



آزمون غیر حضوری پیش‌دانشگاهی ریاضی (۱۴ اردیبهشت ۱۳۹۷) (مباحث ۲۸ اردیبهشت ۹۷)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه‌ی شخصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمایید و از منوی سمت راست گزینه‌ی آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستندسازی
نوشین اشرفی	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



مشتق و کاربرد آن / انتگرال

صفحه‌های ۱۲۱ تا ۲۴۹

حسابان

«مشتق» فصل ۵: (مشتق توابع)

صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۹۰

دیفرانسیل

۱- مقدار انتگرال $\int_{-1}^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(۱) $[\frac{3}{2}, \frac{12}{5}]$

(۲) $[\frac{4}{5}, 0]$

(۳) $[\frac{1}{2}, \frac{4}{5}]$

(۴) $[\frac{12}{5}, 0]$

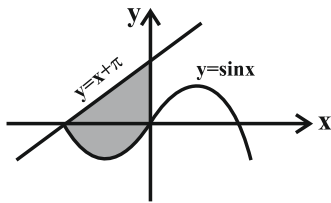
۲- مساحت ناحیه‌ی سایه زده شده، کدام است؟

(۱) $2 + \frac{\pi^2}{4}$

(۲) $2 + \frac{\pi^2}{2}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4} + 1$

(۴) $\frac{\pi^2}{2} + 1$



۳- حاصل انتگرال $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ ، برابر کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۴- حاصل انتگرال $\int_0^1 |3x-1| [3x] dx$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{6}{7}$

(۲) $\frac{7}{6}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۵- در تابع $f(x) = \sin^2 x$ در بازه $[0, \pi]$ ، مقدار U_3 چند برابر π است؟

(۱) $\frac{6}{5}$

(۲) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۶- در شکل زیر، مساحت قسمت رنگ شده کدام است؟

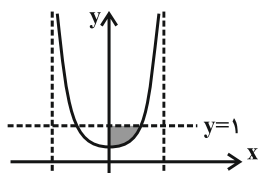
(۱) $\frac{1}{3}(3\sqrt{3} - \pi)$

(۲) $\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $3\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}(\pi - \sqrt{3})$

$$y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$



۷- اگر در تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ، رابطه‌ی $\int_{-a}^a (f(x).f'(x) + f'(x)) dx = 1$ برقرار باشد، کدام مقدار می‌تواند باشد؟

(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) -۲



۸- مشتق $\cos \sqrt{y} = y^2 \sin x + \frac{1}{y}$ در نقطه‌ای به طول صفر روی منحنی کدام است؟ ($0 < y < 4\pi^2$)

$-\frac{\pi^5}{2}$ (۲)	$\frac{\pi^5}{2}$ (۱)
$-\frac{4\pi^5 \sqrt{3}}{81}$ (۴)	$\frac{-4\pi^5}{243\sqrt{3}}$ (۳)

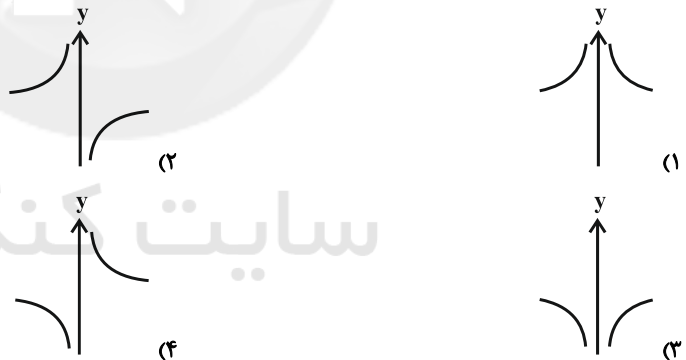
۹- طول دو ضلع مثلث ۲ و ۵ واحد و اندازه‌ی زاویه‌ی حاده‌ی بین آن‌ها مقدار متغیر α رادیان است. آهنگ تغییرات α نسبت به مساحت مثلث، وقتی مساحت مثلث برابر ۴ واحد مربع می‌باشد، کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)	$\frac{1}{2}$ (۱)
$\frac{1}{5}$ (۴)	$\frac{1}{4}$ (۳)

۱۰- نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $y = ax^2 + bx - 9$ و $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ در نقطه‌ای به طول ۳، مماس مشترک دارند. دوتایی (a, b) کدام است؟

$(-1, 1)$ (۲)	$(1, -1)$ (۱)
$(0, 1)$ (۴)	$(2, 1)$ (۳)

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - x^2}$ باشد، نمودار f' در حوالی نقطه‌ای به طول صفر کدام است؟



۱۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 1 & ; x \in \mathbb{Q} \\ a - 2x^3 & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد، آن‌گاه f در چند نقطه مشتق‌پذیر خواهد بود؟

2 (۲)	3 (۱)
صفر (۴)	1 (۳)

۱۳- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = -2$ باشد، مشتق $y = f(\sqrt{2} \sin x)$ در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)
$-\frac{1}{2}$ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)



۱۴- مشتق تابع $y = \sin^3\left(\frac{\pi}{4} + 2 \tan^{-1} x\right)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$

۱۵- اگر تابع f همواره مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = xe^x$ باشد، مشتق تابع $f(\ln x)$ به ازای $x = e^3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) 2 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{(x-2)^2(x+1)}}{|x^2-3|}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 4x & ; -2 < x \leq 0 \\ 4x^3 - 4x & ; 0 < x \leq 1 \end{cases}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) 2 (۲) 3
 (۳) 4 (۴) 1

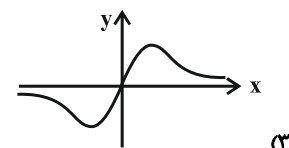
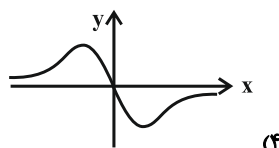
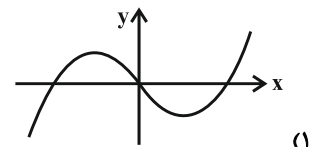
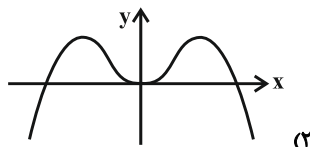
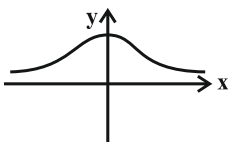
۱۸- اگر $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3$ باشد، طول نقطه‌ی عطف تابع پیوسته $f(x)$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2
 (۳) 3 (۴) عطف ندارد.

۱۹- در تابع $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + 1$ کم‌ترین مقدار شیب خط مماس بر منحنی در نقاطی به کدام طول رخ می‌دهد؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2
 (۳) ± 3 (۴) صفر

۲۰- اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، آن‌گاه نمودار f' به کدام صورت خواهد بود؟





۲۱- قیمت فروش هر خودکار ۴۰۰ تومان است در صورتی که روزانه X خودکار فروخته شود و هزینه‌ی تولید روزانه معادل $4X^2 - 800X + 200000$ تومان باشد، بیشترین سود به ازای تولید چند خودکار در روز به دست می‌آید؟

(۱) ۵۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۲۰۰

۲۲- نسبت تغییرات عبارت $5\sqrt{x} - x^3$ به تغییرات عبارت $x - \sqrt[3]{x}$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۲۳- مقدار جمع $1 + \{1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n!\}$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $(n+1)!$

(۲) $n!$

(۳) $(n+1)! - n!$

(۴) $(\frac{n!}{2})^2$

۲۴- اختلاف مجموع بالا و پایین تابع $f(x) = [\cos x]$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به ازای $n = 8$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

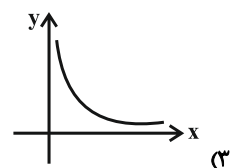
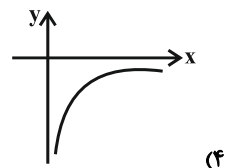
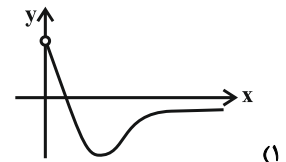
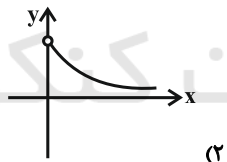
(۱) π

(۲) 2π

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

۲۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$ در بازه‌ی $(0, +\infty)$ کدام است؟



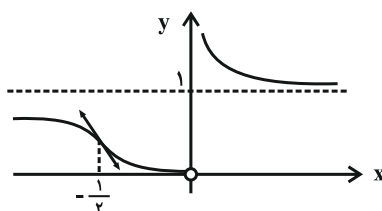
۲۶- نمودار تابع $f(x) = a + \frac{b}{e^{x+c}}$ به صورت زیر است، $a + b + c$ کدام است؟

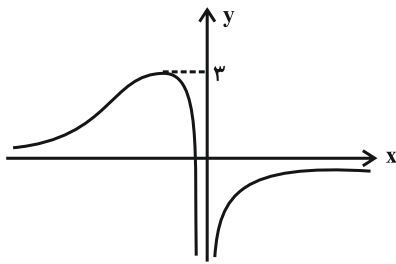
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

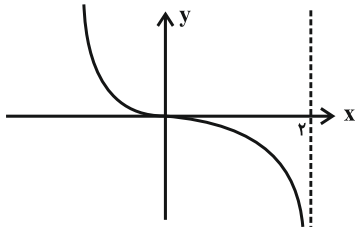




۲۷- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 3}{x^2 - cx}$ است. $f(1)$ کدام است؟

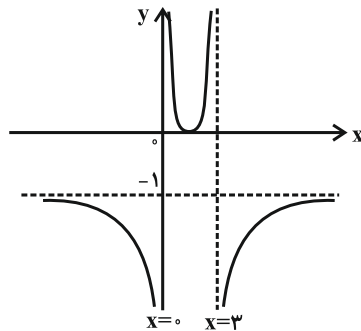
- (۱) -۱
(۲) -۳
(۳) -۶
(۴) -۹

۲۸- قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{x^n}{x^2 - b^2x + 2b}$ به صورت زیر است. ماکزیمم مقدار $n \times b$ کدام است؟ (n عددی طبیعی است.)



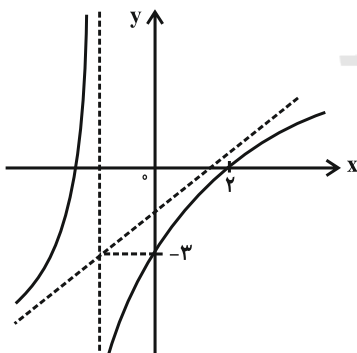
- (۱) -۳
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) ۵

۲۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 4}{x^2 + cx}$ به صورت شکل زیر است. $a + b + c$ کدام است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

۳۰- شکل زیر مربوط به تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + 2}$ است. $a - b$ کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۴.

هندسه تحلیلی

۳۱- به ازای چه مقادیری از ثابت C ، نمودار معادله $x^2 - y^2 + 6x - 2y = C$ یک هذلولی قائم است؟

- (۱) $C < -8$
(۲) $C > -8$
(۳) $C < -6$
(۴) $C > -6$

۳۲- اگر $A = [i^2 - i]_{3 \times 3}$ و $B = [j^2 - i + 1]_{3 \times 3}$ و $C = A + B$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C کدام است؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۱۵
(۳) ۱۷
(۴) ۱۹

مقاطع مخروطی

(هذلولی، انتقال، دوران)

ماتریس و دترمینان

دستگاه‌های معادلات خطی

صفحه‌های ۷۰ تا ۱۵۰



۳۳- اگر A ماتریس دوران حول مبدأ مختصات و به زاویه $\frac{\pi}{4}$ باشد، آن‌گاه ماتریس A^{15} کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ (2) \quad & \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ (3) \quad & \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ (4) \quad & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۳۴- مقدار x از معادله‌ی مقابل کدام است؟

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ و $A^{-1}BA^T = A^*$ باشد، آن‌گاه حاصل $x + y + z + t$ کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۳
(۳) ۱۱
(۴) ۷

۳۶- اگر A یک ماتریس وارون‌پذیر باشد و $|A + B| = 3$ ، آن‌گاه حاصل $|I + BA^{-1}|$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3|A| \\ (2) \quad & \frac{3}{|A|} \\ (3) \quad & \frac{9}{|A|} \\ (4) \quad & \frac{1}{9}|A| \end{aligned}$$

۳۷- در یک دستگاه معادلات خطی، ماتریس افزوده‌ی $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & | & a \\ -1 & b & -2 & | & -2 \\ 0 & 1 & 3 & | & c \end{bmatrix}$ پس از انجام عملیات سطری مقدماتی به ماتریس $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 3 & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix}$ تبدیل شده است.

حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱۱
(۲) ۱۳
(۳) ۹
(۴) -۱۱

$$\begin{cases} mx + y + mz = 10 \\ 2x + my + z = 9 \\ -2x + y + mz = 6 \end{cases}$$

۳۸- به ازای کدام مقدار m ، فصل مشترک سه صفحه‌ی مقابل، یک نقطه می‌باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) -۱
(۴) -۲

۳۹- سه صفحه‌ی $2x - y - z = d$ ، $x + by - z = 1$ و $x + y - 2z = 3$ ، بر یک خط می‌گذرند. دوتایی (b, d) کدام است؟

- (۱) $(0, 0)$
(۲) $(0, 1)$
(۳) $(1, 0)$
(۴) $(1, 1)$

۴۰- نشان دهنده‌ی معادله‌های سه صفحه در فضا است که فصل مشترک‌های دو به دوی آن‌ها با هم موازیند. اگر این دستگاه $\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x + y + 3z = 3 \\ ax + 2y + bz = 2 \end{cases}$ دستگاه

دارای جواب باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) -۵
(۳) ۵
(۴) ۳



ریاضیات گسسته

۴۱- تعداد اعداد سه رقمی مضرب ۳ که باقیمانده‌ی تقسیم مربع آنها بر ۷ برابر ۶ است، کدام می‌باشد؟

(۱) ۱۴۰

(۲) ۱۱۴

(۳) ۱۴

(۴) صفر

۴۲- رابطه‌ی R روی مجموعه‌ی اعداد طبیعی به صورت $aRb \Leftrightarrow \left[\frac{a}{4}\right] = \left[\frac{b}{4}\right]$ تعریف شده است. آیا این رابطه هم‌ارزی

است؟ در صورت هم‌ارزی بودن، کلاس هم‌ارزی کدام‌یک از اعضا نامتناهی است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

(۱) بله - ۱

(۲) بله - ۳

(۳) بله - ۵

(۴) هم‌ارزی نیست.

