، عددی طبیعی به تصادف بر می‌داریم. با کدام احتمال این عدد نه مضرب ۱۴ است و نه مضرب ۳۵؟

(۱)  $0/905$  (۲)  $0/925$  (۳)  $0/915$  (۴)  $0/935$

۴۷- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو عدد رو شده فرد هستند؟

(۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۴۸- برای پیشامدهای مستقل  $A$  و  $B$ ، داریم  $P(A) = 3P(A \cap B')$  و  $P(A|B) = \frac{1}{5}$ . مقدار  $P(A \cup B)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{13}{15}$  (۴)  $\frac{11}{15}$

**احتمال**  
(بادآوری، مدل احتمال شرطی،  
قاعده‌ی ضرب احتمال،  
استقلال دو پیشامد)  
صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵

**جبر و احتمال**  
صفحه‌های ۶۹ تا ۱۲۱



۴۹- در یک جمع، ۲۰ مرد و ۲۵ زن حضور دارند. در بین آن‌ها  $X$  مرد و  $Y$  زن چشم میشی رنگ دارند. یک نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. فرض کنید  $A$  پیشامد مرد بودن و  $B$  پیشامد چشم میشی داشتن فرد باشد، در کدام صورت  $A$  و  $B$  همواره مستقل‌اند؟

$$(۱) 3x = 2y \quad (۲) 5x = 4y \quad (۳) 9y = 4x \quad (۴) 4x = 5y$$

۵۰- احتمال این که سفارشی به موقع برای ارسال آماده شود،  $9/10$  و احتمال این که سفارشی به موقع برای ارسال آماده شود و به موقع به دست مشتری برسد،  $8/10$  است. اگر سفارشی به موقع آماده شود، با چه احتمالی به موقع تحویل مشتری می‌گردد؟

$$(۱) 18/10 \quad (۲) 72/10 \quad (۳) 8/9 \quad (۴) 1/9$$

### هندسه (۲)

هندسه ۲  
استدلال در هندسه / دایره /  
تبدیل‌های هندسی /  
هندسه فضایی  
صفحه‌های ۱ تا ۱۴۷

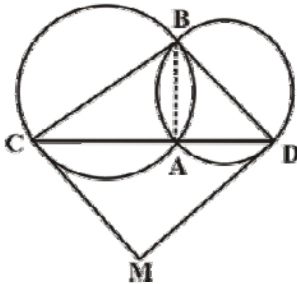
۵۱- مجموع زاویه‌های داخلی  $5$  ضلعی محدبی با  $21$  برابر اندازه‌ی یک زاویه‌ی خارجی از  $\pi$  ضلعی منتظمی برابر است. این ضلعی چند قطر دارد؟

$$(۱) 77 \quad (۲) 65 \quad (۳) 90 \quad (۴) 104$$

۵۲- در مثلث  $ABC$ ،  $AM$  میانه‌ی ضلع  $BC$  و  $O$  نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها است. مساحت مثلث  $OMC$  چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟

$$(۱) 1/9 \quad (۲) 1/4 \quad (۳) 1/12 \quad (۴) 1/6$$

۵۳- مطابق شکل، دو دایره در نقاط  $A$  و  $B$  متقاطعند. از نقطه‌ی  $A$  خطی رسم می‌کنیم تا دو دایره را در نقاط  $C$  و  $D$  قطع کند، سپس از  $C$  و  $D$  مماس‌هایی بر هر یک از دایره‌ها رسم می‌کنیم که این مماس‌ها در نقطه‌ی  $M$  متقاطع‌اند. اگر  $DM > DB$  و  $CB > CM$ ، چهارضلعی  $BCMD$  چگونه است؟



(۱) فقط محاطی

(۲) فقط محیطی

(۳) هم محیطی و هم محاطی

(۴) نه محیطی و نه محاطی

۵۴- اگر مماس مشترک‌های داخلی دو دایره‌ی  $C(O, 2)$  و  $C'(O', 4)$  بر هم عمود باشند، طول خط‌المرکزین این دو دایره کدام است؟

$$(۱) 6\sqrt{2} \quad (۲) 9 \quad (۳) 6\sqrt{3} \quad (۴) 12$$

۵۵- اگر نقطه‌ی  $(1, -2)$  تصویر نقطه‌ی  $(2, 5)$  تحت تبدیل  $T(x, y) = (x - a, 2y + 3b)$  باشد، آن گاه نقطه‌ی  $(5, 2)$  تصویر کدام نقطه تحت  $T$  است؟

$$(۱) (-5, 7) \quad (۲) (6, -7) \quad (۳) (-5, -7) \quad (۴) (6, 7)$$

۵۶- نقطه‌ی  $M(k - 2, k + 3)$  روی دوران یافته‌ی خط به معادله‌ی  $\sqrt{3}x - 3y = 0$  حول مبدأ، تحت زاویه‌ی  $60^\circ$  قرار دارد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی  $M$  کدام است؟

$$(۱) 3 \quad (۲) 4 \quad (۳) 5 \quad (۴) 6$$

۵۷- تحت تجانس به مرکز  $O(4a - 1, b + 1)$ ، نقطه‌ی  $A(-1, 3)$  بر نقطه‌ی  $B(3, 2)$  تصویر می‌شود.  $a + b$  کدام است؟

$$(۱) 1 \quad (۲) 2 \quad (۳) -1 \quad (۴) -2$$

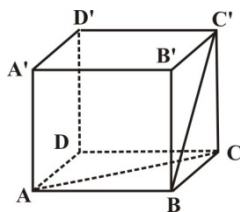
۵۸- در مکعب شکل مقابل، زاویه‌ی بین دو پاره‌خط  $AC'$  و  $BC'$  کدام است؟

$$(۱) 90^\circ \quad (۲) 60^\circ \quad (۳) 45^\circ \quad (۴) 30^\circ$$

۵۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

- (الف) اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه‌ای که آن دو را قطع کند، فصل مشترک‌های حاصل، دو خط موازی‌اند.  
(ب) اگر دو صفحه متقاطع باشند، هر صفحه‌ای که هر دو را قطع کند، فصل مشترک‌های حاصل، دو خط موازی‌اند.  
(ج) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط از یکی از این دو صفحه، با صفحه‌ی دیگر موازی است.

$$(۱) صفر \quad (۲) 1 \quad (۳) 2 \quad (۴) 3$$





۶۰- در کدام حالت دو خط  $D$  و  $D'$  همواره با هم موازی‌اند؟

- (۱) هر کدام بر یکی از دو خط موازی عمود باشد.
- (۲) هر دو با صفحه‌ی معلوم  $P$  موازی باشند.
- (۳) خط  $D$  فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع و  $D'$  موازی با این دو صفحه باشد.
- (۴) هر کدام بر یکی از دو صفحه‌ی متقاطع عمود بر هم، عمود باشد.

### فیزیک پیش‌دانشگاهی

#### فیزیک اتمی

(فوتون و پدیده‌ی

فوتوالکتتریک، طیف اتمی،

الگوهای اتمی، آشنایی با لیزر)

صفحه‌های ۱۹۱ تا ۲۲۰

۶۱- اگر نوری تک‌فام به رنگ بنفش را بر سطح فلزی بتانایم، پدیده فوتوالکتتریک رخ می‌دهد. در کدام حالت زیر، بیشینه سرعت فوتوالکترون‌های خروجی الزاماً افزایش می‌یابد؟

- (۱) به جای یک لامپ بنفش، از یک لامپ سبز استفاده کنیم.
- (۲) به جای یک لامپ بنفش، از چند لامپ بنفش استفاده کنیم.
- (۳) به جای یک لامپ بنفش، از یک لامپ آبی استفاده کنیم.
- (۴) از فلزی با بسامد قطع کمتر استفاده کنیم.

۶۲- در یک آزمایش فوتوالکتتریک، ولتاژ متوقف کننده برابر با  $5V$  است. بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده در این آزمایش برابر با چند میکروژول است؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$$

- (۱) ۵
- (۲)  $8 \times 10^{-19}$
- (۳)  $8 \times 10^{-13}$
- (۴)  $8 \times 10^{-15}$

۶۳- تابع کار فلزی برابر با  $5eV$  است. اگر طول موج‌های  $\lambda_A = 400nm$  و  $\lambda_B = 310nm$  را به آن بتانایم، کدام پرتو یا پرتوها باعث گسیل فوتوالکترون از سطح فلز می‌شود؟ ( $hc = 1240eV \cdot nm$ )

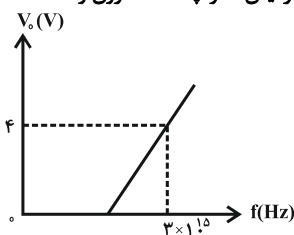
- (۱) A
- (۲) B
- (۳) هر دو
- (۴) هیچ‌کدام

۶۴- در یک آزمایش فوتوالکتتریک، اگر طول موج پرتوی فرودی  $300nm$  و ولتاژ متوقف کننده برابر با  $2V$  باشد، طول موج قطع فلز چند نانومتر است؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \text{ و } h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s)$$

- (۱) ۲۰۰
- (۲) ۳۰۰
- (۳) ۴۰۰
- (۴) ۶۰۰

۶۵- منحنی تغییرات ولتاژ متوقف کننده برحسب بسامد پرتوی فرودی برای یک فلز به صورت زیر است. تابع کار این فلز چند الکترون ولت است؟



$$(h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s)$$

- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۴
- (۳) ۸
- (۴) ۷

۶۶- در کدام الگوی اتمی، اتم به صورت توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت در نظر گرفته شد که الکترون‌ها درون آن قرار داشتند؟

- (۱) تامسون
- (۲) بالمر
- (۳) رادرفورد
- (۴) بور

۶۷- بلندترین طول موج رشته بالمر مربوط به اتم هیدروژن تقریباً چند نانومتر است؟ ( $E_R = 13/6 eV$ ,  $h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s$ ,  $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

- (۱) ۳۶۷
- (۲) ۶۳۵
- (۳) ۷۴۵
- (۴) ۱۲۰

۶۸- در اتم هیدروژن الکترون ابتدا در تراز  $n = 4$  قرار دارد. اگر در گذار این الکترون به تراز  $n'$ ، فوتونی با انرژی  $\frac{3}{16} E_R$  گسیل شود، انرژی الکترون در تراز  $n'$  چند

برابر  $E_R$  است؟

- (۱)  $-\frac{1}{9}$
- (۲)  $-\frac{1}{4}$
- (۳)  $-\frac{3}{4}$
- (۴)  $-1$





۶۹- الکترونی در یک اتم هیدروژن در حالت مجاز  $n = 6$  قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، به ترتیب از راست به چپ، چند فوتون در ناحیه فرورنگ گسیل می‌شود؟  
فوتون در ناحیه فرابنفش گسیل می‌شود؟

(۱) ۵ و ۶ (۲) ۶ و ۹ (۳) ۵ و ۵ (۴) ۵ و ۹

۷۰- انرژی بستگی الکترون در اتم هیدروژن در حالت برانگیخته  $n = 3$  چند برابر انرژی بستگی آن در حالت برانگیخته  $n = 4$  است؟

(۱)  $\frac{16}{9}$  (۲)  $\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

### فیزیک ۳

ترمودینامیک / الکتروسیسته

ساکن / جریان الکتریکی

صفحه‌های ۱ تا ۱۱۴

### فیزیک ۱

صفحه‌های ۴۶ تا ۷۶

۷۱- دمای ۴ مول گاز کامل دو اتمی را در حجم ثابت از  $27^\circ\text{C}$  به  $127^\circ\text{C}$  می‌رسانیم. تغییر انرژی درونی گاز طی این فرایند

چند کیلوژول است؟ ( $C_V = \frac{5}{2}R$  و  $R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ )

(۱) ۴/۹۸ (۲) ۸/۳ (۳) ۱۶/۶ (۴) ۳/۳۲

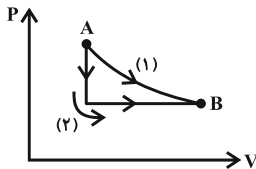
۷۲- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل را یکبار از طریق مسیر (۱) طی یک فرایند هم‌دما و بار دیگر از طریق مسیر (۲) از

حالت A به حالت B می‌رسانیم. اگر گرمای مبادله شده توسط گاز طی مسیرهای (۱) و (۲) را با  $Q_1$  و  $Q_2$  نمایش دهیم،

کدام رابطه صحیح است؟

(۱)  $Q_1 = Q_2$  (۲)  $Q_1 < Q_2$

(۳)  $Q_1 > Q_2$  (۴) بسته به شرایط هر سه حالت ممکن است.



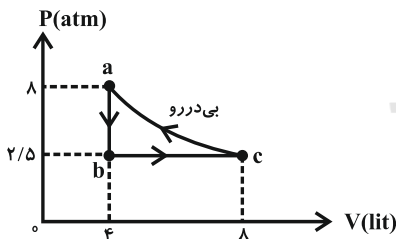
۷۳- بازده یک ماشین گرمایی فرضی که چرخه کارنو را طی می‌کند، برابر با  $4/10$  است. اگر با ثابت ماندن دمای چشمه سرد، دمای مطلق چشمه گرم این ماشین  $20$

درصد افزایش یابد، بازده آن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. (۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. (۴) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

۷۴- چرخه‌ای که مقدار معینی گاز کامل تک‌اتمی در یک یخچال طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟ ( $C_V = \frac{3}{2}R$ ) و



( $C_P = \frac{5}{2}R$ )

(۱) ۱/۳۲

(۲) ۳/۱۲۵

(۳) ۴/۱۲۵

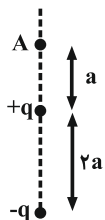
(۴) ۰/۳۲

۷۵- مراکز دو کره فلزی مشابه که دارای بارهای  $2q$  و  $3q$  هستند، در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارد. اگر ابتدا کره دارای بار  $2q$  را به زمین اتصال داده و بعد از قطع

اتصال آن به زمین، دو کره را با هم تماس داده و سپس مراکز آن‌ها را در فاصله  $\frac{r}{4}$  از یکدیگر قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر حالت اول می‌شود؟

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳)  $\frac{25}{6}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۷۶- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو قطبی الکتریکی در نقطه A کدام است؟ ( $\epsilon_0$ : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)



(۱)  $\frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$  (۲)  $\frac{4q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$

(۳)  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}$  (۴)  $\frac{2q}{\pi\epsilon_0 a^2}$



۷۷- با صرف  $۳۲\text{kWh}$  انرژی، چه تعداد الکترون را می‌توان با سرعت ثابت از صفحه‌ای با پتانسیل الکتریکی ثابت  $+۲۰\text{V}$  به زمین منتقل کرد؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C})$$

$$(۱) \quad 3/6 \times 10^{26} \quad (۲) \quad 7/2 \times 10^{25}$$

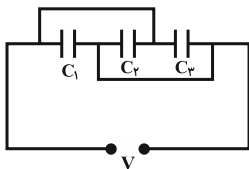
$$(۳) \quad 3/6 \times 10^{25} \quad (۴) \quad 7/2 \times 10^{26}$$

۷۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، الکترونی به جرم  $m$  را در نقطه‌ای رها می‌کنیم. اگر زمانی که الکترون به اندازه  $d$  جابه‌جا شده است، انرژی جنبشی آن برابر با

$$\frac{1}{2}mv^2 \quad \text{باشد، بزرگی میدان الکتریکی کدام است؟ (e: بار الکترون و از نیروی گرانشی وارد بر الکترون و تمامی اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)}$$

$$(۱) \quad \frac{mv^2}{2ed} \quad (۲) \quad \frac{mv^2}{ed} \quad (۳) \quad \frac{mv^2}{4ed} \quad (۴) \quad \frac{2mv^2}{ed}$$

۷۹- در مدار شکل زیر، اگر بار ذخیره شده در خازن  $C_1$  برابر با  $Q$  باشد، به ترتیب از راست به چپ، بار ذخیره شده در خازن‌های  $C_2$  و  $C_3$  چند برابر  $Q$  است؟



$$(۱) \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \quad (۲) \quad 1, 1$$

$$(۳) \quad \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \quad (۴) \quad 2, \frac{1}{3}$$

۸۰- دو سر خازن تختی به ظرفیت  $C$  که بین صفحات آن هوا است را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل می‌کنیم. اگر دی‌الکتریکی با ثابت  $K=2$  را بین صفحات خازن

وارد کنیم طوری که تمام فضای بین صفحات را پر کند، به ترتیب از راست به چپ، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن، ظرفیت خازن، بار الکتریکی ذخیره شده در خازن، انرژی ذخیره شده در خازن و بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات آن چند برابر می‌شود؟

$$(۱) \quad 1, \frac{1}{2}, 2, 2, \frac{1}{2} \quad (۲) \quad 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, 1$$

$$(۳) \quad 1, 2, 2, 2, \frac{1}{2} \quad (۴) \quad 1, 2, 2, 2, 1$$

۸۱- صفحه‌های خازن تختی که ضریب دی‌الکتریک آن  $2/1$  و فاصله بین صفحات آن  $4/2\text{mm}$  است را به اختلاف پتانسیل  $220\text{V}$  متصل می‌کنیم. اگر در همین

حالت، دی‌الکتریک خازن را بیرون بیاوریم، فاصله بین دو صفحه را چگونه تغییر دهیم تا انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن تغییر نکند؟

$$(۱) \quad 2/2\text{mm} \quad \text{کاهش دهیم.} \quad (۲) \quad 2/2\text{mm} \quad \text{افزایش دهیم.}$$

$$(۳) \quad 1/2\text{mm} \quad \text{کاهش دهیم.} \quad (۴) \quad 1/2\text{mm} \quad \text{افزایش دهیم.}$$

۸۲- دو خازن تخت با ظرفیت‌های  $6\mu\text{F}$  و  $4\mu\text{F}$  را به ترتیب با ولتاژهای  $1000\text{V}$  و  $500\text{V}$  پر کرده و سپس آن‌ها را از منبع‌های اولیه جدا می‌کنیم و صفحات

غیرهم‌نام آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. بعد از ایجاد تعادل، اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها برابر با چند ولت خواهد شد؟

$$(۱) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad 800 \quad (۳) \quad 750 \quad (۴) \quad 400$$

۸۳- در دمای ثابت، یک سیم رسانا را آن قدر می‌کشیم تا قطر آن به طور یکنواخت نصف شود. مقاومت الکتریکی این سیم چند برابر می‌شود؟

$$(۱) \quad 1 \quad (۲) \quad 4 \quad (۳) \quad 8 \quad (۴) \quad 16$$

۸۴- در شکل زیر، مقاومت معادل دو مقاومت ترکیبی برابر با  $60\Omega$  است. اگر اندازه یکی از مقاومت‌ها نصف دیگری باشد، رنگ حلقه‌های (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب از

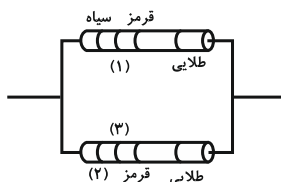
راست به چپ کدام است؟

(۱) سفید، قهوه‌ای، خاکستری

(۲) زرد، سیاه، قرمز

(۳) قرمز، سیاه، زرد

(۴) خاکستری، قهوه‌ای، سفید



سیاه	خاکستری	زرد	قرمز	قهوه‌ای	سیاه
۹	۸	۴	۲	۱	۰

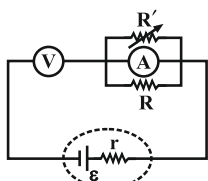
۸۵- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر  $R'$  را کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟ (آمپرسنج ایده‌آل است.)

(۱) زیاد می‌شود.

(۲) کم می‌شود.

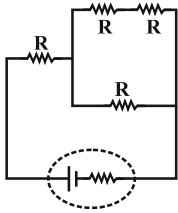
(۳) تغییر نمی‌کند.

(۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.



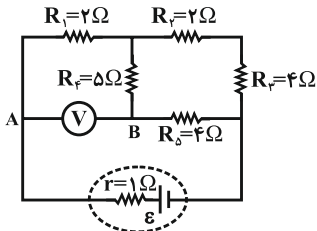


۸۶- در مدار شکل زیر، اگر بیشینه توان الکتریکی قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های مشابه برابر با  $30\text{ W}$  باشد، بیشینه توان مصرفی مجموعه مقاومت‌های خارجی مدار در صورتی که هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، برابر با چند وات است؟



- (۱) ۶۰  
(۲) ۵۰  
(۳) ۴۵  
(۴) ۳۰

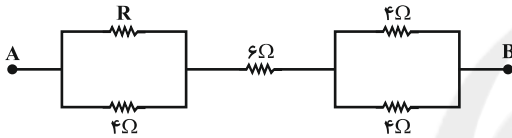
۸۷- در مدار الکتریکی شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان دهد، توان خروجی مولد چند وات است؟



- (۱) ۲۱۵  
(۲) ۱۶۵  
(۳) ۱۴۰

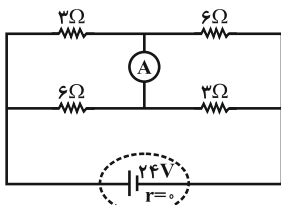
(۴) باید نیروی محرکه مولد (E) داده شود.

۸۸- در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم می‌تواند باشد؟



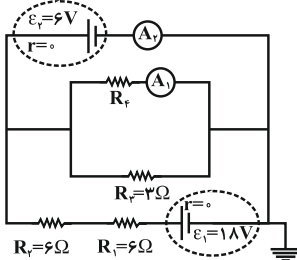
- (۱) ۷  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۳  
(۴) ۱۶

۸۹- در مدار شکل مقابل، آمپرسنج ایده‌آل چند آمپر را نشان می‌دهد؟



- (۱) صفر  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) ۶

۹۰- در مدار شکل زیر اگر عددی که آمپرسنج  $A_1$  نشان می‌دهد برابر با  $1A$  باشد، عددی که آمپرسنج  $A_2$  نشان می‌دهد، برحسب آمپر کدام است؟ (مقاومت درونی مولدها ناچیز و آمپرسنج‌ها ایده‌آل هستند.)



- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) صفر  
(۴) ۳

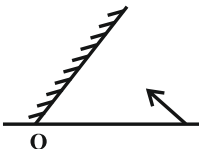
## فیزیک ۲

۹۱- کدامیک از عبارتهای زیر در رابطه با تشکیل کسوف و خسوف صحیح است؟

- (۱) در هر دو زمین بین ماه و خورشید قرار می‌گیرد.  
(۲) در هر دو فاصله بین ماه و زمین کمینه مقدار ممکن است.  
(۳) در هر دو ماه بین زمین و خورشید قرار می‌گیرد.  
(۴) در هر دو ماه، زمین و خورشید تقریباً در یک راستا قرار می‌گیرند.

۹۲- در شکل زیر زاویه بین امتداد جسم و امتداد تصویرش در آینه تخت  $60^\circ$  درجه است. آینه را با فرض ثابت بودن جسم چند درجه و در چه جهتی حول نقطه O بچرخانیم تا امتداد جسم و تصویرش بر هم عمود شوند؟ (شکل به صورت تقریبی رسم شده است.)

- (۱) ۱۵ - ساعتگرد  
(۲) ۱۵ - پادساعتگرد  
(۳) ۳۰ - ساعتگرد  
(۴) ۳۰ - پادساعتگرد



### انرژی / نور شناخت

صفحه‌های ۱ تا ۲۶  
و ۷۷ تا ۱۴۶

### فیزیک ۲

کار و انرژی / ویژگی‌های ماده

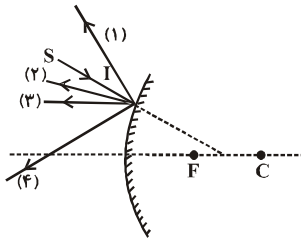
صفحه‌های ۷۶ تا ۱۱۷



۹۳- جسمی در راستای عمود بر سطح آینه تختی با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  به آن نزدیک می‌شود. اگر جسم و تصویر آن در هر ثانیه ۴ متر به یکدیگر نزدیک شوند، سرعت حرکت آینه چند متر بر ثانیه است؟

- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۳ (۳)      ۱۲ (۴)

۹۴- با توجه به شکل مقابل، بازتاب پرتوی SI از سطح آینه کوز، مطابق کدام پرتو می‌تواند باشد؟



- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)

۹۵- جسمی در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از یک آینه مقعر به فاصله کانونی ۲۰ سانتی‌متر و عمود بر محور اصلی آن واقع است. جسم را چند سانتی‌متر به آینه نزدیک کنیم تا طول تصویر در حالت دوم برابر با طول تصویر در حالت اول شود؟

- ۲۰ (۱)      ۱۵ (۲)      ۱۰ (۳)      ۵ (۴)

۹۶- پرتو نوری تحت زاویه تابش  $53^\circ$  از هوا وارد محیط شفاف می‌گردد. اگر این پرتو در محیط شفاف  $16^\circ$  درجه از مسیر اولیه‌اش منحرف شود، زاویه حد محیط شفاف چند درجه است؟ ( $\sin 53^\circ = 0.8$ )

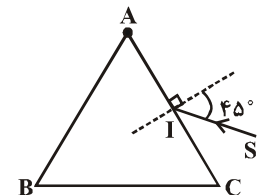
- $\sin^{-1}(\frac{3}{5})$  (۱)       $\sin^{-1}(\frac{4}{5})$  (۲)       $\sin^{-1}(\frac{3}{4})$  (۳)       $\sin^{-1}(\frac{2}{3})$  (۴)

۹۷- یک ماهی که در عمق ۴ متری آب دریاچه‌ای شنا می‌کند، پرنده‌ای را در راستای تقریباً قائم و در فاصله ۱۲ متری خود می‌بیند. پرنده ماهی را در چه فاصله‌ای برحسب متر از خود می‌بیند؟ ( $n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}$ )

- ۹ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۳ (۴)

۹۸- مطابق شکل زیر، پرتوی تک‌رنگ SI، به یک منشور با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع می‌تابد. اگر ضریب شکست محیط منشور برابر  $\sqrt{2}$  باشد، پرتوی خروجی از منشور چند درجه نسبت به پرتوی SI، منحرف شده است؟

- صفر (۱)  
۳۰ (۲)  
۶۰ (۳)  
۹۰ (۴)



۹۹- از جسمی که در فاصله ۱۲ سانتی‌متری عدسی همگرایی روی محور اصلی عدسی و عمود بر آن قرار گرفته است، تصویر واضحی روی پرده تشکیل شده است. اگر با فرض ثابت بودن مکان جسم و پرده، با جابه‌جایی مکان عدسی دیگر نتوان تصویر واضحی از جسم روی پرده تشکیل داد، فاصله جسم از پرده در حالت اول برحسب سانتی‌متر و فاصله کانونی عدسی برحسب سانتی‌متر، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ۱۲، ۲۴ (۱)      ۱۲، ۱۲ (۲)      ۱۲، ۶ (۳)      ۶، ۲۴ (۴)

۱۰۰- اگر جسمی را که در مقابل یک عدسی واگرا روی محور اصلی آن قرار دارد،  $10 \text{ cm}$  به طرف عدسی حرکت دهیم، بزرگنمایی تصویر از  $\frac{1}{5}$  به  $\frac{1}{3}$  می‌رسد. فاصله کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟

- ۵ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۵ (۳)      ۲۰ (۴)

۱۰۱- اگر اندازه سرعت کامیونی نصف اندازه سرعت یک اتومبیل و جرم آن دو برابر جرم اتومبیل باشد، انرژی جنبشی کامیون چند درصد کمتر از انرژی جنبشی اتومبیل است؟

- ۱۰۰ (۱)      ۷۵ (۲)      ۵۰ (۳)      ۲۵ (۴)

۱۰۲- فتری افقی با جرم ناچیز را از حالت عادی‌اش به اندازه  $20 \text{ cm}$  می‌کشیم. اگر تغییر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر در  $10 \text{ cm}$  اول جابه‌جایی برابر با

$U_1$  و در  $10 \text{ cm}$  دوم جابه‌جایی برابر با  $U_2$  باشد، حاصل  $\frac{U_2}{U_1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



۱۰۳- در شکل زیر ابتدا جسم را روی سطح افقی به فنر اول به اندازه  $20\text{ cm}$  فشرده و سپس رها می‌کنیم. جسم به طرف فنر دوم رفته و آن را حداکثر به اندازه  $20\text{ cm}$  فشرده می‌کند. کار نیروی اصطکاک در طول این مسیر چند ژول است؟ (جرم فنرها ناچیز فرض شود)

$$k_2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$k_1 = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) -۱/۵

(۴) -۲

۱۰۴- یک بالابر الکتریکی برای بالا بردن جسمی به جرم  $100\text{ kg}$  با سرعت ثابت از سطح زمین تا ارتفاع معینی،  $9\text{ kJ}$  انرژی مصرف می‌کند. اگر جسم از این ارتفاع رها شود، با فرض ناچیز بودن مقاومت هوا، سرعت آن هنگام رسیدن به زمین برابر با  $6\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌شود. بازده این بالابر چند درصد است؟

(۴) ۸۰

(۳) ۶۰

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

۱۰۵- دو مکعب با ابعاد یکسان که از فلزی به چگالی  $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  ساخته شده‌اند، داریم. اگر در یکی از مکعب‌ها حفره ای وجود داشته باشد و جرم مکعب‌ها برابر با  $60\text{ g}$  و  $480\text{ g}$  باشد، حجم حفره داخل مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

(۴) ۷۵

(۳) ۶۰

(۲) ۳۰

(۱) ۱۵

۱۰۶- در عمق ۳ متری از یک مایع، فشار کل برابر با  $275$  سانتی‌متر جیوه است. اگر فشار هوا روی سطح مایع برابر با  $75\text{ cmHg}$  و چگالی جیوه  $13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  باشد، چگالی این مایع چند واحد SI است؟

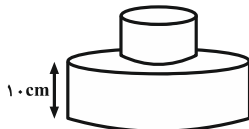
(۴) ۴۵۰۰

(۳) ۹۰۰۰

(۲) ۶۰۰۰

(۱) ۱۸۰۰

۱۰۷- در شکل زیر، سطح مقطع قسمت استوانه‌ای پایین ظرف  $20\text{ cm}^2$  و سطح مقطع قسمت استوانه‌ای بالای ظرف  $10\text{ cm}^2$  است. اگر  $2\text{ lit}$  از مایعی به چگالی  $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  را در ظرف بریزیم، پس از ایجاد تعادل، اندازه نیروی ناشی از مایع که به کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و مایع از ظرف بیرون نمی‌ریزد.)



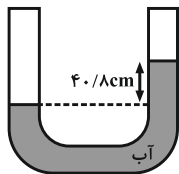
(۲) ۱۴۰

(۱) ۱۲۰

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۶۰

۱۰۸- در شکل زیر، آب در حال تعادل است. اندازه اختلاف فشار گازهایی که در دو انتهای بسته لوله‌ها هستند، چند سانتی‌متر جیوه است؟



$$\left( g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

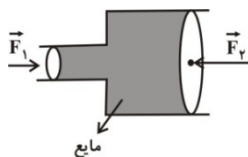
(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

۱۰۹- در شکل زیر، سطح مقطع پیستون کوچک‌تر  $\frac{1}{5}$  سطح مقطع پیستون بزرگ‌تر و مایع درون ظرف ساکن است. اگر  $20\text{ N}$  به نیروی  $F_1$  اضافه کنیم، نیروی  $F_2$  را چند نیوتون باید تغییر دهیم تا مایع درون ظرف ساکن بماند؟ (اصطکاک ناچیز است.)



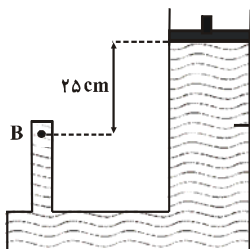
(۲) ۱۰۰

(۱) ۴

(۴) ۵۰۰

(۳) ۲۰

۱۱۰- در شکل زیر، جرم پیستون  $20\text{ kg}$ ، سطح مقطع آن  $4\text{ cm}^2$  و چگالی مایع  $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است. اختلاف فشار نقطه‌ای B با فشار هوای محیط چند کیلوپاسکال است؟



$$\left( g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۵۵

(۴) ۵۰۵

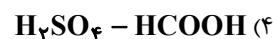
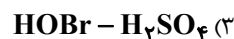
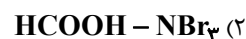


## شیمی پیش دانشگاهی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۹

۱۱۱- کدام مطلب درست است؟

- (۱) الکساندر ولتا و لوئیجی گالوانی باتری‌ای را اختراع کردند که با قرار دادن دو فلز در محلولی از اتانول جریان الکتریکی تولید می‌کرد.
- (۲) ایرانیان باستان مانند ولتا و لوئیجی گالوانی از دو فلز آهن و مس در دستگاه تبدیل انرژی الکتریکی به شیمیایی استفاده کردند.
- (۳) باتری‌های با کارایی بالا، با وجود تولید انرژی الکتریکی بیشتر، آلاینده‌های بیشتری ایجاد می‌کنند.
- (۴) سوخت و ساز سلولی در جانداران، فتوسنتز در گیاهان و استخراج فلزها از سنگ معدن آن، شکل مطلوب و مفیدی از انجام واکنش‌های اکسایش - کاهش است.

۱۱۲- با توجه به ترکیبات داده شده، اختلاف جبری عدد اکسایش عنصر مشخص شده در کدام دو ترکیب مقداری بیش تر است؟



۱۱۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کاهنده، گونه‌ای است که الکترون از دست می‌دهد و عدد اکسایش گونه دیگر را کاهش می‌دهد.
- (۲) عدد اکسایش کروم در یون دی‌کرومات، دو برابر عدد اکسایش نیتروژن در منیزیم نیتريت است.
- (۳) واکنش تجزیه پتاسیم کلرات برخلاف واکنش تجزیه کلسیم کربنات، جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش است.
- (۴) یون‌های پرکلرات، سولفات و سولفید گونه‌های همواره اکسنده هستند.

۱۱۴- چند مورد از مطالب زیر در مورد فیلم عکاسی که در گذشته برای تهیه عکس‌های سیاه و سفید استفاده می‌شد و واکنش اکسایش - کاهش رخ داده در آن، صحیح نمی‌باشد؟

- حاوی بلورهای بسیار ریز نقره برمید در ژلاتین است.
- ابتدا نیم‌واکنش کاهش به صورت  $\text{Ag}^+(\text{s}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$  و سپس نیم‌واکنش اکسایش رخ می‌دهد.
- $\text{Br}^-$  در نقش کاهنده و برم تولیدی به صورت مایع می‌باشد.
- تعداد الکترون‌های مبادله شده در واکنش موازنه شده مربوطه، برابر ۲ است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

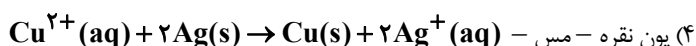
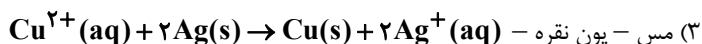
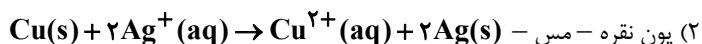
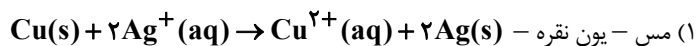
۴ (۱)

۱۱۵- همه گزینه‌های زیر نادرست‌اند به جز...

- (۱) مقدار تغییرات عدد اکسایش اتم کربن در واکنش سوختن کامل متان ۸ برابر مقدار تغییر عدد اکسایش اتم منگنز در تبدیل یون منگنات به یون پرمنگنات است.
- (۲) واکنش  $\text{KClO}_3 + \text{P} \rightarrow \text{P}_2\text{O}_5 + \text{KCl}$  از نوع اکسایش - کاهش است و پس از موازنه مجموع ضرایب استوکیومتری آن برابر ۱۸ است.
- (۳) مقایسه مقدار عدد اکسایش کربن در سه ترکیب  $\text{CH}_2\text{O}$ ،  $\text{HCOOH}$  و  $\text{CO}_2$  به صورت  $\text{CH}_2\text{O} > \text{HCOOH} > \text{CO}_2$  است.
- (۴) در گذشته، کاهش هم ارز با گرفتن اکسیژن و اکسایش هم‌ارز با گرفتن هیدروژن تعریف می‌شد.



۱۱۶- زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، اکسنده و کاهنده به ترتیب . . . و . . . می‌باشند و واکنش موازنه‌شده اکسایش - کاهش به صورت . . . خواهد بود.



۱۱۷- با توجه به واکنش موازنه‌نشده مقابل کدام عبارت درست است؟  $\text{CH}_3\text{OH(g)} + \text{O}_2(\text{g}) \xrightarrow[\text{Ag}]{500^\circ\text{C}} \text{B(g)} + \text{H}_2\text{O(g)}$

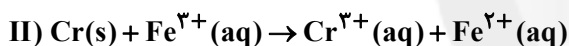
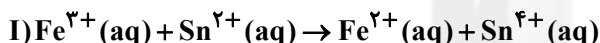
(۱) ساده‌ترین آلدهید است و اگر به جای هیدروژن‌های آن گروه‌های متیل قرار دهیم، به ساده‌ترین کتون تبدیل می‌شود.

(۲) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۶ است.

(۳) B در حضور نقره اکسید، کاهش یافته و به فرمیک اسید تبدیل می‌شود.

(۴) عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب B برابر عدد اکسایش اتم اکسیژن در ترکیب HOCl است.

۱۱۸- پس از موازنه هر یک از واکنش‌های زیر چه تعداد از مطالب داده شده صحیح است؟



آ- ضریب استوکیومتری گونه کاهنده در واکنش‌های (I) و (II) برابر است.

ب- ضریب استوکیومتری گونه اکسنده در واکنش I، دو برابر ضریب گونه کاهنده در واکنش (II) است.

پ- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در واکنش (II)، بیش‌تر از مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌های واکنش (I) است.

ت- مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌های اکسنده در دو واکنش (I) و (II) برابر ۵ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹- در واکنش موازنه نشده  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$  پس از موازنه تغییر مجموع عدد اکسایش اتم‌های

کربن برابر . . . بوده و . . . الکترون‌های مبادله‌شده در این فرایند است.

(۱) ۲۰- بیش‌تر از (۲) ۲۰- برابر با (۳) ۶- برابر با (۴) ۶- بیش‌تر از

۱۲۰- بر اثر وارد کردن تیغه ۱/۷۷ گرمی از نیکل در ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار مس (II) نیترات، پس از پایان واکنش به طور

کامل، جرم جامد موجود در ظرف به چند گرم می‌رسد؟ ( $\text{Ni} = 59, \text{Cu} = 64 : \text{g.mol}^{-1}$ )



(۱) ۱/۱۸

(۲) ۱/۲۸

(۳) ۱/۸۷

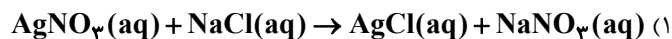
(۴) ۱/۴۲



دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که شیمی پایه زوچ کتاب است و شما باید به یکی از دو دسته سؤال‌های «شیمی ۳» یا «شیمی ۲» پاسخ دهید.

شیمی ۳: صفحه‌های ۱ تا ۹۲

۱۲۱- کدام واکنش به شکل نوشته شده انجام نمی‌گیرد و در آن مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیش‌تر است؟



۱۲۲- کدام گزینه درست است؟

(۱) سالیسیلیک‌اسید به عنوان طعم‌دهنده در مواد غذایی و دارویی استفاده می‌شود.