۴۳- رابطه‌ی R روی مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ تعریف شده است و ماتریس متناظر آن در رابطه‌ی $M(R) \wedge M^t(R) \ll I \ll M(R)$ صدق

می‌کند. تفاضل حداکثر و حداقل تعداد اعضای R کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۴۴- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که نه مربع کامل باشند و نه مکعب کامل؟

(۱) ۷۰۶

(۲) ۷۴۲

(۳) ۸۳۶

(۴) ۸۷۴

۴۵- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم دو فرزند آخر آن‌ها دختر است. احتمال آن که این خانواده، حداقل یک پسر داشته باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{3}{16}$

(۴) $\frac{1}{16}$

۴۶- محصولات یک کارخانه توسط ۳ ماشین A ، B و C تولید می‌شوند. سهم ماشین‌های A و B به ترتیب ۶۰ و ۲۵ درصد است و تولیدات این سه ماشین

به ترتیب ۹۶، ۹۴ و ۹۲ درصد سالم است. اگر یکی از محصولات این کارخانه به دلخواه انتخاب شود، چند درصد احتمال دارد که معیوب باشد؟

(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) ۵

(۳) $\frac{5}{1}$

(۴) $\frac{5}{2}$

۴۷- توزیع احتمال متغیر تصادفی X با شش برآمد به صورت $P(X=i) = \begin{cases} 2^{-i} & ; i = 1, 2, 3 \\ a & ; i = 4, 5, 6 \end{cases}$ است. $P(4 \leq X \leq 6)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۴) $\frac{1}{4}$

نظریه‌ی اعداد (هنهشتی)

ترکیبات / احتمال

صفحه‌های ۷۴ تا ۹۹

جبر و احتمال

صفحه‌های ۵۶ تا ۱۲۱



۴۸- یک سکه‌ی سالم را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار سوم شیر بیاید. احتمال آن که دقیقاً ۷ پرتاب لازم شود، چند برابر احتمال آن است که در ۷ پرتاب، ۳ بار شیر بیاید؟

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

$$\frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۴۹- چتر بازی بر روی یک زمین به شکل مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ فرود می‌آید. احتمال این که فاصله‌ی این چتر باز از رئوس مثلث بیش از یک باشد، کدام است؟

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (2)$$

$$1 - \frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$1 - \frac{\pi}{12} \quad (4)$$

۵۰- ۸ توپ مشابه را داخل ۳ جعبه قرار می‌دهیم. با کدام احتمال در جعبه‌ی اول حداقل ۲ توپ قرار می‌گیرد؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{15} \quad (3)$$

$$\frac{28}{45} \quad (4)$$

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۵۱- در یک طناب با دو انتهای بسته، موج ایستاده‌ای با ۲ شکم تشکیل شده است. اگر طول طناب را ۲ برابر و نیروی کشش

آن را ۴ برابر کنیم، در طول طناب ۵ گره تشکیل می‌شود. در صورتی که در حالت دوم بسامد هماهنگ ایجاد شده 100 Hz

نسبت به حالت اول بیش‌تر شود، بسامد حالت اول چند هرتز بوده است؟

$$40 \quad (1)$$

$$100 \quad (2)$$

$$50 \quad (3)$$

$$30 \quad (4)$$

۵۲- مطابق شکل زیر، از دو چشمه موج هم‌فاز S_1 و S_2 ، امواجی با دامنه یکسان و بسامد 100 Hz با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در محیط منتشر می‌شود. اگر نقطه M مکان

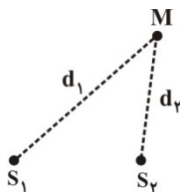
تداخل ویرانگر حاصل از امواج این دو چشمه باشد، d_1 و d_2 بر حسب سانتی‌متر، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌توانند باشند؟

$$7, 22 \quad (1)$$

$$5, 25 \quad (2)$$

$$12, 22 \quad (3)$$

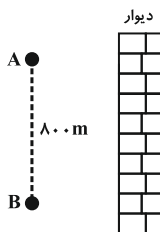
$$12, 18 \quad (4)$$





۵۳- مطابق شکل زیر، دو شخص A و B به فاصله مساوی از دیوار قائم و بلندی ایستاده‌اند. یکی از آن‌ها تیری شلیک می‌کند و دومی دو صدا به فاصله زمانی $625S$ / ۰

از هم می‌شنود. اگر فاصله دو شخص از یکدیگر 800 متر باشد، فاصله هر یک از دو نفر از دیوار قائم چند متر است؟ (سرعت صوت در هوا $320 \frac{m}{s}$ است.)



(۱) ۲۵۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۴۰۰

(۴) ۵۰۰

۵۴- طول لوله صوتی دو انتها بازی، نصف طول لوله صوتی یک انتها بسته است. اگر سرعت انتشار صوت در این دو لوله با هم برابر باشد و در لوله صوتی دو انتها باز ۵ شکم و

در لوله صوتی یک انتها بسته ۵ گره تشکیل شده باشد، نسبت بسامد هماهنگ تشدید شده در لوله باز به لوله بسته، کدام است؟

(۲) $\frac{10}{9}$ (۱) $\frac{9}{10}$ (۴) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{16}{9}$

۵۵- در مقابل یک لوله صوتی دو انتها باز، دیپازونی با بسامد 660 Hz نوسان کرده و یکی از بسامدهای طبیعی لوله را تشدید می‌کند. اگر سرعت صوت در هوای درون لوله

برابر با $330 \frac{m}{s}$ باشد، کدام یک از اعداد زیر برحسب سانتی‌متر می‌تواند طول این لوله صوتی باشد؟

(۲) ۱۲۵

(۱) ۶۰

(۴) $37/5$

(۳) ۱۱۰

۵۶- در یک فضای باز، فاصله خود را از یک چشمه صوت نقطه‌ای ۲۵ درصد افزایش می‌دهیم. در این صورت تراز شدت صوتی که از چشمه به گوش ما می‌رسد، تقریباً چند

دسی‌بل کاهش می‌یابد؟ (از جذب انرژی توسط محیط انتشار صوت صرف‌نظر شود و $\log 2 \simeq 0/3$)

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۱۴

(۳) ۷

۵۷- اگر λ_1 ، λ_2 و λ_3 مربوط به سه طول موج از امواج الکترومغناطیسی، $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 10^9$ و $\frac{\lambda_2}{\lambda_3} = 10^{-3}$ باشد، در آن صورت طول موج‌های λ_1 ، λ_2 و λ_3

به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام یک از دسته‌های امواج زیر می‌توانند باشند؟

(۲) رادیویی - فرابنفش - فرسوخ

(۱) فرسوخ - رادیویی - فرابنفش

(۴) فرابنفش - رادیویی - فرسوخ

(۳) رادیویی - فرسوخ - فرابنفش

۵۸- آزمایش یانگ با پرتو نور تک‌رنگی که انرژی هر فوتون آن 3×10^{-19} ژول است، انجام می‌شود. اگر فاصله دو شکاف یک میلی‌متر و فاصله پرده از دو شکاف یک

متر باشد، فاصله وسط نوار پنجم روشن از وسط چندمین نوار روشن طرف دیگر نوار مرکزی ۱۲ میلی‌متر می‌باشد؟ ($h = 6/6 \times 10^{-34} \text{ J.S}$)

(۱) $\frac{m}{s}$ $(c = 3 \times 10^8)$

(۲) دهمین

(۱) پنجمین

(۴) بیستمین

(۳) پانزدهمین



۵۹- در آزمایش یانگ، فاصله پرده از صفحه دو شکاف 120 سانتی‌متر و فاصله دو شکاف $4/5$ میلی‌متر است و نوارهای تداخلی ناشی از نور تک‌رنگ بر روی پرده تشکیل شده‌اند. اگر فاصله دو نوار تاریک متوالی تشکیل شده روی پرده $2/5$ میلی‌متر باشد، اختلاف زمانی رسیدن امواج از دو شکاف به محل نوار روشن سوم چند ثانیه است؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{km}}{\text{s}})$$

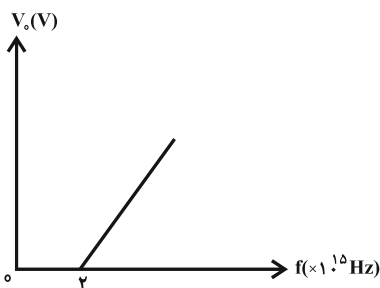
$$(2) 5 \times 10^{-15}$$

$$(1) 2/5 \times 10^{-15}$$

$$(4) 7/5 \times 10^{-15}$$

$$(3) 6/25 \times 10^{-15}$$

۶۰- نمودار ولتاژ قطع بر حسب بسامد پرتو به کار رفته در آزمایش فوتوالکتریک برای یک فلز معین مطابق شکل زیر است. ولتاژ قطع برای پرتوی با بسامد 10^{16} Hz چند



$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) \text{ ولت است؟}$$

$$(1) 8$$

$$(2) 12$$

$$(3) 16$$

$$(4) 32$$

۶۱- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز برابر با 4 eV است. اگر چشمه نوری با بسامد دو برابر حالت قبل استفاده

کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر با 9 eV خواهد شد. تابع کار این فلز چند الکترون‌ولت است؟

$$(2) 2$$

$$(1) 1$$

$$(4) 4$$

$$(3) 3$$

۶۲- یک اتم هیدروژن در تراز $n = 7$ قرار دارد. این اتم چند نوع فوتون در ناحیه فرورسرخ با انرژی متمایز می‌تواند گسیل کند؟

$$(2) 6$$

$$(1) 14$$

$$(4) 10$$

$$(3) 21$$

۶۳- رابطه انرژی فوتونی که در اثر گذار الکترون از تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین ایجاد می‌شود، به صورت $E = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ می‌باشد. در این رابطه، A کدام

است؟ (R_H ، h و c به ترتیب بیانگر ثابت ریذبرگ، ثابت پلانک و سرعت نور در خلأ می‌باشد.)

$$(2) \frac{R_H}{hc}$$

$$(1) R_H$$

$$(4) \frac{R_H c}{h}$$

$$(3) R_H h c$$

۶۴- با توجه به الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن، وقتی الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n' = 2$ برود، سرعت آن ... برابر، شعاع مدار آن ... برابر و انرژی آن ... برابر خواهد شد.

$$(2) \frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{3}{2}$$

$$(1) \frac{9}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{9}$$

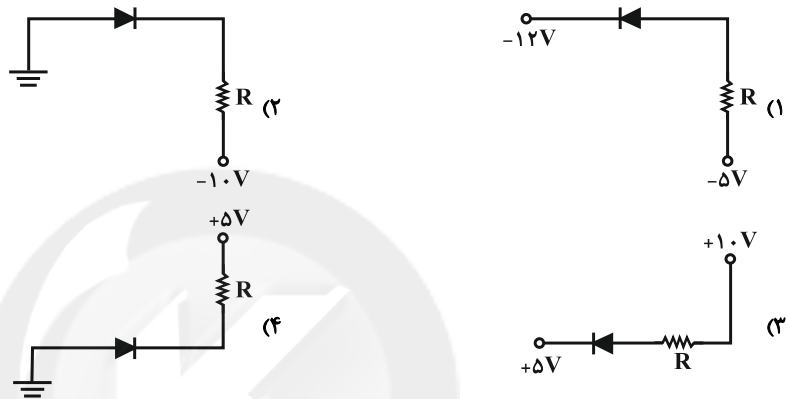
$$(4) \frac{9}{4}, \frac{4}{9}, \frac{3}{2}$$

$$(3) \frac{9}{4}, \frac{9}{4}, \frac{2}{3}$$

۶۵- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) گسیل القایی نوعی برهم‌کنش فوتون با اتم است.
- (۲) فوتون‌های باریکه لیزر همگی هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی هستند.
- (۳) در حالت برانگیخته یکسان، گسیل خودبه‌خودی سریع‌تر از گسیل القایی صورت می‌گیرد.
- (۴) بعد از هر مرحله گسیل القایی، تعداد فوتون‌ها دو برابر می‌شود.

۶۶- در کدام یک از گزینه‌های زیر، دیود دارای پیش‌ولت مخالف است؟



۶۷- در یک واکنش هسته‌ای از عدد جرمی عنصری ۸ واحد کاسته شده، ولی عدد اتمی آن ثابت مانده است. در این صورت این عنصر ... ذره‌ی آلفا و ... ذره‌ی بتای ... گسیل کرده است.

- (۱) چهار، دو، مثبت
- (۲) دو، چهار، منفی
- (۳) چهار، دو، منفی
- (۴) دو، چهار، مثبت

۶۸- اگر در یک واکنش هسته‌ای، $2g$ جرم به انرژی تبدیل شود، انرژی حاصل، معادل با انرژی مصرف شده در چند لامپ 40 وات است که به مدت 100 ساعت روشن باشند؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) $12/5$ هزار
- (۲) 125 هزار
- (۳) $1/25$ میلیون
- (۴) $12/5$ میلیون

۶۹- در اثر واپاشی هر گرم از یک ماده رادیواکتیو $2MJ$ انرژی آزاد می‌شود. 12 گرم از این ماده در اختیار داریم، پس از گذشت 2 نیمه عمر چند مگاژول انرژی آزاد شده است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۸

۷۰- کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد فرایند شکافت هسته‌ای درست بیان شده است؟

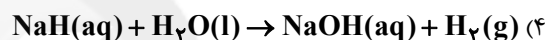
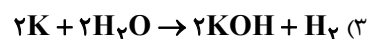
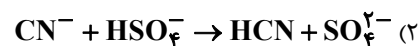
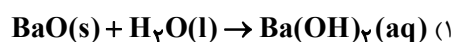
- (۱) در هسته‌های سبک و متوسط برخلاف هسته‌های سنگین، نیروهای جاذبه هسته‌ای بر دافعه کولنی غلبه می‌کنند.
- (۲) اگر در اثر اختلال اندکی مانند جذب یک نوترون، هسته اورانیم اندکی کشیده شود، نیروهای الکتریکی آن را به حالت اولیه خود باز می‌گردانند.
- (۳) در هسته اورانیم، غلبه نیروی دافعه هسته‌ای بر نیروی جاذبه کولنی بسیار شکننده است و با اندک اختلالی از بین می‌رود.
- (۴) در طول فرایند شکافت، اگر کشیدگی هسته اورانیم از مرحله بحرانی بگذرد، نیروهای هسته‌ای تسلیم نیروهای الکتریکی می‌شوند.



شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۵۹ تا ۱۱۹

۷۱- کدام یک از مطالب زیر صحیح است؟

- (۱) شیمی‌دان‌ها مدت‌ها قبل، بعد از شناخت ساختار اسیدها و بازها با ویژگی‌ها و واکنش‌های میان آن‌ها آشنا شدند.
 - (۲) همه داروها ترکیب‌های شیمیایی با خاصیت اسیدی یا بازی می‌باشند.
 - (۳) فاضلاب‌های صنعتی شامل اتم فلزهای واسطه بوده که به‌واسطه آن، با ورود به محیط زیست، pH محیط را کاهش می‌دهند.
 - (۴) با افزودن مقدار کافی آهک به خاک، گل ادریسی به رنگ صورتی شکوفا می‌شود.
- ۷۲- اسید یا باز تولیدشده در کدام واکنش با نظریه لوری - برونستد قابل توجیه اما با نظریه آرنیوس غیرقابل توجیه است؟ (واکنش‌ها را کامل فرض کنید).



۷۳- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرستند؟

- فرایند برقکافت و رسانایی الکتریکی ترکیب‌های محلول در آب در دست‌یابی آرنیوس به نظریه اسید و باز خود، مؤثر بودند.
- یون H^+ از طریق ایجاد پیوند داتیو با مولکول آب به صورت یون هیدرونیوم یافت می‌شود.
- همه اکسیدهای فلزی به هنگام انحلال در آب یون OH^- ایجاد می‌کنند و باز آرنیوس هستند.
- تعداد مول‌های کاتیون تولیدشده به‌ازای حل شدن یک مول از هر یک از ترکیبات Li_2O و N_2O_5 در آب، برابر است.

۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۴)

۷۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در بین اسیدهای هیدروسیانیک اسید، نیترواسید و سولفوریک اسید، قدرت اسیدی دو اسید کم‌تر از هیپوبرمواسید است.
 - (۲) در مراحل یونش فسفریک اسید، ثابت یونش اسیدی مرحله‌ای که آنیون تولیدی آن آمفوتر نیست، کم‌تر از مراحل دیگر است.
 - (۳) غلظت مولی یون هیدرونیوم در آب گازدار، بیش‌تر از اسید معده و محلول آمونیاک است.
 - (۴) غلظت مولی یون هیدرونیوم حاصل از یونش اسیدهای قوی در آب با غلظت مولی اسید قوی، همواره برابر است.
- ۷۵- با توجه به جدول زیر عبارت کدام گزینه نادرست است؟ (دما و غلظت را برای همه اسیدها یکسان در نظر بگیرید).

اسید	HSO_4^-	HOCl	HOBr	HCN
K_a	$1/2 \times 10^{-2}$	$3/7 \times 10^{-8}$	2×10^{-9}	$4/9 \times 10^{-10}$

(۱) تمایل HSO_4^- برای از دست‌دادن پروتون نسبت به HCN بیش‌تر است.

(۲) تمایل OBr^- برای جذب پروتون نسبت به SO_4^{2-} بیش‌تر است.

(۳) در تعادل $\text{HOCl(aq)} + \text{OBr}^-(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{HOBr(aq)} + \text{OCl}^-(\text{aq})$ تعادل در سمت چپ قرار دارد.

(۴) در تعادل $\text{HSO}_4^-(\text{aq)} + \text{CN}^-(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{HCN(aq)} + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ اسید و باز سمت چپ به ترتیب از اسید و باز سمت راست قوی‌تر است.



۷۶- درجه تفکیک محلول ۰/۱ مولار اسید HA برابر ۰/۴ و درجه تفکیک محلول ۰/۰۵ مولار اسید HB برابر ۰/۵ است.

کدام مطلب در ارتباط با این دو اسید همواره درست است؟

(۱) پایداری A^- از B^- بیش‌تر است.

(۲) خصلت بازی محلول ۰/۱ مولار NaA از خصلت بازی محلول ۰/۰۵ مولار NaB بیش‌تر است.

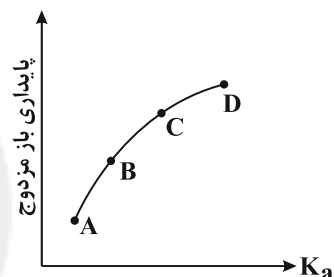
(۳) سرعت واکنش فلز منیزیم با محلول HA از سرعت واکنش این فلز با محلول HB کم‌تر است.

(۴) HA و HB اسید ضعیف‌اند و pH محلولشان همواره نسبت به pH محلولی از یک اسید قوی کم‌تر خواهد بود.

۷۷- اختلاف pH محلول ۰/۰۲ مول بر لیتر باریوم هیدروکسید و محلول ۰/۰۰۲ مول بر لیتر اسید HA با ۲ درصد تفکیک، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۸/۲ (۳) ۲/۷ (۴) ۷/۹

۷۸- با توجه به نمودار زیر کدام گزینه درست است؟ (A و B و C و D اسیدهای آلی هستند).



(۱) $K_b : D^- > C^- > B^- > A^-$

(۲) باز مزدوج A کم‌ترین قدرت بازی را دارد.

(۳) در حجم و مولاریته یکسان، pH محلول اسید B پایین‌تر از C است.

(۴) اگر C، فلوئورواتانویک اسید باشد، D می‌تواند دی‌کلرواتانویک اسید باشد.

۷۹- همه عبارتهای زیر درباره آمینواسیدها درست است به جز گزینه ...

(۱) همه آلفا آمینواسیدها طبیعی هستند.

(۲) هر آمینواسید با زنجیره هیدروکربنی دارای پنج جفت‌الکترون ناپیوندی بوده و گونه‌ای آمفوتر است.

(۳) گلی‌سین با وجود داشتن گروه‌های کربوکسیل و آمین، در اتانول در دمای $25^\circ C$ نامحلول است.

(۴) گلی‌سین ساده‌ترین آلفا آمینواسید است که اتم‌های آن در مجموع ۱۰ جفت‌الکترون پیوندی دارند.

۸۰- چند مورد از مطالب زیر درستند؟

• قدرت اسیدی متیل آمونیوم نسبت به اتیل آمونیوم بیش‌تر است.

• متیل آمونیوم نسبت به یون آمونیوم باز مزدوج قوی‌تری دارد.

• مقدار K_b برای اتیل آمین نسبت به دی‌متیل آمین بزرگ‌تر است.

• آمین‌ها بازهای ضعیفی هستند و در محلول آبی آن‌ها تعداد یون هیدروکسید از تعداد آمین اولیه کم‌تر است.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱



۸۱- محلولی از سولفوریک اسید و هیدروبرمیک اسید دارای pH برابر هستند. اگر غلظت HBr برابر ۰/۲۴ مولار باشد و تفکیک مرحله اول H_2SO_4 کامل و مرحله دوم آن ۲۰ درصد فرض شود، غلظت سولفوریک اسید کدام است؟ (حجم هر دو محلول یک لیتر فرض شود).

- (۱) ۰/۲۴ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۱۲ (۴) ۰/۱

۸۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) یون‌های NO_3^- و K^+ در محلول‌های آبی آبیوشیده می‌شوند ولی آبکافت نمی‌شوند.
 (۲) کاتیون متیل آمونیوم نسبت به کاتیون دی‌متیل آمونیوم بیش‌تر آبکافت می‌شود و pH آب را بیش‌تر کاهش می‌دهد.
 (۳) در بین نمک‌های NaF ، NH_4NO_3 و CH_3COONa دو نمک اسیدی وجود دارد.
 (۴) رنگ شناساگر متیل سرخ در محلول نمک‌های $AlCl_3$ و CaF_2 به ترتیب سرخ و زرد است.

۸۳- به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1$ ، ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید 0.2 mol.L^{-1} می‌افزاییم. pH محلول حاصل تقریباً چه قدر می‌شود و با افزودن متیل سرخ به محلول نهایی، محلول به چه رنگی قابل مشاهده است؟

- (۱) ۱/۴ - سرخ (۲) ۱/۷ - سرخ (۳) ۱/۴ - زرد (۴) ۱/۷ - زرد

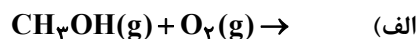
۸۴- محلول حاصل از انحلال کدام مخلوط در یک لیتر آب، بافر است؟

- (۱) $0.2 \text{ mol KOH} + 0.2 \text{ mol HCl}$
 (۲) $0.4 \text{ mol CH}_3\text{COOH} + 0.5 \text{ mol NaOH}$
 (۳) $0.5 \text{ mol CH}_3\text{COOH} + 0.25 \text{ mol KOH}$
 (۴) $0.4 \text{ mol HNO}_3 + 0.2 \text{ mol NH}_3$

۸۵- کدام یک از عوامل زیر باعث کاهش pH خاک نمی‌شود؟

- (۱) استفاده از کودهای شیمیایی مانند آمونیوم نترات
 (۲) ورود آلاینده‌هایی مانند SO_2 و NO_2 به هواکره
 (۳) استفاده از فاضلاب‌های صنعتی حاوی Fe^{3+} جهت آبیاری
 (۴) افزودن آهک به خاک

۸۶- با توجه به واکنش‌های زیر کدام موارد صحیح هستند؟



(a) در واکنش (الف)، در حضور کاتالیزگر Ag و در دمای اتاق، متانال تشکیل می‌شود.

(b) محصول واکنش (ب) فرمیک اسید و فلز جامد نقره می‌باشد.

(c) در واکنش (الف) بدون حضور کاتالیزگر و شرایط لازم، گروه عاملی الکی به گروه عاملی آلدهیدی تبدیل نمی‌شود.

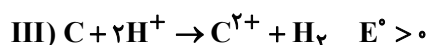
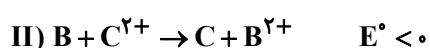
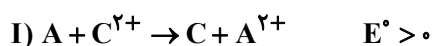
(d) تغییر عدد اکسایش کربن در واکنش (الف) بیش‌تر از واکنش (ب) است.

- (۱) b - a (۲) c - b (۳) d - c (۴) d - b

۸۷- تمام گزینه‌های زیر درست است به جز:

- (۱) اگر تیغه‌ای از جنس فلز روی را درون محلول مس (II) سولفات قرار دهیم، با گذشت زمان از جرم تیغه روی کاسته می‌شود.
- (۲) اگر تیغه‌ای از جنس فلز نیکل را در محلول مس (II) سولفات قرار دهیم، نیکل کاهنده است و یون مس (II) کاهش می‌یابد.
- (۳) در سلول‌های گالوانی، یون‌های مثبت موجود در الکترولیت آندی با عبور از دیواره متخلخل به سمت بخش کاتدی سلول می‌روند.
- (۴) در سلول‌های گالوانی، واکنش اکسایش - کاهش، یک واکنش خودبه‌خودی است و با افزایش سطح انرژی همراه است.

۸۸- با توجه به واکنش‌های داده شده کدام گزینه درست است؟



- (۱) ترتیب قدرت کاهندگی این فلزها می‌تواند به صورت $A > B > C$ باشد.
- (۲) پتانسیل استاندارد کاهشی فلز B هم می‌تواند مثبت و هم می‌تواند منفی باشد.
- (۳) ترتیب قدرت اکسندگی کاتیون‌های این سه فلز می‌تواند به صورت: $B^{2+} > A^{2+} > C^{2+}$ باشد.
- (۴) نمک نیترات B را می‌توان در ظرفی از جنس C نگهداری کرد.

۸۹- چند مورد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

آ- مقدار E° برای SHE به دما بستگی دارد و در دمای اتاق برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

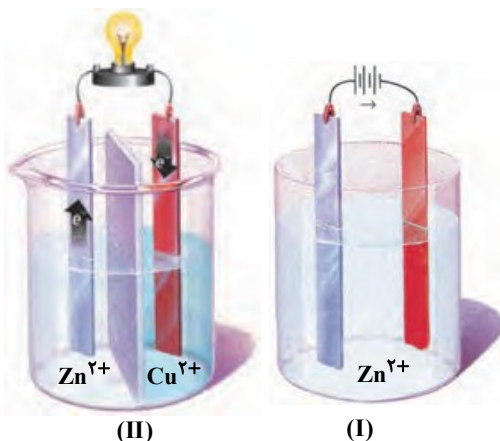
ب- پتانسیل یک الکترود را به طور جداگانه می‌توان اندازه‌گیری کرد، اما نسبت دادن یک مقدار مطلق به پتانسیل آن الکترود نتیجه‌ای در بر ندارد.

پ- پتانسیل‌های الکترودی استاندارد اغلب به صورت پتانسیل‌های کاهشی استاندارد گزارش می‌شود.

ت- الکترود استاندارد هیدروژن شامل یک الکترود پلاتینی است که در محلول اسیدی با $pH = 0$ قرار دارد و گاز هیدروژن با فشار ۱ atm از روی آن عبور داده می‌شود.

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۹۰- با توجه به شکل‌های روبه‌رو کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) در سلول شکل (II) قطب مثبت الکترودی است که در آن رسانای یونی به رسانای الکترونی طی یک واکنش خودبه‌خودی الکترون می‌دهد.
- (۲) در سلول شکل (I) واکنش اکسایش - کاهش انجام شده با افزایش سطح انرژی همراه است.
- (۳) در سلول شکل (I) با اعمال ولتاژ بیرونی توسط یک منبع جریان الکتریسیته نیم‌واکنش‌های الکترودی در مسیر غیر خودبه‌خودی رانده می‌شوند.
- (۴) در هر دو سلول، الکترودها از الکترودی با پتانسیل منفی‌تر به سمت الکترودی با پتانسیل مثبت‌تر جریان می‌یابند.



۹۱- با توجه به مفهوم پتانسیل الکترودی استاندارد، کدام یک از مطالب زیر در مورد الکتروود فلز M با E° های مختلف صحیح نیست؟

(۱) E° منفی باشد: قدرت کاهندگی M نسبت به H_2 بیش تر است.

(۲) E° مثبت باشد: در مقابل الکتروود استاندارد هیدروژن در یک سلول گالوانی قطب مثبت را تشکیل می‌دهد.

(۳) E° منفی باشد: در جدول پتانسیل کاهشی استاندارد بالاتر از هیدروژن قرار دارد.

(۴) E° مثبت باشد: قدرت الکترون‌گیری H^+ بیش تر از M^{n+} می‌باشد.

۹۲- با توجه به شکل زیر، اگر الکتروود B، از جنس فلز قلع باشد، از میان فلزات (مس، نیکل، آهن و روی) چه تعدادی می‌توانند به جای

الکتروود A قرار گیرند و با کدام فلزات پتانسیل سلول به ترتیب بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار خواهد بود؟

$$E^\circ(Zn^{2+} / Zn) = -0.76V, \quad E^\circ(Ni^{2+} / Ni) = -0.25V$$

$$E^\circ(Fe^{3+} / Fe) = -0.4V, \quad E^\circ(Cu^{2+} / Cu) = 0.34V, \quad E^\circ(Sn^{2+} / Sn) = -0.14V$$



(۲) ۳ - آهن - مس

(۱) ۳ - روی - آهن

(۴) ۲ - نیکل - روی

(۳) ۲ - روی - نیکل

۹۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

• اکسیژن می‌تواند هر فلزی به جز فلزهایی با E° مثبت را اکسید کند.

• قوطی‌هایی از جنس حلبی در اثر خراش، تغییری در مدت زمان لازم برای خوردگی آن ایجاد نمی‌شود.

• در زنگ‌زدن آهن، نیم‌واکنش کاتدی درجایی رخ می‌دهد که غلظت اکسیژن زیاد باشد.

• نیم‌واکنش کاهش در زنگ‌زدن آهن به صورت $4OH^-(aq) \rightarrow 4e^- + 2H_2O(l) + O_2(g)$ می‌باشد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۹۴- اگر تیغه‌ای از جنس نیکل درون محلول نقره نیترات قرار گیرد، با مبادله $3/011 \times 10^{23}$ الکترون بین آن‌ها و با فرض این‌که تنها ۲۰

درصد از یون‌های نقره بر روی تیغه رسوب کند، جرم تیغه چه تغییری خواهد کرد؟ ($Ni = 58, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۱۸/۴ گرم از جرم تیغه کم می‌شود.

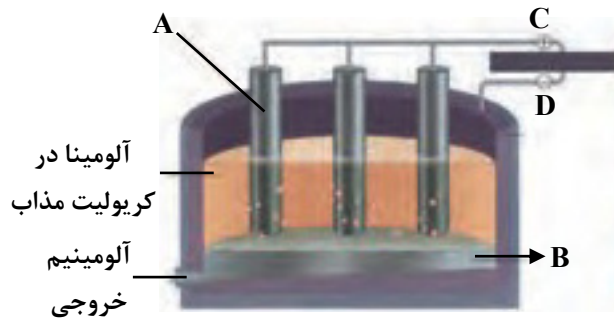
(۲) ۳/۷ گرم از جرم تیغه کم می‌شود.

(۳) ۳/۷ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

(۴) ۱۸/۴ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.



۹۵- با توجه به شکل زیر که مربوط به فرایند هال برای تولید آلومینیم می باشد، کدام گزینه درست است؟



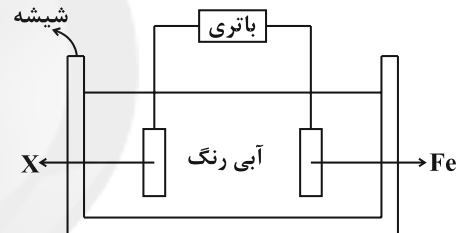
(۱) در فرایند هال برای تولید آلومینیم، از روش برقکافت محلول آلومینای ناخالص در کریولیت مذاب استفاده می شود.

(۲) در این شکل A و B به ترتیب نشان دهنده آند گرافیتی و آلومینیم جامد می باشند.

(۳) در این شکل C قطب منفی و D قطب مثبت منبع جریان برق است.

(۴) فرایند اکسایش مربوط به این سلول به صورت $2O^{2-} + C(s) \rightarrow CO_2(g) + 4e^-$ می باشد.