(۲) از سیلیسیم خالص برای تهیه شیشه‌های لوازم الکترونیکی استفاده می‌شود.

(۳) در تجزیه عنصری، نوع عنصرهای تشکیل‌دهنده و جرم هریک از آن‌ها به‌طور مستقیم تعیین می‌شود.

(۴) فرمول تجربی، ساده‌ترین نسبت مولی عنصرهای سازنده یک ترکیب را مشخص می‌کند.

۱۲۳- درصد جرمی مس در نمونه ناخالصی از مس (III) سولفات پنج آبه برابر ۸ است. چند درصد این نمونه را آب تشکیل داده است؟

( $\text{Cu} = 64, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۲/۲۵ (۲) ۱۱/۲۵ (۳) ۳۶/۰۰ (۴) ۴۷/۲۵

۱۲۴- اگر ۴۰۰ گرم آهن (III) اکسید با خلوص ۶۰ درصد و ۶۳ گرم کربن خالص را حرارت دهیم، واکنش‌دهنده محدودکننده ... است و

اگر ۵۰/۴ گرم آهن مذاب به‌دست آمده باشد، بازده درصدی واکنش برابر ... است. ( $\text{Fe} = 56, \text{O} = 16, \text{C} = 12 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) آهن (III) اکسید - ۳۰ درصد

(۲) کربن - ۲۵ درصد

(۳) آهن (III) اکسید - ۲۵ درصد

(۴) کربن - ۳۰ درصد

۱۲۵- از انفجار ۱۵ گرم نیتروگلیسرین، x گرم از گازی حاصل می‌شود که از تجزیه حرارتی y گرم سنگ آهک ( $\text{CaCO}_3$ ) نیز همین

مقدار گاز تولید می‌شود. y تقریباً کدام است؟ ( $\text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۱۹/۸ (۲) ۲۴/۲ (۳) ۲۶/۸ (۴) ۲۹/۲

۱۲۶- چند مورد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف- واکنش میان سدیم و آهن (III) اکسید در کیسه‌های هوا دما را به‌طور ناگهانی تا بیش از یک‌صد درجه بالا می‌برد.

ب- سوختن ناقص بنزین باعث کم‌تر شدن مصرف سوخت می‌شود و توان خودرو را افزایش می‌دهد.

ج- نسبت استوکیومتری سوخت به هوا در واکنش کامل سوختن بنزین در موتور خودرو ۱ به ۱۲/۵ است.

د- سدیم هیدروژن کربنات ماده بی‌خطری است که در اثر تجزیه شدن آن، سدیم کربنات جامد تشکیل می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- از تجزیه گرمایی ۲۰/۲ گرم پتاسیم‌نیترات ناخالص با خلوص ۸۰ درصد و ۳۰ گرم کلسیم‌کربنات ناخالص با خلوص ۶۰ درصد،

مقداری گاز آزاد می‌شود که در شرایط استاندارد (STP) به ترتیب x و y لیتر، حجم دارند. (y - x) برابر با چند لیتر است؟

( $\text{K} = 39, \text{O} = 16, \text{Ca} = 40, \text{C} = 12, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۵/۵۱ (۲) ۳/۰۷ (۳) ۲/۲۴ (۴) ۱/۱۹





۱۲۸- کدام مطلب نادرست است؟ ( $H = 1 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) گرمای حاصل از تشکیل آب از یک گرم هیدروژن اتمی، به اندازه آنتالپی پیوند مولی ( $H-H$ ) از گرمای حاصل از سوختن یک گرم هیدروژن مولکولی در شرایط یکسان، بیش تر است.
- (۲) انرژی لازم برای شکستن همه پیوندهای  $N-H$  در آمونیاک یکسان نیست.
- (۳) گرمای سوختن الماس از گرمای سوختن گرافیت در همان شرایط بیش تر است.
- (۴) تفاوت آنتالپی‌های استاندارد ذوب و تبخیر در جیوه در مقایسه با این مقدار در آرگون بیش تر است.

۱۲۹- از سوختن یک مول گاز متان در شرایط استاندارد ۸۹۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. گرمای حاصل از سوختن ۴/۰ گرم متان در شرایط استاندارد، دمای تقریباً چند مول سدیم کلرید را ۱۰۰ درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟ (ظرفیت گرمایی ویژه  $NaCl$  را

برابر با  $1/25 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$  فرض کنید.) ( $Cl = 35/5, Na = 23, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۰/۳ (۲) ۱/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۱۳۰- چند مورد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف- از گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای یک واکنش در فشار ثابت استفاده می‌شود.
- ب- همزن و دماسنج از اجزای سازنده مشترک میان گرماسنج‌های لیوانی و بمبی هستند.
- پ- با استفاده از قانون هس  $\Delta H^{\circ}$  واکنش را می‌توان از جمع جبری اندازه  $\Delta H^{\circ}$  همه واکنش‌های تشکیل‌دهنده آن به دست آورد.
- ت-  $NO$  و  $CO$  دو گاز آلاینده هوا هستند که از آگزوز خودروها خارج می‌شوند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۱- کدام یک از موارد زیر صحیح هستند؟

الف- ترمودینامیک افزون بر مطالعه تبدیل شکل‌های مختلف انرژی به یکدیگر و راه‌های انتقال آن، سرعت فرایندهای فیزیکی و شیمیایی را بررسی می‌کند.

ب- در بین موارد (غلظت ppm، فشار، ظرفیت گرمایی، آنتالپی یک واکنش و آنتروپی) دو کمیت شدتی وجود دارد.

ج- فرآورده واکنش تشکیل هیدرازین بر خلاف فرآورده واکنش تشکیل کربن مونواکسید، از واکنش‌دهنده‌ها ناپایدارتر است.

د- یکسانی حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در دما و فشار ثابت، شرایط لازم و کافی برای برقراری قانون نسبت‌های ترکیبی است.

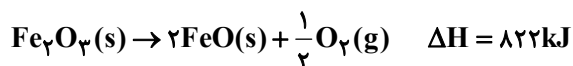
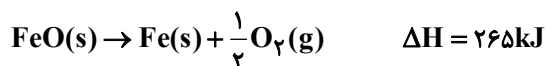
- (۱) ب و د (۲) الف و ب و د (۳) الف و ج و د (۴) ب و ج

۱۳۲- واکنش مقابل را در نظر بگیرید:



با توجه به واکنش‌های زیر، گرمای حاصل از مصرف چند گرم فسفر ( $P_4$ ) در شرایط یکسان، معادل گرمای حاصل از تشکیل

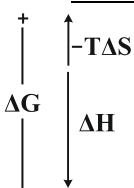
۶/۴ گرم آهن (III) اکسید از عناصر سازنده‌اش در حالت پایه است؟ ( $P = 31, Fe = 56, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



- (۱) ۲۶/۴ (۲) ۲۲/۶ (۳) ۲۴/۸ (۴) ۲۸/۲

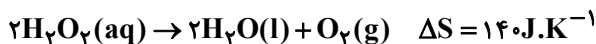
۱۳۳- مقادیر  $\Delta H$  و  $-T\Delta S$  برای واکنش گازی  $aA \rightarrow bB$  در دمای  $25^{\circ}C$  به صورت زیر است. کدام گزینه در مورد آن نادرست است؟

- (۱) ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده  $A(a)$  از ضریب استوکیومتری فرآورده  $B(b)$  بزرگ تر است.
- (۲) واکنش در دمای یادشده خودبه‌خودی است ولی با افزایش دما می‌توان از پیشرفت آن جلوگیری کرد.
- (۳) اگر این واکنش در یک سیلندر متصل به پیستون روان و متحرک انجام شود، سامانه روی محیط کار انجام می‌دهد.
- (۴) انرژی در دسترس برای انجام واکنش، منفی است.





۱۳۴- با استفاده از داده‌های زیر  $\Delta G$  واکنش زیر در دمای  $27^\circ\text{C}$  برابر چند کیلوژول است؟



فرمول شیمیایی	$\Delta H^\circ (\text{kJ.mol}^{-1})$ تشکیل
$\text{H}_2\text{O}$	-۲۸۶
$\text{H}_2\text{O}_2$	-۱۹۱/۵

(۱) -۲۳۱

(۲) +۲۳۱

(۳) -۱۹۲/۷۸

(۴) +۱۹۲/۷۸

۱۳۵- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) استون پس از آب، مهم‌ترین حلال صنعتی است.

(۲) هگزان، حلال بسیار مناسبی برای تعداد کمی از ترکیب‌های ناقطبی است.

(۳) آب فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال شناخته شده است.

(۴) از استون برای تولید مواد آرایشی و بهداشتی استفاده می‌شود.

۱۳۶- دمای  $280^\circ\text{C}$  گرم محلول سیرشدهٔ سرب (II) نیترات را از  $25^\circ\text{C}$  به  $5^\circ\text{C}$  می‌رسانیم. برای این که رسوب ایجاد شده را دوباره در

محلول به طور کامل حل کنیم، حداقل چند گرم آب خالص در همان دما باید اضافه کنیم؟ (انحلال‌پذیری سرب (II) نیترات در

دماهای  $25^\circ\text{C}$  و  $5^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر ۶۰ و ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.)

(۱) ۳۵ (۲) ۸۷/۵ (۳) ۱۷۵ (۴) ۱۰۵

۱۳۷- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) در فشار ثابت  $1 \text{ atm}$  تغییرات دما تأثیر کم‌تری بر انحلال‌پذیری گاز  $\text{Cl}_2$  در مقایسه با گاز  $\text{H}_2\text{S}$  می‌گذارد.

(۲) انحلال یُد در تولوئن به شدت گرماده است و دمای محلول را بالا می‌برد.

(۳) انحلال پتاسیم‌هیدروکسید مانند لیتیم‌سولفات در آب گرماده و با افزایش آنتروپی همراه است.

(۴) حل شدن یک مادهٔ جامد در مایع همواره با افزایش آنتروپی همراه است.

۱۳۸-  $50$  میلی‌لیتر محلول  $\text{H}_2\text{SO}_4$  غلیظ با چگالی  $1.6 \text{ kg.L}^{-1}$  را که  $25/61$  درصد جرمی است، در  $369$  گرم آب حل می‌کنیم.

مولالیته محلول حاصل کدام است؟ ( $\text{H} = 1, \text{S} = 32, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۰/۲ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۸ (۴) ۰/۲۵

۱۳۹-  $1/25$  میلی‌لیتر محلول غلیظ نقره‌نیترات با چگالی  $3/4 \text{ g.mL}^{-1}$  را تا حجم  $100$  میلی‌لیتر رقیق کرده و  $20$  میلی‌لیتر از آن را

با مقدار اضافی محلول سدیم‌برمید واکنش داده‌ایم. اگر در این واکنش  $47$  گرم رسوب تولید شود، محلول اولیه نقره‌نیترات

چند درصد جرمی بوده است؟ ( $\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Br} = 80, \text{Ag} = 108 : \text{g.mol}^{-1}$ ) (رسوب  $\text{AgBr}$  انحلال‌پذیری

ناچیزی دارد.)

(۱) ۴۰ (۲) ۱۰ (۳) ۵۰ (۴) ۳۰

۱۴۰-  $37/25$  میلی‌گرم  $\text{NaClO}$  جامد با  $365$  گرم محلول  $\text{HCl}$  به طور کامل واکنش می‌شود. غلظت محلول  $\text{HCl}$  بر حسب ppm کدام

است و چند میلی‌لیتر گاز کلر در شرایط STP تولید می‌شود؟ ( $\text{H} = 1, \text{Na} = 23, \text{Cl} = 35/5, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ ) (گزینه‌ها را از

راست به چپ بخوانید.)

(۱)  $22/4, 100$  (۲)  $11/2, 200$  (۳)  $22/4, 200$  (۴)  $11/2, 100$



## شیمی ۲: صفحه‌های ۱ تا ۹۲

۱۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) براساس نظریه اتمی دالتون در تمام واکنش‌های شیمیایی همواره قانون پایستگی جرم برقرار است.
- (۲) براساس مدل اتمی تامسون، پروتون‌ها جرم نداشته و توده‌ای ابر مانند از بار مثبت هستند.
- (۳) با نشر یک ذره آلفا و دو ذره بتا از هسته یک اتم پرتوزا، ۴ واحد از عدد جرمی آن کاسته می‌شود ولی عدد اتمی بدون تغییر باقی می‌ماند.
- (۴) رادرفورد با استفاده از نتایج آزمایش‌های موزلی توانست عدد اتمی را به دست آورد.

۱۴۲- رادرفورد موفق به ساختن یک ورقه نازک طلا با ضخامت حدود ۲۰۰۰ اتم شد. اگر ابعاد تقریبی هسته یک اتم طلا  $10^{-13}$  cm باشد،و نسبت حجم اتم طلا به حجم هسته آن  $10^{15}$  باشد، ضخامت ورقه نازک طلا تقریباً چند متر بوده است؟

- (۱)  $2 \times 10^{-6}$  (۲)  $2 \times 10^{-7}$  (۳)  $2 \times 10^{-8}$  (۴)  $2 \times 10^{-5}$

۱۴۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) با افزودن کات کبود به باروت سیاه رنگ جرقه‌های آتش آبی خواهد شد.
- (۲) تعداد الکترون‌های با  $m_l = +1$  در اتم  $^{29}\text{Cu}$  سه برابر مجموع الکترون‌های اتم  $^{14}\text{Si}$  است.
- (۳) به‌طور عمده الکترون‌ها هستند که خواص شیمیایی یک عنصر را تعیین می‌کنند.
- (۴) فقط زمانی یک هسته حتماً ناپایدار خواهد بود که نسبت تعداد نوترون‌ها به پروتون‌های آن  $1/5$  یا بیش از این مقدار باشد.

۱۴۴- در یون  $X^{3+}$ ، تعداد الکترون‌های با  $l = 2$  نصف الکترون‌های با  $l = 0$  است. اتم  $X \dots$ 

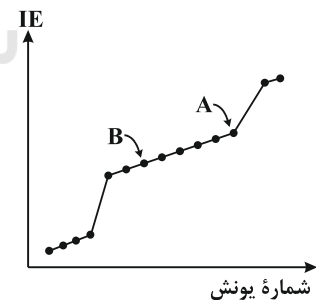
(۱) دارای ۳ لایه الکترونی پُر شده است و ۶ الکترون در لایه ظرفیتی خود دارد.

(۲) مجموع الکترون‌هایش صفر است.

(۳) نسبت به عنصر قبل و بعد از خود اوربیتال‌های تک‌الکترونی بیش‌تری دارد.

(۴) در انرژی‌های یونش متوالی خود دو جهش بزرگ دارد.

۱۴۵- نمودار لگاریتم انرژی‌های یونش متوالی عنصری از تناوب سوم رسم شده است. چه تعداد از موارد زیر درباره این عنصر نادرست است؟

الف-  $m_s = +\frac{1}{2}$ ,  $m_l = -1$ ,  $l = 1$  مشخصه الکترونی است که در یونش مرحله A کنده می‌شود.ب- سومین الکترون خارج‌شده از اتم، از اوربیتالی با  $m_l = 0$  در لایه سوم جدا شده است.

ج- الکترونی که در مرحله B از اتم جدا می‌شود در واقع در اوربیتالی دمبلی شکل است و

به صورت به دور خود می‌چرخد.

د- بعد از جدا شدن الکترونی که در مرحله B از اتم جدا می‌شود، تعداد الکترون‌های با  $m_l = 0$ ، ۶ عدد می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



دفتر چہی پاسخ

پاسخ نامہ

آزمون غیر حضوری

پیش دانشگاهی ریاضی

(۱۷ فروردین ۱۳۹۷)

(مباحث ۳۱ فروردین ۹۷)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچہ آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستندسازی
نوشین اشرفی	حروف نگار و صفحہ آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

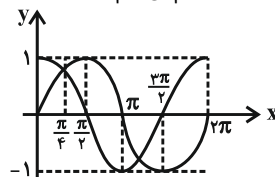
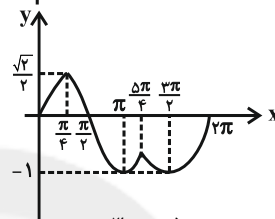
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

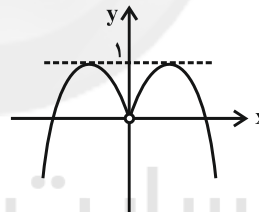


## دیفرانسیل

۱- گزینهی «۴»

ابتدا نمودارهای  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \cos x$  را رسم می‌کنیم:بنابراین تابع  $y = \min\{\sin x, \cos x\}$  به صورت زیر در می‌آید:تابع در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  در نقاطی به طول‌های  $\frac{\pi}{4}$  و  $\pi$  و  $\frac{5\pi}{4}$  و  $\frac{3\pi}{2}$  اکسترمم نسبی دارد.

۲- گزینهی «۳»

نمودار تابع  $y = 2|x| - x^2$  و  $x \neq 0$  به شکل زیر است. واضح است که اگر  $k = f(0)$  در بازه‌ی  $(0, 1)$  باشد، تابع در  $x = 0$  دارای ماکزیمم نسبی است ولی ماکزیمم مطلق ندارد.توجه کنید که اگر  $k \geq 1$  باشد، آن‌گاه تابع در  $x = 0$  هم ماکزیمم نسبی و هم ماکزیمم مطلق دارد و اگر  $k \leq 0$  باشد، تابع در  $x = 0$  دارای می‌نیمم نسبی است.

۳- گزینهی «۲»

$$f(1) = -2 \Rightarrow \frac{a+1}{1+b} = -2 \Rightarrow a+1 = -2-2b \Rightarrow a+2b = -3 \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{a(x^2+b) - 2x(ax+1)}{(x^2+b)^2}$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow a(1+b) - 2(a+1) = 0 \Rightarrow a+ab - 2a - 2 = 0 \Rightarrow -a+ab = 2 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow a = -3 - 2b \xrightarrow{(2)} 3 + 2b + b(-3 - 2b) = 2$$

$$\Rightarrow 3 + 2b - 3b - 2b^2 = 2 \Rightarrow 2b^2 + b - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ولی  $b = -1$  غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت نقطه  $x_0 = 1$  در دامنه تابع نمی‌باشد.

$$b = \frac{1}{2}, a = -3 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = -4$$

$$\Rightarrow a - b = -4 - \frac{1}{2} = -\frac{9}{2}$$

۴- گزینهی «۳»

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (x^2-1)(x^2-3x+4)(x^2-6x+5)$$

$$= (x+1)(x-1)^2(x^2-3x+4)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{همواره مثبت} \\ x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

x	-1	1	5
$(x-1)^2(x^2-3x+4)$	+	+	+
$(x+1)(x-5)$	+	-	+
P	+	-	+
	↗	↘	↗
	Max نسبی	Min نسبی	

مشتق تابع در نقاطی به طول  $-1$  و  $5$  تغییر علامت می‌دهد، پس  $f$  در این نقاط اکسترمم نسبی دارد ولی  $f'$  در  $x = 1$  تغییر علامت نمی‌دهد، پس  $f$  در  $x = 1$  اکسترمم نسبی ندارد.

۵- گزینهی «۴»

$$y' = \frac{b-x^2}{(x^2+ax+b)^2}$$

مشتق تابع را حساب کرده و آن را ساده می‌کنیم:

برای این که تابع داده شده فاقد اکسترمم باشد، لازم است مشتق فاقد ریشه باشد و برای این کار باید  $b < 0$  باشد. دقت کنید که در حالت‌های دیگری نیز ممکن است تابع فاقد اکسترمم باشد ولی با توجه به گزینه‌ها  $b < 0$  جواب است.

۶- گزینهی «۲»

$$y' = 2xe^{-x^2} + x^2(-2xe^{-x^2}) = 2xe^{-x^2}(1-x^2) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1$$

مشتق را تعیین علامت می‌کنیم. می‌دانیم  $e^{-x^2}$  عبارتی همواره مثبت است، پس:

x	-1	0	1
x	-	+	+
$1-x^2$	-	+	-
$y'$	+	-	-
	↗	↘	↗
	max	min	max

تابع در نقاطی به طول  $x = \pm 1$  دارای ماکزیمم نسبی و در نقطه‌ای به طول  $x = 0$  دارای می‌نیمم نسبی است.

۷- گزینهی «۲»

$$f(x) = x^2 \ln x, D_f = (0, +\infty)$$

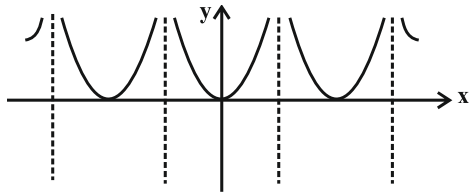
$$f'(x) = 2x \ln x + \frac{1}{x}(x^2) = 2x \ln x + x = 0$$

$$\Rightarrow x(2 \ln x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ \ln x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}} \end{cases}$$

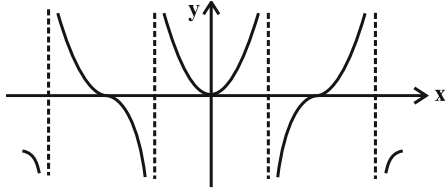
تقریباً رو به بالاست.  $f''(x) = 2 \ln(x) + 2\left(\frac{1}{x}\right) \times x + 1 > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{طول min نسبی است. } x = \frac{1}{\sqrt{e}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^2 \ln \frac{1}{\sqrt{e}}$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{e}}$$



نمودار تابع  $y = \tan|x|$  به شکل زیر است و واضح است که در تمام نقاطی که نمودار محور طول‌ها را قطع می‌کند (غیر از  $x=0$ ) تابع دارای عطف است.



## ۱۲- گزینهی «۴»

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{-2x(1+x^2)^2 - 2(2x)(1+x^2)(1-x^2)}{(1+x^2)^4}$$

$$= \frac{-2x(1+x^2) - 4x(1-x^2)}{(1+x^2)^3}$$

$$f''(x) = \frac{2x^3 - 6x}{(1+x^2)^3} = 0 \Rightarrow 2x(x^2 - 3) = 0$$

نقاط عطف  $x = -\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
f''	-	0	+	0	-
f	↓	↑	↓	↑	

## ۱۳- گزینهی «۳»

مشتق دوم تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 4x^3 - 3kx^2 + 12x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 6kx + 12 = 6(2x^2 - kx + 2)$$

برای این که این تابع عطف نداشته باشد، کافی است مشتق دوم تغییر علامت ندهد،

پس باید در عبارت  $2x^2 - kx + 2$  داشته باشیم  $\Delta \leq 0$ ، یعنی:

$$k^2 - 16 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq k \leq 4$$

بنابراین به ازای ۹ مقدار صحیح  $k$ ، تابع نقطه‌ی عطف ندارد.

## ۱۴- گزینهی «۱»

$$y' = \frac{1}{1+x^2} e^{\tan^{-1}x}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} \times e^{\tan^{-1}x} + \frac{1}{(1+x^2)^2} \times e^{\tan^{-1}x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{e^{(\tan^{-1}x)}}{(1+x^2)^2} \times (1-2x) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = e^{\tan^{-1}(\frac{1}{2})} > 0$$

بنابراین  $x > 0$  و  $y > 0$  و نقطه‌ی مورد نظر در ناحیه‌ی اول قرار دارد.

## ۸- گزینهی «۱»

مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = -15\sin 3x + 5k \sin \Delta x \Rightarrow f'(\pi) = 0$$

مشتق دوم تابع را حساب می‌کنیم:

$$f''(x) = -45\cos 3x + 5\Delta k \cos \Delta x \Rightarrow f''(\pi) = 45 - 5\Delta k$$

اگر  $f''(\pi) > 0$  باشد، آن‌گاه طبق آزمون مشتق دوم،  $f$  در  $x = \pi$  مینیمم نسبی خواهد داشت. یعنی:

$$45 - 5\Delta k > 0 \Rightarrow k < \frac{9}{\Delta}$$

بنابراین به ازای  $k = 1$ ، تابع در  $x = \pi$  دارای مینیمم نسبی است.

## ۹- گزینهی «۳»

برای این که تابع صعودی اکید باشد، باید:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow (1-6x)e^{x-3x^2} > 0 \Rightarrow 1-6x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{6} \quad (1)$$

همواره مثبت است.

برای این که تقعر نمودار رو به پایین باشد، باید:

$$f''(x) < 0 \Rightarrow -6e^{x-3x^2} + (1-6x)^2 e^{x-3x^2} < 0$$

$$\Rightarrow (-6 + (1-6x)^2) e^{x-3x^2} < 0 \Rightarrow 36x^2 - 12x - 5 < 0$$

همواره مثبت است.

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{6}}{6} < x < \frac{1+\sqrt{6}}{6} \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

پس در بازه‌ی  $(\frac{1-\sqrt{6}}{6}, \frac{1}{6})$  تابع صعودی اکید و دارای تقعر به سمت پایین است.

## ۱۰- گزینهی «۴»

مشتق اول و دوم تابع را حساب می‌کنیم:

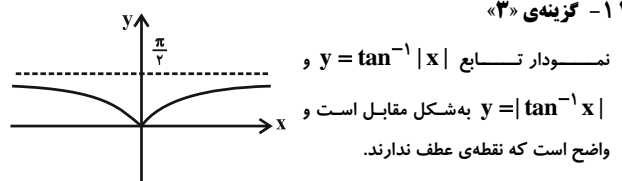
$$f'(x) = 2x + \frac{3}{\sqrt{x^2}}, \quad f''(x) = 2 - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$$

علامت  $f'(x)$  و  $f''(x)$  در همسایگی  $x=1$  به صورت زیر است:

x	1
f'(x)	+
f''(x)	-

بنابراین در اطراف  $x=1$  تابع صعودی است و در همسایگی چپ آن دارای تقعر به سمت پایین و در همسایگی راست آن دارای تقعر به سمت بالاست.

## ۱۱- گزینهی «۳»



نمودار تابع  $y = \tan^{-1}|x|$

و  $y = |\tan^{-1}x|$  به شکل مقابل است و واضح است که نقطه‌ی عطف ندارند.

نمودار تابع  $y = |\tan x|$  به شکل زیر است بنابراین این تابع نیز عطف ندارد.



۱۵- گزینهی «۳»

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin^2 \frac{x}{2}}}{\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin^2 \frac{x}{2}}} = \cot \frac{x}{2}$$

تابع  $y = \cot u$  در  $u = k\pi + \frac{\pi}{2}$  دارای عطف است، بنابراین:

$$\frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  تنها  $x = \pi$  طول نقطه‌ی عطف تابع است.

۱۶- گزینهی «۳»

$$\text{حجم کره: } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dR} = 4\pi R^2$$

قطر کره برابر با ۶ متر باشد. شعاع آن ۳ متر است.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR} \times \frac{dR}{dt} \Rightarrow 9 = 4\pi \times (3)^2 \times \frac{dR}{dt}$$

$$1 = 4\pi \times \frac{dR}{dt} \Rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{m}{\text{دقیقه}} \right)$$

۱۷- گزینهی «۴»

$$\text{حجم مکعب} \Rightarrow V = x \cdot y \cdot z \Rightarrow V' = x'yz + xy'z + xyz'$$

$$\Rightarrow 77/1 = (./\cdot 9)(9)(b) + (6)(./\cdot 7)(b) + (6)(9)(1/2)$$

$$\Rightarrow 77/1 = ./\cdot 18b + ./\cdot 42b + 64/8$$

$$\Rightarrow 77/1 = 1/23b + 64/8 \Rightarrow b = 10$$

۱۸- گزینهی «۳»

اگر  $D$  را فاصله‌ی مبدأ مختصات از نقطه‌ی  $(x, y)$  فرض کنیم، در این صورت

$$D = \sqrt{x^2 + y^2}$$

داریم:

چون نقطه‌ی  $(x, y)$  بر روی منحنی  $y = \sqrt{x}$  واقع است، بنابراین در معادله‌ی این منحنی صدق می‌کند، پس:

$$D = \sqrt{x^2 + (\sqrt{x})^2} = \sqrt{x^2 + x}$$

از  $D$  نسبت به زمان مشتق می‌گیریم، داریم:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} \frac{dx}{dt}$$

$$\left( \frac{dx}{dt} = \frac{3 \text{ cm}}{s} \right)_{x=4} \rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{9}{2\sqrt{20}} \times 3 = \frac{27 \text{ cm}}{4\sqrt{5} \text{ s}}$$

آهنگ تغییر فاصله برحسب زمان برابر  $\frac{27 \text{ cm}}{4\sqrt{5} \text{ s}}$  است.

۱۹- گزینهی «۳»

$$OB = OA = 4 \text{ cm}, ON = y \Rightarrow \tan \theta = \frac{ON}{OA} = \frac{y}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{4} \rightarrow \text{از طرفین نسبت به } t \text{ مشتق می‌گیریم} \rightarrow \theta'(1 + \tan^2 \theta) = \frac{1}{4} y'$$

$$\Rightarrow \theta'(1 + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4} \left( \frac{15}{100} \right) \Rightarrow \frac{5}{4} \theta' = \frac{3}{80} \Rightarrow \theta' = \frac{3}{100}$$

از طرفی  $\theta$  زاویه محاطی است، پس کمان  $BC$  برابر با  $2\theta$  است و داریم:

$$BC \text{ کمان } \ell = R(2\theta) \xrightarrow{R=4} \ell = 8\theta$$

$$\Rightarrow \ell' = 8\theta' \Rightarrow \ell' = 8 \left( \frac{3}{100} \right) = \frac{24 \text{ cm}}{100 \text{ s}}$$

۲۰- گزینهی «۳»

$$L^2 = 1^2 + 1^2 - 2(1)(1)\cos \alpha \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left( \frac{2-L^2}{2} \right)$$

$$S = \text{مساحت مثلث} = \text{مساحت قطاع} = \pi r^2 \left( \frac{\alpha}{2\pi} \right) - \frac{1}{2}(1)(1)\sin \alpha$$

$$= \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin \alpha}{2}$$

$$\frac{dS}{dL} = \frac{dS}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dL} = \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos \alpha}{2} \right) \left( \frac{\frac{2L}{2}}{\sqrt{1 - \left( \frac{2-L^2}{2} \right)^2}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{L^2}{2} \right) \frac{2L}{\sqrt{4 - (2-L^2)^2}} = \frac{L^2}{2\sqrt{4L^2 - L^4}} = \frac{L^2}{2\sqrt{4-L^2}}$$

ریاضی پایه

۲۱- گزینهی «۳»

$$\left[ \frac{x}{3-2x} \right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{3-2x} < 2 \Rightarrow 1 \geq \frac{3-2x}{x} > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 \geq \frac{3}{x} - 2 > \frac{1}{2} \Rightarrow 3 \geq \frac{3}{x} > \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} < \frac{2}{5}$$

$$\xrightarrow{\times 15} \frac{5}{3} \leq 5x < 6 \Rightarrow [5x] = 5$$

۲۲- گزینهی «۱»

چون  $D_f = [-1, 1]$  پس  $-1 \leq [x] \leq 1$ ، در نتیجه:

$$\begin{cases} [x] = -1 & \text{یا} \\ [x] = 0 & \Rightarrow y = f([x]) = \begin{cases} 0 & ; -1 \leq x < 0 \\ 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases} \\ [x] = 1 & \text{یا} \end{cases}$$

۲۳- گزینهی «۳»

$$3x - 2x = 6 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \text{اگر } x \text{ صحیح باشد.}$$

$$3[x] + 2(-[x]-1) = 6 \Rightarrow [x] = 8 \Rightarrow \text{اگر } x \text{ غیر صحیح باشد.}$$

$$x \notin Z \Rightarrow 8 < x < 9$$

پس در کل جواب معادله  $\{6\} \cup (8, 9)$  می‌باشد:

$$\Rightarrow a = 8, b = 9, c = 6$$

$$\Rightarrow a + b - c = 11$$

۲۴- گزینهی «۳»

$$\frac{2 \sin x + 3 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\cos x \left( 2 \frac{\sin x}{\cos x} + 3 \right)}{\cos x \left( 2 \frac{\sin x}{\cos x} - 3 \right)} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan x + 3}{2 \tan x - 3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4 \tan x + 6 = -2 \tan x + 3$$

$$\Rightarrow 6 \tan x = -3 \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \left( -\frac{1}{2} \right)}{1 - \left( -\frac{1}{2} \right)^2} = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{4}{3}$$



۲۵- گزینهی «۱»

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \alpha = 2^\circ \rightarrow \cos 4^\circ = \frac{1 - \tan^2 2^\circ}{1 + \tan^2 2^\circ}$$

$$= \frac{1 - \cot^2 70^\circ}{1 + \cot^2 70^\circ} = \frac{1 - a^2}{1 + a^2} \Rightarrow \cot 70^\circ = a$$

۲۶- گزینهی «۳»

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}}{1} = \frac{2 \cos \frac{\pi}{10} \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10})}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{1}{4} \frac{\cos \frac{\pi}{10}}{\cos \frac{\pi}{10}} = \frac{1}{4}$$

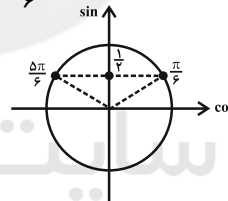
۲۷- گزینهی «۲»

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) = (\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 = (\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x$$

$$\sin 2x = 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \sin 2x = 1 - \sin 2x \Rightarrow 2 \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

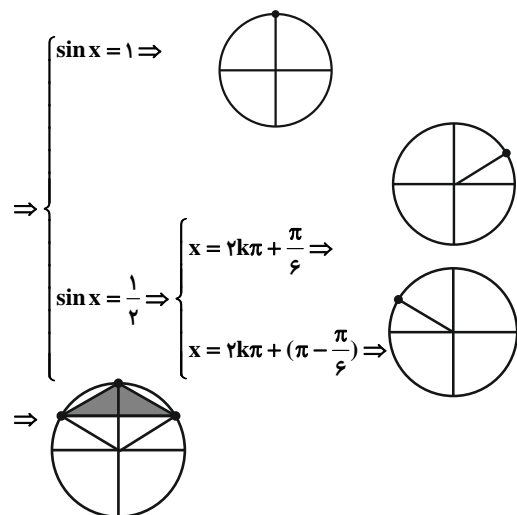
$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 2x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

توجه کنید معادله  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  در یک دور از دایرهی مثلثاتی دو جواب  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و  $\alpha = \frac{5\pi}{6}$  را دارد.

۲۸- گزینهی «۳»

$$\cos 2x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$



۲۹- گزینهی «۳»

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \quad \text{می‌دانیم اگر } x > 0 \text{ باشد، آن‌گاه،}$$

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2} \quad \text{و اگر } x < 0 \text{ باشد، آن‌گاه،}$$

بنابراین اگر  $x > 0$  باشد، باید برد تابع  $f(x) = \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2}$  را حساب کنیم

$$\text{که چون } 0 < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2} \text{، بنابراین } \frac{\pi}{2} < f(x) < \pi$$

و اگر  $x < 0$  باشد، باید برد تابع  $f(x) = \tan^{-1} x - \frac{\pi}{2}$  را حساب کنیم که

$$\text{چون } -\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < 0 \text{، بنابراین } -\pi < f(x) < -\frac{\pi}{2}$$

پس برد تابع به شکل زیر است:

$$R_f = (-\pi, -\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$$

۳۰- گزینهی «۲»

اگر فرض کنیم  $\sin^{-1} x = \alpha$ ، آن‌گاه  $\sin \alpha = x$  و در نتیجه:

$$\cos(2 \sin^{-1} x) = \cos(2\alpha) = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2x^2$$

بنابراین باید معادلهی  $1 - 2x^2 = 2 - 3x$  را با شرط  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$  را حل کنیم.

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{2}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر  $\frac{3}{2}$  است.**هندسه تحلیلی**

۳۱- گزینهی «۲»

$$1) (A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|} A, N = (A^*)^t \Rightarrow N^{-1} = (\frac{1}{|A|} A)^t = \frac{1}{|A|} A^t$$

$$2) AA^* = A^*A = |A|I = \begin{vmatrix} |A| & 0 & 0 \\ 0 & |A| & 0 \\ 0 & 0 & |A| \end{vmatrix}$$

چون  $|A^*| = |N| = |A|^{n-1}$  که  $n$  مرتبهی ماتریس است، داریم:

$$3) |A^* N^{-1}| = |A^*| |N^{-1}| = |A|^{n-1} \times \frac{1}{|A|^{n-1}} = 1$$

$$4) |A^t| = |A|, |(A^t)^{-1}| = |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

۳۲- گزینهی «۱»

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$





۳۳- گزینهی «۳»

$$(a_{22})^* = \Delta_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

۳۴- گزینهی «۴»

روش ساروس:

$$\begin{aligned} |A| &= [(x+a)(x-a) - x-x] - [1+x(x-a) + x(x+a)] \\ &\Rightarrow |A| = -x^2 - 2x - a^2 - 1 \\ \Delta &= 4 - 4a^2 - 4 = -4a^2 \\ &\text{برای این که ماتریس } A \text{ وارون پذیر باشد لازم است که معادله‌ی } |A| = 0 \text{ نداشته باشد. یعنی } \Delta = -4a^2 < 0 \text{ در نتیجه } a \neq 0. \end{aligned}$$

۳۵- گزینهی «۳»

اگر  $A$  ماتریس تبدیل  $T(2x-y, 3x-4y) = (x, y)$  باشد، آنگاه وارون  $A$  یعنی  $A^{-1}$ ، ماتریس تبدیل  $R(x, y) = (2x-y, 3x-4y)$  خواهد بود. لذا

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

بنابراین  $A = (A^{-1})^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  لذا معادله‌ی مسئله تبدیل می‌شود به:

$$\begin{aligned} \alpha A^{-1} + \beta I &= A \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 3\alpha & -4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \beta = 4 \\ -\alpha = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

۳۶- گزینهی «۱»

$$X = P^{-1}AP \Rightarrow X^n = P^{-1}A^n P$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{array}{r|l} 1389 & 4 \\ -1388 & 347 \\ \hline & 1 \end{array} \Rightarrow A^{1389} = A^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۷- گزینهی «۴»

داریم:  $B(A^{-1} + B^{-1})A = A + B$  حال اگر از طرفین دترمینان بگیریم

$$|B(A^{-1} + B^{-1})A| = |B + A| = |A + B|$$

داریم:

$$\Rightarrow |AB| = \frac{|A+B|}{|A^{-1} + B^{-1}|} \Rightarrow |AI| = \frac{|A+I|}{|A^{-1} + I^{-1}|}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{|A+I|}{|A^{-1} + I|}$$

$$\xrightarrow{|A|=|A^t|} |A^t| = \frac{|A+I|}{|A^{-1} + I|} \Rightarrow |A^t| = \frac{a}{b}$$

۳۸- گزینهی «۲»

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* \Rightarrow A^{-1} = |A^{-1}| A^*$$

$$\xrightarrow{\Delta_{22}} |A^{-1}| = ||A^{-1}| A^*| \Rightarrow |A^{-1}| = |A^{-1}|^2 |A^*|$$

$$\Rightarrow 1 = |A^{-1}|^2 |A^*| \Rightarrow |A^*| = \frac{1}{|A^{-1}|^2}$$

$$\Rightarrow |A^*| = |A|^2$$

$$|A \cdot A^*| = 216 \Rightarrow |A^*| \cdot |A| = 216$$

$$\Rightarrow |A^*| = \frac{216}{|A|}$$

$$\begin{cases} |A^*| = |A|^2 \\ |A^*| = \frac{216}{|A|} \Rightarrow |A|^2 = \frac{216}{|A|} \Rightarrow |A|^3 = 216 = 6^3 \Rightarrow |A| = 6 \end{cases}$$