۹۶- با توجه به اطلاعات و شکل زیر، برای آبکاری فلز X بر روی سطح آهن، چه تعداد از عبارات زیر صحیح هستند؟



$$E^\circ (Ag^+ / Ag) = 0.8V$$

$$E^\circ (H_2O / H_2) = -0.83V$$

$$E^\circ (Mn^{2+} / Mn) = -1.18V$$

$$E^\circ (Fe^{3+} / Fe) = -0.04V$$

الف - محلول الکترولیت می تواند $Fe(NO_3)_3$ باشد.

ب - فلز X می تواند منگنز باشد.

پ - با گذشت زمان، غلظت محلول تقریباً ثابت می ماند.

ت - برای آبکاری نقره بر روی آهن، اگر جریان برق قطع شود، هیچ واکنشی انجام نمی شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۷- در برقکافت سدیم کلرید مذاب در سلول دانز، ... ($Cl = 35 / 5g.mol^{-1}$)

(۱) از $CaCl_2$ برای بالابردن دمای ذوب استفاده می شود.

(۲) سدیم مذاب تهیه شده از پایین سلول جمع آوری می شود.

(۳) به ازاء تولید ۵ / ۰ مول سدیم، ۱۷ / ۷۵ گرم گاز کلر تهیه می شود.

(۴) سدیم به دست آمده را در آب سرد جمع آوری می کنند.



۹۸- چه تعداد از مطالب زیر در مورد سلول‌های سوختی درست است؟

آ- این سلول‌ها ساختاری همانند سلول‌های گالوانی دارند.

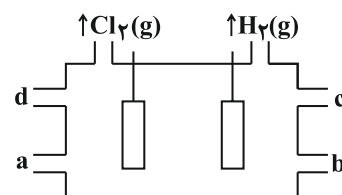
ب- در سلول‌های سوختی بر خلاف نیروگاه‌ها، اتلاف انرژی به صورت گرما کم‌تر است.

پ- در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن گاز O_2 در کاتد کاهش و گاز H_2 در آنند اکسایش می‌یابد.

ت- نیم‌واکنش‌های کاهش در سلول سوختی متان و سلول سوختی هیدروژن با غشای مبادله‌کننده پروتون، یکسان هستند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۹- با توجه به شکل زیر که مربوط به برق‌کافت محلول غلیظ نمک خوراکی است، کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



۱) در c، NaOH از سیستم خارج می‌شود.

۲) اطراف کاتد پس از شروع واکنش، pH به مرور زمان افزایش می‌یابد.

۳) تا زمانی که غلظت Cl^- به صفر برسد، واکنش آنند همچنان به صورت $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$ انجام می‌شود.

۴) در رقابت برای کاهش یافتن در کاتد، یون‌های Na^+ بر مولکول‌های آب پیروز می‌شوند.

۱۰۰- برای تأمین سوخت در یک سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، از واکنش ۳۶ کیلوگرم بخار آب با ۳۰ کیلوگرم متان استفاده

می‌شود. اگر بازده این واکنش ۶۴ درصد باشد، پس از وارد شدن سوخت تولیدشده به آنند سلول، ... کیلوگرم اکسیژن در کاتد

جذب شده و ... مول پروتون از غشای مبادله‌کننده پروتون عبور می‌کند. ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$) (گزینه‌ها

را از راست به چپ بخوانید.)

۱) $3600 - 57/6$ ۲) $7200 - 28/8$

۳) $3600 - 28/8$ ۴) $7200 - 57/6$



دفترچه‌ی پاسخ

پاسخ‌نامه

آزمون غیر حضوری

پیش‌دانشگاهی ریاضی

(۱۴ اردیبهشت ۱۳۹۷)

(مباحث ۲۸ اردیبهشت ۹۷)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستندسازی
نوشین اشرفی	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



دیفرانسیل

-۱ گزینهی «۴»

اگر m و M به ترتیب می‌نیم و ماکزیمم مطلق تابع پیوسته f در بازه $[a, b]$ باشند:

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}, x \in [-1, 2]$$

$$f(-1) = \frac{1}{2}, f(2) = \frac{4}{5}$$

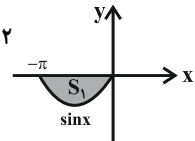
$$f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - 2x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

$$\Rightarrow f(2) = M, f(0) = m$$

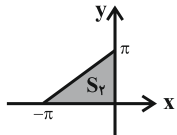
$$0 \leq \int_{-1}^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx \leq \frac{4}{5}(2+1) \Rightarrow 0 \leq \int_{-1}^2 \frac{x^2}{1+x^2} dx \leq \frac{12}{5}$$

-۲ گزینهی «۲»

$$\begin{cases} S_1 = \int_{-\pi}^0 |\sin x| dx = \cos x \Big|_{-\pi}^0 = 2 \\ S_2 = \frac{\pi \times \pi}{2} = \frac{\pi^2}{2} \end{cases}$$



$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = 2 + \frac{\pi^2}{2}$$



-۳ گزینهی «۳»

می‌دانیم $\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ است. پس داریم:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$$

از طرفی می‌دانیم $\frac{1}{\sin^2 x} = (1 + \cot^2 x)$ و $\frac{1}{\cos^2 x} = (1 + \tan^2 x)$. پس

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cot^2 x) - (1 + \tan^2 x) dx = (-\cot x - \tan x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{-2}{\sin^2 x} \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -2 - \left(\frac{-2}{1} \right) = 2$$

-۴ گزینهی «۲»

$$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < 3x < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < 3x < 1 \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{3} \\ 1 \leq 3x < 2 \Rightarrow [3x] = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ 2 \leq 3x < 3 \Rightarrow [3x] = 2 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\int_0^1 |3x-1| [3x] dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1-3x)(0) dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} (3x-1)(1) dx + \int_{\frac{2}{3}}^1 (3x-1)(2) dx$$

$$= 0 + \left(\frac{3x^2}{2} - x \right) \Big|_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} + (3x^2 - 2x) \Big|_{\frac{2}{3}}^1$$

$$= \left(\left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{9} - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{9} - \frac{1}{3} \right) \right) + \left((3-2) - \left(\frac{6}{3} - \frac{4}{3} \right) \right)$$

$$= (0 - (-\frac{1}{6})) + (1 - 0) = \frac{1}{6} + 1 = \frac{7}{6}$$

-۵ گزینهی «۲»

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi \\ \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{\pi - 0}{3} = \frac{\pi}{3}$$

	Δx	Δx	Δx	
x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$f(x)$	0	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$

$$U_3 = \left(\frac{3}{4} + 1 + \frac{3}{4} \right) \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{5}{2} \pi$$

-۶ گزینهی «۱»

ابتدا طول نقطه‌ی برخورد خط $y = 1$ با تابع را به دست می‌آوریم:

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} = 1 \Rightarrow 4-x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$S = \int_0^{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx = \left(x - \sin^{-1} \frac{x}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3} (3\sqrt{3} - \pi)$$



-۷ گزینهی «۲»

$$f(x) = \frac{x}{x^f + 1} \Rightarrow f(-x) = \frac{-x}{x^f + 1} = -f(x)$$

چون تابع $f(x)$ تابعی فرد است، پس $f'(x)$ تابع زوج است و خواهیم داشت:

$$\int_{-a}^a \underbrace{f(x).f'(x)}_{\text{فرد}} dx + \int_{-a}^a f'(x) dx = 1 \Rightarrow 0 + 2 \int_0^a f'(x) dx = 1$$

$$2f(x) \Big|_0^a = 1 \Rightarrow f(a) - f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{a^f + 1} - 0 = \frac{1}{2}$$

$$a^f + 1 = 2a \Rightarrow a = 1$$

-۸ گزینهی «۳»

$$f(x, y) = 0 \Rightarrow y'_x = -\frac{f'_x}{f'_y}$$

$$f(x, y) = \cos \sqrt{y} - y^2 \sin x - \frac{1}{y}$$

$$y'_x = -\frac{-y^2 \cos x}{-\frac{1}{2\sqrt{y}} \sin \sqrt{y} - 2y \sin x}$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow \cos \sqrt{y} = \frac{1}{y} \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y = \frac{\pi^2}{9}$$

$$y'_x = -\frac{-\frac{\pi^f}{\lambda 1} \times 1}{-\frac{1}{2\pi} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 0} = \frac{\frac{\pi^f}{\lambda 1}}{-\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}} = -\frac{4\pi^f \sqrt{3}}{729} = -\frac{4\pi^f}{243\sqrt{3}}$$

-۹ گزینهی «۲»

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times \Delta \sin \alpha \Rightarrow S = \Delta \sin \alpha \xrightarrow{S=f} f = \Delta \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{f}{\Delta} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{\Delta}$$

$$S = \Delta \sin \alpha \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } S} 1 = \Delta \alpha'_S \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = \Delta \alpha' \left(\frac{3}{\Delta}\right) \Rightarrow \alpha' = \frac{1}{3}$$

-۱۰ گزینهی «۱»

$$\begin{cases} y_1 = ax^2 + bx - 9 \Big|_{x=3} = 9a + 3b - 9 \\ y_2 = \frac{1}{3}x^3 - 4x \Big|_{x=3} = 9 - 12 = -3 \end{cases}$$

$$9a + 3b - 9 = -3 \Rightarrow 9a + 3b = 6 \Rightarrow 3a + b = 2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} y' = 2ax + b \Big|_{x=3} \Rightarrow y'_1 = 6a + b \\ y' = x^2 - 4 \Big|_{x=3} \Rightarrow y'_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow 6a + b = 5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} 3a + b = 2 \\ 6a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (1, -1)$$

-۱۱ گزینهی «۲»

با توجه به گزینه‌ها، محاسبه مشتق چپ و راست تابع f در حوالی صفر مد نظر است.

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2}(x-1) - 0}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x}} \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 0^+ \Rightarrow f'_+(0) = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ x \rightarrow 0^- \Rightarrow f'_-(0) = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$$

-۱۲ گزینهی «۴»

$$x=1 \text{ پیوسته} \Rightarrow f(1) = 3(1)^3 - 1 = a - 2(1)^3 \Rightarrow a = 4$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 1 & ; x \in Q \\ 4 - 2x^3 & ; x \in R - Q \end{cases} \xrightarrow{f \text{ در نقاطی مشتق پذیر است که}}$$

$$3x^3 - 1 = 4 - 2x^3 \Rightarrow \Delta x^3 = 5 \Rightarrow x = 1$$

 $x = 1$ تنها نقطه‌ی پیوسته‌ی تابع است، بنابراین تنها نقطه‌ای است که تابع می‌تواند مشتق پذیر باشد:

$$x \in Q : f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 1 - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^3 - 1)}{x - 1} = 9$$

$$x \notin Q : f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - 2x^3 - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1 - x^3)}{x - 1} = -6$$

بنابراین تابع مورد نظر در $x = 1$ مشتق پذیر نیست.

-۱۳ گزینهی «۱»

با توجه به مسئله‌ی ۴ صفحه ۱۴۹ کتاب درسی دیفرانسیل

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = 2f'(1) = -2 \Rightarrow f'(1) = -1$$

$$y = f(\sqrt{2} \sin x) \Rightarrow y' = \frac{2 \cos x}{2\sqrt{2} \sin x} f'(\sqrt{2} \sin x)$$

$$\Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \frac{1}{2}} f' \left(\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} f'(1)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times -1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



۱۴- گزینهی «۴»

$$y = \sin^3\left(\frac{\pi}{4} + 2 \tan^{-1} x\right)$$

$$\Rightarrow y' = 3 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + 2 \tan^{-1} x\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2 \tan^{-1} x\right) \times \frac{2}{1+x^2}$$

$$\xrightarrow{x=1} y'(1) = 3 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + 2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \times \frac{2}{2}$$

$$= 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$$

۱۵- گزینهی «۲»

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2f'(x) = xe^x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}xe^x$$

$$(f(\ln x))'_{(x=e^3)} = \frac{1}{x} \times f'(\ln x) \Big|_{x=e^3} = \frac{1}{e^3} f'(Lne^3)$$

$$= \frac{1}{e^3} \times f'(3) = \frac{1}{e^3} \times \frac{1}{2} \times 3e^3 = \frac{3}{2}$$

۱۶- گزینهی «۱»

با فرض $-h = t$ داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(2+t) - f(2)}{-t} = -f'_+(2)$$

$$x > 2 \Rightarrow f(x) = |x-2| \times \frac{\sqrt{x+1}}{|x^2-3|} = \underbrace{(x-2)}_{\text{عامل صفر}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{|x^2-3|}$$

$$f'_+(2) = \frac{1}{1} \times \frac{\sqrt{2+1}}{|4-3|} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{عبارت} = -f'_+(2) = -\sqrt{3}$$

عوامل غیر صفر مشتق عامل صفر

۱۷- گزینهی «۱»

$$f(x) = \begin{cases} 4x & ; -2 < x \leq 0 \\ 4x^3 - 4x & ; 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

تابع در بازه $[-2, 1]$ پیوسته است.

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 4 & -2 < x < 0 \Rightarrow f'_-(0) = 4 \\ 12x^2 - 4 & 0 < x < 1 \Rightarrow f'_+(0) = -4 \end{cases}$$

 $x=0$ طول نقطه بحرانی است.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{x \in (0,1)} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

پس تابع دو نقطه بحرانی دارد.

۱۸- گزینهی «۲»

ریشه‌های مضاعف مشتق اول، نقاط عطف تابع $f(x)$ می‌باشند. بنابراین $x=2$ طول

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3 \quad \text{نقطه‌ی عطف تابع است.}$$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	\nearrow	\max	\searrow	\searrow	\nearrow

۱۹- گزینهی «۱»

کم‌ترین مقدار شیب خط مماس زمانی رخ می‌دهد که y' کم‌ترین مقدار باشد.

$$y' = x^2 - 2x^2 + 2 = (x^2 - 1)^2 + 1$$

کم‌ترین مقدار y' به ازای $x^2 - 1 = 0$ حاصل می‌شود. پس $x = \pm 1$.

۲۰- گزینهی «۴»

با توجه به نمودار تابع f ، اگر از چپ به راست روی نمودار حرکت کنیم خواهیم دید کهتابع دارای خطوط مماس با شیب مثبت می‌باشد. یعنی $f' > 0$ ، نمودار f' بالای محور x هاست و در نقطه‌ی $x=0$ مشتق برابر صفر است یعنی $f'(0) = 0$ و برای $x > 0$ تابعنزولی در نتیجه $f' < 0$ است، یعنی نمودار f' پایین محور x هاست. بنابراین گزینه‌ی

«۴» صحیح است.

۲۱- گزینهی «۳»

فرض می‌کنیم، تعداد x خودکار در روز فروش رود، بنابراین:

$$\text{درآمد روزانه } R(x) = 40 \cdot x$$

$$\text{تابع سود } P(x) = R(x) - C(x) = 40 \cdot x - (4x^2 - 80 \cdot x + 2000)$$

$$\Rightarrow P(x) = 40 \cdot x - 4x^2 + 80 \cdot x - 2000 = -4x^2 + 120 \cdot x - 2000$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } x} P'(x) = -8x + 120 = 0 \Rightarrow x = 150$$

۲۲- گزینهی «۱»

اگر $f(x) = x^3 - 5\sqrt{x}$ و $g(x) = x - \sqrt[3]{x}$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cong \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}}{1 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}$$

$$\xrightarrow{x=1} \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{6-5}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$



$$f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

ضریب پراتنز به ازای $x = -\frac{1}{2}$ صفر نمی‌شود. زیرا $b \neq 0$ پس باید $2 + \frac{b}{x}$ به ازای

$$x = -\frac{1}{2} \text{ صفر می‌شود. پس:}$$

$$2 + \frac{b}{\left(-\frac{1}{2}\right)} = 0 \Rightarrow 2 - 2b = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b + c = 1$$

۲۷- گزینهی «۴»

تابع در $x = 0$ مجانب قائم با انفعال زوج دارد. پس باید $c = 0$ باشد. پس

$f(x) = \frac{ax^2 + bx - 3}{x^2}$ وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ میل می‌کند، y به سمت صفر می‌کند.