۳۹- گزینهی «۱»

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t = \left(\frac{1}{|A|} A^*\right)^t = \frac{1}{|A|} (A^*)^t$$

$$|A^*| = |A|^2 \Rightarrow 12 - 8 = |A|^2 \Rightarrow |A| = 2$$

$$(A^t)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^t)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

۴۰- گزینهی «۱»

$$ABA^{-1} - \lambda I = (AB - \lambda A)A^{-1} = A(B - \lambda I)A^{-1}$$

$$\Rightarrow |ABA^{-1} - \lambda I| = |A| |B - \lambda I| |A^{-1}| \left. \begin{array}{l} |A| \cdot |A^{-1}| = 1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow |ABA^{-1} - \lambda I| = |B - \lambda I|$$

$$B - \lambda I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ 1 & 1-\lambda \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |B - \lambda I| = -\lambda + \lambda^2$$

### ریاضیات گسسته

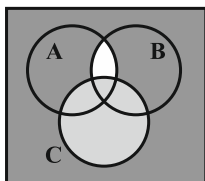
۴۱- گزینهی «۴»

$A$  و  $B$  رخ دهند یعنی  $A \cap B$  و  $C$  رخ ندهد یعنی  $C'$ . پس پیشامد صورت

سؤال  $(A \cap B) \cap C'$  است که مکمل آن در سؤال، خواسته شده است.

$$((A \cap B) \cap C')' \text{ دمرگان } (A \cap B)' \cup C$$

$$= (A' \cup B') \cup C$$





## ۴۲- گزینهی «۴»

$$n(S) = 6^3$$

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \underset{\substack{\text{تاس‌های} \\ \text{شبه هم حالت} \\ \text{دارد.}}}{6} \times \underset{\substack{\text{تاسی که متفاوت} \\ \text{است ۵ حالت} \\ \text{دارد.}}}{5}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3 \times 6 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{12}$$

## ۴۳- گزینهی «۲»

اگر پیشامد  $A$  را اصابت حداقل یک تیر به هدف در نظر بگیریم، آن‌گاه پیشامد  $A'$  آن است که هیچ تیری به هدف برخورد نکند. داریم:

$$P(A') = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

## ۴۴- گزینهی «۲»

متطابق فرض، احتمال رو شدن عدد ۱ با  $1^3$  و احتمال رو شدن عدد ۲ با  $2^3$  و ... احتمال رو شدن عدد ۱۰ با  $10^3$  متناسبند و از طرفی مضارب ۵ در این مجموعه عبارتند از ۱۰ و ۵ که احتمال آن بنابه فرض برابر است با:

$$P(A) = \frac{1 \cdot 3 + 5 \cdot 3}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3} = \frac{1125}{3025} = \frac{45}{121}$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

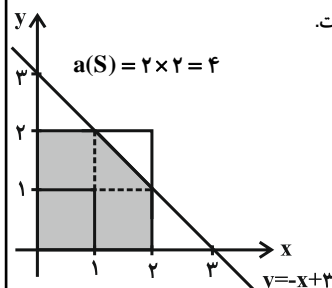
تذکر:

## ۴۵- گزینهی «۴»

اگر دو عدد را  $x$  و  $y$  در نظر بگیریم، باید  $x + y < 3$  باشد.

فضای نمونه‌ای، مساحت مربعی به ضلع ۲ است.

پس:



پیشامد تصادفی هم قسمت هاشور خورده

است که کافی است مساحت مثلث

قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین به ضلع ۱ را

از فضای نمونه‌ای کم کنیم. پس داریم:

$$a(A) = 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{7}{2}$$

$$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{7}{2}}{4} = \frac{7}{8}$$

پس داریم:

## ۴۶- گزینهی «۳»

$$P(A) = \frac{\binom{1000}{14}}{\binom{1000}{14}} = \frac{71}{1000}$$

$$P(B) = \frac{\binom{1000}{35}}{\binom{1000}{1000}} = \frac{28}{1000}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{1000}{70}}{\binom{1000}{1000}} = \frac{14}{1000} \quad (\text{ک.م.م ۱۴ و ۳۵، برابر ۷۰ است.})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{71 + 28 - 14}{1000} = \frac{85}{1000}$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - \frac{85}{1000} = 0.915$$

## ۴۷- گزینهی «۴»

$$S = \{(1,2), (2,1), (2,4), (4,2), (3,3), (1,5), (5,1), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (6,6)\}$$

حالت‌های  $A = \{(3,3), (1,5), (5,1)\}$  قابل قبول می‌باشند.

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

## ۴۸- گزینهی «۴»

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای  $A$  و  $B$ ، دو پیشامد  $A$  و  $B'$  نیز مستقل هستند و داریم:

$$P(A) = 3P(A \cap B') \Rightarrow P(A) = 3P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{5} \text{ و } A \text{ مستقل‌اند} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{3 + 10 - 2}{15} = \frac{11}{15}$$

## ۴۹- گزینهی «۲»

$$P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \quad \text{و} \quad P(B) = \frac{x+y}{45}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad \text{چون } A \text{ و } B \text{ مستقل‌اند، پس داریم:}$$

$$P(A \cap B) = \frac{x}{45} \Rightarrow \frac{4}{9} \times \frac{x+y}{45} = \frac{x}{45} \Rightarrow 4x = 4y$$

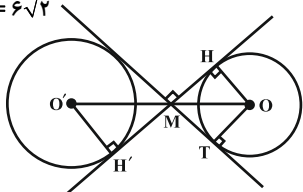
## ۵۰- گزینهی «۳»

پیشامد  $A$  را آماده شدن به موقع بسته برای ارسال و پیشامد  $B$  را به موقع به دست مشتری رسیدن بسته در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(B|A) = \frac{0.8}{0.9} = \frac{8}{9}$$



$$\Rightarrow OO' = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$



۵۵- گزینهی «۴»

$$T(x,y) = (x-a, 2y+3b)$$

$$T(2,5) = (1,-2) \Rightarrow (2-a, 10+3b) = (1,-2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-a=1 \\ 10+3b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow T(x,y) = (x-1, 2y-12)$$

پس اگر  $T(x,y) = (5,2)$  باشد، آن‌گاه:

$$(x-1, 2y-12) = (5,2) \Rightarrow x=6, y=7$$

۵۶- گزینهی «۳»

$$\sqrt{3}x - 3y = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, m = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

این خط با جهت مثبت محور X ها زاویه  $30^\circ$  می‌سازد و از مبدأ هم می‌گذرد.

چنانچه این خط حول مبدأ  $60^\circ$  دوران کند بر محور Y ها منطبق می‌شود، پس M

باید روی محور Y ها باشد.  $M(k-2, k+3) \Rightarrow k-2=0, k=2$

$$M(0,5) \Rightarrow x_M + y_M = 5$$

۵۷- گزینهی «۲»

خط AB از O می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$m_{AB} = \frac{2-3}{3-(-1)} = -\frac{1}{4}$$

$$AB \text{ معادله‌ی } y-2 = -\frac{1}{4}(x-3) \xrightarrow{\times 4} 4y-8 = -x+3$$

$$\Rightarrow 4y+x=11$$

O(4a-1, b+1) در معادله‌ی AB صدق می‌کند، پس:

$$4(b+1) + 4a-1 = 11 \Rightarrow 4(a+b) = 8 \Rightarrow a+b=2$$

۵۸- گزینهی «۲»

دو پاره خط AC و BC' متناظرند. می‌دانیم اگر از هر نقطه روی یکی از دو خط متناظر،

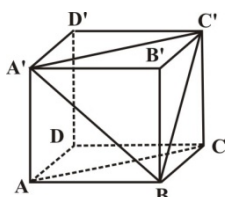
خطی موازی دیگری رسم شود، آنگاه زاویه‌ی حاده یا قائمه‌ی بین این دو خط متقاطع،

زاویه‌ی بین آن دو خط متناظر نامیده می‌شود. بنابراین کافی است پاره خط A'C' را

که موازی AC می‌باشد، رسم کنیم. مثلث A'CB' متساوی‌الاضلاع است. پس

زاویه‌ی بین دو پاره خط A'C' و C'B' برابر  $60^\circ$  می‌باشد. در نتیجه زاویه‌ی بین

AC و BC' نیز برابر  $60^\circ$  است.



## هندسه (۲)

۵۱- گزینهی «۱»

$$54^\circ = 21 \times \frac{36^\circ}{n} \Rightarrow n=14$$

$$\text{تعداد قطرهای ۱۴ ضلعی محدب} = \frac{14 \times (14-3)}{2} = 77$$

۵۲- گزینهی «۴»

O نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC، هر میانه را به نسبت ۲ و ۱ تقسیم

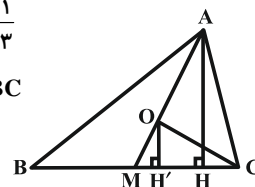
می‌کند، یعنی  $\frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$ . اگر ارتفاع AH مثلث ABC و ارتفاع OH' مثلث OMC باشد.

$$OH' \parallel AH \Rightarrow \frac{OH'}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OH' = \frac{1}{3}AH, MC = \frac{1}{2}BC$$

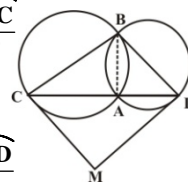
$$S_{\triangle OMC} = \frac{1}{2}MC \cdot OH'$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}BC \cdot \frac{1}{3}AH \right) = \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2}BC \cdot AH \right) = \frac{1}{6} (S_{\triangle ABC})$$



۵۳- گزینهی «۱»

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{زاویه‌ی ظلی} \\ \text{زاویه‌ی محاطی} \end{array} \right. \begin{cases} \widehat{DCM} \Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \widehat{ABD} \end{cases}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{زاویه‌ی ظلی} \\ \text{زاویه‌ی محاطی} \end{array} \right. \begin{cases} \widehat{CDM} \Rightarrow \widehat{CDM} = \widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \\ \widehat{ABD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DBA} + \widehat{CBA} = \widehat{MDC} + \widehat{MCD} \quad (1)$$

$$\widehat{MCD} : \widehat{MCD} + \widehat{MDC} + \widehat{CMD} = 180^\circ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{CMD}$$

پس این دو زاویه‌ی رو به رو، در چهارضلعی BCMD مکمل یکدیگرند، در نتیجه دو

زاویه‌ی دیگر هم مکمل‌اند که نشان می‌دهد BCMD چهارضلعی محاطی است.

با توجه به نامساوی‌های داده شده،  $CB + DM > CM + DB$  است و

چهارضلعی قطعاً محیطی نیست.

۵۴- گزینهی «۱»

با توجه به همنهشتی دو مثلث OMH و OMT و عمود بودن MH بر MT،

$\widehat{OMH} = 45^\circ$  است و چون زاویه‌ی O'MH' با این زاویه متقابل به رأس

است، پس  $\widehat{O'MH'} = 45^\circ$ . در مثل قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین، طول وتر

$\sqrt{2}$  برابر طول اضلاع قائمه است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OMH : OH = R = 2 \Rightarrow OM = 2\sqrt{2} \\ \triangle O'MH' : O'H' = R' = 4 \Rightarrow O'M = 4\sqrt{2} \end{array} \right\}$$



## ۵۹- گزینهی «۳»

طبق مسأله‌ی ۵ صفحه‌ی ۱۳۸ کتاب درسی، اگر سه صفحه دو به دو متقاطع باشند، فصل مشترک‌های آن‌ها، سه خط دو به دو موازی یا سه خط هم‌مرس است.

## ۶۰- گزینهی «۳»

طبق نتیجه‌ی ۲ صفحه‌ی ۱۴۱ کتاب درسی، خطی که با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، با فصل مشترک آن‌ها موازی است.

## فیزیک پیش‌دانشگاهی

## ۶۱- گزینهی «۴»

در طیف نور مرئی، فوتون‌های نور بنفش دارای بیشترین انرژی هستند، بنابراین اگر آزمایش فوتوالکتریک با نور بنفش انجام می‌شود، ممکن است با فوتون‌های کم انرژی‌تر مانند نورهای سبز و آبی انجام نشود. از طرفی اگر با این نورها آزمایش انجام و فوتوالکترون ایجاد شود، چون انرژی فوتون‌های آن از نور بنفش کمتر است، طبق رابطه  $K_{max} = hf - W_0$ ، انرژی جنبشی بیشینه و در نتیجه سرعت بیشینه فوتوالکترون‌های خروجی قطعاً کاهش خواهد یافت. استفاده از دو لامپ بنفش هم فقط تعداد فوتوالکترون‌های خروجی را افزایش می‌دهد و در بیشینه سرعت آن‌ها تأثیری ندارد.

اما اگر از فلزی با بسامد قطع کمتر استفاده کنیم، طبق رابطه  $K_{max} = hf - W_0$ ، بیشینه انرژی جنبشی و در نتیجه بیشینه سرعت فوتوالکترون‌های خروجی افزایش می‌یابد.

## ۶۲- گزینهی «۳»

در آزمایش فوتوالکتریک، ولتاژ متوقف‌کننده برابر با ولتاژی است که مانع رسیدن برانرژی‌ترین فوتوالکترون‌ها به الکترود دیگر می‌شود. بنابراین داریم:

$$K_{\text{بیشینه}} = eV_0$$

$$K_{\text{بیشینه}} = 1/6 \times 10^{-19} \times 5 \Rightarrow K_{\text{بیشینه}} = 8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Rightarrow K_{\text{بیشینه}} = 8 \times 10^{-13} \mu\text{J}$$

## ۶۳- گزینهی «۴»

ابتدا انرژی وابسته به فوتون‌های این پرتوها را محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = hf_A = \frac{hc}{\lambda_A} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

$$E_B = hf_B = \frac{hc}{\lambda_B} = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$

چون انرژی فوتون این موج‌ها کمتر از تابع کار فلز مورد استفاده در این آزمایش است ( $hf < W_0$ )، بنابراین هیچ کدام از این موج‌ها نمی‌توانند باعث گسیل فوتوالکترون شوند.

## ۶۴- گزینهی «۴»

در پدیده فوتوالکتریک، انرژی فوتون فرودی صرف کردن الکترون و دادن انرژی جنبشی اولیه به آن می‌شود. بنابراین داریم:

$$eV_0 = hf - W_0 \Rightarrow eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} - W_0 \Rightarrow W_0 = 2 \text{ eV}$$

از طرفی برای طول موج قطع فلز، داریم:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

## ۶۵- گزینهی «۳»

با استفاده از رابطه بین بسامد نور فرودی و تابع کار فلز با ولتاژ متوقف‌کننده در آزمایش فوتوالکتریک، داریم:

$$eV_0 = hf - W_0 \xrightarrow{W_0 = hf_0} V_0 = \frac{h}{e}(f - f_0)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، شیب خط برابر با  $\frac{h}{e}$  است. با استفاده از نمودار صورت

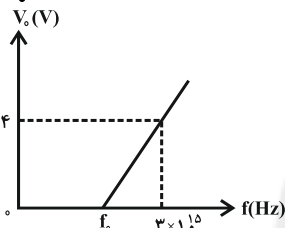
سؤال داریم:

$$\frac{h}{e} = \text{شیب نمودار} \Rightarrow \frac{4 \times 10^{-15} (\text{eV}\cdot\text{s})}{e} = \frac{4}{3 \times 10^{15} - f_0}$$

$$\Rightarrow f_0 = 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

حال با توجه به رابطه تابع کار فلز می‌توان نوشت:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} \Rightarrow W_0 = 8 \text{ eV}$$



## ۶۶- گزینهی «۱»

نخستین الگوی اتمی توسط تامسون ارائه شد که در این الگو، اتم به‌صورت توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت در نظر گرفته شده است که الکترون‌ها (بارهای منفی) مانند کشمش‌های درون یک کیک کشمش، درون آن قرار دارند.

## ۶۷- گزینهی «۲»

بلندترین طول‌موج (کمترین بسامد) رشته بالمر زمانی ساطع می‌شود که الکترون از مدار  $n' = 3$  به مدار  $n = 2$  برود. داریم:

$$E = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \Delta E = E_R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\frac{\Delta E = hc}{\lambda} \rightarrow h \frac{c}{\lambda} = E_R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = 13/6 \times \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1.08 \times 10^{-7}}{17} \text{ m} = 635 \text{ nm}$$

## ۶۸- گزینهی «۲»

با توجه به رابطه انرژی هر یک از ترازها، می‌توان نوشت:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

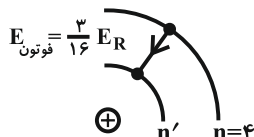
$$\Rightarrow E_4 = \frac{-E_R}{4^2} = \frac{-E_R}{16}$$

اختلاف انرژی بین دو تراز، برابر با اندازه انرژی فوتون گسیلی است، داریم:

$$E_n - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

$$\Rightarrow E_4 - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

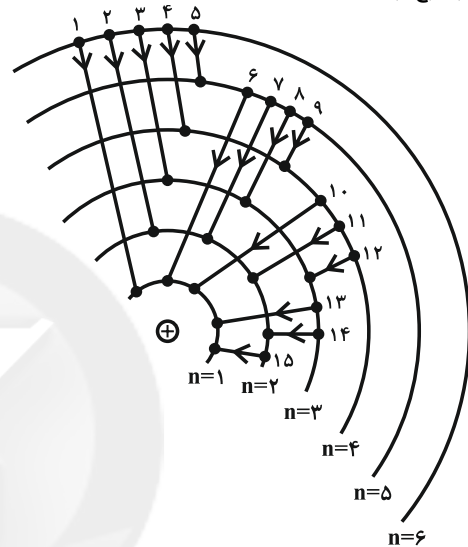
$$\Rightarrow \frac{-E_R}{4^2} - E_{n'} = \frac{3E_R}{16} \Rightarrow E_{n'} = \frac{-E_R}{4}$$





## ۶۹- گزینهی «۱»

گستره طول موج‌های رشته لیمان ( $n' = 1$ ) در ناحیه فرابنفش است، بنابراین گسیل‌های ۱، ۶، ۱۰، ۱۳ و ۱۵ در شکل زیر در ناحیه فرابنفش خواهند بود. گستره طول موج‌های رشته بالمر ( $n' = 2$ ) در ناحیه نور مرئی و فرابنفش است و چون الکترون ابتدا در حالت  $n = 6$  قرار دارد، بنابراین گسیل‌های ۲، ۷، ۱۱ و ۱۴ در ناحیه مرئی قرار دارند. گستره طول موج‌های رشته پاشن ( $n' = 3$ )، براکت ( $n' = 4$ ) و پفوند ( $n' = 5$ ) در ناحیه فروسرخ است، بنابراین گسیل‌های ۳، ۴، ۵، ۸، ۹ و ۱۲ در ناحیه فروسرخ قرار دارند.



## ۷۰- گزینهی «۱»

در هر تراز، انرژی بستگی الکترون برابر است با مقدار انرژی که باید به الکترون در آن تراز داده شود، تا کاملاً از قید هسته رها شود. بنابراین انرژی بستگی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز برابر با اندازه انرژی مجاز الکترون در هر تراز می‌باشد.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{|E_3|}{|E_4|} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

داریم:

## فیزیک ۳

## ۷۱- گزینهی «۲»

در فرایند هم‌حجم، چون کاری توسط گاز و یا محیط انجام نمی‌شود، طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی گاز با گرمای مبادله شده توسط گاز با محیط برابر است. بنابراین داریم:

$$\Delta U = Q = nC_V \Delta T = 4 \times \frac{5}{2} \times 8 / 3 \times (127 - 27) \\ \Rightarrow \Delta U = 8 / 3 \times 10^3 \text{ J} = 8 / 3 \text{ kJ}$$

دقت کنید تغییر دما برحسب درجه سلسیوس و کلوین یکسان است.

## ۷۲- گزینهی «۳»

برای مقدار معینی گاز کامل، تغییرات انرژی درونی فقط تابع تغییرات دمای مطلق گاز است و بنابراین چون فرایند (۱) هم‌دما است، دمای حالت‌های (A) و (B) یکسان است و می‌توان نوشت:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 = 0 \quad (*)$$

با توجه به سطح زیر نمودار، اندازه کار در فرایند (۱) بیشتر از اندازه کار در فرایند (۲) است و چون فرایندها اتبساطی هستند، می‌توان نوشت:

$$|W_1| > |W_2| \Rightarrow W_1 < W_2 < 0 \quad (**)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(**), (*)} Q_1 > Q_2 > 0$$

## ۷۳- گزینهی «۳»

با استفاده از رابطه بازده یک ماشین گرمایی فرضی که با چرخه کارنو کار می‌کند،

داریم:

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow 0.4 = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = 0.6 \quad (1)$$

$$\eta'_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T'_C}{T'_H} = 1 - \frac{T_C}{1/2 T_H} \Rightarrow \eta'_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_C}{1/2 T_H}$$

$$\xrightarrow{(1)} \eta'_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{0.6}{1/2} \Rightarrow \eta'_{\text{کارنو}} = 0.8$$

$$\text{درصد تغییرات بازده} = \left( \frac{\eta'_{\text{کارنو}}}{\eta_{\text{کارنو}}} - 1 \right) \times 100 = \left( \frac{0.8}{0.4} - 1 \right) \times 100 = 25\%$$

## ۷۴- گزینهی «۲»

در چرخه یک یخچال، با انجام کار  $W$ ، گرمای  $Q_C$  از منبع سرد گرفته می‌شود و گرمای  $Q_H$  به منبع گرم داده می‌شود. با توجه به نمودار، در فرایند هم‌حجم  $ab$ ، گاز گرمای  $Q_H$  را از دست می‌دهد و در فرایند هم‌فشار  $bc$ ، گاز گرمای  $Q_C$  را می‌گیرد. در فرایند بی‌دررو  $ca$  نیز گرمایی مبادله نمی‌شود. داریم:

$$Q_C = Q_{bc} = nC_P(T_c - T_b) = \frac{5}{2}(P_c V_c - P_b V_b) \\ = \frac{5}{2} \times 2 / 5 \times 10^5 \times (8 - 4) \times 10^{-3} \Rightarrow Q_C = 250 \text{ J}$$

$$Q_H = Q_{ab} = nC_V(T_b - T_a) = \frac{3}{2}(P_b V_b - P_a V_a) \\ = \frac{3}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times (2 / 5 - 8) \times 10^5 \Rightarrow Q_H = -330 \text{ J}$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک یخچال، داریم:

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow 330 = 250 + W \Rightarrow W = 80 \text{ J}$$

بنابراین ضریب عملکرد یخچال برابر است با:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{250}{80} = 3.125$$

## ۷۵- گزینهی «۴»

در حالت اول با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow F_1 = k \frac{2q \times 3q}{r^2} \Rightarrow F_1 = k \frac{6q^2}{r^2} \quad (1)$$

بعد از اتصال کره دارای بار  $2q$  به زمین، تمام بار آن خنثی می‌شود. با اتصال دو کره به هم طبق اصل پایستگی بار، برای بار هر کره می‌توان نوشت:

$$q'_1 + q'_2 = q''_1 + q''_2 \Rightarrow 2q + 0 = 2q''_1 \Rightarrow q''_1 = q''_2 = \frac{3}{2}q$$

$$F_2 = k \frac{|q''_1| |q''_2|}{r^2} \Rightarrow F_2 = k \frac{\frac{3}{2}q \times \frac{3}{2}q}{r^2} \Rightarrow F_2 = k \frac{9q^2}{4r^2} \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{6} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{3}{2}$$



## ۷۶- گزینهی «۱»

بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار  $+q$  در فاصله  $a$  از آن از رابطه  $E_+ = k \frac{q}{a^2}$  به دست می‌آید و جهت آن به طرف بالا است. از آن‌جا که بار  $-q$  در فاصله  $3a$  از نقطه  $A$  قرار دارد، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از آن به صورت زیر به دست می‌آید و جهت آن به سمت پایین است.

$$E_- = k \frac{q}{(3a)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2}$$

به این ترتیب بزرگی میدان الکتریکی بر این دو قطبی در نقطه  $A$  به صورت زیر قابل

$$E_A = E_+ - E_- = k \frac{q}{a^2} - \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2} = \frac{8}{9} k \frac{q}{a^2}$$

محاسبه است:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow E_A = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = \frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$$

## ۷۷- گزینهی «۳»

با ترکیب دو رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه و هم چنین کوانتیده بودن بار الکتریکی، داریم:

$$W = 32kWh = 32 \times 10^3 (W) \times 3600 (s) = 32 \times 3 / 6 \times 10^6 J$$

$$\Delta V = \frac{W}{q} \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \Delta V = \frac{W}{-ne} \Rightarrow n = \frac{W}{-e\Delta V} \\ q = -ne \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow n = \frac{W}{-e\Delta V} = \frac{32 \times 3 / 6 \times 10^6}{-1 / 6 \times 10^{-19} \times (0 - 20)} = 3 / 6 \times 10^{25}$$

دقت کنید پتانسیل الکتریکی زمین صفر است.

## ۷۸- گزینهی «۱»

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{E} \quad \Delta U = -\Delta K \\ \xrightarrow{E} \quad \Rightarrow \Delta U = -(K_B - K_A) \\ \xrightarrow{E} \quad \Rightarrow -e\Delta V = -(K_B - 0) \\ \xrightarrow{E} \quad \Rightarrow eEd = \frac{1}{2}mv^2 \\ \xrightarrow{E} \quad \Rightarrow E = \frac{mv^2}{2ed} \end{array}$$

## ۷۹- گزینهی «۴»

با توجه به شکل مدار، خازن‌های  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  به صورت موازی به یک‌دیگر بسته شده‌اند و بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است. داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow q_1 = \frac{1}{3}q$$

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_3} = \frac{C_2}{C_3} \Rightarrow \frac{q_2}{q} = \frac{2C_2}{C_3} \Rightarrow q_2 = 2q$$

## ۸۰- گزینهی «۴»

چون دو سر خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است، با وارد کردن دی‌الکتریک، اختلاف پتانسیل بین صفحات تغییر نمی‌کند. با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، برای ظرفیت خازن داریم:

$$C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 2 \Rightarrow C' = 2C$$

برای بار الکتریکی ذخیره شده در خازن، داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q'}{q} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{q'}{q} = 2 \Rightarrow q' = 2q$$

برای انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن، داریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{U'}{U} = 2 \Rightarrow U' = 2U$$

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن از رابطه  $E = \frac{V}{d}$  به دست می‌آید که چون

$V$  و  $d$  ثابت هستند، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات تغییری نخواهد کرد.

## ۸۱- گزینهی «۱»

طبق رابطه  $U = \frac{1}{2}CV^2$ ، چون  $V$  ثابت است، در صورتی انرژی خازن نیز ثابت

می‌ماند که ظرفیت خازن نیز ثابت بماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$C_2 = C_1 \xrightarrow{C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d}} \kappa_2\epsilon_0 \frac{A_2}{d_2} = \kappa_1\epsilon_0 \frac{A_1}{d_1}$$

$$\xrightarrow{\kappa_2=1, \kappa_1=2/1} \frac{1}{d_2} = \frac{2/1}{4/2} \Rightarrow d_2 = 2mm$$

$$\Delta d = 2 - 4 / 2 = -2 / 2mm$$

پس باید فاصله بین دو صفحه را  $2 / 2mm$  کاهش دهیم.

## ۸۲- گزینهی «۴»

با استفاده از اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$V' = \frac{|C_1V_1 - C_2V_2|}{C_1 + C_2} = \frac{6000 - 2000}{6 + 4} = \frac{4000}{10} = 400V$$

## ۸۳- گزینهی «۴»

حجم سیم ثابت است، بنابراین داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow L_1A_1 = L_2A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

با استفاده از رابطه بین مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا با ویژگی‌های فیزیکی آن،

داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\right)^4 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{I_{\gamma, \beta}}{I_{\alpha, \delta}} = \frac{R_{\alpha, \delta}}{R_{\gamma, \beta}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$I_{\gamma, \beta} = \frac{3}{2} I_{\alpha, \delta} \Rightarrow \begin{cases} I_{\gamma, \beta} = \frac{3}{5} I \\ I_{\alpha, \delta} = \frac{2}{5} I \end{cases}$$

برای محاسبه مقاومت معادل مدار نیز داریم:

$$R_{\gamma, \beta, \alpha, \delta} = \frac{R_{\gamma, \beta} \times R_{\alpha, \delta}}{R_{\gamma, \beta} + R_{\alpha, \delta}} = \frac{6 \times 9}{6 + 9} = 3.6 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{\gamma, \beta, \alpha, \delta} = 2 + 3.6 = 5.6 \Omega$$

با توجه به این که ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان می‌دهد، با نوشتن اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار بین نقاط A و B داریم:

$$V_A - IR_1 - I_{\alpha, \delta} R_{\alpha, \delta} = V_B \Rightarrow V_A - V_B = IR_1 + I_{\alpha, \delta} R_{\alpha, \delta}$$

$$\frac{V_A - V_B = 20 \text{ V}, R_1 = 2 \Omega}{R_{\alpha, \delta} = 5 \Omega, I_{\alpha, \delta} = \frac{2}{5} I}$$

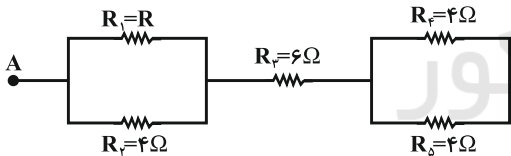
$$20 = 2I + 5 \times \frac{2}{5} I \Rightarrow 20 = 4I \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

توان خروجی (با همان توان مفید) مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل خارجی است، لذا داریم:

$$P = R_{eq} I^2 = \frac{R_{eq} = 5.6 \Omega}{I = 5 \text{ A}} \Rightarrow P = 5.6 \times 25 \Rightarrow P = 140 \text{ W}$$

### ۸۸ - گزینه‌ی «۲»

دو مقاومت  $R_{\delta}$  و  $R_{\epsilon}$  با هم موازی هستند و بنابراین داریم:



$$R_{\alpha, \delta} = \frac{R_{\epsilon} R_{\delta}}{R_{\epsilon} + R_{\delta}} = \frac{4 \times 4}{4 + 4} \Rightarrow R_{\alpha, \delta} = 2 \Omega$$

مقاومت معادل  $R_{\alpha, \delta}$  با مقاومت  $R_{\beta}$  به‌طور متوالی بسته شده است و بنابراین داریم:

$$R_{\beta, \alpha, \delta} = R_{\beta} + R_{\alpha, \delta} = 6 + 2 \Rightarrow R_{\beta, \alpha, \delta} = 8 \Omega$$

دو مقاومت  $R_1$  و  $R_{\beta}$  با هم موازی هستند و بنابراین داریم:

$$R_{1, \beta} = \frac{R_1 R_{\beta}}{R_1 + R_{\beta}} = \frac{4R}{4 + R} (\Omega)$$

مقاومت معادل  $R_{1, \beta}$  با مقاومت معادل  $R_{\beta, \alpha, \delta}$  به‌طور متوالی بسته شده است،

$$R_{eq} = R_{1, \beta} + R_{\beta, \alpha, \delta} = \frac{4R}{4 + R} + 8 (\Omega)$$

$$\begin{cases} R = 0 \Rightarrow R_{eq} = 8 \Omega \\ R = \infty \Rightarrow R_{eq} = 12 \Omega \end{cases} \Rightarrow 8 \Omega \leq R_{eq} \leq 12 \Omega$$

بنابراین فقط گزینه «۲» می‌تواند مقاومت معادل بین دو نقطه A و B باشد.

### ۸۴ - گزینه‌ی «۱»

مقاومت‌های کرنی به‌صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند، با توجه به این‌که اندازه یکی نصف دیگری است، می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_{\gamma}}{R_1 + R_{\gamma}} \xrightarrow{R_{\gamma} = 2R_1} R_{eq} = \frac{2}{3} R_1 \Rightarrow 60 = \frac{2}{3} R_1$$

$$\Rightarrow R_1 = 90 \Omega$$

$$R_{\gamma} = 2R_1 = 2 \times 90 \Rightarrow R_{\gamma} = 180 \Omega$$

در مقاومت‌های ترکیبی، رقم دو حلقه اول و دوم (b, a)، به ترتیب رقم اول و دوم مقاومت را نشان می‌دهند و رقم حلقه سوم (n)، ضربی است که به‌صورت  $10^n$  می‌باشد. داریم:

$$R = ab \times 10^{-n} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 90 \Omega = 0.9 \times 10^2 \Rightarrow \text{قرمز - سفید - سیاه} \\ R_{\gamma} = 180 \Omega = 1.8 \times 10^2 \Rightarrow \text{قرمز - خاکستری - قهوه‌ای} \end{cases}$$

### ۸۵ - گزینه‌ی «۳»

آمپرسنج ایده‌آل دارای مقاومت درونی صفر است و بنابراین دو سر مقاومت‌ها اتصال کوتاه شده است و کاهش مقاومت متغیر تأثیری در مدار ندارد. ولت‌سنج ایده‌آل نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد.

دقت کنید مقاومت درونی ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است و چون در شاخه اصلی مدار قرار گرفته است، جریانی از مدار عبور نخواهد کرد.

### ۸۶ - گزینه‌ی «۲»

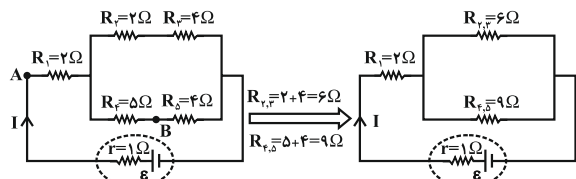
بیشترین توان مصرفی را مقاومتی دارد که بیشترین جریان از آن عبور می‌کند، بنابراین مقاومتی که در شاخه اصلی مدار قرار دارد، دارای بیش‌ترین توان مصرفی خواهد بود. مقاومت معادل خارجی مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R + \frac{2R \times R}{2R + R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{5}{3} R$$

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_T}{P_1} = \frac{R_{eq}}{R_1} \Rightarrow \frac{P_T}{30} = \frac{5}{3} \Rightarrow P_T = 50 \text{ W}$$

### ۸۷ - گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که ولت‌سنج ایده‌آل وسیله‌ای است با مقاومت الکتریکی بسیار زیاد، لذا عملاً جریانی از شاخه آن عبور نمی‌کند و مدار الکتریکی به‌صورت شکل زیر ساده می‌شود. اگر فرض کنیم جریان الکتریکی در شاخه اصلی مدار I باشد، داریم:

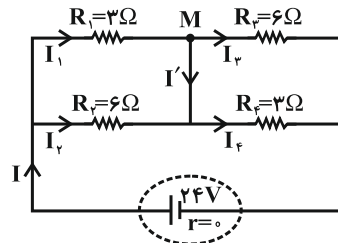


$$\Rightarrow R_{\beta, \alpha, \delta} = R_{\gamma, \beta} \Rightarrow V_{\gamma, \beta} = V_{\alpha, \delta}$$



## ۸۹- گزینهی «۲»

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز است و بنابراین مدار به صورت زیر ساده می‌شود.



$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + \frac{6 \times 3}{6 + 3} \Rightarrow R_{eq} = 4 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{4} \Rightarrow I = 6A$$

از طرفی داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 3I_1 = 6I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 6 \xrightarrow{I_1 = 2I_2} I_1 = 4A, I_2 = 2A$$

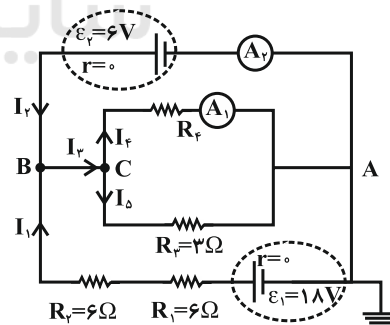
به همین ترتیب  $I_3 = 4A$  و  $I_4 = 2A$  بدست می‌آید، بنابراین اگر قاعده انشعاب کیرشهوف را برای گره M بنویسیم، جریان عبوری از آمپرسنج ایده‌آل ( $I'$ ) برابر خواهد بود با:

$$I_1 = I' + I_2 \Rightarrow 4 = I' + 2 \Rightarrow I' = 2A$$

## ۹۰- گزینهی «۱»

نقطه A به زمین متصل است، در نتیجه پتانسیل این نقطه برابر با صفر است. اگر از شاخه بالا از نقطه A به نقطه B حرکت کنیم، پتانسیل نقطه B، ۶ ولت به دست می‌آید:

$$V_A + 6 = V_B \Rightarrow V_B = 6V$$



اگر از شاخه پایین از نقطه A به نقطه B با پتانسیل ۶V حرکت کنیم، جریان این شاخه را می‌توان به دست آورد:

$$V_A + 18 - 6I_1 - 6I_1 = V_B \Rightarrow 18 - 12I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 1A$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_3$  نیز برابر ۶ ولت است:

$$V_B - R_3 I_3 = V_A \Rightarrow I_3 = 2A$$

مقدار  $I_4$  طبق صورت سؤال برابر با ۱A است، در این صورت بنا به قاعده انشعاب

$$I_3 = I_4 + I_5 \Rightarrow I_3 = 1 + 2 = 3A$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow 1 + I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 2A$$

## فیزیک ۱ و ۲

## ۹۱- گزینهی «۴»

خورشید گرفتگی (کسوف) و ماه گرفتگی (خسوف) زمانی رخ می‌دهد که ماه، زمین و خورشید در یک راستا قرار گیرند.

در خورشید گرفتگی، ماه بین زمین و خورشید قرار می‌گیرد و سایه و یا نیم‌سایه آن بر روی زمین می‌افتد. در ماه گرفتگی، زمین بین ماه و خورشید قرار می‌گیرد و سایه زمین روی ماه می‌افتد و مانع از رسیدن نور خورشید به آن می‌شود.

تمرین: با توجه به این که ماه به دور زمین و زمین به دور خورشید می‌چرخد، چرا در هر شبانه روز یک ماه گرفتگی و یک خورشید گرفتگی رخ نمی‌دهد؟

## ۹۲- گزینهی «۱»

طبق قوانین بازتاب، اگر زاویه بین امتداد جسم و آینه  $\theta$  باشد، در این صورت زاویه بین امتداد جسم و تصویرش  $2\theta$  خواهد بود. پس برای حالت اول داریم:

$$2\hat{\theta} = 60^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ$$

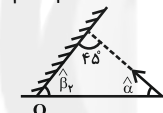
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta}_1 = 150^\circ - \hat{\alpha} \quad (1)$$



و در حالت دوم داریم:

$$2\hat{\theta}' = 90^\circ \Rightarrow \hat{\theta}' = 45^\circ$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta}_2 + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta}_2 = 135^\circ - \hat{\alpha} \quad (2)$$



$$\xrightarrow{(2)-(1)} \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1 = (135^\circ - \hat{\alpha}) - (150^\circ - \hat{\alpha}) \Rightarrow |\Delta \hat{\beta}| = 15^\circ$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که باید آینه را ۱۵ درجه ساعتگرد چرخاند.