یعنی باید درجه‌ی صورت از درجه‌ی مخرج کمتر باشد. پس $a = 0$. یعنی

$$f(x) = \frac{bx - 3}{x^2} \text{ تابع دارای ماکزیمم نسبی برابر ۳ است.}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{bx - 3}{x^2} \Rightarrow \frac{bx - 3}{x^2} = 3 \Rightarrow 3x^2 - bx + 3 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 36 = 0 \Rightarrow b = \pm 6$$

اما تماس در طول منفی اتفاق افتاده است. (طول ماکزیمم نسبی منفی است).

پس باید معادله‌ی $3x^2 - bx + 3 = 0$ ریشه‌ی مضاعف منفی داشته باشد. یعنی

$$b < 0 \text{ باشد. یعنی } b = -6. \text{ پس باید } x = -\frac{b}{2a} = \frac{b}{6} < 0$$

$$f(x) = \frac{-6x - 3}{x^2} \Rightarrow f(1) = \frac{-9}{1} = -9$$

۲۸- گزینهی «۱»

$x = 2$ مجانب قائم و ریشه‌ی مخرج تابع است. پس:

$$4 - 2b^2 + 2b = 0 \Rightarrow b^2 - b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (b - 2)(b + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

تابع در $x = 0$ نقطه‌ی عطف افقی دارد. پس $x = 0$ ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد صورت کسر

است. یعنی $(n \geq 3)$ از طرفی در $x = 0$ ، $f(x) \sim \frac{x^n}{2b}$ و چون نمودار در $x = 0$

نزولی است. لذا باید $b < 0$ باشد. یعنی $b = -1$ قابل قبول است. بنابراین:

$$\begin{cases} n \geq 3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow nb \leq -3 \Rightarrow (nb)_{\max} = -3$$

۲۳- گزینهی «۱»

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n! = \sum_{k=1}^n k \times k! = \sum_{k=1}^n ((k+1) - 1)k!$$

$$= \sum_{k=1}^n ((k+1)! - k!) = (n+1)! - 1! = (n+1)! - 1$$

\Rightarrow عبارت خواسته شده سوال $= (n+1)!$

۲۴- گزینهی «۱»

$$\Delta x = \frac{2\pi - 0}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow U_{\Delta}(f) = \frac{\pi}{4}(1 + 0 + 0 + (-1) + (-1) + 0 + 0 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow L_{\Delta}(f) = \frac{\pi}{4}(0 + 0 + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + 0 + 0) = -\pi$$

$$\Rightarrow U_{\Delta}(f) - L_{\Delta}(f) = 0 - (-\pi) = \pi$$

۲۵- گزینهی «۳»

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$$

$$1 - e^{-x} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ریشه مخرج}$$

$x = 0$ صورت را صفر نمی‌کند پس مجانب قائم است.

با مشتق‌گیری از تابع داریم:

$$f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

که در این بازه منفی است. بنابراین تابع نزولی بوده و گزینه‌ی «۳» صحیح است.

۲۶- گزینهی «۲»

مجانب قائم تابع $x = 0$ است. پس حتماً باید $x = 0$ ریشه‌ی $x + c = 0$ باشد. یعنی

$$c = 0 \text{ پس } f(x) = a + e^{\frac{b}{x}} \text{ از طرفی مجانب افقی تابع } y = 1 \text{ است.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a + e^{\frac{b}{x}} = a + e^0 = a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$\text{پس تا اینجا } f(x) = e^{\frac{b}{x}}$$

توجه کنید که تابع در $x = -\frac{1}{2}$ عطف دارد. یعنی $f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$.

$$f'(x) = -\frac{b}{x^2} e^{\frac{b}{x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{2b}{x^3} e^{\frac{b}{x}} + \frac{b^2}{x^4} e^{\frac{b}{x}} = \frac{be^{\frac{b}{x}}}{x^3} \left(2 + \frac{b}{x}\right)$$



۲۹- گزینهی «۱»

طبق شکل داده شده مجانب‌های قائم عبارتند از $X=0$ و $X=3$ و بنابراین $x=3$ ریشه‌ی مخرج تابع داده شده است.

$$(3)^2 + c(3) = 0 \Rightarrow c = -3$$

از طرفی مجانب افقی تابع خط $y = -1$ است. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{x^2} \Rightarrow a = -1$$

در ضمن نمودار تابع بر محور X مماس است پس $ax^2 + bx - 4 = 0$ دارای ریشه مضاعف است. یعنی $\Delta = 0$ بنابراین:

$$b^2 - 4(-1)(-4) = 0 \Rightarrow b = \pm 4$$

اگر $b = 4$ باشد. آن‌گاه $-x^2 + 4x - 4 = 0$ در نتیجه $x = 2$ که قابل قبول است. پس:

$$a + b + c = (-1) + (4) + (-3) = 0$$

۳۰- گزینهی «۲»

محل برخورد مجانب‌ها $(-2, -3) \Rightarrow x = -2 \Rightarrow x + 2 = 0$

$$\begin{array}{r} x^2 + ax + b \\ -(x^2 + 2x) \\ \hline (a-2)x + b \end{array} \quad \begin{array}{l} x+2 \\ x+a-2 \Rightarrow y = x+a-2 \end{array}$$

$$\frac{-(a-2)}{-2-3} = -3 = -2 + a - 2 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x+2} \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow \frac{6+b}{4} = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-6) = 7$$

هندسه تحلیلی

۳۱- گزینهی «۱»

$$x^2 - y^2 + 6x - 2y = C$$

$$\Rightarrow (x^2 + 6x + 9) - 9 - (y^2 + 2y + 1) + 1 = C$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 - (y+1)^2 = C + 8$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 - (x+3)^2 = -C - 8$$

برای این که هذلولی قائم باشد، لازم است عبارت طرف دوم مثبت گردد. پس داریم:

$$-C - 8 > 0 \Rightarrow C < -8$$

۳۲- گزینهی «۴»

$$C = A + B = [i^2 - i + j^2 - i + 1]_{3 \times 3} = [i^2 - 2i + 1 + j^2]_{3 \times 3}$$

$$= [(i-1)^2 + j^2]_{3 \times 3}$$

$$C_{11} = (1-1)^2 + 1 = 1, C_{22} = (2-1)^2 + 2^2 = 5$$

$$C_{33} = (3-1)^2 + 3^2 = 13$$

بنابراین مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C ، برابر ۱۹ است.

۳۳- گزینهی «۳»

$$A = R_{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow A^{15} = (R_{\frac{\pi}{4}})^{15} = R_{\frac{15\pi}{4}}$$

$$R_{\frac{15\pi}{4}} = R_{(-\frac{\pi}{4})} = \begin{bmatrix} \cos(-\frac{\pi}{4}) & -\sin(-\frac{\pi}{4}) \\ \sin(-\frac{\pi}{4}) & \cos(-\frac{\pi}{4}) \end{bmatrix} \quad \text{اما } \frac{15\pi}{4} = 4\pi - \frac{\pi}{4} \text{ پس}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} \\ -\sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

۳۴- گزینهی «۳»

$$\left| \begin{array}{ccc|ccc} x & 1 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc|ccc} x & 1 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & +2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc|ccc} x & 3 & 5 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right|$$

سطرهای دوم و سوم یکسان است.

$$\left| \begin{array}{ccc|ccc} x & 3 & 5 & x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & +2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc|ccc} x & 3 & 6 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right| = -5x + 12$$

ستون‌های اول و دوم یکسان است.

$$-5x + 12 = 2 \Rightarrow x = 2$$

۳۵- گزینهی «۱»

$$A^{-1}BA^T = A^*$$

$$\Rightarrow A(A^{-1}BA^T) = \frac{AA^*}{|A|} \Rightarrow \frac{(AA^{-1})BA^T}{I} = |A| I$$

$$\Rightarrow BA^T = |A| I \Rightarrow \frac{BA^T(A^T)^{-1}}{I} = |A| \frac{I(A^T)^{-1}}{(A^{-1})^T}$$



$$=(m^3 + 2m - 2) - (-2m^2 + 2m + m) = m^3 + 2m^2 - m - 2$$

$$|A| = (m-1)(m+1)(m+2) \neq 0 \Rightarrow m \neq 1, -1, -2$$

۳۹- گزینهی «۱»

چون هر سه صفحه بر یک خط می‌گذرند، پس دترمینان ضرایب مجهولات برابر صفر

است. داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & b & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

و یک نقطه مشترک سه صفحه، به صورت $(0, 1, -1)$ است. پس $d = 0$

۴۰- گزینهی «۲»

اگر فصل مشترک‌های سه صفحه در فضا، دو به دو با هم موازی باشند، آنگاه دستگاه

نظیر معادلات این سه صفحه یا جواب ندارد (در حالتی که فصل مشترک‌ها نامنطبق

باشند) یا دارای بی‌شمار جواب است (در حالتی که فصل مشترک‌ها منطبق‌اند). وقتی

دستگاه بی‌شمار جواب دارد، یکی از معادله‌ها از افزودن مضربی از یک معادله به

معادله‌ی دیگر به دست می‌آید. در این جا چون دستگاه جواب دارد، پس در واقع

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x + y + 3z = 3 \\ ax + 2y + bz = 2 \end{cases}$$

دارای بی‌شمار جواب است. اگر به دستگاه خوب دقت

کنید، معادله‌ی سوم، از کم کردن معادله‌ی اول از معادله‌ی دوم به دست می‌آید، یعنی

باید داشته باشیم:

$$x + y + 3z - 3 - (2x - y - z - 1) = -x + 2y + 4z - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -x + 2y + 4z = 2 \Rightarrow a = -1, b = 4$$

$$\Rightarrow a - b = -1 - 4 = -5$$

$$\Rightarrow B = |A| (A^{-1})^T \Rightarrow B = |A| \left(\frac{1}{|A|} A^* \right)^T$$

$$= |A| \times \frac{1}{|A|} (A^*)^T = (A^*)^T$$

ماتریس A^* ، ماتریس ترانپوذه‌ی ماتریس همسازهای A است. پس $(A^*)^T$ همان

$$B = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

ماتریس همسازهای A است و خواهیم داشت:

$$\Rightarrow x + y + z + t = 7 + (-1) + (-3) + 2 = 5$$

۳۶- گزینهی «۲»

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A+B)A^{-1}|$$

$$|A+B| |A^{-1}| = 3 |A^{-1}| = \frac{3}{|A|}$$

۳۷- گزینهی «۱»

$$\begin{cases} -x = 2 \Rightarrow x = -2 \\ 3y = 6 \Rightarrow y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = a \\ -x + by - 2z = -2 \\ y + 3z = c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 + 4 - 3 = a \Rightarrow a = -1 \\ 2 + 2b - 6 = -2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b + c = 11 \\ 2 + 9 = c \Rightarrow c = 11 \end{cases}$$

۳۸- گزینهی «۲»

شرط اشتراک سه صفحه در یک نقطه، آن است که $|A| \neq 0$ ، پس:

$$|A| = \begin{vmatrix} m & 1 & m \\ 2 & m & 1 \\ -2 & 1 & m \end{vmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۴۱- گزینهی «۴»

اگر چنین عددی X فرض شود، داریم:

$$x^y \equiv 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \Rightarrow x^y \equiv 0, 1, 4, 2$$

بنابراین معادله $X^y \equiv 6$ ، هیچ‌گاه جواب ندارد و در نتیجه هیچ عدد سه رقمی

(مضرب ۳ یا غیرمضرب ۳) با این مشخصات موجود نیست.

۴۲- گزینهی «۳»

$$\forall a \in \mathbb{N}; \left[\frac{f}{a}\right] = \left[\frac{f}{a}\right] \Rightarrow aRa \quad \text{R بازتابی است.}$$

$$aRb \Rightarrow \left[\frac{f}{a}\right] = \left[\frac{f}{b}\right] \Rightarrow \left[\frac{f}{b}\right] = \left[\frac{f}{a}\right] \Rightarrow bRa \quad \text{R متقارن است.}$$

$$aRb, bRc \Rightarrow \left[\frac{f}{a}\right] = \left[\frac{f}{b}\right] \text{ و } \left[\frac{f}{b}\right] = \left[\frac{f}{c}\right] \Rightarrow \left[\frac{f}{a}\right] = \left[\frac{f}{c}\right]$$

$$\Rightarrow aRc \quad \text{R تراییی است.}$$

بنابراین R رابطه‌ای هم‌ارزی است. کلاس‌های هم‌ارزی این رابطه عبارتند از:

$$[1] = \{x \in \mathbb{N} : \left[\frac{f}{1}\right] = \left[\frac{f}{x}\right]\} = \{1\}$$

$$[2] = \{x \in \mathbb{N} : \left[\frac{f}{2}\right] = \left[\frac{f}{x}\right]\} = \{2\}$$

$$[3] = \{x \in \mathbb{N} : \left[\frac{f}{3}\right] = \left[\frac{f}{x}\right]\} = \{3, 4\}$$

$$[5] = \{x \in \mathbb{N} : \left[\frac{f}{5}\right] = \left[\frac{f}{x}\right]\} = \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

کلاس هم‌ارزی $[5]$ نامتناهی است.

۴۳- گزینهی «۳»

می‌دانیم $I \ll M$ ، یعنی R بازتابی است و $M \wedge M^t \ll I$ ، یعنی R

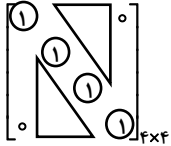
پادتقارنی است. از طرفی می‌دانیم شرط بازتابی بودن آن است که درایه‌های روی قطر

اصلی همواره ۱ باشد و برای پادتقارنی بودن هر زوج درایه می‌تواند سه حالت $(0,0)$

، $(1,0)$ و $(0,1)$ را داشته باشد. حال برای به‌دست آوردن حداقل تعداد اعضای

R فقط کفایت تمام درایه‌های قطر اصلی ۱ و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر

$$\text{باشد. یعنی: } n(R)_{\min} = 4$$



و حداکثر تعداد اعضای R زمانی است که زوج درایه‌ها یکی از $(1,0)$ و

$(0,1)$ را داشته باشند. یا به عبارتی نصف درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی ۱ باشند.

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \Rightarrow n(R)_{\max} = 4 + 6 = 10$$

$$n(R)_{\max} - n(R)_{\min} = 10 - 4 = 6 \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

۴۴- گزینهی «۴»

اعداد مکعب کامل ۳ رقمی B و اعداد مربع کامل ۳ رقمی A

$$100 \leq k^2 \leq 999 \Rightarrow 10 \leq k \leq 31 \xrightarrow{\text{تعداد}} |A| = 22$$

$$100 \leq k^3 \leq 999 \Rightarrow 5 \leq k \leq 9 \xrightarrow{\text{تعداد}} |B| = 5$$

$$100 \leq k^6 \leq 999 \Rightarrow k = 3 \xrightarrow{\text{تعداد}} |A \cap B| = 1$$

$$|\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$= 900 - (22 + 5 - 1) = 874$$

کل اعداد ۳ رقمی

۴۵- گزینهی «۱»

دو فرزند آخر دختر است. فضای نمونه‌ای مربوط به دو فرزند اول به صورت زیر است.

$$S = \{(پ, پ), (پ, د), (د, پ), (د, د)\}$$

حالت مطلوب آن است که حداقل یکی از فرزندان پسر باشد. پس داریم:

$$A = \{(پ, پ), (د, پ), (پ, د)\}$$

$$P(A) = \frac{3}{4}$$

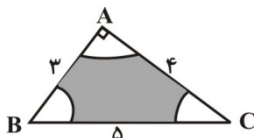


۴۶- گزینهی «۳»

۴۹- گزینهی «۴»

$$P(A) = \frac{\text{مساحت نیم‌دایره} - \text{مساحت مثلث}}{\text{مساحت مثلث}} = \frac{\text{مساحت هاشور خورده}}{\text{مساحت مثلث}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{\pi(1)^2}{2}}{\frac{1}{2} \times 3 \times 4} = 1 - \frac{\pi}{12}$$



۵۰- گزینهی «۴»

چون توپ‌ها مشابه‌اند از معادله‌ی خطی استفاده می‌کنیم: (X_i) تعداد توپ‌های جعبه i

ام است

$$X_1 + X_2 + X_3 = 8$$

$$\Rightarrow n(S) = \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

چون $X_1 \geq 2$ پس $X_1 = X'_1 + 2$ داریم:

$$X'_1 + X_2 + X_3 = 6 \Rightarrow n(A) = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{28}{45}$$

پس:

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۵۱- گزینهی «۲»

در طناب با دو انتهای بسته (۱ - تعداد گره) = تعداد شکم n است. بنابراین با

توجه به رابطه مقایسه‌ای بسامد هماهنگ‌های طناب دو انتها بسته، بسامد حالت اول را

حساب می‌کنیم. دقت کنید وقتی نیروی کشش طناب ۴ برابر شود، با توجه به رابطه

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ چون } \mu \text{ ثابت است، سرعت انتشار موج در طناب } 2 \text{ برابر خواهد شد.}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \frac{f'_n}{f_n} = \frac{n'}{n} \times \frac{v'}{v} \times \frac{L}{L'}$$

$$\frac{n=2, n'=5-1=4, L'=2L}{v'=2v, f'=(f+100)\text{Hz}} \rightarrow \frac{f+100}{f} = \frac{4}{2} \times \frac{2v}{v} \times \frac{L}{2L}$$

$$\Rightarrow \frac{f+100}{f} = 2 \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

$$\text{محصول} \begin{cases} 60 & A \Rightarrow \frac{4}{100} \text{ معیوب} \\ 25 & B \Rightarrow \frac{6}{100} \text{ معیوب} \\ 15 & C \Rightarrow \frac{8}{100} \text{ معیوب} \end{cases}$$

$$P(\text{معیوب}) = \frac{60 \times 4 + 25 \times 6 + 15 \times 8}{10000} = \frac{240 + 150 + 120}{10000}$$

$$= \frac{510}{10000} = 5.1\%$$

۴۷- گزینهی «۱»

می‌دانیم در توزیع احتمال متغیر تصادفی X ، $\sum_{i=1}^6 P(X=i) = 1$ می‌باشد.

i	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P(X=i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	a	a	a

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + a + a + a = 1 \Rightarrow \frac{7}{8} + 3a = 1 \Rightarrow 3a = 1 - \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 3a = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{24}$$

$$P(4 \leq X \leq 6) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$

$$= \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

۴۸- گزینهی «۳»

در حالت اول که دقیقاً ۷ بار باید پرتاب شود، حتماً در ۶ بار اول، ۲ بار شیر آمده

و در پرتاب هفتم سومین شیر آمده است. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\binom{6}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{128}$$

احتمال این‌که در ۷ پرتاب، ۳ بار شیر بیاید برابر است با:

$$\binom{7}{3} = \frac{35}{128}$$

پس نسبت احتمال‌ها برابر $\frac{15}{35}$ یعنی $\frac{3}{7}$ است.



$$\frac{f_{\text{باز}}}{f_{\text{بسته}}} = \frac{\frac{n}{2L_{\text{باز}}}}{\frac{4}{2L_{\text{بسته}}}} = \frac{2L_{\text{بسته}}}{2L_{\text{باز}}} = \frac{16L_{\text{بسته}}}{18L_{\text{باز}}}$$

$$L_{\text{باز}} = \frac{1}{2}L_{\text{بسته}} \rightarrow \frac{f_{\text{باز}}}{f_{\text{بسته}}} = \frac{16}{9}$$

۵۵- گزینهی «۲»

ابتدا طول موج صوت درون لوله را حساب می‌کنیم. داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{660} \Rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

از طرف دیگر چون با این طول موج، یکی از بسامدهای طبیعی لوله تشدید شده است، پس طول لوله صوتی دو انتها باز باید مضرب درستی از نصف طول موج باشد، یعنی:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = n \frac{50}{2} \Rightarrow L = 25n \text{ (cm)}$$

با توجه به اعداد داده شده در گزینه‌ها، تنها عددی که مضرب درست عدد ۲۵ است، عدد ۱۲۵ است، پس گزینه «۲» پاسخ این سؤال می‌باشد.

۵۶- گزینهی «۲»

اگر فرض کنیم توان چشمه صوت P باشد و چشمه در تمام جهتهای فضا، موج را به صورت یکسان گسیل کند، با صرف نظر کردن از اتلاف انرژی صوتی در محیط، شدت صوت بر روی کره‌ای به شعاع r از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \frac{P_r}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \quad (1)$$

از سوی دیگر، برای محاسبه تغییرات تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل داریم:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \cdot \log \left(\frac{I_r}{I_1}\right)$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} \beta_r - \beta_1 = 10 \cdot \log \left[\frac{P_r}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \right]$$

با قرار دادن اطلاعات داده شده در صورت سؤال داریم:

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \cdot \log \left[\frac{P_r}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \right]$$

$$\frac{P_r = P_1}{r_r = r_1 + 0.725r_1 = 1.725r_1} \rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \cdot \log \left(\frac{1}{1.725} \right)^2$$

$$\beta_r - \beta_1 = -20 \cdot \log 1.725 = -20 \cdot \log \frac{5}{4} = -20 \cdot [\log 5 - \log 4]$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} \rightarrow \beta_r - \beta_1 = -20 \cdot [1 - \log 2 - 2 \log 2] = -20 \cdot [1 - 3 \log 2]$$

$$\log 2 \approx 0.3 \rightarrow \beta_r - \beta_1 \approx -20 \cdot [1 - 3 \times 0.3] \Rightarrow \beta_r - \beta_1 \approx -2 \text{ dB}$$

۵۲- گزینهی «۱»

ابتدا طول موج امواج گسیل شده توسط چشمه‌ها را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{10}{100} \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

می‌دانیم اگر اختلاف راه امواج هم‌فاز، هم‌دامنه و هم‌بسامدی که به یک نقطه می‌رسند، مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در آن نقطه تداخل ویرانگر خواهیم داشت. بنابراین می‌توان نوشت:

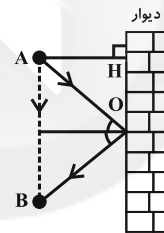
$$|d_2 - d_1| = (2m - 1) \frac{\lambda}{2} = (2m - 1) \times \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow |d_2 - d_1| = 5(2m - 1) \text{ cm}$$

یعنی $|d_2 - d_1|$ باید مضرب فردی از عدد ۵ باشد که تنها در گزینه «۱» این چنین است.

$$|d_2 - d_1| = |22 - 7| = 15 = 5 \times 3$$

۵۳- گزینهی «۲»



یک صدا مستقیماً از A به B می‌رسد و صوت دیگر بعد از بازتاب از دیوار به B می‌رسد. اگر زمان انتشار صوت به‌طور مستقیم از A به B را t_1 و زمان حرکت صوت از مسیر AOB را t_2 بگیریم، داریم:

$$t_1 = \frac{AB}{v} = \frac{8.0}{330} = 2/55$$

$$t_2 - t_1 = 0.625s \Rightarrow t_2 = 2/55 + 0.625 = 3/110s$$

$$\overline{AO} = \overline{OB} \Rightarrow 2\overline{AO} = vt_2 \Rightarrow \overline{AO} = \frac{330 \times 3/110}{2} = 50 \text{ m}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(\overline{OA})^2 - (\overline{OH})^2} = \sqrt{(50)^2 - (40)^2} = 30 \text{ m}$$

۵۴- گزینهی «۳»

در لوله‌ی صوتی باز تعداد شکم‌ها یک واحد بیش‌تر از تعداد گره‌ها است. به‌طور کلی در لوله‌های صوتی، تعداد گره‌ها را باید در رابطه قرار دهیم.

$$\text{گره} = n + 1 \Rightarrow 5 = n + 1 \Rightarrow n = 4$$

بسامد لوله‌های صوتی باز از رابطه $f_n = \frac{n}{2L} v$ به دست می‌آید. هم‌چنین بسامد

$$\text{لوله‌های صوتی بسته از رابطه } f_{(2m-1)} = \frac{(2m-1)}{4L} v \text{ به دست می‌آید.}$$



۵۷- گزینهی «۲»

می‌توان از روی نسبت طول موج‌ها بزرگی آنها را نسبت به هم به دست آورد و می‌دانیم طول موج رادیویی بیشتر از فرسرخ و فرسرخ بیشتر از فرابنفش است.

$$\frac{\lambda_{\gamma}}{\lambda_{\beta}} = 10^{-3} \Rightarrow \lambda_{\beta} > \lambda_{\gamma}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{\lambda_{\gamma}}{\lambda_{\beta}} = \frac{10^9}{10^3} = 10^6 \Rightarrow \lambda_1 > \lambda_3$$

بنابراین چون در گزینه‌ها فقط امواج فرابنفش، فرو سرخ و رادیویی وجود دارد، داریم:

$$\lambda_1 > \lambda_{\beta} > \lambda_{\gamma}$$

طول موج امواج فرابنفش > طول موج امواج فرسرخ > طول موج امواج رادیویی

۵۸- گزینهی «۳»

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 3 / 3 \times 10^{-19} = 6 / 6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$x = \frac{n\lambda D}{a} \Rightarrow 12 \times 10^{-3} = \frac{n \times 6 \times 10^{-7} \times 1}{10^{-3}} \Rightarrow n = 20 \text{ نوار}$$

پس فاصله این دو نوار از هم ۲۰ برابر فاصله دو نوار روشن متوالی است.

$$n = n_1 + n_2 \Rightarrow 20 = 5 + n_2 \Rightarrow n_2 = 15$$

۵۹- گزینهی «۴»

با استفاده از رابطه فاصله دو نوار تاریک یا روشن متوالی، داریم:

$$\text{فاصله دو نوار تاریک متوالی: } x_1 = \frac{D\lambda}{a}$$

$$\frac{D=1/2 \text{ m}, a=4/5 \times 10^{-3} \text{ m}}{x_1=7/2 \times 10^{-3} \text{ m}} \rightarrow \frac{1/2 \times \lambda}{4/5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \lambda = 7/5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

در گام بعدی دوره تناوب نور تک رنگ را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{7/5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^8} = 2/5 \times 10^{-15} \text{ s}$$

با توجه به این که اختلاف زمانی رسیدن امواج از محل دو شکاف به محل نوار روشن

شماره n برابر با nT است، خواهیم داشت:

$$3T = 7/5 \times 10^{-15} \text{ s} = \text{اختلاف زمانی رسیدن امواج دو شکاف به محل نوار روشن سوم}$$

۶۰- گزینهی «۴»

ابتدا معادله ولتاژ قطع بر حسب بسامد نور تابیده شده بر سطح فلز را می‌نویسیم:

$$eV_0 = hf - W_0 \Rightarrow 0 = 4 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} - W_0$$

$$\Rightarrow W_0 = 8 \text{ eV}$$

حال برای بسامد پرتو مورد نظر طبق معادله ولتاژ قطع - بسامد، خواهیم داشت.

$$eV_0 = hf - \lambda \Rightarrow eV_0 = 4 \times 10^{-15} \times 10^{16} - \lambda = 32 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow V_0 = 32 \text{ V}$$

۶۱- گزینهی «۱»

با استفاده از رابطه بین بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز و

تابع کار فلز داریم:

$$\begin{cases} f_1 = f \\ K_{\max} = 4 \text{ eV} \end{cases}, \begin{cases} f_2 = 2f \\ K_{\max} = 9 \text{ eV} \end{cases}$$

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} 4 = hf - W_0 \\ 9 = 2hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow W_0 = 1 \text{ eV}$$

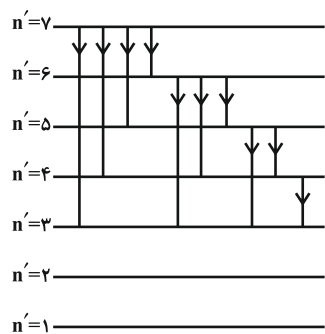
۶۲- گزینهی «۴»

در اتم هیدروژن، فقط ترازهای مربوط به گذارهای لیمان ($n' = 1$) و بالمر

($n' = 2$) در ناحیه فرو سرخ قرار ندارند و بقیه گذارها در این ناحیه هستند.

بنابراین مطابق شکل زیر، اگر الکترون ابتدا در حالت $n = 7$ باشد، ۱۰ نوع فوتون

با انرژی متمایز در ناحیه فرسرخ گسیل خواهد کرد.



۶۳- گزینهی «۳»

با استفاده از رابطه ریذبرگ و تعریف انرژی و طول موج هر فوتون، داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{E=hf} E = R_H hc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



۶۴- گزینهی «۴»

طبق رابطه $v = \frac{e}{n} \sqrt{\frac{k}{ma_0}}$ ، سرعت الکترون با شماره تراز نسبت عکس دارد،

بنابراین داریم:

$$\frac{v_{n'}}{v_n} = \frac{n}{n'} \quad n=3, n'=2 \rightarrow \frac{v_2}{v_3} = \frac{3}{2}$$

و طبق رابطه $r_n = n^2 a_0$ ، شعاع مدار الکترون با مجذور شماره تراز نسبت مستقیم

دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{r_{n'}}{r_n} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \quad n'=2, n=3 \rightarrow \frac{r_2}{r_3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_3} = \frac{4}{9}$$

همچنین طبق رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، انرژی الکترون با مجذور شماره تراز نسبت

عکس دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{E_{n'}}{E_n} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_3} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_3} = \frac{9}{4}$$

۶۵- گزینهی «۳»

گسیل خودبه‌خودی و گسیل القایی، نوع‌هایی از برهم‌کنش فوتون با اتم می‌باشند. در گسیل القایی، فوتون‌هایی که گسیل می‌شوند، همگی هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی هستند و تشکیل باریکه لیزر را می‌دهند. گسیل القایی به مراتب سریع‌تر از گسیل خودبه‌خودی صورت می‌گیرد و بعد از هر مرحله گسیل القایی، تعداد فوتون‌ها دو برابر می‌شود.

۶۶- گزینهی «۴»

در مدارهای الکتریکی، دیود را با نماد \rightarrow نشان می‌دهند که پیکان، جهت جریان را بیان می‌کند.

هنگامی دیود دارای پیش‌ولت موافق (بایاس مستقیم) است که اختلاف پتانسیل دو طرف ناحیه تهی کاهش یافته و الکترون‌ها بتوانند از n به p و حفره‌ها از p به n حرکت کنند و جریان الکتریکی را به‌وجود آورند. پس در پیش‌ولت موافق پایانه مثبت به p و پایانه منفی به n وصل می‌شود.

هنگامی دیود دارای پیش‌ولت مخالف (بایاس معکوس) است که اختلاف پتانسیل دو سر ناحیه تهی افزایش یافته و از عبور الکترون‌ها از n به p و عبور حفره‌ها از p به n جلوگیری شود. پس در پیش‌ولت مخالف، پایانه مثبت به n و پایانه منفی به p وصل می‌شود.