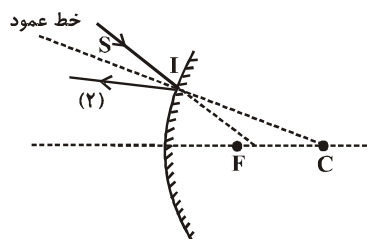
(شکل‌ها به‌طور تقریبی رسم شده‌اند.)

## ۹۳- گزینهی «۱»

در آینه‌های تخت فاصله بین جسم تا آینه و فاصله بین تصویر تا آینه همواره یکسان می‌باشد. بنابراین با توجه به این که جسم و تصویر در هر ثانیه  $4m$  به یکدیگر نزدیک می‌شوند، لذا جسم در هر ثانیه  $2m$  به آینه نزدیک می‌شود. با توجه به این که جسم با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  به آینه نزدیک می‌شود، بنابراین در هر ثانیه آینه باید  $8m$  از جسم دور شود تا در نهایت جسم در هر ثانیه  $2m$  به آینه نزدیک شود.

بنابراین سرعت حرکت آینه  $8 \frac{m}{s}$  است.

## ۹۴- گزینهی «۲»



امتداد پرتوی تابش SI دورتر از کانون آینه، محور اصلی آن را قطع می‌کند، پس پرتو بازتاب آن واگراست و باید به گونه‌ای باشد که خط عمود بر آینه (شعاعی که مرکز آینه را به نقطه‌ی تابش وصل می‌کند) نیم‌ساز زاویه بین پرتوی تابش SI با پرتوی بازتاب باشد، بنابراین پرتوی بازتاب مطابق پرتوی (۲) خواهد بود.





$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$

با توجه به شکل، پرتوی شکست با زاویه تابش  $30^\circ$  به وجه AB می‌تابد و برای محاسبه زاویه شکست می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \hat{i}'}{\sin \hat{r}'} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \hat{r}'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{r}' = 45^\circ$$

با توجه به شکل، برای محاسبه زاویه انحراف پرتو می‌توان نوشت:

$$\hat{\alpha} + 15^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 180^\circ - \hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ$$

#### ۹۹- گزینهی «۴»

چون فقط در یک حالت تصویر روی پرده تشکیل می‌شود و با جابه‌جایی عدسی نمی‌توان تصویر واضح دیگری تشکیل داد، بنابراین فاصله اولیه جسم از پرده برابر با  $4f$  بوده است و در نتیجه فاصله جسم از عدسی برابر با  $2f$  خواهد بود. داریم:

$$p = 2f = 12 \Rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

$$\Delta = p + q = 4f = 24 \text{ cm}$$

#### ۱۰۰- گزینهی «۱»

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad q=mp \rightarrow m = \frac{f}{p-f}$$

در عدسی‌های واگرا، داریم:

$$m_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{f}{p_1 + f} = \frac{1}{5} \Rightarrow p_1 = 4f$$

$$m_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{f}{p_2 + f} = \frac{1}{3} \Rightarrow p_2 = 2f$$

طبق صورت سوال داریم:

$$p_1 - p_2 = 1 \cdot \text{cm} \Rightarrow 4f - 2f = 1 \cdot \text{cm} \Rightarrow f = 0.5 \text{ cm}$$

#### ۱۰۱- گزینهی «۳»

اگر اتومبیل را با اندیس (۱) و کامیون را با اندیس (۲) نمایش دهیم، با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{2v_2}{v_2} \rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2} \times 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

بنابراین انرژی جنبشی اتومبیل دو برابر انرژی جنبشی کامیون است یا می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{K_2 - K_1}{K_1}\right) \times 100 = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times 100 = -50\%$$

#### ۱۰۲- گزینهی «۳»

انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر در تغییر طول فنر به اندازه  $x$  نسبت به حالت عادی‌اش، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

حال برای  $x_2 = 2 \cdot \text{cm}$  و  $x_1 = 1 \cdot \text{cm}$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 3$$

#### ۹۵- گزینهی «۱»

در ابتدا جسم بین کانون و مرکز آینه مقعر قرار دارد و تصویر آن به صورت بزرگتر و حقیقی در خارج از مرکز آینه تشکیل می‌شود. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad q=mp \rightarrow m = \frac{f}{p-f} \Rightarrow m_1 = \frac{20}{30-20} \Rightarrow m_1 = 2$$

زمانی که جسم در فاصله کانونی آینه مقعر قرار می‌گیرد نیز از آن تصویری بزرگتر ولی مجازی تشکیل می‌شود. در این حالت نیز داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad q=mp \rightarrow m = \frac{f}{f-p} \quad m_2 = m_1 = 2 \rightarrow 2 = \frac{20}{20-p_2}$$

$$\Rightarrow p_2 = 1 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 10 - 30 \Rightarrow \Delta p = -20 \cdot \text{cm}$$

بنابراین:

در نتیجه جسم را باید  $20 \cdot \text{cm}$  به آینه مقعر نزدیک کنیم.

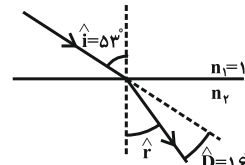
#### ۹۶- گزینهی «۳»

پرتو نور به طور مایل از هوا وارد محیط شفاف شده و بنابراین به خط عمود نزدیکتر می‌شود.

$$\hat{r} + \hat{D} = \hat{i}$$

$$\Rightarrow \hat{r} = \hat{i} - \hat{D}$$

$$\Rightarrow \hat{r} = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$



با توجه به قانون شکست نور داریم:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

حال با توجه به تعریف زاویه حد یک محیط شفاف، می‌توان نوشت:

$$\sin \hat{i}_c = \frac{1}{n_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \hat{i}_c = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

#### ۹۷- گزینهی «۱»

ماهی پرنده را در ارتفاع بالاتری از مکان واقعی خود تشخیص می‌دهد. داریم:

$$x' = 12 - 4 = 8 \text{ m}$$

$$x' = nx \Rightarrow 8 = \frac{4}{3}x \Rightarrow x = 6 \text{ m}$$

بنابراین ارتفاع واقعی پرنده از سطح آب برابر با  $6 \text{ m}$  است.

پرنده ماهی را در عمق کمتری از سطح می‌بیند، بنابراین داریم:

$$h' = \frac{h}{n} \Rightarrow h' = \frac{4}{\frac{4}{3}} \Rightarrow h' = 3 \text{ m}$$

بنابراین فاصله‌ای که پرنده، ماهی را از خود می‌بیند، برابر است با:

$$d' = 6 + 3 = 9 \text{ m}$$

#### ۹۸- گزینهی «۲»

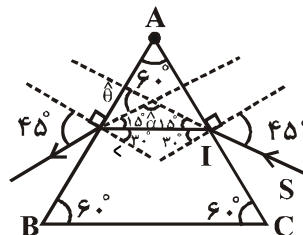
مطابق شکل، پرتوی SI با زاویه تابش

$45^\circ$  به وجه AC می‌تابد. برای

محاسبه زاویه شکست پرتوی SI

بنابر قانون‌های شکست نور می‌توان

نوشت:





## ۱۰۳- گزینهی «۴»

از لحظه‌ای که فنر (۱) رها می‌شود تا لحظه‌ای که فنر (۲) به حداکثر فشردگی خود می‌رسد، با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:

$$W_f = E_p - E_1 = (K_p + U_p) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_f = \left(0 + \frac{1}{2}k_p x_p^2\right) - \left(0 + \frac{1}{2}k_1 x_1^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times 0.02^2 - \frac{1}{2} \times 300 \times 0.02^2$$

$$\Rightarrow W_f = -2J$$

## ۱۰۴- گزینهی «۲»

وقتی جسم رها می‌شود، چون مقاومت هوا ناچیز است، بنابراین انرژی مکانیکی جسم پایسته است و در نتیجه انرژی جسم در ارتفاع  $h$  از سطح زمین برابر با انرژی جسم در لحظه برخورد با زمین است.

$$E_1 = E_p \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mv_p^2 + 0 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 100 \times (6\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow E_1 = 3600J$$

چون جابه‌جایی جسم توسط بالابر با سرعت ثابت انجام گرفته است، بنابراین کار مفید انجام شده توسط بالابر به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود و بنابراین داریم:

$$W_{\text{مفید}} = E_1 \Rightarrow W_{\text{مفید}} = 3600J$$

از طرف دیگر، با استفاده از تعریف بازده، داریم:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{3600}{9000} \times 100 \Rightarrow Ra = 40\%$$

## ۱۰۵- گزینهی «۱»

با استفاده از تعریف چگالی، حجم فلز هر مکعب را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مکعب تو پر: } V_1 = \frac{m_1}{\rho} \Rightarrow V_1 = \frac{600}{8} \Rightarrow V_1 = 75\text{cm}^3$$

$$\text{مکعب تو خالی: } V_p = \frac{m_p}{\rho} \Rightarrow V_p = \frac{480}{8} \Rightarrow V_p = 60\text{cm}^3$$

چون مکعب‌ها مشابه هستند، حجم حفره داخل مکعب توخالی برابر است با:

$$V' = V_1 - V_p = 75 - 60 \Rightarrow V' = 15\text{cm}^3$$

## ۱۰۶- گزینهی «۳»

می‌دانیم که فشار کل در یک نقطه درون یک مایع برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از ستون مایع روی آن نقطه است. بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{\text{مایع}} + P_0 = P_{\text{کل}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} + 75\text{cmHg} = 275\text{cmHg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 200\text{cmHg} = 2\text{mHg}$$

اکنون برای محاسبه چگالی مایع، فشار ناشی از ستونی از مایع به ارتفاع ۳ متر را برابر با فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۲ متر قرار می‌دهیم:

$$\rho_{\text{مایع}} \times h = \rho_{\text{جیوه}} \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times 3 = \rho_{\text{جیوه}} \times 2$$

$$\Rightarrow 13500 \times 2 = \rho_{\text{مایع}} \times 3 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 9000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## ۱۰۷- گزینهی «۳»

حجم قسمت پایین ظرف برابر است با:

$$V_1 = A_1 h_1 = 200 \times 10 \Rightarrow V_1 = 2000\text{cm}^3 = 2\text{lit}$$

با توجه به این که ۳lit مایع در ظرف ریخته‌ایم، بنابراین حجم مایع در قسمت بالایی ظرف برابر با ۱lit خواهد بود و در نتیجه ارتفاع مایع در قسمت بالایی ظرف برابر

$$V_p = A_p h_p \Rightarrow 1000 = 100 \cdot h_p \Rightarrow h_p = 10\text{cm}$$

است. بنابراین ارتفاع کل مایع در ظرف برابر است با:

$$h = h_1 + h_p = 10 + 10 = 20\text{cm}$$

و در نتیجه اندازه نیرویی که از جانب مایع به کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = PA_1 = \rho g h A_1 = 4 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 160N$$

## ۱۰۸- گزینهی «۲»

با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع در حال تعادل، داریم:

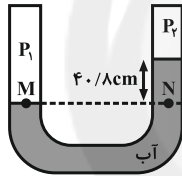
$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_p$$

$$\Rightarrow P_1 - P_p = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 40 / 8 = 13 / 6 h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 3\text{cm}$$

$$\Rightarrow P_1 - P_p = 3\text{cmHg}$$



## ۱۰۹- گزینهی «۲»

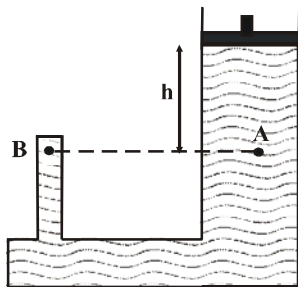
بنابر اصل پاسکال، تغییر فشار در یک مایع ساکن به‌صورت یکسان به همه قسمت‌ها منتقل می‌شود. بنابراین داریم:

$$\Delta P_1 = \Delta P_p \Rightarrow \frac{\Delta F_1}{A_1} = \frac{\Delta F_p}{A_p} \Rightarrow \frac{20}{A_1} = \frac{\Delta F_p}{\Delta A_1} \Rightarrow \Delta F_p = 100N$$

## ۱۱۰- گزینهی «۴»

فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، برابر است، بنابراین در شکل زیر، فشار در نقاط A و B با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_B = P_A \Rightarrow P_B = \rho g h + \frac{W}{A} + P_0$$



$$P_B - P_0 = \rho g h + \frac{W}{A}$$

$$\Rightarrow P_B - P_0 = 2000 \times 10 \times \frac{25}{100} + \frac{20 \times 10}{4 \times 10^{-2}} = 5050 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow P_B - P_0 = 50.5 \text{ kPa}$$

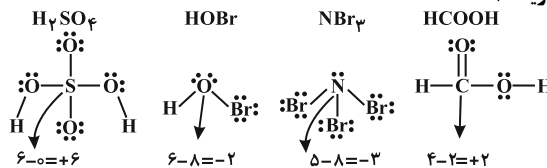


## شیمی پیش‌دانشگاهی

## ۱۱۱- گزینه «۴»

گزینه «۱»: به جای محلول اتانول باید محلول نمک خوراکی قرار گیرد.  
گزینه «۲»: دستگاه تبدیل انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی صحیح است.  
گزینه «۳»: باتری‌های با کارایی بالا، افزون بر تولید انرژی الکتریکی بیشتر، آلاینده‌های کم‌تری ایجاد می‌کنند.

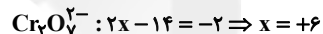
## ۱۱۲- گزینه «۱»



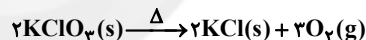
عنصر گوگرد در ترکیب  $H_2SO_4$  و نیتروژن در  $NBr_3$  بیش‌ترین مقدار جبری را در اختلاف عدد اکسایش دارند.

## ۱۱۳- گزینه «۴»

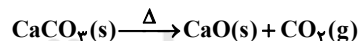
بررسی گزینه‌ها:  
گزینه «۱»: کاهنده، گونه‌ای است که به گونه‌ی اکسند، الکترون داده و عدد اکسایش گونه‌ی مقابل را کاهش می‌دهد.  
گزینه «۲»: عدد اکسایش کروم در یون دی‌کرومات برابر +۶ است؛ عدد اکسایش نیتروژن در منیزیم نیتريت برابر +۳ است.



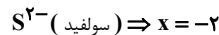
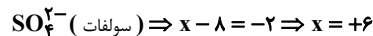
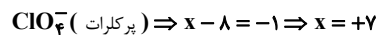
گزینه «۳»: در واکنش تجزیه‌ی پتاسیم کلرات ( $KClO_3$ ) عنصر آزاد ( $O_2$ ) وجود دارد، بنابراین از نوع اکسایش - کاهش است:



اما در واکنش تجزیه‌ی کلسیم کربنات، تغییر عدد اکسایش در هیچ گونه‌ای نداریم، بنابراین این واکنش از نوع اکسایش - کاهش نیست.

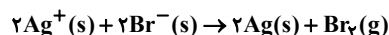
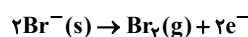
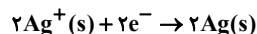


گزینه «۴»: در یون‌های پرکلرات و سولفات، اتم مرکزی بالاترین عدد اکسایش ممکن را دارد، بنابراین همیشه اکسند است. در حالی که در یون سولفید، اتم گوگرد کم‌ترین عدد اکسایش ممکن را دارد، بنابراین همیشه به عنوان کاهنده عمل می‌کند:



## ۱۱۴- گزینه «۳»

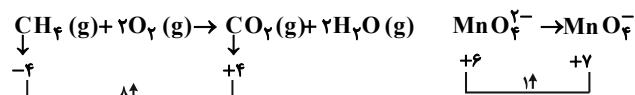
- نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش به صورت هم‌زمان رخ می‌دهد.
- برم تولیدی در واکنش به صورت گاز است.



- ۲ الکترون مبادله می‌شود.

## ۱۱۵- گزینه «۱»

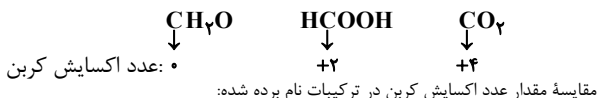
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



مقایسه‌ی مقدار عدد اکسایش کربن در ترکیبات نام برده شده:



گزینه «۴»:

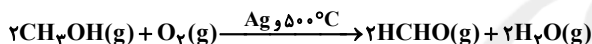
در گذشته، کاهش هم‌ارز با گرفتن هیدروژن و اکسایش هم‌ارز با گرفتن اکسیژن تعریف می‌شد.

## ۱۱۶- گزینه «۲»

زمانی که تیغه‌ی مسی در محلول نقره نترات قرار می‌گیرد، واکنش اکسایش - کاهش به صورت  $Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$  انجام می‌گیرد که در آن فلز مس، اکسید و یون نقره کاهیده می‌شود، بنابراین یون نقره اکسند و مس کاهنده است.

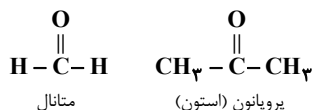
## ۱۱۷- گزینه «۱»

گزینه «۱»:



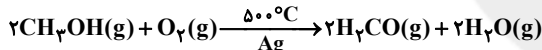
(فرمالدهید متال)

پس ماده‌ی **B** متال یا فرمالدهید (ساده‌ترین آلدئید) است و اگر به جای هیدروژن‌های آن، گروه‌های متیل قرار دهیم ساده‌ترین کتون به دست می‌آید.

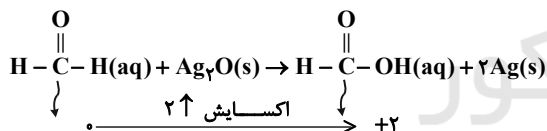


گزینه «۲»:

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۷ است.

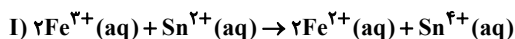


در گزینه «۳» باید بگویید **B** در حضور نقره اکسید، اکسایش یافته و به فرمیک اسید تبدیل می‌شود.

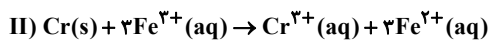


گزینه «۴»: عدد اکسایش اتم کربن در متال صفر و عدد اکسایش اتم اکسیژن در  $HOCl$ ، -۲ است.

## ۱۱۸- گزینه «۴»



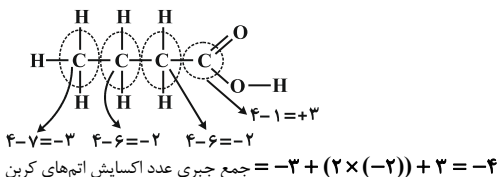
اکسند      کاهنده



کاهنده      اکسند

گونه‌ای که اکسید شده است (عدد اکسایش آن زیاد شده است) کاهنده است و گونه‌ای که کاهیده شده است (عدد اکسایش آن کم شده است) اکسند است. با توجه به موازنه‌ی دو واکنش، همه‌ی موارد بیان شده صحیح هستند.

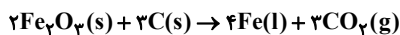
## ۱۱۹- گزینه «۲»





چون جرم نمونه را ۱۰۰ گرم فرض کردیم، جرم  $H_2O$  با درصد جرمی آن در نمونه برابر است.

۱۲۴- گزینه «۱»



$$Fe_2O_3 \text{ خالص } = 400 \times 0.6 = 240 \text{ g } Fe_2O_3$$

$$n_{Fe_2O_3} = \frac{m}{M} = \frac{240}{160} = 1.5 \text{ mol } Fe_2O_3 \xrightarrow{\times 2} = 3 \text{ mol } Fe$$

$$n_C = \frac{m}{M} = \frac{60}{12} = 5 \text{ mol } C \xrightarrow{\times 3} = 15 \text{ mol } C$$

بنابراین  $Fe_2O_3$  محدودکننده است.

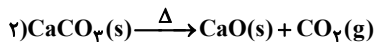
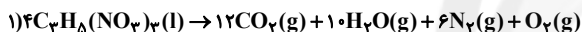
$$? gFe = 400 \text{ g } Fe_2O_3 \times \frac{\text{خالص } 56 \text{ g } Fe_2O_3}{100 \text{ g } Fe_2O_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{4 \text{ mol } Fe}{2 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{56 \text{ g } Fe}{1 \text{ mol } Fe} = 168 \text{ g } Fe \text{ (مقدار نظری)}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{50/4}{168} \times 100 = 30\%$$

۱۲۵- گزینه «۱»

با دو واکنش مواجه هستیم:



$$y \text{ g } CaCO_3 = 15 \text{ g } C_3H_8(NO_3)_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8(NO_3)_2}{227 \text{ g } C_3H_8(NO_3)_2}$$

$$\times \frac{12 \text{ mol } CO_2}{4 \text{ mol } C_3H_8(NO_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{1 \text{ mol } CO_2}$$

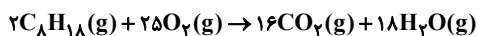
$$\times \frac{100 \text{ g } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} \approx 19 \text{ g } CaCO_3$$

۱۲۶- گزینه «۲»

موارد الف و د صحیح هستند. بررسی سایر موارد:

ب) سوختن ناقص بنزین باعث بالا رفتن مصرف سوخت و کاهش توان خودرو می‌شود.

ج) طبق معادله زیر نسبت استوکیومتری سوخت به اکسیژن ۱ به ۱۲/۵ و سوخت به هوا تقریباً ۱ به ۶۲/۵ است.



۱۲۷- گزینه «۳»

در آغاز واکنش‌های موازنه شده را می‌نویسیم:



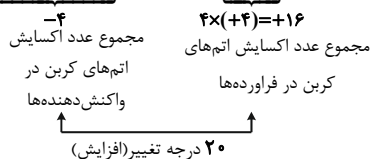
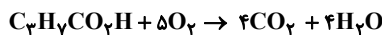
$$? LO_2 = 20 \text{ g } KNO_3 \times \frac{\text{خالص } 80 \text{ g } KNO_3}{100 \text{ g } KNO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 1.992 LO_2 = x$$

$$? LCO_2 = 30 \text{ g } CaCO_3 \times \frac{\text{خالص } 60 \text{ g } CaCO_3}{100 \text{ g } CaCO_3}$$

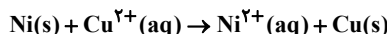
$$\times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100 \text{ g } CaCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$= 4.032 LCO_2 = y \Rightarrow y - x = 4.032 - 1.992 = 2.04 \text{ L}$$



الکترون‌های مبادله‌شده را از طریق اتم‌های اکسیژن محاسبه می‌کنیم. در مجموع ۱۲ اتم اکسیژن در سمت چپ معادله واکنش داریم که هر اتم ۲ درجه تغییر در عدد اکسایش را شاهد است، پس ۲۰ الکترون مبادله شده داریم.

۱۲۰- گزینه «۳»



ابتدا با توجه به واکنش موردنظر، محدودکننده را مشخص می‌کنیم.

$$n_{Ni} = \frac{1/77}{59} = 0.02 \text{ mol } Ni$$

$$n_{Cu^{2+}} = M \times V = 0.1 \times 0.2 = 0.02 \text{ mol } Cu^{2+}$$

یون‌های مس محدودکننده هستند.

$$? gNi^{2+} = 0.02 \text{ mol } Cu^{2+} \times \frac{1 \text{ mol } Ni^{2+}}{1 \text{ mol } Cu^{2+}} \times \frac{59 \text{ g } Ni^{2+}}{1 \text{ mol } Ni^{2+}} = 1.18 \text{ g } Ni^{2+}$$

$$? gCu = 0.02 \text{ mol } Cu^{2+} \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{1 \text{ mol } Cu^{2+}} \times \frac{64 \text{ g } Cu}{1 \text{ mol } Cu} = 1.28 \text{ g } Cu$$

با توجه به این که  $Ni^{2+}$  از سطح فلز جدا و  $Cu$  بر سطح فلز می‌نشیند، جرم تیغه نیکلی برابر می‌شود با:

جرم مس اضافه شده + جرم تیغه = جرم تیغه + جرم نیکل واردشده به محلول -

$$= 1.18 + 1.28 - 1.18 = 1.28 \text{ g}$$

### شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۴»

تشریح گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ضرایب استوکیومتری یکسان هستند و واکنش انجام‌نشده است چون باید فاز  $AgCl$  حتماً جامد باشد.

گزینه «۲»: واکنش انجام نشدنی است، چون برلیم با آب واکنش نمی‌دهد ولی ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها کم‌تر است.

گزینه «۳»: واکنش در کیسه‌های هوا رخ می‌دهد و نادرست نیست.

گزینه «۴»: واکنش نادرست است، چون  $Al_2O_3$  فاز جامد دارد و  $SO_3$  فاز گاز، پس در این گزینه فازها را جابه‌جا داده‌اند و بعد از موازنه مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها بیش‌تر است.

۱۲۲- گزینه «۴»

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: متیل‌سالیسیلات به عنوان طعم‌دهنده در مواد غذایی و دارویی استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: از ترکیب یونی مثل پتاسیم‌گربنات برای تولید شیشه‌های لوازم الکترونیکی استفاده می‌شود.

گزینه «۳»: طی تجزیه‌ی عنصری نوع عنصرهای تشکیل‌دهنده و درصد جرمی هر یک از آن‌ها در ترکیب شیمیایی تعیین می‌شود.

۱۲۳- گزینه «۲»

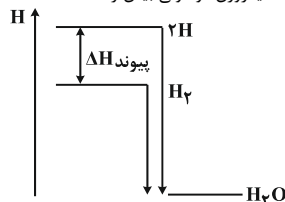
جرم نمونه را ۱۰۰ گرم فرض می‌کنیم:

$$? gH_2O = 8 \text{ g } Cu \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{64 \text{ g } Cu} \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4 \cdot 5H_2O}{1 \text{ mol } Cu}$$

$$\times \frac{5 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CuSO_4 \cdot 5H_2O} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 11.25 \text{ g } H_2O$$

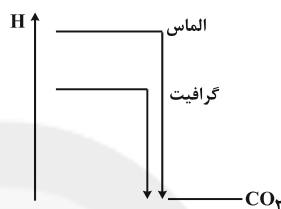
## ۱۲۸- گزینه «۱»

گزینه «۱»: گرمای حاصل از سوختن ۲g هیدروژن اتمی به اندازه آنتالپی پیوند مولی (H-H) از گرمای حاصل از سوختن ۲g هیدروژن مولکولی بیش تر است.



گزینه «۲»: انرژی لازم برای شکستن همه پیوندهای N-H در آمونیاک همانند پیوندهای C-H در متان یکسان نیست.

گزینه «۳»:



گزینه «۴»:

با توجه به نمودار صفحه ۵۶ کتاب درسی، بیش ترین تفاوت آنتالپی‌های ذوب و تبخیر مربوط به جیوه (Hg) و کمترین مقدار مربوط به آرگون (Ar) است.

## ۱۲۹- گزینه «۳»

$$? J = 0 / 4g \text{ متان} \times \frac{1 \text{ mol متان}}{16g \text{ متان}} \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol متان}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 22250 \text{ J}$$

$$q = m.c.\Delta T$$

$$22250 = m \times 1 / 25 \times 100 \Rightarrow m = 178g \text{ NaCl}$$

$$? \text{ mol NaCl} = 178g \text{ NaCl} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58 / 45g \text{ NaCl}} \approx 3 \text{ mol NaCl}$$

## ۱۳۰- گزینه «۳»

موارد الف، ب و ت صحیح هستند.

ب) قانون هس بیان می‌کند: اگر معادله یک واکنش را بتوان از جمع معادله‌های دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد،  $\Delta H^\circ$  واکنش یادشده را می‌توان از جمع جبری مقادیر (نه اندازه!!!)  $\Delta H^\circ$  همه واکنش‌های تشکیل دهنده آن به دست آورد.

## ۱۳۱- گزینه «۴»

موارد «ب» و «ج» صحیح هستند.

تحلیل موارد:

الف: ترمودینامیک افزون بر مطالعه تبدیل شکل‌های مختلف انرژی به یکدیگر و راه‌های انتقال آن، به پرسش‌های کلی‌تری از جمله دلیل انجام شدن یا نشدن فرایندهای فیزیکی و شیمیایی در شرایط معین پاسخ می‌دهد.

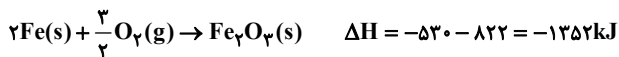
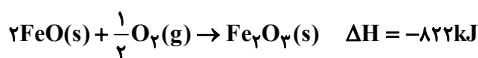
ب: غلظت ppm و فشار جزو کمیت‌های شدتی و ظرفیت گرمایی، آنتالپی یک واکنش و آنتروپی جزو کمیت‌های مقداری هستند.

ج: واکنش تشکیل هیدرازین گرماگیر است؛ در نتیجه فرآورده ناپایدارتر از واکنش دهنده‌ها است در حالی که واکنش تشکیل کربن مونواکسید گرمازا است و در نتیجه فرآورده از واکنش دهنده‌ها پایدارتر است.

د: طبق قانون نسبت‌های ترکیبی، در دما و فشار ثابت، گازها با نسبت‌های حجمی معینی با هم واکنش می‌دهند.

## ۱۳۲- گزینه «۳»

ابتدا  $\Delta H$  واکنش تشکیل آهن (III) اکسید را حساب می‌کنیم. برای این منظور واکنش اول را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم و با معکوس واکنش دوم جمع می‌کنیم.



گرمای حاصل از تشکیل ۶/۴ گرم  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  را تعیین می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 6 / 4g \text{ Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160g \text{ Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{1352 \text{ kJ}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 54 / 08 \text{ kJ}$$

در ادامه مقدار فسفر مورد نیاز برای تولید این مقدار گرما را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g P}_4 = 54 / 08 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol P}_4}{270 / 4 \text{ kJ}} \times \frac{124 \text{ g P}_4}{1 \text{ mol P}_4} = 24 / 8 \text{ g P}_4$$

## ۱۳۳- گزینه «۳»

$-T\Delta S > 0$  و در نتیجه  $\Delta S < 0$  پس تعداد مول‌های گازی کاهش پیدا کرده است. یعنی  $a > b$ .

در این واکنش  $\Delta G$  (انرژی آزاد) منفی است. پس واکنش خودبه‌خودی است، ولی با افزایش دما عامل نامساعد بر عامل مساعد غلبه می‌کند و از پیشرفت آن جلوگیری می‌کند.

در این واکنش با توجه به ضرایب  $a > b$  پس  $\Delta V < 0$  و  $w > 0$  است. یعنی محیط روی سامانه کار انجام می‌دهد.

## ۱۳۴- گزینه «۱»

[مجموع تشکیل  $\Delta H$  فرآورده‌ها] = واکنش  $\Delta H$

- [مجموع تشکیل  $\Delta H$  واکنش دهنده]

$$\Delta H_{\text{H}_2\text{O}} - 2\Delta H_{\text{H}_2\text{O}} = 2\Delta H_{\text{H}_2\text{O}} - 2\Delta H_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$= 2(-286) - 2(-191 / 5) = -189 \text{ kJ}$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

$$= -189 - (273 + 27) \times 140 \text{ J.K}^{-1} \times \frac{10^{-3} \text{ kJ}}{1 \text{ J}} = -231 \text{ kJ}$$

## ۱۳۵- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اتانول، پس از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است.

گزینه «۲»: هگزان، حلال بسیار مناسبی برای تعداد زیادی از ترکیب‌های ناقطبی است.

گزینه «۴»: از اتانول برای ضدعفونی کردن زخم‌ها و تولید مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی استفاده می‌شود. استون حلال مناسبی برای چربی‌ها، رنگ‌ها و انواع لاک‌هاست.

## ۱۳۶- گزینه «۲»

$$25^\circ\text{C} \text{ دمای } 280 \text{ g} \times \frac{60 \text{ g Pb(NO}_3)_2}{160 \text{ g محلول}} = 105 \text{ g Pb(NO}_3)_2$$

$$\Rightarrow 280 - 105 = 175 \text{ g آب}$$

$$5^\circ\text{C} \text{ دمای } 175 \text{ g} \times \frac{40 \text{ g Pb(NO}_3)_2}{100 \text{ g آب}} = 70 \text{ g Pb(NO}_3)_2$$

$$\Rightarrow 105 - 70 = 35 \text{ g رسوب}$$

$$? \text{ g آب} = 35 \text{ g Pb(NO}_3)_2 \times \frac{100 \text{ g آب}}{40 \text{ g Pb(NO}_3)_2} = 87 / 5 \text{ g آب}$$

## ۱۳۷- گزینه «۳»

گزینه «۱»: با توجه به جدول صفحه ۸۶ کتاب درسی در فشار ثابت ۱atm تأثیر افزایش دما

بر انحلال پذیری گاز  $\text{Cl}_2$  نسبت به  $\text{H}_2\text{S}$  بیش تر است.

گزینه «۲»: با انحلال ید در تولوئن، دمای محلول تغییر محسوسی نمی‌کند.



## ۱۴۲- گزینه «۲»

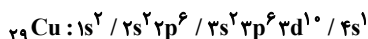
نسبت حجم اتم طلا به حجم هسته آن  $10^{15}$  است. پس براساس فرمول  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  که مربوط به حجم کره است، نسبت شعاع اتم طلا به شعاع هسته اتم طلا  $10^5$  و ابعاد تقریبی اتم طلا  $10^{-8}$  سانتی‌متر خواهد شد. حال با کنار هم قرار گرفتن حدود  $2000$  اتم طلا، ضخامت ورقه نازک طلا برابر است با:

$$2000 \times 10^{-8} \text{ cm} = 2 \times 10^{-5} \text{ cm} \xrightarrow{1 \text{ m} = 10^7 \text{ cm}} = 2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

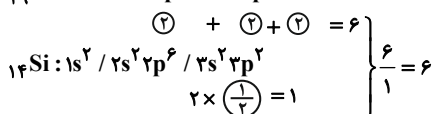
## ۱۴۳- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کات کبود (ترکیب شیمیایی مس‌دار) رنگ آبی شعله آتش را به رنگ سبز درمی‌آورد.



گزینه «۲»:

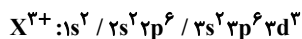


گزینه «۴»: این یک قاعده کلی است. به عنوان مثال برای رادیو ایزوتوپ  $^{131}\text{I}$  این قانون صادق نیست.

$$\frac{n}{p} = \frac{131 - 53}{53} \approx 1/47$$

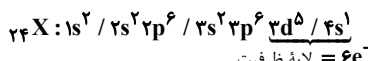
## ۱۴۴- گزینه «۳»

$l=2$  یعنی زیرلایه  $d$  و  $l=0$  یعنی زیرلایه  $s$ . آرایش الکترونی این یون به صورت زیر است:



$$l=0 \Rightarrow 6e^- \quad l=2 \Rightarrow 3e^-$$

این یون  $21$  الکترون دارد. پس اتم  $X$ ،  $24$  الکترون دارد.



$$6e^- = \text{لایه طرفیت}$$

این عنصر  $4$  لایه الکترونی اشغال شده و  $2$  لایه الکترونی پر شده دارد. (لایه‌های سوم و چهارم هنوز پر نشده است.) (رد گزینه «۱»)

این عنصر  $6$  اوربیتال تک‌الکترونی با  $\frac{1}{2} m_s$  دارد. پس مجموع  $m_s$  الکترون‌ها در آن

$$= 3 \quad \left(6 \times \left(+\frac{1}{2}\right)\right) \quad \text{(رد گزینه «۲»)}$$

عنصر قبل از این اتم به آرایش  $3d^3 4s^2$  و عنصر بعد از این اتم به  $3d^5 4s^2$  ختم می‌شود، پس تعداد اوربیتال‌های تک‌الکترونی در آن‌ها کم‌تر از اتم  $X$  است. (تأیید گزینه «۳»)

این عنصر  $4$  لایه الکترونی دارد پس در انرژی‌های یونش متوالی خود  $3$  جهش بزرگ خواهد داشت. (رد گزینه «۴»)

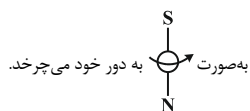
## ۱۴۵- گزینه «۳»

این عنصر، عنصری از گروه  $14$  از تناوب سوم است. بررسی موارد:

الف - الکترونی که در مرحله  $A$  کنده می‌شود دارای مشخصه  $\frac{1}{2} m_s$ ،  $m_l = 0$ ،  $l = 0$  و  $n = 2$  است.

ب - سومین الکترون خارج‌شده از اتم، از اوربیتال  $3s$  جدا می‌شود.

ج - الکترونی که در مرحله  $B$  از اتم کنده می‌شود دارای  $m_s = -\frac{1}{2}$  است و



د - بعد از جدا شدن الکترونی که در مرحله  $B$  از اتم جدا می‌شود، آرایش الکترونی یون مربوطه به صورت  $1s^2 / 2s^2 2p^3$  است و تعداد الکترون‌های با  $m_l = 0$  برابر  $5$  است.

گزینه «۳»: با توجه به نمودار صفحه  $85$  با افزایش دما انحلال‌پذیری  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  کاهش می‌یابد. پس انحلال‌پذیری آن گرماده است. انحلال آن نیز در آب معمولاً با افزایش آنتروپی همراه است.

گزینه «۴»: حل شدن یک ماده جامد در مایع اغلب با افزایش آنتروپی همراه است.

## ۱۳۸- گزینه «۲»

$$0.050 \text{ L} \times 1 / 6 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} = 0.0083 \text{ kg} = 8.3 \text{ g}$$

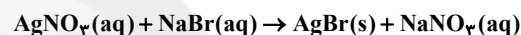
$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 61 / 25 = \frac{x}{80} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 49 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

$$\text{جرم حلال (آب)} = 80 - 49 = 31 \text{ g H}_2\text{O} = 0.031 \text{ kg H}_2\text{O}$$

$$\text{مولالیت} = \frac{49 \text{ g}}{31 \text{ kg} + 49 \text{ g}} \times \frac{1}{98 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1 / 25 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

## ۱۳۹- گزینه «۳»



$$? \text{ g AgNO}_3 = \text{مصرفی} = 0.47 \text{ g AgBr} \times \frac{1 \text{ mol AgBr}}{188 \text{ g AgBr}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol AgBr}}$$

$$\times \frac{170 \text{ g AgNO}_3}{1 \text{ mol AgNO}_3} = 0.425 \text{ g AgNO}_3$$

$$\text{محلول اولیه} = 1 / 25 \text{ mL} \times 3 / 4 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = 4 / 25 \text{ g AgNO}_3$$

چون  $\frac{1}{5}$  محلول اولیه مصرف شده است، جرم کل نقره نیترات برابر است با:

$$5 \times 0.425 = 2.125 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{2.125}{4.25} \times 100 = 50\%$$

## ۱۴۰- گزینه «۴»



$$? \text{ g HCl} = 27 / 25 \times 10^{-3} \text{ g NaClO} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}}{74 / 5 \text{ g NaClO}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaClO}}$$

$$\times \frac{36 / 5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} = 0.365 \text{ g HCl}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.365}{365} \times 10^6 = 1000 \text{ ppm}$$

$$? \text{ mL Cl}_2 = 27 / 25 \times 10^{-3} \text{ g NaClO} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}}{74 / 5 \text{ g NaClO}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{1 \text{ mol NaClO}}$$

$$\times \frac{22400 \text{ mL Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 11 / 2 \text{ mL Cl}_2$$

شیمی ۲

## ۱۴۱- گزینه «۲»

براساس مدل اتمی تامسون، بار الکتریکی مثبت به شکل توده‌های ابرمانند در اتم پراکنده شده است ولی به این نکته توجه شود که در آن زمان هنوز پروتون کشف نشده بود.