با این توضیحات در تمامی گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳»، پتانسیل بالاتر به p و پتانسیل پایین‌تر به n متصل است. بنابراین در هر سه این گزینه‌ها دیود دارای پیش‌ولت موافق است ولی در گزینه «۴» پتانسیل پایین‌تر به p و پتانسیل بالاتر به n متصل است و بنابراین در این گزینه دیود دارای پیش‌ولت مخالف است.

۶۷- گزینهی «۲»

کاهش ۸ واحد از عدد جرمی در اثر گسیل α ذره ۲ به‌وجود می‌آید و با گسیل دو ذره α ، باید از عدد اتمی چهار واحد کم شود، چون در این واپاشی عدد اتمی کاهش نیافته است، باید ذره بتای منفی گسیل شده باشد تا کاهش عدد اتمی را جبران کند. چون به ازای یک بتای منفی یک واحد به عدد اتمی افزوده می‌شود، باید چهار ذره بتای منفی تابش شود.

۶۸- گزینهی «۴»

ابتدا طبق رابطه اینشتین، مقدار انرژی تولید شده در اثر تبدیل $2g$ ماده به انرژی را به‌دست می‌آوریم:

$$E = mc^2 = 2 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 = 18 \times 10^{13} \text{ J}$$

اکنون انرژی مصرف شده توسط هر لامپ را در مدت $10 \cdot h$ به‌دست می‌آوریم:

$$W = P \cdot t = 40 \times (10 \times 3600) = 144 \times 10^5 \text{ J}$$

در نهایت برای محاسبه‌ی تعداد لامپ‌ها داریم:

$$\frac{\text{انرژی کل}}{\text{تعداد لامپ}} = \frac{\text{انرژی یک لامپ}}{\text{تعداد لامپ}} = \frac{18 \times 10^{13}}{144 \times 10^5}$$

$$\Rightarrow \text{میلیون لامپ } 12/5 = 12/5 \times 10^6 = 12/5 \times 10^6 \text{ تعداد لامپ‌ها}$$

۶۹- گزینهی «۴»

ابتدا مقدار ماده واپاشی شده را در مدت ۲ نیمه‌عمر به‌دست می‌آوریم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow m = \frac{12}{2^2} \Rightarrow m = 3g$$

بنابراین در مدت ۲ نیمه‌عمر، به مقدار $9g = 12 - 3$ از ماده رادیو اکتیو واپاشی می‌شود. با توجه به این‌که به ازاء واپاشی هر گرم از این ماده $2MJ$ انرژی آزاد می‌شود، به ازاء واپاشی $9g$ از این ماده $18MJ$ انرژی آزاد خواهد شد.

۷۰- گزینهی «۴»

در طول فرایند شکافت، اگر کشیدگی هسته اورانیم از مرحله بحرانی بگذرد، نیروهای هسته‌ای تسلیم نیروهای الکتریکی می‌شوند و هسته به دو بخش تقسیم می‌شود. جذب نوترون در هسته اورانیم انرژی لازم جهت این کشیده شدن را تأمین می‌کند و هسته شکافته می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: در تمام هسته‌های شناخته شده، نیروهای جاذبه هسته‌ای بر دافعه کولنی غلبه می‌کنند.

گزینه «۲»: اگر در اثر اختلال اندکی مانند جذب یک نوترون، هسته اورانیم اندکی کشیده شود، نیروهای الکتریکی می‌توانند آن‌را کشیده‌تر کنند.

گزینه «۳»: در هسته اورانیم، غلبه نیروی جاذبه هسته‌ای بر نیروی دافعه کولنی بسیار شکننده است و با اندک اختلالی از بین می‌رود.



شیمی پیش‌دانشگاهی

۷۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شیمی‌دان‌ها مدت‌ها قبل از شناخت ساختار اسیدها و بازها با ویژگی‌ها و واکنش‌های میان آن‌ها آشنا بودند.

گزینه «۲»: اغلب داروها ترکیب‌های شیمیایی با خاصیت اسیدی یا بازی می‌باشند.

گزینه «۳»: فاضلاب‌های صنعتی شامل یون فلزهای واسطه می‌باشند.

گزینه «۴»: گل ادریسی در محیط بازی به رنگ صورتی شکوفا می‌شود.

۷۲- گزینه «۲»

گزینه «۱»: با حذف یون ناظر:



باز مزدوج اسید مزدوج اسید باز

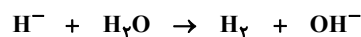
محلول اکسید فلزات گروه‌های I و II، طبق نظریه آرنیوس در آب خاصیت بازی دارد.

گزینه «۲»: انتقال پروتون صورت گرفته است. (توجیه طبق نظر لوری - برونستد)

اما در محیط آبی H^+ یا OH^- پدید نیامده است.

گزینه «۳»: فلزات قلیایی طبق مدل آرنیوس در آب OH^- پدید می‌آورند و بازی هستند.

گزینه «۴»: با حذف یون ناظر:



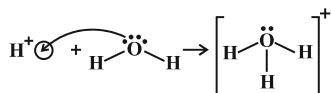
باز مزدوج اسید مزدوج اسید باز

در محیط آبی OH^- پدید آمده است (طبق مدل آرنیوس).

۷۳- گزینه «۴»

از بین موارد ذکر شده، مورد «۳» نادرست است. زیرا همه اکسیدهای فلزی خاصیت بازی ندارند و برخی از آن‌ها مانند Al_2O_3 در آب حل نمی‌شوند و خاصیت آمفوتری نیز دارند.

مورد «۲»: H^+ با اوربیتال خالی خود با جفت‌الکترون ناپیوندی اتم اکسیژن آب، پیوند داتیو تشکیل می‌دهد.

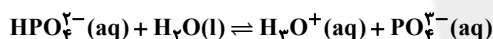


مورد «۴»: با توجه به معادلات زیر، در هر کدام به‌ازای یک مول واکنش‌دهنده، ۲ مول کاتیون تولید می‌شود.



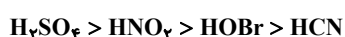
۷۴- گزینه «۲»

در آخرین مرحله از یونش فسفریک اسید، آنیون تولیدی (PO_4^{3-}) فقط نقش بازی داشته و آمفوتر نیست. این مرحله کوچک‌ترین مقدار ثابت یونش اسیدی را دارد.



بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: مقایسه قدرت اسیدی اسیدهای هیدروسیانیک اسید (HCN)، نیترواسید (HNO_3)، سولفوریک اسید (H_2SO_4) و هیپوبرمواسید (HOBBr) به صورت زیر است: (با توجه به جدول صفحه ۶۷ کتاب درسی)



گزینه «۳»: مقایسه غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول آمونیاک، اسید معده و آب گازدار به صورت زیر است:

اسید معده < آب گازدار < محلول آمونیاک

گزینه «۴»: اسیدهای قوی تقریباً به طور کامل در آب یونیده می‌شوند. بنابراین غلظت مولی H_3O^+ حاصل از یونش اسیدهای تک‌ظرفیتی با غلظت مولی اسید قوی تقریباً برابر است اما در مورد اسیدهای قوی چندظرفیتی مثل H_2SO_4 صدق نمی‌کند.

۷۵- گزینه «۳»

K_a برای HOCl نسبت به HOBBr بیش‌تر بوده و HOCl اسید قوی‌تری است. بنابراین قدرت بازی OBr^- نسبت به OCl^- بیش‌تر است



$$\Rightarrow \text{pH} = 14 - 1/4 = 12/4$$

$$\text{HA} \Rightarrow [\text{H}^+] = M \times \alpha = 2 \times 10^{-3} \times 0.2 = 4 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log 4 - \log 10^{-5} = -0.6 + 5 = 4/4$$

$$\text{pH دو محلول} = 12/6 - 4/4 = 8/2$$

۷۸- گزینه «۴»

هر چه K_a برای اسیدی بزرگتر باشد، اسید قوی‌تر است و باز مزدوج آن ضعیف‌تر و در نتیجه پایدارتر خواهد بود. پس مقایسه قدرت اسیدی به صورت $A < B < C < D$ است.

* A ضعیف‌ترین اسید است و قدرت بازی باز مزدوج آن نسبت به باز مزدوج B ، C و D بیش‌تر است.

* با توجه به بالاتر بودن قدرت اسیدی C نسبت به B ، pH محلول C از B پایین‌تر است.

* K_a برای دی‌کلرواتانویک اسید بیش‌تر از فلوئوراتانویک اسید است.

۷۹- گزینه «۱»

همه آمینواسیدهای طبیعی، آلفا آمینواسیداند ولی همه آلفا آمینواسیدها طبیعی نیستند.

۸۰- گزینه «۱»

به جز مورد «۳» بقیه موارد درستند. قدرت بازی دی‌متیل آمین از اتیل آمین بیش‌تر است.

مورد «۲»: متیل آمین CH_3NH_2 باز مزدوج متیل آمونیوم بوده که نسبت به آمونیاک یعنی باز مزدوج آمونیوم، قدرت بازی بیش‌تری دارد.

مورد «۴»: آمین‌ها به صورت تعادلی تفکیک می‌شوند و به‌خاطر تفکیک کم، در محلول آن‌ها تعداد یون OH^- از تعداد آمین اولیه کم‌تر است.

و در تعادل موردنظر اسید و باز سمت چپ نسبت به اسید و باز سمت راست قوی‌ترند و تعادل در سمت راست قرار دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: K_a برای HSO_4^- بزرگ‌تر بوده و نسبت به HCN قدرت اسیدی بیش‌تری دارد، پس HSO_4^- تمایل بیش‌تری به از دست دادن H^+ دارد.

گزینه «۲»: OBr^- باز قوی‌تری نسبت به SO_3^{2-} است، پس تمایل بیش‌تری برای جذب پروتون دارد.

گزینه «۴»: با توجه به K_a یون HSO_4^- و اسید HCN ، معلوم می‌شود که HSO_4^- نسبت به HCN اسید قوی‌تری بوده و CN^- نسبت به SO_3^{2-} باز قوی‌تری است. بنابراین اسید و باز سمت چپ نسبت به اسید و باز سمت راست قوی‌ترند.

۷۶- گزینه «۱»

$$\frac{\alpha M}{1-\alpha} = K_a \begin{cases} K_{a,HA} = \frac{0.4^2 \times 0.1}{1-0.4} \approx 2/7 \times 10^{-2} \\ K_{a,HB} = \frac{0.5^2 \times 0.05}{1-0.5} = 2/5 \times 10^{-2} \end{cases}$$

قدرت اسیدی: $\text{HA} > \text{HB} \Rightarrow K_{a,HA} > K_{a,HB}$

پایداری: $\text{A}^- > \text{B}^- \Rightarrow$ قدرت بازی: $\text{A}^- < \text{B}^-$

$$[\text{H}^+]_{\text{HA}} = M \times \alpha = 0.1 \times 0.4 = 0.04$$

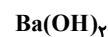
$$[\text{H}^+]_{\text{HB}} = M \times \alpha = 0.05 \times 0.5 = 0.025$$

$\text{HA} > \text{HB}$: سرعت واکنش با منیزیم \Rightarrow

pH محلول فقط به غلظت H^+ وابسته است و ارتباطی با قوی یا ضعیف بودن اسید ندارد.

۷۷- گزینه «۲»

pH هر یک از محلول‌ها عبارتند از:



$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = M \times \alpha \times n = 0.2 \times 1 \times 2 = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pOH} = -\log 4 - \log 10^{-2} = -0.6 + 2 = 1/4$$

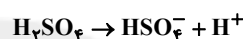


۸۱- گزینه «۲»

با توجه به این که pH دو محلول برابر است، پس غلظت یون H^+ در دو محلول برابر خواهد بود.

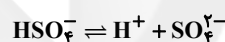
$$HBr \text{ در محلول } [H^+] = M \times \alpha = 0.24 \times 1 = 0.24 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین در محلول H_2SO_4 نیز غلظت یون H^+ برابر 0.24 مول بر لیتر است. اگر غلظت H_2SO_4 را a در نظر بگیریم، چون در مرحله اول به طور کامل تفکیک می شود پس غلظت H^+ حاصل از مرحله اول برابر a مول بر لیتر خواهد بود.



$$[H_2O^+] = [HSO_4^-] = M \times \alpha = a \times 1 = a \text{ mol.L}^{-1}$$

از طرفی در مرحله دوم از a مول HSO_4^- حاصل از مرحله اول تنها 20 درصد آن تفکیک می شود. بنابراین غلظت H^+ حاصل از مرحله دوم برابر است با:



$$[H_2O^+] = M \times \alpha = a \times \frac{20}{100} = 0.2a$$

$$H_2SO_4 \text{ در محلول } H^+ \text{ غلظت } = a + 0.2a = 1.2a$$

$$\Rightarrow 1.2a = 0.24 \Rightarrow a = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت H_2SO_4 برابر 0.2 مول بر لیتر بوده است.

۸۲- گزینه «۳»

بررسی تمام گزینه‌ها:

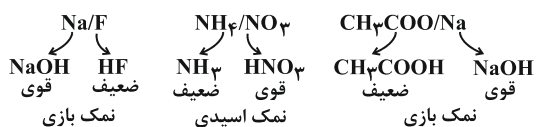
گزینه «۱»: تمام یون‌ها در محلول آبی، آبیوشیده می شوند، اما آنیون حاصل از اسیدهای قوی و کاتیون حاصل از بازهای قوی آبکافت نمی شوند، بنابراین NO_3^- و K^+ آبیوشی شده ولی آبکافت نمی شوند.

گزینه «۲»: هرچه باز ضعیف تر باشد، اسید مزدوج آن قوی تر بوده و شدت آبکافت کاتیون حاصل از آن بیش تر می باشد. بنابراین محلول اسیدی تر شده و pH محلول کاهش بیش تری خواهد داشت:

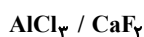
متیل آمین > دی متیل آمین: قدرت بازی

دی متیل آمونیوم > متیل آمونیوم: قدرت اسیدی

گزینه «۳»:

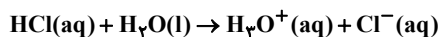


گزینه «۴»: شناساگر متیل سرخ در محیط‌های بازی به رنگ زرد و در محیط‌های اسیدی سرخ رنگ می باشد.



نمک بازی/ نمک اسیدی

۸۳- گزینه «۱»



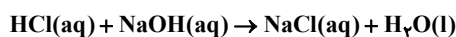
$$pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow 1 = -\log[H_3O^+]$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_3O^+] = [HCl] \Rightarrow [HCl] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ molHCl} = 400 \text{ mLHCl(aq)} \times \frac{1 \text{ LHCl(aq)}}{1000 \text{ mLHCl(aq)}}$$

$$\times \frac{10^{-1} \text{ molH}^+}{1 \text{ LHCl(aq)}} = 4 \times 10^{-2} \text{ molH}^+$$



$$? \text{ molNaOH} = 100 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \text{ NaOH}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \text{ molNaOH} \text{ محدودکننده}$$

$$\text{mol HCl باقی مانده} = 4 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$[HCl] = \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol}}{(400 + 100) \text{ mL}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[HCl] \simeq [H_3O^+] \Rightarrow [H_3O^+] = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H_3O^+] = -(\log 4 + \log 10^{-2}) \simeq 1.4$$

متیل سرخ در محلول اسیدی به رنگ سرخ دیده می شود.



۸۴- گزینه «۳»

برای تهیه بافر باید محلول حاصل شامل اسید و باز ضعیف و نمک آن‌ها باشد، بنابراین دو روش زیر ساده‌ترین روش‌های تهیه بافر هستند:

روش اول: اسید ضعیف و نمک آن و یا باز ضعیف و نمک آن را به نسبت مولی برابر (اغلب) وارد ظرف می‌کنیم.

روش دوم: اسید ضعیف را با باز قوی و یا باز ضعیف را با اسید قوی مخلوط می‌کنیم به شرطی که در هر دو حالت، قوی محدودکننده باشد که این حالت تنها در گزینه «۳» اتفاق می‌افتد و CH_3COOH باقی‌مانده با CH_3COOK تولید شده بافر تشکیل می‌دهد.

	$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{KOH} \rightarrow \text{CH}_3\text{COOK} + \text{H}_2\text{O}$			
قبل از مخلوط شدن	• / Δmol	• / $2\Delta \text{mol}$	•	•
پایان	• / $2\Delta \text{mol}$	•	• / $2\Delta \text{mol}$	• / $2\Delta \text{mol}$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر دو اسید و باز قوی بوده و به طور کامل خنثی می‌شوند.

گزینه «۲»: اسید ضعیف واکنش‌دهنده محدودکننده است و محلول شامل نمک و باز قوی خواهد بود.

گزینه «۴»: باز ضعیف واکنش‌دهنده محدودکننده است و در پایان محلول شامل HNO_3 و NH_4NO_3 (اسید قوی) خواهد بود که بافر نیست.

۸۵- گزینه «۴»

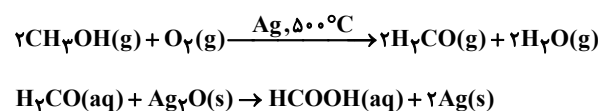
گزینه «۱»: NH_4NO_3 نمک اسیدی است.

گزینه «۲»: SO_4 و NO_2 باعث بارش باران اسیدی می‌شوند.

گزینه «۳»: Fe^{3+} بر اثر آب‌کافت، OH^- محلول را کاهش داده، آب اسیدی می‌شود.

گزینه «۴»: آهک افزوده شده، pH خاک را بالا می‌برد.

۸۶- گزینه «۲»



(a) برای تهیه متانال از اکسایش متانول به وسیله اکسیژن و در حضور کاتالیزگر Ag به دمای 500°C نیاز است.

(b) همان‌طور که مشاهده می‌کنید، محصول واکنش (ب) فرمیک اسید ($\text{HCOOH}(\text{aq})$) و فلز جامد نقره ($\text{Ag}(\text{s})$) است.

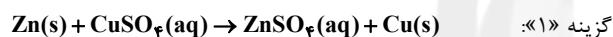
(c) در واکنش (الف) در حضور کاتالیزگری مثل نقره ($\text{Ag}(\text{s})$) و دمای 500°C می‌توان متانول را به متانال تبدیل نمود.

(d) تغییر عدد اکسایش کربن در هر دو واکنش ۲ واحد می‌باشد.

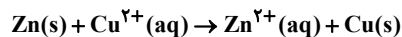
۸۷- گزینه «۴»

در سلول‌های گالوانی واکنش اکسایش - کاهش انجام شده یک واکنش خودبه‌خودی است و با کاهش سطح انرژی همراه است. (انرژی آزادشده در این واکنش‌های خودبه‌خودی تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود).

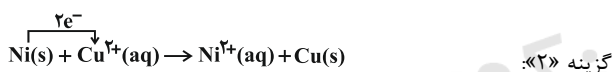
بررسی سایر گزینه‌ها:



یون SO_4^{2-} ، یون تماشاگر است:



با گذشت زمان $\text{Zn}(\text{s})$ در حال تبدیل شدن به $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ است. بنابراین جرم تیغه Zn کاهش می‌یابد.



گزینه «۲»:

در این واکنش Ni اکسید شده (e^- می‌دهد) و نقش کاهنده را دارد، در حالی که یون مس (II) کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

گزینه «۳»: در سلول‌های گالوانی کاتیون‌ها از الکترولیت آندی با عبور از دیواره متخلخل وارد بخش کاتدی می‌شوند. (کاتیون به سمت کاتد) ولی آنیون‌ها از الکترولیت کاتدی با عبور از دیواره متخلخل وارد بخش آندی می‌شوند. (آنیون به سمت آند)

۸۸- گزینه «۲»

با توجه به واکنش اول نتیجه می‌گیریم که در سری الکتروشیمیایی A بالاتر از C قرار دارد و در واکنش دوم E° منفی است. پس C بالاتر از B قرار دارد. در واکنش سوم هم C بالاتر از H_2 قرار دارد. اما نمی‌توانیم بگوییم که B بالاتر از H_2 قرار دارد یا پایین‌تر. در نتیجه دو حالت پیش می‌آید.



۹۱- گزینه «۴»

E° مثبت باشد یعنی در جدول پتانسیل‌های کاهش استاندارد، پایین‌تر از هیدروژن قرار دارد. بنابراین قدرت M^{n+} برای گرفتن الکترون بیش‌تر از H^+ است.

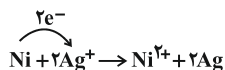
۹۲- گزینه «۳»

شکل، نشان‌دهنده سلول گالوانی است که به دلیل جهت حرکت الکترون می‌توان گفت که الکتروود **B** کاتد و الکتروود **A** آند است، بنابراین پتانسیل کاهش الکتروود **A** باید کم‌تر از الکتروود **B** باشد. با توجه به این که الکتروود **B** قلع است و پتانسیل‌های کاهش فلزات نیکل و روی کم‌تر از قلع است، پس می‌توان گفت الکتروود **A** می‌تواند فلزات نیکل و روی باشد که به ترتیب با فلزات روی و نیکل پتانسیل سلول بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار خواهد بود.

۹۳- گزینه «۳»

- نادرست. اکسیژن می‌تواند هر فلز به جز فلزهای نجیب (طلا، پلاتین و پالادیم) را به طور خودبه‌خودی اکسید کند.
- نادرست. قوطی‌هایی از جنس حلبی در اثر خراش زودتر و آسان‌تر دچار خوردگی می‌شوند.
- درست. در زنگ‌زدن آهن نیم‌واکنش کاتدی در جایی رخ می‌دهد که غلظت اکسیژن زیاد باشد.
- درست.

۹۴- گزینه «۲»



$$3/011 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/022 \times 10^{23} e^-} = 0/5 \text{ mole}^-$$

$$0/5 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Ni}}{2 \text{ mole}^-} = 0/25 \text{ mol Ni}$$

$$0/5 \text{ mole}^- \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mole}^-} = 0/5 \text{ mol Ag}$$

$$\text{Ni} = 0/25 \text{ mol} \times 58 = 14/5 \text{ g} \text{ (از جرم تیغه کم می‌شود)}$$

حالت دوم

A	A	
C	C	A > C > B: ترتیب کاهش
B	H ₂	B ²⁺ > C ²⁺ > A ²⁺ : ترتیب اکسید
H ₂	B	

۸۹- گزینه «۴»

E° برای الکتروود استاندارد هیدروژن در هر دمایی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مورد «آ» نادرست است.

اندازه‌گیری پتانسیل یک الکتروود به طور جداگانه ممکن نیست. (مورد «ب» نادرست است.)

پتانسیل‌های الکتروودی استاندارد همواره به صورت پتانسیل‌های کاهش استاندارد گزارش می‌شود. (مورد «پ» نادرست است.)

۹۰- گزینه «۱»

شکل (I) مربوط به یک سلول الکتروولیتی و شکل (II) مربوط به یک سلول گالوانی است.

در سلول گالوانی قطب مثبت (کاتد) الکتروودی است که در آن رسانای الکترونی (تیغه فلزی) به رسانای یونی (محلول الکتروولیت) طی یک واکنش خودبه‌خودی الکترون می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در سلول گالوانی (شکل II) واکنش اکسایش - کاهش انجام شده با کاهش سطح انرژی همراه است و خودبه‌خودی است ($\Delta G < 0$) اما در سلول الکتروولیتی (شکل I) واکنش اکسایش - کاهش انجام شده با افزایش سطح انرژی همراه است و غیر خودبه‌خودی است ($\Delta G > 0$).

گزینه «۳»: در سلول الکتروولیتی (شکل I) در واقع به کمک یک ولتاژ بیرونی که توسط یک منبع جریان الکتریسیته تأمین می‌شود یک واکنش غیر خودبه‌خودی انجام می‌شود.

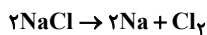
گزینه «۴»: در سلول‌های الکتروشیمیایی (گالوانی و الکتروولیتی) جهت حرکت الکترون همواره از الکتروودی با پتانسیل منفی‌تر (آند) به سمت الکتروودی با پتانسیل مثبت‌تر (کاتد) می‌باشد.



«ب»: فلزی که برای آبکاری استفاده می‌شود باید پتانسیل کاهشی آن بیش‌تر از آب باشد، بنابراین چون پتانسیل کاهشی منگنز کم‌تر از آب است، نمی‌توان منگنز را بر روی آهن آبکاری کرد.
 «پ»: در آبکاری، غلظت محلول تقریباً ثابت می‌ماند.
 «ت»: چون پتانسیل کاهشی نقره از آهن بیش‌تر است، بنابراین با قطع کردن جریان برق در آبکاری نقره بر روی سطح آهن، هم‌چنان کاتیون‌های Ag^+ بر روی سطح آهن کاهیده می‌شوند.

۹۷- گزینه «۳»

گزینه «۱»: افزودن مقداری $CaCl_2$ به سدیم کلرید، دمای ذوب آن را پایین می‌آورد.
 گزینه «۲»: سدیم به دلیل چگالی کم‌تر در بالای سلول جمع می‌شود.
 گزینه «۳»: درست است.



$$?gCl_2 = 0 / \Delta molNa \times \frac{1molCl_2}{2molNa} \times \frac{71gCl_2}{1molCl_2} = 17 / 71gCl_2$$

گزینه «۴»: سدیم تولیدشده اگر داخل آب قرار گیرد با آن واکنش می‌دهد.

۹۸- گزینه «۴»

بررسی تمام عبارت‌ها:

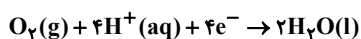
عبارت «آ»: سلول سوختی ساختاری همانند سلول گالوانی دارد.

عبارت «ب»: در هر دو روش اتلاف انرژی به شکل گرما وجود دارد ولی در روش سلول‌های سوختی این اتلاف انرژی بسیار کم‌تر است.

عبارت «پ»: نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت زیر است:



عبارت «ت»: در سلول سوختی متان و سلول سوختی هیدروژن با غشای مبادله‌کننده پروتون، نیم‌واکنش کاهش به صورت زیر می‌باشد:



$$Ag = 0 / \Delta mol \times 108 = 54g$$

$$54g \times \frac{20}{100} = 10.8g \quad (\text{به جرم تیغه اضافه می‌شود.})$$

$$10.8g - 14g = -3.2g \quad \text{تغییرات جرم تیغه}$$

بنابراین $3/7$ گرم از جرم تیغه کم می‌شود.

۹۵- گزینه «۴»

بررسی تمام گزینه‌ها:

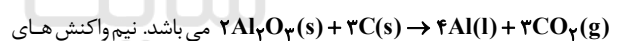
گزینه «۱»: در فرایند حال برای تولید آلومینیم از روش برقکافت محلول آلومینای خالص در کریولیت مذاب استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: A و B در شکل به ترتیب نشان‌دهنده آند گرافیتی و آلومینیم مذاب می‌باشند.

گزینه «۳»: در این سلول دیواره‌ها و جداره‌های داخلی سلول که از جنس گرافیت هستند به قطب منفی منبع جریان برق متصل شده‌اند و نقش کاتد را دارند. بنابراین D قطب منفی منبع جریان برق است.

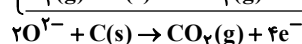
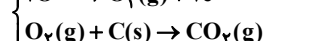
در حالی که تیغه‌های بالای سلول که در الکترولیت فروخته‌اند که از جنس گرافیت هستند به قطب مثبت منبع جریان برق متصل شده‌اند و نقش آند را دارند. بنابراین C قطب مثبت منبع جریان برق است.

گزینه «۴»: واکنش کلی انجام شده در این سلول به صورت



می‌باشد. نیم‌واکنش‌های

اکسایش و کاهش نیز به صورت زیر است:



۹۶- گزینه «۱»

عبارت «پ» صحیح است.

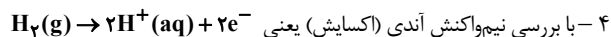
بررسی عبارت‌ها:

«الف»: برای آبکاری فلز X بر روی سطح آهن، محلول باید حاوی کاتیون فلز

X باشد نه فلز آهن، بنابراین نمی‌توان از محلول $Fe(NO_3)_3$ استفاده کرد.



۹۹- گزینه «۲»

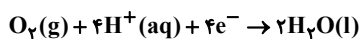


به نتایج زیر می‌رسیم:

تعداد مول پروتون مبادله‌شده از غشای مبادله‌کننده پروتون = دو برابر مول گاز هیدروژن

$$\text{تعداد مول پروتون} = 2 \times 3600 = 7200 \text{ molH}^+$$

۵- برای به‌دست آوردن کیلوگرم اکسیژن، باید از نیم‌واکنش کاتدی استفاده کنیم:

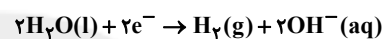


$$? \text{gO}_2 = 7200 \text{ molH}^+ \times \frac{1 \text{ molO}_2}{4 \text{ molH}^+}$$

$$\times \frac{32 \text{ gO}_2}{1 \text{ molO}_2} = 57600 \text{ g} = 57.6 \text{ kgO}_2$$

با توجه به شکل، قطبی که در آن H_2 تولید می‌شود دارای بار منفی و کاتد می‌باشد و قطبی که در آن Cl_2 تولید می‌شود دارای بار مثبت و آند می‌باشد. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در NaOH از سیستم خارج می‌شود. پس از کم‌شدن غلظت Cl^- به حدی مشخص، مولکول‌های آب به جای آن اکسایش می‌یابد. گزینه «۲»: در کاتد به علت وقوع واکنش زیر بر مقدار OH^- افزوده شده در نتیجه محیط خاصیت بازی پیدا می‌کند و pH افزایش می‌یابد.

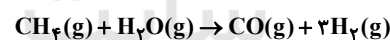


گزینه «۳»: با توجه به این که واکنش اکسایش Cl^- برای محلول غلیظ نمک خوراکی است، پس از کم‌شدن غلظت Cl^- به حدی مشخص، مولکول‌های آب به جای آن اکسایش می‌یابد.

گزینه «۴»: در رقابت برای کاهش یافتن در کاتد، مولکول‌های آب بر یون‌های Na^+ پیروز می‌شوند.

۱۰۰- گزینه «۴»

۱- ابتدا واکنش متان با بخار آب:



۲- سپس باید محدودکننده واکنش را مشخص کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{H}_2\text{O} : 36 \text{ kgH}_2\text{O} \times \frac{1000 \text{ gH}_2\text{O}}{1 \text{ kgH}_2\text{O}} \\ \times \frac{1 \text{ molH}_2\text{O}}{18 \text{ gH}_2\text{O}} = 2000 \text{ molH}_2\text{O} \\ \text{CH}_4 : 20 \text{ kgCH}_4 \times \frac{1000 \text{ gCH}_4}{1 \text{ kgCH}_4} \\ \times \frac{1 \text{ molCH}_4}{16 \text{ gCH}_4} = 1250 \text{ molCH}_4 \end{aligned} \right\} 1250 < 2000$$

پس CH_4 محدودکننده است.

۳- مول H_2 را می‌توانیم با استفاده از مول CH_4 (محدودکننده) به‌دست آوریم:

$$? \text{ molH}_2 = \frac{30000}{16} \text{ molCH}_4 \times \frac{3 \text{ molH}_2}{1 \text{ molCH}_4} \times \frac{64}{100} = 3600 \text{ molH}_2$$